

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ ИМ. Г.И. БУДКЕРА
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

ГЕТМАНОВ ЯРОСЛАВ ВЛАДИМИРОВИЧ

**ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В МНОГОПРОХОДНОМ
УСКОРИТЕЛЕ-РЕКУПЕРАТОРЕ ДЛЯ СВЕРХЪЯРКОГО
ИСТОЧНИКА СИ ЧЕТВЕРТОГО ПОКОЛЕНИЯ**

01.04.20 – физика пучков заряженных частиц и ускорительная техника

Диссертация на соискание учёной степени
Кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
член-корреспондент РАН
доктор физико-математических наук
Винокуров Николай Александрович

НОВОСИБИСК - 2016

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
ГЛАВА 1. ТРЕБОВАНИЯ К УСКОРИТЕЛЮ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ДЛЯ СОЗДАНИЯ СВЕРХЪЯРКОГО ИСТОЧНИКА СИ	11
1.1 Развитие источников СИ.....	11
1.2 Основные требования к новому источнику СИ.....	14
1.3 Методы достижения параметров	15
1.3.1 Источники СИ третьего поколения	15
1.3.2 Предельные накопители (ultimate storage ring)	16
1.3.3 Рентгеновские лазеры на свободных электронах.....	17
1.3.4 Ускорители-рекуператоры	17
1.3.5 Параметры УР для источника СИ четвертого поколения	19
1.4 Источники излучения для рентгеновской литографии.....	21
1.4.1 Источники излучения для промышленной литографии.....	21
1.4.2 Проекты источников излучения на базе ускорителя заряженных частиц для промышленной литографии	24
1.5 УР с высоким средним электронным током	26
ГЛАВА 2. МНОГООБОРОТНЫЙ УСКОРИТЕЛЬ-РЕКУПЕРАТОР	28
2.1 Проект многооборотного УР с разделённой ускоряющей структурой.....	28
2.1.1 Схема	28
2.1.2 ВЧ-резонаторы.....	32
2.1.3 Излучение.....	33
2.1.4 Магнитная структура	34
2.1.5 Продольное движение.....	35
2.2 Взаимодействие электронного пучка и резонаторов	38
2.2.1 Дипольные моды	38
2.2.2 Потери в резонаторе и шунтовой импеданс	39
2.2.3 Пороговый ток неустойчивости однооборотного УР.....	40

2.2.4	Разделение мод в резонаторе	41
2.2.5	Многооборотное однорезонаторное приближение. Пороговый ток.....	43
2.3	Подавление неустойчивостей дипольных мод	44
2.3.1	Поглотители высших мод.....	44
2.3.2	Подавление мод зеркальными элементами	45
2.3.3	Подавление неустойчивости с помощью хроматичности.....	47
2.4	Оптимизация порогового тока пучка	50
2.4.1	Основные линейные ускорители и генерация мод	50
2.4.2	Алгоритм оптимизации	51
2.4.3	Зеркально-симметричная оптика и набег бетатронных фаз	52
2.4.4	Транспортные матрицы некоторых элементов	53
2.4.5	Алгоритм оптимизации	55
2.4.6	Результаты моделирования – MARC.....	56
2.4.7	Результаты моделирования – литография	62
ГЛАВА 3.	УСТОЙЧИВОСТЬ ПРОДОЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ.....	65
3.1	Взаимодействие пучка и ускоряющей структуры.....	65
3.1.1	Эквивалентный контур	66
3.1.2	Неустойчивости, вызванные взаимодействием с продольным э/м полем.....	67
3.2	Уравнение напряжения для однорезонаторного приближения.....	68
3.3	Однооборотный УР	70
3.3.1	Продольное движение.....	70
3.3.2	Уравнение возмущений	71
3.3.3	Матрица проводимости	73
3.3.4	Условия устойчивости	74
3.4	Многооборотный линейный ускоритель с разделённой ускоряющей структурой.....	76
3.4.1	Уравнения напряжения.....	76
3.4.2	Условия устойчивости и матрица проводимости	77
3.4.3	Продольное движение.....	79
3.4.4	Условия рекуперации.....	81
3.4.5	Условия устойчивости	81

3.5 Моделирование во временном представлении.....	82
3.5.1 Взаимодействие с основной модой во временном представлении	82
3.5.2 Фазы.....	83
3.5.3 Стабильное напряжение	87
3.5.4 Симуляции: алгоритм	88
3.6 Результаты симуляций	89
3.6.1 Ускоритель-рекуператор с одной ускоряющей структурой	89
3.6.2 Частный случай – ненулевая дисперсия только на последнем обороте	91
3.6.3 Многооборотный УР с разделёнными ускоряющими структурами для литографии ...	93
3.6.4 Многооборотный УР MAPC	95
Заключение.....	98
Литература	100

Введение

Использование источников синхротронного излучения (СИ) трёх поколений, эволюционировавших за последние 50 лет от источников «паразитного» излучения поворотных магнитов накопителей до специализированных многопользовательских комплексов, внесло огромный вклад в развитие современной науки. Ежегодно более 50 тысяч исследователей используют СИ. За последние двадцать лет были получены 6 Нобелевских премий за открытия в области биологии и химии, осуществлявшиеся с использованием СИ [1]. На сегодняшний день в мире работают 4 крупных (с энергией более 5 ГэВ) специализированных комплексов СИ третьего поколения (APS [2], Spring-8 [3], ESRF [4], PETRA-III [5]), каждый стоимостью сотни миллионов долларов, и десятки более компактных и дешёвых установок. Многие страны для удовлетворения потребностей промышленности и прикладных наук стали строить собственные центры СИ, которые затем перерастали в международные центры коллективного пользования. При этом «спрос» на использование СИ продолжает увеличиваться год от года, расписание рабочих смен исследовательских групп на установках расписано на многие месяцы вперёд.

Последнее десятилетие широко обсуждаются проекты источников СИ четвёртого поколения. Мировое научное сообщество составило список требований для такого источника: полная пространственная когерентность; максимально достижимая временная когерентность без дополнительной монохроматизации; высокая средняя яркость источника; поток фотонов уровня источников третьего поколения; высокая пиковая яркость; одновременная работа большого количества экспериментальных групп [6].

Эмиттанс электронного пучка в электронном накопителе имеет фундаментальный предел, не удовлетворяющий требованию полной пространственной когерентности излучения [8]. На сегодняшний день ведутся разработки улучшенной компоновки, получившей название предельный накопитель (ultimate storage ring [9]), в которой предельный эмиттанс планируется достигать за счёт увеличения количества дипольных магнитов в поворотах и оптимизации продольного распределения магнитного поля [10], а также за счёт установки вигглеров-затухателей.

Использование линейных ускорителей с малым эмиттансом позволяет достичь рекордных значений пиковой мощности излучения. Однако низкий энергетический КПД ондулятора [11] и повышенные требования к радиационной безопасности из-за сброса высокоэнергетического пучка в поглотитель увеличивают стоимость строительства и эксплуатации установки. Тем не менее, в мире уже работают и строятся источники на базе линейных ускорителей (X-FEL [12], LCLS [13]).

Однако существует и третий путь, призванный объединить достоинства линейных и циклических машин. Это ускорители-рекуператоры (УР) [14]. Использование обновляемых электронных сгустков в машине позволяет достигать дифракционно предельного эмиттанса [8], а рекуперация энергии повышает КПД установки и снижает стоимость радиационной защиты. Эти преимущества позволяют создавать установки с высоким средним током электронного пучка (более 100 мА), непосредственно влияющим на среднюю мощность излучения. На сегодняшний момент в мире существуют четыре УР (ALICE [15], cERL [16], JLab [17], NovoFEL [18]) и идёт строительство ещё одного ускорителя в комплексе СИ BESSY – BERLinPro [19].

Не смотря на передовые позиции России в восьмидесятых годах, на сегодняшний день существующие два комплекса СИ (ВЭПП-4 [20] и КИСИ [21]) отвечают требованиям мирового уровня. Объединяя опыт длительной работы с источником СИ ВЭПП-4 с передовыми достижениями в области физики УР (в 2009 году был запущен первый в мире двухдорожечный УР [22], а в 2013 году четырёхдорожечный УР [23] – вторая и третья очереди Новосибирского ЛСЭ) была предложена концепция нового источника СИ четвёртого поколения на основе УР, получившая название MAPC (MARS – multipass accelerator-recuperator source) [24], [25].

Другое перспективное применение источников излучения – промышленная литография [26]. По экспериментальному закону Г. Мура (1965) размеры транзисторов в электронных чипах уменьшаются в два раза каждые два года [27]. За последнее десятилетие длина волны излучения, используемого для производства чипов, уменьшилась с 400 нм до 20 нм, выйдя на очередной технологический предел [28], [29]. Применение в качестве промышленного источника рентгеновского излучения УР выглядит многообещающе, и, последнее время, обсуждается научным и промышленным сообществом [30]. Проект четырёхоборотного УР с длиной волны 13.5 нм для лазера на свободных электронах (ЛСЭ) мощностью 30 кВт был представлен ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН в 2010 году [31]. Аналогичные проекты рассматривались крупными производителями электроники [32], [33].

Длины волн излучения, как для источников СИ четвёртого поколения, так и для литографических ЛСЭ, подразумевают использование сверхпроводящей высокочастотной (ВЧ) ускоряющей структуры. Так же, сверхъяркие и промышленные источники СИ требуют высокого среднего тока пучка. Высокая добротность сверхпроводящих ВЧ резонаторов может стать причиной развития неустойчивостей электронного тока, вызванных взаимодействием электронных сгустков с модами ВЧ поля, ограничивая предельно достижимый средний электронный ток ускорителя (BBU – beam break-up instability) [34].

В УР эффект пороговой неустойчивости наблюдался на самом мощном ЛСЭ (достигнутая мощность излучения 14 кВт) - установке JLab [35]. При достижении среднего тока

электронного пучка порядка 5 мА происходило ухудшение эмиттанса пучка, приводящее в дальнейшем к полной потере [36]. После оптимизирования электронно-оптической системы ускорителя, удалось поднять электронный ток почти в два раза, что на сегодняшний день является рекордом для сверхпроводящих резонаторов (для нормально проводящей ускоряющей структуры рекордный ток 30 мА был получен на Новосибирском ЛСЭ [37]).

Оптимизация параметров ВЧ структуры и электронно-оптической системы является необходимым условием достижения высокого среднего тока УР (для современных проектов и строящихся установок ставится задача получения высокого, на порядок выше рекордного, электронного тока 100 мА [38]). На сегодняшний момент, не существует одного метода, гарантированно приводящего к необходимому высокому среднему току. Понижение добротности дипольных мод ВЧ резонатора с помощью выводящих коплеров [39] в многоячеечных ВЧ резонаторах ограничивается модами, имеющими компоненты в крайних ячейках. Моды, возбуждённые во внутренних ячейках («запертые» моды [40]) с помощью коплеров вывести нельзя. Проекты специальных разрезных резонаторов, позволяющих понижать добротность всех мод, включая «внутренние», пока находятся на стадии обсуждения и расчетов [41]. Оптимизация с помощью электронно-оптической системы УР тоже достаточно ограничена, из-за того, что необходимо подобрать параметры магнитной структуры, повышающие пороговый ток для каждой дипольной моды каждого резонатора. К примеру, для высокоэнергетической ВЧ структуры с десятью девятиячеечными резонаторами типа Tesla [42], необходимо оптимизировать 90 вертикальных дипольных мод и 90 горизонтальных.

В современных однооборотных УР продольное движение заряженных частиц стараются сделать изохронным [19]. Однако в проектах источников СИ с несколькими ондуляторами на основе многооборотных УР может возникнуть необходимость дополнительно догруппировывать электронный пучок между генераторами излучения [43]. Эта зависимость фазы электронного пучка от вариаций энергии может послужить причиной развития продольной пороговой неустойчивости, вызванной взаимодействием заряженных частиц с основной ускоряющей модой ВЧ резонаторов. Понижение добротности в этом случае выглядит бессмысленно, противореча основной идеи использования ускоряющих сверхпроводящих структур. Поэтому, повышение порога среднего электронного тока предполагается достигать оптимизацией параметров продольного движения электронов (фаз влёта в ускоряющие промежутки и продольной дисперсии электронов).

Цель диссертационной работы

В работе рассматриваются вопросы создания источников сверхъяркого излучения четвертого поколения и промышленной литографии на основе УР с высоким средним электронным током. Целями работы являются определение основных физических ограничений, перспективных схем компоновки УР, критериев устойчивости и областей оптимальных параметров для продольного и поперечного предельных пороговых токов неустойчивостей в случае многооборотного УР с разделённой ускоряющей структурой. Для этого предполагается решить следующие задачи для двух случаев – источника излучения четвертого поколения «МАРС» и компактной установки для промышленной литографии:

1. На основе требований, выработанных мировым научным сообществом, к источнику излучения четвёртого поколения определить основные физические ограничения и параметры, предъявляемые к ускорителю заряженных частиц.
2. Определить оптимальные схемы УР для источника излучения четвертого поколения и компактной установки для промышленной литографии.
3. Для увеличения предельного порогового тока поперечной неустойчивости, вызванной взаимодействием электронных сгустков и дипольных мод каждого сверхпроводящего резонатора ускоряющих структур, предполагается найти области оптимального набора бетатронных фаз на поворотных арках, разделяющих ускоряющие структуры многопроходного УР. Эту задачу предполагается разделить на несколько пунктов:
 - 3.1. создание модели электронной оптики ускоряющих промежутков в специализированной программе и оптимизация бетатронных функций нормированных на релятивистский фактор на влётах в резонаторы;
 - 3.2. поднятие минимального значения предельного порогового тока для всех дипольных мод резонаторов ускоряющей структуры с помощью расчёта набора бетатронных фаз в поворотных арках по приближённой формуле и нахождение области наиболее устойчивых параметров;
 - 3.3. проведение численного моделирования для полученной области параметров электронно-оптической системы ускорителя.
4. Аналитически определить критерии устойчивости продольного движения и значение предельного порогового тока продольной неустойчивости, вызванной взаимодействием электронного тока и основной ускоряющей моды ВЧ резонаторов.
5. Провести численное моделирование взаимодействия электронных сгустков и ускоряющих структур многопроходного УР для проверки аналитических критериев устойчивости и определения значений пороговых токов.

Личный вклад автора включает участие в постановке задачи, проведение численных и аналитических расчётов, анализ результатов и подготовку публикаций.

Научная новизна

Автором работы впервые предложен метод увеличения значений порогового тока поперечной неустойчивости с помощью определения областей оптимальных параметров электронно-оптической структуры по зависимости предельного тока от независимого набора бетатронных фаз на трёх поворотных арках многооборотного УР с разделённой ускоряющей структурой.

Впервые были выведены условия устойчивости продольного предельного тока, вызванного взаимодействием заряженных частиц и фундаментальной ускоряющей моды ВЧ резонаторов многооборотного УР с разделённой ускоряющей структурой, с помощью критерия Льенара-Шипара для матрицы проводимости, характеризующей параметры ускоряющей системы и электронного тока в приближении эквивалентного контура.

Научная и практическая ценность

В работе исследованы требования, физические ограничения и схемы многооборотных УР для создания источника излучения четвертого поколения и компактной установки для рентгеновской литографии. Разработанные методы позволяют оптимизировать электронно-оптическую и ВЧ ускоряющую структуры для увеличения значения порогового тока неустойчивостей взаимодействия электронных пучков и ВЧ резонаторов. Эти методы так же могут быть использованы и для других конфигураций УР. Проведённые исследования могут быть использованы при создании новых источников излучения на базе УР.

На защиту выносятся следующие результаты и положения:

Основные результаты диссертационной работы, выносимые на защиту:

1. Исследованы физические ограничения и схемы УР для создания сверхъяркого источника СИ четвертого поколения и источника рентгеновского излучения для промышленной литографии.
2. На основе теоретического анализа и численного моделирования рассмотрены способы повышения порогового тока поперечных неустойчивостей, вызванных взаимодействием электронных пучков и дипольных мод ВЧ резонаторов. Определены области оптимальных параметров электронно-оптической структуры многооборотного УР для создания сверхъяркого

источника СИ четвертого поколения и источника рентгеновского излучения для промышленной литографии, обеспечивающие высокий пороговый ток.

3. Получены критерии устойчивости продольного движения и определён предельный пороговый ток продольной неустойчивости, вызванной взаимодействием электронного пучка и основной ускоряющей моды ВЧ резонаторов, для случая многооборотного УР с разделённой ускоряющей структурой.

4. С помощью теоретического анализа и численного моделирования определены области оптимальных фаз ускорения и торможения электронов, обеспечивающих высокий пороговый ток продольной неустойчивости, в многооборотном УР с разделённой ускоряющей структурой для создания сверхъяркого источника СИ четвертого поколения и источника рентгеновского излучения для промышленной литографии.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, трёх глав и заключения. Текст диссертации содержит 106 страниц, 84 рисунка, 8 таблиц. Список литературы состоит из 106 работ.

ГЛАВА 1. ТРЕБОВАНИЯ К УСКОРИТЕЛЮ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ДЛЯ СОЗДАНИЯ СВЕРХЪЯРКОГО ИСТОЧНИКА СИ

1.1 Развитие источников СИ

История массового использования источников излучения заряженных частиц начинается с открытия профессором В. Рентгеном в 1895 году рентгеновского излучения. С появлением первых ускорителей заряженных частиц, стало наблюдаться и паразитное, на тот момент, излучение. В 1944 году Д.Д. Иваненко и И.Я. Померанчук показали, что мощность потерь излучения за оборот циклического ускорителя пропорциональна γ^4/R (γ – Лоренц-фактор, R – радиус установки) [44]. Экспериментально излучение обнаружил Ф. Хабер в 1947 году на 70 МэВ-ном синхротроне фирмы «Дженерал Электрикс».

В 60-х годах прошлого века СИ начинает становиться доступным для прикладных исследований. Первое поколение источников СИ использовало «паразитное» излучение из поворотных магнитов. Накопители заряженных частиц были искусственно приспособлены для работы с СИ, но в то же время, являлись прототипами новых источников излучения второго поколения, созданных специально для генерации СИ.

Источник СИ второго поколения, называемые ещё фабриками фотонов (Photon Factories) изначально проектировались для генерации и работы с излучением. Конструкция установки предусматривала специальные каналы вывода излучения пользователям из поворотных магнитов, оборудованные защищённые станции. В начале 80-х годов был построен ряд специализированных источников СИ, таких как NSLS (США) и SRS (Великобритания).

В России работы по использованию источников рентгеновского синхротронного излучения для исследований в различных областях науки начались в 70-х годах. В то время работы по генерации и использованию синхротронного излучения соответствовали мировому уровню и во многом его определяли. В Новосибирске первые эксперименты были проведены на выведенных пучках рентгеновского синхротронного излучения из накопителя электронов ВЭПП-3 Института ядерной физики СО РАН в июле 1973 г [45].

Дальнейшее развитие специализированных источников СИ определяется использованием специальных вставных устройств – виглеров и ондуляторов. Физические принципы работы ондулятора были предложены в СССР В.Л. Гинзбургом в 1947 году [46]. В 1953 году в США Х. Мотцем был построен и испытан на линейном ускорителе первый ондулятор видимого спектра излучения. Первые ондуляторы рентгеновского диапазона были

собраны в СССР в ФИАНе и ТПИ в начале 1970 годов [47]. Использование специальных устройств генерации излучения позволило повысить параметры светового пучка в миллиарды раз (см. Рисунок 1). Так же, важнейшей характеристикой вставных магнитных устройств является способность плавной перестройки длины волны.

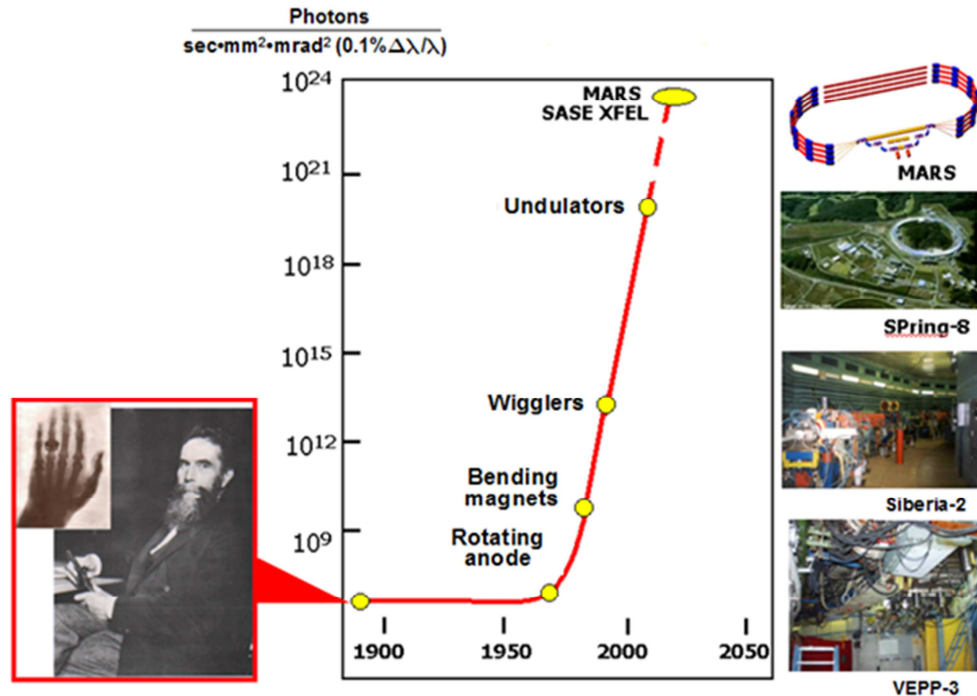


Рисунок 1. Динамика увеличения яркости источников СИ [47].

В начале 1990 годов началось строительство установок, оптимизированных на многократное встраивание генераторов СИ. Первыми источниками третьего поколения были APS (7 ГэВ, США), Spring-8 (8 ГэВ, Япония) и ESRF (6 ГэВ, Франция/ЕС). Стоимость этих огромных установок исчисляется сотнями миллионов долларов, и по карману только богатым странам или коалициям стран. В дальнейшем, стали строиться более компактные источники СИ (стоимость около 150 млн долларов). Примеры таких установок – SuperACO (Франция), ELETTRA (Италия), ALS (США), SLS (Швейцария).

С созданием специализированных центров использования СИ началась новая эра освоения излучения. В мире сейчас работают около шестидесяти источников СИ и около восьмидесяти ЛСЭ. Это разнообразные источники от относительно небольших и недорогих ЛСЭ стоимостью порядка 5 миллионов долларов для генерации терагерцового и инфракрасного излучения до громадных установок, таких как яркие источники рентгеновского синхротронного излучения третьего поколения на базе накопителей электронов (ESRF, APS, Spring-8) и рентгеновские лазеры на свободных электронах (LCLS, XFEL) стоимостью 1 - 2 миллиарда долларов (Рисунок 2) [1].

1.2 Основные требования к новому источнику СИ

За последние 30 лет яркость рентгеновских источников СИ основанных на базе накопителей возросла в 10^9 раз (Рисунок 1) [47]. Тем не менее, получение ондуляторного излучения с монохроматичностью на уровне 10^{-3} - 10^{-4} без использования монохроматоров, которые, как правило, портят пространственную когерентность пучка, также очень важно. Мировое сообщество выработало требования к этим источникам [6]:

- **Длина волны СИ источника.** Характерный размер атомов составляет $\sim 1 \text{ \AA}$. Источник СИ, генерирующий высокомоощное излучение для исследований этих диапазонов, будет наиболее востребован в сообществе пользователей.
- **Полная пространственная когерентность.** На самых современных источниках, поток когерентных квантов составляет только 10^{-3} от общего потока. Из-за этого рентгеновская голография, даже после успешных демонстраций, не стала эффективным методом исследования структуры реальных объектов, большинство из которых имеют некристаллическую природу. Даже для кристаллических структур чрезвычайно важна рентгеновская спекл-спектроскопия, которая возможна только при когерентном освещении. Поэтому из всех требований к источникам синхротронного излучения четвёртого поколения наиболее важным является получение полностью пространственно когерентного потока квантов при сохранении величины на уровне источников СИ третьего поколения.
- максимально достижимая **временная когерентность.**
- **средняя яркость** источника B должна превышать 10^{23} - 10^{24} фотон $\text{с}^{-1}\text{мм}^{-2}\text{мрад}^{-2}(\Delta\lambda/\lambda = 0.1\%)^{-1}$,
- **поток фотонов** (в единицу времени в единичный угол) из источника СИ четвертого поколения должен быть на уровне потока из источников третьего поколения (порядка 10^{18} фотон в секунду в мили радиан);
- для ряда экспериментов требуется высокая **пиковая яркость** $\sim 10^{33}$ фотон $\text{с}^{-1}\text{мм}^{-2}\text{мрад}^{-2}(\Delta\lambda/\lambda = 0.1\%)^{-1}$;
- **длина электронного сгустка** до 1 пс, а при использовании специальной техники - короче 100 фс;
- высокая долговременная стабильность; генерация линейно и циркулярно поляризованного излучения с быстрым переключением типа и знака поляризации; постоянный тепловой поток на вакуумные камеры и оптику;
- одновременное обслуживание большого количества экспериментальных групп.

1.3 Методы достижения параметров

1.3.1 Источники СИ третьего поколения

Предельный эмиттанс электронного накопителя определяется балансом между радиационным затуханием бетатронных колебаний и их возбуждением квантовыми флуктуациями синхротронного излучения [8]:

$$\varepsilon_x = C_q \gamma^2 \frac{\langle H(s)/\rho^3 \rangle}{J_x \langle 1/\rho^2 \rangle}, \quad (1.1)$$

где

$$H(s) = \gamma_T \eta^2 + 2\alpha_T \eta \eta' + \beta_T \eta'^2 \quad (1.2)$$

инвариант Куранта – Снайдера для дисперсии, $\eta(s)$, $\rho(s)$ - дисперсия и модуль радиуса кривизны траектории, $C_q = \frac{55}{32\sqrt{3}} \frac{\hbar c}{mc^2} = 3.84 \cdot 10^{-13}$ м, $J_x = 1 - \vartheta$ - относительный декремент затухания

синхротронных колебаний, $\vartheta = \oint \frac{\eta}{\rho^3} (1 - 2n) ds / \oint \frac{1}{\rho^2} ds$ - параметр магнитной системы накопителя, n - показатель спада магнитного поля.

Классическая компоновка накопителя для источника СИ в настоящее время подошла к фундаментальному пределу. Дальнейшее увеличение яркости излучения невозможно, или требует огромных финансовых затрат для достижения на установках предельного эмиттанса порядка нм·рад (см. Таблица 1), который оказывается примерно на два порядка больше чем требуемый дифракционный предел.

Таблица 1 Параметры некоторых источников излучения

установка	Время достижения параметров	Энергия, ГэВ	Средний ток, мА	Горизонтальный эмиттанс, нм	Вертикальный эмиттанс, пм
SLS	2002	2.4	300	3.9	72
ALS	1993	1.9	500	6.3 (2.2)	30
Soleil	2006	2.75	400 (500)	3.7/5.6	37
APS	1995	7	100	2.9/3	25
Diamond	2007	3	300 (500)	3	30
NLSLS-II	2013	3	300 (500)	1.1 (0.6)	8
MAX-4	2016	3	500	0.2-0.3	8

1.3.2 Предельные накопители (ultimate storage ring)

Использование электронных накопителей в качестве источников СИ прекрасно зарекомендовало себя за прошедшие сорок лет. Несмотря на фундаментальные ограничения эмиттанса, мировое научное сообщество не собирается окончательно ставить крест на разработке источников нового поколения с концепцией накопителя. Такой ускоритель, разрабатываемый для достижения эмиттанса меньше дифракционно предельного, получил название «предельного накопительного кольца» (ultimate storage ring или USR) [9]. Принципы строения USR являются эволюционным продолжением концепции источников СИ третьего поколения, и не имеют фундаментальных технических противоречий. Предполагается, что USR будут иметь яркость и поток когерентных квантов на один-два порядка выше, чем самые современные источники СИ, основанные на накопителях. Как и во всех классических компоновках синхротронов, равновесный эмиттанс USR определяется возбуждением бетатронных колебаний из-за квантовых флуктуаций и радиационным затуханием (1.1). Интегралы в (1.1) ненулевые только в поворотных магнитах и вставных устройствах. Во всех существующих и строящихся машинах, за исключением PETRA-III и NSLS-II, вклад виглеров мал, и основной вклад вносят поворотные магниты ([48]-[50]). Поэтому, основные усилия при проектировании направлены на уменьшение инварианта дисперсии (1.2). В случае ячейки с одинаковыми магнитами, поворачивающимися на угол θ , минимальный эмиттанс равен

$$\varepsilon_{x\min} = C_q \gamma^2 \cdot F \cdot \theta^3 / J_x, \quad (1.3)$$

где F зависит от типа магнитной ячейки, и минимально в случае т. н. ТМЕ-структуры [51]. Недостатком такой структуры являются ненулевые значения дисперсии, необходимые для установки ондуляторов. Поэтому, структуру из нескольких ТМЕ-ячеек расширяют, добавляя зануляющие дисперсию магниты. Получившаяся структура называется MBA (multi-bend achromatic) [52]. Следующий шаг для уменьшения эмиттанса – введение продольного градиента магнитного поля в поворотные магниты [53]. Таким образом минимизируется отношение радиационных интегралов I_5 и I_2 , стоящих, соответственно, в числителе и знаменателе (1.1) и характеризующих квантовое возбуждение эмиттанса и затухание пучка. Такие магниты планируется установить в Гренобле на источнике СИ ESRF-II [4]. Другой способ уменьшения эмиттанса – установка в кольце накопителя виглеров. С их помощью увеличивается радиационный интеграл в знаменателе (1.1). Двадцать виглеров, установленных в источнике СИ PETRA-III уменьшают эмиттанс в 4 раза до 1 нм [54].

1.3.3 Рентгеновские лазеры на свободных электронах

Высокую пиковую яркость и фемтосекундную длительность импульсов излучения можно получать, используя рентгеновские лазеры на свободных электронах (ЛСЭ) на основе линейного ускорителя с высоким импульсным током (более 1 кА). Первый такой ЛСЭ, LCLS, заработал в США в апреле 2009 года, генерируя рентгеновские импульсы длительностью 10 фс на длине волны около 1 Å [55]. Заканчивается строительство 10 ГэВ-ного линейного ускорителя PAL-XFEL в Республике Корея [56] и Европейского рентгеновского ЛСЭ (European-XFEL) [57]. Рентгеновские ЛСЭ считаются источниками излучения четвертого поколения благодаря огромной пиковой мощности излучения, на несколько порядков превосходящей параметры синхротронов. Тем не менее, одним из основных недостатков источников такого рода является невозможность обслуживания множества групп пользователей одновременно. Даже в предполагаемых проектах (см. Рисунок 4), использующих схему разделения пучка на множество секций, количество выводов излучения остаётся намного меньше, чем в синхротроне.

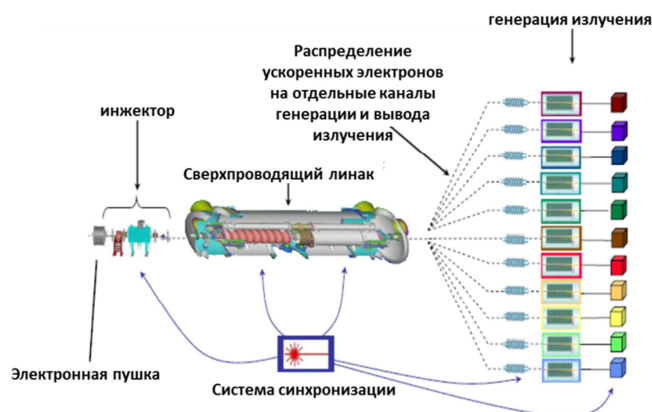


Рисунок 4 Представление об источнике излучения нового поколения в лаборатории LBNL [7].

1.3.4 Ускорители-рекуператоры

Одновременно невозможно удовлетворить всем требованиям к четвертому поколению источников СИ. Сверхмалый эмиттанс и рекордную яркость излучения получают на рентгеновских ЛСЭ на линейных ускорителях, но при этом, даже в случае разделения пучка по нескольким каналам для генерации излучения (Рисунок 4) количество одновременно

работающих групп значительно ниже, чем в источниках-накопителях. Источники же на базе синхротронов ограничены по предельному эмиттансу.

Перспективной на сегодняшний день представляется схема источника СИ на базе ускорителя-рекуператора. Его схема призвана объединить преимущества накопителей и линейных ускорителей (Рисунок 5), таких как высокий КПД благодаря рекуперации и малый эмиттанс пучка из-за обновления электронного пучка.

Принцип работы ускорителя-рекуператора заключается в использовании энергии отработанного пучка электронов для ускорения инжектируемого (см. Рисунок 6): заряженные частицы из инжектора 1 ускоряются в ВЧ-структуре 2, поворачиваются магнитными элементами 3, используются в ондуляторе или каком-либо другом устройстве 4, и прилетая в тормозящей фазе в линейный ускоритель, отдают энергию и сбрасываются в поглотитель 5. Для увеличения энергии пучка такую схему можно дополнить до многооборотной (см. Рисунок 7).

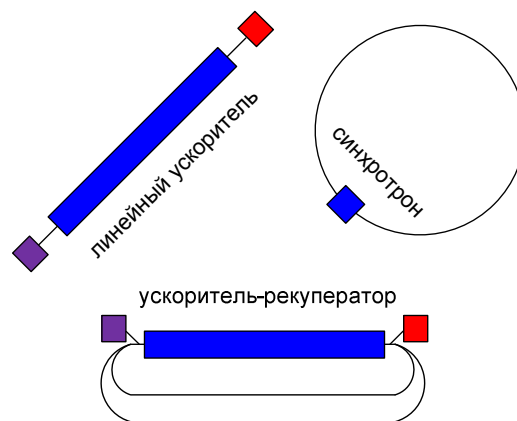


Рисунок 5 УР, как объединение двух типов ускорителей – накопителя и линака.

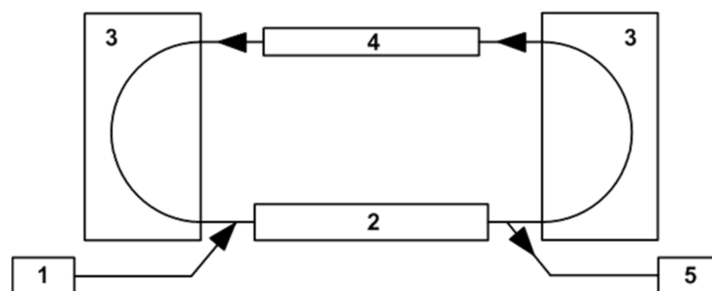


Рисунок 6 Принцип работы УР. 1-инжектор электронов, 2 – линейный ускоритель, 3 – поворотные арки, 4 – ондулятор, 5 – поглотитель.

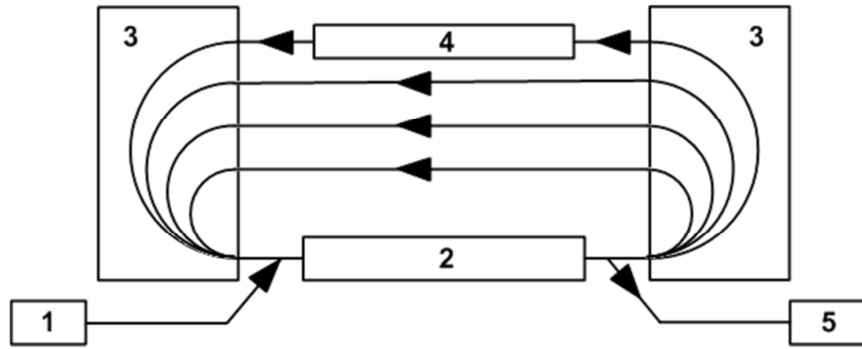


Рисунок 7 Схема многооборотного УР с одной ускоряющей структурой.

Концепция УР впервые была предложена М. Тигнером (M. Tigner) в 1965 г. [58] и первые эксперименты по рекуперации энергии были проведены в университете Стэнфорда в 1986 году. На сегодняшний день, в мире работают 4 ускорителя-рекуператора: Jefferson Lab (США), Alice (Англия), Новосибирский ЛСЭ и sERL в Японии. Кроме того, происходит строительство однооборотного УР в Берлине (BERLinPro).

1.3.5 Параметры УР для источника СИ четвертого поколения

Рассмотрим как требования пользователей, представленных в пункте 1.2, отразятся на параметрах УР.

1) Длина волны излучения нового источника СИ должна быть примерно равной 1 Å. Минимальная длина волны n-й гармоники ондуляторного излучения дается формулой [8]

$$\lambda_n = \frac{\lambda_u}{2n\gamma^2} \left(1 + \frac{K_u^2}{2} \right) \approx 1.25 \cdot 10^{-10} \text{ [м]} \quad (1.4)$$

Учитывая параметры ондулятора $\lambda_u \approx 0.02$ м (период ондулятора) и $K_u \approx 1$ (параметр ондуляторности), формула определяет релятивистский фактор электронов $\gamma \approx 1.1 \cdot 10^4$, что соответствует энергии $E = 5.6$ ГэВ.

