

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ ИМ. Г.И. БУДКЕРА
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

Логашенко Иван Борисович

**ИЗМЕРЕНИЕ СЕЧЕНИЯ ПРОЦЕССА $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ И
АНОМАЛЬНОГО МАГНИТНОГО МОМЕНТА
МЮОНА**

Специальность 01.04.16 —
«Физика атомного ядра и элементарных частиц»

Диссертация на соискание учёной степени
доктора физико-математических наук

Научный консультант:
доктор физико-математических наук
Эйдельман Семен Исаакович

Новосибирск — 2018

Оглавление

Введение		5
Глава 1. Исторический обзор и современное состояние		
	проблемы	16
1.1	История измерений аномального магнитного момента мюона	16
1.1.1	Первые измерения a_e и a_μ	16
1.1.2	Серия измерений a_μ в ЦЕРН: становление методики	19
1.1.3	Эксперимент в БНЛ и планируемые измерения	31
1.2	Вычисление a_μ в рамках Стандартной модели	33
1.2.1	Вклад электромагнитных взаимодействий	34
1.2.2	Вклад слабых взаимодействий	42
1.2.3	Вклад сильных взаимодействий	45
	1.2.3.1 Вклад первого порядка	45
	1.2.3.2 Вклад второго порядка	60
	1.2.3.3 Вклад рассеяния света на свете	61
1.2.4	Современное состояние вычислений a_μ и перспективы	65
Глава 2. Измерение сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ с детектором КМД-2		69
2.1	Детектор КМД-2	69
2.2	Система сбора данных детектора КМД-2	77
2.3	История набора экспериментальных данных	87
2.4	Отбор событий	89
2.5	Методика разделения событий по энерговыделению	94
	2.5.1 Обзор методики	94
	2.5.2 Учет корреляции между энерговыделениями конечных частиц	97
	2.5.3 Параметризация энерговыделений	100
	2.5.4 Определение числа событий $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$	105
2.6	Методика разделения событий по импульсу	106
2.7	Определение сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$	111
2.8	Поправки к сечению	113

2.8.1	Радиационные поправки	113
2.8.2	Поправки на эффективность реконструкции	116
2.8.3	Поправки на эффективность триггера	120
2.8.4	Поправки на ядерные взаимодействия пионов и распады на лету	122
2.8.5	Вычитание фона	124
2.9	Систематические ошибки	126
2.9.1	Точность определения энергии накопителя	127
2.9.2	Точность определения телесного угла регистрации	129
2.9.3	Точность определения эффективности регистрации	130
2.9.4	Систематическая ошибка процедуры разделения частиц	132
2.9.5	Точность определения поправок на потерю пионов	133
2.9.6	Точность вычисления радиационных поправок	133
2.9.7	Точность вычитания фона	134
2.9.8	Тормозное излучение e^+ и e^- на трубе	135
2.10	Результаты измерений	135
2.11	Параметризация энергетической зависимости сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$	139
2.12	Сравнение с другими экспериментами	147
2.13	Вклад сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ в аномальный магнитный момент мюона	152

Глава 3. Эксперимент E821 по измерению аномального

	магнитного момента мюона	154
3.1	Генерация и накопление мюонов	154
3.1.1	Генерация мюонного пучка	154
3.1.2	Инжекция мюонного пучка в накопительное кольцо	157
3.1.3	Электростатическая фокусировка	160
3.2	Магнитная система накопительного кольца	162
3.2.1	Конструкция магнита накопительного кольца	162
3.2.2	Измерение магнитного поля	165
3.2.3	Точность определения ω_p	168
3.3	Детекторы электронов и позитронов	171
3.3.1	Электромагнитные калориметры	171
3.3.2	Дополнительные детекторные системы	173

3.4	Реконструкция данных с электромагнитных калориметров . . .	175
3.4.1	Оцифровывающая электроника электромагнитных калориметров	175
3.4.2	Определение средней формы сигналов	177
3.4.3	Алгоритм реконструкции сигналов в калориметрах . . .	184
3.4.4	Энергетическая калибровка калориметров	188
3.5	Измерение ω_a	190
3.5.1	Организация обработки данных	190
3.5.2	Методика измерения ω_a	192
3.5.3	Микроструктура пучка	196
3.5.4	Исключение вклада наложения сигналов	198
3.5.5	Когерентные бетатронные колебания	203
3.5.6	Выбывание частиц из пучка	208
3.5.7	Поправки к ω_a	210
3.5.8	Систематическая ошибка измерения ω_a	211
3.6	Результат измерения аномального магнитного момента мюона .	213
3.7	Сопутствующие измерения	218
3.7.1	Электрический дипольный момент мюона	218
3.7.2	Проверка сохранения лоренц-инвариантности	219
	Заключение	220
	Благодарности	224
	Список литературы	226

Введение

В конце шестидесятих годов XX столетия была в целом построена современная теория микромира — Стандартная модель [1—3]. В последующие 50 лет, вплоть до настоящего времени, Стандартная модель продемонстрировала исключительную способность к описанию явлений, наблюдаемых в мире элементарных частиц. Новейшие открытия, например, наблюдение осцилляций нейтрино, привели к необходимости некоторой модификации Стандартной модели относительно ее изначальной формулировки. Однако эти изменения оказались достаточно небольшими, и они прекрасно вписались в основную канву теоретического построения.

Тем не менее, ряд наблюдений, в первую очередь астрофизических, позволяют утверждать, что Стандартная модель неполна на фундаментальном уровне. Например, в теории нет возможных кандидатов на роль частиц темной материи и темной энергии, наличие которых надежно установлено по совокупности астрофизических наблюдений.

Существует множество теорий, расширяющих Стандартную модель, например, семейство суперсимметричных теорий. Существуют также теории, кардинально меняющие взгляд на физику микромира, например, теории струн. Однако на сегодняшний день данные эксперимента не позволяют сделать выбор в пользу какого либо варианта таких теорий. Поэтому одним из основных направлений исследований в области физики высоких энергий является поиск в лабораторных экспериментах явлений, которые не могут быть описаны в рамках Стандартной модели — явлений “за рамками Стандартной модели”. Их обнаружение должно дать толчок к созданию новой, более полной, теории мира и позволить определить круг возможных претендентов на эту роль.

Основным направлением поисков является проведение экспериментов при все больших энергиях частиц. Большие надежды возлагаются на продолжающиеся эксперименты на Большом Адронном Коллайдере (БАК), на котором возможно рождение частиц с массой до нескольких ТэВ.

Другим направлением поисков является проведение экспериментов при относительно небольших энергиях, но с очень высокой точностью. Целью та-

ких экспериментов является поиск очень редких явлений, запрещенных или сильно подавленных в Стандартной модели (как, например, в экспериментах MEG [4] и SINDRUM-II [5], и планируемых Mu2e [6] и COMET [7]), или поиск отличий измеренного значения наблюдаемой величины от ее значения, предсказанного в рамках теории. Измерение аномального магнитного момента мюона представляет собой самый яркий пример эксперимента последнего типа.

Магнитный момент μ элементарной частицы, или ее гиромагнитное отношение g , является одним из фундаментальных свойств частицы. Предсказание величины гиромагнитного отношения электрона $g_e = 2$ стало одним из успехов дираковской теории. Наблюдение аномального магнитного момента электрона $a_e = (g_e - 2)/2$, т.е. отличия g_e от 2, стало важной вехой на пути построения квантовой электродинамики. Ненулевое значение a является результатом взаимодействия частицы с виртуальными частицами — флуктуациями квантовых полей, составляющих вакуум. Именно поэтому, измеряя величину аномального магнитного момента, можно оценить интегральный вклад всех существующих полей (взаимодействий), включая те, которые не описаны в рамках Стандартной модели.

Аномальный магнитный момент электрона вычислен в рамках Стандартной модели с очень высокой относительной точностью — около $7 \cdot 10^{-10}$ [8; 9]. Величина a_e измерена с еще лучшей точностью, около $2.4 \cdot 10^{-10}$ [10; 11]. Между предсказанным и измеренным значением наблюдается хорошее согласие: $a_e(\text{exp}) - a_e(\text{theory}) = -0.91(0.82) \times 10^{-12}$. Несмотря на беспрецедентную точность как вычислений, так и измерений, ее недостаточно, чтобы наблюдать возможный вклад полей за рамками Стандартной модели — на данном уровне точности величина a_e полностью описывается вкладом хорошо известных электромагнитных, сильных и электрослабых взаимодействий. Более того, основную погрешность в теоретический расчет вносит точность определения константы электромагнитного взаимодействия α [12]. Поэтому, предполагая отсутствие вклада неизвестных взаимодействий, измерение a_e позволяет получить наиболее точную оценку α .

В случае мюона ситуация кардинально отличается — аномальный магнитный момент мюона оказывается более чувствительным инструментом поиска новых взаимодействий. Мюон, как и электрон, является точечной части-

цей со спином $1/2$, поэтому в первом приближении его гиромагнитное отношение так же равно 2. Как и в случае электрона, $g_\mu \neq 2$ из-за взаимодействия мюона с виртуальными полями. Однако, как впервые отмечено в [13], типичный вклад тяжелых полей в аномальный магнитный момент мюона усилен по сравнению с электроном в $\sim (m_\mu/m_e)^2 \approx 43000$ раз. Поэтому, несмотря на то, что и точность расчета, и точность измерения a_μ на три порядка хуже, чем в случае a_e , чувствительность a_μ к вкладу неизвестных взаимодействий почти на 2 порядка выше, чем чувствительность a_e . Тау-лептон, еще более тяжелый вариант электрона, должен еще лучше подходить для поиска новых взаимодействий. Однако технические ограничения, а именно, невозможность удержания тау-лептона в магнитном поле на долгое время из-за его короткого времени жизни, не позволяют измерить a_τ с необходимой точностью.

Первые измерения, которые подтвердили ненулевое значение аномального магнитного момента мюона, были проведены в конце 50-х годов [14; 15]. В этих экспериментах измерялась прецессия спина покоящихся мюонов в магнитном поле, т.е. измерялось само значение гиромагнитного отношения g_μ . Несмотря на то, что во втором эксперименте была достигнута очень высокая относительная точность измерений, лучше 0.01%, это соответствовало определению аномального магнитного момента, малой поправки к g_μ , с точностью только около 10%. В начале 60-х годов в ЦЕРН была проведена серия измерений [16; 17] (CERN I), в которых измерялась прецессия спина движущегося мюона относительно направления его движения. В таком подходе появляется возможность измерять непосредственно a_μ (а не g_μ), что позволило достичь точности 0.4% и подтвердить предсказания QED с учетом вкладов порядка α/π и $(\alpha/\pi)^2$. В конце 60-х годов на втором эксперименте в ЦЕРН [18] (CERN II) удалось сделать следующий шаг в повышении точности измерений с помощью специально сконструированного накопительного мюонного кольца. В этом эксперименте впервые был измерен аномальный магнитный момент как для μ^+ , так и для μ^- . Достигнутая точность в 0.027% позволила проверить предсказания QED с учетом вкладов вплоть до $(\alpha/\pi)^3$. В 70-х годах в CERN была проведена еще одна серия экспериментов [19; 20] (CERN III), в которых впервые была использована методика “магического” импульса, ставшая основой для последующих экспериментов. Достигнутая точность в 7.3 ppm (или

0.00073%) позволила “увидеть” не только вклад QED, но и вклад сильных взаимодействий с $\sim 10\%$ точностью.

Следующий, наиболее точный на настоящий момент, эксперимент E821 по измерению аномального магнитного момента был проведен в конце 90х-начале 2000х годов в Брукхейвенской Национальной лаборатории [21]. В целом, схема эксперимента повторяла схему последнего эксперимента, проведенного в ЦЕРН (CERN III). Однако множество улучшений отдельных систем и использование новых подходов в схеме эксперимента позволили эксперименту в БНЛ достичь точность, в 14 раз превышающую точность эксперимента в ЦЕРН. Набор данных был произведен в ходе 5 независимых сезонов, при этом основная статистика была набрана в двух последних сезонах, в 2000 году для μ^- и в 2001 году для μ^+ . По результатам анализа всей накопленной статистики аномальный магнитный момент был измерен независимо для μ^- и μ^+ с точностью 0.7 ppm. Полученные результаты согласуются между собой, подтверждая СРТ-инвариантность. Объединив результаты, полученные для μ^- и μ^+ , был получен окончательный результат измерения, точность которого составила 0.54 ppm.

Как было отмечено ранее, наибольший интерес вызывает не сама величина аномального магнитного момента мюона, а ее отличие от расчетного значения. В рамках Стандартной модели, как и в случае электрона, выделяется три вклада в a_μ — вклады электромагнитных, электрослабых и сильных взаимодействий. Точность вычисления электромагнитного и электрослабого вкладов, < 0.001 ppm [22] и < 0.01 ppm [23; 24] соответственно, значительно превышает точность измерения a_μ . В случае сильных взаимодействий ситуация принципиально отличается. Величина этого вклада достаточно велика, ~ 60 ppm, а точность вычисления на сегодняшний день оценивается в $50 \cdot 10^{-11}$, что очень близко к точности измерения a_μ и значительно хуже точности вычисления остальных вкладов. Особенность вычисления a_μ^{Had} состоит в том, что из-за непертурбативности КХД его нельзя провести из “первых принципов” в рамках теории возмущений. Фактически, единственный метод, с помощью которого удастся вычислить a_μ^{Had} на сегодняшний день, состоит в интегрировании полного сечения аннигиляции e^+e^- в адроны (метод впервые предложен в [25]). Особенность интеграла состоит в том, что область низ-

ких энергий усиливается приблизительно как $\sim 1/s$, поэтому основной вклад набирается в области низких энергий.

Полное сечение аннигиляции e^+e^- в адроны, или близко связанное с ним отношение $R(s) = \sigma(e^+e^- \rightarrow \text{адроны})/\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$, хорошо предсказывается в рамках КХД в области высоких энергий, когда становятся применимы методы теории возмущений. Однако в области низких энергий единственный способ узнать $R(s)$ — измерить его в эксперименте. Во всех существующих расчетах a_μ^{Had} (например, [26] и [27]) интегрирование в области низких энергий производится по экспериментальным данным, а в области высоких энергий — с использованием предсказаний пертурбативной КХД. Энергия, при которой происходит переход от экспериментальных данных к расчетным, отличается для различных расчетов и варьируется в диапазоне от 1.8 до 5 ГэВ. Таким образом, от точности измерения $R(s)$ в области низких энергий, от порога $2m_\pi$ до приблизительно 2 ГэВ в системе центра масс, напрямую зависит точность расчета адронного вклада в аномальный магнитный момент мюона и точность сравнения измеренного и расчетного значений a_μ . При этом определяющую роль играет систематическая ошибка измерений, т.к. она не усредняется при интегрировании.

В обсуждаемой области энергий измерить $R(s)$ инклюзивно, т.е. напрямую измерить сечение $e^+e^- \rightarrow X$, где X представляет собой любое адронное состояние, с высокой точностью очень сложно. Это связано с тем, что в этой области энергий мала средняя множественность частиц в событии, поэтому, для определения с высокой точностью эффективности регистрации, необходимо детальное знание динамики данного процесса (другими словами, угловые и энергетические распределения вторичных частиц). Однако именно в этой области энергий КХД не может предсказать соответствующие распределения. Поэтому для измерения $R(s)$ используется эксклюзивный подход — измеряется сечение $\sigma_X(s)$ для каждого возможного конечного состояния X отдельно и $R(s)$ вычисляется как сумма всех эксклюзивных сечений. Получается, что каждое возможное конечное состояние вносит свой независимый вклад в a_μ^{Had} , и все эти вклады суммируются.

Оказывается, что из всех конечных состояний доминирующий вклад в a_μ^{Had} , около 80%, вносит самый простой адронный канал $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$. Кроме того, т.к. это сечение довольно быстро спадает при энергиях выше 1 ГэВ, ос-

новой вклад в интеграл вносит область энергий $\rho(770)$ мезона. Из-за доминирующего вклада в a_μ^{Had} , измерение сечения $\sigma(e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-)$ вызвало широкий интерес и было проведено несколькими группами. Все существующие измерения можно разбить на две группы — прямые измерения со сканированием энергии и измерения методом радиационного возврата. В области энергий до 2 ГэВ в с.ц.м. наиболее точные прямые измерения сечения $\sigma(e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-)$ были проведены с детекторами КМД-2 [28—32] и СНД [33; 34] на коллайдере ВЭПП-2М. Измерения методом радиационного возврата были проведены на В-фабрике ВаВаг [35], φ -фабрике KLOE [36—39] и, совсем недавно, с детектором BES-3 [40].

