

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ им. Г.И.Будкера СО РАН

В.М. Аульченко, Е.М. Балдин, А.К. Барладян,
Г.М. Колачев, К.Ю. Котов, В.М. Малышев,
П. Манфреди, А.Л. Масленников, А.П. Онучин,
Ф. Паломбо, В.С. Панин, С.В. Пелеганчук,
С.Г. Пивоваров, Г.Э. Поспелов, Р.Г. Снопков,
Ю.А. Тихонов, Ю.В. Усов, П. Фрабетти

ПРОСТРАНСТВЕННОЕ
РАЗРЕШЕНИЕ КАЛОРИМЕТРА
НА ЖИДКОМ КРИПТОНЕ ДЕТЕКТОРА КЕДР

ИЯФ 2004-29

НОВОСИБИРСК
2004

Пространственное разрешение калориметра на жидком криптоне детектора КЕДР

*В.М. Аульченко^a, Е.М. Балдин^a, А.К. Барладян^a,
Г.М. Колачев^a, К.Ю. Котов^a, В.М. Мальшев^a,
П. Манфреди^b, А.Л. Масленников^a, А.П. Онучин^a,
Ф. Паломбо^c, В.С. Панин^a, С.В. Пелеганчук^a,
С.Г. Пивоваров^a, Г.Э. Поспелов^a, Р.Г. Снопков^a,
Ю.А. Тихонов^a, Ю.В. Усов^a, П. Фрабетти^d*

^a Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера,
630090 Новосибирск, СО РАН

^b Университет Павиа, Италия

^c Университет Милана, Италия

^d Университет Болоньи, Италия

Аннотация

На космических мюонах измерено пространственное разрешение в жидкокриптоновом электромагнитном калориметре детектора КЕДР. Угловое разрешение составило $\sim 0.67 \text{ mrad}$ при вертикальном падении мюона на полоску, что соответствует разрешению 0.62 мм для полосок слоя ϕ_2 (ширина полоски 6.9 мм). При падении под углом 40° от вертикали разрешение составило $\sim 0.82 \text{ mrad}$, что соответствует значению 1.35 мм для полосок слоя z_2 (ширина 20 мм). Экспериментальные результаты находятся в согласии с моделированием.

Содержание

1	Введение	5
2	Конструкция координатной системы калориметра	6
3	Электроника калориметра	8
4	Шумы	10
5	Алгоритм восстановления координаты космического мюона	13
5.1	Восстановление координаты кластера методом обобщенного центра тяжести	15
5.2	Восстановление координаты кластера с помощью нейронной сети	18
5.3	Получение величины пространственного разрешения по измерениям координаты мюона в нескольких слоях	19
6	Результаты	20
7	Заключение	22
	Приложение 1. Расчет сигналов на полосках	24
	Приложение 2. Расчет эквивалентного шума радиоактивности	31
	Приложение 3. Обсуждение метода, использованного в п. 5.3.	35
	Литература	46

1 Введение

Электромагнитный калориметр на основе жидкого криптона создан в ИЯФ им. Будкера для экспериментов в составе детектора КЕДР на e^+e^- коллайдере ВЭПП-4М в области энергий 2 – 12 ГэВ [1, 2].

Работы с криостатом калориметра и подготовка к сборке электродной системы начались в январе 1996 года. В декабре 1997 года сборка электродов была завершена; после криогенных испытаний в мае 1999 года калориметр был установлен в детектор КЕДР. По завершению монтажа криогенной системы в сентябре 2001 года, калориметр был заполнен жидким криптоном. В марте 2002 года были зарегистрированы первые космические события и события $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$, однако проблемы с чистотой криптона (время жизни $\tau_l < 0.5$ мкс) и выход из строя большого количества камерной электроники не позволили получить детальных результатов по энергетическому и пространственному разрешению. В период 2002-2003 года, во время останковки детектора для ремонта, была произведена модификация всей камерной электроники и очистка всего криптона (время жизни $\tau_l \sim 4$ мкс). В конце 2003 года калориметр был запущен в полном объеме.

В период разработки и создания LКг калориметра детектора КЕДР, проводились эксперименты с прототипами калориметра. В эксперименте на космических мюонах с Прототипом-7 (7 кг жидкого криптона) было получено пространственное разрешение ~ 0.4 мм. В эксперименте на пучке позитронов с Прототипом-400 (400 кг жидкого криптона) энергетическое разрешение составило $\sim 1.7\%/\sqrt{E(\text{ГэВ})}$ [3].

В экспериментах с прототипом калориметра на пучке меченых фотонов [4], полученное энергетическое разрешение калориметра равно $\sigma_E/E(\text{ГэВ}) = 0.3/E \oplus 1.6/\sqrt{E} \oplus 1.6\%$. Измеренное пространственное разрешение для фотонов в слое конверсии составило: 1.5 мм при энергии 100 МэВ и 0.7 мм при энергии 1 ГэВ.

В работе представлены результаты по пространственному разрешению в стриповой структуре жидкокриптонового калориметра детектора КЕДР, полученные на космических мюонах в начале 2004 года. Магнитное поле в детекторе отсутствовало.

2 Конструкция координатной системы калориметра

На Рис. 1 изображена конструкция жидкокриптонового калориметра детектора КЕДР. ЛКг калориметр представляет собой цилиндрический криогенный сосуд с размещенной в нем системой электродов, заполненный жидким криптоном общим количеством 27 тонн. Внутренний радиус калориметра равен 76.7 см, толщина 68 см (14.8 радиационных длин), длина 258 см. Внешний объем калориметра изготовлен из нержавеющей стали, внутренний объем изготовлен из алюминия.

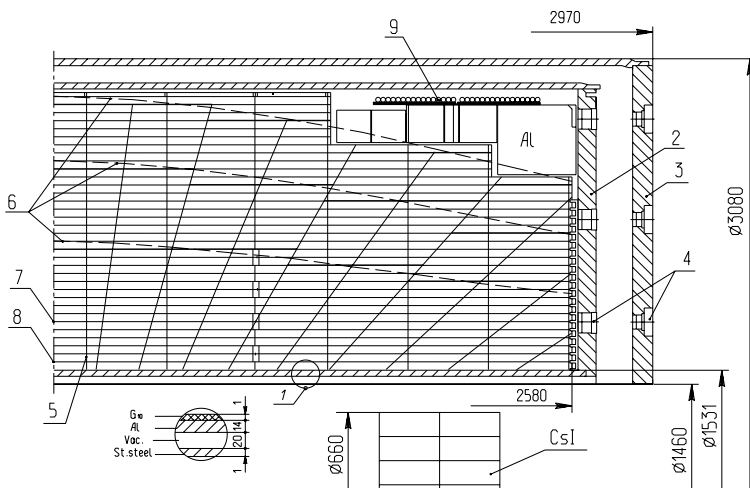


Рис. 1: Схема ЛКг калориметра: 1 – входная стенка, 2 – холодный фланец, 3 – теплый фланец, 4 – разъемы, 5 – проставки (шпангоуты), 6 – линии равной толщины, 7 – координатные электроды, 8 – высоковольтные электроды, 9 – платы разводки высокого напряжения и разделительных емкостей.

Система электродов калориметра представляет собой набор из 34 цилиндрических ионизационных камер. Электроды камер изготовлены из стеклотекстолита G10 толщиной 0.5 мм, покрытого с двух сторон медной фольгой толщиной 18 микрон. Расстояние между электродами ионизационных камер составляет 19.5 мм. Это расстояние задается с помощью кольцевых и продольных шпангоутов, изготовленных из G10, которые одновременно обеспечивают фиксацию электродов от слоя к слою (Рис. 2,а).

На каждый четный электрод подается высокое напряжение, каждый нечетный электрод заземлен. Съём сигнала для измерения энергии осуществляется с высоковольтных электродов, которые разбиты на прямоугольники, соединенные между собой по радиусу так, что образуют башни калориметра, ориентированные на место встречи. На ближнем к пучку радиусе башни имеют поперечный размер $10 \times 10 \text{ см}^2$, который по мере удаления от пучка увеличивается, что обеспечивает одинаковый размер по телесному углу. По радиусу калориметр имеет три слоя башен. По ϕ количество башен равно 48.

Восемь заземленных электродов первого слоя (в сумме толщиной 30 см), разбиты на полоски для измерения координаты. Всего имеется 4 слоя для измерения ϕ -координаты и 4 слоя для измерения z координаты (вдоль оси пучка), которые чередуются друг с другом. Длина полосок ϕ -слоев одинакова и равна расстоянию между фланцами ($\sim 2580 \text{ мм}$), длина полосок z слоев равна πR (электрод с z -полосками разбит на верхнюю и нижнюю части).

Ширина полосок увеличивается по мере удаления от центра калориметра, чтобы обеспечить одинаковое разрешение по полярному углу. Соответственно угловой размер полоски постоянен и составляет $\alpha = 2\pi/768 \sim 8.2 \text{ мрад}$. Схема электродов калориметра показана на Рис. 2,б, в Таблице 1 даны основные параметры полосок.

Таблица 1: Параметры координатных слоев.

Слой	R, мм	число полосок	Ширина, мм	Длина полосок, мм	Емкость, pF
ϕ_1	767	768	6.28	2580	250
z_1	807	2×248	6.60 – 23.37	2535	280-330
ϕ_2	847	768	6.93	2580	250
z_2	887	2×238	7.26 – 22.67	2787	300 – 360
ϕ_3	927	768	7.58	2580	250
z_3	967	2×228	7.91 – 22.05	3038	330 – 380
ϕ_4	1007	768	8.24	2580	250
z_4	1047	2×218	8.57 – 21.50	3290	370 – 420

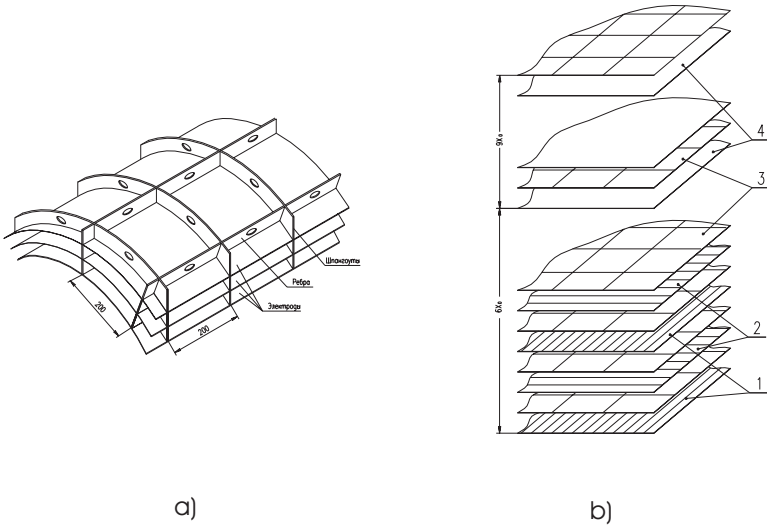


Рис. 2: а) Конструкция электродной структуры. б) Схема электродной структуры: 1 — ϕ -полоски, 2 — z -полоски, 3 — высоковольтные электроды, 4 — заземленные электроды.

3 Электроника калориметра

Электроника ЛКг калориметра состоит из следующих узлов [5]:

1. Система электродов.

Общее число каналов калориметра равно 7240, из них 2304 канала предназначены для измерения энергии, и 4936 для измерения координат. Напряжение на каждую башню подается от высоковольтного источника через сопротивление 1 ГОм, токовый сигнал снимается с башен через емкость 28нф. Платы с емкостями и сопротивлениями установлены внутри криостата. Сигналы с башен и полосок подаются на камерную электронику через стеклянные разъемы, сваренные в теплый и холодный фланцы калориметра.

2. Камерная электроника.

К камерной электронике относятся зарядочувствительные предусилители на полевом транзисторе SNJ1800D, фильтры питания предусилителей и калибровочные емкости, которые размещаются на торцах криостата в металлических коробках. Каждая коробка объединяет 48 каналов

и соединена либо с башнями, либо с полосками. Полное число коробок равно 152, по 76 на каждом фланце. Полное тепловыделение камерной электроники составляет ~ 1.5 кВт, тип охлаждения - воздушный. Сигналы с предусилителей выводятся с коробок через 96-контактные разъемы типа PANDUIT и передаются по экранированным витым парам в блоки системы коммутации, расположенные в зале детектора.

3. Система коммутации и калибровки.