2) Полная пространственная когерентность (дифракционный предел)

Для генерации полностью пространственно-когерентного ондуляторного излучения с длиной волны $\lambda \sim 1$ Å необходимо уменьшать эмиттанс ε_x электронного пучка на энергии 5-6 ГэВ до дифракционного предела [8]

$$\varepsilon_x < \frac{\lambda}{4\pi} \approx 10^{-11} \text{ [м·рад]}. \quad (1.5)$$

В этом случае при оптимальной фокусировке электронов угловой разброс электронов и поперечный размер электронного пучка не влияют на параметры излучения. Нормализованный

эмиттанс при этом равен $\varepsilon_n = \gamma\varepsilon \approx 0.1 \text{ мкм}$. Благодаря его сохранению, можно оценить предельно допустимый заряд электронного сгустка. Предельно допустимый эмиттанс в инжекторе равен

$$\varepsilon_{inj} = \frac{\lambda}{4\pi} \frac{\gamma_{max}}{\gamma_{inj}}. \quad (1.6)$$

где $\gamma_{max} \approx 10^4$ – релятивистский фактор электрона с энергией 5.6 ГэВ. Расплывание эмиттанса в прямолинейном промежутке можно оценить по формуле [59]

$$\Delta\varepsilon \approx 0.2 \frac{I_m L_{dr}}{\gamma_{inj}^3 I_A}, \quad (1.7)$$

где $I_m = q/\Delta t$ – пиковый электронный ток, q – заряд сгустка, $\Delta t \approx 10 \text{ нс}$ – длительность импульса, $I_A = 17 \text{ кА}$ – альфвеновский ток, $L_{dr} \approx 1 \text{ м}$ – характерная длина пустого промежутка, $\gamma_{inj} \approx 7$ – релятивистский фактор в инжекторе. Тогда грубая оценка заряда пучка следующая

$$q \approx \frac{\lambda}{4\pi} \frac{\Delta t \gamma_{inj}^2 \gamma_{max}}{0.2 L_{dr}} I_A \approx 5 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}. \quad (1.8)$$

Соответственно, заряд одного сгустка не должен превышать 10^{-11} Кл. На частоте 1.3 ГГц это соответствует среднему току 10 мА.

3) Поток фотонов [8]

$$\frac{d\dot{N}_{ph}}{d\varphi} = C_\varphi EI \frac{\Delta\lambda}{\lambda} S\left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right), \quad (1.9)$$

где $C_\varphi = \frac{4\alpha}{9emc^2} = 3.96 \cdot 10^{19}$ (фотон/с·рад·А·ГэВ), $S\left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)$ – спектральная функция, I – ток ускорителя,

E – энергия пучка. Что бы сохранить поток фотонов на уровне источников СИ 3-го поколения, из-за уменьшения среднего тока, для генерации излучения необходимо использовать длинные ондуляторы. В этом случае, спектральный поток пропорционален числу периодов ондулятора N_u [11]

$$N(\lambda) \propto N_u I \quad (1.10)$$

Количество периодов ондулятора может быть порядка 10^2 - 10^4 . Решения, предлагаемые в некоторых проектах однооборотных ускорителей-рекуператоров – использование тока до 100 мА для сохранения потока фотонов, выглядят неоптимальными, так как при таком повышении тока из-за роста эмиттанса в инжекторе яркость не повышается, а даже иногда понижается [24].

4) Средняя яркость источника СИ с использованием ондулятора должна находиться на уровне 10^{23} - 10^{24} фотон $\text{с}^{-1} \text{мм}^{-2} \text{мрад}^{-2}$ ($\Delta\lambda/\lambda = 0.1\%$)⁻¹. Дифракционно ограниченная яркость (поток фотонов в единичный телесный угол с 1 см^2) ондуляторного излучения дается выражением [8]

$$B = \frac{2\pi\alpha N_u}{\lambda^2} \frac{K_u^2}{1 + \frac{K_u^2}{2}} \left[J_0\left(\frac{K_u^2}{4 + 2K_u^2}\right) - J_1\left(\frac{K_u^2}{4 + 2K_u^2}\right) \right] \frac{I}{e} \frac{\Delta\lambda}{\lambda}, \quad (1.11)$$

где α – постоянная тонкой структуры, $N_u = L/\lambda_u$ – число периодов ондулятора, I – ток пучка. Тогда для требуемого значения средней яркости требуется $N_u I$ не менее 100 А. При числе периодов ондулятора $N = 10^4$ ($L = 200$ м) необходим средний ток 10 мА.

5) Для получения указанного значения **пиковой яркости** $10^{27} \text{ с}^{-1} \text{ мм}^{-2} \text{ мрад}^{-2}$ ($\Delta\lambda/\lambda = 0.1 \%$)⁻¹ требуется пиковый ток не менее 10 А.

Длина электронного сгустка Пиковый ток накладывает ограничение на длину сгустка с зарядом 10^{-11} Кл: $\Delta l = cq/I = 3 \cdot 10^8 \cdot 10^{-11} / 10 = 3 \cdot 10^{-2}$ см (что соответствует длительности I пс).

1.4 Источники излучения для рентгеновской литографии

1.4.1 Источники излучения для промышленной литографии

Последние несколько десятилетий базовым инструментом полупроводниковой промышленности является проекционная литография (Рисунок 8, Рисунок 9) [26]. Начиная с 1975 года, производство транзисторов развивается по экспериментальному закону Г. Мура [27], удваивая каждые два года плотность транзисторов в чипе (Рисунок 10 и Рисунок 11). Размеры получаемых элементов зависят от пространственного разрешения фотолитографии и определяются длиной волны источника излучения. Сохранение темпа увеличения плотности транзисторов обусловлено укорочением длины волны источников от видимого до ультрафиолетового диапазонов излучения (435 нм, 365 нм, 248 нм и 193 нм). Современная 193 нм фотолитография на основе ArF эксимерного лазера позволяет получать структуры с размерами до 20 нм. Но, несмотря на периодическое расширение возможностей, складывается впечатление, что установки 193-нм литографии достигают своего физического предела. Поэтому, считается, что дальнейший прогресс будет связан с разработкой техники литографии на мягком рентгеновском излучении (EUVL) с длиной волны 20÷5 нм [60]. EUV литография уже сейчас обеспечивает производство структур с размером 20 нм, уменьшая стоимость и длительность технологического цикла за счет резкого сокращения числа технологических операций (Рисунок 11).

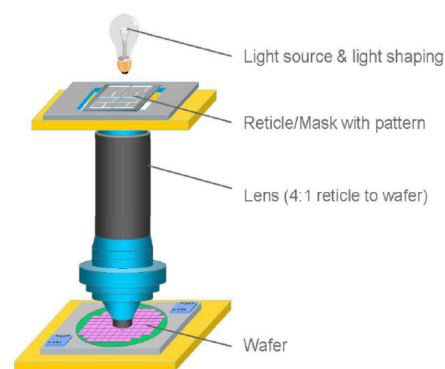
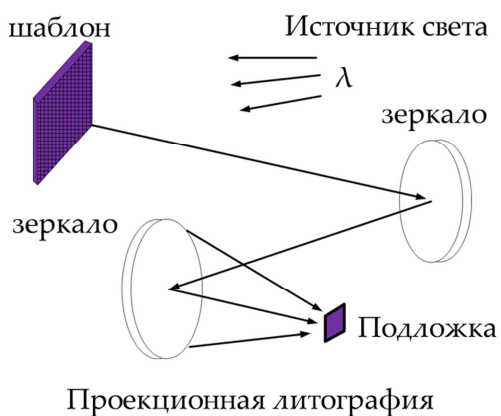


Рисунок 8 Схема оптической литографии [26]

Рисунок 9 Схема оптической литографии [28]

В разработку нового источника излучения с длиной волны 13.5 нм для EUV литографии вкладываются значительные средства. Основным методом, уже используемым в промышленности, является генерация плазмы мощным импульсным лазером (LPP - laser-produced plasma LPP) из вещества, содержащего необходимые энергетические уровни [28]. Принцип работы установки (Рисунок 12), во многом определяющий предел её возможностей, следующий: тонкая капля олова инжектируется со скоростью 50 м/с в точку генерации EUV излучения, находящуюся на расстоянии 10 см от сопла; точность позиционирования при этом составляет 1 мкм; синхронизованный предварительный импульс CO₂ лазера рассеивает каплю диаметром 20 мкм в однородное облако для лучшего взаимодействия с основным импульсом CO₂ лазера; превращенное в плазму высокомоощным импульсом лазера облако частиц олова уже генерирует спонтанное излучение с необходимой длинной волны 13.5 нм; излучение, изначально направленное во все стороны, собирается зеркалом. Коэффициент преобразования лазерного излучения в полосу EUV составляет 3%. Для получения высокой средней мощности рабочая частота обычно превышает 50 кГц [61].

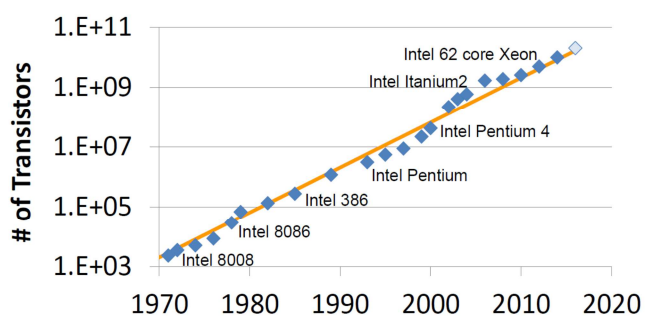


Рисунок 10 Зависимость плотности транзисторов от времени [29]

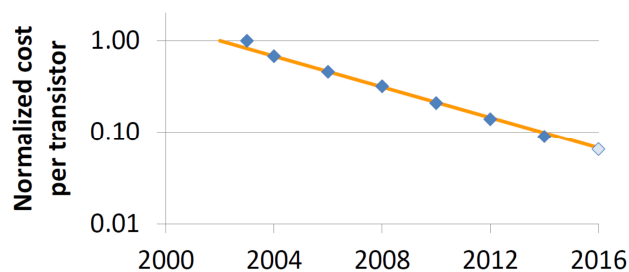


Рисунок 11 Зависимость усреднённой стоимости транзистора от времени [29]

Для долгой и стабильной работы источника необходимо выполнять три основных требования. Первое – охлаждение всех элементов и вакуумной камеры. Более 90% мощности

лазера в конечном итоге переходит в тепло. Второе – спектральная чистота собираемого EUV излучения, которое может смешиваться с генерирующим и внеполосным излучениями. Третье – уменьшение влияния электромагнитных помех (EMI - Electro Magnetic Interference), создаваемых плазменным источником. В настоящее время, параметры 110 Вт LPP EUV источника следующие: средняя мощность CO₂ лазера 20 кВт, коэффициент преобразования излучения 2.5%, эффективность сбора излучения 22% [62].

Улучшение параметров источника до 1 кВт мощности связано с различными инженерными задачами. Самый простой способ увеличения мощности – повышение частоты генерации. Однако максимальная частота ограничена взаимодействием подлетающей капли олова с расширяющимся плазменным облаком (Рисунок 13). Расчёты показывают, что возможно увеличение частоты следования капель в 3 раза с помощью удаления остатков плазменного облака магнитным полем, а так же, повышением давления в генераторе капель и их ускорением электростатическим полем.

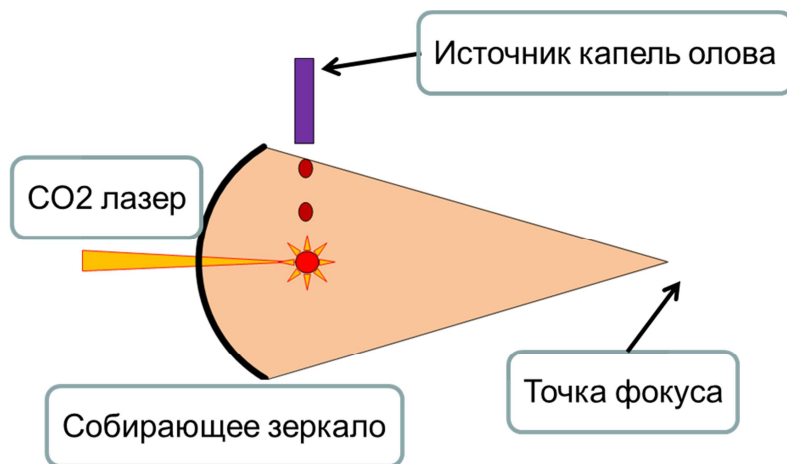


Рисунок 12 Принцип действия лазер-плазменной установки для EUV литографии [28]

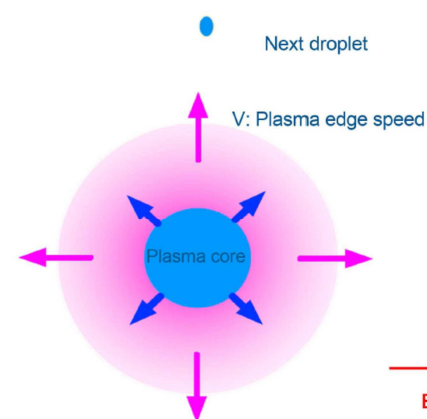


Рисунок 13 Плазменное облако [28]

Следующий шаг – повышение средней мощности излучения CO₂ лазера [63]. Предполагается использовать два 25кВт лазера объединённых в источник с 50 кВт мощностью. Было показано, что предварительная обработка оловянной мишени существенно влияет на параметры генерируемой плазмы. Для повышения коэффициента конверсии каплю олова облучают твердотельным лазером (несколько мДж, 1 мкм), формируя кластеры. Основной механизм – процесс расщепления (spallation process), вызванный ударной волной, распространяющийся внутри жидкой капли. Процесс расщепления зависит от ширины импульса излучения и образование более однородных кластеров было продемонстрировано с помощью пикосекундного твердотельного лазера. В результате коэффициент конверсии был увеличен в два раза, достигнув значения 5%. Так же проводятся исследования по повышению коэффициента передачи EUV излучения до точки фокусировки с 20% до 40%. Таким образом,

представляется возможным создание установки на основе существующих моделей со средней мощностью 1 кВт (50 кВт CO₂ лазер, 5% коэффициент конверсии, 40% коэффициент передачи) [61].

Последние несколько лет обсуждаются возможности сдвига рабочей длины волны EUV излучения до 6 нм [64]. Найдены два элемента Tb и Gd, содержащие необходимые линии излучения [65]. Основными проблемами создания такой установки являются: невысокий коэффициент конверсии 1.5%/0.6%bw; недостаточная отражающая способность зеркал (44%), высокая температура плавления Gd (1312°C), осложняющая высокочастотную работу; необходимость сбора отработанного топлива из Gd из-за его высокой стоимости. Тем не менее, работы по улучшению необходимых параметров ведутся и предполагается что в следующее десятилетие постройка 1кВт источника с длиной волны порядка 6нм будет возможна (4 CO₂ лазера по 40 кВт, коэффициент конверсии 1.5%, коэффициент передачи 40%, отражающая способность зеркал 70%) [61].

1.4.2 Проекты источников излучения на базе ускорителя заряженных частиц для промышленной литографии

Современные источники EUV излучения подходят к пределу своих параметров. Потребление большой мощности и, как следствие, проблемы отвода тепла от элементов, загрязнение и понижение отражающей способности первого собирающего зеркала, трудности повышения рабочей частоты из-за взаимодействия капле олова и плазменного облака ограничивают достижимую мощность промышленного источника. В связи с этим, вопрос создания мощного источника на базе ЛСЭ вновь стал актуальным [66].

В качестве генератора EUV рассматриваются различные конфигурации ЛСЭ (см., например, [67] и [68]). Основными недостатками этих предложений является высокая стоимость работы ВЧ системы линейных ускорителей и необходимость дорогой радиационной защиты для экранировки поглотителя высокоэнергетического пучка электронов.

Другим перспективным вариантом, обсуждаемым последнее время в мировом научном сообществе, является УР [69]. Использование рекуперации энергии позволяет компенсировать низкий КПД ондулятора (менее 1%), и значительно повышать средний ток электронного пучка и, как следствие, среднюю мощность излучения. Концепции установок, предлагаемые производителям, в основном предполагают использовать однооборотную схему ускорения и рекуперации ([33], [69]). Переход от низкоэнергетических демонстрационных установок к высокомоощным промышленным устройствам намереваются осуществить простым

масштабированием ускоряющей и магнитной структур [70]. Основной выдвигаемый аргументами в пользу такой схемы - относительная простота и доказанная работоспособность существующих УР. Тем не менее, полученный средний электронный ток даже на низкой энергии далёк от необходимых 10 мА на большинстве комплексов. Более эффективно использовать мощности ускоряющей ВЧ структуры позволяет многооборотная рекуперация. Первый многооборотный УР был запущен в 2009 году в Новосибирске (Новосибирский ЛСЭ). Опыт запуска и эксплуатации установки выявил некоторые недостатки компоновки с одной ускоряющей структурой. Поэтому, в 2010 году был представлен проект четырёхоборотного УР с разделённой ускоряющей ВЧ структурой [31] (см. Рисунок 14). В 2014 году подобный проект был предложен в качестве промышленного источника для компании ASML [30].

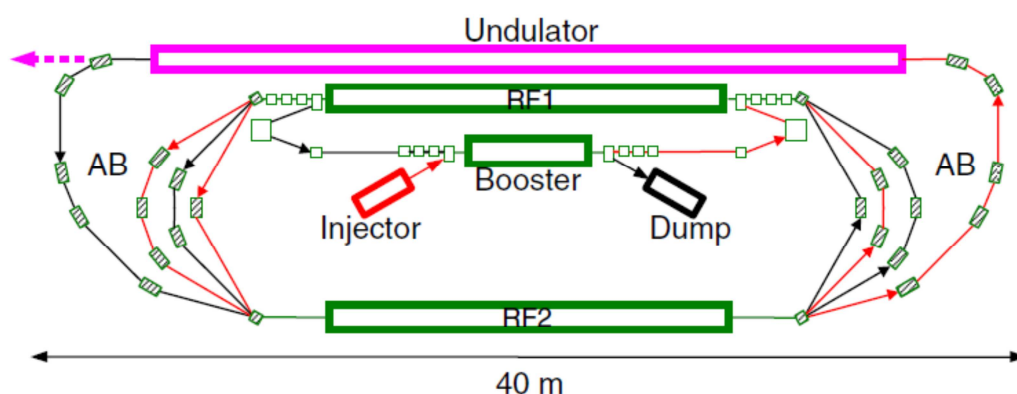


Рисунок 14 Схема проекта источника рентгеновского излучения для литографии

Источник EUV излучения с мощностью 10 кВт позволяет одновременно обслуживать более 10 сканеров (см. Рисунок 15) [33]. Грубые оценки стоимости ускорителя с энергией 1 ГэВ, при соотношении 1 МэВ/1млн \$, составляют 1 млрд \$. При этом, стоимость одного LPP комплекса с мощностью 1 кВт будет не менее используемых на сегодняшний день, т.е. 200-300 млн \$. При КПД ондулятора 0.1% и 1 ГэВ энергии ВЧ структуры, для генерации 10 кВт мощности необходим электронный ток 10 мА. Дальнейшее повышение электронного тока может значительно увеличить КПД промышленного источника.

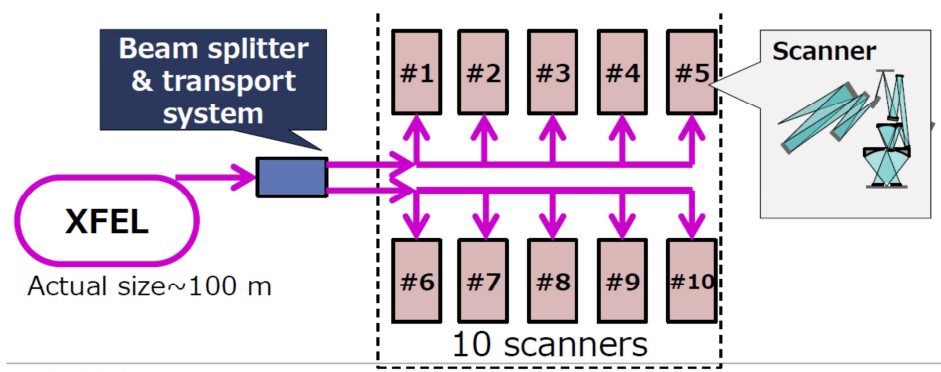


Рисунок 15 Схема использования ЛСЭ в промышленной литографии [33].

1.5 УР с высоким средним электронным током

Для создания высокомоощных источников излучения, а так же, для повышения КПД промышленных литографических установок, требуется повышение среднего тока электронов. В некоторых уже строящихся УР основным требованием является средний ток электронного пучка более 100 мА. Помимо трудностей при достижении такого тока одновременно с высокими параметрами пучка из фотоинжектора (на сегодняшний день максимальный средний ток, полученный в течение нескольких часов до деградации катода, составляет примерно 70 мА [73] (см. Рисунок 16), средний ток ограничивают явления пороговых неустойчивостей, вызванных взаимодействием электронного пучка и ВЧ резонаторов ускорителя.

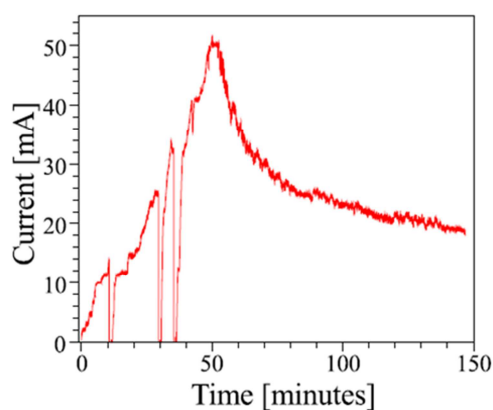


Рисунок 16 Зависимость среднего тока фотоинжектора от времени [71].

Можно выделить два основных типа неустойчивостей, разделяющихся по времени взаимодействия – короткоживущие и долгоживущие.

К короткоживущим относятся такие эффекты, как кумулятивный обрыв пучка и переходный режим подгрузки резонатора (cumulative beam-breakup, transient beam loading) [72]. Эти эффекты проявляются при прохождении цуга (последовательности) электронных сгустков через ускоряющий вч-резонатор, в этом случае, поле, наводимое на резонатор «головой» цуга, влияет на «хвост» цуга.

В рециркуляторах, и УР, где каждый электронный сгусток проходит через один и тот же ускоряющий резонатор несколько раз, наблюдаются регенеративные, или долгоживущие, неустойчивости. К долгоживущим относят поперечные неустойчивости высших мод (regenerative TBVU), продольную неустойчивость основной моды (regenerative LBVU) и продольные неустойчивости продольных высших мод (НОМ LBVU) [73]. Подробнее этот вопрос рассмотрен в главах 2 и 3. Эти неустойчивости имеют общий принцип развития:

электронный пучок, пролетая вч-резонатор, получает отклонение по импульсу (из-за дипольной моды вч-колебаний или отклонения по фазе относительно основной продольной моды); при прохождении пучка через магнитную систему УР полученное отклонение преобразуется в отклонение по координате; электронный пучок с отклонением по координате при следующем прохождении резонатора усиливает дипольную или сдвигает по фазе основную моды вч-резонатора (см. Рисунок 17). В основном, в современных УР присутствует только поперечная неустойчивость (ТВВU), из-за того, что поворотную арку делают изохронной ($T_{56} = 0$, поэтому обратной связи нет).

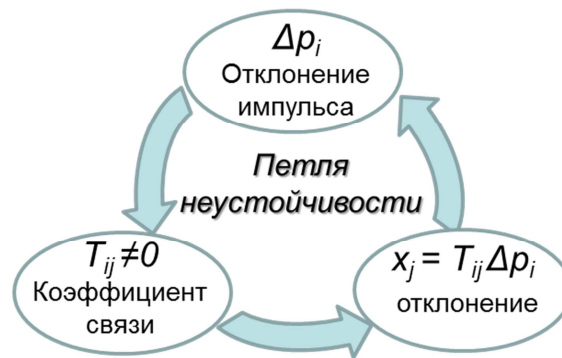


Рисунок 17 Петля неустойчивости для УР. Изначальное отклонение по одной из координат может само себя усилить.

Экспериментальное наблюдение неустойчивости электронного пучка проводилось в лаборатории Джефферсона на сверхпроводящем УР с ЛСЭ. При возможном электронном токе из пушки 10 мА, неустойчивости начинали проявляться при 3 мА [74]. Это достаточно точно совпадает с расчётами, проведёнными с помощью аналитических формул и специальных моделирующих программ [75]. В многооборотных установках эффекты порогового тока наблюдались на ускорителе СЕВАФ. Рисунок 18 иллюстрирует изменения сечения пучка электронов на экране синхротронного излучения. При различных конфигурациях электронной оптики поворотных арок значения пороговых токов колебались от 60 мкА до 200 мкА на частоте дипольной моды порядка 2100 МГц с нагруженной добротностью резонаторов 10^8 [76].

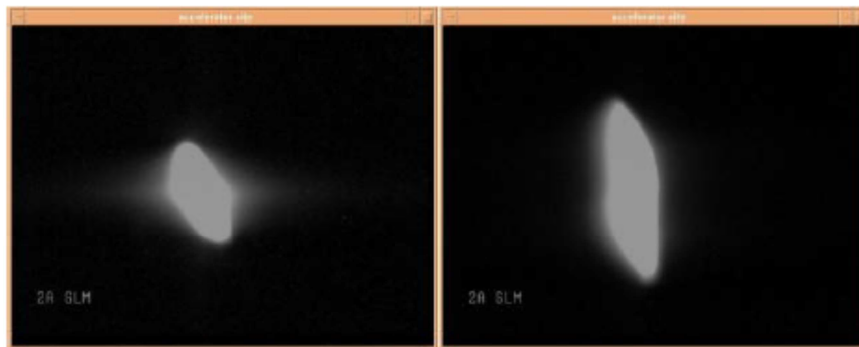


Рисунок 18 Пучок электронов на мониторе синхротронного излучения. Слева – достаточно далеко от порогового значения, справа – очень близко [77].

ГЛАВА 2. МНОГООБОРОТНЫЙ УСКОРИТЕЛЬ-РЕКУПЕРАТОР

2.1 Проект многооборотного УР с разделённой ускоряющей структурой

2.1.1 Схема

Основные затраты, кроме строительства здания и сопутствующих коммуникаций, составляет высокочастотная (ВЧ) ускоряющая система, которая для высокоэнергетических установок должна быть сверхпроводящей. Одно из преимуществ концепции УР – возможность использования многооборотной схемы, в которой электроны несколько раз проходят через один и тот же линейный ускоритель. Хотя такой подход существенно экономит средства (набираемая энергия прямо пропорциональна числу оборотов $E \sim N_{pass}$, а стоимость ВЧ-системы, соответственно, обратно), существует некоторое оптимальное соотношение числа оборотов и набираемой энергии (с каждым оборотом возрастает стоимость транспортировки пучка $W_{cost} \sim N_{pass}$). Чувствительность к ошибкам согласования бетатронных функций и неточностям выставки элементов также возрастает с повышением числа оборотов из-за удлинения орбиты частицы. Можно оценить соотношение стоимостей для схемы с разделёнными линаками и одним. Для разделённой ускоряющей структуры стоимость повышается из-за необходимости использовать две пары собирающих/разводящих магнитов вместо одной [78]. В статье [79] сделана оценка соотношения числа оборотов и стоимости для 10-ти ГэВного ускорителя, выделены случаи отдельной ускоряющей системы и одного ускоряющего промежутка (см. Рисунок 19). Из рисунка видно, что оптимально строить многооборотные УР с 4-5 оборотами.

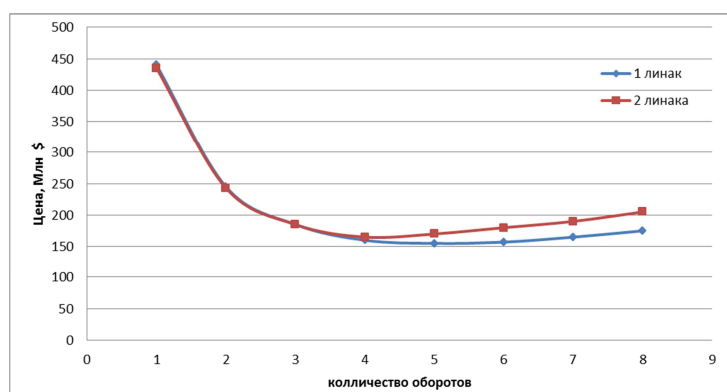


Рисунок 19 Сравнение стоимости УР (млн \$) и количества оборотов в случае одного линака и разделённой ВЧ-структуры [79].

В 1997 г. тремя авторами из Института ядерной физики СО РАН (Г.Н. Кулипанов, А.Н. Скринский, Н.А. Винокуров) на конференции SRI-97 в Химеджи (Япония) была предложена новая концепция источника синхротронного излучения четвертого поколения со сверхмалым эмиттансом пучка электронов (~ 0.01 нм·рад) и энергетическим разбросом 0.01% на основе не накопителя заряженных частиц, а разрезного микротрона–рекуператора. Проект был назван MARS (Multy-pass Accelerator-Recuperator Source). Излучение из ондуляторов длиной 100 – 150 метров, установленных на таком ускорителе, будет превосходить по яркости излучение источников СИ третьего поколения в диапазоне длин волн 0.1 – 4 нм на 3 – 4 порядка, обладать полной пространственной когерентностью и монохроматичностью порядка $10^{-3} - 10^{-4}$ [80].

Первоначально предложенная схема ускорителя-рекуператора, подобная второй и третьей очередям Новосибирского ЛСЭ, имеет ряд недостатков. Главный из них состоит в том, что на всех дорожках, кроме последней, одновременно циркулируют два пучка – ускоряемый и замедляемый. Это осложняет настройку электронной оптики системы для управления пучками, а в случае установки ондуляторов на промежуточные дорожки для увеличения количества пользовательских станций, создает два источника излучения, так как ускоряемый и рекуперированный пучки имеют разные поперечные координаты. Поэтому, было предложено [24] перейти к схеме ускорителя-рекуператора с двумя ускоряющими секциями [81], похожей на схему американского ускорителя CEBAF [82] (см. Рисунок 20).

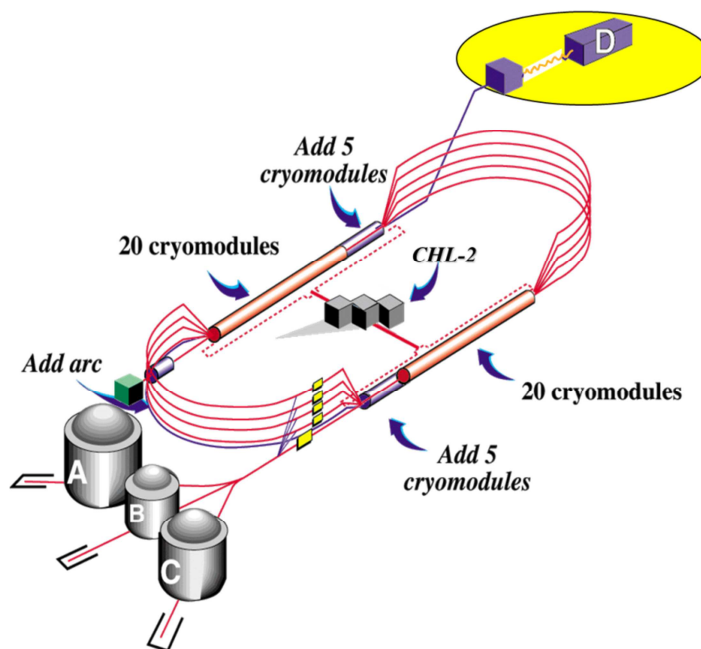


Рисунок 20 Ускоритель CEBAF с разделённой ускоряющей структурой [82].

Минимальный вариант установки – ускоритель-рекуператор с одним ондулятором – показан на Рисунке 21. Очевидным недостатком такой схемы является малое количество (одна)

экспериментальных станций. Тем не менее, благодаря экономичности и высоким параметрам электронного пучка, такая схема неоднократно предлагалась в качестве источника излучения с длиной волны 13 нм (см., например, проект компактного ускорителя для литографии [31]).

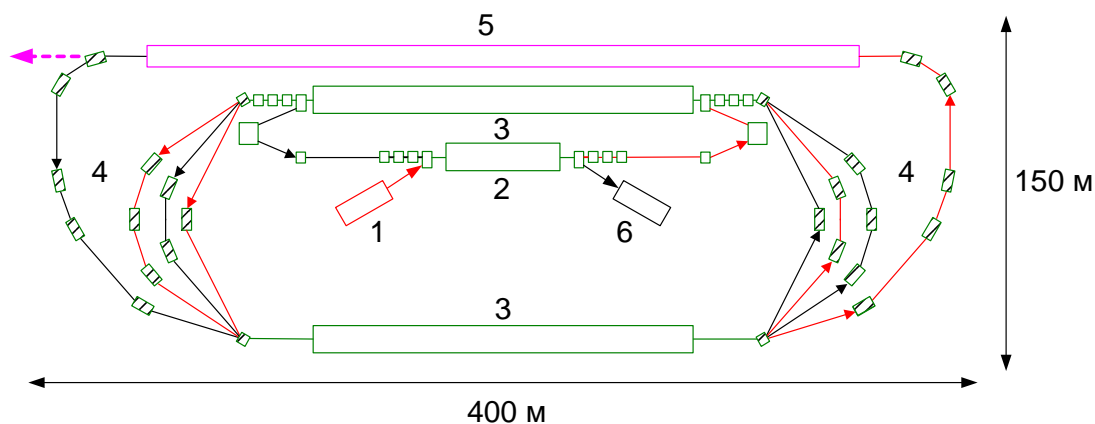


Рисунок 21 Схема ускорителя-рекуператора с одним ондулятором. 1 – инжектор, 2 – промежуточная ускоряющая высокочастотная структура, 3 – основные ускоряющие высокочастотные структуры 4 – поворотные магниты, 5 – ондулятор, 6 – поглотитель пучка, красные стрелки – ускоряемый пучок, черные – использованный замедляемый [31].

Принцип действия ускорителя-рекуператора следующий (см. Рисунок 21). Электроны из инжектора 1 проходят через промежуточную ВЧ ускоряющую структуру 2 и 180-градусный поворот и попадают в первую основную ВЧ ускоряющую структуру 3. Затем магнитная система 4 направляет ускоренные частицы во вторую основную ВЧ ускоряющую структуру 3. После двух проходов через каждую из двух основных ускоряющих структур 3 электроны приобретают конечную энергию и проходят через ондулятор 5. Искользованные электроны замедляются в тех же ускоряющих структурах, где они были ускорены, и возвращают туда энергию. При этом вне ускоряющих структур ускоряемый и замедляемый пучки проходят по разным электронооптическим каналам. Замедленные частицы направляются в поглотитель 6.

Для создания источника СИ четвертого поколения, предполагается расширить минимальный вариант установкой дополнительных ондуляторов в поворотные арки (см. Рисунок 22) [83].

Все три варианта отличаются лишь количеством ондуляторов. Второй и третий варианты отличаются от минимального наличием ондуляторов в 180-градусных поворотах. Во втором варианте в каждом повороте установлено по два ондулятора, а в третьем – по одному. Тогда во втором варианте имеется 5 ондуляторов на пучке с энергией 5.6 ГэВ, 4 ондулятора - на 3.8 ГэВ, 4 – на 3 ГэВ и 4 – на 1.2 ГэВ (наборы энергии на ускоряющих структурах по причинам, указанным ниже, выбраны различными – 0.8 ГэВ и 1.8 ГэВ). В третьем варианте эти числа снижаются до 3, 2, 2, и 2 соответственно. Количество ондуляторов во втором варианте более

чем вдвое больше, чем в третьем. При этом ВЧ система и инжектор, составляющие более половины стоимости остаются теми же, а разница в размерах невелика. Поэтому второй вариант предпочтителен и далее будет рассматриваться именно он.

Можно заметить, что использование ускорителя-рекуператора с отдельными поворотами не только сокращает длину ВЧ ускоряющих структур, но и позволяет использовать много (во втором варианте – 17) длинных ондуляторов. Ондуляторы размещаются по четыре, параллельно друг другу на расстоянии по горизонтали примерно 2.5 м. Для вывода излучения дорожки разнесены по высоте на 0.5 м.