С учетом всех существующих на сегодняшний день измерений $R(s)$, точность вычисления a_μ в рамках Стандартной модели достигла уровня 0.3–0.4 ppm [41; 42]. Между результатом измерения аномального магнитного момента мюона в эксперименте E821 и его предсказанием в рамках Стандартной модели наблюдается разница на уровне 3.5–4 стандартных отклонений. С учетом сложности эксперимента и расчетов, такой уровень различия преждевременно интерпретировать как надежно установленный факт проявления взаимодействий за рамками Стандартной модели. Тем не менее, этот результат вызвал огромный интерес научного сообщества, и он на сегодняшний день является наиболее значимым наблюдением расхождения с предсказанием Стандартной модели в лабораторном эксперименте.

Цель работы

В работе рассматриваются два эксперимента, представляющие обе стороны поисков вклада взаимодействий за рамками Стандартной модели в аномальный магнитный момент мюона. Целью первого эксперимента является прецизионное измерение сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ в области энергий до 1.4 ГэВ в системе центра масс, ключевого ингредиента при вычислении вклада сильных взаимодействий в a_μ . Измерения проводились с детектором КМД-2 на ускорительно-накопительном комплексе ВЭПП-2М в Институте Ядерной Физики СО РАН им. Г.И.Будкера (Новосибирск). Целью второго эксперимента

являлось измерение аномального магнитного момента мюона. Измерения проводились в Брукхэйвенской Национальной Лаборатории (США).

Личный вклад автора

Оба эксперимента проводились коллективами, состоящими из нескольких десятков человек. В обоих экспериментах автор внес существенный вклад. В экспериментах с детектором КМД-2 автором была разработана система сбора данных и система управления, обеспечена эксплуатация и текущая модернизация системы на протяжении всего жизненного цикла детектора. Автором была разработана методика анализа данных для измерения сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ и методика $e/\mu/\pi$ разделения на основе анализа энерговыделения частиц в калориметре. Автор лично участвовал в наборе экспериментальной статистики и проводил анализ данных. В эксперименте по измерению аномального магнитного момента мюона автором был разработан основной алгоритм реконструкции данных для измерения частоты прецессии мюона и реализована система обработки данных эксперимента, включающая программное обеспечение для реконструкции и анализа данных и для организации процесса обработки. Автор лично участвовал в наборе экспериментальной статистики, проводил анализ данных, провел анализ систематических ошибок измерения частоты прецессии мюона, связанных с реконструкцией данных, наложением сигналов, калибровкой калориметров.

Научная новизна

Результаты измерения сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ являются наиболее точными прямыми измерениями в области энергий до 1.4 ГэВ в системе центра масс. Использование этих результатов позволило заметно уменьшить неопределенность величины вклада сильных взаимодействий в a_μ и достичь точности вычисления, приблизительно равной точности измерения. Результат измерения

аномального магнитного момента мюона является наиболее точным измерением этой величины. Наблюдается различие в 3–4 стандартных отклонения между измеренным значением a_μ и его предсказанием в рамках Стандартной модели. Это отклонение на сегодняшний день является самым существенным указанием на наличие взаимодействий за рамками Стандартной модели, наблюдаемых в лабораторных экспериментах.

Научная и практическая ценность

Результаты измерения сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ используются при расчете ряда величин и функций в физике элементарных частиц: аномального магнитного момента мюона, постоянной тонкой структуры при энергиях Z -бозона, электромагнитного радиуса пиона, адронной поляризации вакуума.

Результаты работы внесены в таблицы свойств элементарных частиц и базы данных сечений процессов в физике элементарных частиц.

Разработанный автором алгоритм реконструкции данных эксперимента по измерению a_μ успешно использовался с модификациями в эксперименте MULAN по прецизионному измерению времени жизни мюона.

Разработанные методы измерения сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ легли в основу используемых в настоящее время подходов в экспериментах с детектором КМД-3.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Разработана система автоматизации детектора КМД-2, включающая в себя комплекс программного обеспечения, предназначенного для выполнения следующих задач: чтения данных из электроники детектора; анализа данных в режиме реального времени и реализации на его основе третичного триггера и системы оперативного контроля качества данных; организации системы мониторинга детектора; ор-

ганизации системы управления детектором. Система автоматизации успешно проработала в течение всего срока эксплуатации детектора КМД-2.

2. Разработана методика измерения сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ с детектором КМД-2, включая методики отбора и идентификации событий и вычисления необходимых поправок. Проведен анализ возможных вкладов в систематическую ошибку.
3. Проведен цикл экспериментов с детектором КМД-2 по измерению сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$. Набран интеграл светимости в диапазоне энергий от 0.37 до 1.38 ГэВ в системе центра масс. Достигнута наилучшая в мире систематическая точность прямого измерения сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$. Результаты измерений используются для вычисления адронного вклада в аномальный магнитный момент мюона.
4. Разработаны алгоритмы реконструкции и калибровки данных с калориметров эксперимента E821. Реализован комплекс программного обеспечения для обработки данных эксперимента. Проведен анализ возможных вкладов в систематическую ошибку измерения частоты прецессии мюона, связанных с реконструкцией данных и с наложением сигналов от нескольких электронов.
5. Проведен цикл экспериментов по измерению аномального магнитного момента мюона. Достигнута точность измерения 0.54 ppm, что в 14 раз лучше точности предыдущих измерений.

Апробация работы

Материалы работы опубликованы в ведущих зарубежных и российских научных журналах и неоднократно докладывались на международных конференциях и семинарах.

Основные положения диссертации опубликованы в следующих работах:

1. R. M. Carey, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “New measurement of the anomalous magnetic moment of the positive muon,” *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1632 (1999).
2. H. N. Brown, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “Improved measurement of the positive muon anomalous magnetic moment,” *Phys. Rev. D* **62**, 091101 (2000)
3. H. N. Brown, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “Precise measurement of the positive muon anomalous magnetic moment,” *Phys. Rev. Lett.* **86**, 2227 (2001)
4. G. W. Bennett, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “Measurement of the positive muon anomalous magnetic moment to 0.7 ppm,” *Phys. Rev. Lett.* **89**, 101804 (2002) Erratum: [*Phys. Rev. Lett.* **89**, 129903 (2002)]
5. R. R. Akhmetshin, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “Measurement of $e^+ e^- \rightarrow \pi^+ \pi^-$ cross-section with CMD-2 around rho meson,” *Phys. Lett. B* **527**, 161 (2002)
6. R. R. Akhmetshin, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “Reanalysis of hadronic cross-section measurements at CMD-2,” *Phys. Lett. B* **578**, 285 (2004)
7. G. W. Bennett, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “Measurement of the negative muon anomalous magnetic moment to 0.7 ppm,” *Phys. Rev. Lett.* **92**, 161802 (2004)
8. V. M. Aulchenko, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “Measurement of the pion form-factor in the range 1.04-GeV to 1.38-GeV with the CMD-2 detector,” *JETP Lett.* **82**, 743 (2005) [*Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **82**, 841 (2005)]
9. G. W. Bennett, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “Final Report of the Muon E821 Anomalous Magnetic Moment Measurement at BNL,” *Phys. Rev. D* **73**, 072003 (2006)
10. R. R. Akhmetshin, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “Measurement of the $e^+ e^- \rightarrow \pi^+ \pi^-$ cross section with the CMD-2 detector in the 370 - 520-MeV c.m. energy range,” *JETP Lett.* **84**, 413 (2006) [*Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **84**, 491 (2006)]
11. E. V. Anashkin, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “The CMD-2 cryogenic magnetic detector,” *Instrum. Exp. Tech.* **49**, 798 (2006) [*Prib. Tekh. Eksp.* **49**, 63 (2006)].

12. R. R. Akhmetshin, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “High-statistics measurement of the pion form factor in the rho-meson energy range with the CMD-2 detector,” *Phys. Lett. B* **648**, 28 (2007)
13. G. W. Bennett, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “Search for Lorentz and CPT violation effects in muon spin precession,” *Phys. Rev. Lett.* **100**, 091602 (2008)
14. G. W. Bennett, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “An Improved Limit on the Muon Electric Dipole Moment,” *Phys. Rev. D* **80**, 052008 (2009)

Объем и структура работы

Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения. В первой главе приводится краткий обзор современного состояния проблемы. Описана история измерений аномального магнитного момента мюона и становление методики измерения, используемой в современных экспериментах. Обсуждается методика вычисления a_μ в рамках Стандартной модели и основные факторы, определяющие точность вычисления. Подробно обсуждается связь между вычислением вклада сильных взаимодействий в a_μ и измерением сечений рождения адронов в e^+e^- аннигиляции. Во второй главе описан цикл экспериментов с детектором КМД-2 по наиболее точному на сегодняшний день прямому измерению сечения процесса $\sigma(e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-)$, ключевого сечения для вычисления вклада сильных взаимодействий. Дано краткое описание детектора КМД-2 и системы сбора данных детектора, описана методика измерений, приводится анализ систематических ошибок. Показано сравнение полученных результатов с результатами других измерений. Третья глава посвящена описанию эксперименту E821 по измерению аномального магнитного момента мюона в Брукхейвенской лаборатории (БНЛ). Описана общая конфигурация эксперимента, подробно обсуждается методика измерения частоты прецессии спина в накопительном кольце эксперимента E821, приведен анализ систематических ошибок. В заключении приведены основные результаты работы. Полный объем диссертации составляет 252 страницы с 111 рисунками и 14 таблицами. Список литературы содержит 249 наименований.

Глава 1. Исторический обзор и современное состояние проблемы

1.1 История измерений аномального магнитного момента мюона

1.1.1 Первые измерения a_e и a_μ

История изучения магнитных моментов элементарных частиц началась в 1921 со знаменитого опыта Штерна-Герлаха [43]. В этом и последующих экспериментах было показано, что магнитный момент атомов серебра принимает ровно два значения, которые согласуются с величиной магнетона Бора $\pm e\hbar/2m_e$. Изначально, результаты эксперимента были восприняты как доказательство пространственного квантования. Только через несколько лет, когда Г. Уленбек и С. Гюудсмит предположили существование спина у электрона [44]¹, и стало ясно, что магнитный момент атомов серебра формируется спином единственного валентного электрона [46], оказалось, что в опыте Штерна-Герлаха был впервые измерен спин электрона.

Магнитный момент элементарной частицы связан с её спином соотношением:

$$\vec{\mu} = g \left(\frac{q\hbar}{2m} \right) \vec{s}, \quad (1.1)$$

где g — гиромагнитное отношение. Из результатов измерений следовало, что для электрона $g_e = 2$, что в два раза превышало значение, ожидаемое из классического предела для орбитальных моментов. Релятивистское уравнение Дирака, предложенное в 1928 году [47], объяснило и наличие спина электрона, и величину гиромагнитного отношения.

Во время Второй мировой войны произошел быстрый прогресс в развитии микроволновой техники. Использование новой техники в физических лабораториях позволило на порядки улучшить точность измерений. В 1947 году в ряде точных измерений сверхтонкой структуры атомных переходов [48; 49] было показано, что расщепление уровней слегка превышает предсказан-

¹Интересно отметить, что А.Комптон предположил существование спина электрона и наличие у него внутреннего магнитного момента еще в 1921 году для объяснения эффекта ферромагнетизма [45].

ное значение и это может свидетельствовать о том, что g_e слегка отличается от 2. Гиромагнитное отношение принято записывать в виде:

$$g = 2 \cdot (1 + a), \quad (1.2)$$

где безразмерную величину a называют *аномальным магнитным моментом*. В частности, из измерений [49] следовало, что $a_e = (1.15 \pm 0.04) \cdot 10^{-3}$.

Эти результаты стимулировали создание в 1947-1948 гг. квантовой электродинамики. В работах [50; 51] Ю. Швингер первым показал, что отличие g_e от 2 связано с радиационными поправками, и вычислил величину аномального момента электрона в первом порядке теории возмущений (рисунок 1.1): $a_e = \alpha/2\pi \approx 1.16 \cdot 10^{-3}$, что находилось в блестящем согласии с результатами измерений. Этот результат, а также вычисление величины Лэмбовского сдвига, также открытого в 1947 году [52], стали триумфом новой теории.

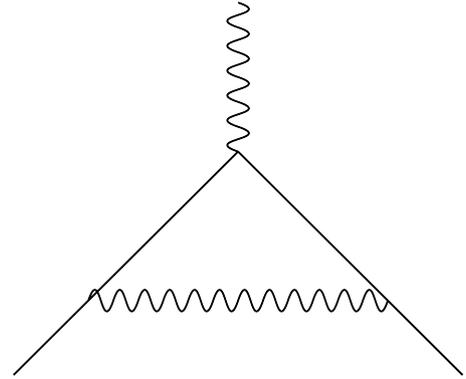


Рисунок 1.1 — Диаграмма, иллюстрирующая поправку первого порядка $\alpha/2\pi$ к магнитному моменту.

Измерение [49] стало первым в длинной череде измерений a_e со все возрастающей точностью. За два десятилетия, к началу 1970-х годов, точность измерения a_e улучшилась на 3-4 порядка, до нескольких миллионных долей (ppm). Подробный обзор истории развития основных методик и результатов измерений гиромагнитного отношения электрона приведен в работе [53]. В последующие годы наилучшие результаты были получены с помощью резонансного метода, когда измерения проводятся для одного электрона или позитрона, захваченного в ловушке Пеннинга [54]. В лучших на сегодняшний день измерениях [10; 11] достигнута относительная точность измерения a_e 0.24 миллиардных долей (ppb), а g_e — 0.28 триллионных долей (ppt).

Величина аномального магнитного момента электрона практически полностью определяется электромагнитными взаимодействиями (более подробное обсуждение теоретического значения a_e и a_μ приведено далее). Поэтому сверхточные измерения a_e можно использовать для проверки квантовой

электродинамики, на сегодняшний день до 5 порядка по теории возмущений ($\sim (\alpha/\pi)^5$), а также для уточнения параметров КЭД — например, для получения наиболее точного значения постоянной тонкой структуры α [11].

Доминирование электромагнитных взаимодействий несколько ослаблено в случае аномального магнитного момента мюона. Как впервые было отмечено в [13], большая масса мюона усиливает вклад массивных полей по сравнению с a_e в $\sim (m_\mu/m_e)^2 \approx 43000$ раз — другими словами, мюон позволяет “заглянуть” в область более высоких q^2 и увидеть проявления полей за рамками КЭД (сильные и слабые взаимодействия и возможные взаимодействия за рамками Стандартной модели). Поэтому с самого начала был большой интерес к измерениям a_μ , даже с точностью, значительно уступающей точности измерений a_e , именно как к более чувствительному инструменту по проверке существующей теории.

Впервые измерение g_μ было проведено на циклотроне Nevis в 1957 году [14]. Точность измерения, $g_\mu(\text{Nevis}, 1957) = 2.00 \pm 0.10$, не позволяла сделать вывод о величине аномального магнитного момента мюона, однако в этом эксперименте было установлено несколько важных свойств мюона.

- Так как $g_\mu \approx 2$, мюон является тяжелым аналогом электрона, точечной частицей с полуцелым спином.
- Мюоны рождаются в распадах пионов поляризованными — наблюдалась четкая корреляция между поляризацией мюона и направлением вылета распадного мюона (вперед).
- Аналогично, наблюдается корреляция между направлением спина мюона и углом вылета распадного электрона.²

Оба последних факта были предсказаны Ли и Янгом как следствие только что выдвинутой ими гипотезы о несохранении четности в слабых взаимодействиях [55]. Благодаря этим проявлениям несохранения четности мюоны оказываются уникальными лабораторными объектами: относительно легко получить пучки поляризованных мюонов (отбирая мюоны, вылетающие в определенном направлении в случае остановившихся пионов, или отбирая мюоны с определенной энергией, в случае пионных пучков), и относительно легко измерить направление спина мюона по угловому распределению распадных электро-

²Здесь и далее под электроном может пониматься как электрон из распада μ^- , так и позитрон из распада μ^+ .

нов. Тот факт, что природа наделила мюоны “бесплатным” поляризатором и поляриметром, активно использовался во всех последующих экспериментах.

В 1960 году были опубликованы результаты более точного измерения на циклотроне Nevis [15]: $g_\mu(\text{Nevis}, 1960) = 2(1.00122 \pm 0.00008)$, что с приблизительно 10% точностью подтвердило, что $a_\mu \approx \alpha/2\pi$.