Система коммутации и калибровки решает следующие задачи: а) обеспечение подачи и питания и калибровочного сигнала на коробки с предусилителями; б) суммирование сигналов с башенных каналов и передача результата первичному триггеру детектора; в) обеспечение перехода с кабелей, идущих от камерной электроники, на промежуточные кабели, идущие к платам фильтров Ф32. Конструктивно эта система выполнена в виде блоков в стандарте “ВИШНЯ”, получивших название “ПУТАНИЦА”. Каждый блок обрабатывает сигналы с 4х коробок, полное число блоков равно 40. Также к системе коммутации и калибровки относятся КАМАК-блоки управления путаницами. Длина кабелей между коробками камерной электроники и системой коммутации составляет 16 – 20 метров.

4. Промежуточная электроника.

К промежуточной электронике относятся крейты КЛЮКВА с платами RC-2CR фильтров, установленные в пультовой детектора (расстояние до блоков “ПУТАНИЦА” составляет ~ 40 метров). В системе присутствуют платы двух типов Ф32Б и Ф32П. Платы Ф32Б с постоянной времени фильтра 1.5 мкс фильтруют сигналы от башенных усилителей. Для повышения динамического диапазона платы этого типа имеют после фильтров дополнительные каскады 10-ти кратного усиления. На выходе платы выдают 32 сформированных сигнала без усиления и 32 сформированных сигнала с усилением. Общее количество плат этого типа - 72 штуки. Платы Ф32П с постоянной времени 4.2 мкс фильтруют сигнал от усилителей полосок. Общее количество плат этого типа – 156 штук.

5. Электроника оцифровки.

Сформированные сигналы калориметра оцифровываются 32-канальными пиковыми АЦП, выполненными в стандарте КЛЮКВА (А32). Диапазон оцифровки плат А32 от 0 до 2 вольт, максимальная интегральная нелинейность ± 3 канала. На платах А32 ворота оцифровки составляют 3 мкс (для башен) и 8 мкс (для полосок). Общее количество плат А32 – 144 башенных (по две на один башенный формирователь) и 156 полосочных.

Подробное описание системы сбора данных калориметра содержится в [5]. В Таблице 2 представлены основные параметры электроники и жидкого криптона.

Таблица 2: Основные параметры электроники калориметра и рабочей среды.

Время формирования RC-2CR фильтра, мкс	башни	полоски
Ширина ворот в платах А32, мкс	1.5	4.28
Коэффициент МэВ/канал	3.0	8.0
Шумы, МэВ (см. п. 4)	~ 0.1	~ 0.03
	~ 0.8	~ 0.3
Рабочее напряжение на электродах	1 кВ	
Время дрейфа электронов ионизации	9.3 мкс	
Скорость дрейфа	2.09 мм/мкс	
Время жизни	4.0 мкс	
Энергия образования электрон-ионной пары	18.5 эВ	
Коэффициент рекомбинации	0.8	

Нерабочие каналы.

В течение эксперимента среднее число нерабочих каналов, связанных с полочками в платах А32 и Ф32, колебалось в районе 15 штук. Кроме этого, к моменту эксперимента 6 предусилителей камерной электроники вышли из строя, 8 пар полосок внутри калориметра оказались закороченными между собой.

4 Шумы

Существуют три независимых источника шума в калориметре: собственный шум измерительного тракта электроники, когерентный шум, связанный с внешними наводками, и характерный для LКг калориметра шум, обусловленный радиоактивностью криптона [6]. Последний связан с распадами β -радиоактивного изотопа $^{85}\text{Kг}$, сигналы от которых накладываются на полезный сигнал и ведут к флуктуациям его амплитуды от измерения к измерению.

Значения шумов в полосках измерялись с помощью калибровочного генератора. Величина шума электроники N была получена при выключенном высоковольтном напряжении на электродах, величина суммарного шума электроники и эквивалентного шума радиоактивности R+N измерялась при поданном высоком напряжении 1 кВ. На Рис. 3 показано

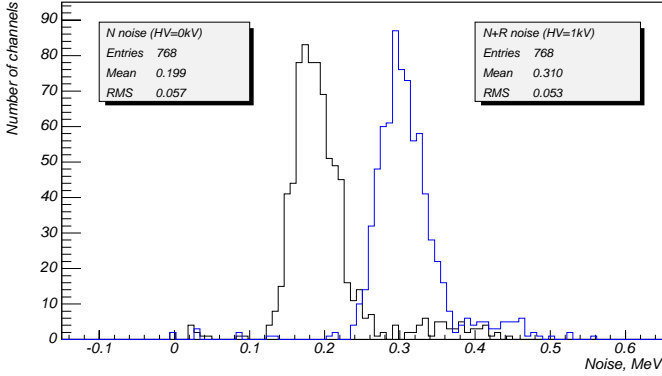


Рис. 3: Измеренный шум в полосках слоя ϕ_2 при значениях напряжения на электродах $HV=0$ кВ и $HV=1$ кВ.

распределение шумов в полосках ϕ_2 слоя (всего 768 полосок равной ширины) при значениях напряжения на электродах $HV=0$ кВ и $HV=1$ кВ. Согласно этим данным средний шум электроники в ϕ -полосках составил ~ 0.20 МэВ, суммарный шум электроники и эквивалентного шума радиоактивности ~ 0.31 МэВ.

На Рис. 4,а показано значение шума электроники (N) и суммарного шума электроники и радиоактивности (N+R) в полосках 1 слоя Z_2^{bot} в зависимости от координаты θ центра полоски. (Угол θ отсчитывается от оси Z, направленной вдоль пучков, то есть $\theta=90$ соответствует вертикали). Для Z полосок значение шума зависит от координаты полоски - по мере удаления от центра калориметра ширина полоски растет, что приводит к увеличению шума электроники (увеличивается емкость полоски) и эквивалентного шума радиоактивности (увеличивается объем криптона).

Величина эквивалентного шума радиоактивности (R), полученная квадратичным вычитанием шумов (R+N) и (N), а также ее расчетные значения (методика расчета приведена в Приложении 2), показаны на Рис. 4,б.

В Таблице 3 приведены средние значения эквивалентного шума радиоактивности, шумов электроники и их суммы в слоях координатной системы калориметра. Для Z-слоев приведены два значения (для углов

¹Здесь и далее по тексту индексы *top* и *bot* обозначают: для z-полосок верхний или нижний электроды, для ϕ полосок области $0 - 180^\circ$ или $180 - 360^\circ$.

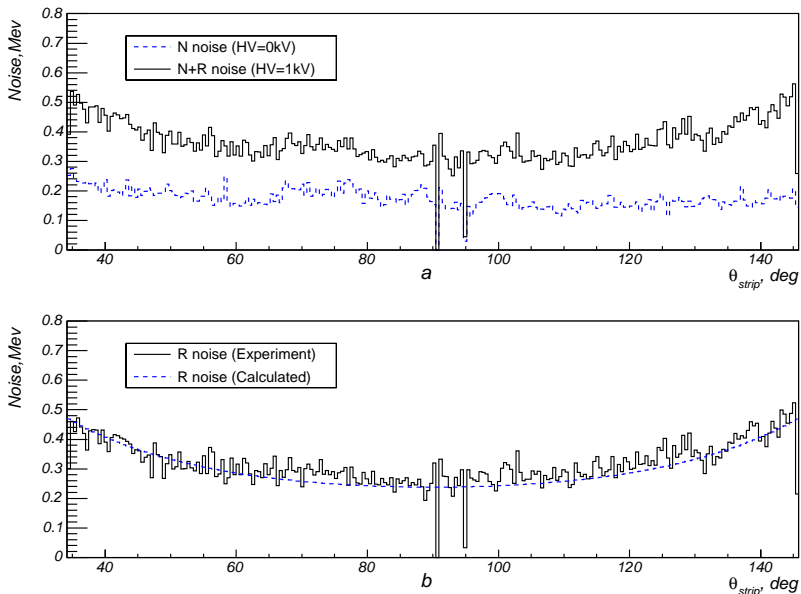


Рис. 4: а) Шум в полосках слоя Z_2^{bot} в зависимости от координаты полоски при значениях высоковольтного напряжения $HV=0$ кВ и $HV=1$ кВ. б) Эквивалентный шум радиоактивности для полосок слоя Z_2^{bot} (эксперимент и расчет).

90 и 40 градусов от оси Z). Коррелированный шум на полосках составлял 0.05 – 0.1 МэВ. Таким образом, основной вклад в шум на полосках калориметра дает радиоактивность криптона.

Таблица 3: Радиоактивность (R), шум электроники (N) и их суммы (R+N) в координатных слоях. Результаты измерений.

Слой	R, мм	R, МэВ	N, МэВ	R+N, МэВ
ϕ_1	767	0.200	0.136	0.242
z_1	807	0.204 (0.359)	0.135 (0.143)	0.244 (0.386)
ϕ_2	847	0.214	0.137	0.254
z_2	887	0.238 (0.416)	0.142 (0.151)	0.277 (0.442)
ϕ_3	927	0.227	0.137	0.265
z_3	967	0.274 (0.475)	0.148 (0.159)	0.312 (0.501)
ϕ_4	1007	0.239	0.138	0.276
z_4	1047	0.312 (0.537)	0.155 (0.167)	0.348 (0.563)

Для сравнения, средний шум электроники в башнях калориметра составляет $N \sim 0.37$ МэВ, эквивалентный шум радиоактивности $R \sim 0.69$ МэВ и их суммарный шум $N \sim 0.78$ МэВ.

5 Алгоритм восстановления координаты космического мюона

Алгоритм отбора мюонов и восстановления их координат был следующим:

- *Отбирались мюоны*, прошедшие через вершинный детектор и вызвавшие срабатывание двух сцинтилляционных счетчиков в цилиндрической системе.
- *В башнях LKr калориметра* требовалось наличие двух кластеров с энерговыделением > 190 МэВ и углом между кластерами $180^\circ \pm 7^\circ$ (угловой размер башни составляет 7°). На Рис. 5 показан вид такого события в окне монитора событий детектора КЕДР.

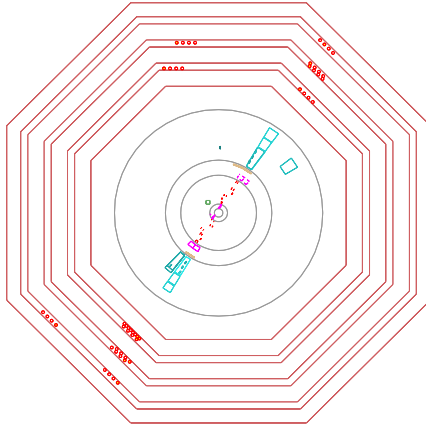


Рис. 5: Событие с космическим мюоном в окне монитора событий детектора КЕДР (вид с торца).

- *Поиск кластеров в полосках* координатной системы калориметра осуществлялся методом локальных максимумов. При этом пороги на соотношение сигнал/шум в полосках были выбраны равными 2.0.

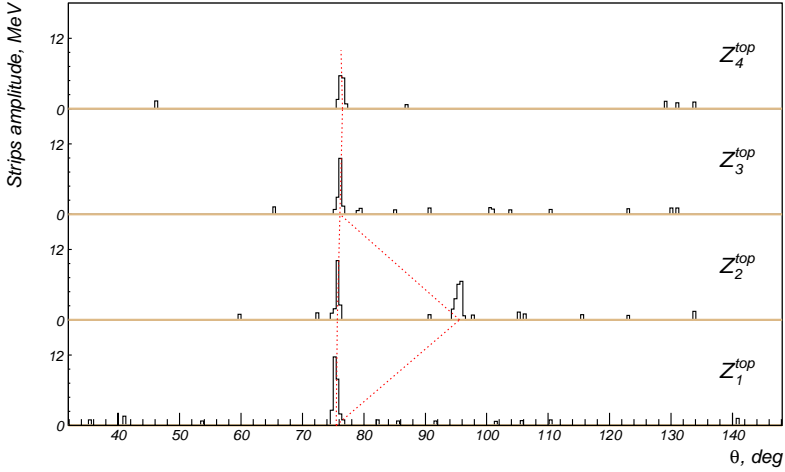


Рис. 6: Экспериментальное событие с космическим мюоном. Распределение амплитуд в полосках слоев $Z_1^{top} - Z_4^{top}$. Пунктирными линиями помечены две возможные траектории мюона.

- *Координата кластера* вычислялась двумя способами: методом обобщенного центра тяжести с поправкой систематического сдвига и методом, основанном на использовании нейронных сетей. Подробное описание этих методов будет дано в параграфах 5.1 и 5.2.
- *Построение трека* проводилось следующим образом: за координату мюона в слое принималась координата кластера с энерговыделением > 8 МэВ. Последовательность таких точек, по одной точке на слой, принималась за трек от мюона. В случае, если в слое находилось более одного кластера, для каждого из возможных вариантов трека вычислялся суммарный угол между векторами и отбирался вариант с максимальным углом (то есть трек, наиболее похожий на прямую). На Рис. 6 показано распределение амплитуд в полосках слоев $Z_1^{top} - Z_4^{top}$ от космического мюона. Пунктирными линиями показаны две возможные траектории мюона.
- *Вычисление пространственного разрешения:* через точки трека методом наименьших квадратов проводится прямая, в каждом слое строится распределение по разнице между восстановленной в слое координатой и координатой пересечения слоя прямой. Из ширины данного распределения вычисляется разрешение в слоях. Подробно данная методика описана в параграфе 5.3.