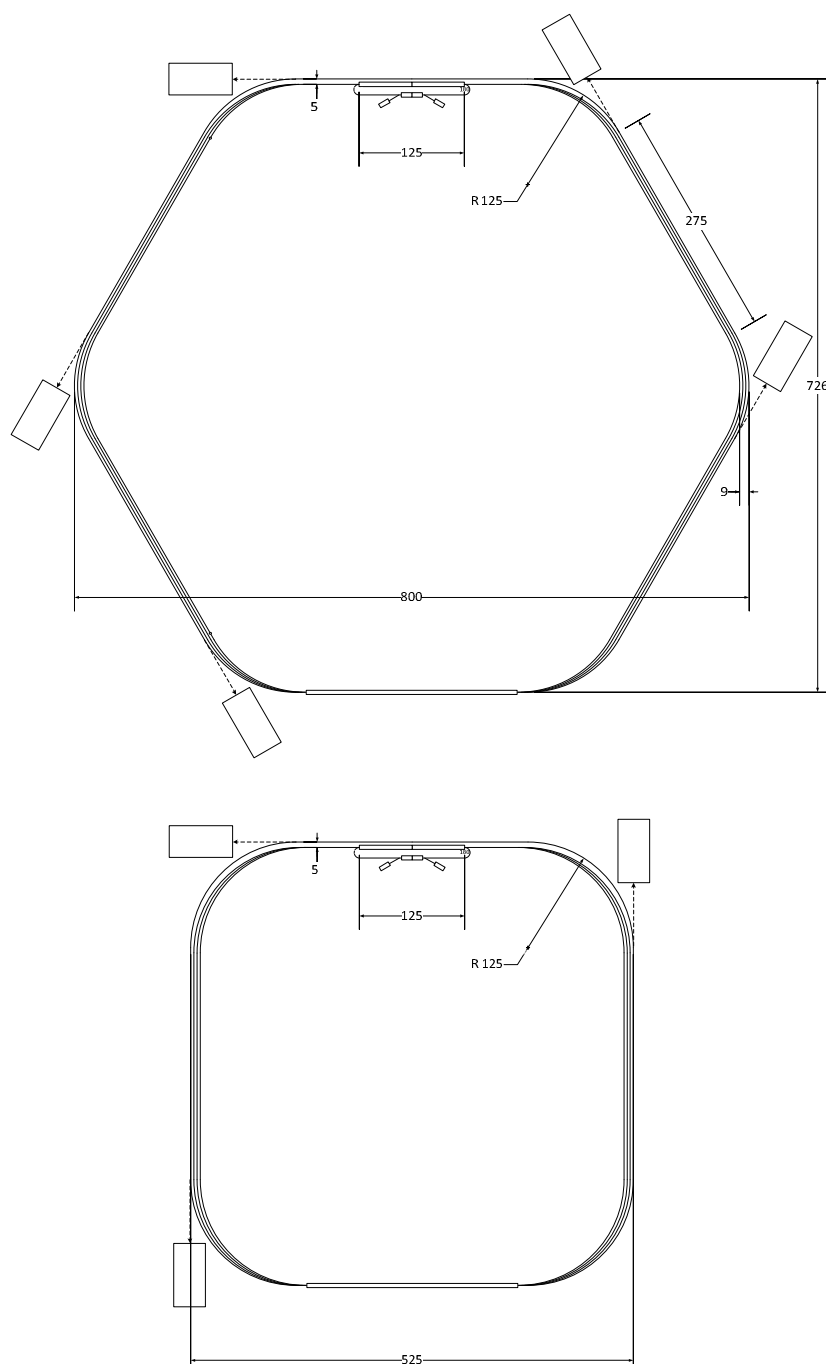


Рисунок 22 Схемы и размеры (м) ускорителей рекуператоров [83].

Чтобы облегчить вывод излучения, магнитные арки разведены одновременно по горизонтали и вертикали (см. Рисунок 23) ([84], [85]).

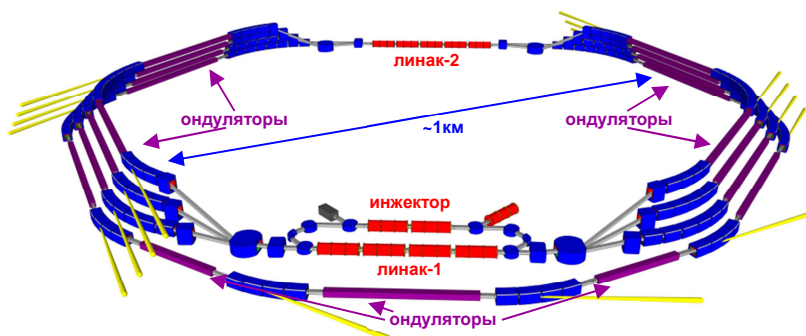


Рисунок 23 Рентгеновский источник излучения четвертого поколения MARCS ([84], [85]).

2.1.2 ВЧ-резонаторы

Для того чтобы электроны, инжектируемые в основную ВЧ ускоряющую структуру, могли пройти через квадрупольные линзы, предназначенные для фокусировки частиц высокой энергии, ускоряемых в той же структуре, энергия инжектируемых электронов не должна быть очень низкой. Считается, что она должна превышать одну десятую максимальной энергии электронов, проходящих через фокусирующую систему [81]. Более точное значение минимальной энергии инжекции зависит от конкретного варианта фокусировки и среднего тока электронного пучка. В качестве исходной принята энергия инжекции 400 МэВ. По аналогичным соображениям энергия инжекции в промежуточную ускоряющую структуру составляет 40 МэВ.

Для получения пучка с энергией 5.6 ГэВ используются два основных сверхпроводящих линейных ускорителя с максимальными наборами энергии 0.9 ГэВ и 1.9 ГэВ на каждом и один вспомогательный – с максимальным набором энергии 0.4 ГэВ. Через каждый из основных ускорителей одновременно проходит два ускоряемых и два замедляемых пучка со средним током 10 мА каждый. Из-за такого большого среднего тока основной задачей проектирования линейного ускорителя является не получение высокого темпа ускорения, а обеспечение устойчивости пучка. В частности, между всеми ускоряющими секциями могут быть размещены магнитные квадрупольные линзы (по-видимому, сверхпроводящие). В качестве прототипа может быть взята ускоряющая структура, используемая в проекте XFEL (Гамбург, Германия), с секциями из девяти резонаторов (см. Рисунок 24) [42].

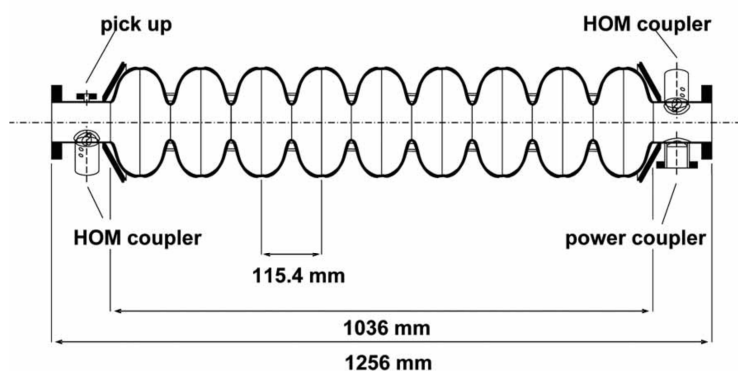


Рисунок 24 Сверхпроводящая ускоряющая структура европейского XFEL [42].

Современные технологии изготовления и подготовки сверхпроводящих резонаторов стабильно обеспечивают получение темпа ускорения более 25 МэВ/м. Однако, учитывая непрерывный режим работы, высокий темп ускорения не является оптимальным для ускоряющих структур MARSA. Для сверхпроводящих линейных ускорителей, работающих в непрерывном режиме, минимальная стоимость ускорителя (капитальные и эксплуатационные затраты) достигается при градиентах 15-20 МВ/м (при больших градиентах уменьшается длина ускорителя, но растут криогенные потери). Кроме того, при невысоких градиентах повышается надежность работы установки. Выбрав значение темпа ускорения равным 15 МВ/м, получаем, что для набора энергии 1.9 ГэВ активная длина (т.е. длина, на которой частицы испытывают действие ускоряющего ВЧ-поля) линейного ускорителя должна составлять 127 м. Принимая, что длина криомодуля в 1.5 раза больше активной длины содержащихся в нем нескольких (6-8) ускоряющих структур, получаем длину криомодулей одного линейного ускорителя 190 м. С учётом промежутков между криостатами общая длина каждого линейного ускорителя может составить 200-250 м.

2.1.3 Излучение

Сравнение параметров излучения MARS ($I=10$ мА) и лучшего из существующих источников СИ третьего поколения SPring-8 ($I=100$ мА) [3] представлено в Таблице 2 [84].

Таблица 2 Параметры излучения

установки	Число периодов ондулятора	Количество выводов излучения	Яркость фотон с-1 мм-2 мрад-2 ($\Delta\lambda/\lambda = 10^{-3}$)	Поток фот./с ($\Delta\lambda/\lambda = 10^{-3}$)
MARS	10^2	48	10^{22}	$7.7 \cdot 10^{13}$
	10^3	12	10^{23}	$7.7 \cdot 10^{14}$
	10^4	4	10^{24}	$7.7 \cdot 10^{15}$
SPring-8	пов. магниты	23	10^{16}	10^{13}
	130	34	$3 \cdot 10^{20}$	$2 \cdot 10^{15}$
	780	4	10^{21}	$1.2 \cdot 10^{16}$

2.1.4 Магнитная структура

Магнитная структура каждой дорожки (см. Рисунок 23) состоит из шести шестидесятиградусных ахроматических поворотов с 26 магнитами в каждом. Магнитные элементы образуют FODO структуру с подавителями дисперсии. Оптические функции рассчитаны на программе OptiM (см. Рисунок 25) [86].

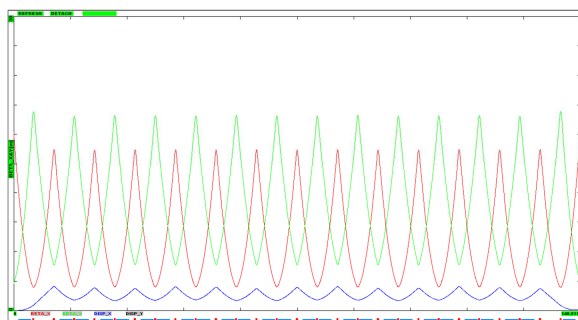


Рисунок 25 Оптические функции шестидесятиградусного поворота

2.1.5 Продольное движение

1) Параметры излучения из ондулятора и согласование с оптикой

Потери энергии за один проход в ондуляторе составляют

$$W = \frac{N r_e (2\pi K E)^2}{3 m c^2 \lambda_u}, \quad (2.1)$$

т. е., 1.14 МэВ, следовательно, полная мощность излучения из ондулятора равна 11.4 кВт. При этом относительная дисперсия потерь $\sqrt{\langle \hbar \omega \rangle W} / E$ (где $\langle \hbar \omega \rangle$ - средняя по спектру энергия фотона) составляет примерно $2 \cdot 10^{-5}$. Для того чтобы энергетический разброс не снижал величину яркости, требуется, чтобы он не превышал $1/5N = 2 \cdot 10^{-5}$. Поэтому в случае использования нескольких ондуляторов на дорожке с максимальной энергией ускорителя-рекуператора яркость излучения из последующих ондуляторов будет несколько меньше, чем из первого.

Среднеквадратичная угловая расходимость излучения составит примерно $\sqrt{\lambda/2L} \approx 0.6 \cdot 10^{-6}$, а эффективный среднеквадратичный размер источника - $\sqrt{2\lambda L}/4\pi \approx 20$ -микрон. Естественная фокусировка ондулятора (равномерно распределенная по двум направлениям) характеризуется согласованной бета функцией $\beta_u = \gamma \lambda_u / \pi K \approx 70$ м. Эта величина примерно равна «оптимальной» L/π , следовательно, усиление фокусировки не увеличит яркость. С другой стороны, для того, чтобы размер электронного пучка $\sqrt{\varepsilon \beta_u}$ не превышал эффективного размера источника $\sqrt{2\lambda L}/4\pi$, необходимо, выполнение условия $\varepsilon < (L/2\pi\beta) \lambda/4\pi \approx \lambda/8\pi \approx 0,005$ нм. Такое в два раза более жесткое условие на эмиттанс связано с тем, что огибающая $\sqrt{\varepsilon \beta_u}$ электронного пучка в ондуляторе постоянна, а размеры Гауссова пучка излучения меняются вдоль ондулятора. При этом мы требуем, чтобы размер электронного пучка не превышал минимального (а не среднего) размера светового пучка. Несколько улучшить согласование электронного и фотонного пучков можно при помощи снижения бета функции в середине ондулятора примерно до $\beta_u/2$ при ее соответствующем повышении (до $3\beta_u/2$) на концах ондулятора.

2) Квантовые флуктуации СИ

Квантовые флуктуации синхротронного излучения приводят к росту энергетического разброса и поперечных эмиттансов. Поэтому полученные максимальные допустимые значения

этих величин накладывают жесткие ограничения на параметры магнитной системы ускорителя-рекуператора.

Увеличение энергетического разброса в поворотах зависит от магнитного поля в них и характеризуется дисперсией $\sqrt{\langle \hbar \omega \rangle W}$ потерь W . Для синхротронного излучения относительная дисперсия потерь на одном 360-градусном повороте равна

$$\frac{\sqrt{\langle \hbar \omega \rangle W}}{E} = \gamma^{5/2} \frac{r_e}{R} \sqrt{\frac{55\pi}{12\sqrt{3}\alpha}} \quad (2.2)$$

Принимая, что эта величина не должна превышать $2 \cdot 10^{-5}$ получим для последней дорожки $R > 60$ м. Это значит, что поле в поворотных магнитах должно быть не более 0.3 Т. Из-за сильной (γ^7) зависимости квадрата дисперсии от энергии электронов учитывается лишь вклад последней дорожки.

Прирост горизонтального эмиттанса из-за квантовых флуктуаций синхротронного излучения на последней дорожке

$$\Delta \varepsilon_x = \frac{55}{48\sqrt{3}} \frac{\gamma^5 r_e^2}{\alpha} \int_0^{2\pi} \frac{\gamma_T \eta^2 + 2\alpha_T \eta \eta' + \beta \eta'^2}{R^2} d \frac{s}{R}, \quad (2.3)$$

где α_T , β , γ_T - параметры Твисса, а η – горизонтальная дисперсионная функция, не должен превышать $\varepsilon_{\max} = \lambda/8\pi$. При одном и том же радиусе кривизны траектории во всех магнитах это дает ограничение для среднего по длине, занятой магнитами, «инварианта» дисперсионной функции

$$\overline{\gamma_T \eta^2 + 2\alpha_T \eta \eta' + \beta \eta'^2} < \frac{\lambda}{4\pi} \left(\frac{\langle \hbar \omega \rangle W}{E^2} \right)^{-1} \quad (2.4)$$

При выполнении ограничения (2.5) условие (2.7) дает $\overline{\gamma_T \eta^2 + 2\alpha_T \eta \eta' + \beta \eta'^2} < 3 \text{ см}$. Такое ограничение является довольно жёстким, но выполнимым.

Продольное движение в ускорителе-рекуператоре должно обеспечивать малый ($2 \cdot 10^{-5}$) энергетический разброс и малую (менее 0.1 пс) длину сгустка. Для этого необходим продольный эмиттанс не более 5 кэВ·пс. Кроме того, продольная фокусировка в ускорителе-рекуператоре должна обеспечивать малую длину сгустка на последних дорожках.

Ограничение (2.7) ограничивает и величину продольной дисперсии дуги

$$M_{s6} = \int_0^{\pi} \eta d \frac{s}{R} = \pi \bar{\eta} \quad (2.5)$$

На первой и второй дорожках приращение эмиттанса из-за квантовых флуктуаций синхротронного излучения значительно меньше, и можно несколько увеличить поперечную и, значит, продольную дисперсии.

Таблица 3 объединяет требуемые параметры для источника СИ на базе УР. Эти величины являются вполне достижимыми, и на сегодняшний день принципы работы таких установок подтверждены экспериментально, а многие мировые центры разрабатывают собственные проекты по созданию источника СИ нового поколения на базе УР. Рассмотрим вкратце существующие УР и проекты, которые представили их коллективы.

Таблица 3 Требуемые параметры УР для источника СИ четвертого поколения.

Параметр УР	величина	основные ограничения
Максимальная энергия	5.6 ГэВ	Длина волны СИ
Средний ток	10 мА	Дифракционный предел СИ, пространственный заряд пучка
Заряд сгустка	10 пКл	Эмиттанс пучка, пространственный заряд
Длина сгустка	1 пс	Пиковая яркость
Длинные ондуляторы	10^2 - 10^4 периодов, длина ~ 200 м	Сохранение потока фотонов, средняя яркость, пиковая яркость
Бета-функции на входе в ондулятор	115 м	Согласование электронного и фотонного пучков
Потери на излучение	1.14 МэВ/пролёт 11.4 КВт	
Дисперсия потерь на излучение	$2 \cdot 10^{-5}$	средняя яркость
Радиус поворота дорожки с максимальной энергией	$R > 60$ м	Квантовые флуктуации, энергетический разброс.
Инвариант дисперсионной функции	$H < 3$ см	Прирост эмиттанса
Продольная фокусировка	$R_{56} \neq 0$	Группировка пучка

2.2 Взаимодействие электронного пучка и резонаторов

2.2.1 Дипольные моды

В цилиндрическом резонаторе распределения азимутальной компоненты магнитного поля и продольной компоненты электрического поля моды E_{011} следующие (см. Рисунок 26) [39]

$$\begin{aligned} E_z &= E_0 J_1\left(\frac{V_{11}}{a} r\right) \sin \phi e^{i\alpha x} \\ H_\phi &= -i\omega \frac{a}{V_{11} c \eta} E_0 J_1'\left(\frac{V_{11}}{a} r\right) \sin \phi e^{i\alpha x} \end{aligned} \quad (2.6)$$

$\eta = \sqrt{\mu_0 / \xi_0}$, J_1 и J_1' – функция Бесселя первого порядка и её производная, $V_{11} = 3,832$ – корень функции Бесселя, d – длина резонатора, a – радиус, ω – частота моды, c – скорость света.

При малых отклонениях x от оси резонатора, функция Бесселя заменяется её асимптотикой

$$J_a(x) = \frac{1}{\Gamma(a+1)} \left(\frac{x}{2}\right)^a, \quad (2.7)$$

где $x \ll \sqrt{a+1}$, $\Gamma(n)$ – гамма-функция Эйлера. В нашем случае $a=1$ и $x = 3.8r/a$, соответственно, отклонение от оси $r \ll a/2$, $\Gamma(2)=1$. Производная функции Бесселя $J_1'(x)=1/2$.

В случае резонатора более сложной формы продольное электрическое поле стоячей волны дипольной моды TM_{011} вблизи оси резонатора имеет вид

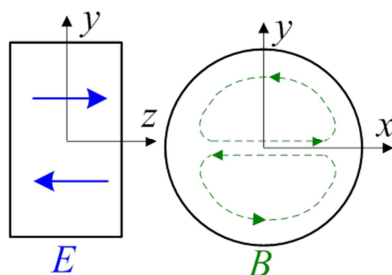
$$E_z = E_0 \frac{r}{R} \sin \phi \cos(\alpha x + \phi), \quad (2.8)$$

где R – характерный размер резонатора, r – расстояние от оси.

Для высших азимутальных мод, можно показать, что при азимутальной симметрии структуры, амплитуда усреднённого продольного электрического поля моды E_{pnm} вблизи оси изменяется как [87]

$$E_z = E_0 \left(\frac{\rho}{a}\right)^m \cos(m\phi) \quad (2.9)$$

a – радиус вакуумной камеры, ρ – расстояние от оси, E_0 – среднее поле вдоль оси.

Рисунок 26 E_{011} («дипольная») мода ВЧ-резонатора

2.2.2 Потери в резонаторе и шунтовой импеданс

Мерой возмущения дипольной моды является шунтовой импеданс, определяемый соотношением

$$R_{sh} = \frac{V_{\parallel}^2}{(\omega_n / c)^2 \rho^2 P_c}, \quad (2.10)$$

где P_c – мощность, рассеиваемая резонатором, ω_n собственная частота моды, V_{\parallel} – «напряжение», т. е. максимальный набор энергии частицей с единичным зарядом и скоростью, близкой к скорости света, пролетевшей через резонатор на расстоянии ρ от оси. Учитывая, что в (2.10) $V_{\parallel}/\rho = const$, шунтовой импеданс выражается через напряжение на расстоянии a от оси резонатора

$$R_{sh} = \frac{V_{a\parallel}^2}{(\omega_n / c)^2 a^2 P_c} \quad (2.11)$$

В то же время, согласно теореме Панофского-Вензеля ([88] и [89]), поперечная сила, действующая на частицу при пролёте резонатора параллельно его оси на расстояние x , находится из соотношения

$$i\omega \int_0^L F_{\perp} e^{i\frac{\omega}{c}z} \frac{dz}{c} = -e \int_0^L \nabla_{\perp} E_z e^{i\frac{\omega}{c}z} dz, \quad (2.12)$$

где L – длина резонатора (поле зануляется в точках $z = 0$ и $z = L$). Эффективное поперечное напряжение характеризует меру отклонения частицы при пролёте резонатора

$$V_{\perp} = \frac{1}{e} \int_0^L F_{\perp} e^{i\omega z/c} dz \quad (2.13)$$

Тогда

$$V_{\perp} = i \frac{c}{\omega a} \int_0^L E_z(\rho = a) e^{i \frac{\omega}{c} z} dz = i \frac{c V_a}{\omega a} \quad (2.14)$$

По определению, добротность моды – отношение запасённой энергии U и потерь

$$Q = \omega \frac{U}{P_c} \quad (2.15)$$

Тогда, характеристический импеданс моды равен

$$\frac{R_{sh}}{Q} = \frac{V_{\perp}^2}{\omega U}, \quad (2.16)$$

и соответствует аналогичному определению для основной моды.

2.2.3 Пороговый ток неустойчивости однооборотного УР

Изменение поперечного импульса, получаемое частицей при пролёте резонатора, опять же, вычисляется из теоремы Пановского-Вензеля [89]

$$\Delta p_{\perp} = \text{Re} \frac{ie}{\omega} \int_0^L \nabla_{\perp} E_z(t, z) dz = \text{Re} \frac{e}{c} V_{\perp} e^{i\varphi} = \frac{e}{\omega a} V_a \sin \varphi, \quad (2.17)$$

где φ – фаза влёта пучка в дипольную моду резонатора. Это отклонение, из-за ненулевого элемента транспортной матрицы системы R_{12} преобразуется в отклонение по координате, при повторном прохождении резонатора

$$x = R_{12} \Delta p_x / p \quad (2.18)$$

Фаза частицы относительно дипольной моды, при повторном пролёте резонатора, равна

$$\psi = \varphi + \omega_n T_r, \quad (2.19)$$

где T_r – период оборота частицы. Тогда, энергия, полученная модой при торможении, равна

$$\delta E = \text{Re} q \int_0^L E_z(\rho = x) e^{i \frac{\omega}{c} z + \psi} dz = \frac{qx}{a} V_a \cos(\varphi + \omega T_r), \quad (2.20)$$

где q – заряд сгустка. В виду того, что фаза частицы меняется относительно дипольной моды, то в энергетическом балансе нужно рассматривать усреднённую по фазе энергию (подставляя (2.17) и (2.18))

$$\begin{aligned} \langle \delta E \rangle &= \left\langle \frac{q}{a} R_{12} \frac{e}{\omega a} V_a \sin \varphi \frac{1}{p} V_a \cos(\varphi + \omega T) \right\rangle = \frac{eq}{\omega a^2 p} V_a^2 R_{12} \langle \sin \varphi \cos \varphi \cos \omega T - \sin^2 \varphi \sin \omega T \rangle = \\ &= -\frac{eq}{2\omega a^2 p} V_a^2 R_{12} \sin \omega T \end{aligned} \quad (2.21)$$

Неустойчивость будет развиваться, если накачка моды будет превышать её потери в резонаторе

$$\langle \delta E \rangle - P_c T_b = 0, \quad (2.22)$$

где T_b – период следования электронных сгустков. Потери дипольной моды в резонаторе соответственно равны

$$P_c = \frac{V_{a1}^2}{(\omega_n / c)^2 a^2 R_{sh}} \quad (2.23)$$

Откуда, учитывая, что $I = q/T_b$

$$I = - \frac{2pc^2}{e\omega_n (R_{sh}/Q)_n Q_n R_{12} \sin \omega_n T_r} \quad (2.24)$$

Элемент транспортной матрицы R_{12} может быть выражен через параметры Твисса и энергии пучка на влёте в резонатор (β_1 и γ_1) и после оборота (β_2 и γ_2)

$$R_{12} = \sqrt{\gamma_2 \frac{\beta_1 \beta_2}{\gamma_1}} \sin(\Delta \psi_{12}), \quad (2.25)$$

где $\Delta \psi_{12}$ – набор бетатронной фазы между точками 1 и 2 (1-й и 2-й пролёт резонатора). Тогда, формула для порогового тока преобразуется [90]

$$I = - \frac{2}{e\omega_n (R_{sh}/Q)_n Q_n \sqrt{\frac{\beta_1 \beta_2}{\gamma_2 \gamma_1}} \sin(\Delta \psi) \sin \omega_n T_r} \quad (2.26)$$

Формула (2.26) является приближённой, в её выводе не учитывается затухание возбуждаемых пучком колебаний, т.е. условие её применимости

$$e^{-\frac{\omega}{2Q} \Delta Tr_{nm}} \approx 1 \text{ или } Q \gg \frac{\omega}{2} \Delta Tr_{nm}, \quad (2.27)$$

где ΔTr_{nm} время между n-м и m-м пролётами резонатора.

2.2.4 Разделение мод в резонаторе

Существует опасность взаимного перекрытия частот мод (см. Рисунок 27), которая, естественно, не учитывается при одномодовой и однорезонаторной оценке пороговых значений (2.19).

Пусть в резонаторе возбуждены две моды с частотами ω_1 и ω_2

$$\begin{aligned} E_1 &= E_{01}(r, z) \cos(\omega_1 t), \\ E_2 &= E_{02}(r, z) \cos(\omega_2 t + \psi_2), \end{aligned} \quad (2.28)$$

где ψ_2 – фаза 2-й моды относительно 1-й, отличающиеся на величину $\delta\omega$

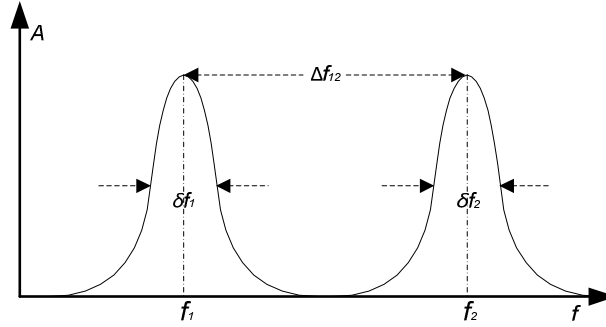


Рисунок 27 разделение частот дипольных мод

$$\omega_1 = \omega_2 + \delta\omega \quad (2.29)$$

Если фаза влёта в первую моду равна φ_1 , то фаза пучка во второй равна

$$\varphi_2 = \frac{\omega_2}{\omega_1} \varphi_1 \quad (2.30)$$

Суммарный импульс, получаемый после взаимодействия с модами

$$\Delta p_{\perp} = \Delta p_1 + \Delta p_2 = \frac{e}{\omega_1 a} V_a \sin(\varphi_1 + \psi_1) + \frac{e}{\omega_2 a} V_a \sin(\varphi_2 + \psi_2) \quad (2.31)$$

Тогда отклонение

$$x = R_{12} \frac{p_1 + p_2}{p} = x_1 + x_2 \quad (2.32)$$

Энергия для каждой моды

$$\delta E_{1,2}(x) = \delta E_{1,2}(x_1) + \delta E_{1,2}(x_2) \quad (2.33)$$

Средняя энергия, передаваемая в моду

$$\langle \delta E_1(x) \rangle = \langle \delta E_1(x_1) + \delta E_1(x_2) \rangle = \langle \delta E(x_1) \rangle + \frac{eq}{\omega_2 p a^2} R_{12} V_a^2 \langle \sin(\varphi_2 + \psi_2) \cos(\varphi_1 + \omega_1 T_r) \rangle \quad (2.34)$$

За время, характеризующееся добротностью, второй член должен занулиться. Раскрывая скобки, и учитывая, что ψ_2 – произвольная фаза, получаем, что слагаемые при $\cos\psi_2$ и $\sin\psi_2$ должны занулиться одновременно

$$\begin{cases} \left\langle \left(\sin \varphi_1 \cos \frac{\delta\omega}{\omega_1} \varphi_1 - \cos \varphi_1 \sin \frac{\delta\omega}{\omega_1} \varphi_1 \right) \cos(\varphi_1 + \omega_1 T_r) \right\rangle = 0, \\ \left\langle \left(\cos \varphi_1 \cos \frac{\delta\omega}{\omega_1} \varphi_1 - \sin \varphi_1 \sin \frac{\delta\omega}{\omega_1} \varphi_1 \right) \cos(\varphi_1 + \omega_1 T_r) \right\rangle = 0 \end{cases} \quad (2.35)$$

Эти слагаемые тоже по отдельности зануляются в среднем за время затухания $2Q/\omega$

$$\int_0^{2Q} \left(\frac{1}{2} \sin 2\varphi \cos \frac{\delta\omega}{\omega} \varphi - \cos^2 \varphi \sin \frac{\delta\omega}{\omega_1} \varphi \right) d\varphi = \frac{1}{2 + \frac{\delta\omega}{\omega_1}} \cos \left(2\varphi_1 - \frac{\delta\omega}{\omega_1} \varphi_1 \right)_0^{2Q} - \frac{1}{\frac{\delta\omega}{\omega_1}} \cos \left(\frac{\delta\omega}{\omega_1} \varphi_1 \right)_0^{2Q}, \quad (2.36)$$

при условии

$$\frac{\delta\omega}{\omega_1} \ll \frac{1}{2Q} \quad (2.37)$$

Таким образом, можно сказать, что моды не дают вклада в движение, если разнесены на расстояние большее, чем добротность [72]. Ситуация принципиально не меняется, если рассматриваются два отдельных резонатора. Таким образом, каждый резонатор в ускорителе можно рассматривать по отдельности, если выполнено условие (2.37).

2.2.5 Многооборотное однорезонаторное приближение. Пороговый ток

В случае многооборотного ускорителя, рассмотрим случай движения одной частицы через ускоряющую структуру. С момента влёта в ускоритель, до поворота в поглотитель, частица возбуждает колебания $2N$ раз и каждый пролёт помимо возбуждения волны в новой фазе (фазе пролёта), взаимодействует со всеми предыдущими возбуждениями

$$\langle W \rangle = \frac{q}{a} \sum_{n=0}^{2N} \sum_{k=0}^n \langle V_k x_{nk} \rangle \quad (2.38)$$

и

$$V_k = \frac{V_a}{2\omega p_k} \sin(\omega_m T_k) = \frac{V_a}{2\omega \gamma_k m c} \sin(\omega_m T_k), \quad (2.39)$$

где T_k – период обращения по орбите k , γ_k – энергия на дорожке k , x_{nk} – относительное изменение отклонений от оси с k -го прохода по n -й

$$x_{nk} = M_{11}^{kn} x_k + M_{12}^{kn} x'_k - q \frac{V_a}{\omega p a} \frac{1}{a} \sin(\phi + \omega_m T_k) M_{12}^{kn} \quad (2.40)$$

Элемент транспортной матрицы выражается через параметры Твисса [91]

$$M_{12}^{kn} = \frac{\partial x_n}{\partial x'_k} = \sqrt{\varepsilon_n \beta_n} / \sqrt{\varepsilon_k / \beta_k} \sin(\Delta\psi) = \sqrt{\frac{\varepsilon_{0n} \beta_n}{\gamma_n}} / \sqrt{\frac{\varepsilon_{0k}}{\gamma_k \beta_k}} \sin(\Delta\psi) = \gamma_k \sqrt{\frac{\beta_k \beta_n}{\gamma_k \gamma_n}} \sin(\Delta\psi_{nk}) \quad (2.41)$$

Подставляя это выражение

$$\langle W \rangle = \frac{q}{a} \sum_{k,n=0 \dots N} \langle V_k x_n \rangle = W_0 \sum_{n=0}^{2N} \sum_{k=0}^n \left\langle \cos(\phi + n\omega_m T_n) \left(M_{11}^{kn} x_{kn} + M_{12}^{kn} x'_{kn} - q \frac{V_a}{\omega p a} \frac{1}{a} \sin(\phi + \omega_m T_k) M_{12}^{kn} \right) \right\rangle \quad (2.42)$$

и усредняя по фазе влёта ϕ , которая зависит от разности частот, получаем

$$\langle W \rangle = -W_1 \sum_{n=0}^{2N} \sum_{k=0}^n \sin(\omega_m (T_n - T_k)) \sqrt{\frac{\beta_k \beta_n}{\gamma_k \gamma_n}} \sin(\Delta \psi_{nk}) \quad (2.43)$$

Аналогично, приравнявая накачку пучком к потерям на стенках, получается формула для порогового тока [87]

$$I_{th} = -2 \frac{m_0 c^2}{e} \frac{1}{\omega_m \left(\frac{R_{sh}}{Q} \right)_m \mathcal{Q}_m \sum_{m=1}^{2N-1} \sum_{n=m+1}^{2N} M_{12}^{kn} \sin(\omega_m (T_n - T_m))} \quad (2.44)$$

Более подробный анализ порогового тока для различных случаев, например, для положительных значений знаменателя, представлен в работе [92]. Для оптимизации на основе формулы (2.44), важно отметить, что отличия приближенного вычисленного тока от точной формулы начинаются при реально недостижимых значениях.

2.3 Подавление неустойчивостей дипольных мод

2.3.1 Поглотители высших мод

Основным способом борьбы с неустойчивостями является установка в резонаторы выводов соответствующих мод или поглотителей. Такие устройства понижают добротность паразитных колебаний, не меняя добротность основной ускоряющей моды, и тем самым, повышают пороговую устойчивость системы. В современных компоновках резонаторов такой метод ограничивается только модами, имеющим компоненты в крайних ячейках резонатора (см. Рисунок 28), в то время как «запертые» моды таким способом не выводятся. Предполагается, что при обнаружении таких запертых мод, геометрия резонатора переделывается таким образом, чтобы в крайних ячейках резонатора энергия моды была отлична от нуля.

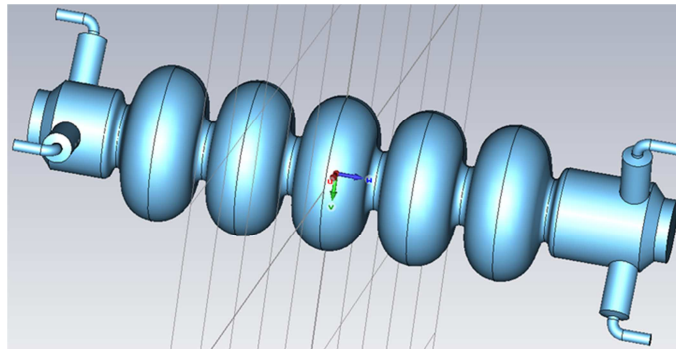


Рисунок 28 Пример резонатора с коплерами антенного типа [93]

Отдельный интерес представляют резонаторы специальной конструкции со встроенными плоскими волноводами вдоль всей структуры, позволяющие подавлять также и запертые моды [94] (Рисунок 29 и Рисунок 30). Волноводы азимутально разнесены друг относительно друга на 120 градусов. Такая структура имеет низкие значения добротности дипольных и квадрупольных мод, на 2 и 7 порядков меньших, чем таковые для аналогичного резонатора без разрезных волноводов системы Cornell [95]. Рассматриваемая система позволяет подавлять запертые дипольные и квадрупольные моды, без значительного уменьшения добротности основной ускоряющей моды. Это может значительно снизить стоимость ускоряющей структуры установок, благодаря использованию многоячеечных резонаторов, а так же, благодаря упрощению производства структур.

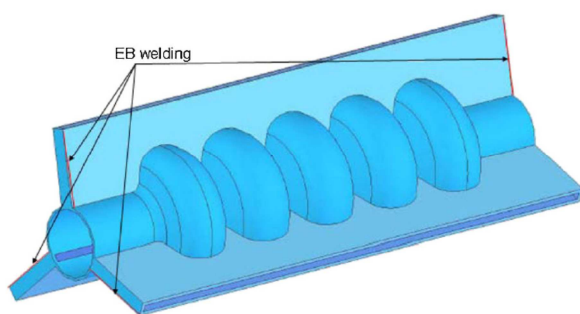


Рисунок 29 Схема ВЧ резонатора с продольными разрезами [94]

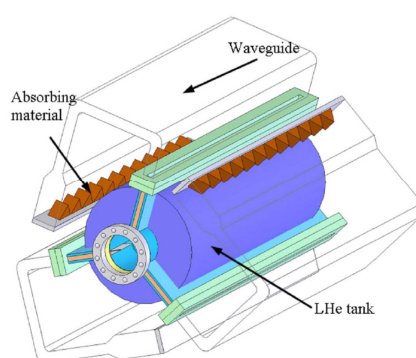


Рисунок 30 Схема ВЧ резонатора с продольными разрезами [94]

2.3.2 Подавление мод зеркальными элементами

Пороговый ток неустойчивости сильно зависит от транспортной матрицы 4×4 [96]. Существует возможность подавления ВВУ с помощью отражения или вращения отклонения пучка в поперечной плоскости при втором пролёте. В 2004 году, такая оптическая отражающая система была установлена в JLAB FEL. Она состоит из 5 повёрнутых квадрупольей и отражает отклонение пучка в плоскости xz . Первые опыты использования отражателя показали повышение порогового тока ВВУ с 5 мА до 8.5 мА. При этом максимальный ток был ограничен возможностями инжектора.