1.1.2 Серия измерений a_μ в ЦЕРН: становление методики

Оба измерения [14; 15] проводились для покоящихся мюонов — пучок мюонов останавливался в мишени в области однородного магнитного поля. Частота прецессии спина мюонов ω_s :

$$\vec{\omega}_s = -g \frac{e\vec{B}}{2m} - \frac{e\vec{B}}{\gamma m} (1 - \gamma), \quad (1.3)$$

пропорциональна g_μ для покоящихся мюонов ($\gamma_\mu = 1$)³. Очень высокая точность измерения g_μ [15], лучше 0.01%, позволила достичь только 10% точности измерения a_μ из-за относительной малости последней.

Однако, если проводить эксперимент с движущимися мюонами, можно измерить a_μ напрямую. В однородном магнитном поле, перпендикулярном направлению движения ($\vec{\beta} \cdot \vec{B} = 0$), частица движется по окружности с циклотронной частотой обращения ω_c :

$$\vec{\omega}_c = -\frac{e\vec{B}}{m\gamma}. \quad (1.4)$$

Разность циклотронной частоты и частоты прецессии спина ω_a :

$$\vec{\omega}_a = \vec{\omega}_s - \vec{\omega}_c = -\left(\frac{g-2}{2}\right) \frac{e\vec{B}}{m} = -a_\mu \frac{e\vec{B}}{m} \quad (1.5)$$

пропорциональна a_μ и не зависит от импульса мюонов. Поэтому, чтобы измерить a_μ , а не g_μ , необходимо измерить частоту прецессии спина мюона отно-

³Здесь и далее используется атомная система единиц $\hbar = c = 1$.

сительно направления его импульса, а не в неподвижной системе отсчета (как в случае покоящихся мюонов).

Первый эксперимент по измерению a_μ с движущимися мюонами был проведен в ЦЕРН в 1958-1962 гг. (CERN-I) [16; 17; 56]. Схема эксперимента представлена на рисунке 1.2. Основную часть установки составлял 6-метровый дипольный магнит. Поляризованные мюоны, рожденные в распаде пионов из синхроциклотрона, инжектировались внутрь магнита и попадали на бериллиевый замедлитель, в котором средний импульс мюонов уменьшался до ≈ 100 МэВ/с. В поле магнита мюоны начинали двигаться по окружности. Уникальная структура магнитного поля в магните приводила к медленному дрейфу циркулирующих мюонов вдоль магнита. В конце магнита мюоны попадали в область поля с большим градиентом и выводились наружу, где останавливались в детекторе. Так как детектор был расположен вне области магнитного поля, направление спина остановившихся мюонов “замораживалось” в момент вылета мюона из магнита. Направление спина мюонов в детекторе измерялось по анизотропии углового распределения распадных электронов. Пролетая через магнит, мюоны успевали сделать 1000-2000 оборотов, что соответствовало приблизительно одному периоду прецессии спина относительно импульса (одному периоду с частотой ω_a). Средняя скорость счета распадных электронов составляла приблизительно 0.25 Гц. Среднее поле, которое “наблюдали” мюоны за время пролета, составляло приблизительно 1.5 Т.

Асимметрия счета распадных электронов в зависимости от времени пролета мюона через магнит показана на рисунке 1.3. Аппроксимируя временную зависимость асимметрии счета функцией $A(t) = A \cdot \sin(\omega_a t + \varphi_a)$, был получен окончательный результат: $a_\mu(\text{CERN} - I) = (1162 \pm 5) \cdot 10^{-6}$, с точностью 0.4% — улучшение более чем на порядок по сравнению с самыми точными измерениями для покоящихся мюонов. Этот результат окончательно установил, что мюон ведет себя как тяжелый аналог электрона. Вклад статистической и систематической ошибок в окончательную точность эксперимента был примерно равным. Дальнейшее увеличение точности в рамках эксперимента CERN-I было практически невозможным.

Скорость счета числа распадных электронов в экспериментах с движущимися мюонами описывается наложением экспоненциального распада мюо-

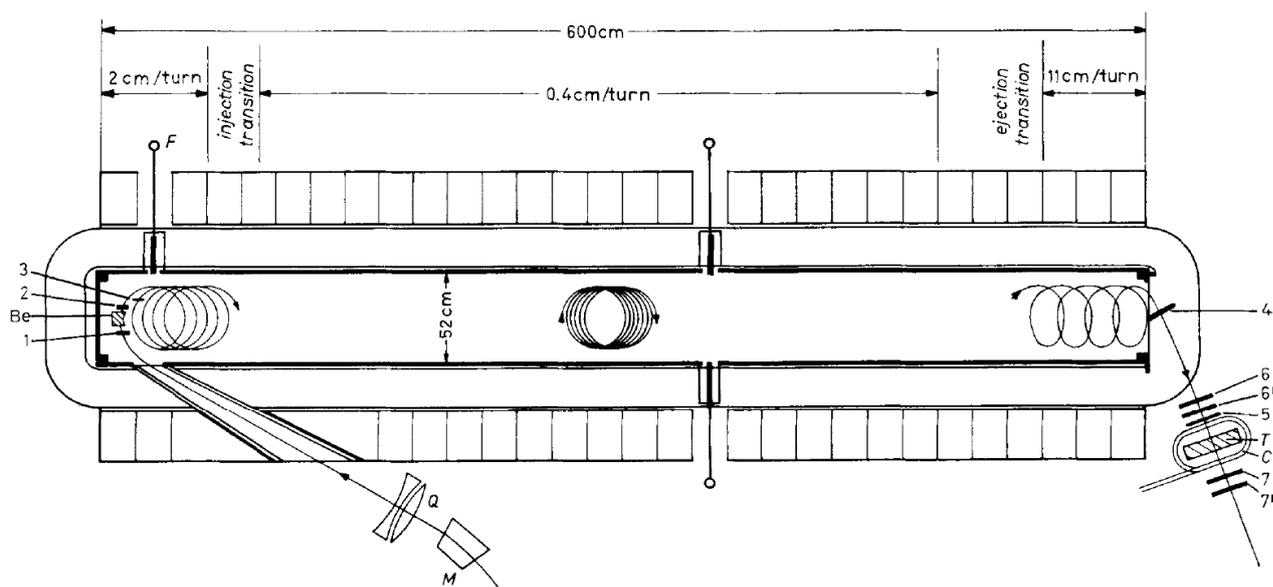


Рисунок 1.2 — Схема первого эксперимента по измерению a_μ в ЦЕРН (CERN-I).

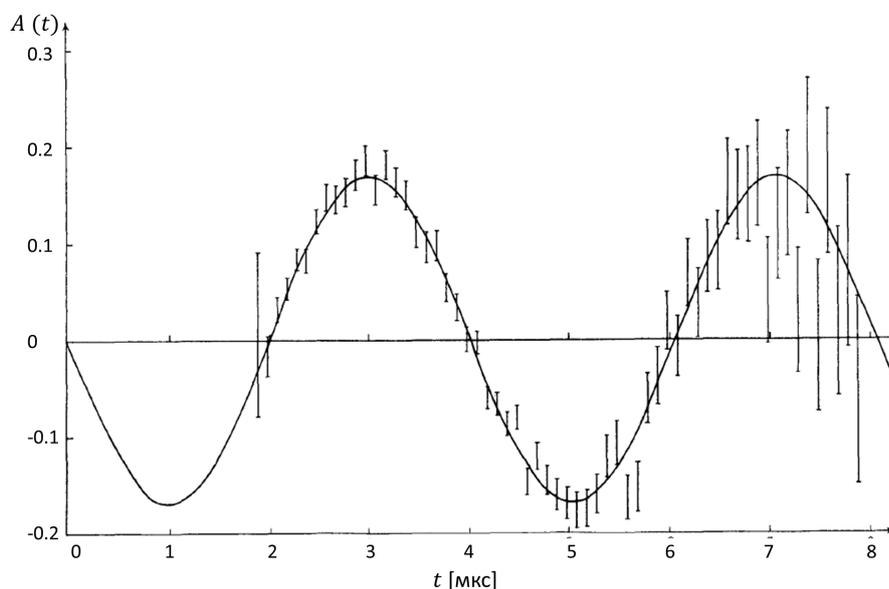


Рисунок 1.3 — Асимметрия счета распадных электронов в зависимости от времени пролета мюона через магнит в эксперименте CERN-I. Показана аппроксимация результатов функцией $A(t) = A \cdot \sin(\omega_a t + \varphi_a)$.

нов и осцилляцией с частотой ω_a :

$$N(t) \sim N(0) \cdot e^{-\frac{t}{\gamma\tau}} \cdot [1 + A \sin(\omega_a t + \varphi)], \quad (1.6)$$

где $\gamma\tau$ — время жизни движущегося мюона, A — наблюдаемая поляризация мюонов, которая зависит от метода детектирования. Статистическая точность измерения ω_a (а соответственно и аномального магнитного момента) в экспериментах, в которых измеряется $N(t)$ и аппроксимируется функцией (1.6):

$$\frac{\delta a_\mu}{a_\mu} \approx \frac{\delta \omega_a}{\omega_a} = \frac{\sqrt{2}}{\omega_a \gamma \tau \sqrt{N A^2}}, \quad (1.7)$$

где N — полное число зарегистрированных распадов.

Кроме увеличения общей статистики эксперимента, для улучшения точности можно увеличить число наблюдаемых периодов прецессии (в эксперименте CERN-I наблюдался только один период). Для этого надо или увеличить магнитное поле (что увеличит ω_a), или увеличить время жизни мюонов, увеличив γ . Технически, увеличить магнитное поле практически невозможно — поле 1.5 Т является близким к максимально возможному для больших магнитов с очень однородным полем. Поэтому необходимо использовать мюоны с большей энергией.

Возможность использовать мюоны большой энергии появилась после запуска синхротрона PS. Второй эксперимент по измерению a_μ был проведен в ЦЕРН в 1962-1968 гг. (CERN-II) [18]. Общая схема эксперимента показана на рисунке 1.4. Измерение проводилось на мюонах с импульсом 1.28 ГэВ/с ($\gamma=12$, $\gamma\tau = 27$ мкс). Для накопления мюонов было построено накопительное кольцо диаметром 5 метров со средним магнитным полем 1.7 Т. Для удержания мюонов в кольце на все время наблюдения, которое составляло 200 мкс, или 4000 оборотов, был сформирован небольшой градиент основного поля. Таким образом, установка представляла собой накопительное кольцо со слабой фокусировкой с $n = 0.13$.

Для инжекции пучка частиц на равновесную орбиту в однородном магнитном поле его необходимо “ударить” — иначе после одного оборота пучок столкнется со стенкой. Чтобы обойти эту трудность, в эксперименте CERN-II мюоны не инжектировались в кольцо, а рождались прямо в нем. Пучок про-

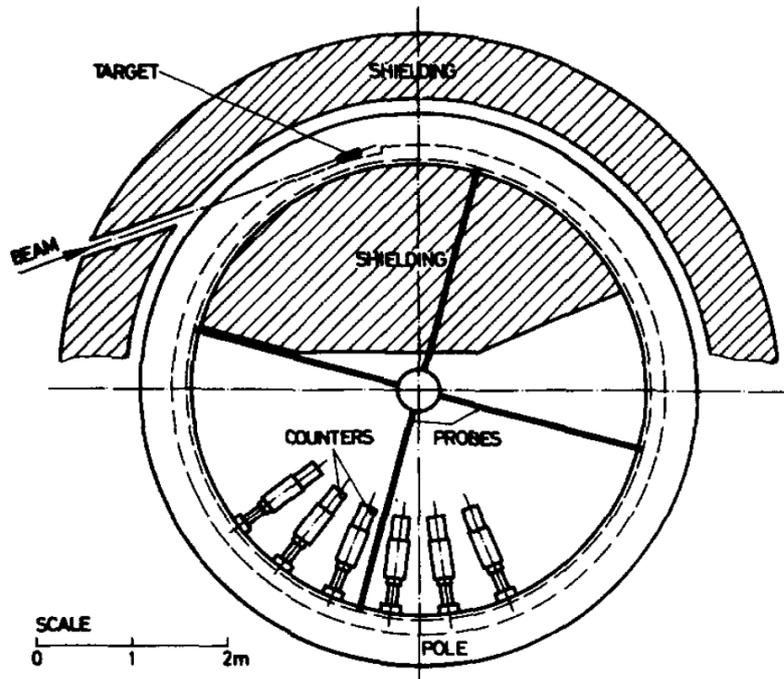


Рисунок 1.4 — Схема второго эксперимента по измерению a_μ в ЦЕРН (CERN-II).

тонов из синхротрона PS с импульсом 10.5 ГэВ/с направлялся на мишень, расположенную в магнитном поле внутри накопительного кольца. Протонный пучок состоял из 2-3 коротких (10 нс) сгустков на расстоянии 105 нс. Время оборота в кольце составляло 52.5 нс, поэтому мюоны, рожденные от разных протонных сгустков, попадали в общий мюонный сгусток. Около 70% протонов взаимодействовало в мишени, в результате чего рождались пионы с импульсом около 1.3 ГэВ/с (наряду с большим количеством других частиц). Около 20% этих пионов распадалось в течение одного оборота. Мюоны, вылетевшие при распаде пиона вперед под небольшим углом, попадали на равновесную орбиту. Поляризация начального мюонного сгустка составила приблизительно 25% из-за того, что на орбиту захватывались и мюоны от распада пионов с другими импульсами, направление поляризации которых отличалось.

В отличие от всех предыдущих экспериментов, для измерения поляризации мюонов они не останавливались в детекторе — использовался распад мюонов на лету. В системе покоя мюона энергичные электроны вылетают преимущественно параллельно (в случае μ^- — антипараллельно) направле-

нию спина мюона: $\sim (1 \pm A \cos \Theta)$, где Θ — угол между направлением спина мюона и импульсом электрона. Более точно, в ультрарелятивистском пределе $m_e \rightarrow 0$ (см. например [57]):

$$\frac{d\Gamma}{d\epsilon d\Omega} \sim 2\epsilon^2(3 - 2\epsilon)[1 \pm A(\epsilon) \cos \Theta], \quad \text{где} \quad A(\epsilon) = \frac{2\epsilon - 1}{3 - 2\epsilon}. \quad (1.8)$$

Знак \pm соответствует заряду мюона, ϵ — энергия электрона, деленная на его максимальную энергию.

После перехода в лабораторную систему, в которой мюон движется, угловая анизотропия в системе покоя превращается в зависимость импульсного распределения вылетевших электронов от направления спина мюона. Этот эффект легко объяснить следующим образом. Предположим, что при распаде мюона в системе покоя рождаются моноэнергичные электроны. Тогда наибольшей энергией в лабораторной системе будут обладать электроны, вылетевшие по направлению движения мюона. Доля таких электронов больше, если спин мюона направлен по направлению движения мюона (для μ^- — против). Если поставить порог на энергию электронов, тогда число зарегистрированных электронов будет осциллировать с частотой ω_a : будет расти, когда спин мюона оказывается сонаправленным с направлением импульса мюона, и падать до минимума, когда спин и импульс направлены в противоположные стороны (наоборот для μ^-). В реальной жизни ситуация сложнее, спектр электронов не является моноэнергичным, однако качественно ситуация не меняется. Отбирая электроны с энергией выше пороговой в лабораторной системе, мы преимущественно отбираем электроны, летящие в определенном направлении в системе покоя, и число таких электронов осциллирует вместе с прецессией спина мюона.

Для регистрации электронов из распада мюонов на лету на внутреннем радиусе накопительного кольца были расположены счетчики. Импульс подавляющего большинства электронов, рожденных в распаде мюона, меньше, чем импульс мюона, поэтому они вылетают внутрь кольца и попадают в счетчики. Порог регистрации был установлен в ~ 750 МэВ, что соответствует приблизительно максимальному значению величины NA^2 , которая, как следует из (1.7), определяет статистическую точность измерения частоты прецессии.

Благодаря релятивистскому удлинению времени жизни мюонов, в эксперименте удалось наблюдать около 20 периодов прецессии спина (рисунок 1.5) и достичь точности измерения 265 ppm : $a_\mu(\text{CERN-II}) = (11661.6 \pm 3.1) \cdot 10^{-7}$. Точность измерения a_μ в эксперименте CERN-II была улучшена в 15 раз по сравнению с экспериментом CERN-I. Кроме того, впервые был измерен аномальный магнитный момент для мюонов обоих зарядов (во всех предыдущих экспериментах — только для μ^+) и поставлен предел на нарушение СРТ-инвариантности: $a_{\mu^+} - a_{\mu^-} = (5.0 \pm 7.5) \cdot 10^{-7}$.

Стоит отметить еще одну особенность эксперимента. В нем впервые был проведен анализ процесса дебанчировки пучка для получения импульсного распределения захваченных мюонов (сгустковая структура хорошо видна на нижнем распределении на рисунке 1.5). Данный метод применялся во всех последующих экспериментах (раздел 3.5.3).