5.1 Восстановление координаты кластера методом обобщенного центра тяжести

В общем виде координата центра тяжести кластера, состоящего из N полосок, записывается следующим образом:

$$X_{cg} = \frac{\sum a_i \cdot x_i}{\sum a_i}, \quad i = 1, N, \quad (1)$$

где a_i - амплитуда i -ой полоски, x_i - координата ее центра. Данная сумма дает смещенную по направлению к центру полоски оценку истинной координаты частицы, что приводит к возникновению хорошо известных S-образных кривых при построении графиков зависимости сдвига измеренной координаты X_{cg} относительно истинной координаты частицы X_{real} . Для получения несмещенного значения координаты необходимо поправлять координату центра тяжести с помощью предварительно рассчитанной поправочной функции.

Вид этой функции зависит от ширины полоски, от относительного распределения амплитуд на полосках и от числа полосок, взятых в обработку. В нашем случае в обработку оправдано брать не более трех полосок с наибольшим энерговыделением, амплитуда на остальных ниже уровня шумов электроники и радиоактивности.

На Рис. 7,а приведена расчетная зависимость $X_{cg} - X_{real}$ для двух и для трех полосок от истинной координаты X_{real} частицы с равномерным распределением ионизации вдоль трека. Считается, что частица падает на полоску по нормали и шумы на полоске отсутствуют. Расчет выполнен по формулам, приведенным в Приложении 1, для полоски шириной 7 мм, время жизни электронов ионизации составляет $\tau_{life} = 4.0$ мкс, время дрейфа - $T_{drift} = 9.3$ мкс.

Данные поправочные функции не являются непрерывными функциями реальной координаты частицы: поправочная кривая для трех полосок имеет разрыв, когда частица попадает между полосками ($X_{real} = \pm 0.5$ в единицах ширины полоски), а кривая для двух - когда частица попадает в центр полоски ($X_{real} = 0.0$), что приводит к известным трудностям при восстановлении координаты.

Поэтому был использован обобщенный центр тяжести [4], который является линейной комбинацией амплитуд и координат центра тяжести, вычисленных по двум X_{cg2} и по трем X_{cg3} полоскам:

$$X_{cgg} = X_{cg2} \cdot \frac{a_2 - a_3}{a_1 - a_3} + X_{cg3} \cdot \frac{a_1 - a_2}{a_1 - a_3}, \quad a_1 > a_2 > a_3. \quad (2)$$

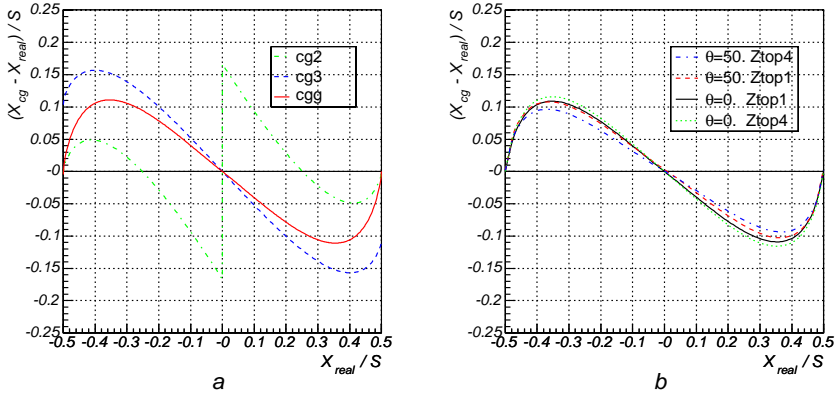


Рис. 7: а) Расчетные поправочные функции для X_{cg2} , X_{cg3} и X_{cgg} , полученные для случая нормального падения МІР. б) Поправочная функция для X_{cgg} для наклонного падения МІР. Кривые для $\theta = 40^\circ$ асимметричны, поскольку ширины центральной и крайних полосок отличаются.

Данная функция (график также приведен на Рис. 7,а) зависит от истинной координаты частицы непрерывным и монотонным образом, вблизи центра и краев полоски совпадает с истинной координатой частицы и обеспечивает меньший сдвиг относительно реальной координаты, чем X_{cg3} и X_{cg2} .

Поправочная кривая также была получена для случаев наклонного падения МІР на полоску, при этом считалось, что трек проходит через центр калориметра. На Рис. 7,б показаны поправочные кривые для полосок слоев Z_1^{top} и Z_4^{top} , расположенных под углами 40 и 90 градусов от оси Z. Несмотря на то, что для представленных случаев ширины полосок в миллиметрах меняются от 7 до 25 мм - поправочные кривые, построенные в единицах ширины полоски, достаточно хорошо совпадают, так как относительное изменение амплитуд на полосках невелико. Это объясняется тем, что с увеличением ширины полоски также растет длина трека в зазоре, и, соответственно, ширина распределения заряда на электроде с полосками.

Поэтому при восстановлении координаты кластера методом обобщенного центра тяжести использовалась одна усредненная поправочная кривая для всех полосок. Для того, чтобы получить параметры этой кривой, было сделано специальное моделирование на основе KedrSim [7], в

котором разыгрывались космические мюоны с соответствующим энергетическим и угловым спектром [8]. К амплитудам в калориметре подмешивалась реальные шумы электроники и радиоактивности и, согласно вышеописанному алгоритму, отбирались мюоны, прошедшие через центр калориметра. Далее, по всем найденным в слоях кластерам строилась зависимость среднего отклонения обобщенного центра тяжести в слое от координаты пересечения мюоном данного слоя, известной из моделирования. Распределение до усреднения показано на Рис. 8(a), на Рис. 8,b

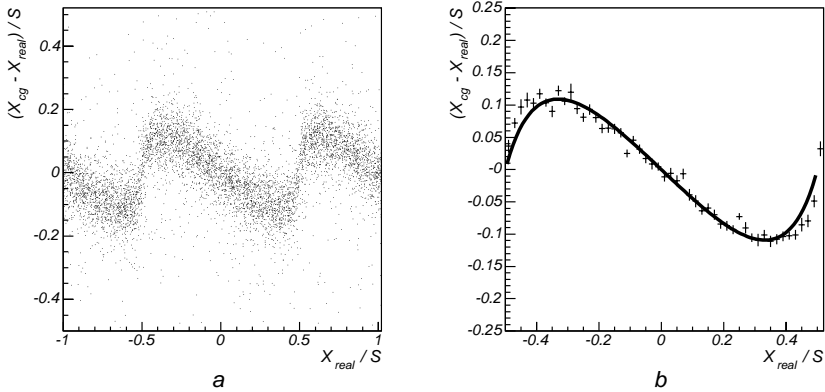


Рис. 8: Моделирование. Построение усредненной по всем полоскам поправочной кривой. а) Зависимость сдвига обобщенного центра тяжести кластера $X_{cg} - X_{real}$ от точки пересечения мюоном слоя с полосками X_{real} . б) Та же зависимость после усреднения по всем событиям.

показана профильная гистограмма, полученная из Рис. 8,a усреднением. Для подгонки была выбрана функция:

$$X_{cg} = p_1 \cdot tg(k \cdot X_{real}) - X_{real}, \quad k = \frac{2}{S} arctg\left(\frac{S}{2p_1}\right),$$

где $S = 1$ - ширина полоски, $p_1 = 0.229$ - параметр полученный из подгонки, k - зависящий от p_1 параметр, обеспечивающий совпадение X_{cg} с истинной координатой частицы на краю и в центре полоски ($X_{real} = \pm S/2$).

Полученная функция использовалась для поправки координаты обобщенного центра тяжести, как в моделировании, так и в эксперименте.

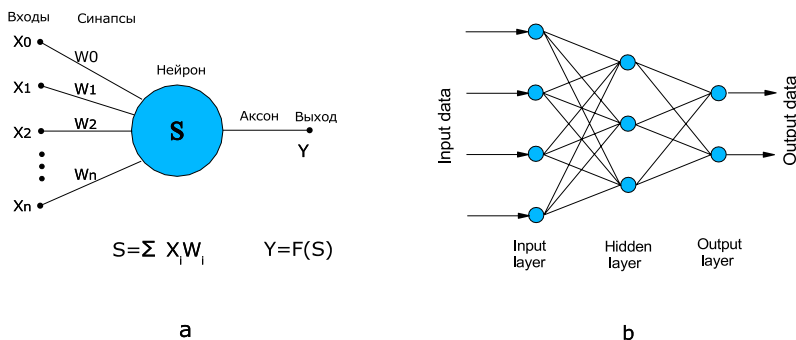


Рис. 9: а) Общий вид искусственного нейрона. б) Трех-слойный перцептрон.

5.2 Восстановление координаты кластера с помощью нейронной сети

В качестве альтернативного метода восстановления координаты кластера использовался метод, основанный на нейронных сетях. Интерес к данной методике был вызван работами [10, 11], в которых для восстановления координаты фотонов в электромагнитных калориметрах детекторов CMS и ATLAS успешно использовался многослойный перцептрон – однонаправленная нейронная сеть прямого распространения с сигмоидальной функцией активации (рис. 9).

В работе использовались библиотеки для языка C из программного пакета MLPfit, v1.40 [12]. Координата восстанавливалась с помощью трех-слойного перцептрона 4-12-1 с 4 нейронами во входном слое, 12 нейронами во внутреннем слое, и одним нейроном в выходном слое.

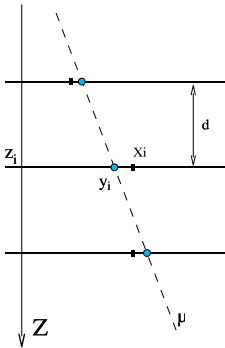
На вход сети подавались амплитуды на максимальной и двух соседних полосках, нормированные на их сумму, и на 4-ый вход – собственно сумма энергий с трех полосок. Выходной слой выдавал восстановленную координату относительно центра максимальной полоски. Нужно отметить, что усложнение сети путем увеличения числа нейронов и добавления дополнительных входных параметров (ширина полоски, угол θ и т.п.) приводило к некоторому (до 10%) улучшению пространственного разрешения. Однако при этом увеличивалось число событий в хвостах, что делало усложнение метода неоправданным.

В качестве “тренировочной” выборки использовались мюоны моделирования с известной координатой пересечения слоев с полосками. Полное число событий в “тренировочной” выборке составляло 20000. Аналогичная “тестовая” выборка, состоящая из других 20000 событий, использовалась для контролирования “переобученности” сети: тренировка сети прекращалась по достижении минимальной ошибки сети на “тестовой” выборке (что составляло порядка 500 циклов тренировки). Полученная сеть использовалась для восстановления координат мюонов, как в моделировании, так и в эксперименте. Результаты по пространственному разрешению с использованием нейронной сети приведены далее.

5.3 Получение величины пространственного разрешения по измерениям координаты мюона в нескольких слоях

Постановка задачи:

Координата мюона измеряется в N координатных слоях. Через измеренные точки методом наименьших квадратов проводится прямая и в каждом слое строится распределение по величине отклонения измеренной в слое координаты от точки пересечения слоя прямой. Задача состоит в том, чтобы из ширины данного распределения найти величину истинного пространственного разрешения в слое.



Обозначения:

z_i – Z -координата слоя, i

x_i – измеренная в слое X -координата,

w_i – вес измерения,

y_i – координата точки пересечения слоя прямой подгонки,

$D_i = \sigma_i^2$ – искомая точность измерения,

$M_{ii} = \langle (y_i - x_i)^2 \rangle$ – измеренная точность (усреднение выполняется по событиям).