Обычно, ширина полосы опасных НОМ порядка от 1 до 10 кГц. Интерференция между высшими модами незначительна и каждая мода может рассматриваться независимо, если ширина опасных мод меньше чем расстояние между их частотами. Не идеальность - асимметричность элементов резонатора, таких как, например, коплеры, нарушают аксиальную симметричность и разделяют частоты дипольных мод. Характерное расстояние между двумя

ортогональными поляризациями одной и той же моды в сверхпроводящем резонаторе по порядку величины составляет от нескольких сот кГц до нескольких МГц. Вероятность перекрытия НОМ частот мала, если число резонаторов значительно меньше отношения разброса частот НОМ к их характеристической ширине полос.

В однооборотном однорезонаторном приближении, пороговый ток для связанной моды выражается так же,

$$I_b = - \frac{2pc}{q(\omega/c)(R_d/Q)Qm_{12}^* \sin(\omega t_r)} \quad (2.45)$$

с отличием только в элементах транспортной матрицы

$$m_{12}^* = m_{12} \cos^2(\alpha) + (m_{14} + m_{32}) \sin(\alpha) \cos(\alpha) + m_{34} \sin^2(\alpha), \quad (2.46)$$

где m_{ij} элементы транспортной матрицы оборота, α – угол поляризации моды.

Рассмотрим некоторые случаи оптики оборота в однорезонаторном приближении. Несвязанная транспортная матрица 4x4 имеет вид $M = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{bmatrix}$. В этом случае,

$$m_{12}^* = m_{12} \cos^2(\alpha) + m_{34} \sin^2(\alpha) \quad (2.47)$$

Симуляции хорошо согласуются с теорией при $T_{12} \sin(\omega_\lambda t_r) < 0$. При отрицательных значениях m_{34} симуляции показывают бесконечный пороговый ток, если угол поляризации моды превосходит критический

$$\alpha_{st} = \arctan \sqrt{-m_{12}/m_{34}} \quad (2.48)$$

Транспортная матрица 4x4 псевдоотражения имеет вид $M = \begin{bmatrix} 0 & A \\ B & 0 \end{bmatrix}$. Если А и В равны,

то матрица отражает пучок в плоскости ху. Пороговый ток обратно пропорционален

$$m_{12}^* = (m_{14} + m_{32}) \sin(2\alpha)/2, \quad (2.49)$$

для $m_{12}^* \sin(\omega_\lambda t_r) < 0$ и становится бесконечным для $m_{12}^* \sin(\omega_\lambda t_r) > 0$.

Матрица вращения $M = \begin{bmatrix} 0 & A \\ -A & 0 \end{bmatrix}$ поворачивает пучок на 90 градусов. В этом случае m_{12}^*

равняется 0, что приводит к бесконечному пороговому току в случае 90-градусного вращения.

Чтобы подавить неустойчивости с помощью оптических преобразований в нескольких резонаторах одновременно, матрица оборота для каждого резонатора должна иметь форму, обеспечивающую эффективное подавление ВВУ. Чтобы сохранить форму транспортной

матрицы оборота для каждого резонатора, транспортные матрицы между резонаторами должны удовлетворять следующим условиям.

Рассмотрим двухоборотный ускоритель с двумя ускоряющими резонаторами. M_1 и M_2 – матрицы оборотов 1-го и 2-го резонаторов. T_1 и T_2 – транспортные матрицы между резонаторами для первого и второго проходов. Тогда $M_1 = T_2^{-1} M_2 T_1$, выражая T_1 через симплектические матрицы S $S = T_1^T S T_1$ и $T_1^{-1} = -S T_1^T S$, получаем $M_2 = -T_2 M_1 S T_1^T S$. Это уравнение позволяет записать условия подавления неустойчивости в блочной форме подматриц 2×2 .

Пример с несвязанными транспортными матрицами $T_{1,2}$ и матрицами оборота $M_{1,2}$ обеспечивающими 90-градусное вращение. Матрица M_2 должна иметь такой же вид, что и матрица M_1 . Предполагая, что M_1 обеспечивает вращение пучка на 90-градусов, получим связь между транспортными матрицами между резонаторами.

$$M_2 = T_2 M_1 T_1^{-1} = \begin{bmatrix} X_2 & 0 \\ 0 & Y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & A \\ -A & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 & 0 \\ 0 & Y_1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & X_2 A Y_1^{-1} \\ -Y_2 A X_1^{-1} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

Из равенства $Y_2 A X_1^{-1} = X_2 A Y_1^{-1}$ получаем условие на вид транспортных матриц между резонаторами

$$X_2^{-1} Y_2 = A Y_1^{-1} X_1 A^{-1} \quad (2.51)$$

Создание оптики с такими специфическими транспортными матрицами для первого и второго проходов достаточно сложно. Можно сказать, что это условие выполняется автоматически, если транспортные матрицы $T_{1,2}$ являются осесимметричными с диагональными блоками X и Y равными друг другу. Таким образом, осесимметричные элементы без связи сохраняют вращение матрицы оборота от резонатора к резонатору. К примеру, два идентичных соленоида противоположной полярности составляют оптический элемент с осесимметричной транспортной матрицей, которая не меняет своей формы с энергией пучка.

2.3.3 Подавление неустойчивости с помощью хроматичности

В статье [97] рассматривается новый метод подавления неустойчивости с помощью естественного явления в ускорителях, называемого хроматичностью поперечного движения. Так как пучок является ансамблем частиц, то его среднее поперечное смещение после прохождения магнитной системы, вызванное изменением относительного поперечного импульса x' , равно

$$\langle x_r \rangle = \langle T_{12} \rangle x'. \quad (2.52)$$

Предполагается использовать хроматичность оборота и энергетический разброс пучка (наведением линейной модуляцией напряжения ВЧ, если необходимо) чтобы уменьшить величину усреднённого по энергии элемента транспортной матрицы: $\langle T_{12} \rangle \rightarrow 0$. Движение электронов с импульсом $p = p_0(1 + \delta)$, $|\delta| \ll 1$ через магнитную систему арки описывается уравнением Хилла

$$x'' = -\frac{K_1(s)}{1 + \delta} x = -(1 - \delta)K_1(s)x, \quad (2.53)$$

с решением в виде параметризации Куранта-Снайдера

$$\begin{aligned} x &= aw(s)\cos(\psi(s) + \varphi), \\ x' &= aw'(s)\cos(\psi(s) + \varphi) - \frac{a}{w(s)}\sin(\psi(s) + \varphi), \\ \psi'(s) &= 1/w^2(s), \end{aligned} \quad (2.54)$$

где a и ϕ – постоянные, а огибающая $w(s, \delta)$ и фаза $\psi(s)$ зависят от импульса частицы. Предполагая, что при начальном положении $s = 0$ $x_0 = 0$, $x'_0 = x'$, $\varphi = -\pi/2$, $a = w_i x'$, $w_i \equiv w(0)$, получаем

$$x = x' w_i w(s) \sin(\psi(s)) \quad (2.55)$$

Если все частицы в пучке имеют равную энергию E_0 , то они почувствуют одинаковый отклик на удар $T_{12}(0|s) = w_i w(s) \sin(\psi(s))$. Для частиц с небольшим энергетическим разбросом, функции огибающей и фазы могут быть записаны как

$$\begin{aligned} w(s, \delta) &\equiv w_0(s)(1 + \delta \cdot v(s)), \\ \psi(s, \delta) &\equiv \psi_0(s) + \delta \cdot \phi(s), \end{aligned} \quad (2.56)$$

где индекс “0” означает опорную частицу. Полученные функции могут быть выражены через теорию возмущений:

$$\begin{aligned} \phi(s) &= -\frac{1}{2} \int_0^s K(z) w_0^2(z) [1 + \cos 2(\psi_0(z) + \varphi_0)] dz, \\ v(s) &= -\frac{1}{2} \int_0^s K(z) w_0^2(z) \sin 2(\psi_0(z) + \varphi_0) dz \end{aligned} \quad (2.57)$$

Важное свойство этого решения заключается в том, что изменение фазы (т.е. хроматичность колебаний) определяется монотонной функцией со средним значением

$-\langle K(z)w_0^2(z) \rangle_z / 2$, в то время как отклонение огибающей является быстро осциллирующей функцией с двойной бетатронной частотой. Таким образом, в большой ускорительной системе хроматичность растёт постепенно, и может достигать значительных величин $C(s) = \frac{\phi(s)}{2\pi} \gg 1$ и даже для небольших отклонений энергии, изменения фазы могут быть большими, тогда как относительные изменения огибающей будут малы $\delta \cdot v(s) \ll 1$. Это обеспечивает отсутствие роста эмиттанса в хроматичной транспортной линии для согласованного пучка. Рассмотрим пучок с распределением Гаусса по энергии

$$f(\delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}}, \quad (2.58)$$

где σ - среднеквадратичное отклонение. Отклонение пучка

$$\langle x(s) \rangle = x' \cdot w_i \int_{-\infty}^{\infty} w(s, \delta) \sin(\psi(s, \delta)) f(\delta) d\delta \quad (2.59)$$

Откуда элемент транспортной матрицы равен

$$\begin{aligned} T_{12} &= \frac{\langle x(s) \rangle}{x'} = w_i \int_{-\infty}^{\infty} w(s, \delta) \sin(\psi(s, \delta)) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} d\delta = \\ &= e^{-\frac{(\phi\sigma)^2}{2}} w_i w_0(s) [\sin \psi_0(s) + v(s) \phi(s) \sigma^2 \cos \psi_0(s)], \end{aligned} \quad (2.60)$$

с фактором подавления, экспоненциально зависящим от произведения хроматичности на разброс пучка

$$T_{12} \propto \exp\left(-\frac{(\phi\sigma)^2}{2}\right) T_{12}(\max) \quad (2.61)$$

Во многих случаях, значения хроматичности в арках и энергетического разброса электронного пучка недостаточно для подавления реакции пучка. К примеру, большинство разрабатываемых проектов УР для источников излучения нового поколения и их прототипов имеют относительно слабо фокусирующую структуру, и, следовательно, низкую хроматичность. Для многих УР полезно сохранить энергетический разброс пучка как можно более низким.

Таким образом, естественным решением является искусственное создание такого подавителя реакции, использующего два резонатора: один для создания энергетического разброса на влёте в поворотную арку, и другой для его удаления в конце (см. Рисунок 31). Так как большинство УР используют изохронные повороты ($R_{56}=0$), то ни энергетический разброс, ни длина пучка не будут изменяться под действием такого устройства. Единственный эффект будет заключаться во внесении дополнительного энергетического разброса в повороты, подавляя таким образом, реакцию пучка.

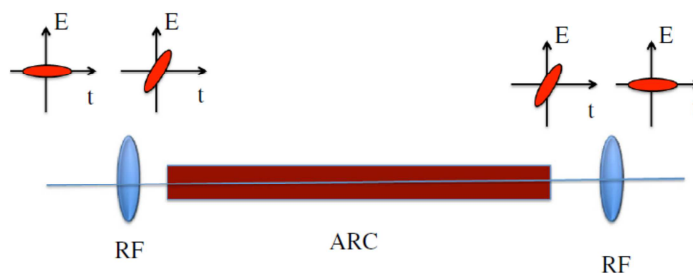


Рисунок 31 Схема описываемого ТВВУ подавителя: один резонатор создает линейную модуляцию энергии в электронном пучке на влете в поворот, второй ее удаляет.

Одно из важных преимуществ данной схемы заключается в том, что электронный пучок, созданный фотоинжектором, часто имеет Гауссово продольное распределение. Тогда линейная частотная модуляция вч-резонатора может вызвать Гауссово распределение разброса энергии в пучке. Это означает, что реакция пучка будет полностью (экспоненциально) подавлена.

2.4 Оптимизация порогового тока пучка

2.4.1 Основные линейные ускорители и генерация мод

Преимущество рассматриваемой схемы ускорителя – разделённые независимыми арками ускоряющие промежутки, позволяет рассматривать оба линейных ускорителя независимо в расчётах пороговых токов, при условии различия частот дипольных мод. Как следует из (2.64), пороговый ток пропорционален энергии электронов. Поэтому, определяющим фактором будет являться первый линейный ускоритель. В дальнейшем, рассматривается только его неустойчивость. Так же, без потери полноты картины, рассматривается взаимодействие только с горизонтальными модами.

Благодаря разделённой магнитной структуре поворотов для ускоряемых и замедляемых пучков наборы бетатронных фаз на арках независимы, и могут быть использованы для оптимизации пороговых токов.

Достаточно сложно подобрать такой набег бетатронных фаз, чтобы знаменатель (2.44) был отрицательного знака, так как частотный множитель $\sin(\omega_m(T_r - T_m))$ различен для аждой дипольной моды.

2.4.2 Алгоритм оптимизации

В первом линейном ускорителе предполагается установить 10 девятичечных резонаторов. Таким образом, в определении порогового тока пучка участвуют 90 дипольных мод. Их взаимное перекрытие может существенно понизить допустимый ток пучка. Одним из возможных способов настройки необходимого порогового тока 100 мА, является сдвиги частот дипольных мод расстройками резонаторов в некотором пределе. Однако, эффект от тонкой настройки частот может быть уменьшен из-за неопределённости точного значения в пределах полуширины. Другая возможность - вывод мод с помощью коплеров. Однако, понижение добротности колебаний с помощью отводящих волноводов работает только для незапертых мод.

Поэтому, предлагается, используя значения частот дипольных мод из резонаторов системы Тесла, определить необходимые значения добротностей и шунтовых сопротивлений, требуемых для создания ускорителя с высоким средним током 100 мА. При этом следует учитывать, что теоретическая формула (2.44) является приближённой, и линейная зависимость порогового тока от обратной добротности может не выполняться. Для проверки теоретических вычислений проводится численное моделирование системы в программе VI [98].

Для одинаковых значений добротности и волновых сопротивлений резонаторов генерируются случайные наборы частот таким образом, чтобы расстояние между ближайшими модами было меньше, чем несколько размеров их ширины $\delta f \approx f/Q$. В расчётах используется следующее распределение

$$\omega_{N_{cav}} \in \omega_N \cdot F_{rnd} (1 - \Delta_\omega, 1 + \Delta_\omega), \quad (2.62)$$

где $\omega_{N_{cav}}$ – частота генерируемой моды в резонаторе с номером N_{cav} , ω_N – частота дипольной моды с номером N в «основном» резонаторе, F_{rnd} – функция генерации случайных чисел, равномерно распределённых на отрезке $[a, b]$; $\Delta_\omega = 5\%$ - разброс по частоте. Каждая полученная мода проверяется на взаимное перекрытие со всеми оставшимися частотами распределения по правилу

$$|\omega_i - \omega_j| > 10 \left| \frac{\omega_i}{Q_i} + \frac{\omega_j}{Q_j} \right| \quad (2.63)$$

При невыполнении неравенства (2.63), массив частот генерируется заново.

2.4.3 Зеркально-симметричная оптика и набег бетатронных фаз

Так как набег бетатронных фаз между пролётами это интеграл бета-функции

$$\Delta\psi_{12} = \int_{s_1}^{s_2} \frac{1}{\beta(s)} ds, \quad (2.64)$$

то пороговый ток для резонаторов линака можно посчитать из условия симметричности пролёта электронов для ускорения и торможения. В этом случае, оптические функции ускоряемого пучка (параметры Твисса) вдоль траектории будут зеркальным отображением относительно центра соответственно тормозимого пучка (Рисунок 32).

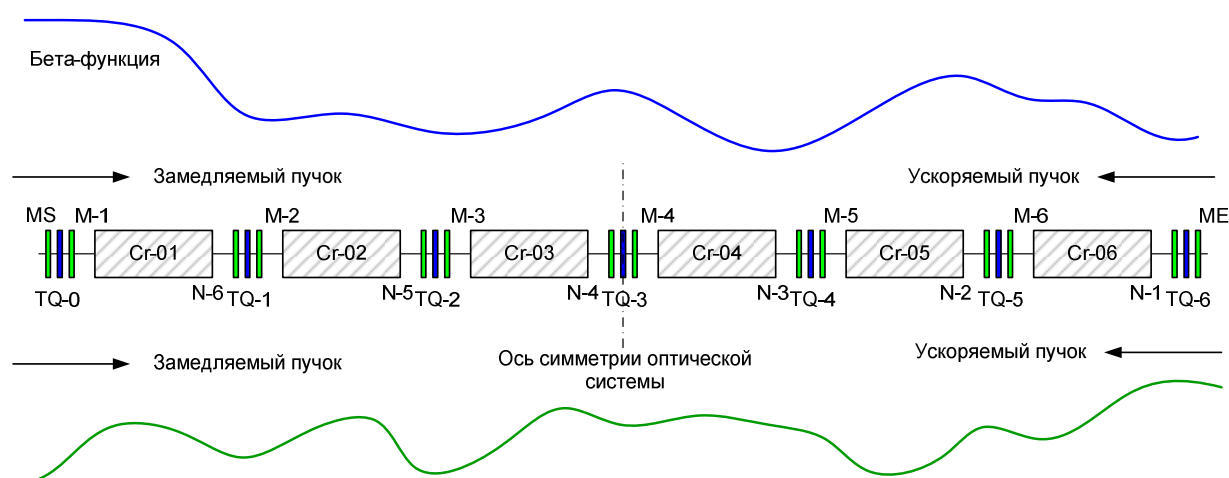


Рисунок 32 Оптические функции для зеркально-симметричной ускоряющей структуры

Если рассматривать электронную оптику ускорителя по движению пучка, то 1-й с 4-м и 2-й с 3-м пролёты одного линейного ускорителя будут зеркально симметричны. Благодаря периодичности, набег бетатронной фазы на поворотных арках можно подбирать любым необходимым. Для оптимизации необходимо определить разницу $\Delta\psi_{ij}$ набегов фаз между соответствующими i -м и j -м пролётами резонатора (см. (2.44)) (Рисунок 33).

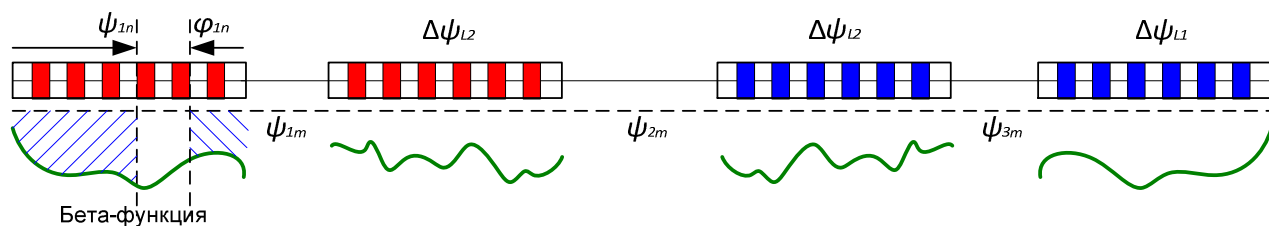


Рисунок 33 Схема набора бетатронных фаз при зеркально-симметричной электронной оптике ур

Бетатронные фазы на вылете из ускоряющих промежутков равны $\psi_{1f}, \psi_{2f}, \psi_{3f}, \psi_{4f}$, фазы на влёте соответственно $\psi_{1s}=0, \psi_{2s}, \psi_{3s}, \psi_{4s}$. Набор фаз на поворотных арках составляет $\psi_{m1}, \psi_{m2}, \psi_{m3}$. Набор фаз при зеркально-симметричных пролётах одинаков, и равен

$$\begin{aligned}\Delta\psi_{L1} &= \Delta\psi_4 = \psi_{1f} - \psi_{1s} = \psi_{4f} - \psi_{4s} = \Delta\psi_{L4}, \\ \Delta\psi_{L2} &= \Delta\psi_3 = \psi_{2f} - \psi_{2s} = \psi_{3f} - \psi_{3s} = \Delta\psi_{L3}\end{aligned}\quad (2.65)$$

Пусть набег бетатронной фазы j -го пролёта n -го резонатора относительно начала линака равна φ_{jn} . Считая, что начальная фаза ноль, набег бетатронной фазы в первом линаке равен

$$\Delta\psi_{1n} = \psi_{1n}. \quad (2.66)$$

Фаза тормозящегося пучка в этом же резонаторе равна,

$$\Delta\psi_{4n} = \Delta\psi_{L1} + 2\Delta\psi_{L2} + \psi_{m1} + \psi_{m2} + \psi_{m3} + \psi_{4n} \quad (2.67)$$

Из-за симметрии оптики и начальных условий,

$$\psi_{4n} = \Delta\psi_{L1} - \psi_{1,N-n} = \varphi_{1n}, \quad (2.68)$$

где φ_{jn} - набег фаз, отсчитываемый от конца j -го линака в сторону начала. Таким образом, изменение бетатронной фазы между первым ускорением и последним торможением для резонатора с номером n равно Δ

$$\psi_{14}(n) = \Delta\psi_{4n} - \Delta\psi_{1n} = \Delta\psi_{L1} + 2\Delta\psi_{L2} + \psi_{m1} + \psi_{m2} + \psi_{m3} + \varphi_{1n} - \psi_{1n} \quad (2.69)$$

Аналогично, получаются оставшиеся набег

$$\begin{aligned}\psi_{12} &= \psi_{2n} - \psi_{1n} + \Delta\psi_{L1} + \psi_{m1}, \\ \psi_{13} &= \varphi_{2n} - \psi_{1n} + \Delta\psi_{L1} + \Delta\psi_{L2} + \psi_{m1} + \psi_{m2}, \\ \psi_{14} &= \Delta\psi_{L1} + 2\Delta\psi_{L2} + \psi_{m1} + \psi_{m2} + \psi_{m3} + \varphi_{1n} - \psi_{1n}, \\ \psi_{23} &= \Delta\psi_{L2} + \psi_{m2} + \varphi_{2n} - \psi_{2n}, \\ \psi_{24} &= 2\Delta\psi_{L2} + \psi_{m2} + \psi_{m3} + \varphi_{1n} - \psi_{2n}, \\ \psi_{34} &= \Delta\psi_{L2} + \psi_{m3} + \varphi_{1n} - \varphi_{2n}.\end{aligned}\quad (2.70)$$

2.4.4 Транспортные матрицы некоторых элементов

Для того чтобы преобразовать параметры Твисса в транспортные матрицы системы, необходимо посчитать матрицу тонкого ускоряющего промежутка. Дополнительные эффекты, такие как фокусировка краем и т.п. учитываются в матричной форме программой.

Параметры электронного пучка, при прохождении бесконечно тонкого ускоряющего зазора изменяются следующим образом – поперечный размер сохраняется, а угол отклонения

увеличивается пропорционально отношению энергий, $p_x = const$, $p_x/p_1 = x'_1$ и $p_x/p_2 = x'_2$ откуда $x'_1 p_1 = x'_2 p_2$ или $x'_1 \frac{\gamma_1}{\gamma_2} = x'_2$ т.е.

$$\varepsilon_0 \beta_0 = \langle x_0^2 \rangle = \langle x_1^2 \rangle = \varepsilon_1 \beta_1 \quad (2.71)$$

и

$$-\varepsilon_0 \alpha_0 = \langle x_0 x'_0 \rangle = \frac{\gamma_1}{\gamma_0} \langle x_1 x'_1 \rangle = -\frac{\gamma_1}{\gamma_0} \varepsilon_1 \alpha_1, \quad (2.72)$$

где ε эмиттанс пучка, α , β – параметры Твисса. При прохождении резонатора сохраняется нормализованный эмиттанс

$$\varepsilon_N = \gamma \varepsilon = const \quad (2.73)$$

Соответственно, получаем связь параметров Твисса после прохождения резонатора

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1} \beta_0 = \frac{\varepsilon_N / \gamma_0}{\varepsilon_N / \gamma_1} \beta_0 = \frac{\gamma_1}{\gamma_0} \beta_0, \\ \alpha_1 &= \frac{\gamma_0}{\gamma_1} \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1} \alpha_0 = \frac{\gamma_0}{\gamma_1} \frac{\varepsilon_N / \gamma_0}{\varepsilon_N / \gamma_1} \alpha_0 = \alpha_0 \end{aligned} \quad (2.74)$$

Для любой траектории, огибающую можно записать в виде

$$u(z) = a\sqrt{\beta} \cos \psi + b\sqrt{\beta} \sin \psi \quad (2.75)$$

Повторяя выкладки [91], выразим огибающие, учитывая то же соотношение на размеры пучка, т.е.

$$E = \sqrt{\varepsilon \beta} \text{ и } E' = \sqrt{\varepsilon_N} \frac{\sqrt{\gamma_0}}{\gamma_1} \frac{\alpha_0}{\sqrt{\beta_0}} \quad (2.76)$$

Граничные условия

$$z = 0, \psi = 0$$

$$u_0 = u_1, u'_0 = \frac{\gamma_1}{\gamma_0} u'_1, \beta_1 = \frac{\gamma_1}{\gamma_0} \beta_0, \alpha_1 = \alpha_0. \quad (2.77)$$

Выражая значения огибающих с учётом граничных условий, получается матрица преобразования резонатора

$$M_{cav} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\gamma_0}{\gamma_1}} \sqrt{\frac{\beta}{\beta_0}} (\cos \psi + \alpha_0 \sin \psi) & \sqrt{\frac{\gamma_0}{\gamma_1}} \sqrt{\beta \beta_0} \sin \psi \\ -\frac{1}{\sqrt{\beta \beta_0}} \sqrt{\frac{\gamma_0}{\gamma_1}} ((\alpha - \alpha_0) \cos \psi + (1 + \alpha \alpha_0) \sin \psi) & \sqrt{\frac{\gamma_0}{\gamma_1}} \sqrt{\frac{\beta_0}{\beta}} (\cos \psi - \alpha \sin \psi) \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{\gamma_0}{\gamma_1}} M \quad (2.78)$$

Так как электронно-оптическая система симметрична, то ускоряемый пучок зеркально симметричен замедляемому. Это означает, что если для ускоряемого пучка вектор $(x, x')_0$ преобразуется в $(x, x')_1$ с помощью матрицы M_A

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix}_1 = M_A \begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix}_0 \text{ и } \begin{pmatrix} x \\ -x' \end{pmatrix}_0 = M_D \begin{pmatrix} x \\ -x' \end{pmatrix}_1, \quad (2.79)$$

то зеркально симметричный пучок преобразуется при торможении с помощью матрицы M_D .

Тогда

$$M_D = JM_A^{-1}J \quad (2.80)$$

где

$$J = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (2.81)$$

2.4.5 Алгоритм оптимизации

Схема оптимизации основана на подборе оптимальных значений бетатронных фаз на независимых арках. В оптимизации используются программы Mathcad, Elegant [99] и GNUplot.

1. Расчёт оптики линейного ускорителя в программе Elegant.

1.1. Используется зеркально-симметричная оптика

1.2. Рассчитывается только ускорение электронов. При расчёте первого ускорителя задаются два линейных ускорителя с одними и теми же квадрупольными линзами (фокусирующая сила зависит от энергии электронов) разделённых резонатором, с набором энергии, равным второму линейному ускорителю (Рисунок 34).

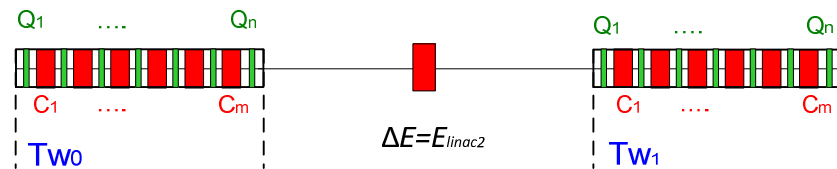


Рисунок 34 Схема электронно-оптических элементов, используемых при расчете ускоряющей структуры

1.3. При этом варьируются силы квадрупольных линз (Q_1, \dots, Q_n), объединённых в триплеты между криомодулями (C_1, \dots, C_n), и параметры Твисса на влёте в линейный ускоритель (TW_0, TW_1). Функция цели минимизирует минимизировать «амплитуду» гармонических слагаемых в формуле порогового тока в каждом резонаторе

$$\sum \sqrt{\frac{\beta_k \beta_n}{\gamma_k \gamma_n}} \rightarrow \min \quad (2.82)$$

2. Задание параметров дипольных мод.

- 2.1. За основу берутся частоты дипольных мод резонаторов системы Tesla.
- 2.2. Генерируется массив дипольных мод с достаточным частотным разделением частот между резонаторами (2.63). Либо задаются моды с минимальным расстоянием 1 МГц.
- 2.3. Для определения минимально необходимых параметров резонаторов, для всех мод задаются одинаковые значения добротности и волнового сопротивления.
3. Определение оптимальных бетатронных фаз в программе Mathcad
 - 3.1. Из рассчитанного режима определяются параметры Твисса и энергии перед и после резонаторов, из которых восстанавливаются их значения при ускорении и торможении пучка.
 - 3.2. Варьируя набор бетатронных фаз на арках, определяются области с максимальным пороговым током неустойчивости (область устойчивости). Ток рассчитывается в каждом резонаторе для каждой моды.
4. Определение оптимальных сдвигов частот дипольных мод
 - 4.1. При полученных оптимальных фазах, производится сканирование возможных сдвигов частот дипольных мод в небольших пределах.
 - 4.2. Для оптимальных частот производится сканирование их сдвигов в пределах неопределенности.
5. Моделирование порогового тока в программе VI.
 - 5.1. В программе Mathcad восстанавливается полная структура элементов от первого ускорения до последнего торможения.
 - 5.2. Полученная структура используется для определения порогового тока для массивов неоптимизированных и оптимизированных мод.

2.4.6 Результаты моделирования – MAPC

Ускоряющая ВЧ структура проекта УР MAPC состоит из 2 основных линейных ускорителей и двух инжекционных. Основное внимание, при расчете порогового тока дипольных мод резонаторов в этих четырёх ускоряющих структурах, следует уделить первому основному линейному ускорителю (схема расположения элементов представлена на Рисунке 35). Средний электронный ток, проходящий через инжекционные резонаторы, в два раза меньше чем через основные линейные ВЧ структуры. Так же, из-за меньшей энергии в первом ожидается более низкий пороговый ток, чем во втором основном линейном ускорителе. В оптимизации набора бетатронных фаз так же можно ограничиться только движением по горизонтали, благодаря периодичности этой функции.

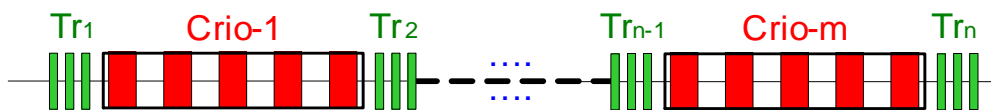


Рисунок 35 Схема линейного ускорителя: квадрупольные линзы объединены в триплеты Tr, ВЧ-резонаторы - в криомодули Crio по пять единиц

Для проверки работоспособности рассматриваемого метода, вначале ВЧ структура моделировалась одним резонатором с девятью дипольными модами. Добротности и волновые сопротивления мод считались равными. Повышением величины ускоряющего поля, набор энергии электронами приводился в соответствие многорезонаторной структуре. Области оптимального набора бетатронных фаз для двух добротностей 10^6 и 10^4 , рассчитанные с помощью приближенной формулы (2.26) (2.26) представлены на Рисунке 36 и Рисунке 37. Из представленных расчётов видно, что для мод с добротностями порядка 10^6 даже для одного резонатора трудно найти достаточно широкие области с высоким средним током. Поэтому, в дальнейшем, будет рассматриваться случаи с добротностью дипольных мод 10^5 .

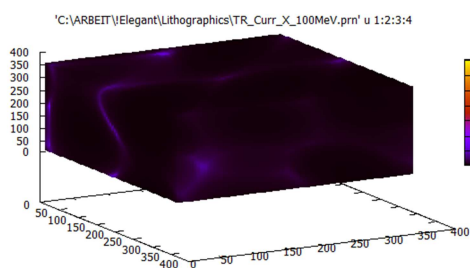


Рисунок 36 Зависимость минимального порогового тока от наборов бетатронных фаз в арках. Девять мод и один резонатор. Добротность 10^6 .

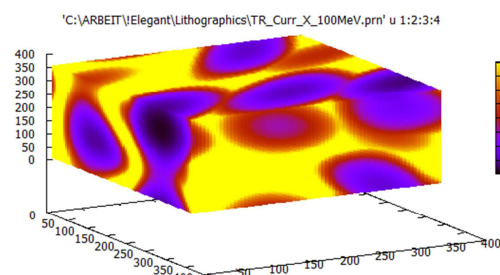


Рисунок 37 Зависимость минимального порогового тока от наборов бетатронных фаз в арках. Девять мод и один резонатор. Добротность 10^4 .

Используемое приближение при оценке порогового тока для дипольной моды не учитывает затухание возбужденных колебаний между пролётами электронного пучка. При достаточно длинных поворотных арках этот эффект может оказывать дополнительное влияние. На Рисунке 38 представлено сравнение зависимостей пороговых токов от одинаковых наборов бетатронных фаз на поворотных арках, рассчитанных по оценочной формуле (2.44) и с приближенным учётом затухания. Полученные приближённые значения порогового тока проверялись численным моделированием в программе VI [98] (см. Рисунок 39). Результаты моделирования подтверждают возможность использования приближения для определения областей с максимальным пороговым током.

Оптимизация порогового тока сильно зависит от точности определения частот дипольных мод. Зависимости порогового тока от неопределённости частоты дипольной моды в случае одного резонатора представлены на Рисунке 40 и Рисунке 41.

ВЧ структура первого основного линейного ускорителя состоит из 10 криомодулей с 5 резонаторами в каждом. При использовании девятычечных резонаторов, средний ток электронного пучка ограничивают 450 дипольных мод. В расчётах, в качестве основы, использовались частоты ВЧ структуры Tesla, представленные в Таблице 4. Для резонаторов был сгенерирован массив частот, обеспечивающий их необходимое разделение.

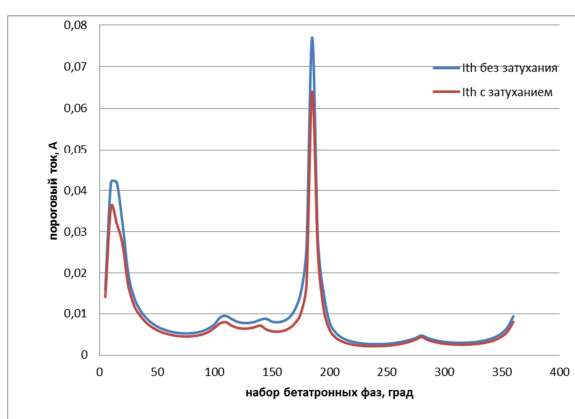


Рисунок 38 Сравнение пороговых токов: синий - по формуле без затухания, красный – с затуханием. Девять мод и один резонатор. Добротность 10^6 .

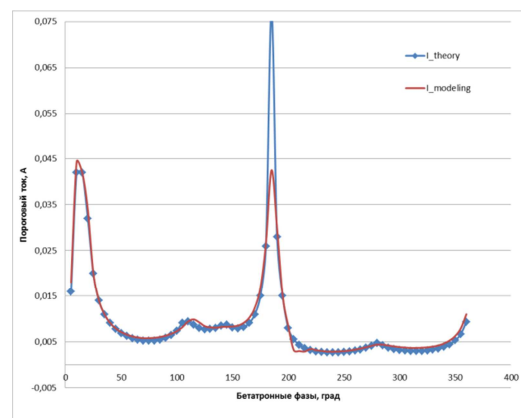


Рисунок 39 Сравнение пороговых токов: синий - по формуле без затухания, красный – численное моделирование. Девять мод и один резонатор. Добротность 10^6 .

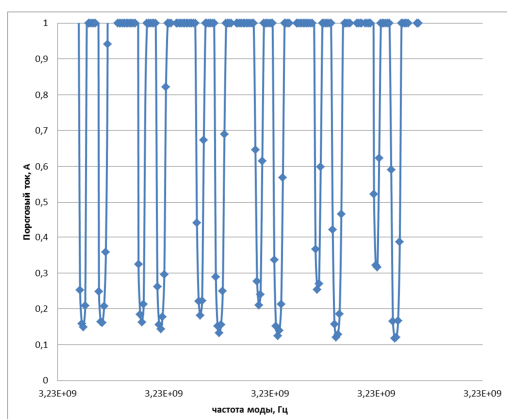


Рисунок 40 Зависимость порогового тока для одного резонатора и одной моды от сдвига частот в пределах 10^{-4} . $Q = 10^5$.