Наличие неоднородности магнитного поля, необходимого для удержания мюонов, определило максимально достижимую точность измерения: вклад неопределенности магнитного поля в полную ошибку измерения $\delta a_\mu = 3.1 \cdot 10^{-7}$ составлял около $1.9 \cdot 10^{-7}$. Дальнейшее существенное увеличение точности в рамках эксперимента CERN-II было практически невозможным. При этом, в научном сообществе был большой интерес к увеличению точности измерения a_μ . В 1969 году, когда был опубликован результат CERN-II, наблюдались небольшие, порядка 2-3 стандартных отклонений, отличия между теорией и экспериментом сразу для ряда величин: аномальных магнитных моментов электрона и мюона и Лэмбовского сдвига (впоследствии перечисленные расхождения были разрешены за счет уточнения теории) [58]. Кроме того, было интересно достичь такой точности, при которой становился значительным вклад сильных взаимодействий (составляющий в случае мюона около 60 ppm).

Последний из серии экспериментов в ЦЕРН, CERN-III [19; 20], был проведен в 1969-1976 гг., и он установил “золотой” стандарт для последующих экспериментов. Схема эксперимента (рисунок 1.6а) базировалась на подходах CERN-II: мюоны накапливались в специальном кольце с однородным магнитным полем и их поляризация измерялась с помощью регистрации электронов, рожденных в распаде мюонов на лету. Однако ряд принципиальных улучшений позволил преодолеть ограничения CERN-II.

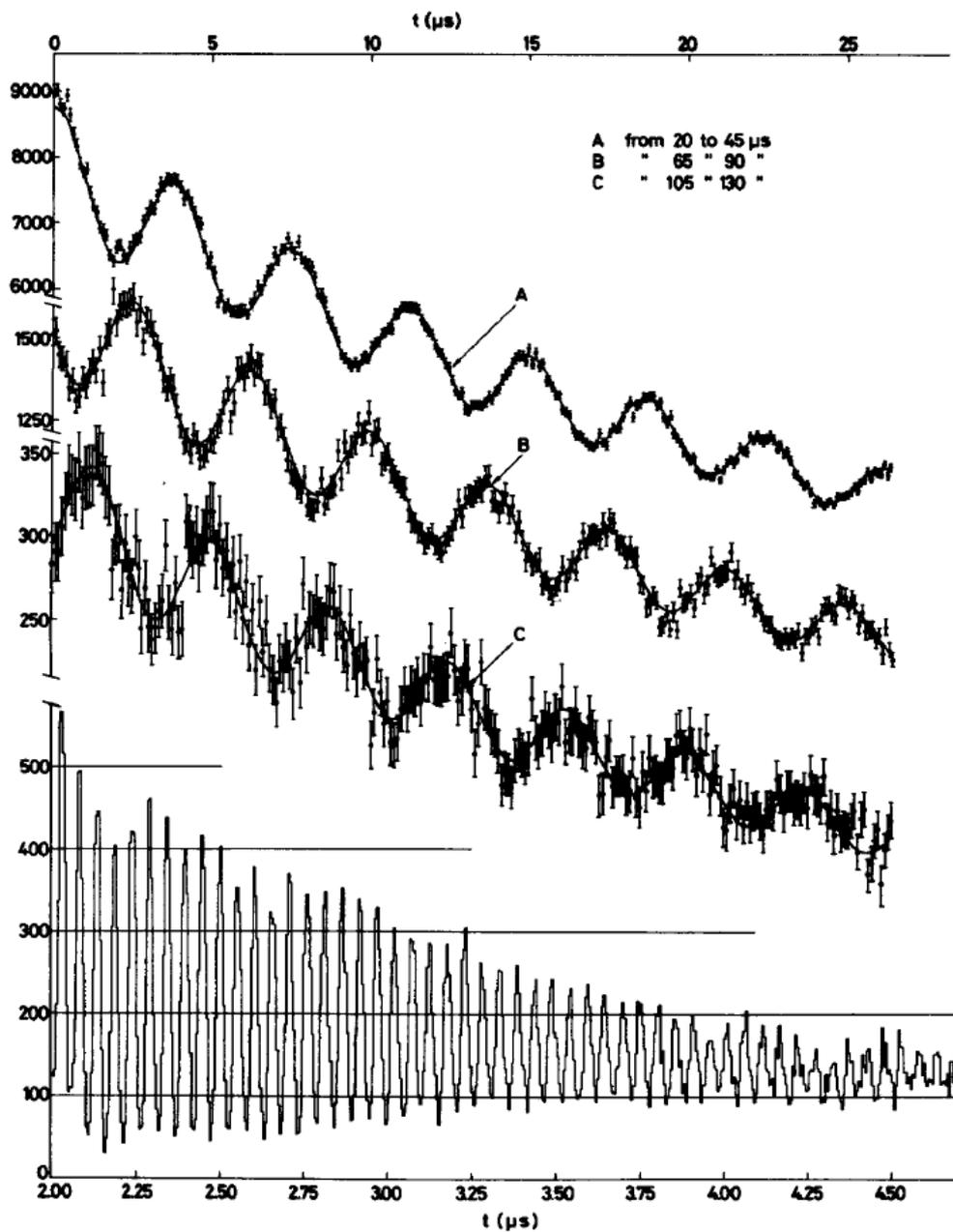
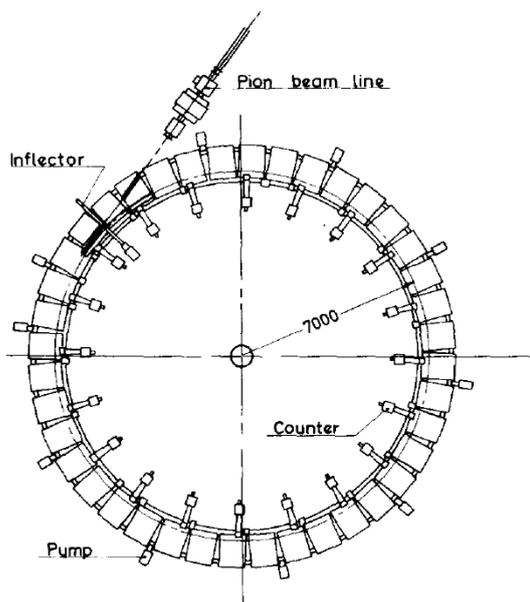
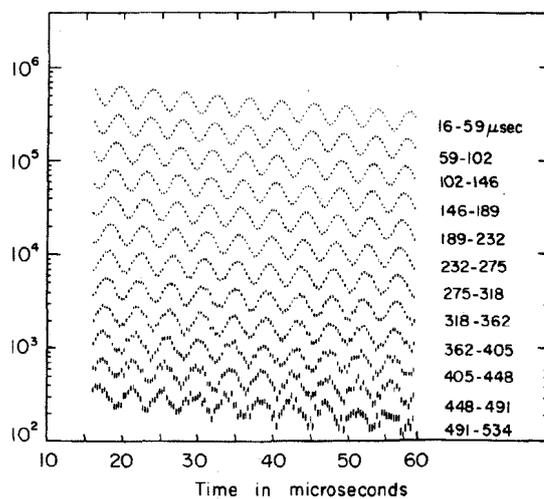


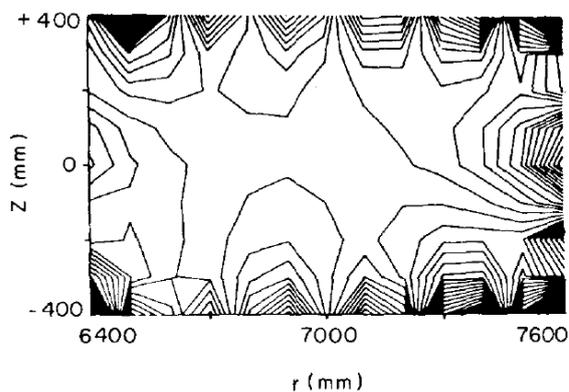
Рисунок 1.5 — Число зарегистрированных распадных электронов в зависимости от времени после инжекции в эксперименте CERN-II. Показана аппроксимация результатов функцией (1.6).



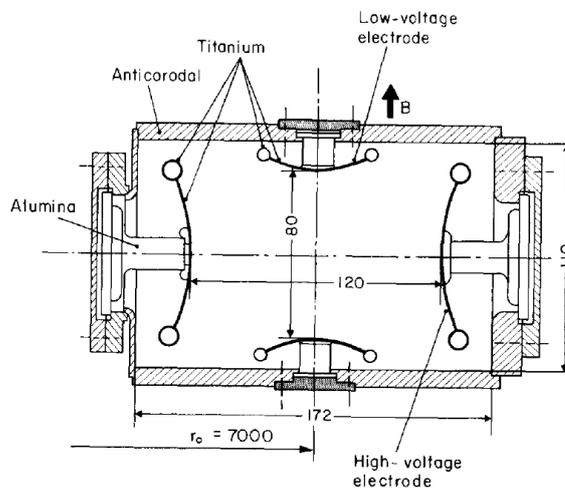
а) Общая схема эксперимента CERN-III.



б) Число зарегистрированных электронов в зависимости от времени после инъекции.



в) Распределение магнитного поля, усредненное по кольцу. Линии соответствуют шагу 2 ppm (3 мкТ).



г) Конструкция электростатических квадруполь.

Рисунок 1.6 — Эксперимент CERN-III (1969-1976).

Основной вклад в систематическую ошибку был связан с наличием градиента магнитного поля, необходимого для вертикального удержания мюонов. В принципе, между прецессией спина и вертикальной фокусировкой нет жесткой связи — первая определяется магнитным полем в системе покоя мюона, а вторая — электрическим, и эти поля могут формироваться независимо. То, что и для прецессии, и для удержания в эксперименте CERN-II использовалось одно и то же магнитное поле, было особенностью конкретного эксперимента.

В CERN-III было принято решение использовать максимально однородное магнитное поле, а для удержания использовать электрическое поле, формируемое системой из восьми электростатических квадрупольей (рисунок 1.6г), расположенных вдоль кольца. Удалось достичь однородности порядка нескольких ppm среднего магнитного поля, наблюдаемого мюонами (т.е. поля, усредненного по азимуту кольца), что на два порядка лучше, чем в CERN-II (рисунок 1.6в). Благодаря высокой однородности магнитного поля резко уменьшились систематические ошибки, связанные с незнанием точной траектории мюонов и с потерями мюонов из пучка.

Однако электрическое поле влияет на частоту прецессии спина мюона, поэтому, в общем случае, неточность в знании величины электрического поля и орбиты мюонов приводит к систематической ошибке измерения a_μ . Эту проблему удалось обойти, правильно выбрав параметры эксперимента. При наличии электрического поля, циклотронная частота становится равной

$$\vec{\omega}_c = -\frac{e}{m} \left[\frac{\vec{B}}{\gamma} - \frac{\gamma}{\gamma^2 - 1} \left(\frac{\vec{\beta} \times \vec{E}}{c} \right) \right], \quad (1.9)$$

а частота прецессии спина в неподвижной системе отсчета

$$\vec{\omega}_s = -\frac{e}{m} \left[\left(a_\mu + \frac{1}{\gamma} \right) \vec{B} - a_\mu \frac{\gamma}{\gamma + 1} (\vec{\beta} \cdot \vec{B}) \vec{\beta} - \left(a_\mu + \frac{1}{\gamma + 1} \right) \left(\frac{\vec{\beta} \times \vec{E}}{c} \right) \right]. \quad (1.10)$$

Разность этих частот $\vec{\omega}_a = \vec{\omega}_s - \vec{\omega}_c$:

$$\vec{\omega}_a = -\frac{e}{m} \left[a_\mu \vec{B} - a_\mu \frac{\gamma}{\gamma + 1} (\vec{\beta} \cdot \vec{B}) \vec{\beta} - \left(a_\mu - \frac{1}{\gamma^2 - 1} \right) \left(\frac{\vec{\beta} \times \vec{E}}{c} \right) \right]. \quad (1.11)$$

В условиях эксперимента мюоны движутся перпендикулярно магнитному полю, $\vec{\beta} \cdot \vec{B} = 0$, поэтому окончательное выражения для частоты прецессии спина мюона относительно направления импульса:

$$\vec{\omega}_a = -\frac{e}{m} \left[a_\mu \vec{B} - \left(a_\mu - \frac{1}{\gamma^2 - 1} \right) \frac{\vec{\beta} \times \vec{E}}{c} \right]. \quad (1.12)$$

Выбрав для измерения мюоны с таким импульсом, что $1/(\gamma^2 - 1) = a_\mu$, член, связанный с электрическим полем, зануляется и мы приходим к простому соотношению (1.5). Соответствующее значение импульса, которое получило в литературе название “магического” импульса (magic momentum), равно $p_{magic} = 3.094 \text{ ГэВ}/c$, $\gamma_{magic} = 29.3$.

Для измерения a_μ в эксперименте CERN-III использовались мюоны с “магическим” импульсом. Это стало ключевым изменением в схеме измерения по сравнению с CERN-II, позволившим достичь нового уровня точности. Величина импульса определила размер кольца — для магнитного поля 1.5 Тл радиус кольца составил 7 метров.

Вторым по важности изменением было использование пионной инжекции. Протонная инжекция, использованная в эксперименте CERN-II, в которой протонная мишень была расположена внутри накопительного кольца, обладала целым рядом недостатков: 1) низкой эффективностью захвата мюонов, 2) высоким уровнем фона, 3) относительно низкой начальной поляризацией мюонов, 25% вместо ожидаемых 95%, из-за большой примеси мюонов, рожденных при распаде пионов больших энергий. В CERN-III протонная мишень располагалась за пределами кольца. Оптика пионного канала позволяла выбрать пионы с импульсом 3.11 ГэВ/с, слегка больше “магического”, с $\Delta p/p = 0.75\%$. Для инжекции сформированного пионного пучка в мюонное накопительное кольцо использовался импульсный инфлектор, который на ~ 10 мкс компенсировал основное магнитное поле на пути пионного сгустка. Пионы инжектировались в кольцо по касательной к равновесной орбите на

слегка большем радиусе. В качестве удара, как и в эксперименте CERN-II, использовался распад пиона — мюоны, вылетевшие почти вперед, захватывались в накопительное кольцо. Только 25% пионов успевали распасться на первом обороте, после чего оставшиеся пионы попадали в стенку инфлектора. Огромным преимуществом пионной инжекции являлась высокая поляризация захваченных мюонов, около 95%, достигнутая благодаря использованию монохроматического пучка пионов. Кроме того, резко уменьшился фон, наблюдаемый сразу после инжекции.

В эксперименте CERN-III был впервые применен метод “обдирки” пучка. На короткое время после инжекции изменялось напряжение на электростатических квадрупольях, что приводило к смещению сгустка мюонов. Частицы, находящиеся на границе фазового объема, попадали в коллиматоры и быстро выбывали из пучка. После восстановления напряжений на электродах, “обдранный” сгусток возвращался на стандартную орбиту. Такая техника позволила резко снизить число мюонов, выбывающих из кольца во время измерения.

Как и в CERN-II, поляризация мюонов измерялась с помощью регистрации электронов, рожденных при распаде мюонов на лету. Для этого на внутреннем радиусе кольца было расположено 20 счетчиков. Использование большого числа счетчиков, равномерно расположенных вдоль кольца, позволило в несколько раз увеличить эффективность регистрации распадных электронов по сравнению с CERN-II.

В эксперименте CERN-III удалось наблюдать более 100 периодов прецессии спина (рисунок 1.66) и достичь точности измерения 7.3 ppm: $a_\mu(\text{CERN-III}) = (1165923 \pm 8.5) \cdot 10^{-9}$. Аномальный магнитный момент был измерен для мюонов обоих зарядов и поставлен новый предел на нарушение СРТ-инвариантности: $a_{\mu^+} - a_{\mu^-} = (25 \pm 16) \cdot 10^{-9}$ (10 ppm). Данный результат позволил с 10% точностью подтвердить величину вклада сильных взаимодействий.

Точность измерения a_μ в эксперименте CERN-III была улучшена в 35 раз по сравнению с экспериментом CERN-II благодаря принципиальному изменению схемы эксперимента: использованию мюонов с импульсом $p_{\text{magic}} = 3.094$ ГэВ/с. Кроме того, важную роль оказало увеличение поляризации мюонов с

25% до 95%. Систематическая ошибка измерения оценивалась в 1.5 ppm, т.е. точность измерения определялась статистикой.