Детальное обсуждение данной задачи приводится в Приложении 3. Здесь же достаточно сказать, что в присутствии многократного рассеяния, для системы из трех координатных слоев с одинаковыми весами измеренное и истинное разрешение в слоях связаны соотношениями:

$$\begin{aligned}
M_{11} &= \frac{D_1 + 4D_2 + D_3 + 2D_{ms}}{36}, \\
M_{22} &= \frac{D_1 + 4D_2 + D_3 + 2D_{ms}}{9}, \\
M_{33} &= \frac{D_1 + 4D_2 + D_3 + 2D_{ms}}{36},
\end{aligned} \tag{3}$$

где D_{ms} есть среднеквадратичный уход координаты в следующем слое вследствие многократного рассеяния при прохождении частицей одного зазора между слоями. Данная система уравнений является линейно зависимой и не имеет однозначного решения для случая неодинакового разрешения в слоях. Предполагая, что разрешение в слое пропорционально его радиусу (что соответствует случаю одинакового углового разрешения в слоях) $D_1 = D_2 - \alpha D_2$, $D_3 = D_2 + \alpha D_2$ и пренебрегая многократным рассеянием, получаем:

$$M_{22} = \frac{2}{3}D_2 M_{11}, \quad M_{33} = \frac{M_{22}}{4}.$$

На Рис. 10 показаны распределения по отклонению измеренной в слое координаты от прямой подгонки для слоев ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 в эксперименте и моделировании. Отбирались мюоны вблизи вертикали $\phi = 90 \pm 5^\circ$, $\theta = 90 \pm 5^\circ$. Координата кластера восстанавливалась с помощью нейронной сети. Домножая измеренное во втором слое разрешение на $\sqrt{3/2}$ получаем, что разрешение составило

$$\sigma_{MC} = 0.437 \cdot \sqrt{3/2} = 0.535 \text{ мм} \pm 0.015 ,$$

$$\sigma_{EXP} = 0.504 \cdot \sqrt{3/2} = 0.618 \text{ мм} \pm 0.019 .$$

Оценка величины многократного рассеяния из моделирования дает $D_{MS} \sim (0.4 \text{ мм})^2$, подстановка этого значения в формулы 3 приводит примерно к 5% уменьшению величины пространственного разрешения в слое.

6 Результаты

В Таблице 4 собраны результаты по пространственному разрешению для метода центра тяжести и метода нейронных сетей в моделировании и эксперименте. Представлены две области по углам: мюоны падают вертикально ($\phi = 90 \pm 5^\circ, \theta = 90 \pm 5^\circ$) и мюоны падают наклонно

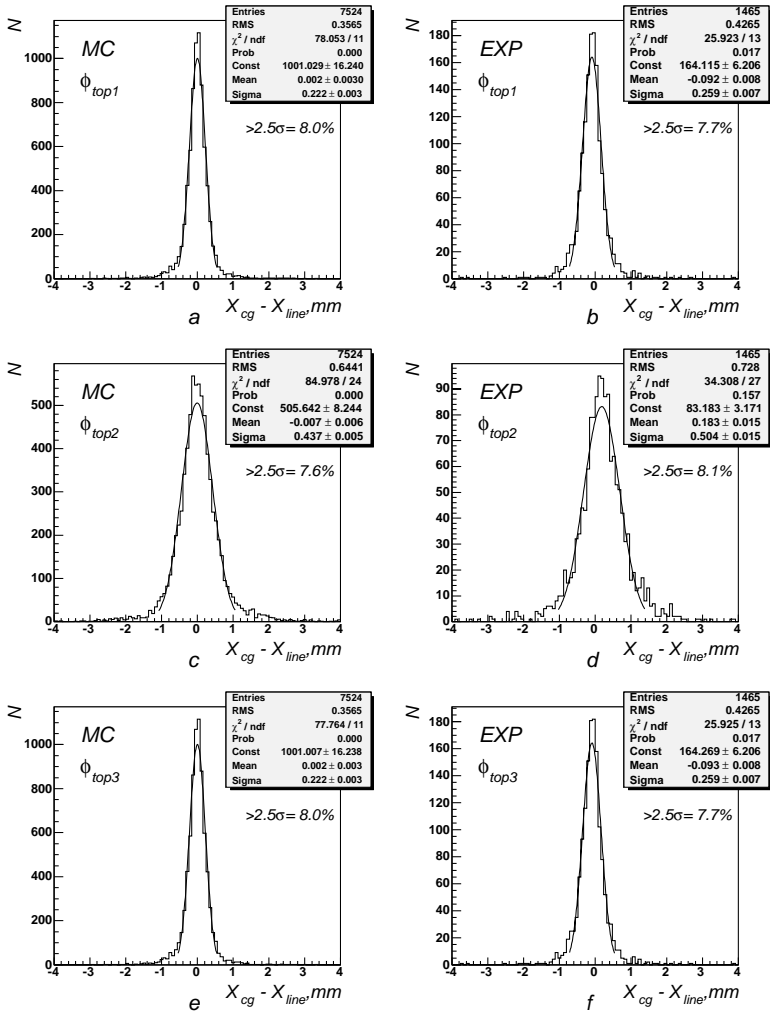


Рис. 10: Распределения по отклонению измеренной в слое координаты от прямой подгонки для слоев ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 в эксперименте и моделировании (гистограмма (a) совпадает с гистограммой (e), а (b) с (f)), поскольку веса в слоях одинаковы).

($\phi = 90 \pm 5^\circ, \theta = 50 \pm 5^\circ$). Отдельно приводятся данные для разрешения в верхних и нижних слоях калориметра.

Таблица 4: Пространственное разрешение, выраженное в угловых единицах ($mrad$), в эксперименте и моделировании для метода центра тяжести (CG) и нейронной сети (NN). Статистическая ошибка величин $\sim 1\%$.

CG	$\theta = 90$		$\theta = 50$		NN	$\theta = 90$		$\theta = 50$	
	MC	Exp	MC	Exp		MC	Exp	MC	Exp
ϕ_{top}	0.574	0.709	0.537	0.693	ϕ_{top}	0.578	0.666	0.564	0.637
ϕ_{bot}	0.606	0.761	0.532	0.673	ϕ_{bot}	0.594	0.719	0.552	0.648
z_{top}	0.683	0.780	0.850	0.915	z_{top}	0.643	0.712	0.776	0.820
z_{bot}	0.682	0.817	0.832	0.860	z_{bot}	0.638	0.749	0.763	0.819

На основании представленных данных можно сделать следующие выводы:

- Согласие моделирования и эксперимента составляет $\sim 5 - 20\%$.
- Метод центра тяжести несколько хуже метода нейронных сетей для случаев наклонного падения мюона (отличие $\sim 5\%$).
- Согласие моделирования и эксперимента лучше для метода нейронных сетей.
- Для ϕ слоев разрешение для случая наклонного падения мюона лучше, чем для нормального, поскольку больше энергвыделение, и, соответственно, лучше соотношение сигнал/шум. Для Z -слоев ситуация обратная, поскольку шум на полосках растет с увеличением угла наклона.

7 Заключение

В работе на космических мюонах измерено пространственное разрешение в жидкокриптоновом цилиндрическом калориметре детектора КЕДР.

Для восстановления координаты было использовано два различных метода, метод обобщенного центра тяжести и метод, основанный на нейронных сетях. Оба метода показали примерно одинаковые результаты.

Разрешение составило $\sim 0.67 mrad$ при вертикальном падении мюона на полоску, что соответствует разрешению 0.62 мм для полосок слоя ϕ_2 (ширина полоски 6.9 мм). При падении под углом 40° от вертикали

разрешение составило $\sim 0.82 \text{ mrad}$, что соответствует значению 1.35 мм для полосок слоя z_2 (ширина 20 мм). Результаты находятся в согласии с моделированием.

Благодарности.

В заключение авторы выражают свою особую признательность Шамову А.Г. за большой вклад в запуск всего детектора, Бару С.Е., Савинову Г.А. за помощь в разработке электроники, А.И. Шушаро за помощь в создании и эксплуатации детектора, Морозову Н.А. за помощь в запуске калориметра.

Авторы выражают сердечную благодарность за помощь при ремонте и настройке электроники Шайдурову Б.Н., Брагину А.А., Баеву В.Н., Жаркову А.Н., Текутьеву А.И., Кошелеву В.М., Свердлову В.И., Шамановой Л.И.

Авторы признательны Таюрскому В.А. за полезные обсуждения.

Приложение 1. Расчет сигналов на полосках

В данном приложении изложен метод аналитического расчета токов с электродов координатной камеры и сигналов на выходе измерительного тракта для произвольного распределения ионизации в камере.

Общие замечания.

Заряженная частица, проходя через камеру, ионизирует рабочее вещество вдоль своей траектории. В поле постоянной напряженности (случай плоскопараллельных электродов) электроны и ионы дрейфуют к противоположным электродам с постоянной скоростью создавая тем самым электрический ток. Мы будем рассматривать только электронную составляющую тока, считая, что ионы покоятся. Это справедливо для полей ~ 1 кВ/см, в которых скорость дрейфа электронов на несколько порядков больше скорости дрейфа ионов. Для сплошных электродов (например для башен калориметра) форма импульса тока от точечной ионизации в зазоре имеет хорошо известную “прямоугольную” форму (рис. 11,а).

$$I_{1q}(t) = \begin{cases} q/T_d, & t < t_x = x/v . \\ 0, & t > t_x = x/v . \end{cases} \quad (4)$$

Здесь q - величина образовавшегося заряда, v - скорость дрейфа, $T_d = H/v$ - полное время дрейфа через зазор H , x - расстояние между точкой образования ионизации и анодом.

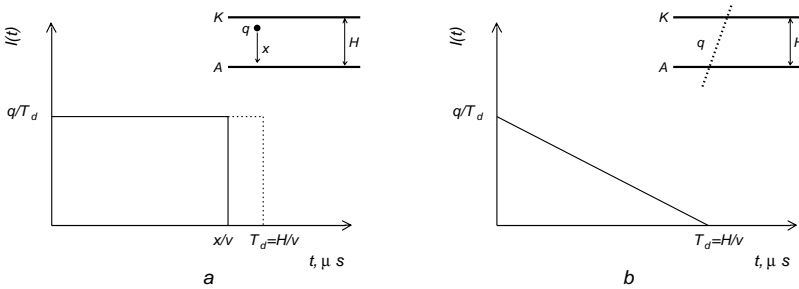


Рис. 11: а) Форма импульса тока для плоскости от точечного заряда. б) Форма импульса тока для плоскости от частицы.

Ток от минимально ионизирующей частицы можно найти, если предположить, что ионизация распределена вдоль ее трека равномерно. В

этом случае, представляя сигнал в виде суммы большого числа сигналов от точечной ионизации, в пределе получаем ток “треугольной” формы (рис. 11,b):

$$I_{mip}(t) = \begin{cases} (q/T_d) \cdot (1 - t/T_d), & t < T_d \\ 0, & t > T_d \end{cases} . \quad (5)$$

Ток на полоске от одиночного заряда.

Вначале найдем заряд, наведенный на полосках одиночным зарядом q в зазоре. Вычисления будем проводить в приближении бесконечно длинных полосок, так как в реальной геометрии длина полоски много больше ее ширины. В этом случае удобно представить заряд q в виде равномерно заряженной нити бесконечной длины, параллельной полоскам. Тогда задача становится двумерной и выражение для потенциала в зазоре может быть достаточно легко получено. Воспользуемся выражением из работы [13]:

$$P(x, y) = -\frac{q}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln \left\{ \frac{\cosh a(x - x_0) - \cos a(z - z_0)}{\cosh a(x - x_0) + \cos a(z + z_0)} \right\}^{1/2}, \quad (6)$$

где $a = \pi/H$, $H = 2h$ - ширина зазора, (x_0, z_0) - положение заряда в зазоре (см. Рис.12).

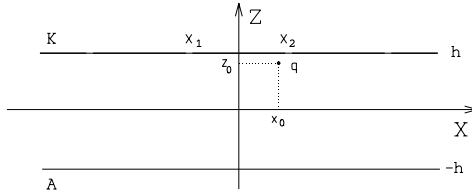


Рис. 12: Точечный заряд в зазоре.

Распределение заряда $\sigma(x)$ на верхней и нижней плоскостях находится дифференцированием (6) по z в точках h и $-h$, соответственно.

$$4\pi\sigma(x) = - \left. \frac{\partial P(x, z)}{\partial z} \right|_{z=-h, h},$$

$$\sigma_{-h} = \frac{q}{4\pi} \cdot \frac{\cos(ay_0)}{\cosh(a(x - x_0)) + \sin(az_0)}, \sigma_h = \frac{q}{4\pi} \cdot \frac{\cos(az_0)}{\cosh(a(x - x_0)) - \sin(az_0)}, \quad (7)$$

Далее вычисления будем проводить только для разбитого на полоски катода ($z = h$), кроме этого поместим заряд по x в начало координат ($x_0 = 0$). Для того, чтобы получить наведенный на полоске заряд, проинтегрируем (7) по x :

$$Q_{1q}(x_1, x_2, z_0) = \int_{x_1}^{x_2} \sigma_h(x) dx = \frac{q}{\pi} \cdot \{f(x_2, z_0) - f(x_1, z_0)\},$$

$$f(x, z) = \operatorname{arctg} \left\{ \frac{e^{ax} - \sin(az)}{\cos(az)} \right\}, \quad (8)$$

где x_1, x_2 - координаты левого и правого краев полоски относительно положения заряда q .