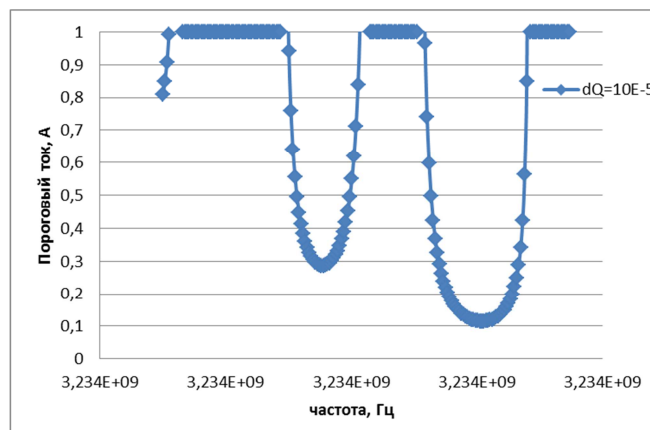


Рисунок 41 Зависимость порогового тока для одного резонатора и одной моды от сдвига частот в пределах 10^{-5} . $Q = 10^5$.

Таблица 4 параметры дипольных мод

Частота, ГГц	добротность	Волновое сопротивление
1.951	$10^4 - 10^6$	100
2.212	$10^4 - 10^6$	100
2.451	$10^4 - 10^6$	100
2.951	$10^4 - 10^6$	100
3.212	$10^4 - 10^6$	100
3.453	$10^4 - 10^6$	100
3.733	$10^4 - 10^6$	100
3.956	$10^4 - 10^6$	100

Для оптимизации электронно-оптической системы линейных ускорителей в программе Elegant варьировались силы квадрупольных линз триплетов и параметры Твисса при первом и втором ускорении. В Таблице 5 приведены основные параметры первого линейного ускорителя, использованные в моделировании. На Рисунке 42 показаны оптические функции при первых двух пролётах ускорителя. Параметры при торможении вычисляются из зеркальной симметрии. Динамика набора энергии при ускорении показана на Рисунке 43. Скачок энергии между двумя пролётами соответствует набору энергии на втором основном линейном ускорителе.

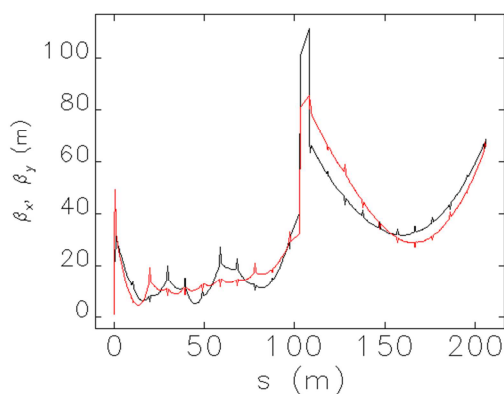


Рисунок 42 Оптические функции двух пролётов УР

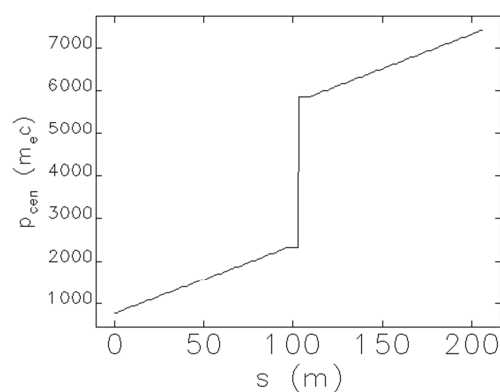


Рисунок 43 Набор энергий при двух пролётах УР

Для определения областей оптимального порогового тока (устойчивости), рассчитывался пороговый ток по приближенной формуле (2.44) для каждой дипольной моды в каждом резонаторе при одинаковых добротностях и волновых сопротивлениях в зависимости от набора бетатронных фаз на поворотных арках. На Рисунке 44 представлена зависимость минимального значения порогового тока из всего массива дипольных мод ускоряющей структуры от набора

бетатронных фаз на поворотных арках (по трём осям отложены значения набора фаз в градусах, а величина тока обозначается цветом).

Таблица 5 параметры первого линейного ускорителя

Линак-1		
Энергия инжекции	400	МэВ
Макс. энергия	3800	
Набор энергии	800	
Число криомодулей	10	шт
Резонаторов	50	
Триплетов	11	
Длины дорожек		
Линак-1	$10\text{cryo}+11\text{tr}+11\text{dr} =$ $=330 + 44 + 22 = 396$	Длин волн
Криомодуль	$5*5+8 = 33$	
триплет	$1.5+2.5 = 4$	
между триплетом и криомодулем	2	
Линак-2	$3*396$	
Арка	$98*50$	
Арка с ондулятором	$98*25+0.5$	

По полученной зависимости (см. Рисунок 44) находились области с оптимальным значением минимального порогового тока (см. Рисунок 45). Полученные параметры электронно-оптической системы и наборы бетатронных фаз конвертировались в транспортные матрицы для проверки результатов численным моделированием в программе VI [98]. Используя тот же массив значений дипольных мод в резонаторах, в программе была построена зависимость порогового тока от набора бетатронных фаз (см. Рисунок 46) для выбранной оптимизацией области устойчивости (см. Рисунок 45).

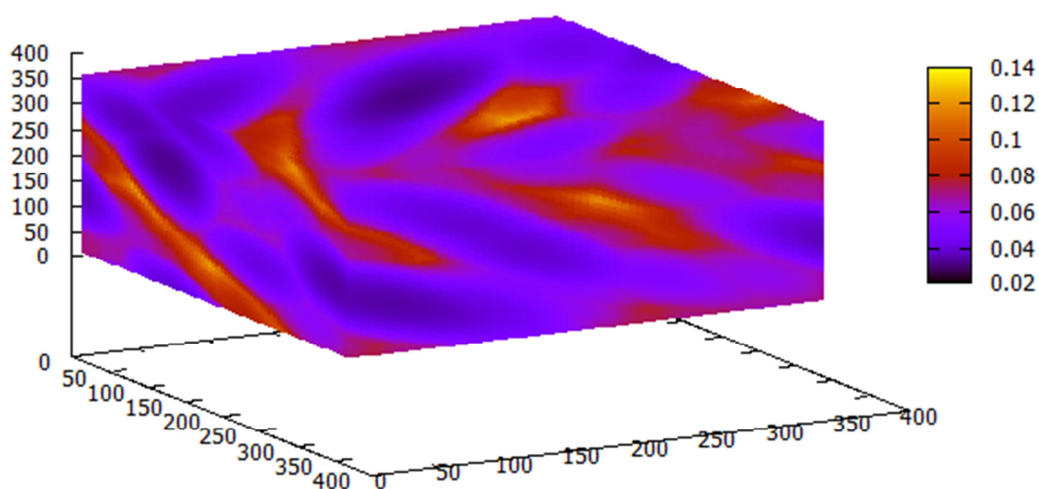


Рисунок 44 Пороговый ток, А, в зависимости от набора бетатронных фаз, град. Для всех мод $Q = 10^5$, $\rho = 100$. Распределение частот взяты с шагом 1 МГц.

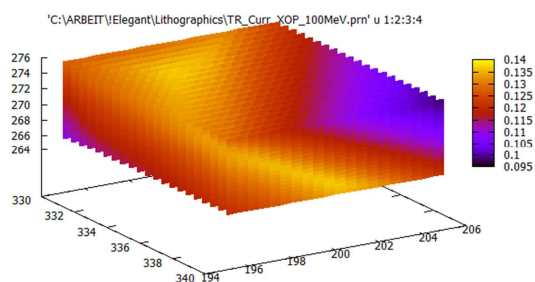


Рисунок 45 Пороговый ток, А, в зависимости от набора бетатронных фаз, град. Для всех мод $Q = 10^5$, $\rho = 100$. Распределение частот взяты с шагом 1 МГц.

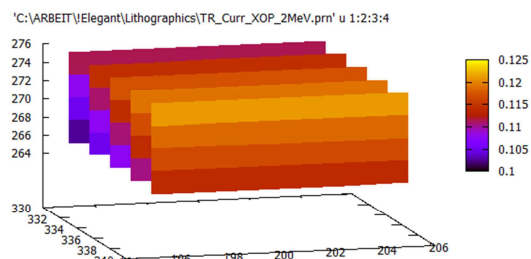


Рисунок 46 Численное моделирование. Пороговый ток, А, в зависимости от набора бетатронных фаз, град. Для всех мод $Q = 10^5$, $\rho = 100$. Распределение частот взяты с шагом 1 МГц.

Так же, для полученной области устойчивости было рассмотрена зависимость (по приближенной формуле (2.44)) порогового тока от неопределенности значения частоты дипольных мод (см. Рисунок 47 и Рисунок 48). Значения всех мод из массива ускоряющей структуры варьировались в пределах их полуширин ($\sim 1/Q$). Учитывая сильную зависимость порогового тока от частоты дипольной моды (см. Рисунок 40 и Рисунок 41), значения пороговых токов получились несколько ниже, чем в случае оптимизирования структуры с точными значениями частот.

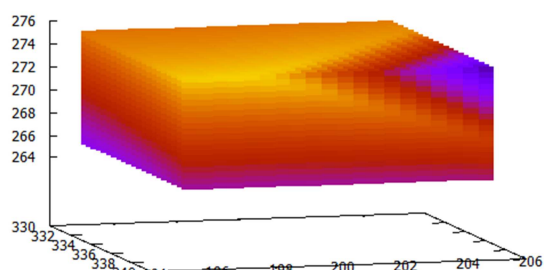


Рисунок 47 Пороговый ток для отклонения частоты в пределах $\delta\omega = 10^{-6}$ в обе стороны. Для всех мод $Q = 10^5$, $\rho = 100$.

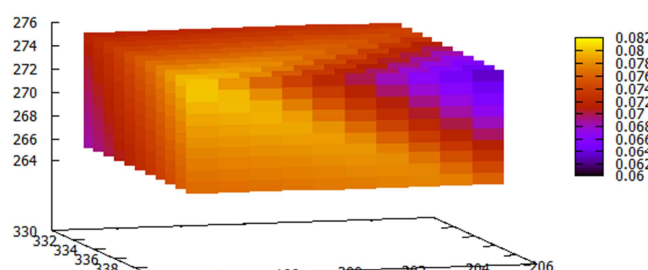


Рисунок 48 Пороговый ток для отклонения частоты в пределах $\delta\omega = 5 \cdot 10^{-6}$ в обе стороны. Для всех мод $Q = 10^5$, $\rho = 100$.

В результате моделирования были определены области устойчивости, т.е. области оптимального набора бетатронных фаз на поворотных арках. Для добротности 10^5 значения порогового тока варьируются от 0.86 мА до 140 мА в зависимости от точности определения частоты дипольных мод. Численным моделированием в программе VI в этих областях получены распределения пороговых токов с максимальным значением 125 мА. Различие результатов в первую очередь можно объяснить приближенным характером используемой формулы (2.44), не учитывающей затухание возбужденных колебаний между пролётами

резонаторов. Тем не менее, такой подход позволяет определить области устойчивости и проверить результаты численным моделированием. Благодаря обратно пропорциональной зависимости порогового тока от значения добротности, полученные результаты позволяют определить необходимые значения добротности для заданного порогового тока.

2.4.7 Результаты моделирования – литография

УР для проекта промышленной литографии использует такую же компоновку, что и проект источника СИ четвертого поколения МАРС. Из-за более низкой максимальной энергии электронов (800 МэВ) и использования только одного длинного ондулятора, масштаб установки значительно меньше. Ускоряющая ВЧ структура состоит из трёх линейных ускорителей – двух основных и одного инжекционного (см. Рисунок 49). Для увеличений значений пороговых токов неустойчивостей и эффективности фокусировки наборы энергий предполагается также делать не симметричными и равными 100 и 275 МэВ, а в прединжекторе 40 МэВ. ВЧ-система первого основного ускорителя состоит из двух криомодулей, в каждом из которых находится 5 девятичечных резонаторов с девятью дипольными модами. Таким образом, в определении порогового тока пучка участвуют 90 дипольных мод.

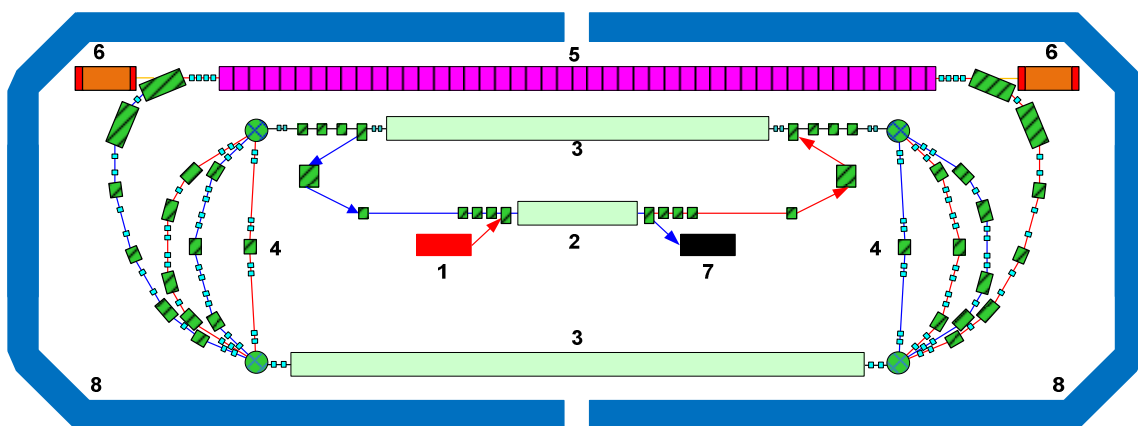


Рисунок 49 Схема ускорителя-рекуператора: 1 – инжектор, 2-предускоряющий линак, 3 – основные линаки, 4 – магнитная система, 5 – ондулятор, 6 – оптический резонатор, 7 – поглотитель, 8 – защитные стены зала

Проводимые вычисления аналогичны расчётам порогового тока в УР МАРС в предыдущем параграфе. Так же использовались значения частот дипольных мод резонаторов Tesla с соответствующим разнесением по частоте в сгенерированном массиве (см. Таблица 4).

Оптимизация электронно-оптической системы линейных ускорителей в программе Elegant и набор энергии при первом и втором ускорении показаны на Рисунке 50 и Рисунке 51.

Зависимость порогового тока от наборов бетатронных баз представлена на Рисунке 52. Области оптимального порогового тока (устойчивости) и значения порогового тока, полученные численным моделированием в программе VI показаны на Рисунке 53 и Рисунке 54.

В результате моделирования были определены области устойчивости. Для добротности $5 \cdot 10^4$ значения максимального порогового тока равны 90 мА (приближенная формула (2.44) и 108 мА (численное моделирование). Такой подход позволяет определить области устойчивости и проверить результаты численным моделированием. Из-за обратной пропорциональной зависимости порогового тока от значения добротности, полученные результаты позволяют определить необходимые значения добротности для заданного порогового тока.

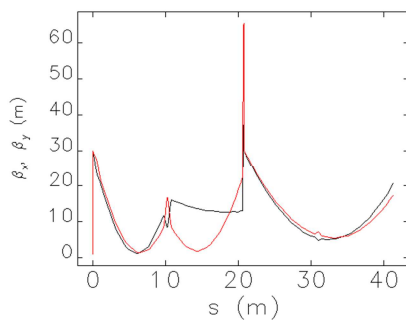


Рисунок 50 Оптические функции

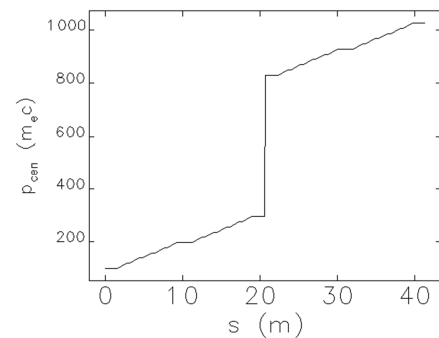


Рисунок 51 Набор энергии

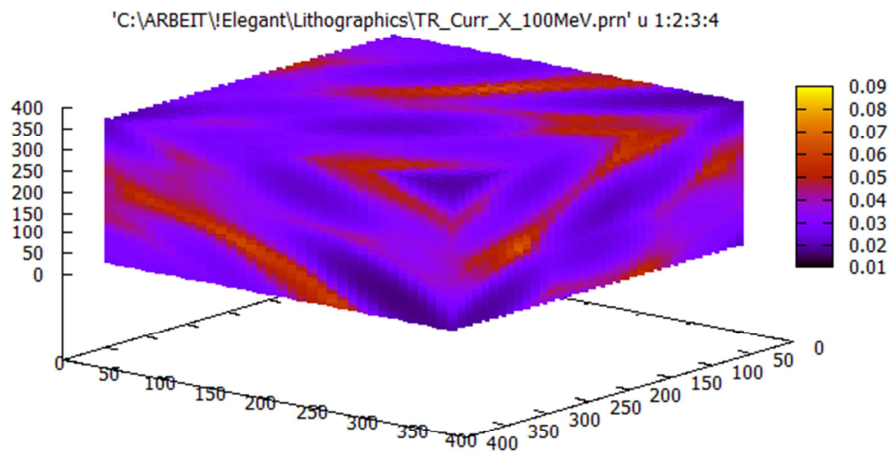


Рисунок 52 Зависимость порогового тока (амплитуда обозначена цветом, А) горизонтальных мод от набора бетатронных фаз, град. ($Q = 5 \cdot 10^4$, $\rho = 100$)

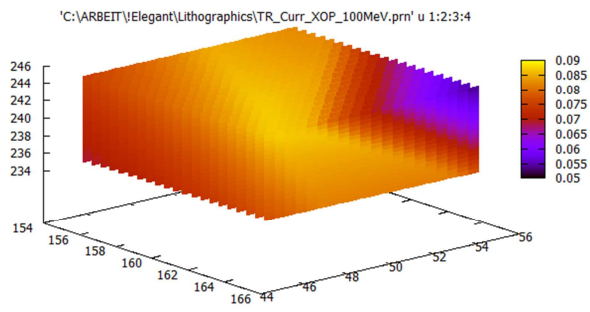


Рисунок 53 Пороговый ток, А, в зависимости от набора бетатронных фаз, град. (Для всех мод $Q = 5 \cdot 10^4$, $\rho = 100$).

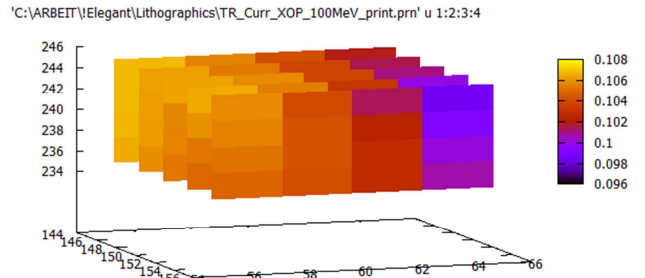


Рисунок 54 Численное моделирование: зависимость порогового тока от набора бетатронных фаз, град. (Для всех мод $Q = 5 \cdot 10^4$, $\rho = 100$)

ГЛАВА 3. УСТОЙЧИВОСТЬ ПРОДОЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

3.1 Взаимодействие пучка и ускоряющей структуры

Так как в УР планируется работать с достаточно высоким средним током, то на первый план выходит задача обеспечения устойчивости движения пучка, а не эффективность передачи энергии резонатора электронам. Это выражается в двух пунктах.

1) Обычно, коэффициент расстройки резонаторов ζ , характеризующий сдвиг между частотой генератора и резонанса, выбирается для оптимальной передачи энергии пучку электронов. Как будет показано дальше, этот параметр так же влияет на устойчивость продольного движения.

2) Для рекуперации энергии существуют два возможных варианта соотношения ускоряющих и тормозящих фаз: при разнице фаз между электронным током и напряжением ВЧ-структуры φ , для рекуперации разница фаз должна быть $180^\circ \pm \varphi$ (см. Рисунок 55). При этом в случае с торможением в фазе $180^\circ - \varphi$ является не устойчивым с энергетической точки зрения, так как при малых изменениях разницы фаз $\delta\varphi$ суммарная энергия переданная в резонатор будет равняться не нулю, а $UI^* \delta\varphi/2$. Для компенсации возникающих потерь предполагается установка ВЧ-генераторов.

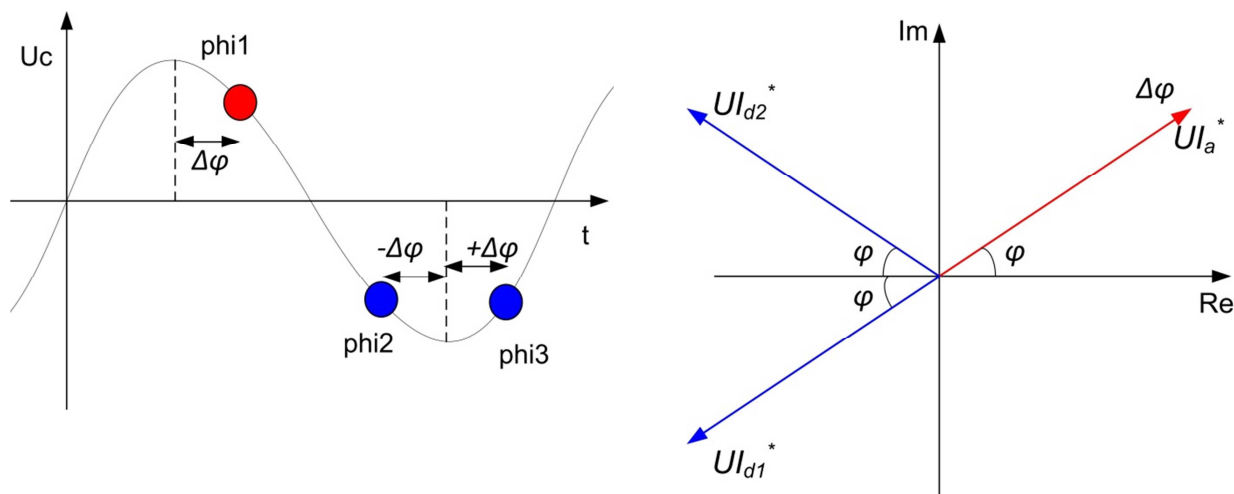


Рисунок 55 Соотношение ускоряемых и замедляемых фаз электронов (слева) и мощностей ускоряемого и рекуперированного пучков (справа).

Взаимодействие резонатора, генератора мощности и электронного пучка построено таким образом, что генератор «не видит» отраженной волны от резонатора, которая через ферритовый циркулятор передается в нагрузку (см. Рисунок 56).

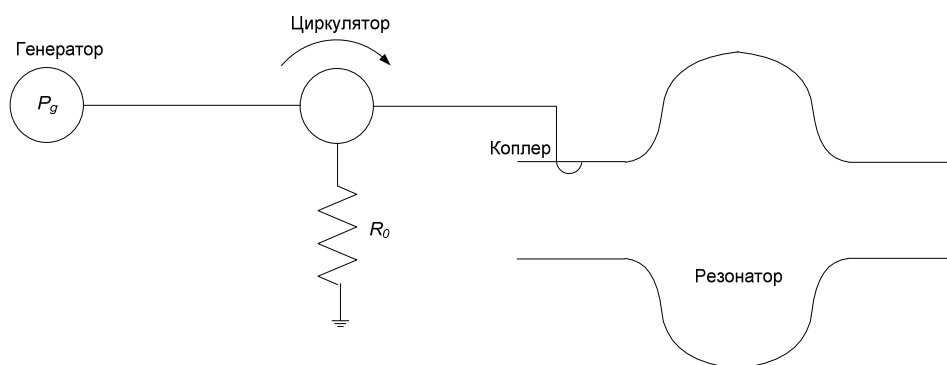
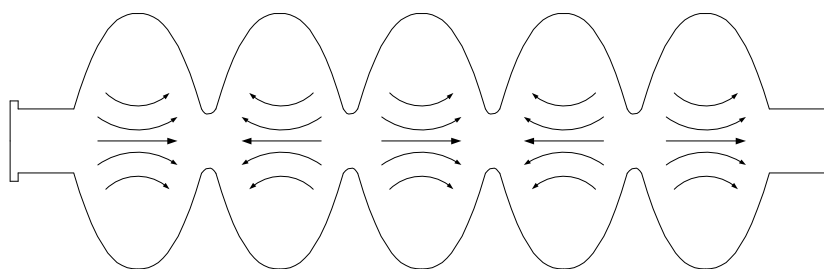


Рисунок 56 Связь генератора ВЧ-мощности и резонатора

3.1.1 Эквивалентный контур

Современные сверхпроводящие резонаторы состоят из многоячеечных структур (см. Рисунок 57). Каждую ячейку резонатора можно представить в виде эквивалентного контура со своими сосредоточенными параметрами R , L , C (см. Рисунок 58). При этом, электромагнитные поля ячеек сильно связаны с соседними. При значениях $\beta \approx 1$ связь является ёмкостной, и характеризуется ёмкостью C_k . (в то время как для $\beta \ll 1$ связь обычно индуктивная [100]). Конструкция же стыковки резонатора и вакуумной камеры пучка делается так, чтобы избежать распространения э/м волн от одного резонатора к другому. Такое представление резонатора похоже на колебания связанных осцилляторов, в которых роль ёмкости заменяет жёсткость пружины, а тока – скорость тел. В данной системе со связями существуют 5 (в общем случае N – по числу контуров или ячеек) решений.

Рисунок 57 π -мода в пятиячеечном резонаторе

При этом расстояние между модами в частотном пространстве увеличивается с усилением связи между ячейками и уменьшается с увеличением их числа. Для эффективного ускорения при высоких энергиях ($\beta \approx 1$) обычно используется π -мода суммарного ускоряющего напряжения, при котором полная энергия резонатора равномерно распределяется между

ячейками. В этом случае набег фазы частицы относительно волны равен π . Кроме того, величина ускоряющего поля максимальна и пиковые поверхностные э/м поля минимальны.

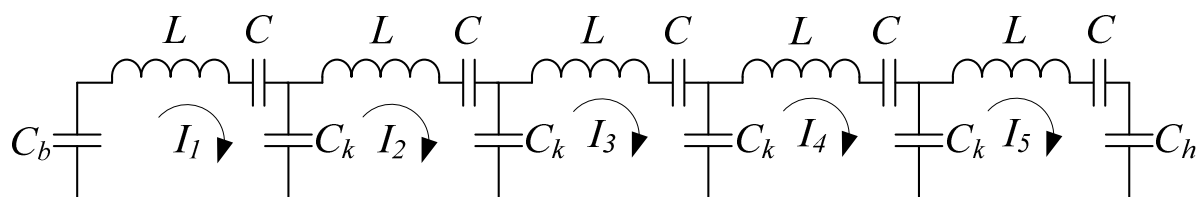


Рисунок 58 Эквивалентный контур резонатора со связью между ячейками

При возбуждении π -моды TM_{010} колебаний эквивалентная схема колебаний в ячейках резонатора (см. Рисунок 58) может быть преобразована в эквивалентную схему резонатора с соответствующей резонансной частотой [101]. Поступающая мощность из генератора и электронный ток пучка представляются в виде источников тока (см. Рисунок 59).

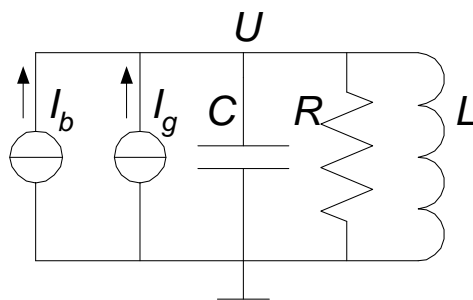


Рисунок 59 Эквивалентная схема ВЧ-резонатора.

3.1.2 Неустойчивости, вызванные взаимодействием с продольным э/м полем

Продольные неустойчивости, связанные с взаимодействием пучка с основной ускоряющей модой резонатора, возникают в УР при не изохронности оборота (элемент транспортной матрицы $R_{56} \neq 0$). Изначально невозмущенный пучок получает отклонение по энергии в ускоряющей структуре ускорителя, которое после оборота преобразуется в отклонение по фазе. Отклоненный пучок наводит напряжение в резонаторы, замыкая тем самым петлю обратной связи неустойчивости (см. Рисунок 60).

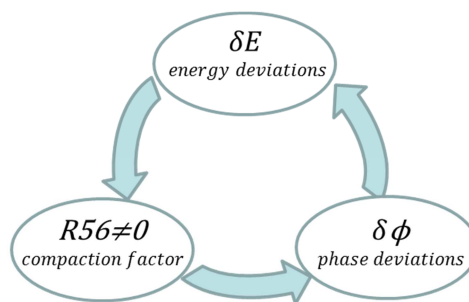


Рисунок 60 Петля обратной связи продольной неустойчивости

3.2 Уравнение напряжения для однорезонаторного приближения

Ускоряющая структура установки содержит множество резонаторов, каждый из которых описывается эквивалентным контуром (см. Рисунок 59). Так как связь между резонаторами отсутствует в виду равенства нулю продольной дисперсии между элементами одного линака и постоянной продольной скорости ($\beta=1$) (см. Рисунок 60), то в качестве приближения, можно представить каждый линак в качестве одного ВЧ резонатора с соответствующими сосредоточенными параметрами. Резонансная частота такого эквивалентного контура будет такой же, что и для отдельного резонатора. Сопротивление, характеризующее потери пучка, будет суммой всех соответствующих сопротивлений резонаторов

$$R_{sh} = \sum R_i \quad (3.1)$$

Так как все резонаторы возбуждаются от генератора на одной частоте, то различие в собственных резонансных частотах отдельных элементов отразится только в конечной расстройке эквивалентного контура.

Уравнение напряжения для эквивалентного контура (см. Рисунок 59) Выражение для напряжения на зазоре

$$U = L d(I_b + I_g - C dU/dt - U/R)/dt, \quad (3.2)$$

где I_b и I_g – токи электронного пучка и ВЧ генератора, приводит к стандартному уравнению

$$\frac{d^2U}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{dU}{dt} + \frac{1}{LC} U = \frac{1}{C} \frac{d}{dt} (I_b + I_g) \quad (3.3)$$

Представляя эффективное напряжение на линаке с номером α в форме $\text{Re}(U_\alpha e^{-i\alpha t})$ (ω – частота ВЧ генератора), I_b и I_g – токи пучка и генератора, получаем

$$\frac{d^2U}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{dU}{dt} + \frac{1}{LC} U = \frac{1}{C} \frac{d}{dt} (I_b + I_g) \quad (3.4)$$

Напряжение и ток можно представить в виде фазоров

$$\begin{aligned} U &= U_0 e^{-i\varphi_u} e^{-i\omega t} = U_a e^{-i\omega t}, \\ I &= I_0 e^{-i\varphi_i} e^{-i\omega t} = I_a e^{-i\omega t}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

где U_a , I_a – комплексные амплитуды, медленно меняющиеся от времени. Вычисляя соответствующие производные тока и напряжения, получившееся уравнение можно разделить на два по быстро и медленно меняющимся членам

$$\frac{d^2 U_a}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{dU_a}{dt} = \frac{1}{C} \left(\frac{dI_b}{dt} + \frac{dI_g}{dt} \right) \quad (3.6)$$

и

$$2(-i\omega) \frac{dU_a}{dt} + (-i\omega)^2 U_a + \frac{1}{RC} ((-i\omega)U_a) + \frac{1}{LC} U_a = \frac{1}{C} ((-i\omega)I_b + (-i\omega)I_g) \quad (3.7)$$

Используя определения резонансной частоты ω_r , добротности Q , коэффициента расстройки контура ξ , волнового сопротивления ρ колебательного контура, $\omega_r = 1/\sqrt{L_\alpha C_\alpha}$,

$\xi = Q \left(1 - \left(\frac{\omega_r}{\omega} \right)^2 \right) = 2Q \frac{1}{\omega_g}$, $\rho_\alpha = R_\alpha / Q_\alpha = \sqrt{L/C}$, где ω – частота генератора мощности, R_α –

шунтовое сопротивление (см. (3.1)). Преобразуя коэффициенты при напряжении

$$\left(-i + \frac{1}{\omega RC} + \frac{i}{\omega^2 LC} \right) = \frac{\omega L - i\omega^2 RLC + iR}{\omega^2 RLC} = \frac{1 - iQ(1 - \omega_r^2 / \omega^2)}{\omega RC} = \frac{1 - i\xi}{Q}. \quad (3.8)$$

получается система уравнений для каждого из линаков с номером α [102]

$$\frac{2}{\omega} \frac{dU_\alpha}{dt} = \frac{i\xi - 1}{Q} U_\alpha + \rho(I_b + I_g) \quad (3.9)$$

Это уравнение определяет стационарное значение напряжения

$$U_0 = \frac{R}{1 - i\xi} [I_b(\mathbf{U}_0) + I_g] \quad (3.10)$$

В этом состоянии, ток генератора I_g постоянен по двум соображениям: как было упомянуто выше, э/м поле возбуждённое пролетающими пучками не попадает в генератор, а направляется в согласованную нагрузку (см. Рисунок 5б); изменения э/м поля в резонаторе происходят так быстро, что обратная связь устройства не успела исправить искажение напряжения.

3.3 Однооборотный УР

3.3.1 Продольное движение

Рассмотрим продольное движение частиц в однооборотном УР (см. Рисунок 61). Отклонение набора энергии при прохождении через ускоряющий резонатор зависит от момента (фазы) пролета и отклонения комплексной амплитуды напряжения:

$$E = e \operatorname{Re}(U \cdot I^*). \quad (3.11)$$

Подставляем отклонения тока

$$\delta E = e \operatorname{Re}(U_0 e^{-i(\varphi+\psi)}) = e \operatorname{Im}[U_0 e^{-i\varphi_n}] \psi_n + e \operatorname{Re}[\delta U_0 e^{-i\varphi_n}] \quad (3.12)$$

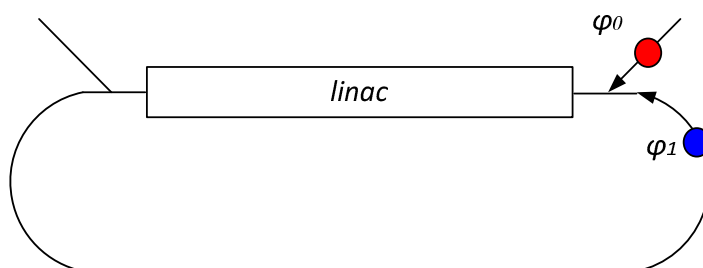


Рисунок 61 Однооборотный УР. «0»-й – ускоряемый пучок, «1»-й – замедляемый

Малые отклонения энергии и фазы ε_n и ψ_n удовлетворяют системе линейных уравнений

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \varepsilon_0 + e \operatorname{Im}[U_0 e^{-i\varphi_0}] \psi_0 + e \operatorname{Re}[\delta U e^{-i\varphi_0}] \\ \psi_1 = \psi_0 + \omega \left(\frac{dt}{dE} \right) \varepsilon_1, \end{cases} \quad (3.13)$$

где (dt/dE) – продольная дисперсия поворотной арки. Начальные условия системы (3.13) – $\varepsilon_0=0$ и $\psi_0=0$, если для стабильности пучка или других целей у нас нет специальных устройств их контроля. Решение системы (3.13) может быть переписано с использованием продольной синусоподобной траектории S_{nk} и ее «производной» S'_{nk} (элементы R_{56} и R_{66} транспортной матрицы). Эти функции являются решениями однородной системы

$$\begin{cases} S'_{1,0} = S'_{0,0} + e \operatorname{Im}[U_0 e^{-i\varphi_0}] S_{0,0} \\ S_{1,0} = S_{0,0} + \omega \left(\frac{dt}{dE} \right) S'_{1,0}, \end{cases} \quad (3.14)$$

с начальными условиями $S_{00} = 0$, $S'_{00} = 1$. Тогда решение системы (3.13) относительно отклонений фазы записывается в виде

$$\psi_n = eS_{00} \operatorname{Re}[\delta U e^{-i\varphi_k}], \quad (3.15)$$

где отклонения фазы и частные производные тока по напряжению вычисляются аналогично

$$\psi_1 = e\omega \left(\frac{dt}{dE} \right) \operatorname{Re}[\delta U e^{-i\varphi_0}] = e\omega \left(\frac{dt}{dE} \right) [\operatorname{Re} \delta U \cos(\varphi_0) - \operatorname{Im} \delta U \sin(\varphi_0)] \quad (3.16)$$

3.3.2 Уравнение возмущений

Для изучения устойчивости однооборотного УР рассмотрим возмущение напряжения, описываемого уравнением (3.9) вблизи стационарного решения (3.10). При этом, ток пучка так же зависит от наводимого напряжения. Разложим его вблизи стационарного решения в ряд

$$I_b(U) = I_b(\operatorname{Re}U, \operatorname{Im}U) = I(U_0) + \frac{\partial I(U_0)}{\partial \operatorname{Re} \delta U} \operatorname{Re} \delta U + \frac{\partial I(U_0)}{\partial \operatorname{Im} \delta U} \operatorname{Im} \delta U + O_2(\delta U^2) \quad (3.17)$$

Тогда уравнение (3.9) преобразуется в уравнение для возмущений напряжения

$$\frac{2}{\omega} \frac{d\delta U}{dt} = \frac{i\xi - 1}{Q} \delta U + \rho \left(\frac{\partial I_b}{\partial \operatorname{Re} U} \operatorname{Re} \delta U + \frac{\partial I_b}{\partial \operatorname{Im} U} \operatorname{Im} \delta U \right) + \rho O_2(\delta U^2) \quad (3.18)$$

Так как это уравнение написано для абсолютной величины отклонения напряжения, а не относительного к, например, стабильному напряжению (в этом случае $\delta U/U_0 \ll 1$), то надо оценить второй порядок разложения, так как вообще говоря, $\delta U^2 \gg \delta U \gg 1$. Разделяя на мнимую и действительную части уравнение (3.18) и учитывая второй порядок разложения тока по напряжению, получается система на возмущения напряжения

$$\begin{cases} \frac{2}{\omega} \frac{d}{dt} \delta U_0 = M_{0j} \delta U_j + T_{0ij} \delta U_j \delta U_j, \\ \frac{2}{\omega} \frac{d}{dt} \delta U_1 = M_{1j} \delta U_j + T_{1ij} \delta U_j \delta U_j, \end{cases} \quad (3.19)$$

где $\delta U_0 = \operatorname{Re} \delta U$, $\delta U_1 = \operatorname{Im} \delta U$ и M – матрица проводимости, а T – тензор проводимости.