В серии из трех измерений, проведенных в ЦЕРН, была выработана схема “идеального” эксперимента по измерению аномального магнитного момента мюона. Множество ограничений, с которыми столкнулся эксперимент CERN-III, были технического плана. Дальнейшее улучшение точности стало возможным за счет общего развития технологий без кардинального пересмотра схемы эксперимента.

1.1.3 Эксперимент в БНЛ и планируемые измерения

Приблизительно в 1984 году была сформирована коллаборация нового эксперимента E821 по измерению a_μ , теперь в Брукхейвенской национальной лаборатории (США). Подготовка эксперимента и проведение измерений заняло почти 20 лет. Этот эксперимент подробно описан в главе 3. Перечислим здесь кратко, какие основные улучшения по сравнению с CERN-III позволили достичь нового уровня точности.

1. Интенсивность протонного пучка AGS на два порядка превышала интенсивность пучка в CERN-III.
2. В E821 в кольцо инжектировались поляризованные мюоны, что значительно (приблизительно в 300 раз) улучшило эффективность производства мюонов и уменьшило фон во время инжекции. Мюонная инжекция потребовала добавления нового элемента в накопительное кольцо — мюонного кикера.
3. Основное магнитное поле в E821 создавалось сверхпроводящим магнитом, что позволило добиться высокой стабильности поля. Специально спроектированная конструкция магнита позволила добиться однородности порядка 1 ppm, на порядок лучше, чем в CERN-III.
4. Электроника калориметров, установленных для регистрации распадающих электронов, позволяла оцифровывать форму сигналов и энерговыделение в калориметре. Это позволило существенно снизить систематические ошибки, связанные с зависимостью эффективности реги-

страции от загрузки и с наложением сигналов от нескольких электронов.

В ходе серии измерений [21; 59—63] удалось достичь точности измерения 0.54 ppm : $a_\mu(E821) = (11659208.9 \pm 6.3) \cdot 10^{-10}$, в 14 раз лучше, чем было достигнуто CERN-III. Результат измерения оказался неожиданным — он был на $30 \cdot 10^{-10}$, или на ~ 3.5 стандартных отклонения, выше предсказания Стандартной модели (будет обсуждено далее). При использовании различных расчетов $a_\mu(SM)$ конкретное значение разницы слегка варьируется, однако это не изменяет общей картины: наблюдается различие между измеренным и расчетным значениями a_μ уровня 3-4 стандартных отклонений. С учетом сложности эксперимента и расчетов, такой уровень различия нельзя интерпретировать как надежно установленный факт проявления взаимодействий за рамками Стандартной модели. Однако, полученный результат вызвал огромный интерес научного сообщества и стимулировал запуск новых экспериментов, которые должны позволить увеличить статистическую значимость результата.

Сразу после окончания набора данных коллаборацией E821 было внесено предложение продолжить набор данных еще в течение 2 лет. Это позволило бы улучшить точность измерения в 1.5-2 раза — основной вклад в ошибку E821 вносила статистика данных. По финансовым соображениям это предложение не было принято и эксперимент был закончен. Сразу же после этого, в середине 2000-х годов, началась подготовка нового эксперимента E989 в Фермилаб (США) [64; 65]. В эксперименте используется схема CERN-III и E821, более того, используется то же накопительное кольцо, что и в E821 (для этого оно было перевезено из БНЛ и Фермилаб). В E989 улучшаются практически все компоненты эксперимента по сравнению с E821.

1. Сложная схема формирования мюонного пучка, использующая различные элементы ускорительного комплекса Фермилаб, позволит увеличить статистику эксперимента в 20 раз. Кроме того, в кольцо будет инжектироваться практически чистый мюонный пучок, без примеси пионов и протонов.
2. Ряд технологических улучшений позволит достичь однородности магнитного поля в кольце в ~ 3 -4 раза лучшей, чем в E821.
3. Использование сегментированных калориметров с хорошим энергетическим разрешением и электроники, позволяющей производить

непрерывную оцифровку сигнала, позволит снизить систематические ошибки измерения ω_a .

4. В трех точках кольца будут установлены трековые системы, благодаря которым можно будет детально изучать динамику мюонного пучка.

Ожидаемая точность эксперимента составляет 0.14 ppm — четырехкратное улучшение относительно E821. На сегодняшний день эксперимент приступил к набору экспериментальных данных, который должен продлиться около 2 лет.

Одновременно ведется подготовка другого эксперимента по измерению аномального магнитного момента мюона, E34 в J-PARC (Япония) [66]. В этом проекте сделана попытка уйти от схемы CERN-III — для измерения планируется использовать ультрахолодный пучок мюонов, что позволит отказаться от электростатической фокусировки и проводить измерения при значительно меньшем импульсе мюонов. Систематические ошибки измерений в Фермилаб и J-PARC будут практически независимы. Подготовка этого эксперимента пока находится на стадии разработки. На первом этапе планируется достичь точности измерения в БНЛ.

1.2 Вычисление a_μ в рамках Стандартной модели

Целью измерений a_μ является проверка Стандартной модели и поиск новых взаимодействий. Окончательной целью экспериментов является измерение разницы

$$\Delta a_\mu = a_\mu(\text{experiment}) - a_\mu(\text{theory}). \quad (1.13)$$

Описанные измерения позволяют получить только $a_\mu(\text{experiment})$. Необходимо провести теоретические расчеты с высокой точностью, чтобы получить вторую часть выражения, $a_\mu(\text{theory})$.

В Стандартной модели значимый вклад в аномальный магнитный момент мюона вносят все взаимодействия, кроме гравитационного ⁴ — электро-

⁴Совсем недавно появилась работа [67], в которой потенциальный эффект гравитационного взаимодействия оценивался в 2.5 ppm. Однако, авторы сделали ошибку при вычислении численной величины предсказанного ими эффекта, зависив его приблизительно на 3 порядка. Более того, в работах [68; 69] показано, что работа [67] является фундаментально ошибочной. В работе [70] проведено независимое вы-

магнитное, сильное и слабое:

$$a_\mu = a_\mu^{QED} + a_\mu^{had} + a_\mu^{weak}. \quad (1.14)$$

1.2.1 Вклад электромагнитных взаимодействий

Вклад электромагнитных взаимодействий (КЭД) является доминирующим — следующий по величине вклад сильных взаимодействий составляет менее 10^{-4} величины a_μ^{QED} . На сегодняшний день проведены вычисления до 5 порядка теории возмущений. Хотя точность вычисления электромагнитного вклада значительно превышает точность измерения, интересно более детально обсудить структуру этого вклада и факторы, определяющие точность. Кроме того, интересно сравнить результаты вычислений a_μ^{QED} и a_e^{QED} — в этих вычислениях фигурирует идентичный набор диаграмм Фейнмана, однако результаты существенно отличаются, т.к. доминирующий вклад вносят различные типы диаграмм.

Вклад электромагнитных взаимодействий удобно разложить следующим образом [71]:

$$a_\mu^{QED} = A_1 + A_2(m_\mu/m_e) + A_2(m_\mu/m_\tau) + A_3(m_\mu/m_e, m_\mu/m_\tau). \quad (1.15)$$

Здесь A_1 представляет собой универсальный вклад, одинаковый для всех лептонов. В диаграммном представлении ему соответствуют диаграммы, в которых либо нет замкнутых лептонных петель, либо в петлях присутствуют только те же лептоны, что и во внешних линиях (т.е. мюоны в случае a_μ^{QED} и электроны в случае a_e^{QED}). Остальные вклады соответствуют диаграммам с петлями, лептоны в которых отличаются от лептонов во внешних линиях. Очевидно, что вклады A_2 появляются только во втором порядке по теории возмущений, а A_3 — в третьем.

числение поправки к частоте прецессии спина и получена оценка относительного изменения $\sim 2 \cdot 10^{-21}$, что подтверждает пренебрежимую малость влияния гравитационных взаимодействий.

Каждый из вкладов A_i может быть представлен в виде разложения по α :

$$A_i = A_i^{(2)} \left(\frac{\alpha}{\pi}\right) + A_i^{(4)} \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + A_i^{(6)} \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 + A_i^{(8)} \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^4 + A_i^{(10)} \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^5 + \dots \quad (1.16)$$

Удобно также представить конечный результат в виде разложения по α :

$$a_\mu^{QED} = C_1 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right) + C_2 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + C_3 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 + C_4 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^4 + C_5 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^5 + \dots, \quad (1.17)$$

где в коэффициентах C_i просуммированы соответствующие вклады $A_1^{(2i)}$, $A_2^{(2i)}$ и $A_3^{(2i)}$.

В первом порядке теории возмущений (рисунок 1.1) присутствует только универсальный вклад:

$$C_1 = A_1^{(2)} = 1/2. \quad (1.18)$$

Этот результат впервые был получен Ю.Швингером [51] в 1948 году.

Во втором порядке электромагнитный вклад описывается 9 диаграммами (рисунок 1.7). Диаграммы с 1 по 7 являются универсальными, соответствующий вклад A_1 был получен в 1957 году [72; 73]. Приближенное выражение для вклада электронной поляризации вакуума (диаграмма 8) было получено в 1957 году [74; 75]. Точное выражение было получено только через 10 лет, в 1966 году [76]. Значительно позже была найдена компактная форма этого выражения [77]. Окончательно, во втором порядке теории возмущений (см., например [78]):

$$\begin{aligned} A_1^{(4)} &= -0.328\,478\,965\,579\,193\,78\dots \\ A_2^{(4)}(m_\mu/m_e) &= 1.094\,258\,3111\,(84) \\ A_2^{(4)}(m_\mu/m_\tau) &= 0.000\,078\,064\,(25) \\ C_2 &= 0.765857410(27). \end{aligned} \quad (1.19)$$

Отметим две важные особенности этих результатов. Во-первых, у $A_2^{(4)}$ приведена погрешность, в то время как $A_1^{(2,4)}$ вычислены точно. Это связано с тем, что $A_2^{(4)}$ зависят от внешних параметров m_μ/m_e и m_μ/m_τ , которые известны с определенной точностью.

Во-вторых, эти результаты наглядно иллюстрируют особенность поведения лептонной поляризации вакуума на разных масштабах. В случае, когда

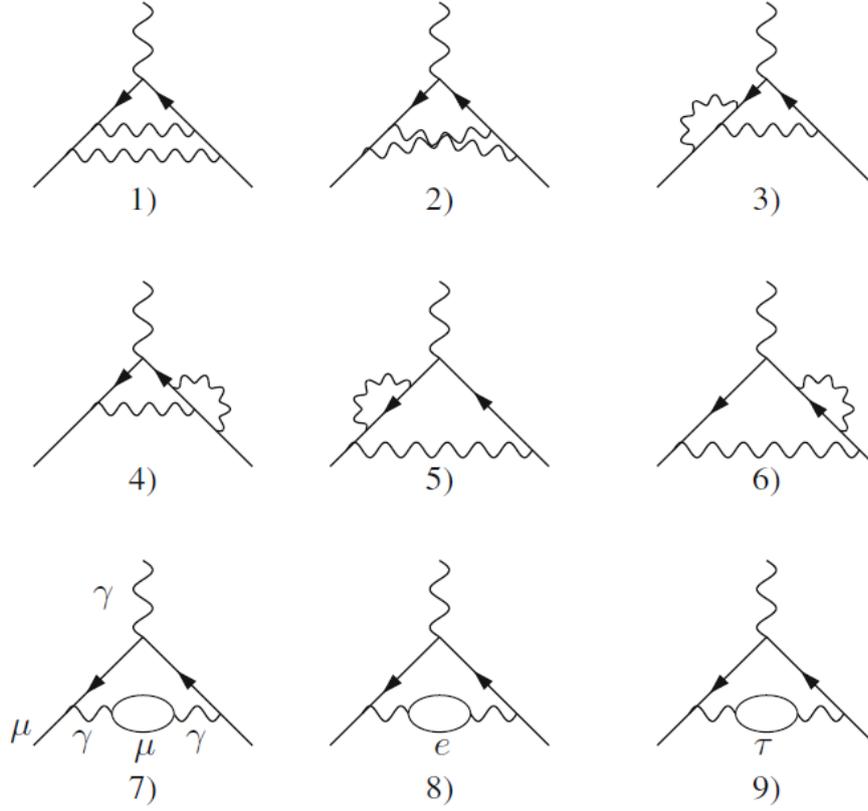


Рисунок 1.7 — Электромагнитные вклады второго порядка в a_μ .

масса лептона в петле значительно меньше массы лептона во внешних линиях (электронные петли при расчете a_μ), однопетлевой вклад пропорционален большому логарифму $\ln m_\mu/m_e \approx 5.3$, т.е. значительно усилен. В противоположном случае, когда масса лептона в петле значительно больше массы лептона во внешних линиях (тау-лептонные петли при расчете a_μ), однопетлевой вклад пропорционален $(m_\mu/m_\tau)^2 \approx 0.0036$, т.е. значительно подавлен. Поэтому в случае расчета аномального магнитного момента электрона результат практически полностью определяется универсальными вкладками A_1 , а в случае мюона значительный вклад вносят электронные петли.

Приведем результаты аналогичных расчетов a_e во втором порядке теории возмущений [78]:

$$\begin{aligned}
 A_1^{(e,4)} &= -0.328\,478\,965\,579\,193\,78\dots \\
 A_2^{(e,4)}(m_e/m_\mu) &= 5.197\,386\,70\,(28) \times 10^{-7} \\
 A_2^{(e,4)}(m_e/m_\tau) &= 1.837\,62\,(60) \times 10^{-9} \\
 C_2^e &= -0.328\,478\,444\,002\,90\,(60).
 \end{aligned} \tag{1.20}$$

Если в первом порядке $C_1^\mu = C_1^e$, то во втором порядке C_2^μ и C_2^e значительно отличаются и точность вычисления C_2^e значительно выше из-за подавленности вкладов, зависящих от отношения масс лептонов.

В третьем порядке электромагнитный вклад описывается более чем 100 диаграммами. Универсальный вклад описывается 72 диаграммами, показанными на рисунке 1.8. Расчет этих диаграмм численными методами был закончен к началу 1990-х годов [79]. Аналитическое вычисление заняло около 30 лет и окончательный результат был получен в 1996 году [80].

Вклады, зависящие от отношения масс лептонов, описываются теми же диаграммами, в которых один из лептонов во внутренних петлях заменяется на электрон или тау-лептон. Эти вклады можно разбить на две группы: поляризационные (диаграммы 7-22, рисунок 1.8), в которых в одной из фотонных линий вставлена лептонная петля, и вклады “свет-на-свете” (диаграммы 1-6, рисунок 1.8). Аналитическое выражение для первой группы было получено в [81], для второй группы в [82]. Впервые появившиеся в третьем порядке вклады “свет-на-свете” с электронной петлей являются доминирующими, так как они содержат члены $\sim \pi^2 \ln(m_\mu/m_e)$: суммарный вклад поляризационных вкладов с электронными петлями равен $A_2^{(pol,6)}(m_\mu/m_e) = 1.920\,455\,130$ (33), а вкладов “свет-на-свете” $A_2^{(tbl,6)}(m_\mu/m_e) = 20.947\,924\,89$ (16).

В третьем порядке впервые появились вклады типа A_3 , в которых одновременно присутствуют и электронные, и тау-лептонные петли (диаграмма 22). Аналитическое выражение для вклада A_3 было получено в 1999 году [83] и позже независимо подтверждено [84].