Под действием электрического поля заряд q равномерно дрейфует со скоростью v из своего начального положения z_0 по направлению к аноду, что приводит к изменению наведенного на полоске заряда. Чтобы найти ток на полоске, заменим z_0 на $z_0 - v \cdot t$ и продифференцируем (8) по времени:

$$I_{1q}(t) = \frac{dQ_{1q}(x_1, x_2, z_0 - vt)}{dt}$$

$$= \begin{cases} q \cdot \frac{v}{2h} \cdot \{g(x_2, z_0 - vt) - g(x_1, z_0 - vt)\}, & \text{при } t < t_0 \\ 0, & \text{при } t > t_0 \end{cases},$$

$$g(x, z) = \frac{\sin(az)e^{ax} - 1}{1 + e^{2ax} - 2e^{ax}\sin(az)}, \quad (9)$$

где v - скорость дрейфа, $t_0 = (z_0 + h)/v$ - время дрейфа заряда из точки образования z_0 до анода, при $t > t_0$ ток на полоске становится равным нулю. Ток на полоске для произвольного распределения ионизации в зазоре получается суммированием токов (9) от отдельных зарядов.

Ток на полоске от минимально ионизирующей частицы.

Для минимально ионизирующей частицы с равномерным распределением ионизации ток на полоске может быть получен аналитически. Для этого удобнее проинтегрировать выражение (8) для наведенного заряда по длине трека, а затем продифференцировать его по времени. При этом надо учитывать, что по мере движения электронов ионизации к аноду длина трека уменьшается со временем как $L = H - vt$.

$$Q_{mip}(x_1, x_2, t) = \int_{-h}^{h-vt} Q_{1q}(x_1, x_2, z) dz,$$

$$I_{mip}(x_1, x_2, t) = dQ_{mip}(x_1, x_2, t)/dt. \quad (10)$$

Эффективно это сводится к замене $z = h - vt$ в выражении (8). Окончательно получаем:

$$I_{\text{mip}}(t) = \begin{cases} \frac{q}{\pi} \cdot \frac{1}{T_d} \cdot \{f^*(x_2, t) - f^*(x_1, t)\}, & \text{при } t < T_d \\ 0, & \text{при } t > T_d \end{cases},$$

$$f^*(x, t) = \text{arctg} \left\{ \frac{e^{ax} - \cos(avt)}{\sin(avt)} \right\}, \quad (11)$$

где $T_d = H/v$ - полное время дрейфа электронов ионизации через зазор.

Присутствие электроотрицательных примесей (например, кислорода или окислов азота) в жидком криптоне приводит к экспоненциальному вымиранию электронов ионизации в процессе дрейфа, поэтому окончательно ток с камеры записывается в виде:

$$I(t) = I_0(t) \cdot \exp(-t/\tau_l), \quad (12)$$

где τ_l - время жизни электронов ионизации (т.е. среднее время до захвата электроотрицательными примесями).

Расчет выходных сигналов.

Как правило, электроника калориметра состоит из зарядочувствительного предусилителя (ЗЧУ), фильтра, состоящего из некоторого числа независимых интегрирующих (RC) и дифференцирующих (CR) звеньев, и пикового АЦП (Рис. 13). Найдем форму импульса сигнала на

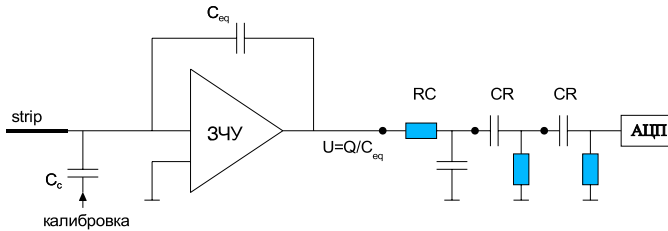


Рис. 13: Эквивалентная схема электроники калориметра.

входе АЦП от импульса тока произвольной формы с помощью метода преобразования Лапласа. При расчете электрических цепей этим методом вводится понятие импульсной характеристики цепи $G_\delta(t)$, которая представляет собой функцию отклика цепи на единичное импульсное воздействие δ . Отклик на входной ток произвольной формы записывается

тогда с помощью теоремы свертки:

$$U(t) = \int_0^t I(u)G_\delta(t-u)du = \begin{cases} \int_0^t I(t-u)G_\delta(u)du, & \text{при } t < T_d \\ \int_{t-T_d}^t I(t-u)G_\delta(u)du, & \text{при } t > T_d \end{cases}. \quad (13)$$

Найдем функцию отклика на δ -сигнал тока для цепи, изображенной на Рис. 13, и состоящей из ЗЧУ и RC-2CR фильтра. С точки зрения формирования сигнала, эквивалентная схема предусилителя представляет собой интегрирующее звено с большой постоянной времени. Входной ток $I(t) = Q_0 \cdot \delta(t)$ дает на выходе ЗЧУ с эквивалентной входной емкостью C_{eq} ступеньку напряжения $U_0(t) = Q_0/C_{eq} \cdot \theta(t)$.

Изображение Лапласа ступеньки напряжения записывается как $U_0(s) = U_0/s$. Импульсная характеристика интегрирующего звена имеет вид $p_0/(s+p_0)$, дифференцирующего - $s/(s+p_0)$, где $1/p_0 = RC$ (постоянная времени фильтра). В предположении независимости интегрирующих и дифференцирующих звеньев, изображение Лапласа импульса напряжения на выходе RC-2CR фильтра можно записать в виде произведения:

$$G_\delta(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{p_0}{s+p_0} \cdot \frac{s}{s+p_0} \cdot \frac{s}{s+p_0}.$$

Делая обратное преобразование Лапласа, получаем функцию отклика на δ -образный ток для RC-2CR фильтра:

$$G_\delta(t) = \mathcal{L}^{-1}(G(s)) = tp_0 e^{-p_0 t} \left(1 - \frac{p_0 t}{2}\right), \quad (14)$$

В работе [14] приведен вид функции отклика цепи, состоящей из произвольного числа интегрирующих и дифференцирующих звеньев, аналитически рассчитаны функции отклика такой цепи на прямоугольный и треугольный импульсы тока (характерные токи от заряда и частицы для башен калориметра). Для полосок токовые сигналы имеют сложную форму (формулы (9,11)), и свертку этих токов с функцией отклика цепи (интеграл вида (13)) можно выполнить только численно.

Иллюстрации

На Рис. 14 изображены формы импульса тока на полосках и на всей плоскости от точечного заряда. Ширина зазора $H = 19.5$ мм, ширина полоски равна 7 мм. На Рис. 15 приведены формы импульса сигналов $U(t)$ после электроники с RC-2CR фильтром (время формирования $\tau_f = 4.2$ мкс) для этих токов.

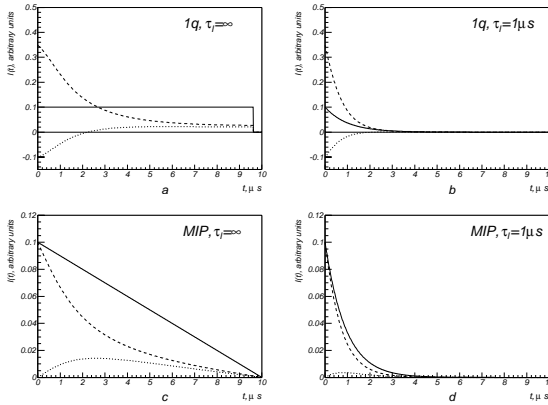


Рис. 14: а,б) Токи на полосках и на всей плоскости от одиночного заряда с $q = 1$ для времен жизни $\tau_l = \infty \mu s$ (а) и $\tau_l = 1 \mu s$ (б). Начальная координата заряда $y_0 = 9.0$ мм (вблизи катода) и $x_0 = 3.0$ мм (вблизи края полоски). с,д) Токи на полосках и на всей плоскости от МІР с $q = 1$ для времен жизни $\tau_l = \infty \mu s$ (с) и $\tau_l = 1 \mu s$ (д). Прицельный параметр МІР $x_0 = 3.0$ мм.
 ——— бесконечная плоскость, — — — центральная полоска, ····· соседняя полоска.

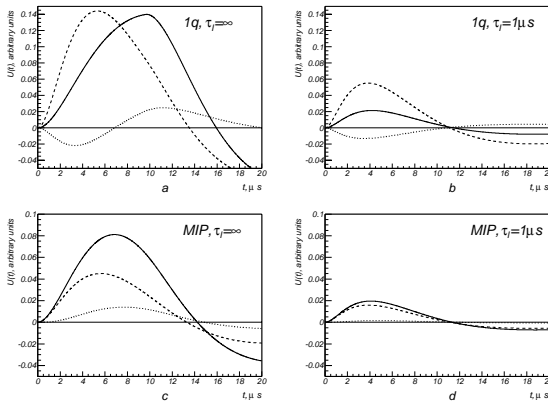


Рис. 15: а,б) Формы импульса сигнала на полосках и на всей плоскости от одиночного заряда с $q = 1$ для времен жизни $\tau_l = \infty \mu s$ (а) и $\tau_l = 1 \mu s$ (б). Начальная координата заряда $z_0 = 9.0$ мм (вблизи катода) и $x_0 = 3.0$ мм (вблизи края полоски). с,д) Формы импульса сигнала на полосках и на всей плоскости от МІР с $q = 1$ для времен жизни $\tau_l = \infty \mu s$ (с) и $\tau_l = 1 \mu s$ (д).
 ——— бесконечная плоскость, — — — центральная полоска, ····· соседняя полоска.

За амплитуду на полоске мы будем в дальнейшем принимать максимум сигнала $U(t)$ на выходе фильтра. На практике удобнее переводить амплитуды на полосках в привычные единицы (МэВ), нормируя их на максимум отклика на треугольный ток A_{Δ} при данном времени жизни.

$$A_{strip} = E_{ingap} \cdot \frac{\max(U(t))}{A_{\Delta}}, \quad (15)$$

где E_{ingap} - энергия в МэВ, оставленная частицей в зазоре. При таком подходе суммарная амплитуда на полосках не будет зависеть от времени жизни, будет меняться лишь относительное распределение амплитуд на полосках. На Рис. 16 приведены расчетные амплитуды на полосках для нескольких МIP с различными прицельными параметрами. Ширина полоски $S = 7$ мм, время формирования фильтра $\tau_f = 4.2$ мкс. Амплитуды на

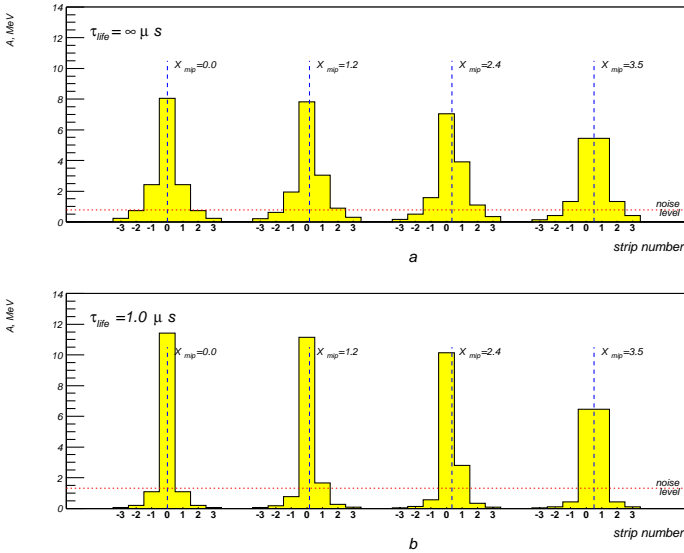


Рис. 16: Амплитуды на полосках от МIP с различными прицельными параметрами. а) $\tau_l = \infty$ мкс б) $\tau_l = 1$ мкс. Горизонтальная линия показывает уровень в 2.5σ суммарного шума электроники и радиоактивности при данном времени жизни.

полосках рассчитываются по формуле (15), при этом считается, что МIP оставляет в двойном зазоре криптона энергию $E_{ingap} = 2H \cdot dE/dX = 4 \text{ см} \cdot 3.5 \text{ МэВ/см} \sim 14 \text{ МэВ}$.

Приложение 2. Расчет эквивалентного шума радиоактивности

Выпускаемый промышленностью криптон содержит небольшую примесь β -радиоактивного изотопа ^{85}Kr с периодом полураспада $T_{1/2} = 10.5$ лет и граничной энергией спектра 0.67 МэВ. В результате события β -распада в зазоре камеры образуется точечная ионизация, сигнал от которой зависит от энергии β -распада и от места образования ионизации. В момент оцифровки полезного сигнала на него накладываются импульсы от радиоактивности, что приводит к флуктуации амплитуды полезного сигнала от измерения к измерению. Таким образом, радиоактивность криптона можно рассматривать как еще один источник шума.