Представляя пучок электронов в Гауссовой форме,

$$dq = \frac{q}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-t^2/2\sigma^2} dt \quad (3.20)$$

в пределе коротких сгустков [72]. $\sigma T_0 \ll 1$ определяется амплитуда распределения

$$q_0 = \int_0^{T_0} \frac{q}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-t^2/2\sigma^2} dt = \frac{1}{2} \sqrt{2\pi\sigma} \frac{q}{\sqrt{2\pi\sigma}} = \frac{q}{2}, \quad (3.21)$$

где q_0 – заряд сгустка, T_0 – период следования пучков. Тогда ток пучка можно выразить через средний ток I_0 как

$$I = -2I_0 e^{-t^2/2\sigma^2} e^{-i\omega t} \cong -2I_0 e^{-i\omega t} \quad (3.22)$$

Комплексная амплитуда тока пучка I_b в резонаторе, равна сумме комплексных амплитуд проходящих через него токов

$$I_b(\varphi + \psi) = -2I_0 \left(e^{i(\varphi_0 + \psi_0)} + e^{i(\varphi_1 + \psi_1)} \right), \quad (3.23)$$

где $\varphi_{0,1}$ – опорная фаза частиц при ускорении и торможении, $\psi_{0,1}$ – соответствующие отклонения.

Разлагая это в ряд до второго члена по отклонению фазы, учитывая что

$$e^{i(\varphi + \psi)} = e^{i\varphi_0} + i\psi_0 e^{i\varphi_0} - \psi_0^2 / 2e^{i\varphi_0} \quad (3.24)$$

Отклонения среднего тока пучка от стационарного значения

$$\begin{aligned} \delta I &= I(\varphi + \delta\varphi) - I(\varphi) = -2I_0 \left(e^{i\varphi_0 + i\psi_0} + e^{i\varphi_1 + i\psi_1} \right) + 2I_0 \left(e^{i\varphi_0} + e^{i\varphi_1} \right) = \\ &= -2iI_0 \left(\psi_0 e^{i\varphi_0} + \psi_1 e^{i\varphi_1} \right) + I_0 \left(\psi_0^2 e^{i\varphi_0} + \psi_1^2 e^{i\varphi_1} \right) \end{aligned} \quad (3.25)$$

Второй порядок отклонения

$$O_2(\delta I) = I_0 \left(\psi_0^2 e^{i\varphi_0} + \psi_1^2 e^{i\varphi_1} \right) \quad (3.26)$$

В приближении коротких сгустков (3.22) и учитывая, что начальное отклонение фазы $\psi_0=0$, а конечное ψ_1 вычислено в (3.16), получаем отклонения фазора тока

$$\delta I = -2iI_0 e \omega \left(\frac{dt}{dE} \right) e^{i\varphi_1} \left[\text{Re } \delta U \cos(\varphi_0) - \text{Im } \delta U \sin(\varphi_0) \right] + O_2(\delta I) \quad (3.27)$$

Откуда получаются мнимые и действительные части линейных отклонений тока

$$\begin{aligned} \text{Re } \delta I &= 2I_0 e \omega \left(\frac{dt}{dE} \right) \left[\text{Re } \delta U \cos(\varphi_0) - \text{Im } \delta U \sin(\varphi_0) \right] \sin(\varphi_1), \\ \text{Im } \delta I &= -2I_0 e \omega \left(\frac{dt}{dE} \right) \left[\text{Re } \delta U \cos(\varphi_0) - \text{Im } \delta U \sin(\varphi_0) \right] \cos(\varphi_1) \end{aligned} \quad (3.28)$$

Проводя аналогичные вычисления для коэффициентов второго порядка, получаем итоговое уравнение на возмущение напряжения

$$\begin{cases} \frac{2}{\omega} \frac{d}{dt} \delta U_0 = M_{0j} \delta U_j + 3a_{2,re} \rho C_0 (\cos(\varphi_0) \delta U_0 - \sin(\varphi_0) \delta U_1)^2, \\ \frac{2}{\omega} \frac{d}{dt} \delta U_1 = M_{1j} \delta U_j + 3a_{2,im} \rho C_0 (\cos(\varphi_0) \delta U_0 - \sin(\varphi_0) \delta U_1)^2 \end{cases} \quad (3.29)$$

Где соответствующие коэффициенты тензора

$$\begin{aligned}
3a_{2,ре} \rho C_0 &= 3\rho l \cos \varphi_1 \left(e\omega \frac{R_{56}}{cE} \right)^2, \\
3a_{2,им} \rho C_0 &= 3\rho l \sin \varphi_1 \left(e\omega \frac{R_{56}}{cE} \right)^2,
\end{aligned} \tag{3.30}$$

обратно пропорциональны квадрату набираемой энергии, то есть стабильному напряжению. С другой стороны, коэффициенты матрицы проводимости из-за (3.28) обратно пропорциональны энергии (или добротности). Таким образом, коэффициенты тензора и отклонения напряжения много меньше линейного приближения

$$M_{ij} \delta U_j \gg T_{ijk} \delta U_j \delta U_k \tag{3.31}$$

3.3.3 Матрица проводимости

Подставляя, получаем матрицу проводимости с учётом фаз пучка [90]

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{Q} + 2I_0 e \omega \rho \left(\frac{dt}{dE} \right) \cos(\varphi_0) \sin(\varphi_1) & -\frac{\xi}{Q} - 2I_0 e \omega \rho \left(\frac{dt}{dE} \right) \sin(\varphi_0) \sin(\varphi_1) \\ \frac{\xi}{Q} - 2I_0 e \omega \rho \left(\frac{dt}{dE} \right) \cos(\varphi_0) \cos(\varphi_1) & -\frac{1}{Q} + 2I_0 e \omega \rho \left(\frac{dt}{dE} \right) \sin(\varphi_0) \cos(\varphi_1) \end{pmatrix} \tag{3.32}$$

Устойчивость такой системы определяется отрицательностью действительной части собственных чисел. Применяя критерий Лиенара-Шипара [103], можно показать, что условия устойчивости следующие: коэффициенты характеристического многочлена (a_0, a_1, a_2) матрицы проводимости должны быть больше 0

$$a_2 > 0, a_0 > 0, a_1 > 0. \tag{3.33}$$

Характеристический многочлен

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} m_{11} - \lambda & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} - \lambda \end{pmatrix} = \lambda^2 - (m_{11} + m_{22})\lambda + m_{11}m_{22} - m_{12}m_{21} = \lambda^2 - TrM\lambda + \det M \tag{3.34}$$

Получаем условия для элементов матрицы проводимости

$$a_2 = 1 > 0, a_1 = -TrM > 0, a_0 = \det M > 0 \tag{3.35}$$

Условия на a_0, a_1 при подстановке значений имеют вид

$$-\frac{1}{Q} + 2I_0 e \omega \rho \left(\frac{dt}{dE} \right) \cos(\varphi_0) \sin(\varphi_1) - \frac{1}{Q} + 2I_0 e \omega \rho \left(\frac{dt}{dE} \right) \sin(\varphi_0) \cos(\varphi_1) < 0 \tag{3.36}$$

Первое условие(3.37) (3.35) преобразуется в

$$I_0 e \omega \rho \left(\frac{dt}{dE} \right) \cos(\varphi_0) \sin(\varphi_1) + I_0 e \omega \rho \left(\frac{dt}{dE} \right) \sin(\varphi_0) \cos(\varphi_1) < \frac{1}{Q} \quad (3.37)$$

из которого получается известная формула [104]

$$I_0 < \frac{1}{e \omega \rho Q \left(\frac{dt}{dE} \right) \sin(\varphi_0 + \varphi_1)} = \frac{cE}{e \omega \rho Q R_{56} \sin(\varphi_0 + \varphi_1)}. \quad (3.38)$$

Второе условие на определитель матрицы проводимости

$$\det \mathbf{M} = \frac{\xi^2}{Q^2} + \frac{1}{Q^2} - \frac{1}{Q} 2I_0 e \omega \rho \left(\frac{dt}{dE} \right) \sin(\varphi_0 + \varphi_1) - \frac{\xi}{Q} 2I_0 e \omega \rho \left(\frac{dt}{dE} \right) \cos(\varphi_0 + \varphi_1) > 0, \quad (3.39)$$

которое выполняется при достаточно больших кси. При соответствующих условиях, которые будут рассмотрены ниже, пороговый ток ограничивается

$$I_0 < \frac{1}{2e \omega \rho Q \left(\frac{dt}{dE} \right)} \frac{\xi^2 + 1}{(\sin(\varphi_0 + \varphi_1) + \xi \cos(\varphi_0 + \varphi_1))}. \quad (3.40)$$

Дальнейшие области устойчивости зависят от соотношения ускоряющей и замедляющей фаз.

3.3.4 Условия устойчивости

Нас интересуют только области с продольной фокусировкой, что накладывает дополнительные ограничения на выбор фаз ускорения и торможения. При $R_{56} > 0$ требуется $\sin \varphi_0 > 0$. Обычно, значение начальной фазы не далеко отходит от нулевой (пик напряжения), поэтому, можно так же считать, что $\sin 2\varphi_0 > 0$. Условие рекуперации в однооборотном случае может быть выражено двумя равенствами (см. Рисунок 62), так как в этом случае не требуется дофокусировать тормозящийся пучок

$$\varphi_1 = \pi + \varphi_0 \quad (3.41)$$

и

$$\varphi_1 = \pi - \varphi_0. \quad (3.42)$$

- 1) Случай фазы (3.41) ($\varphi_1 = \pi + \varphi_0$). Первое условие устойчивости (3.37) всегда выполняется, так как

$$\sin(\varphi_0 + \varphi_1) = \sin(2\varphi_0 + \pi) < 0 \quad (3.43)$$

Второе условие устойчивости (3.39), используя тригонометрические тождества

$$\begin{aligned}\sin(\varphi_{1,a} + \varphi_0) &= \sin(2\varphi_0 + \pi) = -\sin(2\varphi_0), \\ \cos(\varphi_{1,a} + \varphi_0) &= \cos(2\varphi_0 + \pi) = -\cos(2\varphi_0),\end{aligned}\quad (3.44)$$

преобразуется в

$$\frac{\xi^2}{Q^2} + \frac{\xi}{Q} 2I_0 e \omega \rho \left(\frac{dt}{dE} \right) \cos(2\varphi_0) + \frac{1}{Q} 2I_0 e \omega \rho \left(\frac{dt}{dE} \right) \sin(2\varphi_0) + \frac{1}{Q^2} > 0, \quad (3.45)$$

которое также выполняется для любых токов при положительных расстройках ξ .

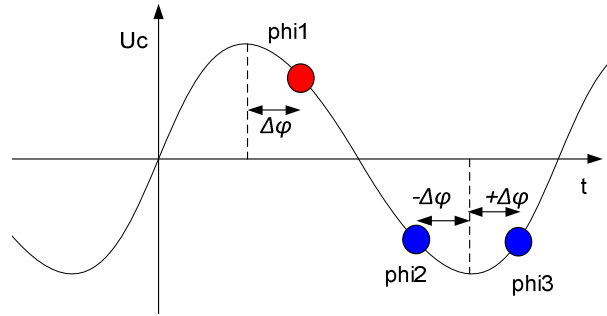


Рисунок 62 Фазы ускорения и торможения для однооборотного УР

При достаточно большом по модулю и отрицательном кси

$$\frac{\sin(2\varphi_0)}{\cos(2\varphi_0)} = \tan 2\varphi_0 < |\xi| \quad (3.46)$$

Средний ток ограничивается

$$I_0 < \frac{\xi^2 + 1}{Q} \frac{1}{|\xi| \cos(2\varphi_0) - \sin(2\varphi_0)} \frac{1}{2e\omega\rho \left(\frac{dt}{dE} \right)} \cong \frac{|\xi|}{Q} \frac{1}{\cos(2\varphi_0)} \frac{1}{2e\omega\rho \left(\frac{dt}{dE} \right)} \quad (3.47)$$

В противоположном случае

$$\frac{\sin(2\varphi_0)}{\cos(2\varphi_0)} = \tan 2\varphi_0 > |\xi|, \quad (3.48)$$

например, когда $\xi=0$ пороговый ток не ограничен по линейному приближению.

2). Случай фазы (3.42) ($\varphi_1 = \pi - \varphi_0$). Первое условие устойчивости (3.37) всегда выполняется, так как

$$\sin(\varphi_0 + \varphi_1) = \sin(\pi) = 0, \quad (3.49)$$

и условие (3.37) преобразуется в верное неравенство $0 < 1/Q$. Второе условие устойчивости (3.39), используя тригонометрические тождества

$$\begin{aligned}\sin(\varphi_{1,b} + \varphi_0) &= \sin(\pi) = 0, \\ \cos(\varphi_{1,b} + \varphi_0) &= \cos(\pi) = -1,\end{aligned}\quad (3.50)$$

преобразуется в

$$\frac{\xi^2}{Q^2} + \frac{1}{Q^2} + \frac{\xi}{Q} 2I_0 e \omega \rho \left(\frac{dt}{dE} \right) > 0, \quad (3.51)$$

которое выполняется при всех положительных расстройках. При отрицательной расстройке ξ

$$I_0 < \frac{\xi^2 + 1}{Q} \frac{1}{2|\xi| e \omega \rho \left(\frac{dt}{dE} \right)} \cong \frac{|\xi|}{2e \omega \rho Q \left(\frac{dt}{dE} \right)}. \quad (3.52)$$

Таблица 6 представляет значения пороговых токов для различных случаев выбора фазы и расстройки

Таблица 6 Пороговый ток в зависимости от фазы и расстройки

расстройка	Фаза $\sin \varphi_0 > 0$	
	$\varphi_1 = \pi + \varphi_0$	$\varphi_1 = \pi - \varphi_0$
$\xi \geq 0$	не ограничен	не ограничен
$\xi < 0$ $\tan 2\varphi_0 > \xi $	не ограничен	$I_{th} \cong \frac{ \xi c E}{2e \omega \rho Q R_{56}}$
$\tan 2\varphi_0 < \xi $	$I_{th} \cong \frac{ \xi c E}{2e \omega \rho Q R_{56} \cos(2\varphi_0)}$	

3.4 Многооборотный линейный ускоритель с разделённой ускоряющей структурой

3.4.1 Уравнения напряжения

Через каждый линейный ускоритель одновременно пролетают четыре пучка электронов с различными энергиями. Каждый пучок наводит на линейный ускоритель большое напряжение, но их сумма из-за условия рекуперации невелика (см. Рисунок 63). Если фазы пучков меняются, сумма напряжений тоже меняется, и начальное отклонение по фазе может увеличиться вследствие зависимости времени пролёта через арки (ставосьмидесятиградусные повороты) от энергии частицы [102].

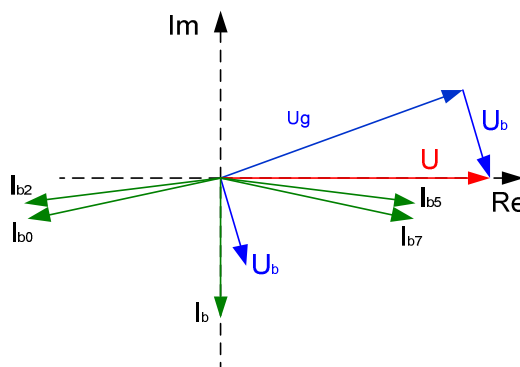


Рисунок 63 Фазоры токов пучка и напряжений в первой ускоряющей структуре. I_{b0} и I_{b2} - токи ускоряемых пучков, I_{b5} и I_{b7} - токи замедляемых пучков, I_b - их сумма, U_b - наведённое напряжение, U_g - напряжение, возбуждаемое генератором, U - суммарное напряжение на ускоряющей структуре.

Так как зависимость тока от напряжений на резонаторах является не аналитической функцией, то

$$I(U_1, U_2) = I(\text{Re}U_1, \text{Im}U_1, \text{Re}U_2, \text{Im}U_2) = I(U_{01}, U_{02}) + \sum \left(\frac{\partial I(U_{01}, U_{02})}{\partial \text{Re} \delta U_\beta} \text{Re} \delta U_\beta + \frac{\partial I(U_{01}, U_{02})}{\partial \text{Im} \delta U_\beta} \text{Im} \delta U_\beta \right), \quad (3.53)$$

что приводит к системе уравнений для возмущений напряжений

$$\frac{2}{\omega} \frac{d \delta U_\alpha}{dt} = \frac{i \xi_\alpha - 1}{Q_\alpha} \delta U_\alpha + \rho_\alpha \sum_\beta \left(\frac{\partial I_{b\alpha}}{\partial \text{Re} U_\beta} \text{Re} \delta U_\beta + \frac{\partial I_{b\alpha}}{\partial \text{Im} U_\beta} \text{Im} \delta U_\beta \right) \quad (3.54)$$

Вообще говоря, I_b зависит от значений U в предыдущие моменты времени, поэтому уравнение (3.9) применимо только для случая, когда время затухания Q_α/ω много больше, чем время пролёта через ускоритель.

3.4.2 Условия устойчивости и матрица проводимости

Предполагая экспоненциальное решение $\exp(\omega \lambda t/2)$ для системы линейных дифференциальных уравнений (3.54) можно найти условия устойчивости. Действительно, система (3.54) соответствует системе линейных однородных уравнений

$$\lambda \delta \mathbf{U} = \mathbf{M} \delta \mathbf{U} \text{ с условием разрешимости } |\mathbf{M} - \lambda \mathbf{E}| = 0. \quad (3.55)$$

Тогда неравенство $\text{Re}(\lambda) < 0$ для всех корней этого уравнения λ (т.е. собственных значений матрицы \mathbf{M}) и будет условием устойчивости. Для ускорителя-рекуператора с двумя ускоряющими структурами находится матрица устойчивости [102]

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \rho_1 \frac{\partial \operatorname{Re} I_{b1}}{\partial \operatorname{Re} U_1} - \frac{1}{Q_1} & \rho_1 \frac{\partial \operatorname{Re} I_{b1}}{\partial \operatorname{Im} U_1} - \frac{\xi_1}{Q_1} & \rho_1 \frac{\partial \operatorname{Re} I_{b1}}{\partial \operatorname{Re} U_2} & \rho_1 \frac{\partial \operatorname{Re} I_{b1}}{\partial \operatorname{Im} U_2} \\ \rho_1 \frac{\partial \operatorname{Im} I_{b1}}{\partial \operatorname{Re} U_1} + \frac{\xi_1}{Q_1} & \rho_1 \frac{\partial \operatorname{Im} I_{b1}}{\partial \operatorname{Im} U_1} - \frac{1}{Q_1} & \rho_1 \frac{\partial \operatorname{Im} I_{b1}}{\partial \operatorname{Re} U_2} & \rho_1 \frac{\partial \operatorname{Im} I_{b1}}{\partial \operatorname{Im} U_2} \\ \rho_2 \frac{\partial \operatorname{Re} I_{b2}}{\partial \operatorname{Re} U_1} & \rho_2 \frac{\partial \operatorname{Re} I_{b2}}{\partial \operatorname{Im} U_1} & \rho_2 \frac{\partial \operatorname{Re} I_{b2}}{\partial \operatorname{Re} U_2} - \frac{1}{Q_2} & \rho_2 \frac{\partial \operatorname{Re} I_{b2}}{\partial \operatorname{Im} U_2} - \frac{\xi_2}{Q_2} \\ \rho_2 \frac{\partial \operatorname{Im} I_{b2}}{\partial \operatorname{Re} U_1} & \rho_2 \frac{\partial \operatorname{Im} I_{b2}}{\partial \operatorname{Im} U_1} & \rho_2 \frac{\partial \operatorname{Im} I_{b2}}{\partial \operatorname{Re} U_2} + \frac{\xi_2}{Q_2} & \rho_2 \frac{\partial \operatorname{Im} I_{b2}}{\partial \operatorname{Im} U_2} - \frac{1}{Q_2} \end{pmatrix} \quad (3.56)$$

и характеристическое уравнение принимает вид [103]

$$\lambda^4 - S_1 \lambda^3 + S_2 \lambda^2 - S_3 \lambda + S_4 = 0 \quad (3.57)$$

где $S_1 = \sum_{1 \leq k \leq 4} A \binom{k}{k} = \sum_{1 \leq k \leq 4} M_{kk} = \operatorname{Tr}(\mathbf{M})$, $S_2 = \sum_{1 \leq k < l \leq 4} A \binom{k \ l}{k \ l}$, $S_3 = \sum_{1 \leq k < l < m \leq 4} A \binom{k \ l \ m}{k \ l \ m}$ и

$S_4 = A \binom{1 \ 2 \ 3 \ 4}{1 \ 2 \ 3 \ 4} = |\mathbf{M}|$ – суммы главных миноров матрицы M . (Главный минор A –

определитель квадратной матрицы, составленной из пересечения строк и столбцов с одинаковыми номерами [103]). Необходимое условие устойчивости ($\operatorname{Re}(\lambda) < 0$ для всех четырех корней уравнения (3.57) – положительность всех коэффициентов полинома (3.57). В частности, единственное независимое от расстроек ξ_1 и ξ_2 условие $S_1 < 0$ дает

$$\rho_1 \left(\frac{\partial \operatorname{Re} I_{b1}}{\partial \operatorname{Re} U_1} + \frac{\partial \operatorname{Im} I_{b1}}{\partial \operatorname{Im} U_1} \right) + \rho_2 \left(\frac{\partial \operatorname{Re} I_{b2}}{\partial \operatorname{Re} U_2} + \frac{\partial \operatorname{Im} I_{b2}}{\partial \operatorname{Im} U_2} \right) < \frac{2}{Q_1} + \frac{2}{Q_2} \quad (3.58)$$

Необходимые и достаточные условия даются критерием Лъенара-Шипара [103]. Он состоит в положительности коэффициентов полинома (3.57) и третьего минора Гурвица:

$$S_1 < 0, S_2 > 0, S_4 > 0, \Delta_3 = S_1(S_2 S_3 - S_1 S_4) - S_3^2 > 0 \quad (3.59)$$

Эти коэффициенты зависят от расстроек следующим образом

$$S_2(\xi_1, \xi_2) = \sum_{1 \leq k < l \leq 4} A \binom{k \ l}{k \ l} = \frac{\xi_1^2}{Q_1^2} + \frac{\xi_2^2}{Q_2^2} + \frac{\xi_1}{Q_1} \rho_1 \left(\frac{\partial \operatorname{Im} I_{b1}}{\partial \operatorname{Re} U_1} - \frac{\partial \operatorname{Re} I_{b1}}{\partial \operatorname{Im} U_1} \right) + \frac{\xi_2}{Q_2} \rho_2 \left(\frac{\partial \operatorname{Im} I_{b2}}{\partial \operatorname{Re} U_2} - \frac{\partial \operatorname{Re} I_{b2}}{\partial \operatorname{Im} U_2} \right) + S_2(0,0) \quad (3.60)$$

и

$$S_4(\xi_1, \xi_2) = |M(\xi_1, \xi_2)| = |M(0,0)| + \frac{\xi_1^2}{Q_1^2} \frac{\xi_2^2}{Q_2^2} + \dots \quad (3.61)$$

Соответственно, можно сказать, что условия $S_2(\xi_1, \xi_2) > 0$ и $S_4(\xi_1, \xi_2) > 0$ выполняются при достаточно больших расстройках ξ_1 и ξ_2 .

В наиболее же простом случае ускорителя-рекуператора с изохронными поворотами матрица проводимости нулевая. Поэтому, легко показать, что все условия устойчивости выполняются (так же, как и в случае резонаторов с низкой добротностью).

Так как добротности сверхпроводящих резонаторов очень высоки, то интересно рассмотреть противоположный предельный случай - с пренебрежимо малыми членами $1/Q_{1,2}$ в матрице M . В этом случае, условия устойчивости не зависят от тока пучка. Они зависят только от отношения ρ_1/ρ_2 и матрицы проводимости пучка, которая полностью определяется параметрами магнитной системы ускорителя-рекуператора.

3.4.3 Продольное движение

Для дальнейшего продвижения, нам необходимо определить элементы матрицы проводимости в условиях устойчивости. Представляя пучок электронов в Гауссовой форме, аналогично (3.20) - (3.22), можно найти комплексную амплитуду тока пучка $I_{b\alpha}$ в резонаторе с номером α ($\alpha=1,2$), равную сумме комплексных амплитуд всех проходящих через него токов

$$I_{b\alpha} = -2I_0 \sum_{n=0}^{Na-1} \left(e^{i\varphi_{2n+\alpha-1} + i\psi_{2n+\alpha-1}} + e^{i\varphi_{4N-2n-\alpha} + i\psi_{4Na-2n-\alpha}} \right) \approx$$

$$I_{b\alpha}(\mathbf{U}_0) - 2iI \sum_{n=0}^{Na-1} \left(e^{i\varphi_{2n+\alpha-1}} \psi_{2n+\alpha-1} + e^{i\varphi_{4N-2n-\alpha}} \psi_{4Na-2n-\alpha} \right), \quad (3.62)$$

где $\varphi_{2n+\alpha-1}$ - фаза n -го прохода через резонатор, соответствующая стационарному решению, $\psi_{2n+\alpha-1}$ - малое отклонение от этой фазы, а $2N$ - число проходов пучка через каждую ускоряющую секцию. Для определения коэффициентов матрицы проводимости (3.56) необходимо посчитать значения $\frac{\partial \mathcal{I}_\alpha}{\partial \mathcal{U}_\beta}$, которые согласно (3.62) выражаются через $\frac{\partial \delta \psi_\alpha}{\partial \mathcal{U}_\beta}$.

Рассмотрим продольное движение частиц в ускорителе. Отклонение набора энергии при прохождении через ускоряющий резонатор зависит от момента (фазы) пролета и отклонения комплексной амплитуды напряжения [102]:

$$\delta E = e \operatorname{Im} \left[U_{0\alpha(n)} e^{-i\varphi_n} \right] \psi_n + e \operatorname{Re} \left[\delta U_{0\alpha(n)} e^{-i\varphi_n} \right], \quad (3.63)$$

где

$$\alpha(2n) = 1, \alpha(2n+1) = 2, \text{ для } 0 \leq n \leq 2Na - 1,$$

$$\alpha(2n) = 2, \alpha(2n+1) = 1, \text{ для } 2Na \leq n \leq 4Na - 1. \quad (3.64)$$

Малые отклонения энергии и фазы ε_n и ψ_n удовлетворяют системе линейных уравнений:

$$\begin{cases} \varepsilon_{n+1} = \varepsilon_n + e \operatorname{Im} \left[U_{0\alpha(n)} e^{-i\varphi_n} \right] \psi_n + e \operatorname{Re} \left[\delta U_{\alpha(n)} e^{-i\varphi_n} \right], \\ \psi_{n+1} = \psi_n + \omega \left(\frac{dt}{dE} \right)_{n+1} \varepsilon_{n+1}; \end{cases} \quad (3.65)$$

где $(dt/dE)_n$ - продольная дисперсия n -го створсьмидесятиградусного поворота. Начальные условия системы - $\varepsilon_0=0$ и $\psi_0=0$, если для стабильности пучка или других целей у нас нет специальных устройств их контроля. Решение системы может быть переписано с использованием продольной синусоподобной траектории S_{nk} и ее «производной» S'_{nk} (элементы R_{56} и R_{66} транспортной матрицы). Эти функции являются решениями однородной системы

$$\begin{cases} S'_{n+1,k} = S'_{n,k} + e \operatorname{Im}[U_{0\alpha(n)} e^{-i\varphi_n}] S_{n,k}, \\ S_{n+1,k} = S_{n,k} + \omega \left(\frac{dt}{dE} \right)_{n+1} S'_{n+1,k}, \end{cases} \quad (3.66)$$

с начальными условиями $S_{kk} = 0$, $S'_{kk} = 1$. Тогда решение системы (3.65) записывается в виде

$$\psi_n = e \sum_{k=0}^{n-1} S_{nk} \operatorname{Re}[\delta U_{\alpha(k)} e^{-i\varphi_k}] \quad (3.67)$$

и

$$\varepsilon_n = e \sum_{k=0}^{n-1} S'_{nk} \operatorname{Re}[\delta U_{\alpha(k)} e^{-i\varphi_k}] \quad (3.68)$$

Раскрывая скобки в (3.67)

$$\psi_n = e \sum_{k=0}^{n-1} S_{nk} [\operatorname{Re} \delta U_{\alpha(k)} \cos(\varphi_k) + \operatorname{Im} \delta U_{\alpha(k)} \sin(\varphi_k)], \quad (3.69)$$

можно вычислить частные производны по реальным частям

$$\partial \psi_n / \partial \operatorname{Re} \delta U_{\beta} = \frac{\partial e \sum_{k=0}^{n-1} S_{nk} [\operatorname{Re} \delta U_{\alpha(k)} \cos(\varphi_k) + \operatorname{Im} \delta U_{\alpha(k)} \sin(\varphi_k)]}{\partial \operatorname{Re} \delta U_{\beta}} = e \sum_{k=0}^{n-1} S_{nk} \cos(\varphi_k) \delta_{\beta, \alpha(k)}, \quad (3.70)$$

и мнимым частям напряжения

$$\partial \psi_n / \partial \operatorname{Im} \delta U_{\beta} = e \sum_{k=0}^{n-1} S_{nk} \sin(\varphi_k) \delta_{\beta, \alpha(k)}. \quad (3.71)$$

Можно заметить, что так как изменение отклонений тока пропорционально производным фазы, то $\partial \delta_{b\alpha} / \partial \delta U_{\beta} \sim \delta_{\beta, \alpha(k)}$. Подстановка производных изменения фазы позволяет вычислить искомые коэффициенты матрицы проводимости через решения невозмущенной системы

$$\frac{\delta_{b\alpha}}{\partial \operatorname{Re} \delta U_{\beta}} \approx -2ieI \sum_{n=0}^{Na-1} \left(e^{i\varphi_{2n+\alpha-1}} \sum_{k=0}^{2n+\alpha-1-1} S_{2n+\alpha-1,k} \cos(\varphi_k) \delta_{\beta, \alpha(k)} + e^{i\varphi_{4Na-2n-\alpha}} \sum_{k=0}^{4Na-2n-\alpha-1} S_{4Na-2n-\alpha,k} \cos(\varphi_k) \delta_{\beta, \alpha(k)} \right) \quad (3.72)$$

и

$$\frac{\delta_{b\alpha}}{\partial \operatorname{Im} \delta U_{\beta}} \approx -2ieI \sum_{n=0}^{Na-1} \left(e^{i\varphi_{2n+\alpha-1}} \sum_{k=0}^{2n+\alpha-1-1} S_{2n+\alpha-1,k} \sin(\varphi_k) \delta_{\beta, \alpha(k)} + e^{i\varphi_{4Na-2n-\alpha}} \sum_{k=0}^{4Na-2n-\alpha-1} S_{4Na-2n-\alpha,k} \sin(\varphi_k) \delta_{\beta, \alpha(k)} \right) \quad (3.73)$$

3.4.4 Условия рекуперации

В случае ускорителя-рекуператора, необходимо удовлетворить (хотя бы приближенно) условиям рекуперации [102]

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \left[U_{01} \sum_{n=0}^{Na-1} (e^{-i\varphi_{2n}} + e^{-i\varphi_{4N-2n-1}}) \right] &= 0, \\ \operatorname{Re} \left[U_{02} \sum_{n=0}^{Na-1} (e^{-i\varphi_{2n+1}} + e^{-i\varphi_{4N-2n-2}}) \right] &= 0 \end{aligned} \quad (3.74)$$

Для продольной устойчивости также необходима продольная фокусировка для большинства проходов через ускоряющие структуры:

$$e \operatorname{Im} [U_{0\alpha(n)} e^{-i\varphi_n}] < 0, \quad (3.75)$$

если все $(dt/dE)_n > 0$.

Условия (3.74) и (3.75) могут быть удовлетворены одновременно, если

$$\arg(eU_{0\alpha(n)} e^{-i\varphi_n}) + \arg(eU_{0\alpha(4N-n-1)} e^{-i\varphi_{4N-n-1}}) = -\pi, \quad (3.76)$$

из чего получается (см. Рисунок 55)

$$\varphi_{4N-n-1} = \pi - \varphi_n + 2 \arg(eU_{0\alpha(n)}) \quad (3.77)$$

3.4.5 Условия устойчивости

Для того чтобы сделать условие устойчивости (3.58) более явным, рассмотрим простой пример. Предположим, что равновесные фазы равны во время ускорения. В этом простом случае

$$\varphi_{2n} - \arg(eU_{01}) = \Phi_1, \quad \varphi_{2n+1} - \arg(eU_{02}) = \Phi_2, \quad (3.78)$$

для $0 \leq n \leq N-1$, что определяет необходимое условие устойчивости [102]

$$e\rho_1 I \sin(2\Phi_1) \sum_{n=0}^{Na-1} \sum_{k=0}^{Na-1} S_{4N-2n-1,2k} + e\rho_2 I \sin(2\Phi_2) \sum_{n=0}^{Na-1} \sum_{k=0}^{Na-1} S_{4N-2n-2,2k+1} < \frac{1}{Q_1} + \frac{1}{Q_2} \quad (3.79)$$

3.5 Моделирование во временном представлении

3.5.1 Взаимодействие с основной модой во временном представлении

Рассмотрим электромагнитное поле (\vec{E}, \vec{B}) , наводимое частицей с зарядом q , движущейся по прямой со скоростью света вдоль оси $z = ct$. Тестовая частица с зарядом e , движущаяся с отклонением от оси $\vec{\rho} = (x, y)$ на расстоянии s , получает дополнительный импульс

$$\Delta \vec{p}(\vec{\rho}, s) = e \int_{-\infty}^{\infty} dt \left[\vec{E}(\vec{\rho}, z, t) + \vec{v}(z) \times \vec{B}(\vec{\rho}, z, t) \right]_{z=ct-s} \quad (3.80)$$

Так как динамика движения различна в поперечном и продольном направлениях, то удобно разделить продольный импульс Δp_z от поперечного $\Delta \vec{p}_{\perp}$. Продольной и поперечной вэйк-функциями или «вэйками» называют изменение энергии ΔE тестовой частицы, нормированное на заряды частиц e и q [105]

$$G_{\parallel} = -\frac{1}{q} \int dz \vec{E}_z \Big|_{z=ct-s} \quad (3.81)$$

и

$$\vec{G}_{\perp} = \frac{1}{q} \int dz \left[\vec{E}_{\perp}(\vec{\rho}, z, t) + \vec{v} \times \vec{B}(\vec{\rho}, z, t) \right]_{z=ct-s} \quad (3.82)$$

По времени затухания возмущений, наведённые поля можно разделить на короткодействующие и долгоживущие. Долгоживущие поля могут стать причиной развития многопучковых неустойчивостей. Импеданс резонатора для долгоживущих полей равен [105]

$$Z(\omega) = R_s / \left(1 - \frac{R}{Q} \left(\frac{1}{\omega_r} - \frac{1}{\omega} \right) \right) \quad (3.83)$$

Вэйк-функция продольного поля равняется Фурье-образу импеданса [105]

$$G_{\parallel}(z) = \frac{\omega_r R_s}{Q} \exp\left(-\frac{\omega_r}{2Qc} z\right) \left[\cos\left(\frac{\omega_n}{c} z\right) - \frac{\omega_r}{2Q\omega_n} \sin\left(\frac{\omega_n}{c} z\right) \right] H(z), \quad (3.84)$$

где, как и ранее, ω_r - резонансная частота, R_s - шунтовой импеданс, $H(z)$ - степ-функция Хэвисайда, и при высокой добротности резонатора Q

$$\omega_n = \omega_r \sqrt{1 - 1/Q^2} \cong \omega_r \quad (3.85)$$

и

$$G_{\parallel}(t) \cong \frac{\omega_r R_s}{Q} \cos(\omega_r t) \exp\left(-\frac{\omega_r}{2Q} t\right) H(t) \quad (3.86)$$

При этом наводимое напряжение пучка с зарядом q и продольным распределением плотности $\lambda(t)$ выражается через вэйк-функцию

$$V_{\parallel}(\tau) = \int_0^{+\infty} G_{\parallel}(t) \lambda(t - \tau) dt \quad (3.87)$$

Изменение энергии электроном, пролетающим следом за пучком равно (вэйк-функция положительная для тормозящего поля), равно

$$\Delta E = -eV_{\parallel}(t) \quad (3.88)$$

В случае коротких сгустков с зарядом q , каждый электрон из последующего пучка будет видеть дополнительное напряжение

$$V_{\parallel}(t) = q \frac{\omega_r R_s}{2Q} \cos(\omega_r t) \exp\left(-\frac{\omega_r}{2Q} t\right) H(t) \quad (3.89)$$

Возбужденное в момент времени t_1 напряжение изменяется со временем как

$$V_{\parallel}(t) = q \frac{\omega_r R_s}{2Q} \cos(\omega_r (t - t_1)) \exp\left(-\frac{\omega_r}{2Q} (t - t_1)\right) H(t - t_1) \quad (3.90)$$

Для удобства суммирования его можно представить в комплексной форме

$$V_{\parallel}(t) = q \frac{\omega_r R_s}{2Q} \operatorname{Re} \left[\exp(i\omega_r (t - t_1)) \exp\left(-\frac{\omega_r}{2Q} (t - t_1)\right) \right] H(t - t_1) \quad (3.91)$$

Напряжение, наведенное N пучками в моменты времени $t_0 < t_1 < \dots < t_N < t$, будет равняться действительной части выражения

$$W_{\parallel}(t) = q \frac{\omega_r R_s}{2Q} \exp(i\omega_r t) \sum_{n=1}^N \exp(-i\omega_r t_n) \exp\left(-\frac{\omega_r}{2Q} (t - t_n)\right) \quad (3.92)$$

В рекуррентной форме

$$W_{\parallel}(t_{n+1}) = q \frac{\omega_r R_s}{Q} \left\{ \exp(i\omega_n t_{n+1}) \exp\left(-\frac{\omega_r}{2Qc} \Delta L_{n+1}\right) W_{\parallel}(t_n) \right\} \quad (3.93)$$

3.5.2 Фазы

В системе резонатор-пучок существуют 3 различных частоты ($\omega_n \equiv \omega_r$): $\omega_g, \omega_b, \omega_r$ - генератора, пушки и возбужденного «вэйками» поля в резонаторе (см. Рисунок 64).