Объединяя все вклады, в третьем порядке теории возмущений [78]:

$$\begin{aligned}
A_1^{(6)} &= 1.181\,241\,456\,587\dots \\
A_2^{(6)}(m_\mu/m_e) &= 22.868\,380\,02 \quad (20) \\
A_2^{(6)}(m_\mu/m_\tau) &= 0.000\,360\,51 \quad (21) \\
A_3^{(6)}(m_\mu/m_e, m_\mu/m_\tau) &= 0.000\,527\,66 \quad (17) \\
C_3 &= 24.050\,509\,64 \quad (43).
\end{aligned} \tag{1.21}$$

В четвертом порядке теории возмущений общее число диаграмм превышает 1000. Количество и сложность диаграмм не позволяют провести их аналитическое вычисление. Начиная с четвертого порядка, основным методом

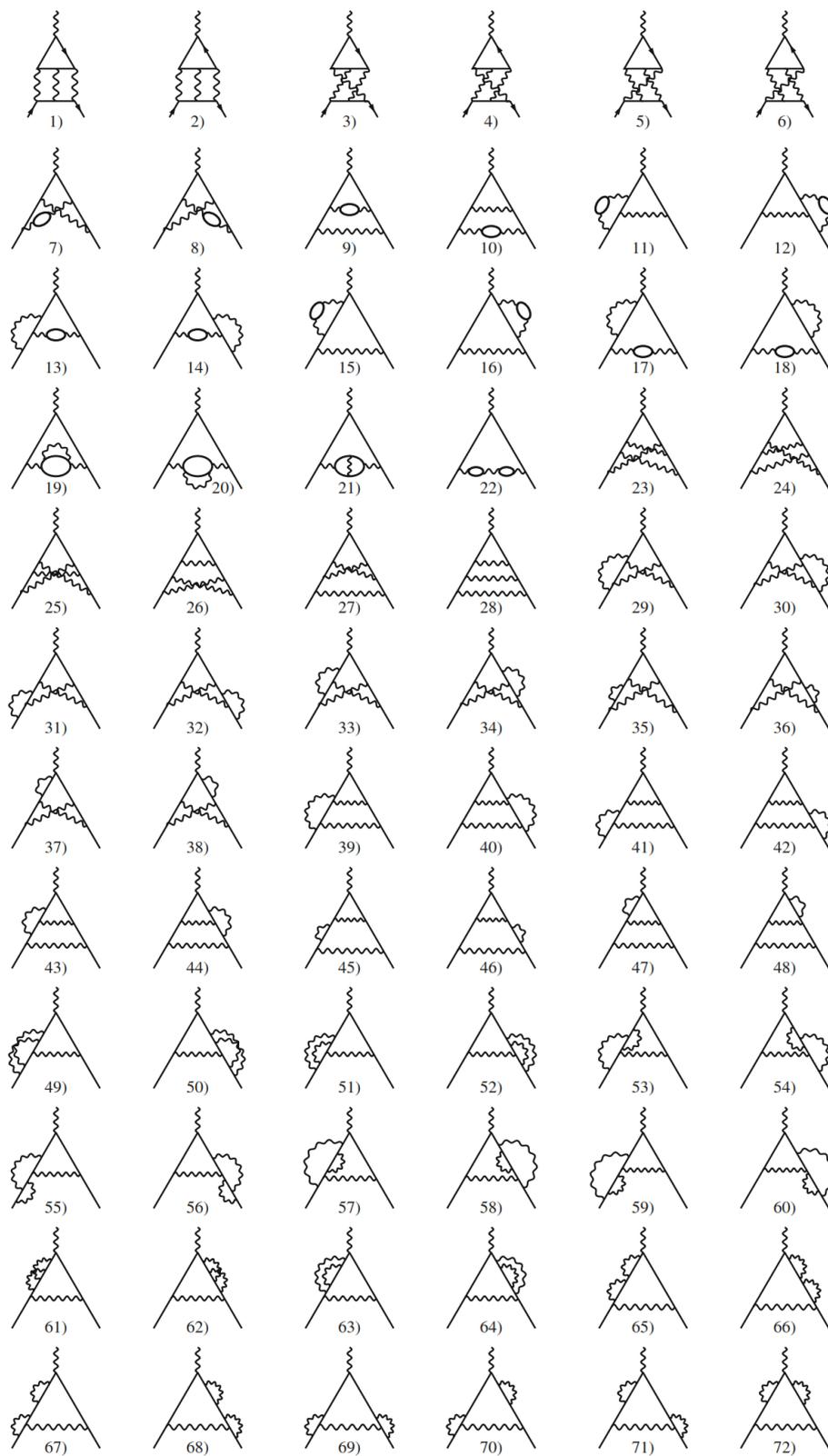


Рисунок 1.8 — Электромагнитные вклады третьего порядка в a_μ .

вычисления становится численное интегрирование, предложенное и доведенное до совершенства в течение многих лет Т. Киношита и его коллегами [79].

Универсальный вклад в четвертом порядке описывается 891 диаграммой. Численное интегрирование этих диаграмм было закончено к 1990 году [85—89] и было впоследствии уточнено [8; 9; 90—92]. Часть диаграмм была вычислена аналитически [93]. В 2017 году был опубликован результат полуаналитического расчета универсального вклада [94], занявшего около 20 лет. В этом подходе вычисление 891 диаграмм сводилось к вычислению 334 мастер-интегралов, которые вычислялись численно с очень высокой точностью (9600 знаков). Зная, через какие иррациональные числа (например, $\ln 2$, $\zeta(n)$, гармонические полилогарифмы и т.д.) могут выражаться эти интегралы, с помощью алгоритма PSQL [95] подбирались рациональные коэффициенты перед соответствующими членами. Результат такого полуаналитического расчета:

$$A_1^{(8)} = -1.912245764926445574152647167439830054060873390658725345 \dots \quad (1.22)$$

находится в прекрасном согласии с результатом численного интегрирования (приведен ниже).

Как и в предыдущих порядках теории возмущений, основной вклад в C_4 дают диаграммы с электронными петлями, т.е. $A_2^{(8)}(m_\mu/m_e)$. Всего таких диаграмм 469. Впервые полностью этот вклад был вычислен с помощью численного интегрирования в [71]. Впоследствии в первоначальных расчетах были обнаружены ошибки, связанные с недостаточной точностью 8-байтовой вещественной арифметики (DOUBLE PRECISION в языке FORTRAN) и с недостаточной статистикой расчетов методом Монте-Карло. Развитие методики расчетов и улучшение программного кода позволили значительно улучшить точность и надежность результата [22; 96]. Часть диаграмм было вычислено аналитически [93; 97—100]. Небольшой вклад диаграмм с тау-лептонными петлями был вычислен с помощью численного интегрирования.

Объединяя все вклады, в четвертом порядке теории возмущений [22]:

$$\begin{aligned}
A_1^{(8)} &= -1.912\,98 \quad (84) \\
A_2^{(8)}(m_\mu/m_e) &= 132.6852 \quad (60) \\
A_2^{(8)}(m_\mu/m_\tau) &= 0.04234 \quad (12) \\
A_3^{(8)}(m_\mu/m_e, m_\mu/m_\tau) &= 0.06272 \quad (4) \\
C_4 &= 130.8734 \quad (60).
\end{aligned} \tag{1.23}$$

Точность вычисления определяется статистической точностью численного интегрирования методом Монте-Карло.

В пятом порядке число диаграмм составляет несколько десятков тысяч. Только универсальный вклад определяется 12672 диаграммами, и до недавнего времени существовала только оценка этого вклада. В 2012 году впервые был представлен результат численного расчета всех диаграмм, определяющих универсальный вклад [8], и этот результат был впоследствии уточнен [9]. Первоначальная оценка доминирующего вклада с электронными петлями, $A_2^{(10)}(m_\mu/m_e)$, была получена в 1990 году [71]. Были получены независимые, более точные оценки, этого вклада [101–104]. Полностью вклад пятого порядка был вычислен только в 2012 году [22]. Окончательно, в пятом порядке теории возмущений [8; 22]:

$$\begin{aligned}
A_1^{(10)} &= 7.795 \quad (336) \\
A_2^{(10)}(m_\mu/m_e) &= 742.18 \quad (87) \\
A_2^{(10)}(m_\mu/m_\tau) &= -0.068 \quad (5) \\
A_3^{(10)}(m_\mu/m_e, m_\mu/m_\tau) &= 2.011 \quad (10) \\
C_5 &= 751.917 \quad (932).
\end{aligned} \tag{1.24}$$

Как и в четвертом порядке, точность вычисления определяется статистической точностью численного интегрирования методом Монте-Карло.

Вклад шестого порядка на сегодняшний день неизвестен, однако существуют его первые оценки [22; 105], которые показывают, что величина этого вклада может превышать точность вычисления вклада 5 порядка.

Для вычисления a_μ^{QED} используя разложение (1.17), кроме коэффициентов C_i , обсужденных ранее, необходимо знать параметр разложения α/π . Интересно отметить, что наиболее точное значение постоянной тонкой струк-

туры α извлекается [9] из измерения аномального магнитного момента электрона a_e [10] в предположении, что вклад взаимодействий за рамками Стандартной модели пренебрежимо мал:

$$1/\alpha = 137.035\,999\,1570\,(29)(27)(18)(331). \quad (1.25)$$

Из приведенных четырех вкладов в точность определения α первые три соответствуют точности расчета (четвертого и пятого порядка, и вклада слабых и сильных взаимодействий), а последний, доминирующий — точности измерения a_e .

В таблице 1 сведены вместе коэффициенты разложения C_i и вклады соответствующего порядка $C_i \cdot (\alpha/\pi)^i$ в a_μ^{QED} , согласно [42]. Для сравнения приведены также аналогичные коэффициенты разложения C_i^e для a_e^{QED} . Значения коэффициентов слегка отличаются от приведенных ранее, т.к. они пересчитаны с учетом более точных значений α , m_μ/m_e и m_τ/m_e [106]. Можно заметить принципиальное отличие между a_e и a_μ : в первом случае коэффициенты разложения остаются маленькими и меняют знак, а во втором случае наблюдается быстрый рост коэффициентов с увеличением порядка разложения. Как было отмечено выше, связано это с доминированием различных диаграмм: универсального вклада в случае a_e и диаграмм с электронными петлями в случае a_μ . Несмотря на быстрый рост коэффициентов, параметр разложения α/π является достаточно маленьким, чтобы обеспечить хорошую сходимость ряда. Также интересно отметить, что наибольший абсолютный вклад в точность вычисления a_μ^{QED} вносит первый порядок: хотя коэффициент разложения C_1 известен точно, этот вклад настолько большой, что становится существенной точность определения α .

Таблица 1 — Вклады различного порядка теории возмущений в a_μ^{QED} .

Порядок	C_i^e	C_i^μ	$C_i^\mu \cdot (\alpha/\pi)^i, \times 10^{11}$
1	0.5	0.5	116 140 973.2420(260)
2	-0.328 478 444 00	0.765 857 423(16)	413 217.6270(90)
3	1.181 234 017	24.050 509 82(28)	30 141.9022(4)
4	-1.9113(18)	130.8734(60)	380.9900(170)
5	9.16(58)	751.92(93)	5.0845(63)

Окончательно, вклад электромагнитных взаимодействий в аномальный магнитный момент мюона [42]:

$$a_\mu^{QED} = 116\,584\,718.859 (.026)(.009)(.017)(.006) [.034] \times 10^{-11}, \quad (1.26)$$

где приведенные ошибки соответствуют: точности определения α , точности определения отношения масс лептонов, численной точности вычисления вкладов 4 и 5 порядков. Объединяя все вклады, окончательная точность определения a_μ^{QED} оценивается в 0.034×10^{-11} , или 0.29 ppb (миллиардных долей), что на несколько порядков лучше, чем ожидаемая точность 140 ppb измерения a_μ в Фермилаб.

1.2.2 Вклад слабых взаимодействий

Вклад слабых взаимодействий в первом порядке теории возмущений был независимо вычислен несколькими группами в 1972 году [107–110], практически сразу после доказательства перенормируемости [111; 112] недавно появившейся Стандартной модели [1; 2]. Этот вклад определяется двумя диаграммами, показанными на рисунке 1.9, которые частично сокращаются:

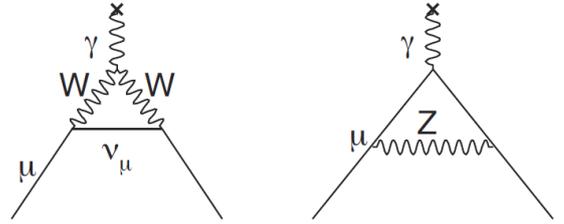


Рисунок 1.9 — Диаграммы, иллюстрирующие вклад слабых взаимодействий в a_μ в первом порядке.

$$\begin{aligned} a_\mu^{(2)EW} &= \frac{\sqrt{2}G_F m_\mu^2}{16\pi^2} \left(\frac{10}{3}(W) - \frac{5 - (1 - 4 \sin^2 \Theta_W)^2}{3}(Z) \right) \\ &= [388.71(0) (W) - 193.90(1) (Z)] \times 10^{-11} \\ &= 194.81(1) \times 10^{-11} \end{aligned} \quad (1.27)$$

Вклад диаграммы с обменом хиггсовским бозоном пренебрежимо мал из-за малости соответствующей константы связи.

На тот момент вклад слабых взаимодействий был довольно “экзотическим” — он был на два порядка меньше точности измерения a_μ . Только с началом планирования эксперимента в БНЛ появился интерес к более точному вычислению вклада слабых взаимодействий. Результат первой оценки доминирующих вкладов во втором порядке, опубликованный в 1992 году [113], был неожиданным: вклад второго порядка оказался очень значительным, более 20% величины вклада первого порядка:

$$a_\mu^{(4) EW} \approx (-42 \pm 5) \times 10^{-11} \quad (1.28)$$

из-за логарифмического усиления $\sim \ln M_Z/m_f$ отдельных диаграмм. Это можно сравнить с ожидаемым уровнем электромагнитных поправок к вкладу первого порядка:

$$a_\mu^{(4) EW, \gamma} \sim \frac{\sqrt{2}G_F m_\mu^2}{16\pi^2} \cdot \frac{\alpha}{\pi} \approx 0.27 \times 10^{-11}. \quad (1.29)$$

Полное вычисление вклада слабых взаимодействий во втором порядке теории возмущений оказалось сложной задачей, этот вклад описывается 1678 диаграммами. Особую сложность вызывает необходимость учета вклада петлевых диаграмм с легкими кварками. Во втором порядке появляются треугольные диаграммы, пример которой показан на рисунке 1.10. В работе [113] было учтено только подмножество таких диаграмм с лептонными петлями. Однако известно, что в таких диаграммах появляется аксиальная аномалия Адлера-Белла-Джакива [114–116], которая сокращается, если суммируются диаграммы со всеми фермионами одного семейства. Поэтому требуется учет треугольных диаграмм и с кварковыми петлями, которые частично ком-

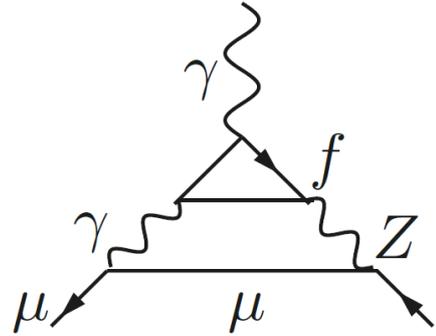


Рисунок 1.10 — Пример треугольных диаграмм, возникающих во втором порядке при вычислении вклада слабых взаимодействий.

пенсируют лептонные петли. Первая оценка суммарного вклада треугольных диаграмм с фермионными петлями была сделана в [117], а полностью этот вклад был вычислен в [118]. Вклад остальных диаграмм, без фермионных петель, был впервые вычислен в [23], что позволило получить значение полного вклада слабых взаимодействий во втором порядке. Полученный результат был впоследствии уточнен [119; 120]. Вклад слабых взаимодействий зависит от массы Хиггсовского бозона. После его обнаружения и определения его массы [121; 122], было получено окончательное на сегодняшний день значение вклада во втором порядке [24]:

$$a_{\mu}^{(4)EW} = (-41.20 \pm 0.22 \pm 0.72) \times 10^{-11}, \quad (1.30)$$

где первый вклад в ошибку связан с точностью определения m_H и m_t , а второй — с точностью вычисления адронных петель. Удивительно, что после многолетних усилий и значительного улучшения методики вычислений, окончательный результат оказался очень близок к первоначальной оценке (1.28) [113].

Оценка вклада слабых взаимодействий в третьем порядке теории возмущений была получена в логарифмическом приближении в [119; 120]:

$$a_{\mu}^{(6)EW} \approx (0.16 \pm 0.2) \times 10^{-11}. \quad (1.31)$$

Окончательно, вклад слабых взаимодействий в аномальный магнитный момент мюона [24]:

$$a_{\mu}^{EW} = (153.6 \pm 1.0) \times 10^{-11}, \quad (1.32)$$

где в приведенной ошибке учитывается точностью определения m_H и m_t , точность вычисления диаграмм с кварками и возможная величина вклада третьего порядка. Хотя точность вычисления a_{μ}^{EW} более, чем на порядок хуже точности вычисления a_{μ}^{QED} , она на порядок лучше ожидаемой точности измерения a_{μ} в Фермилаб.

1.2.3 Вклад сильных взаимодействий

Вклад сильных взаимодействий в a_μ , хотя и подавлен на 4 порядка относительно вклада электромагнитных взаимодействий, является очень значительным по сравнению с точностью эксперимента. Величина этого вклада приблизительно в 10 раз превышает точность эксперимента CERN-III и в 100 раз точность измерения a_μ в БНЛ. Поэтому важно вычислить a_μ^{had} с высокой относительной точностью $\sim 10^{-2} \div 10^{-3}$.