В работе [6] было подробно изучено влияние шума радиоактивности на энергетическое разрешение калориметра и предложен метод аналитического расчета шума радиоактивности для башен. В этом методе используется тот факт, что квадрат импульса от радиоактивности, усредненный по времени и по всем параметрам, от которого он зависит, совпадает с дисперсией шума. Для полосок этот метод полностью применим, с той только разницей, что сигналы на полосках зависят от большего числа параметров, чем для башен.

Таким образом, если $U_r(t, x_r, z_r)$ - отклик на сигнал от β -распада с единичным энерговыделением в (x_r, z_r) точке зазора, энергетический эквивалент шума радиоактивности на полоске составит:

$$\begin{aligned} \sigma_r(\tau_l, \tau_f, T_d) &= \frac{\varepsilon}{A_\Delta} \left\{ f \cdot V \cdot \frac{1}{(x_2 - x_1)} \int_{x_1 \rightarrow -\infty}^{x_2 \rightarrow +\infty} dx_r \frac{1}{2h} \int_{-h}^h dz_r \int_0^\infty U_r^2(t, x_r, z_r) dt \right\}^{1/2} \\ &= \frac{\varepsilon}{A_\Delta} \left\{ f \cdot L \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} dx_r \int_{-h}^h dz_r \int_0^\infty U_r^2(t, x_r, z_r) dt \right\}^{1/2}, \quad (16) \end{aligned}$$

где усреднение идет по точке образования ионизации, времени и энергии, $f \sim 300$ Гц – средняя частота событий β -распада в 1 см^3 криптона (измерения 1990 года), $V = L \cdot 2h \cdot (x_2 - x_1)$ – объем жидкого криптона, по которому идет усреднение, L – длина полоски, $2h$ – ширина зазора, τ_f – постоянная времени фильтра, τ_l – время жизни электронов, T_d – время дрейфа электронов, $\varepsilon = 0.286$ МэВ – среднеквадратичная энергия β -распада, A_Δ – максимум полезного сигнала (отклик на треугольный ток) с единичным энерговыделением, зависящий от τ_l, τ_f, T_d .

Альтернативным способом расчета шумов радиоактивности на полосках является метод Монте-Карло. Для этого необходимо разыгрывать события радиоактивности с известной частотой f равномерно по объему координатной камеры и времени и вычислять значение амплитуды импульса от радиоактивности U_r на полоске в некоторый момент времени, соответствующий максимуму полезного сигнала.

На Рис. 17,а приведены результаты моделирования методом Монте-Карло (точки) и расчета по формуле 16(кривые) эквивалентного шума радиоактивности в зависимости от времени жизни для полоски шириной 7 мм и длиной 2500 мм. Время формирования фильтра $\tau_f = 4.2$ мкс. Результаты моделирования хорошо согласуются с расчетом по формуле (16), что является хорошей проверкой данного выражения. Для сравнения на рисунке также приведены данные для башни. Для корректного сравнения объем криптона для башни выбран равным объему криптона над полоской: $V = H \cdot S_{length} \cdot S_{width} \sim 700\text{см}^3$. На Рис. 17,б показан расчетный шум радиоактивности для нескольких ширин полосок.

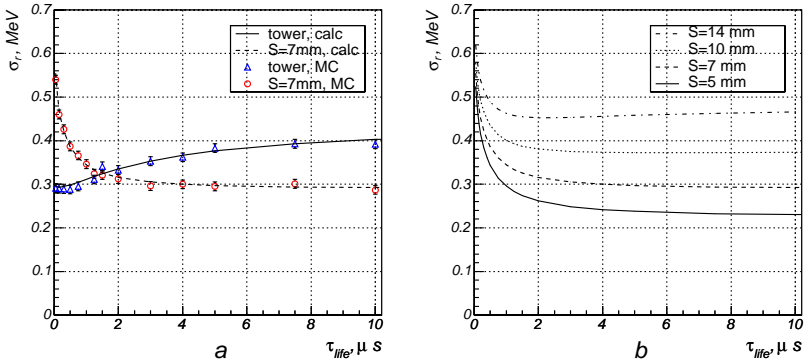


Рис. 17: а) Шум радиоактивности для полоски шириной 7 мм и для башни с эквивалентным объемом ЛКг в зависимости от времени жизни. Точки - моделирование, кривые - расчет.
 б) Шум радиоактивности в зависимости от времени жизни для нескольких ширин полосок.

Основное отличие эквивалентного шума радиоактивности для башен и для полосок состоит в том, что с уменьшением времени жизни шум на полосках *увеличивается*, тогда как для башен, наоборот, падает. (Последнее обстоятельство позволяет сделать вывод [6], что некоторая доля

электроотрицательных примесей, ухудшающих время жизни, улучшает энергетическое разрешение калориметра). Это происходит из-за того, что для башен отклик на прямоугольный ток от радиоактивности (пропорциональный $\int I_{\square}(t) \cdot \exp(-t/\tau_{life})dt$) быстрее падает с уменьшением времени жизни, чем отклик на треугольный сигнал от частицы (пропорциональный $\int I_{\Delta}(t) \cdot \exp(-t/\tau_{life})dt$). Для полосок же токовые сигналы от событий радиоактивности по форме близки к δ -импульсу и слабо зависят от времени жизни по сравнению с полезным сигналом от частицы. Особенно это заметно для событий радиоактивности, произошедших вблизи краев полоски, и, по мере увеличения ширины полоски, зависимость шума радиоактивности от времени жизни начинает все больше походить на зависимость для башен.

На Рис. 4,b (см. п. 4) приведены измеренные в эксперименте и расчетные значения эквивалентного шума радиоактивности в Z-полосках LKr калориметра. Расчет выполнялся по формуле (16), при этом считалось, что частота событий β -распада в криптоне за 14 лет уменьшилась с $f \sim 300$ Гц (измерения 1990 года) в $2^{(2004-1990)/T_{1/2}} \sim 2.5$ раза и составляет $f \sim 120$ Гц.

Оптимальное время формирования фильтра.

В заключение приведем расчетные значения шумов электроники и радиоактивности в зависимости от времени жизни и времени формирования фильтра (Рис. 18(a-d)). Рассматривается полоска с шириной 7 мм и длиной 2500 мм, емкость полоски принята равной 250 пФ. Шум радиоактивности рассчитывается в соответствии с вышеизложенным. Энергетический эквивалент шума электроники рассчитывается по формуле

$$\sigma(\text{МэВ}) = Q_N \cdot w \cdot \frac{A_{\delta}}{A_{\Delta}}, \quad (17)$$

где $w = 18.5$ эВ – средняя энергия образования электрон-ионной пары в LKr, A_{δ} , A_{Δ} – максимумы функции отклика электроники соответственно на δ -образный импульс тока и на реальный ток от частицы, Q_N эквивалентный шумовой заряд, зависящий от типа ЗЧУ, времени формирования фильтра и емкости ячейки детектора, подсоединенной ко входу усилителя [5, 6].

С увеличением времени формирования фильтра растет доля собранного заряда, поэтому, как амплитуда полезного сигнала, так и шум радиоактивности, также растут. Увеличение амплитуды полезного сигнала, в свою очередь, означает уменьшение энергетического эквивалента

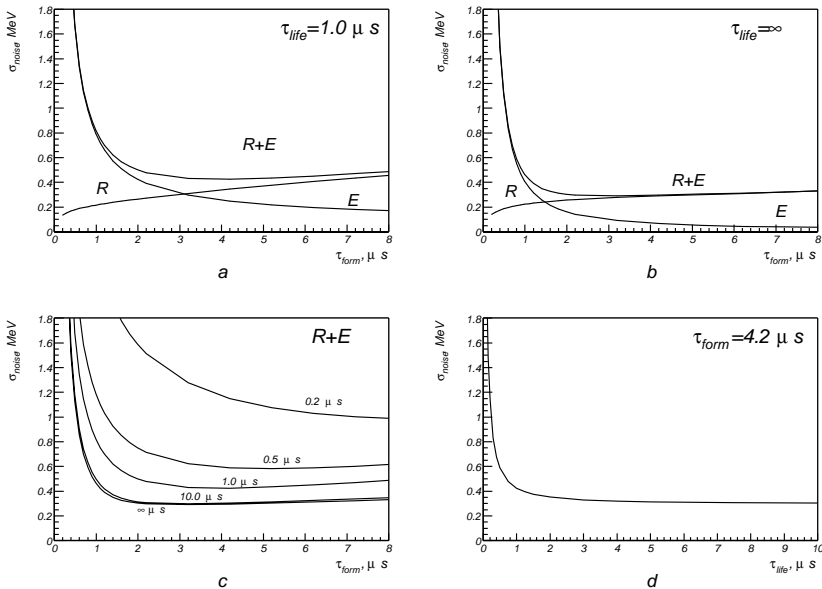


Рис. 18: a,b) Зависимость шума электроники (N), радиоактивности (R) и их квадратичной суммы ($R+N$) от времени формирования фильтра для времен жизни $\tau_{life} = 1.0$ мкс(a) и $\tau_{life} = \infty$ (b).
 c) Зависимость суммарного шума ($R+N$) от времени формирования фильтра для нескольких времен жизни.
 d) Зависимость суммарного шума ($R+N$) от времени жизни τ_{life} при фиксированном времени формирования фильтра $\tau_{form} = 4.2$ мкс.

шума электроники, что означает наличие некоторого оптимального времени формирования фильтра, для которого суммарный вклад обоих шумов минимален. Положение этого минимума будет, в частности, зависеть от времени жизни. Из Рис. 18 можно сделать вывод, что оптимальным с точки зрения уровня шума является время формирования в районе 4 мкс, при этом приемлемым является интервал значений времени жизни $\tau_{life} = 2$ мкс – ∞ .

Приложение 3. Обсуждение метода, использованного в п. 5.3

Обозначения (см. рисунок на странице 16):

z_i - Z-координата слоя i ,

x_i - измеренная в слое i X-координата,

w_i - вес измерения,

y_i - координата точки пересечения слоя i прямой подгонки.

Уравнение для прямой подгонки: $y = y_0 + kz$.

Необходимо найти такие k и y_0 , чтобы выполнялось

$$P = \sum_{i=1}^N w_i (y_0 + kz_i - x_i)^2 = \min . \quad (18)$$

Минимизируя, получаем

$$\frac{\partial}{\partial y_0} = 2 \sum w_i (y_0 + kz_i - x_i) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial k} = 2 \sum w_i z_i (y_0 + kz_i - x_i) = 0,$$

$$1 \cdot y_0 + k\bar{z} = \bar{x}, \quad \bar{z}y_0 + k\bar{z}^2 = \bar{z}\bar{x},$$

$$k = \frac{\bar{z}\bar{x} - \bar{z}\bar{x}}{\bar{z}^2 - \bar{z}^2}, \quad (19)$$

$$y_0 = \bar{x} - k\bar{z}. \quad (20)$$

Здесь и далее черта сверху означает усреднение по слоям с весами w_i , например,

$$\bar{z} = \frac{\sum w_i z_i}{\sum w_i} = \frac{\sum w_i z_i}{W}, \quad W = \sum_{i=1}^N w_i .$$

В дальнейшем для упрощения записи формул будем считать веса отнормированными так, что суммарный вес $W = 1$.

Пусть невозмущенная траектория частицы представляет собой прямую линию (магнитное поле в среде отсутствует). Предположим теперь, что координата x_i в слое измеряется с некоторой точностью и в данном событии отклонение измеренной в слое i координаты от невозмущенной траектории составляет ε_i . Тогда

$$x_i = s_0 + kz_i + \varepsilon_i, \quad (21)$$

где параметры s_0 (общий сдвиг) и k_0 (наклон прямой) определяют положение невозмущенной траектории частицы в событии. Ниже будет показано, что в формулах для определения разрешения эти параметры выпадают и небольшой их разброс от события к событию не играет роли. Отклонение ε_i можно выразить в виде суммы

$$\varepsilon_i = \varepsilon_i MS + \varepsilon_i meas , \quad (22)$$

где первое слагаемое представляет вклад многократного рассеяния в веществе, а второе - координатное разрешение используемого детектора.