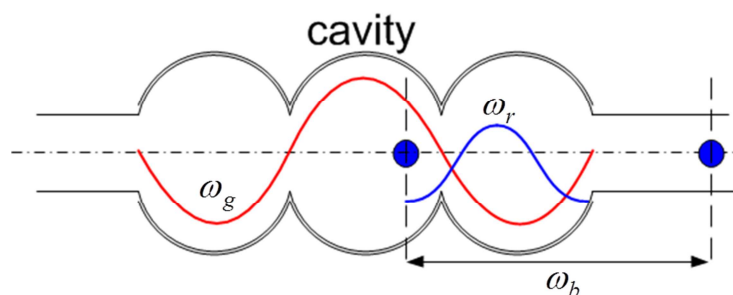


Рисунок 64 Частоты в резонаторе

В нашем случае, в ускорителе находятся последовательности пучков разделенных одинаковым периодом T и небольшими отклонениями (см. Рисунок 65)

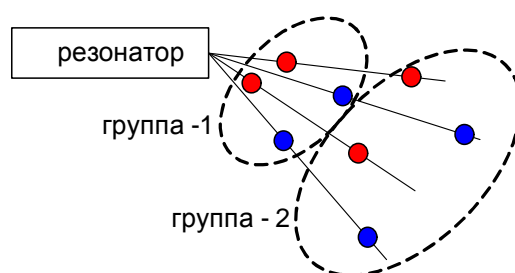


Рисунок 65 Красные – ускоряемые, синие – замедляемые

Расстояние между соседними пучками на одной дорожке выражается

$$\Delta L = c \frac{2\pi}{\omega_b} + c \delta t = cT_b + c \delta t, \quad (3.94)$$

где cT_b - расстояние между невозмущенными пучками и $\delta t \ll T_b$ - временное отклонение. Все фазы отсчитываются от некоторого задающего источника. В случае одного линака, существуют 3 различных типа фаз – ускоряющие/замедляющие фазы пучка и фаза ВЧ напряжения. Соответственно, передача энергии от поля к электронам зависит от разности фаз.

Если предположить эффект взаимодействия между соседними пучками малым (считаем, что основной вклад даёт поле накапливаемое за много оборотов), то пучки можно условно разделить на группы по фазам – ускоряющиеся/тормозящиеся. Тогда, так как средняя энергия, забираемая из резонаторов, равняется нулю в виду рекуперации, то можно выделить группу пучков, пролетающих через линак, в которой баланс забираемой энергии тоже будет нулевой (см. Рисунок 66). Таким приближением можно пользоваться, если самосогласованные фазы близки к начальным, т.е. взаимодействие с наводимым полем достаточно мало.

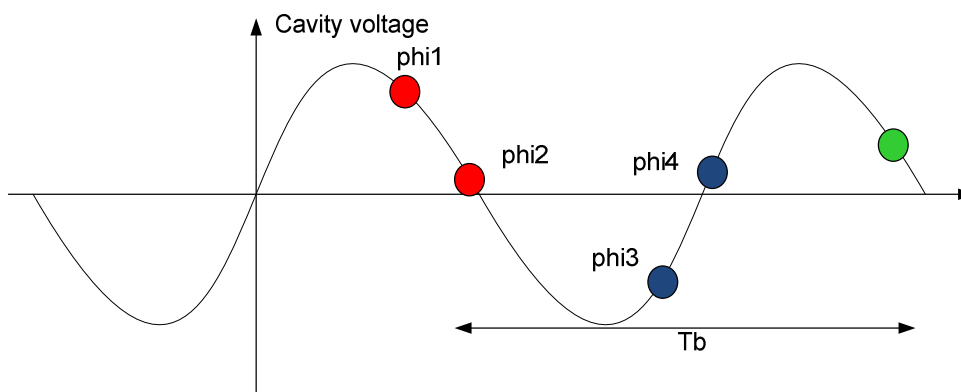


Рисунок бб Группа пучков (красные – ускоряемые, синие - замедляемые), суммарное напряжение от которых видит пучок отмеченный зеленым

Любой пучок, пролетающий через резонатор в момент времени t_n , имеет некоторую опорную фазу ϕ_{ref} и отклонение от неё $\delta\phi_n$ (N – целое число)

$$\omega_b t_n = 2\pi N + \phi_{ref} + \delta\phi_n \quad (3.95)$$

Рассмотрим пучки, влетающие на ускоряющий промежуток с одной и той же поворотной арки в моменты времени t_{n+1} и t_n . Так как частоты следования пучков ω_b и собственных колебаний поля в резонаторе ω_r отличаются (см. Рисунок 64), то поле видимое пучком от предыдущего пучка будет не в нулевой фазе, а с некоторым сдвигом (см. Рисунок 67). Таким образом, фаза поля, наведённого предыдущим пучком равна

$$\omega_r (t_{n+1} - t_n) = \frac{\omega_r}{\omega_b} \omega_b (t_{n+1} - t_n) = \frac{\omega_r}{\omega_b} 2\pi + \frac{\omega_r}{\omega_b} (\delta\phi_n - \delta\phi_{n-1}) \quad (3.96)$$

В случае взаимодействия пучка (время влёта $t_{m2,n+1}$) и поля, наведённого пучком с другой арки (время влёта $t_{m1,n}$), то есть, с другой опорной фазой, фаза этого поля находится из выражения:

$$\omega_r (t_{m2,n+1} - t_{m1,n}) = \frac{\omega_r}{\omega_b} \omega_b (t_{m2,n+1} - t_{m1,n}) = \frac{\omega_r}{\omega_b} 2\pi + \frac{\omega_r}{\omega_b} (\phi_{m2,ref} - \phi_{m1,ref}) + \frac{\omega_r}{\omega_b} (\delta\phi_{m2,n+1} - \delta\phi_{m1,n}) \quad (3.97)$$

$\phi_{m2,ref}$, $\phi_{m1,ref}$, $\delta\phi_{m2,n+1}$, $\delta\phi_{m1,n}$ - соответственно опорные фазы и их отклонения.

Напряжение, наведённое предыдущими пучками в моменты времени $t_0 < t_1 < \dots < t_N < t$, к моменту пролёта пучка t_N поворачивается на угол $\omega_n (t_N - t_{N-1})$ в комплексной плоскости, и затухает обратно пропорционально добротности резонатора. Тогда напряжение, наведённое предыдущими пучками можно написать в виде рекуррентной формулы в момент времени t

$$W_{\parallel}(t) = q \frac{\omega_r R_s}{2Q} \left\{ \exp(i\omega_n (t - t_N)) \exp\left(-\frac{\omega_r (t - t_N)}{2Q}\right) W_{\parallel}(t_N) \right\} \quad (3.98)$$

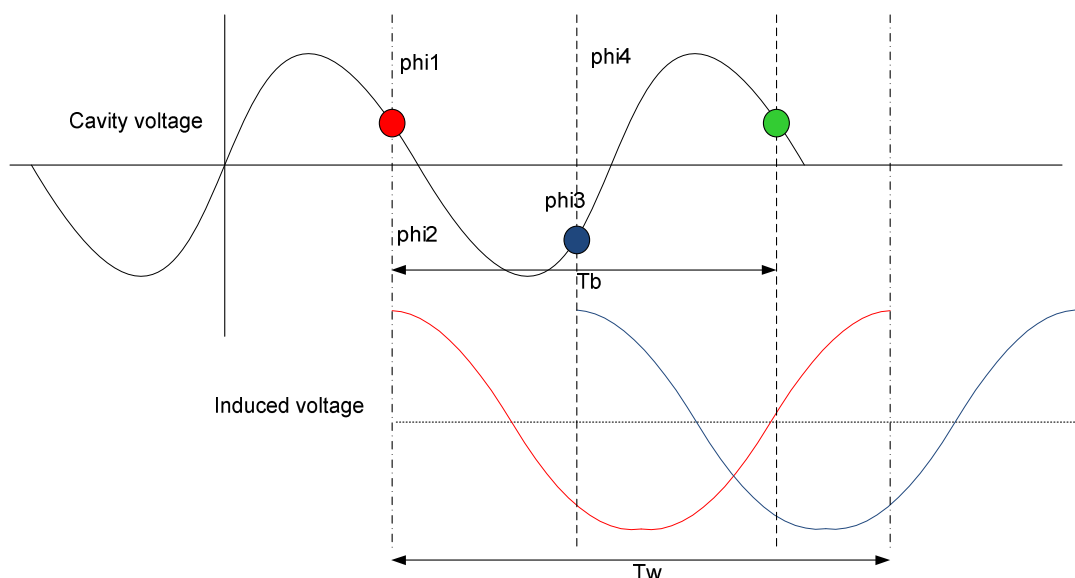


Рисунок 67 Наводимые поля в резонаторе

В случае установки с одной ускоряющей секцией, напряжение видимое пучком в момент времени $t_{m1,n+1}$

$$\begin{aligned}
 W_{\parallel}(t_{m1,n+1}) &= q \frac{\omega_r R_s}{2Q} \exp\left(-\frac{\omega_r}{2Qc} \Delta L\right) \sum_{m=0}^1 \exp(i\omega_r(t_{m1,n+1} - t_{m,n})) = \\
 &= q \frac{\omega_r R_s}{2Q} \exp\left(-\frac{\omega_r}{2Qc} \Delta L\right) \exp\left(i \frac{\omega_r}{\omega_b} 2\pi\right) \sum_{m=0}^1 \exp\left(i \frac{\omega_r}{\omega_b} ((\phi_{m1,n+1} - \phi_{m,n}) + (\delta\phi_{m1,n+1} - \delta\phi_{m,n}))\right)
 \end{aligned} \quad (3.99)$$

В случае $N+1$ различных пучков, проходящих через линак, их суммарное напряжение будет видно последующим пучком m_1 в виде

$$\begin{aligned}
 W_{\parallel}(t_{m1,n+1}) &= \exp\left(i \frac{\omega_r}{\omega_b} (\phi_{m1,n+1} + \delta\phi_{m1,n+1})\right) \exp\left(-\frac{\omega_r}{2Qc} \Delta L\right) \exp\left(i \frac{\omega_r}{\omega_b} 2\pi\right) \times \\
 &\times q \frac{\omega_r R_s}{2Q} \sum_{m=0}^{N+1} \exp\left(-i \frac{\omega_r}{\omega_b} (\phi_m + \delta\phi_m)\right)
 \end{aligned} \quad (3.100)$$

Таким образом, полное напряжение, видимое пучком m_1 , наведенное $N+1$ типом пучков за N_b проходов через линак, равно

$$\begin{aligned}
 W_{\parallel}(t_{m1,n+1}) &= \exp\left(i \frac{\omega_r}{\omega_b} (\phi_{m1,n+1} + \delta\phi_{m1,n+1})\right) \times \\
 &\times q \frac{\omega_r R_s}{2Q} \sum_{k=0}^{N_b} \exp\left(-\frac{\omega_r}{2Qc} \Delta L(n-k)\right) \exp\left(i \frac{\omega_r}{\omega_b} 2\pi(n-k)\right) \sum_{m=0}^{N+1} \exp\left(-i \frac{\omega_r}{\omega_b} (\phi_{mk} + \delta\phi_{mk})\right)
 \end{aligned} \quad (3.101)$$

Второй член произведения не зависит от фазы пучка m_1 , поэтому эту часть можно считать отдельно каждый период. Формула может быть представлена, как энергия, забранная пучком из наведенного поля

$$\Delta E_{n+1} = -I_{m1}^* W_n, \quad (3.102)$$

где ток равен

$$I_{m1} = e \exp\left(i \frac{\omega_r}{\omega_b} (\phi_{m1,n+1} + \delta\phi_{m1,n+1})\right) \quad (3.103)$$

Напряжение

$$W_n = q \frac{\omega_r R_s}{Q} \sum_{k=0}^n \exp\left(-\frac{\omega_r}{2Qc} \Delta L(n-k)\right) \exp\left(i \frac{\omega_r}{\omega_b} 2\pi(n-k)\right) \sum_{m=0}^{N+1} \exp\left(-i \frac{\omega_r}{\omega_b} (\phi_{mk} + \delta\phi_{mk})\right) \quad (3.104)$$

В рекуррентной форме

$$W_n = W_{n-1} \exp\left(-\frac{\omega_r}{2Qc} \Delta L\right) \exp\left(i \frac{\omega_r}{\omega_b} 2\pi\right) + q \frac{\omega_r R_s}{Q} \sum_{m=0}^{N+1} \exp\left(-i \frac{\omega_r}{\omega_b} (\phi_{mk} + \delta\phi_{mk})\right) \quad (3.105)$$

3.5.3 Стабильное напряжение

Как было показано выше (3.8), неустойчивости напряжения развиваются около некоторого стабильного напряжения U_{stab} , которое определяется согласованием наводимого напряжения и напряжения из генератора. Поэтому, для сравнения численного моделирования и аналитической зависимости, необходимо определить режим со стабильным напряжением, иначе, сравниваемые параметры, например, фазы, будут соответствовать различным случаям (фаза тормозящегося пучка смещается). Для определения стабильного режима, предполагается использовать дополнительный ток из генератора, компенсирующий напряжение, наводимое током пучка

$$I_g = -I_b = \sum_{i=1}^2 W(\varphi_i), \quad (3.106)$$

где $W(\varphi)$ – напряжение, наводимое пучком с фазой влёта φ . Тогда рекуррентная формула для напряжения будет выражаться

$$\Delta U_n = \Delta U_{n-1} \exp\left(i \omega_r \Delta t - \frac{\omega_r \Delta t}{2Q} \Delta t\right) + \sum_{i=1}^2 W(\varphi_i + \delta\varphi_i) - \sum_{i=1}^2 W(\varphi_i), \quad (3.107)$$

где второй член – напряжение наводимое током пучка с отклонённой от стабильной фазой $\delta\varphi$, третий член – ток генератора, необходимый для получения стабильного напряжения при заданных фазах. В случае многооборотного УР формула (3.107) ток генератора должен компенсировать вклады всех токов

$$I_g = -I_b = \sum_{i=1}^4 W(\varphi_i), \quad (3.108)$$

где $W(\varphi)$ – напряжение, наводимое пучком с фазой влёта φ . Тогда отклонение наводимого пучком напряжения от стабильного (3.8) равно

$$\Delta W = \sum_{i=1}^4 W(\varphi_i + \delta\varphi_i) - \sum_{i=1}^4 W(\varphi_i). \quad (3.109)$$

3.5.4 Симуляции: алгоритм

Для расчета неустойчивостей была написана программа. Её основные положения:

1. Пучки считаются точечными и разделены на классы по номеру дорожки, с которой они попадают в резонатор. В случае MARS их 4 для каждого линака.
2. Каждый пучок имеет вектор отклонений фазы и энергии от опорной $V_n = (\delta\phi_n, \varepsilon_n)$
3. В начальный момент времени система заполнена N пучками без отклонений ($V_n = (0,0)$) с дистанцией $c\Delta T$. Равносильно работе ускорителя с частицами без заряда, у которых в некоторый момент «включают» заряд. Номер шага по времени $i=0\dots N_{st}$, N_{st} – общее число шагов по времени ΔT .
4. Каждый промежуток времени, в нашем случае равный периоду пушки, программа считает наведённое поле ΔU_β ($\beta=1,2$ – номер линейного ускорителя) в резонаторе как сумму наведённых полей от одной группы (второе слагаемое) и затухание наведённого предыдущими группами поля (первое слагаемое):

$$\Delta U_{\beta,i+1} = \Delta U_{\beta,i} \exp\left(\frac{-\omega_{r,\beta}}{2Q_\beta} \Delta T + i\omega_{r,\beta} \Delta T\right) + \sum_{k=0}^{2N_\alpha-1} Wk_\beta(\phi_{\beta,n_\beta(k)} + \delta\phi_{\beta,n_\beta(k)}) - \sum_{k=0}^{2N_\alpha-1} Wk_\beta(\phi_{\beta,n_\beta(k)}), \quad (3.110)$$

где $n_\beta(k)$ – номер пучка в массиве в зависимости от номера k прохождения линейного ускорителя β .

5. Движение в фазовом пространстве «энергия-фаза» рассчитывается для каждого пучка в группе по наведённым полям. Отклонения энергии-фазы (ε, ϕ) для пучков с номером $j=0\dots 4N_\alpha-1$, проходящих через ускорители, вычисляются с учётом разницы фаз между пучками ϕ_j .

Отклонение энергии из-за изменения фазы влёта в линейный ускоритель

$$\Delta U_{0_{\alpha(j)}}(\phi_j, \delta\phi_j) = \left[U_{\alpha(j)} \cos(\varphi_{\alpha(j)} - \phi_j + \delta\phi_j) - U_{\alpha(j)} \cos(\varphi_{\alpha(j)} - \phi_j) \right] \quad (3.111)$$

Относительное отклонение энергии с учётом наводимого напряжения

$$\varepsilon_{i+1,j} = \varepsilon_i \frac{E_j}{E_{j+1}} + \frac{e\Delta U 0_{\alpha(j)}(\phi_j, \delta\phi_{i,j})}{E_{j+1}} - \frac{e \operatorname{Re} \left(W_{\alpha(j),i} \exp\left(\frac{-\omega_{r,\alpha(j)}}{2Q_\beta} \Delta T + i\omega_{r,\alpha(j)} \Delta T\right) \exp\left(-i\frac{\omega_{r,\alpha(j)}}{\omega_g} (\phi_j + \delta\phi_{i,j})\right) \right)}{E_{j+1}} \quad (3.112)$$

Отклонение фазы после пролёта поворотной арки

$$\delta\phi_{i+1,j} = \delta\phi_{i+1,j} + \frac{\omega_g}{c} (R_{56})_j \varepsilon_{i+1,j} \quad (3.113)$$

6. После этого, все индексы в массиве отклонений сдвигаются на 1: ($n- > n+1$)
7. Инжектируется первый пучок с начальными отклонениями $V_0 = (\delta\phi_0, \varepsilon_0)$ и выбрасывается последний.

3.6 Результаты симуляций

3.6.1 Ускоритель-рекуператор с одной ускоряющей структурой

Для проверки правильности работы программы моделирования наводимых напряжений на ВЧ резонаторы рассматривался однооборотный УР. Параметры ускорителя представлены в Таблице 7. Теоретическая зависимость напряжения от времени, согласно собственным числам матрицы проводимости (3.22), учитывая, что собственные числа либо действительные, либо комплексно сопряжённые, следующая (в случае комплексных чисел)

$$U = U_0 \cos(\omega_1 t) \exp(\lambda_1 t), \quad (3.114)$$

где U_0 – некоторое начальное возмущение, ω_1 – частота колебаний, λ_1 – декремент затухания. На Рисунке 68 и Рисунке 69 представлены примеры моделирования стабильного режима, возмущаемого некоторым начальным напряжением. При превышении порогового тока, в начальный период происходит экспоненциальный рост наводимого напряжения, согласно собственным числам матрицы $\lambda_{1,2}$

$$U(t) = U_{01} \exp(\lambda_1 t) + U_{02} \exp(\lambda_2 t). \quad (3.115)$$

В дальнейшем, наведённое напряжение стабилизируется на некоторой величине, зависящей от тока пучка, из-за нелинейной зависимости получаемого напряжения от фазы. Зависимость порогового тока от параметров фазы и расстройки, представленная в Таблице 6, подтверждается численным моделированием.

Таблица 7 Параметры однооборотного УР для моделирования

Парметры	Величина	размерность
Энергия инжекции	400	МэВ
Энергия линака	800	МэВ
Частота резонатора	$1.3 \cdot 10^9$	Гц
Частота пучка	$1.3 \cdot 10^9$	Гц
Добротность основной моды	10^6	-
Импеданс линака (R/Q)	$40 \cdot 10^3$	Ом
Расстройка	-1000...1000	-
R_{56} оборота	1	м
Фаза ускорения	1...15	град

На рисунках представлены примеры зависимостей наводимого напряжения от времени при среднем токе, превышающем пороговое значение (см. Рисунок 70 и Рисунок 71), и в областях с неограниченным теоретически пороговым током (см. Рисунок 72 и Рисунок 73).

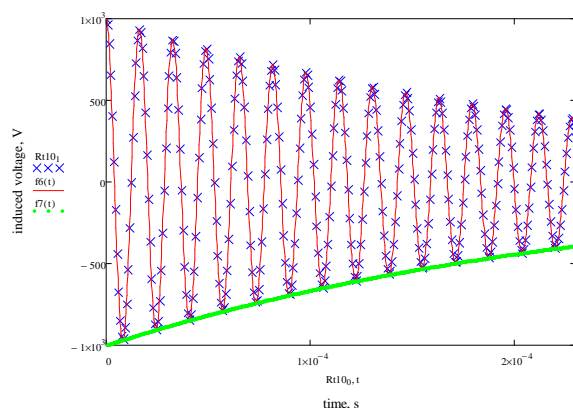


Рисунок 68 Зависимость наводимого напряжения от времени, $I < I_{th}$. Синим обозначена кривая, полученная численным моделированием, красным – аналитическая формула, зелёным – огибающая. ($\varphi_0 = 20$, $\varphi_1 = 180 - \varphi_0$, $I = 6 \text{ mA}$, $I_{th} = 55 \text{ mA}$, $\zeta = -100$).

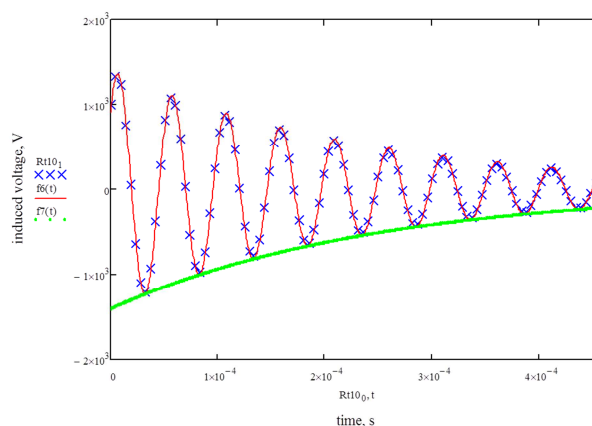


Рисунок 69 Зависимость наводимого напряжения от времени, $I < I_{th}$. Синим обозначена кривая, полученная численным моделированием, красным – аналитическая формула, зелёным – огибающая. ($\varphi_0 = 10$, $\varphi_1 = 180 - \varphi_0$, $I = 50 \text{ mA}$, $I_{th} = 55 \text{ mA}$, $\zeta = -100$).

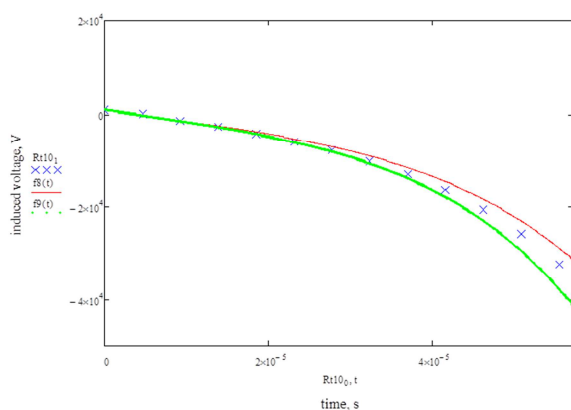


Рисунок 70 Зависимость наводимого напряжения от времени, $I > I_{th}$. Синим обозначена кривая, полученная численным моделированием, красным – аналитическая формула, зелёным – огибающая с увеличенным инкрементом $\lambda = 1.1 \lambda_{max}$ ($\varphi_0 = 10$, $\varphi_1 = 180 - \varphi_0$, $I = 56 \text{ mA}$, $I_{th} = 55 \text{ mA}$, $\zeta = -100$)

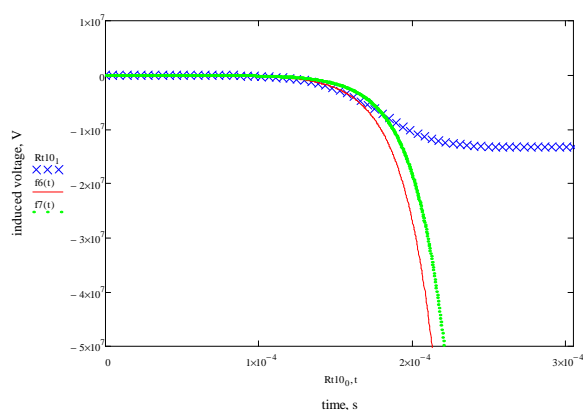


Рисунок 71 Зависимость наводимого напряжения от времени, $I > I_{th}$. Синим обозначена кривая, полученная численным моделированием, красным – аналитическая формула, зелёным – огибающая с увеличенным инкрементом $\lambda = 1.1 \lambda_{max}$. ($\varphi_0 = 10$, $\varphi_1 = 180 - \varphi_0$, $I = 56 \text{ mA}$, $I_{th} = 55 \text{ mA}$, $\zeta = -100$)

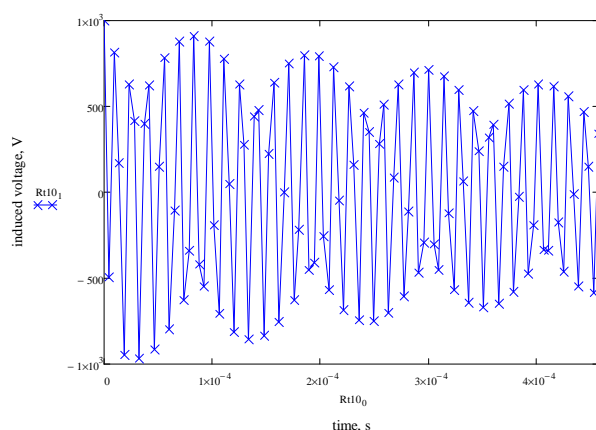


Рисунок 72 Пример зависимости наведенного напряжения от времени. Ток пучка $I = 1 \text{ A}$, $\varphi_0 = 20$, $\varphi_1 = 180 - \varphi_0$, $\zeta = 100$

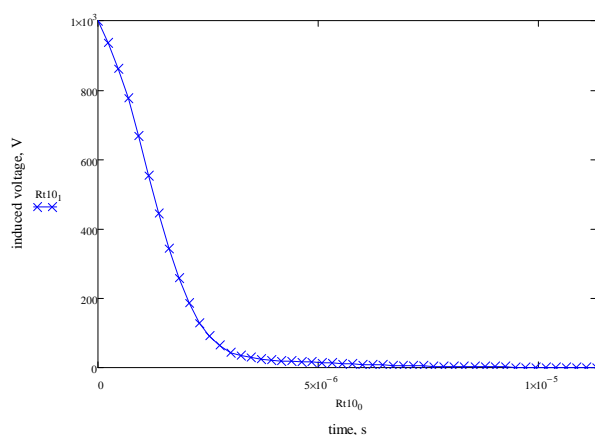


Рисунок 73 Пример зависимости наведенного напряжения от времени. Ток пучка $I = 1 \text{ A}$, $\varphi_0 = 20$, $\varphi_1 = 180 + \varphi_0$, $\zeta = 100$

3.6.2 Частный случай – ненулевая дисперсия только на последнем обороте

Для начала, рассмотрим наиболее простой и симметричный случай с ненулевой продольной дисперсией только на дорожке с наибольшей энергией. Подобный случай для ускорителя-рекуператора с одной ускоряющей структурой был рассмотрен в [106]. Параметры установки: $\rho_1 = \rho_2 = 5 \cdot 10^5$, $Q_1 = Q_2 = 10^{10}$, $\zeta_1 = \zeta_2$, $U_1 = U_2 = 188 \text{ МэВ}$, $E_{inj} = 40 \text{ МэВ}$. Можно

показать, что матрица S_{nk} имеет блочный вид, с ненулевыми элементами только в одном блоке ($4 \leq n \leq 7, 0 \leq k \leq 3$) [102]

$$(S_{n,k}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \omega \left(\frac{dt}{dE} \right)_4 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.116)$$

Будем считать, что фазы ускорения все одинаковы, а фазы торможения соответствуют условию фокусировки (3.75). Для вычисления матрицы проводимости (3.56) требуется найти производные отклонений фаз (3.69). В случае одинаковых параметров линейных ускорителей, изменение фаз тоже не будет зависеть от номера ускорителя

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi_{4..7}}{\partial \operatorname{Re} \delta U_\beta} &= 2eS_{40} \cos(\varphi_0), \\ \frac{\partial \psi_{4..7}}{\partial \operatorname{Im} \delta U_\beta} &= 2eS_{40} \sin(\varphi_0), \end{aligned} \quad (3.117)$$

где φ_0 – фаза ускорения, $\beta = 1, 2$ – номер линейного ускорителя, S_{40} – элемент матрицы S_{nk} . Производные отклонений токов по действительной или мнимой части отклонения напряжений соответственно равны

$$\frac{\partial I_{b1}}{\partial (\operatorname{Re}, \operatorname{Im}) \delta U_\beta} = -2iI \left(e^{i\varphi_7} \frac{\partial \psi_7}{\partial (\operatorname{Re}, \operatorname{Im}) \delta U_\beta} + e^{i\varphi_5} \frac{\partial \psi_5}{\partial (\operatorname{Re}, \operatorname{Im}) \delta U_\beta} \right) \quad (3.118)$$

и

$$\frac{\partial I_{b2}}{\partial (\operatorname{Re}, \operatorname{Im}) \delta U_\beta} = -2iI \left(e^{i\varphi_6} \frac{\partial \psi_6}{\partial (\operatorname{Re}, \operatorname{Im}) \delta U_\beta} + e^{i\varphi_4} \frac{\partial \psi_4}{\partial (\operatorname{Re}, \operatorname{Im}) \delta U_\beta} \right) \quad (3.119)$$

Откуда находится матрица проводимости в пределах больших добротностей (второе слагаемое отбрасывается)

$$\mathbf{M} = 4e\rho I S_{40} \begin{pmatrix} \sin(2\varphi_0) & 2\sin^2(\varphi_0) & \sin(2\varphi_0) & 2\sin^2(\varphi_0) \\ 2\cos^2(\varphi_0) & \sin(2\varphi_0) & 2\cos^2(\varphi_0) & \sin(2\varphi_0) \\ \sin 2\varphi_0 & 2\sin^2(\varphi_0) & \sin 2\varphi_0 & 2\sin^2(\varphi_0) \\ 2\cos^2 \varphi_0 & \sin(2\varphi_0) & 2\cos^2 \varphi_0 & \sin(2\varphi_0) \end{pmatrix} \quad (3.120)$$

Ранг этой матрицы равняется 1, поэтому, у характеристического многочлена только один действительный корень отличный от нуля

$$\lambda = 4e\rho I S_{40} \cdot 4\sin(2\varphi_0) = 16e\rho I S_{40} \sin(2\varphi_0) \quad (3.121)$$

Соответственно, устойчивость, определяемая значением фазы ускорения, соответствует продольной дефокусировке (3.75).

Для проверки этого утверждение было проведено численное моделирование со средним током 1 А, при отрицательной ускоряющей фазе. Кроме фазы ускорения, определяющей 1-е собственное число, остальные 3 собственных значения определяются параметрами расстройки и добротности (см. Рисунок 74 и Рисунок 75).

Второй предельный случай для данной продольной оптики системы – выбор нулевых фаз ускоряющих фаз пучка (в виду нулевых элементов R_{56} продольная фокусировка не требуется). Ненулевыми будут только фазы линейных ускорителей

$$\arg(eU_{01}) = \arg(eU_{02}) = \Phi, \quad (3.122)$$

влияющих на выбор фаз торможения из-за условия рекуперации. В случае высоких добротностей, матрица проводимости имеет вид

$$\mathbf{M} = -8e\omega\rho I \left(\frac{dt}{dE} \right) \begin{pmatrix} \sin(2\Phi) & 0 & \sin 2\Phi & 0 \\ -\cos 2\Phi & 0 & -\cos 2\Phi & 0 \\ \sin 2\Phi & 0 & \sin 22\Phi & 0 \\ -\cos 2\Phi & 0 & -\cos 2\Phi & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.123)$$

с собственным числом

$$\lambda = -16eI\omega\rho \left(\frac{dt}{dE} \right) \sin(2\Phi). \quad (3.124)$$

Так же как и в предыдущем примере, выбор области фаз с устойчивым движением противоречит условию продольной фокусировки (3.75) на последней дорожке.

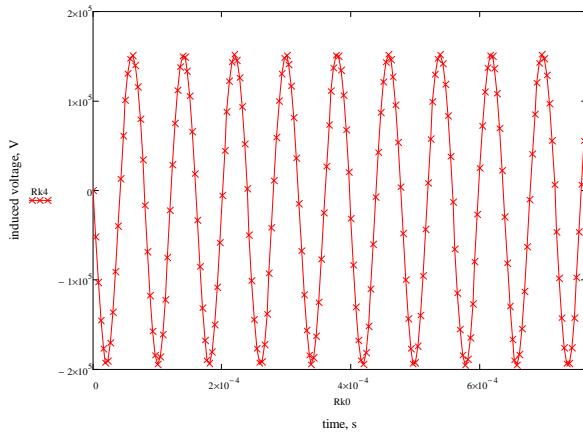


Рисунок 74 Пример зависимости наведённого напряжения от времени. Ток пучка I А, $\varphi_0 = -5^\circ$, $\xi = 10$.

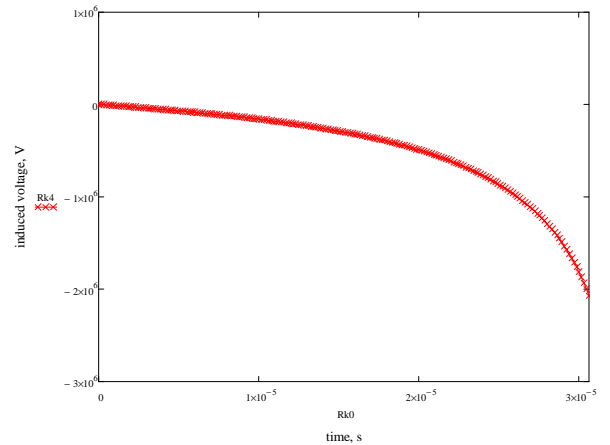


Рисунок 75 Пример зависимости наведённого напряжения от времени. Ток пучка I А, $\varphi_0 = -5^\circ$, $\xi = -10$.