Основные диаграммы, определяющие a_μ^{had} , показаны на рисунке 1.11. Принято выделять во вкладе сильных взаимодействий три составляющие: вклад первого порядка (адронной поляризации вакуума) $a_\mu^{had;LO}$ (диаграмма а), вклад второго порядка $a_\mu^{had;NLO}$ (диаграммы б-г) и вклад рассеяния “свет-на-свете” (light-by-light) $a_\mu^{had;LbL}$ (диаграмма д):

$$a_\mu^{had} = a_\mu^{had;LO} + a_\mu^{had;NLO} + a_\mu^{had;LbL}. \quad (1.33)$$

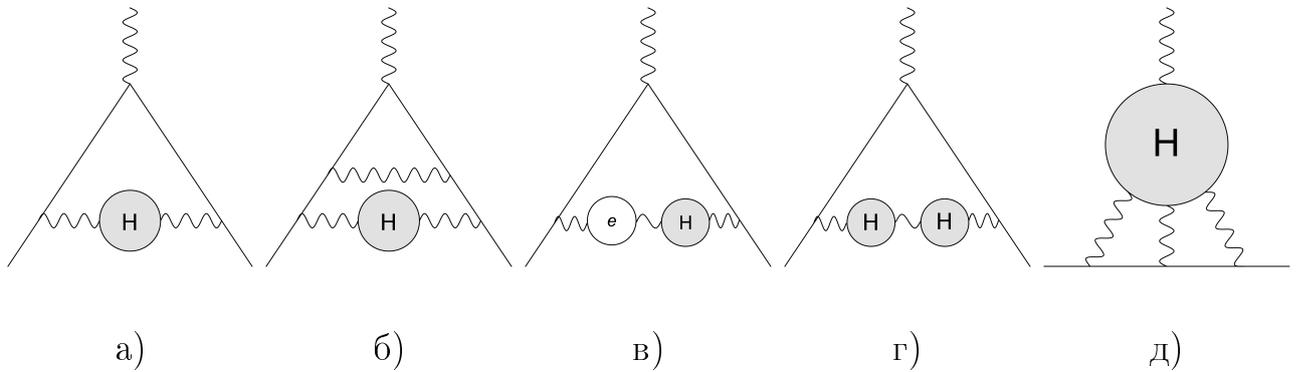


Рисунок 1.11 — Вклад сильных взаимодействий в аномальный магнитный момент мюона.

1.2.3.1 Вклад первого порядка

Благодаря малости констант связи электромагнитного и слабого взаимодействий, теория возмущений позволяет рассчитать соответствующие вклады с высокой точностью. В случае сильных взаимодействий теория возмущений

применима только при больших энергиях, где эффективная константа связи КХД становится малой. При расчете a_μ характерная величина передачи импульса порядка массы мюона, значительно ниже характерных энергий, где наблюдается асимптотическая свобода (несколько ГэВ). Поэтому методы расчета a_μ^{QED} и a_μ^{EW} неприменимы для расчета a_μ^{had} .

Способ расчета лидирующего вклада $a_\mu^{had;LO}$ (диаграмма 1.11а), основанный на использовании дисперсионных соотношений, был предложен в конце 60-х годов [25; 123—125] и он до сих пор остается единственным способом, с помощью которого можно достичь требуемой точности. В последние годы активно развивается совершенно другой метод, основанный на решеточных вычислениях КХД — его мы кратко обсудим в конце раздела.

Приведем основные шаги вывода ключевого дисперсионного интеграла, с помощью которого вычисляется $a_\mu^{had;LO}$.

Фотонный пропагатор можно представить как сумму одночастично-неприводимых блоков петлевых диаграмм, каждый из которых нельзя разделить на два независимых блока, разрезав одну фотонную линию (рисунок 1.12). Вклад каждого такого блока описывается поляризационным оператором $\Pi(q^2)$. Суммируя все вклады, можно получить следующую форму фотонного пропагатора с учетом петлевых вставок:

$$\begin{aligned} iD(q^2) &= \frac{-i}{q^2} + \frac{-i}{q^2} i\Pi(q^2) \frac{-i}{q^2} + \frac{-i}{q^2} i\Pi(q^2) \frac{-i}{q^2} i\Pi(q^2) \frac{-i}{q^2} + \dots \\ &= \frac{-i}{q^2 - \Pi(q^2)}. \end{aligned} \quad (1.34)$$

Удобно переопределить поляризационный оператор, выделив в нем q^2 :

$$iD(q^2) = \frac{-i}{q^2 (1 - \Pi'(q^2))}. \quad (1.35)$$

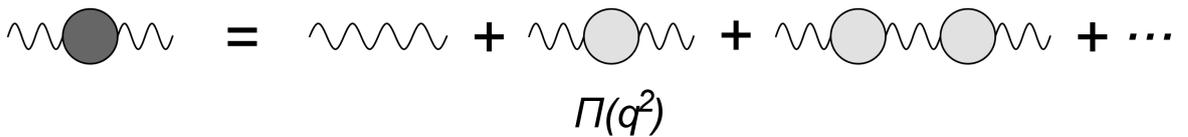


Рисунок 1.12 — Представление фотонного пропагатора в виде суммы одночастично-неприводимых блоков, каждому из которых соответствует поляризационный оператор.

Оставив только один неприводимый блок (как в диаграмме 1.11а), получим:

$$iD(q^2) = \frac{-i}{q^2} (1 + \Pi'(q^2)). \quad (1.36)$$

Аналитические свойства $\Pi(s)$, которые следуют из принципа причинности, позволяют записать дисперсионное соотношение:

$$-\frac{\Pi'(q^2)}{q^2} = \int_0^\infty \frac{ds}{s} \frac{1}{\pi} \text{Im}\Pi'(s) \frac{1}{q^2 - s}. \quad (1.37)$$

Это соотношение можно проинтерпретировать следующим образом: часть пропагатора фотона $-\Pi'(q^2)/q^2$ в (1.36), соответствующая поляризации вакуума, эквивалентна сумме вкладов массивных фотонов $m_\gamma^2 = s$ с пропагатором $1/(q^2 - s)$, проинтегрированных с весом $\text{Im}\Pi'(s)/\pi s$.

Используя интегральное представление (1.37) фотонного пропагатора, можно вычислить вклад поляризации вакуума в аномальный магнитный момент мюона как сумму вкладов от обмена массивным фотоном, проинтегрированных с соответствующим весом:

$$\begin{array}{c} \text{Diagram: Triangle with wavy top and bottom lines, and a shaded circle in the middle.} \end{array} = \int_0^\infty \frac{ds}{s} \frac{1}{\pi} \text{Im}\Pi'(s) \times \begin{array}{c} \text{Diagram: Triangle with wavy top and bottom lines, and a wavy line in the middle labeled } m^2=s. \end{array}. \quad (1.38)$$

Вклад в a_μ от диаграммы с обменом массивным фотоном $m_\gamma^2 = s$ был вычислен в [13; 126]:

$$a_\mu^{m_\gamma^2=s} = \frac{\alpha}{\pi} K_\mu(s), \quad \text{где} \quad K_\mu(s) = \int_0^1 dx \frac{x^2(1-x)}{x^2 + (s/m_\mu^2)(1-x)}. \quad (1.39)$$

Объединяя (1.38) и (1.39), получаем следующее выражение для вклада поляризации вакуума в аномальный магнитный момент мюона:

$$a_\mu^{VP} = \frac{\alpha}{\pi} \int_0^\infty \frac{ds}{s} \frac{1}{\pi} \text{Im}\Pi'(s) K_\mu(s). \quad (1.40)$$

Оптическая теорема, как следствие унитарности матрицы рассеяния, позволяет связать мнимую часть поляризационного оператора с полным сече-

$$2 \operatorname{Im} \left[\text{Diagram} \right] = \left| \text{Diagram} \right|^2$$

Рисунок 1.13 — Иллюстрация оптической теоремы.

нием рождения частиц в аннигиляции электрона и позитрона (рисунок 1.13):

$$\operatorname{Im} \Pi'(s) = \frac{\alpha s}{4\pi |\alpha(s)|^2} \sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \text{anything})(s). \quad (1.41)$$

В поляризационном операторе $\Pi'(s)$ присутствуют вклады как лептонной, так и адронной поляризации вакуума. Вклад лептонных петель уже учтен при расчете вклада электромагнитных взаимодействий. При расчете вклада сильных взаимодействий в первом порядке (диаграмма 1.11а) необходимо учитывать только адронную поляризацию вакуума. С учетом этого, получаем окончательную формулу для расчета $a_\mu^{had;LO}$:

$$a_\mu^{had;LO} = \frac{\alpha^2}{3\pi^2} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{ds}{s} R(s) K_\mu(s), \quad (1.42)$$

где $R(s)$ представляет собой нормированное полное сечение рождение адронов в аннигиляции электрона и позитрона:

$$R(s) = \sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \text{адроны})(s) \left/ \frac{4\pi |\alpha(s)|^2}{3s} \right. \quad (1.43)$$

Часто используют другие эквивалентные записи $R(s)$:

$$R(s) = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{адроны})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}, \quad \sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{4\pi |\alpha(s)|^2}{3s}, \quad (1.44)$$

или

$$R(s) = \frac{\sigma^0(e^+e^- \rightarrow \text{адроны})}{\sigma^0(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}, \quad \sigma^0(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{4\pi\alpha^2}{3s}. \quad (1.45)$$

Выражение (1.42) можно записать в форме

$$a_\mu^{had;LO} = \left(\frac{\alpha m_\mu}{3\pi}\right)^2 \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{ds}{s^2} R(s) \hat{K}(s), \quad \hat{K}(s) = \frac{3s}{m_\mu^2} K_\mu(s), \quad (1.46)$$

где переопределенное ядро свертки $\hat{K}(s)$ является медленно меняющейся монотонной функцией, в асимптотике равной 1 (рисунок 1.14). Именно в таком виде оно чаще всего встречается в литературе.

Соотношение (1.46) дает возможность вычислить $a_\mu^{had;LO}$, зная $R(s)$. Соотношение (1.46) получено из фундаментальных предположений причинности и унитарности и поэтому может рассматриваться точным в рассматриваемом порядке теории возмущений. Однако важно аккуратно определить, как $R(s)$ связана с наблюдаемыми сечениями. Из приведенного вывода следует, что $R(s)$ соответствует всем диаграммам, в которых виртуальный фотон распадается на систему с одним или более адронами и любым количеством других частиц. Можно сделать несколько важных замечаний относительно связи $R(s)$ с наблюдаемыми сечениями.

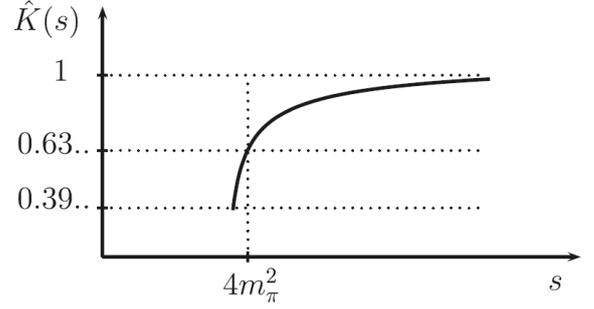


Рисунок 1.14 — Ядро $\hat{K}(s)$ в дисперсионном соотношении (1.46).

- В обоих определениях (1.44) и (1.45) используется сечение рождения мюонов $\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$ в пределе $m_\mu = 0$. В случае, если используется реальное сечение рождения мюонов, необходимо добавить в выражение член, компенсирующий изменение фазового объема.
- $R(s)$ соответствует рождению адронов через один виртуальный фотон. Процессы с обменом несколькими фотонами или с излучением фотонов начальными частицами не должны учитываться в $R(s)$, однако их невозможно полностью исключить из наблюдаемых процессов с помощью критериев отбора. Поэтому наблюдаемые сечения рождения адронов необходимо скорректировать с помощью радиационных поправок, точность вычисления которых составляет 0.1–1%. При этом процессы с излучением фотонов конечными адронами должны учитываться в $R(s)$.

- $R(s)$ соответствует одночастично-неприводимой вставке в фотонный пропагатор, поэтому рождение адронов должно идти через один виртуальный фотон, без петлевых вставок. В наблюдаемом процессе $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow$ адроны виртуальному фотону соответствует полный пропагатор с учетом поляризации вакуума. Соответственно, из наблюдаемого сечения нужно исключить вклад поляризации вакуума $|\alpha(s)/\alpha|^2$.

При измерении адронных сечений они, как правило, нормируются на сечение Баба-рассеяния $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$. В этом случае фактически используется определение (1.45). Наблюдаемое число событий нормируется на сечение Баба-рассеяния, вычисленное с учетом всех возможных поправок. Полученное сечение рождение адронов затем поправляется на эффекты, связанные с излучением реальных фотонов, и из него исключается вклад поляризации вакуума $|\alpha(s)/\alpha|^2$. Полученное “раздетое” сечение $\sigma^0(e^+e^- \rightarrow \text{адроны})$ и используется для вычисления $R(s)$. Другим возможным подходом является нормировка адронных сечений на сечение $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$. В этом случае необходимо вносить поправки, связанные с излучением реальных фотонов, однако вклад поляризации вакуума автоматически сокращается.

Зависимость $\alpha(s)$ можно получить, используя соотношение (1.35) и условия нормировки при $s \rightarrow 0$ [127]:

$$\alpha(s) = \frac{\alpha}{1 - \Delta\alpha(s)}, \quad \text{где} \quad \Delta\alpha(s) = 4\pi\alpha\text{Re}[\Pi'(s) - \Pi'(0)]. \quad (1.47)$$

Однако в этом случае необходимо учитывать как лептонный Π'_l , так и адронный Π'_h вклады в поляризационный оператор:

$$\Pi'(s) = \Pi'_l(s) + \Pi'_h(s). \quad (1.48)$$

Лептонный вклад вычисляется в рамках теории возмущений, а для вычисления адронного вклада используется дисперсионное соотношение, аналогичное (1.42):

$$\Delta\alpha_{had}(s) = \Pi'_h(s) - \Pi'_h(0) = -\frac{\alpha s}{3\pi} \int_0^\infty \frac{R(s')}{s'(s - s' - i0)} ds'. \quad (1.49)$$

Зависимость $\alpha(s)$ в области энергий до 1 ГэВ была недавно измерена [128] и было продемонстрировано согласие с моделью (1.49).

В области малых энергий экспериментальные данные являются единственным источником $R(s)$, способа вычислить эту величину из первых принципов не существует. В области высоких энергий ситуация обратная — $R(s)$ может быть вычислена в рамках пертурбативной КХД [129], и точность вычислений выше, чем точность существующих измерений. Поэтому при расчете $a_\mu^{had;LO}$ интеграл (1.46) разбивают на две части:

$$a_\mu^{had;LO} = \left(\frac{\alpha m_\mu}{3\pi}\right)^2 \int_{4m_\pi^2}^{E_{cut}^2} \frac{ds}{s^2} R_{exp}(s) \hat{K}(s) + \left(\frac{\alpha m_\mu}{3\pi}\right)^2 \int_{E_{cut}^2}^{\infty} \frac{ds}{s^2} R_{pQCD}(s) \hat{K}(s), \quad (1.50)$$

где E_{cut} — энергия, выше которой используется расчетное значение $R(s)$. Величина E_{cut} варьируется в различных вычислениях. Например, в недавнем вычислении [41] расчетное значение $R(s)$ используется в диапазонах энергии от 1.8 до 3.7 ГэВ и выше 5.0 ГэВ.