Минимизируя функционал Р из (18) для данного события, с помощью формул (19,20) получим параметры подгоночной прямой и отклонения измеренных координат от этой прямой:

$$\begin{aligned} y_i - x_i = y_0 + kz_i - x_i = \bar{x} - k\bar{z} + kz_i - x_i = k(z_i - \bar{z}) - (x_i - \bar{x}), \\ \bar{x} = s_0 + k_0\bar{z} + \bar{\varepsilon}, \\ \bar{z}\bar{x} = s_0\bar{z} + k_0\bar{z}^2 + \bar{\varepsilon}\bar{z}, \\ k = k_0 + \frac{\bar{\varepsilon}\bar{z} - \bar{\varepsilon}\bar{z}}{\bar{z}^2 - \bar{z}^2}, \end{aligned}$$

и, окончательно,

$$y_i - x_i = \frac{\bar{\varepsilon}\bar{z} - \bar{\varepsilon}\bar{z}}{\bar{z}^2 - \bar{z}^2} (z_i - \bar{z}) - (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon}). \quad (23)$$

Далее, введем в рассмотрение корреляционную матрицу отклонений измеренных в слоях i, j координат *от подгоночной прямой*:

$$M_{ij} = \langle (y_i - x_i)(y_j - x_j) \rangle ,$$

где усреднение $\langle \dots \rangle$ выполняется по всем событиям. Значения M_{ij} определяются взаимным расположением слоев z_i , весами w_i (которые, как и их комбинации \bar{z}, \bar{z}^2 , не меняются от события к событию), а также корреляционной матрицей отклонений измеренных координат *от невозмущенной траектории* $\langle \varepsilon_k \varepsilon_m \rangle$:

$$M_{ij} = \langle (y_i - x_i)(y_j - x_j) \rangle = \sum_{k,m=1}^N c_{ki} \langle \varepsilon_k \varepsilon_m \rangle c_{mj}, \quad (24)$$

где коэффициенты c_{ki} (которые удобно рассматривать в качестве элементов соответствующей матрицы) имеют вид

$$c_{ki} = \delta_{ki} - w_k \left(\frac{(z_k - \bar{z})(z_i - \bar{z})}{\bar{z}^2 - \bar{z}^2} + 1 \right). \quad (25)$$

Это выражение можно преобразовать к виду, содержащему только нормированные веса слоев и расстояния между слоями:

$$c_{ki} = \frac{-\sum_{p=1}^N w_k w_p (z_k - z_p)(z_i - z_p)}{\overline{z^2} - \overline{z}^2}, \quad (k \neq i). \quad (26)$$

$$c_{ki} = \frac{\sum_{p,q=1}^N w_p w_q (z_p - z_q)^2}{\overline{z^2} - \overline{z}^2}, \quad (k = i, \quad p, q \neq i, \quad p > q). \quad (27)$$

$$\overline{z^2} - \overline{z}^2 = \sum_{p,q=1}^N w_p w_q (z_p - z_q)^2, \quad (p > q). \quad (28)$$

Перечислим некоторые свойства коэффициентов c_{ki} . Во-первых, (см. (25)) для любого i выполняется условие $\sum_{k=1}^N c_{ki} = 0$ (следовательно, определитель матрицы, составленной из коэффициентов c_{ki} , равен нулю). Во-вторых, для диагональных элементов c_{ii} выполняются соотношения $0 < c_{ii} < 1$ и $\sum_{i=1}^N c_{ii} = N - 2$. Для недиагональных элементов подобных ограничений нет, в частности, некоторые из них могут быть по модулю $\gg 1$. Также, в общем случае $c_{ki} \neq c_{ik}$, однако, при равных весах в слоях $w_i = w_k$ имеет место равенство. Наконец, при равных весах во всех слоях $w_i = 1/N$, $\sum_{k,i=1}^N c_{ki}^2 = N - 2$.

Вернемся к соотношению (24). Учитывая (22),

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon_k \varepsilon_m \rangle &= \langle \varepsilon_k MS \varepsilon_m MS \rangle + \langle \varepsilon_k MS \varepsilon_m meas \rangle \\ &+ \langle \varepsilon_k meas \varepsilon_m MS \rangle + \langle \varepsilon_k meas \varepsilon_m meas \rangle, \end{aligned}$$

и, если считать ошибку измерения координаты нескоррелированной с отклонением, обусловленным многократным рассеянием, два перекрестных слагаемых выпадут, и M_{ij} будет содержать два независимых вклада - многократное рассеяние и разрешение детектора:

$$M_{ij} = M_{ij MS} + M_{ij meas}. \quad (29)$$

Вычисление элементов матрицы $\langle \varepsilon_k MS \varepsilon_m MS \rangle$ и соответствующего вклада $M_{ij MS}$ будет сделано ниже в специальном разделе.

$\langle \varepsilon_k meas \varepsilon_m meas \rangle = \sigma_k \sigma_m \rho_{km}$, где σ_k, σ_m - разрешение в слоях k, m , соответственно, а ρ_{km} - коэффициент корреляции. Если отклонения в разных слоях независимы, (что является хорошим приближением к реальности в нашей задаче измерения координат мюона в стриповой структуре калориметра), $\rho_{km} = \delta_{km} = 1$, если $k = m$ и равно 0, если $k \neq m$.

Тогда среднее от произведения отклонений измеренных в слоях i, j координат от подгоночной прямой выражается в виде линейной комбинации дисперсий в слоях:

$$M_{ij \text{ meas}} = \langle (y_i - x_i)(y_j - x_j) \rangle = \sum_{k=1}^N c_{ki} c_{kj} \cdot D_k, \quad (30)$$

где $D_k = \sigma_k^2$ - дисперсия в слое k , а коэффициенты c_{ki} были введены в (25-27). В частности, среднеквадратичное отклонение измеренной в слое i координаты от подгоночной прямой равно

$$M_{ii \text{ meas}} = \langle (y_i - x_i)^2 \rangle = \sum_{k=1}^N c_{ki}^2 \cdot D_k. \quad (31)$$

Рассмотрим несколько примеров для одинакового расстояния между слоями. Для полноты в формулы добавлено дополнительное слагаемое (см. (29)), учитывающее вклад многократного рассеяния (методику расчета см. ниже). D_{MS} - среднеквадратичный уход координаты в следующем слое вследствие многократного рассеяния при прохождении частицей одного зазора между слоями.

Случай одинакового разрешения в слоях и равных весов:

$$w_i = 1/N, \quad D_i = D = \sigma^2.$$

С помощью формул (25,30) получаем:

для трех слоев:

$$w_1 = w_2 = w_3 = 1/3.$$

$$z_1 = +d, \quad z_2 = 0, \quad z_3 = -d, \quad \bar{z} = 0, \quad \overline{z^2} = \frac{2}{3}d^2.$$

$$M_{11} = M_{33} = \frac{1}{6}D + \frac{1}{18}D_{MS}, \quad M_{22} = 4M_{11} = \frac{2}{3}D + \frac{2}{9}D_{MS}.$$

для четырех слоев:

$$w_1 = w_2 = w_3 = w_4 = 1/4.$$

$$z_1 = +\frac{3}{2}d, \quad z_2 = +\frac{1}{2}d, \quad z_3 = -\frac{1}{2}d, \quad z_4 = -\frac{3}{2}d, \quad \bar{z} = 0, \quad \overline{z^2} = \frac{5}{4}d^2.$$

$$M_{11} = M_{44} = \frac{3}{10}D + \frac{8}{25}D_{MS}, \quad M_{22} = M_{33} = \frac{7}{10}D + \frac{19}{50}D_{MS}.$$

Случай неодинакового разрешения в слоях и равных весов:

для трех слоев:

$$\begin{aligned} M_{11} &= M_{33} = \frac{D_1 + 4D_2 + D_3 + 2D_{MS}}{36}, \\ M_{22} &= 4M_{11} = \frac{D_1 + 4D_2 + D_3 + 2D_{MS}}{9}. \end{aligned} \quad (32)$$

для четырех слоев:

$$\begin{aligned} M_{11} &= \frac{9D_1 + 16D_2 + D_3 + 4D_4 + 32D_{MS}}{100}, \\ M_{22} &= \frac{16D_1 + 49D_2 + 4D_3 + D_4 + 38D_{MS}}{100}, \\ M_{33} &= \frac{D_1 + 4D_2 + 49D_3 + 16D_4 + 38D_{MS}}{100}, \\ M_{44} &= \frac{4D_1 + D_2 + 16D_3 + 9D_4 + 32D_{MS}}{100}. \end{aligned} \quad (33)$$

для пяти слоев:

$$\begin{aligned} M_{11} &= \frac{4D_1 + 4D_2 + D_3 + D_5 + 24D_{MS}}{25}, \\ M_{22} &= \frac{16D_1 + 49D_2 + 4D_3 + D_4 + 38D_{MS}}{100}, \\ M_{33} &= \frac{D_1 + D_2 + 16D_3 + D_4 + D_5 + 28D_{MS}}{25}, \\ M_{44} &= \frac{D_2 + 4D_3 + 49D_4 + 16D_5 + 38D_{MS}}{100}, \\ M_{55} &= \frac{D_1 + D_3 + 4D_4 + 4D_5 + 24D_{MS}}{25}. \end{aligned} \quad (34)$$

Видно, что только из доступных определению величин M_{ii} (пренебрегая или считая известным вклад многократного рассеяния) однозначно извлечь разрешения в слоях D_k не получается, если координатная система содержит меньше пяти слоев. Система уравнений оказывается линейно зависимой, ее определитель равен нулю. Например, для системы (33) выполняется соотношение

$$M_{33} - M_{22} = 3(M_{44} - M_{11}).$$

Если же слоев больше 4, систему уравнений удастся разрешить: определитель матрицы, составленной из коэффициентов c_{ki}^2 системы (34) равен $0.0014848 = 2^2 \cdot 29/5^7$.

Можно использовать неодинаковые веса в различных слоях. При этом, если вес слоя равен нулю, это означает только то, что измеренная в этом слое координата не учитывается при проведении подгоночной прямой, но среднеквадратичные отклонения от этой прямой (проведенной на основе измерений в слоях с ненулевым весом, которых должно быть не меньше двух) будут *во всех слоях* по-прежнему описываться формулой (30). Так, можно приписать ненулевой вес измерениям в наружных слоях, а вес внутренних положить равным нулю – это эквивалентно рассмотрению отклонений от прямой, проведенной через крайние точки. Тогда при одинаковом расстоянии между слоями получим

для трех слоев:

$$\begin{aligned} M_{11} &= M_{33} = 0, \\ M_{22} &= \frac{D_1 + 4D_2 + D_3 + 2D_{MS}}{4}. \end{aligned}$$

для четырех слоев:

$$\begin{aligned} M_{11} &= M_{44} = 0, \\ M_{22} &= \frac{4D_1 + 9D_2}{9} + \frac{D_4 + 12D_{MS}}{9}, \\ M_{33} &= \frac{D_1 + 9D_3 + 4D_4 + 12D_{MS}}{9}. \end{aligned}$$

Видно, что для трех слоев получается (с точностью до множителя) та же комбинация разрешений в слоях, что и для случая равных весов во всех слоях (см. систему (32)). Оказывается (см. (24,26,27,30)), что при произвольном расстоянии между тремя слоями среднеквадратичные отклонения M_{11}, M_{22}, M_{33} (также как и недиагональные элементы M_{12}, M_{13}, M_{23}) пропорциональны

$$z_{32}^2 D_1 + z_{31}^2 D_2 + z_{21}^2 D_3 + z_{21}^2 z_{32}^2 |z_{31}| \frac{K^2}{3 \cos^5 \theta}$$

при любых весах в слоях. Здесь введено обозначение $z_{km} = z_k - z_m$, а K (см. 38) - угол многократного рассеяния при прохождении единицы длины. При четырех слоях произвольный выбор весов (и номеров слоев, для которых записываются уравнения вида (30)) уже приводит к изменению в этих уравнениях относительных коэффициентов при дисперсиях.

Однако это не дает новой информации о разрешениях в слоях, поскольку система уравнений остается линейно зависимой.

Таким образом, если система содержит всего три или четыре координатных слоя, для того, чтобы извлечь разрешения D_k из системы уравнений вида (30), нужно привлекать дополнительную информацию, например, если известно разрешение в одном из слоев или соотношение между разрешениями в разных слоях (например, форма зависимости разрешения от z -координаты слоя).

Вклад многократного рассеяния.

Рассмотрим, как вычисляется вклад многократного рассеяния, приведенный в формулах (32-34).