3.6.3 Многооборотный УР с разделёнными ускоряющими структурами для литографии

Теоретическая зависимость напряжения от времени получается несколько сложнее, чем в однооборотном случае (3.115)

$$U = \sum_{i=1}^2 U_{b_i} \cos(\omega_i t + \varphi_i) \exp(\lambda_i t) + \sum_{i=1}^2 U_{0_i} \exp(\lambda_i t). \quad (3.125)$$

$U_{b,i}$ – амплитуда напряжения, наводимого пучком, $U_{0,i}$ – некоторое начальное возмущение, $\omega_{1,2}$ – частота колебаний и $\lambda_{1,2}$ – декремент затухания, равные, соответственно, мнимым и действительным частям собственных чисел матрицы проводимости (3.56). Для определения коэффициентов в зависимости (3.125) использовалась встроенная функция программы Mathcad, использующая оптимизированный метод Левенберга-Марквардта, начальные значения которого определяются по нескольким точкам полученных данных

$$V_{in} = M_{6 \times 6}^{-1} F_{data}. \quad (3.126)$$

где, V_{in} – вектор начальных параметров, необходимый для использования метода, F_{data} – вектор значений напряжений, полученных моделированием, $M_{6 \times 6}$ матрица коэффициентов sin- и cos-подобных решений и затухания (3.125). Рисунок 76 и Рисунок 77 представляют примеры моделирования стабильного режима, возмущаемого некоторым начальным напряжением. Зависимость порогового тока от фазы влёта в линак (все ускоряющие фазы равны между собой), полученного из собственных чисел матрицы проводимости и формулы для порогового тока (3.79). В области фаз ускорения с 9 до 12 градусов ток теоретически не ограничен, при этом, численное моделирование показывает максимальное значение порогового тока 55 мА (см. Рисунок 78).

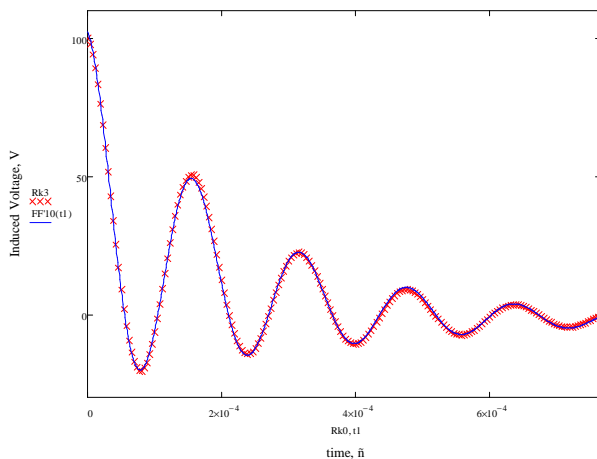


Рисунок 76 Зависимость наведенного напряжения от времени на линейном ускорителе 1. Красным обозначены результаты моделирования, синим – теоретическая кривая. ($I = 1.5 \text{ мА}$, $I_{th} = 1.535 \text{ мА}$, $\xi_{1,2} = -10$, $\varphi_1 = 1^\circ$, $Q = 10^6$).

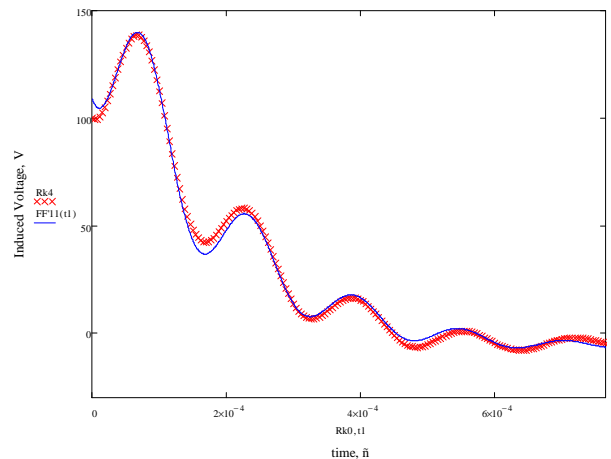


Рисунок 77 Зависимость наведенного напряжения от времени на линейном ускорителе 2. Красным обозначены результаты моделирования, синим – теоретическая кривая. ($I = 1.5 \text{ мА}$, $I_{th} = 1.535 \text{ мА}$, $\xi_{1,2} = -10$, $\varphi_1 = 1^\circ$, $Q = 10^6$).

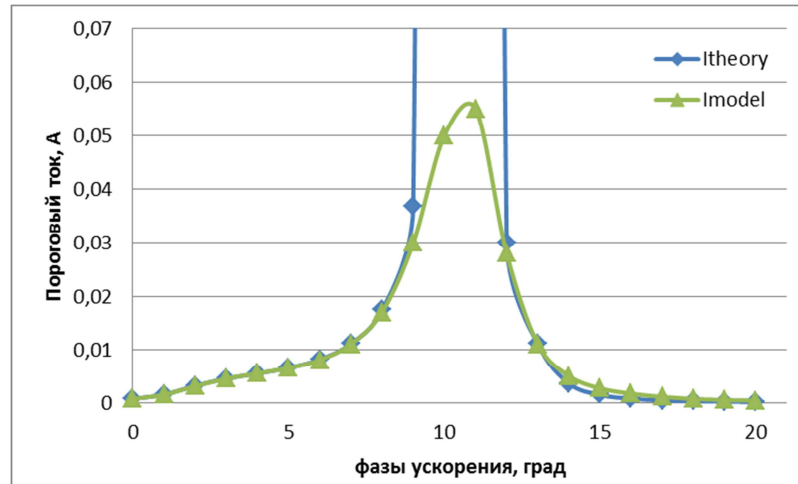


Рисунок 78 Зависимость порогового тока от фазы ускорения (все фазы равны), $\xi_{1,2} = -10$. Синим обозначен ток, полученный теоретически, зеленым – численным моделированием.

3.6.4 Многооборотный УР МАРС

Параметры многооборотного УР МАРС представлены в Таблице 8. С помощью численного моделирования в программе Mathcad вычислялась зависимость наводимого напряжения пучками электронов на ВЧ резонаторы двух основных линейных ускорителей.

Таблица 8 Параметры УР МАРС

величина	Размерность	значение	
		Линак-1	Линак-2
Набор энергии	МэВ	800	1800
Импеданс	Ом	$40 \cdot 10^3$	$90 \cdot 10^3$
Нагруженная добротность	-	10^6	10^6
расстройка	-	$-10^3 - 10^3$	$-10^3 - 10^3$
Рабочая частота	Рад/сек	$1,3 \cdot 2\pi \cdot 10^9$	
R_{56} симм. арок	м	1	
R_{56} арки с ондул.	м	2	
Число арок	шт	6+1	
Длины симм. арок	м	1250	
Длина арки с ондул.	м	2500	

Полученные зависимости аппроксимировались кривыми, построенными по теоретически вычисленным коэффициентам (собственные числа матрицы проводимости) (см. Рисунок 79 и Рисунок 80). На Рисунке 81 и Рисунке 82 приведены примеры зависимости наводимого напряжения на ускоряющую структуру для основной и дипольной моды. Для различных

коэффициентов расстройки резонаторов, были определены области оптимальных с точки зрения устойчивости областей ускорения.

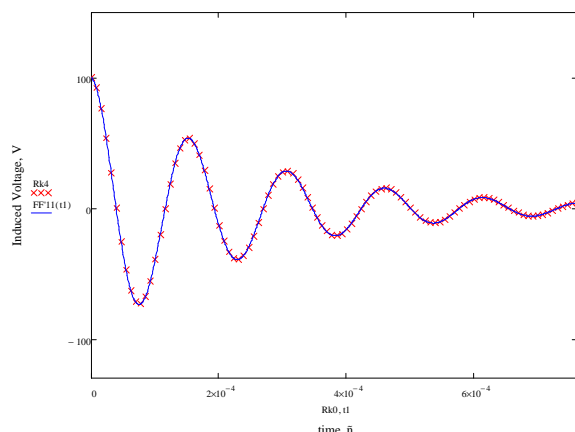


Рисунок 79 Пример зависимости наведённого напряжения от времени. Красным обозначена зависимость, полученная численным моделированием, синим – аналитическая кривая. ($I = 4 \text{ мкА}$, $I_{th} = 30 \text{ мкА}$, $\zeta_{1,2} = -10$, $\varphi_1 = 20^\circ$, $Q = 10^6$).

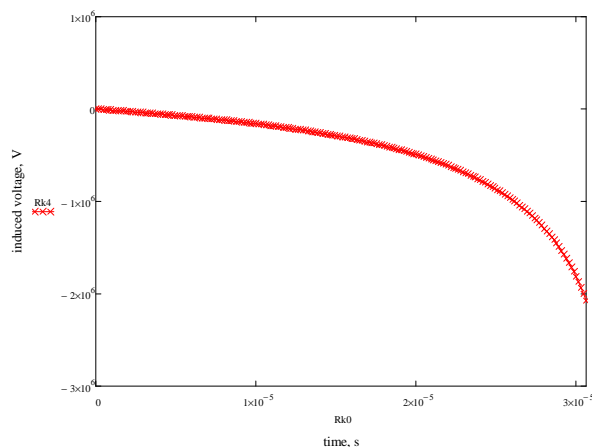


Рисунок 80 Пример зависимости наведённого напряжения от времени ($I = 0.4 \text{ мА}$, $I_{th} = 30 \text{ мкА}$, $\zeta_{1,2} = -10$, $\varphi_1 = 20^\circ$, $Q = 10^6$).

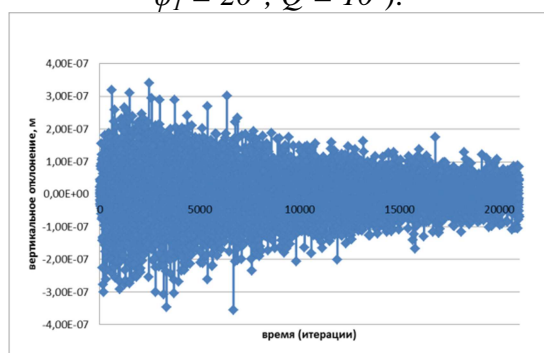


Рисунок 81 Пример затухания наводимого напряжения для поперечной неустойчивости, рассчитанный в программе VI.

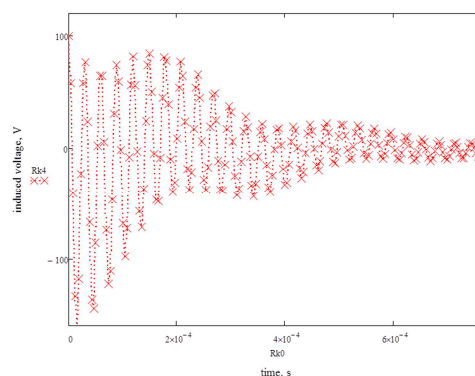


Рисунок 82 Пример затухания наводимого напряжения для продольной неустойчивости при относительно большом токе пучка.

В областях фаз от 4 до 8 градусов теоретически пороговый ток не ограничен, а численное моделирование показывает предел около 200 мА (см. Рисунок 83). Области порогового тока, не зависящие от изменения расстройки резонаторов (см. Рисунок 84), соответствуют случаю, в котором условия Лиенара-Шипара (3.59) содержащие расстройку выполняются и устойчивость определяется независимым от неё неравенством.

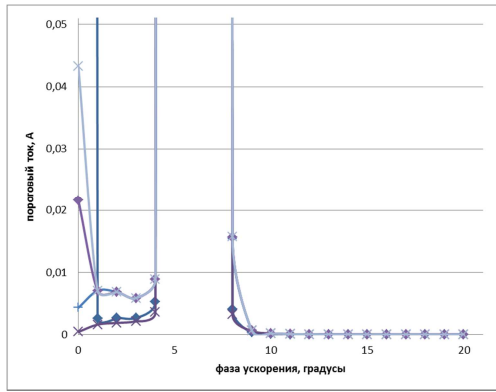


Рисунок 83 Пороговый ток в зависимости от фазы ускорения при различных расстройках резонаторов

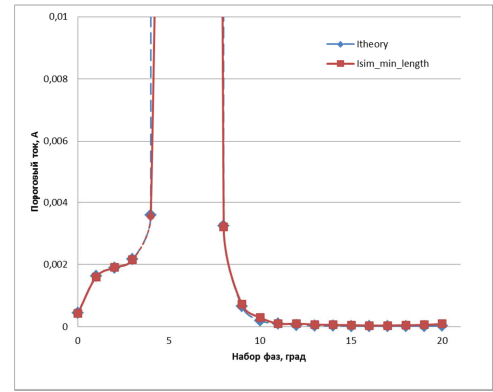


Рисунок 84 Сравнение пороговых токов, полученных из теории и численных симуляций

Заключение

Создание в России центра СИ на базе источника четвертого поколения вызовет качественно новый виток развития науки и техники. Не менее востребован более компактный источник рентгеновского излучения для промышленно литографии. В работе рассматриваются проблемы использования многооборотного УР с разделенной ускоряющей структурой в качестве основы источника излучения.

Основные результаты диссертационной работы, выносимые на защиту:

1. Исследованы физические ограничения и схемы УР для создания сверхъяркого источника СИ четвертого поколения и источника рентгеновского излучения для промышленной литографии.
2. На основе теоретического анализа и численного моделирования рассмотрены способы повышения порогового тока поперечных неустойчивостей, вызванных взаимодействием электронных пучков и дипольных мод ВЧ резонаторов. Определены области оптимальных параметров электронно-оптической структуры многооборотного УР для создания сверхъяркого источника СИ четвертого поколения и источника рентгеновского излучения для промышленной литографии, обеспечивающие высокий пороговый ток.
3. Получены критерии устойчивости продольного движения и определён предельный пороговый ток продольной неустойчивости, вызванной взаимодействием электронного пучка и основной ускоряющей моды ВЧ резонаторов, для случая многооборотного УР с разделённой ускоряющей структурой.
4. С помощью теоретического анализа и численного моделирования определены области оптимальных фаз ускорения и торможения электронов, обеспечивающих высокий пороговый ток продольной неустойчивости, в многооборотном УР с разделённой ускоряющей структурой для создания сверхъяркого источника СИ четвертого поколения и источника рентгеновского излучения для промышленной литографии.

Используя представившуюся возможность, автор выражает благодарность Н.А. Винокурову за общее руководство работой и постоянное внимание, Г.Н. Кулипанову за постоянный интерес и внимание к работе, О.А. Шевченко за многочисленные обсуждения и помощь, А.Н. Матвеевко и В.Н. Волкову за ценные комментарии, Ю. Петеневу и Т. Atkinson за ценные обсуждения, К. Яминову, А. Семёнову и Е. Фёдорову за неоценимую помощь в настройке и отладке программ, И. Давидюку и А. Андрианову за постоянный интерес к работе и поддержку, а так же всему коллективу лаборатории 8-1 и сотрудникам института, участвующим в работе комплекса ЛСЭ.

Основные результаты опубликованы в следующих работах:

1. Getmanov Y.V. et al. Full spatial coherent multiturn ERL x-ray source (MARS) based on two linacs // Bristol: IOP Publishing – Journal of Physics: Conference Series – 2013 – 4 P.
2. Кулипанов Г. Н., ..., Гетманов Я.В. Источник рентгеновского излучения на базе многооборотного ускорителя-рекуператора (МАРС) // Научный вестник НГТУ – 2013 – С. 112-118.
3. Гетманов Я.В. и др. "Продольная устойчивость в ускорителе-рекуператоре с двумя ускоряющими структурами" // Научный вестник НГТУ – 2013 – С. 119-127.
4. Пат. 2426282 С1 РФ. Многооборотный ускоритель-рекуператор / Винокуров Н.А., Шевченко О.А., Гетманов Я.В. Опубл. 08.04.2010.
4. Kulipanov G.N., ... Getmanov Ya.V. et al. Novosibirsk free electron laser: Facility description and recent experiments // IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology – vol.5 – iss.5 – pp. 798-809.
5. Chesnokov E.N., ..., Getmanov Ya.V. et al. Non-Faraday rotation of the free induction decay in gaseous NO. // Chemical Physics Letters – Volume 636 – 2015 – pp. 203–207.
6. Shevchenko O.A., ... Getmanov Ya.V., et al. Current status of the Novosibirsk infrared FEL and the third stage lasing // Письма в ЭЧАЯ – Статья принята к публикации.
7. Гетманов Я.В. и др. Исследование устойчивости пучка для проекта литографического лазера на свободных электронах на базе ускорителя-рекуператора. // Письма в ЭЧАЯ – Статья принята к публикации.

Литература

- [1] Фетисов Г.В. Синхротронное излучение: методы исследования структуры веществ. – М.: Физматлит, 2007. – 671 с.
- [2] 7-GeV Advanced Photon Source Beam Line Initiative. Conceptual Design Report. Argonne National Laboratory. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.iaea.org/inis/collection/NCLCollectionStore/_Public/25/010/25010131.pdf
- [3] SPring-8-II Conceptual Design Report / Ishikawa T. – RIKEN SPring-8 Center, 2014. – 206 с.
- [4] Revol J-L. et al. ESRF upgrade phase II status. – IPAC2014, 5th International Particle Accelerator Conference, 15 – 20 June 2014, Dresden, Germany. – pp. 209-212.
- [5] Balewski K. Status of PETRA III. – EPAC08, 11th European Particle Accelerator Conference, 23 – 27 June 2008, Genoa, Italy. – pp. 1977-1979.
- [6] Scientific Needs for Future X-Ray Sources in the U.S., A White Paper /Falcone R., Stöhr J. et al. – Lawrence Berkeley National Laboratory, SLAC National Accelerator Laboratory, 2008. – 69 с.
- [7] Falcone R. Next Generation Light Sources – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.nsl.gov/attachments/111109/public/7_Falcone_Jan08.pdf
- [8] Hofmann A. The physics of Synchrotron Radiation. – Cambridge University Press, 2004. – 323 с.
- [9] Bei M., Borland M., Cai Y. et al. The potential of an ultimate storage ring for future light sources // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section a: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. – 2010. – Vol. 622 – С. 518–535.
- [10] Guo J., Raubenheimer T. Low Emittance e-/e+ Storage Ring Design Using Bending Magnets with Longitudinal Gradient. – EPAC02, 8 European Particle Accelerator Conference, 3 – 7 June 2002, Paris, France. – pp. 1136-1138.
- [11] Saldin E.L., Schneidmiller E.A., Yurkov M.V. The Physics of Free Electron Lasers. – Springer, 2000. – 463 С.
- [12] XFEL: The European X-Ray Free-Electron Laser. Technical Design Report / M.Altarelli, R.Brinkmann et al. – DESY, 2006. – 646 С.
- [13] Linac Coherent Light Source (LCLS) Conceptual Design Report / J. Arthur, et al. – SLAC-R-593, 2002. – 554 С.
- [14] Rand R.E. Recirculating Electron Accelerators. – New York: Harwood Academic Publishers, 1984. – 254 С.
- [15] Saveliev Y.M. UK ALICE: status, developments and scientific programme. – IPAC2012, 3d International Particle Accelerator Conference, 20 – 25 May 2012, New Orleans, Louisiana, USA. – pp. 613-615.

- [16] Sakanaka S. et al. Status of ERL and cERL Projects in Japan. – LINAC2010, Linear Accelerator Conference, 12 - 17 September 2010, Tsukuba, Japan. – pp. 398-400.
- [17] Neil G.R. et al. The JLab High Power ERL Light Source. – Nucl. Instr. & Meth. in Phys., 2006. – 23 С.
- [18] Kulipanov G.N., et al. Novosibirsk free electron laser – facility description and recent experiments // IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology. – 2015. – Vol. 5. – Iss. 5. – 12 С.
- [19] Abo-Bakr M. et al. Status Report of the Berlin Energy Recovery LINAC Project bERLinPro. – IPAC2016, 7th International Particle Accelerator Conference, 8-13 May 2016, Busan, Korea. – pp. 1827-1830.
- [20] Блинов В.Е. и др. Статус ВЭПП-4 // Письма в ЭЧАЯ. – 2014 – Т.11. – № 5(189) – С.966-980.
- [21] Korchuganov V. et al. The Status of the Facilities of Kurchatov`s Synchrotron Radiation Source. – RuPAC2014, XXIV Всероссийская конференция по ускорителям заряженных частиц, Октябрь 2014, Обнинск, Russia. – pp. 290-292.
- [22] Vinokurov N.A. et al. Novosibirsk Free Electron Laser Facility: Two-Orbit ERL with Two FELs. – FEL2009, Free Electron Laser Conference, 23-28 August 2009, Liverpool, UK. – pp. 447-451.
- [23] Shevchenko O.A. et al. Commissioning Status and Further Development of the Novosibirsk Multiturn ERL. – ERL2013, The 53th ICFA Advanced Beam Dynamics Workshop on Energy Recovery Linacs, 9 -13 September 2013, Novosibirsk, Russia. – pp. 6-20.
- [24] Kulipanov G.N. et al. Multiturn ERL x-ray source (MARS) feasibility study. – ERL2011, The 50th ICFA Advanced Beam Dynamics Workshop on Energy Recovery Linacs, 16-21 October 2011, Tsukuba, Japan. – pp. 60-63.
- [25] Linszen L. Project Facts and features of the upcoming European-Russian Project on Collaboration in „Megascience“. – The CREMLIN workshop, 17 July 2015, Moscow, Russia. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа:
https://indico.cern.ch/event/433943/contributions/1079355/attachments/1127705/1610671/Linszen_Sandhop_CERN_intro_July17_2015.pdf
- [26] Attwood D. Soft X-rays and Extreme Ultraviolet Radiation. – Cambridge: Cambridge University Press, 1999 – 490 С.
- [27] Moore G.E. Progress in digital integrated electronics. – IEEE International Electron Devices Meeting Tech, Dig., 1975, Washington D.C., USA.
- [28] Endo A. CO₂ Laser Produced Tin Plasma Light Source as the Solution for EUV Lithography // Lithography / Wang M. – InTech, 2010 – 657 С.

- [29] Naulleau P. Industrial Applications of Free Electron Lasers: Extreme Ultraviolet Lithography – IPAC2015, 6th International Particle Accelerator Conference, May 3-8 2015, Richmond, USA. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа:
https://jacowfs.jlab.org/conf/proceedings/IPAC2015/talks/moygb1_talk.pdf
- [30] Кулипанов Г.Н. Рентгеновская литография на базе ЛСЭ – будущая технология массового производства наноэлектроники. – ИЯФ СО РАН, Общеинститутский семинар, 2015. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа:
http://www.inp.nsk.su/news/seminars/2015_524_Kulipanov_5.pdf
- [31] Sokol Y. et al Compact 13.5-nm free electron laser for extreme ultraviolet lithography // PRST AB. – 2011. – 14(040702). – 7С.
- [32] Kawata H. Operational Progress in Compact-ERL and Development of ERL-FEL for EUV Light Source at KEK. – SRF2015, 17th International Conference on RF Superconductivity, 10-12 September 2015, Whistler, Canada. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа:
http://accelconf.web.cern.ch/AccelConf/SRF2015/talks/tuaa01_talk.pdf
- [33] Uchiyama T. Toshiba Corporation: Current status and expectation of EUV lithography. – International Workshop on Compact EUV & X-ray Light Sources, 30-31 October 2014, Washington, USA. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа:
<http://www.euvlitho.com/2014/P3.pdf>
- [34] Rand R.E., Smith T.I. Beam optical control of beam breakup in a recirculating electron accelerator // Particle accelerators – 1980 – Vol.11 – pp. 1-13.
- [35] Benson S. et al. High Power Operation of the JLab IR FEL Driver Accelerator. – PAC07, 22nd Particle Accelerator Conference, 25-29 June 2007, Albuquerque, USA. – pp. 79-81.
- [36] Tennant C. et al. First Observation and Suppression of Multipass, Multibunch Beam Breakup in the Jefferson Laboratory Free Electron Laser Upgrade // PRST AB – 2005 – 8 (074403) – 9 p.
- [37] Shevchenko O.A. et al. First Lasing of the Third Stage of Novosibirsk FEL. – FEL2015, 37th International Free Electron Laser Conference, 23-28 August 2015, Daejeon, Korea. . – pp. 1-4.
- [38] Knobloch J. et al. Status of the BERLinPro Energy Recovery Linac Project. – IPAC2012, 3d International Particle Accelerator Conference, 20 – 25 May 2012, New Orleans, Louisiana, USA. – pp. 601-603.
- [39] Padamsee H., et al. RF Superconductivity for Accelerators – New York: Cornell University, 1998 – 523 С.
- [40] Marhauser F. et al. Search for trapped modes in Tesla cavities. – PAC97, Particle Accelerator Conference, 12-16 May 1997, Vancouver, Canada. – pp. 527-529.
- [41] Liu Z., Nassiri A. Novel superconducting RF structure for ampere-class beam current for multi-GeV energy recovery linacs // PRST AB – 2010. – 13(012001) – 8С.

- [42] Aune B. et al. The Superconducting TESLA Cavities// N/P, Author manuscript – 2000 – 51 С.
- [43] Getmanov Y.V. et al. Full spatial coherent multiturn ERL x-ray source (MARS) based on two linacs // Bristol: Journal of Physics: Conference Series – 2013 – 4С.
- [44] Ivanenko D., I. Pomeranchuk. On the Maximal Energy Attainable in a Betatron //Phys. Rev. – 1944. – Vol.65 – Iss.11-12 – С. 343-343.
- [45] Кулипанов Г.Н., Скринский Н.А. Использование синхротронного излучения: состояние и перспективы //Успехи физических наук – 1977. – Т-2 – Вып. – 3 – С. 369-417.
- [46] Гинзбург В.Л. Об излучении микрорадиоволн и их поглощении в воздухе //Изв. АН СССР, Сер. Физ. – 1947. – Т.11 – №2 – С.165-181.
- [47] Кулипанов Г.Н. Изобретение В.Л. Гинзбургом ондуляторов и их роль в современных источниках синхротронного излучения и лазерах на свободных электронах //УФН – 2007 – т.177 – №4 – С. 384-393.
- [48] Tarawneh H. et al. MAX-IV lattice, dynamics properties and magnet system // Nucl. Instr. and Meth. – 2003 – A508 – С. 480-486.
- [49] Farvacque L.et al. A low-emittance lattice for the ESRF. – IPAC2013, 4th International Particle Accelerator Conference 12-17 May, 2013 Shanghai. – pp. 79-81.
- [50] Bartolini R. Review of lattice design for low emittance rings //Beam Dynamics Newsletter/W. Chou – 2012 – No.57 – pp.13-25.
- [51] Kamiya Y., Kihara M. On the design guideline for the low emittance synchrotron light source// KEK 83-16, National Laboratory for High Energy Physics – 1983 – 14 С.
- [52] Einfeld D. et al. Design of a diffraction limited light source. – PAC1995, Particle Accelerators Conference, 1-5 May 1995, Dallas, USA. (1996). – pp.177-179.
- [53] Nagaoka R., Wrulich A. F. Emittance minimisation with longitudinal dipole field variation// Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A – 2007 – 575 – С.292–304.
- [54] Tischer M.et al. Damping Wigglers for the PETRA-III Light Source. – PAC05, Particle Accelerators Conference, 16-20 May 2005, Knoxville, USA. – pp. 1751-1753.
- [55] P. Emma et al. First Lasing and Operation of an Angstrom-Wavelength Free-Electron Laser //Nature Photonics – 2010 – 4 – С. 641-647.
- [56] Kang H.S. et al. Status of the PAL-XFEL construction. IPAC2015, 6th International Particle Accelerator Conference Richmond, 3-8 May 2015, VA, USA. – pp. 2439-2443.
- [57] XFEL: The European X-Ray Free-Electron Laser. Technical Design Report / M.Altarelli et.al, Hamburg: DESY – 2006 – 630 P.
- [58] Tigner M. A Possible Apparatus for Electron-Clashing Experiments //Nuovo Cimento – 1965 – 37 – С. 1228-1231.

- [59] Vinokurov N.A. Space charge. //High quality beams, Joint Accelerator School. – 2000 – C. 390-404.
- [60] Bakshi V., Yen A. Special Section Guest Editorial: EUV Sources for Lithography //Journal of Micro/Nanolithography. MEMS MOEMS – 2012 – 11 – C.2.
- [61] Endo, A. Extendibility Evaluation of Industrial EUV Source Technologies for kW Average Power and 6.x nm Wavelength Operation //Journal of Modern Physics – 2014 – 5 – C. 285-295.
- [62] Fomenkov I.V. et al. Development of stable extreme-ultraviolet sources for use in lithography exposure systems //Journal of Micro/Nanolithography, MEMS MOEMS – 2012 – Vol.11 – IS-2 – 9 C.
- [63] Nowak K.M. et al. CO₂ laser drives extreme ultraviolet nano-lithography — second life of mature laser technology //Opto-Electronics Review – 2013 – 21 – C. 345-354.
- [64] Banine, V. Next Generation of EUV Lithography: Challenges and Opportunities. – International Workshop on Extreme Ultraviolet Sources, 13-15 November 2010, Dublin, Ireland. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.euvlitho.com/2010/P14.pdf>
- [65] Kilbane, D., O’Sullivan G. Ground-state configurations and unresolved transition arrays in extreme ultraviolet spectra of lanthanide ions //Physical Review A. – 2010 – Vol.82 – C.6.
- [66] Pagani C. et al. Design considerations of 10 kW-scale extreme ultraviolet SASE FEL for lithography // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A. – 2001 – 463 – C. 9-25.
- [67] Goldstein M. et al. FEL Applications in EUV Lithography – FEL05, 27th International Free Electron Laser Conference, 21-26 Aug 2005, Stanford, USA. – pp. 422-425.
- [68] Stupakov G., Zolotarev M. S. FEL oscillator for EUV lithography //SLAC PUB – 2014 – C.7.
- [69] Tremaine A. LCLS-II and Free electron laser drivers for EUV Lithography – International Workshop on EUV Lithography, 15-19 June 2015, Maui, USA. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://euvlitho.com/2015/P44.pdf>
- [70] Nakamura N. et al. Design Work of the ERL-FEL as the High Intense EUV Light Source ERL2015, Workshop on Energy Recovery Linacs, 7-12 June 2015, New York, USA. – pp. 4-9.
- [71] Dunham B. et al. Record High-Average Current from a High-Brightness Photoinjector //Applied Phys. Lett. – 2013 – Vol.102 – Iss.3 – C.9.
- [72] Wilson P.B. High energy electron linacs: applications to storage ring RF systems and linear colliders / SLAC-PUB-2884 (Rev.) – 1991. – C.101.
- [73] Bisognano J. J., Gluckstern R. L. Multipass beam breakup in recirculating linacs – Particle Accelerator Conference, May 1987, Washington, USA. – pp. 1078-1080.
- [74] Tennant C. et al. First Observation and Suppression of Multipass, Multibunch Beam Breakup in the Jefferson Laboratory Free Electron Laser Upgrade //PRST AB – 2005 – 8 (074403) – 9 p.

- [75] Douglas D. et al. Experimental Investigation of Multibunch, Multipass Beam Breakup in the Jefferson Laboratory Free Electron Laser Upgrade Driver //PRST AB – 2006 – 9 (064403) – 11 p.
- [76] Kazimi R. et al. Observation and Mitigation of Multipass BBU in CEBAF – EPAC08, 11th European Particle Accelerator Conference, 23 – 27 June 2008, Genoa, Italy. – pp. 2722-2724.
- [77] Douglas D. et al. Use of Multipass Recirculation and Energy Recovery in CW SRF X-FEL Driver Accelerators //Phys. Rev. Let. – 2004. – Vol. 92 – № 12 – pp. 1-5.
- [78] Douglas D. Lattice Design Principles for a Recirculated, High Energy, SRF Electron Accelerator. – PAC1993, Particle Accelerator Conference, 17-20 May 1993, Washington, USA. – pp. 584-588.
- [79] Douglas D. et al, Use of Multipass Recirculation and Energy Recovery in CW SRF X-FEL Driver Accelerators //Phys. Rev. Let. – 2004 – Vol. 92. – № 12 – pp. 1-5.
- [80] Kulipanov G.N. et al. Synchrotron light sources and recent development of accelerator technology //J. of Synchrotron Radiation – 1998 – V.5 – pt.3 – P.176.
- [81] Douglas D. A Generic Energy-Recovering Bisected Asymmetric Linac (GERBAL) //ICFA BD-NI – 2001 – 26 – pp. 40-45.
- [82] Leemann C. et al. The Continuous Electron Beam Accelerator Facility: CEBAF at the Jefferson Laboratory //Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. – 2001 – Vol. 51 – pp. 413-450.
- [83] Пат. 2426282 С1 РФ. Многооборотный ускоритель-рекуператор / Винокуров Н.А., Шевченко О.А., Гетманов Я.В. Опубл. 08.04.2010.
- [84] Getmanov Y.V. et al. Full spatial coherent multiturn ERL x-ray source (MARS) based on two linacs // Bristol: IOP Publishing – Journal of Physics: Conference Series – 2013 – 4 P.
- [85] Кулипанов Г. Н., ..., Гетманов Я.В и др. Источник рентгеновского излучения на базе многооборотного ускорителя-рекуператора (МАРС) // Научный вестник НГТУ – 2013 – С. 112-118.
- [86] V. Lebedev. OptiM – computer code for linear and non-linear optics calculations. [электронный ресурс]. – 2004. <http://www-bdnew.fnal.gov/pbar/organizationalchart/lebedev/OptiM/optim.htm>.
- [87] Zotter B., Bane K. Transverse resonances of periodically widened cylindrical tubes with circular cross sections. Technical Report, Stanford Linear Accelerator // PEP-Note – 1979 – 308 P.
- [88] Panofsky W., Wenzel W. Transverse Deflection of Charged Particles in Radiofrequency Fields //Rev. Sci. Instr. – 1956 – p. 967.
- [89] Wangler T.P., Principles of RF Linear Accelerators – New York: Wiley – 1998 – 375 p.
- [90] Vinokurov N.A. et al. Critical Issues for High-Power FEL Based on Microtron Recuperator/ Electron Out-Coupling Scheme – SPIE's International Symposia «Photonics West» Conference – 1997. – 11 P.
- [91] Wiedemann H. Particle Accelerator Physics – Berlin: Springer – 2007 – 946 P.

- [92] G. Hoffstaetter, I. Bazarov. Beam-breakup Instability Theory for Energy Recovery Linacs //PRST AB – 2004 – Vol. 7. (054401) – 13 P.
- [93] Belomestnykh S., Xu W. Development of antenna-type HOM couplers at BNL Collider-Accelerator Department – ERL2011, The 50th ICFA Advanced Beam Dynamics Workshop on Energy Recovery Linacs, 16-21 October 2011, Tsukuba, Japan. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://accelconf.web.cern.ch/accelconf/ERL2011/talks/wg3026_talk.pdf
- [94] Liu Z. , Nassiri A. Novel superconducting rf structure for ampere-class beam current for multi-GeV energy recovery linacs // PRST AB – 2010 – Vol. 13 (012001) – 8 P.
- [95] Liepe M. Conceptual Layout of the Cavity String of the Cornell ERL Main Linac Cryomodule – SRF03, The 11th Workshop on RF Superconductivity, 8-12 September 2003, Lübeck, Germany. – pp. 234-238.
- [96] Pozdeyev E. et al. Multipass beam breakup in energy recovery linacs //NIM A – 2006 – 557 – pp. 176-188.
- [97] Litvinenko V.N. Chromaticity of the lattice and beam stability in energy recovery linacs // PRST AB – 2012 – Vol.15 (074401) – 15 P.
- [98] Bazarov I.V. BI - Beam Instability BBU Code – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.lepp.cornell.edu/~ib38/bbucode/src>
- [99] Borland M. Elegant: A Flexible SDDS-Compliant Code for Accelerator Simulation //Advanced Photon Source – 2000 – LS-287. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.aps.anl.gov/Accelerator_Systems_Division/Accelerator_Operations_Physics/phpBB3
- [100] Schmusser P. Tuning of Multi-Cell Cavities using Bead Pull Measurements – SRF92, 5th Workshop on RF Superconductivity, 15-23 August 1992, Hamburg, Germany. – 20 P.
- [101] Лебедев И.В. Техника и приборы СВЧ. Том I. Техника СВЧ / Девятков Н.Д. – М.: Высшая школа – 1970. – 417 С.
- [102] Гетманов Я.В. и др. "Продольная устойчивость в ускорителе-рекуператоре с двумя ускоряющими структурами" // Научный вестник НГТУ – 2013 – С. 119-127.
- [103] Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. – М.: Наука, 1967. – 576 с.
- [104] Merminga L. et al. High-Current Energy-Recovery Electron Linacs //Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. – 2003 – 53 – pp. 387-429.
- [105] Zotter B., Kheifets S. Impedances and Wakes in High-Energy Particle Accelerators. – Singapore: World Scientific – 1998. – 423 P.
- [106] Merminga L., Bisognano J. J. Energy Stability in a High Average Power FEL // IEEE – 1996 – 3 P.