На расстоянии t вдоль первоначальной траектории отклонение частицы вследствие многократного рассеяния описывается двумя случайными переменными s и θ_s , где s - отклонение вдоль прямой, перпендикулярной первоначальной траектории, и θ_s - проекция на плоскость (ts) угла между начальной и конечной траекторией (смотрите Рис. 19). Вне зависимо-

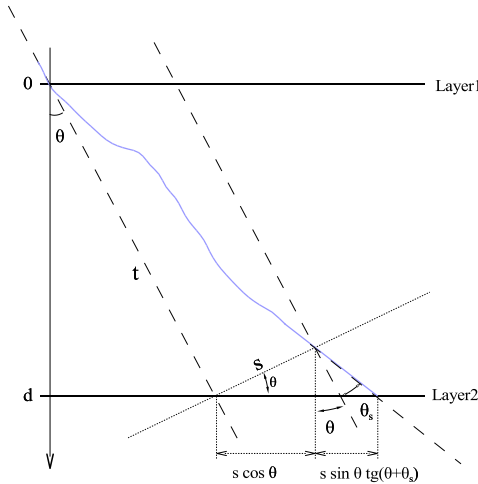


Рис. 19: Обозначения, использованные для характеристики многократного рассеяния.

сти от конкретной модели рассеяния должны выполняться следующие соотношения (см. [15] стр.383-384, [16]):

$$\begin{aligned} \langle \theta_s^2 \rangle &= K^2 t, \\ \langle s \theta_s \rangle &= \frac{1}{2} K^2 t^2, \\ \langle s^2 \rangle &= \frac{1}{3} K^2 t^3. \end{aligned} \quad (35)$$

где K - среднеквадратичный спроектированный на плоскость (ts) угол многократного рассеяния при прохождении единицы длины. Обычно достаточно гауссовского приближения для s, θ_s , при этом полагают [16]:

$$s = K t^{3/2} \left(\frac{u}{2} + \frac{v}{\sqrt{12}} \right), \quad (36)$$

$$\theta_s = K t^{1/2} u, \quad (37)$$

$$K = \frac{13.6 \text{ MeV}}{\beta c p} q \sqrt{1/X_0}, \quad (38)$$

где u, v - две независимые случайные переменные, распределенные по Гауссу с нулевым средним и единичной дисперсией, cp, β, q - импульс (в MeV), скорость (в единицах скорости света c) и заряд (в единицах заряда электрона) рассматриваемой частицы, а X_0 - радиационная длина вещества, в котором происходит многократное рассеяние. Видно, что это приближение удовлетворяет системе равенств (35), в частности, коэффициент корреляции между s и θ_s равен $\sqrt{3}/2$.

Вернемся к Рис. 19. Пусть r - отклонение реальной точки пересечения частицей слоя 2 от экстраполированной по слою 1. Направление s выбирается перпендикулярно направлению полосок в слое (многократное рассеяние изотропно относительно направления первоначальной траектории). Если края полосок параллельны прямой пересечения слоя и плоскости рисунка, то $r = s$. Если же полоски ориентированы перпендикулярно плоскости рисунка (именно этот случай будет рассмотрен далее), в приближении малых θ_s

$$r = s \cos \theta + s \sin \theta \operatorname{tg}(\theta + \theta_s) \simeq \frac{s}{\cos \theta} (1 + \operatorname{tg} \theta \operatorname{tg} \theta_s). \quad (39)$$

Задача состоит в том, чтобы исходя из соотношений (36-37,39) найти отклонение траектории от первоначальной в каждом координатном слое, далее (усредняя по событиям) вычислить корреляционную матрицу этих

отклонений $\langle \varepsilon_k MS \varepsilon_m MS \rangle$ и наконец, пользуясь (24), получить вклад многократного рассеяния $M_{ii MS}$ в M_{ii} - среднеквадратичное отклонение измеренной в слое i координаты от прямой подгонки.

Рассмотрим для примера случай четырех слоев, находящихся на одинаковом расстоянии d . При прохождении одного слоя $t = d/\cos\theta$ и среднеквадратичный угол рассеяния

$$\theta_d = K t^{1/2} = \frac{13.6 MeV}{\beta_{cp}} q \sqrt{\frac{d}{\cos\theta X_0}}. \quad (40)$$

Далее будем удерживать члены только первого порядка малости по углу рассеяния. Угол пересечения частицей слоя запишется

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \theta, \\ \theta_2 &= \theta + u_1 \theta_d, \\ \theta_3 &= \theta + (u_1 + u_2) \theta_d, \\ \theta_4 &= \theta + (u_1 + u_2 + u_3) \theta_d, \end{aligned}$$

где u_1, u_2, u_3 случайные величины, задающие величину многократного рассеяния между соответствующими слоями.

Отклонения от первоначальной траектории в слоях ($\varepsilon_1 MS = 0$ по определению):

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 MS &= K t^{3/2} \left(\frac{v_1}{\sqrt{12}} + \frac{u_1}{2} \right) \frac{1 + tg\theta \, tg(u_1 \theta_d)}{\cos\theta} \simeq \\ &\simeq \frac{d \theta_d}{\cos^2\theta} \left(\frac{v_1}{\sqrt{12}} + \frac{u_1}{2} \right). \\ \varepsilon_3 MS &= \varepsilon_2 MS + d (tg\theta_2 - tg\theta) + \frac{d \theta_d}{\cos^2\theta_2} \left(\frac{v_2}{\sqrt{12}} + \frac{u_2}{2} \right) \simeq \\ &\simeq \frac{d \theta_d}{\cos^2\theta} \left(\frac{v_1 + v_2}{\sqrt{12}} + \frac{3u_1 + u_2}{2} \right), \\ \varepsilon_4 MS &\simeq \frac{d \theta_d}{\cos^2\theta} \left(\frac{v_1 + v_2 + v_3}{\sqrt{12}} + \frac{5u_1 + 3u_2 + u_3}{2} \right). \end{aligned}$$

Корреляционную матрицу этих отклонений $\langle \varepsilon_k MS \varepsilon_m MS \rangle$ получаем с помощью соотношений ($\langle \dots \rangle$ означает усреднение по событиям):

$$\langle u_k u_m \rangle = \delta_{km}, \quad \langle v_k v_m \rangle = \delta_{km}, \quad \langle u_k v_m \rangle = \langle v_k u_m \rangle = 0.$$

Имеем

$$\langle \varepsilon_k MS \varepsilon_m MS \rangle = \langle \varepsilon_m MS \varepsilon_k MS \rangle = \frac{d^2 \theta_d^2}{\cos^4\theta} A_{km} = \frac{K^2 d^3}{\cos^5\theta} A_{km}, \quad (41)$$

где

$$\forall i \ A_{i1} = 0, \ A_{22} = \frac{1}{3}, \ A_{23} = \frac{5}{6}, \ A_{24} = \frac{4}{3}, \ A_{33} = \frac{8}{3}, \ A_{34} = \frac{14}{3}, \ A_{44} = 9. \quad (42)$$

Можно показать (по-прежнему пренебрегая членами второго порядка и выше по углу рассеяния и изменением величины импульса частицы), что при произвольном числе слоев и расстоянии между ними (см. также [15], стр. 384, формула 19, где, по-видимому, по ошибке пропущен множитель 3 в знаменателе),

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon_k \ MS \ \varepsilon_m \ MS \rangle &= \langle \varepsilon_m \ MS \ \varepsilon_k \ MS \rangle \\ &= \frac{K^2}{6 \cos^5 \theta} (z_k - z_1)^2 |3(z_m - z_1) - (z_k - z_1)|, \quad (m \geq k). \end{aligned} \quad (43)$$

Подставляя $\langle \varepsilon_k \ MS \ \varepsilon_m \ MS \rangle$ в (24), получаем искомый вклад многократного рассеяния $M_{ii \ MS}$ в M_{ii} - среднеквадратичное отклонение измеренной в слое i координаты от прямой подгонки.

Для случая одинакового расстояния между слоями d и равных весов имеем:

$$M_{ii \ MS} = D_{MS} B_{ii}, \quad (44)$$

$$D_{MS} = \frac{d^2 \theta_d^2}{3 \cos^4 \theta}, \quad (45)$$

где $D_{MS} = \langle \varepsilon_2^2 \ MS \rangle$ (см. (41-42)) и θ_d (см. (40)) - среднеквадратичный уход вследствие многократного рассеяния координаты в следующем слое и спроектированного на плоскость (ts) угла при прохождении частицей одного зазора между слоями, а B_{ii} - следующие безразмерные коэффициенты:

для трех слоев:

$$\begin{aligned} B_{11} = B_{33} &= \frac{1}{18}, \\ B_{22} &= \frac{2}{9}. \end{aligned} \quad (46)$$

для четырех слоев:

$$\begin{aligned} B_{11} = B_{44} &= \frac{8}{25}, \\ B_{22} = B_{33} &= \frac{19}{50}. \end{aligned} \quad (47)$$

для пяти слоев:

$$\begin{aligned} B_{11} = B_{55} &= \frac{24}{25}, \\ B_{22} = B_{44} &= \frac{19}{50}, \\ B_{33} &= \frac{28}{25}. \end{aligned} \tag{48}$$

Видим, что коэффициенты B_{ii} получаются симметричными относительно замены $i \rightarrow N + 1 - i$, где N - число слоев (эквивалентной рассмотрению движения частицы в обратном направлении), хотя корреляционная матрица отклонений в слоях $\langle \varepsilon_{k MS} \varepsilon_{m MS} \rangle$ была несимметричной относительно этой замены (см.(41-43)).

Наконец, приведем численное значение D_{MS} - среднеквадратичного ухода координаты в следующем слое вследствие многократного рассеяния при прохождении частицей одного 80 мм зазора между слоями в жидкокриптоновом калориметре, полученное по результатам моделирования прохождения через детектор КЕДР космических мюонов: $D_{MS} = (0.4 \text{ mm})^2$, что соответствует импульсу мюона $\sim 2000 \text{ MeV}/c$ (см.(40,45)).

Список литературы

- [1] V.M. Aulchenko et al., Liquid krypton calorimeter for KEDR detector, Nucl. Instr. and Meth. A316 (1992) 8-13.
- [2] V.V. Anashin et al., Status of the KEDR detector, Nucl. Instr. and Meth. A 478 (2002) 420-425.
- [3] V.M. Aulchenko et al., Investigation of an electromagnetic calorimeter based on liquid krypton, Nucl. Instr. and Meth. A289 (1990) 468-474.
- [4] V.M. Aulchenko et al., The test of the LKr calorimeter prototype at the tagged photon beam, Nucl. Instr. and Meth. A394 (1997) 35-45.
- [5] В.М. Аульченко, С.Г. Кузнецов, Ю.В. Усов, Электроника калориметра на жидком криптоне детектора КЕДР. Препринт ИЯФ 98-13.
- [6] V.S Panin, S.V. Peleganchuk, Radioactivity and electronic noise in liquid krypton calorimeter. Preprint Budker INP 95-26.
- [7] KedrSim. Пакет моделирование детектора КЕДР, версия 0.1.4.
- [8] Е.М. Балдин. Генератор космических мюонов. KedrSim 0.1.4.
- [9] Rosenblatt, F., 1958. The perceptron: A probabilistic model for information storage and organization in the brain. Psychological Review 65, 386-408.
- [10] J. Schwinding, S-shape correction using a neural network, ATLAS note ATL-LARG-98-104.
- [11] G. Daskalakis, C. Markou, Monte Carlo studies on position resolution for the CMS ECAL calorimeter, CMS Note 1998/053.
- [12] Jerome Schwinding, Bruno Mansoulie, MLPfit: a tool for designing and using Multi-Layer Perceptrons. Version 1.40. <http://schwind.home.cern.ch/schwind/MLPfit.html>.
- [13] J.S. Gordon et al., Nucl. Instr. and Meth. 227 (1984) 267.
- [14] Пелеганчук С.В., Энергетическое разрешение электромагнитного калориметра на жидком криптоне. Кандидатская диссертация.
- [15] R.L. Gluckstern, Nucl. Instr. and Meth. 24 (1963) 381-389.
- [16] Review of Particle Physics, Phys. Rev. D, v. 66 (2002), 198-199.

В.М. Аульченко, Е.М. Балдин, А.К. Барладян, Г.М. Колачев,
К.Ю. Котов, В.М. Мальшев, П. Манфреди, А.Л. Масленников,
А.П. Онучин, Ф. Паломбо, В.С. Панин, С.В. Пелеганчук,
С.Г. Пивоваров, Г.Э. Поселов, Р.Г. Снопков, Ю.А. Тихонов,
Ю.В. Усов, П. Фрабетти

**Пространственное разрешение калориметра
на жидком криптоне детектора КЕДР**

ИЯФ 2004-29

Ответственный за выпуск А.М. Кудрявцев
Работа поступила 12.05.2004 г.

Сдано в набор 15.05.2004 г.

Подписано в печать 16.05.2004 г.

Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 2.9 печ.л., 2.3 уч.-изд.л.

Тираж 135 экз. Бесплатно. Заказ № 29

Обработано на IBM PC и отпечатано на
ротапринте ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.