Используя описанный подход, вычисление $a_\mu^{had;LO}$ сводится к измерению сечения рождения адронов в e^+e^- аннигиляции. Прямые измерения сечения производятся на e^+e^- коллайдерах. В области относительно больших энергий, $\sqrt{s} \gtrsim (1.8 - 2)$ GeV, как правило производятся инклюзивные измерения сечения $\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})$, где в конечном состоянии может идентифицироваться любое ненулевое количество адронов (другими словами, производится прямое измерение $R(s)$). В области меньших энергий низкая множественность частиц не позволяет с высокой точностью определить эффективность регистрации — она начинает сильно отличаться для разных конечных состояний. Одновременно, в этой области энергий требуется более высокая точность измерений из-за усиления подинтегральной функции в (1.46) в области малых s . Поэтому в области энергий $\sqrt{s} \lesssim 2$ GeV основным подходом является эксклюзивное измерение сечений каждого отдельного адронного конечного состояния: $e^+e^- \rightarrow 2\pi, 3\pi, 4\pi, 2K, \dots$, а $a_\mu^{had;LO}$ вычисляется как сумма вкладов отдельных адронных конечных состояний:

$$a_\mu^{had;LO} = \sum_{X=\pi^0\gamma, \pi^+\pi^-, \dots} a_\mu^{X;LO} = \sum_X \left(\frac{m_\mu}{3\pi}\right)^2 \int \frac{ds}{s} \frac{3}{4\pi} \sigma^0(e^+e^- \rightarrow X)(s) \hat{K}(s) \quad (1.51)$$

В таблице 2 перечислены вклады в $a_\mu^{had;LO}$ от основные адронных каналов в области энергий до 1.8 ГэВ, согласно [42]. Основной вклад в $a_\mu^{had;LO}$, около 3/4, дает процесс $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, что обусловлено как большой величиной сечения благодаря $\rho(770)$ резонансу, так и усилением $1/s$ подинтегральной функции в (1.51). Следующие по величине вклады дают векторные резонансы $\omega(782)$ и $\varphi(1020)$ и процесс $e^+e^- \rightarrow 4\pi$. В целом, вклад области энергий $\sqrt{s} < 2$ ГэВ составляет около 93% от полной величины $a_\mu^{had;LO}$. Поэтому измерение эксклюзивных сечений $e^+e^- \rightarrow$ адроны в области малых энергий и, в частности, точное измерение сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ играют определяющую роль в определении $a_\mu^{had;LO}$.

Таблица 2 — Вклад в дисперсионный интеграл (1.46) от основных каналов $e^+e^- \rightarrow$ адроны в области энергий $0.318 \text{ ГэВ} \leq \sqrt{s} \leq 2 \text{ ГэВ}$. Данные взяты из [42].

Конечное состояние (X)	Вклад в интеграл (1.46), $\times 10^{10}$	Доля в $a_\mu^{had;LO}$, %
$\pi^0\gamma$	4.00 ± 0.16	0.58
$\pi^+\pi^-$	502.16 ± 2.44	73.10
$\pi^+\pi^-\pi^0$	44.32 ± 1.48	6.45
$\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$	19.69 ± 2.32	2.87
$\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$	14.80 ± 0.36	2.15
K^+K^-	21.99 ± 0.61	3.20
$K_S K_L$	13.10 ± 0.41	1.91

Первые измерения адронных сечений и определение параметров векторных резонансов ρ , ω , φ были проведены на e^+e^- коллайдерах ВЭПП-2 в Новосибирске [130] и АСО в Орсе [131–133]. На основе этих измерений была получена оценка $a_\mu^{had;LO}$ с точностью около 10% [124; 125], что соответствовало точности измерения a_μ в эксперименте CERN-III.

Подавляющее большинство e^+e^- коллайдеров, построенных в различных лабораториях мира, были предназначены для проведения экспериментов в области высоких энергий. В течение долгого времени единственным e^+e^- коллайдером, способным работать в области низких энергий, был ВЭПП-2М. На этом коллайдере, работавшем с 1975 до 2000 гг. в области энергий $\sqrt{s} < 1.4$ ГэВ, была проведена целая серия измерений адронных сечений. Первый существенный шаг по улучшению точности $a_\mu^{had;LO}$, до $\approx 2\%$, был сделан благодаря измерениям адронных сечений в экспериментах ОЛЯ, КМД [134] и НД [135] на e^+e^- коллайдере ВЭПП-2М и, в частности, сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$

[136]. Однако этого не было достаточно для достижения точности около 0.8%, соответствующей точности измерения a_μ в БНЛ. Два эксперимента КМД-2 [137] и СНД [138], начавшие набор данных в 1993 и 1996 гг. соответственно, провели цикл измерений адронных сечений в области энергий до 1.4 ГэВ (рисунок 1.15), большинство из которых по настоящее время остаются наиболее точными прямыми измерениями. В частности, в серии измерений сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ с детектором КМД-2 [28–32], подробно описанной в главе 2, была достигнута точность лучше 1%.

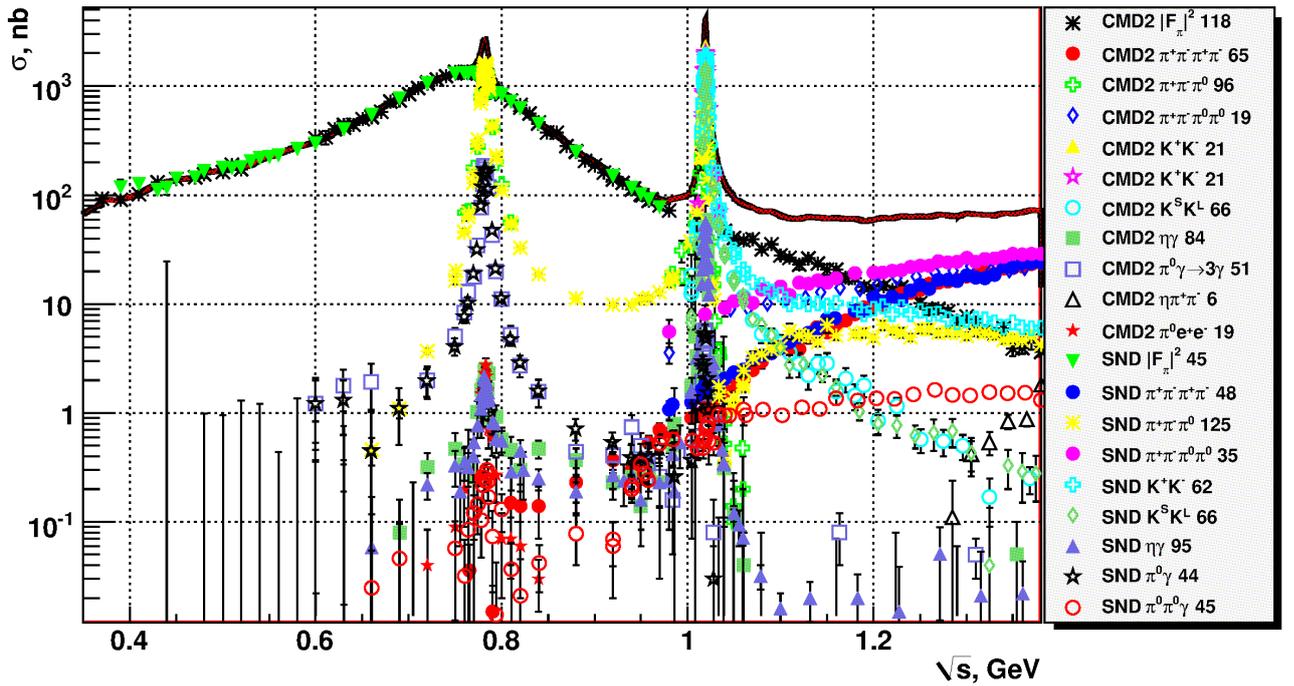


Рисунок 1.15 — Результаты измерений адронных сечений в экспериментах КМД-2 и СНД на коллайдере ВЭПП-2М.

ВЭПП-2М закончил работу в 2001 году и на его месте началось строительство e^+e^- коллайдера ВЭПП-2000 [139] с более широкой рабочей областью энергий до 2 ГэВ и на порядок более высокой светимостью. Два детектора, КМД-3 [140] и модернизированный СНД [141], начали набор экспериментальной статистики в 2010 году. Измерение сечений $e^+e^- \rightarrow$ адроны является одной из основных задач экспериментов. Результаты для некоторых конечных состояний уже опубликованы [142].

Даже с учетом измерений адронных сечений на ВЭПП-2М, точность вычисления $a_\mu^{had;LO}$ была хуже, чем планируемая (и достигнутая) точность измерения a_μ в БНЛ. Это стимулировало поиск альтернативных способов определения сечений $e^+e^- \rightarrow$ адроны помимо прямых измерений. Первый из таких

способов был основан на анализе спектра адронных распадов τ -лептона [143]. В рамках Стандартной модели вершины взаимодействия W и γ с парой кварков строго связаны между собой. В предположении изоспиновой симметрии это позволяет связать распад $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ с сечением $e^+ e^- \rightarrow \pi^+ \pi^-$ (рисунок 1.16): спектральная функция $v_{1,\pi^-\pi^0}(s)$, представляющая собой нормированное распределение инвариантной массы в распаде τ :

$$v_{1,\pi^-\pi^0}(s) = \frac{m_\tau^2}{6|V_{ud}|^2 S_{EW}} \frac{B(\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau)}{B(\tau^- \rightarrow e^- \nu_\tau \bar{\nu}_e)} \frac{dN_{\pi^-\pi^0}}{N_{\pi^-\pi^0} ds} \left[\left(1 - \frac{s}{m_\tau^2}\right)^2 \left(1 + \frac{2s}{m_\tau^2}\right) \right]^{-1}, \quad (1.52)$$

связана с изовекторной компонентой сечения $e^+ e^- \rightarrow \pi^+ \pi^-$ соотношением:

$$\sigma^{I=1}(e^+ e^- \rightarrow \pi^+ \pi^-)(s) = \frac{4\pi\alpha^2}{s} v_{1,\pi^-\pi^0}(s). \quad (1.53)$$

Фактор S_{EW} необходим для учета электрослабых радиационных поправок [144]. Первоначально, адронные сечения были известны с лучшей точностью и они использовались для предсказания спектральных функций и бранчингов адронных распадов τ [145]. Однако прецизионное измерение спектральных функций в эксперименте ALEPH [146] позволило развернуть ситуацию и использовать эти данные для уточнения адронных сечений. Впервые этот подход был применен в [147] и точность $a_\mu^{had;LO}$ была улучшена на тот момент с 2.2% (только $e^+ e^-$) до 1.3% ($e^+ e^- + \tau$). В вычислении были учтены поправки, связанные с нарушением изоспиновой симметрии: наличие изоскалярной компоненты сечения $e^+ e^- \rightarrow$ адроны, разница масс π^0 и π^\pm и излучение фотонов конечными частицами.

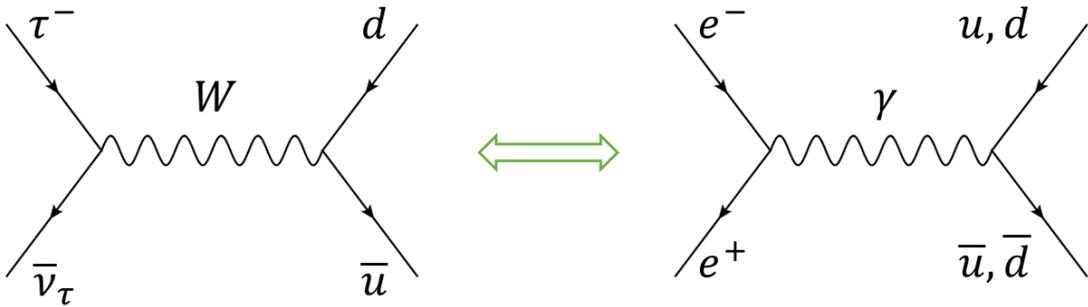


Рисунок 1.16 — Связь распада $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \nu_\tau$ с сечением $e^+ e^- \rightarrow \pi^+ \pi^-$.

С появлением более точных измерений сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ в экспериментах КМД-2 и СНД и измерений методом радиационного возврата (которые будут обсуждаться далее) стало ясно, что существует систематическая разница между прямыми измерениями адронных сечений и их предсказанием из распадов τ . В терминах $a_\mu^{had;LO}$ разница составляла 1.5–2%, что превышало точность измерения a_μ в БНЛ. С появлением новых измерений спектральных функций [148] ситуация принципиально не изменилась.

Противоречие между данными τ и e^+e^- оставалось актуальным более 10 лет, пока в работе [149] не было показано, что необходимо учесть дополнительную поправку, связанную с нарушением изоспиновой симметрии за счет $\gamma - \rho$ смешивания. Учет этой поправки полностью компенсировал систематическую разницу между τ и e^+e^- данными. Несмотря на разрешение противоречия, на сегодняшний день данные τ не используются в расчетах $a_\mu^{had;LO}$, что связано как с появлением большого количества новых измерений адронных сечений на e^+e^- коллайдерах, так и в невозможности надежного учета поправок, связанных с нарушением изоспиновой симметрии.

Еще одним новым источником адронных сечений стали измерения с помощью методики радиационного возврата (ISR, initial state radiation). Идея метода [150–152] заключается в извлечении энергетической зависимости сечения $\sigma(e^+e^- \rightarrow X)(s)$ из спектра инвариантных масс адронной системы X в процессе $e^+e^- \rightarrow X + \gamma$, где фотон γ излучается одной из начальных частиц (рисунок 1.17):

$$\frac{d\sigma(e^+e^- \rightarrow X + \gamma)(s, s')}{d\sqrt{s'}} = \frac{2\sqrt{s'}}{s} \varepsilon(s, s') W(s, x) \sigma^0(e^+e^- \rightarrow X)(s'), \quad (1.54)$$

где \sqrt{s} — энергия e^+e^- в с.ц.м., $\sqrt{s'}$ — энергия адронной системы в с.ц.м., $\varepsilon(s, \sqrt{s'})$ — эффективность регистрации. Функция-радиатор $W(s, x)$, описывающая вероятность излучения фотона, уносящего долю $x = 1 - s'/s$ начальной энергии, может быть вычислена в рамках КЭД с учетом радиационных поправок [153].

Преимуществом метода радиационного возврата является то, что набор статистики происходит при постоянной энергии \sqrt{s} пучков в коллайдере — сканирование доступной области энергии $\sqrt{s'} < \sqrt{s}$ производится автоматически за счет регистрации событий с разной энергией, унесенной излученным

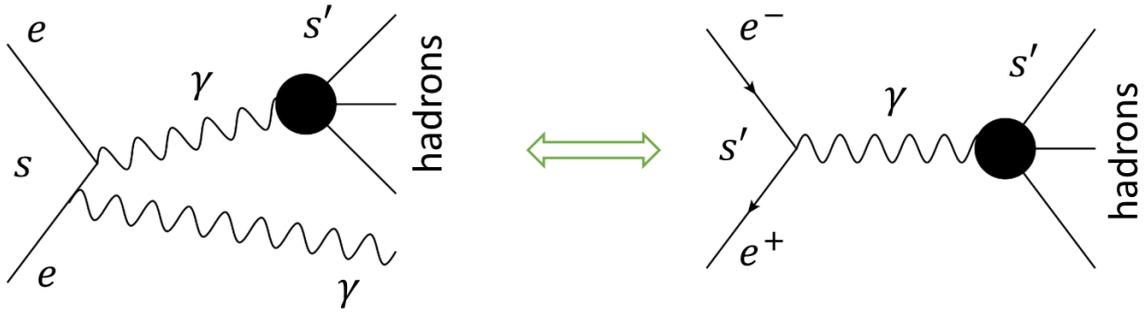


Рисунок 1.17 — Иллюстрация методики радиационного возврата.

фотоном. Недостатком метода является то, что сечение регистрации процесса $e^+e^- \rightarrow X + \gamma$ на 2-3 порядка меньше сечения процесса $e^+e^- \rightarrow X$ из-за дополнительной вершины излучения $\sim \alpha$. Измерения методом ISR стали возможны благодаря появлению новых e^+e^- коллайдеров с высокой светимостью — B -фабрик BaBar [154] и BELLE [155] и φ -фабрики KLOE [156; 157] (приведены названия соответствующих экспериментов). Дизайн этих коллайдеров не позволяет проводить сканирование широких диапазонов энергий, однако их светимость в узкой проектной области энергий около $\Upsilon(4S)$ для B -фабрик и $\varphi(1020)$ для φ -фабрики на несколько порядков превышает светимость коллайдеров предыдущего поколения.

Наиболее детальное измерение сечений методом радиационного возврата было проведено в эксперименте BaBar [158] (рисунок 1.18). С момента публикации обзора [158] было измерено еще более 10 эксклюзивных каналов, не показанных на рисунке. Были измерены все эксклюзивные каналы, ранее измеренные на ВЭПП-2М, как правило, с большей статистикой и в более широком диапазоне энергий. Кроме того, измерено большое количество мод, сечение которых становится существенным в области энергий выше 1.4 ГэВ, недоступной на ВЭПП-2М.

Доминантное сечение $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ измерено с рекордной систематической точностью 0.5% в эксперименте BaBar [35; 159]. Серия измерений сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ проведена в эксперименте KLOE [37–39]. Т.к. начальная энергия в с.ц.м. в этом эксперименте составляет около 1 ГэВ, то измерение проведено только для области энергий ниже 1 ГэВ. В эксперименте KLOE проведено сравнение трех методик измерения — с регистрацией радиационного фотона, без регистрации фотона и с нормировкой на процесс $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma$.

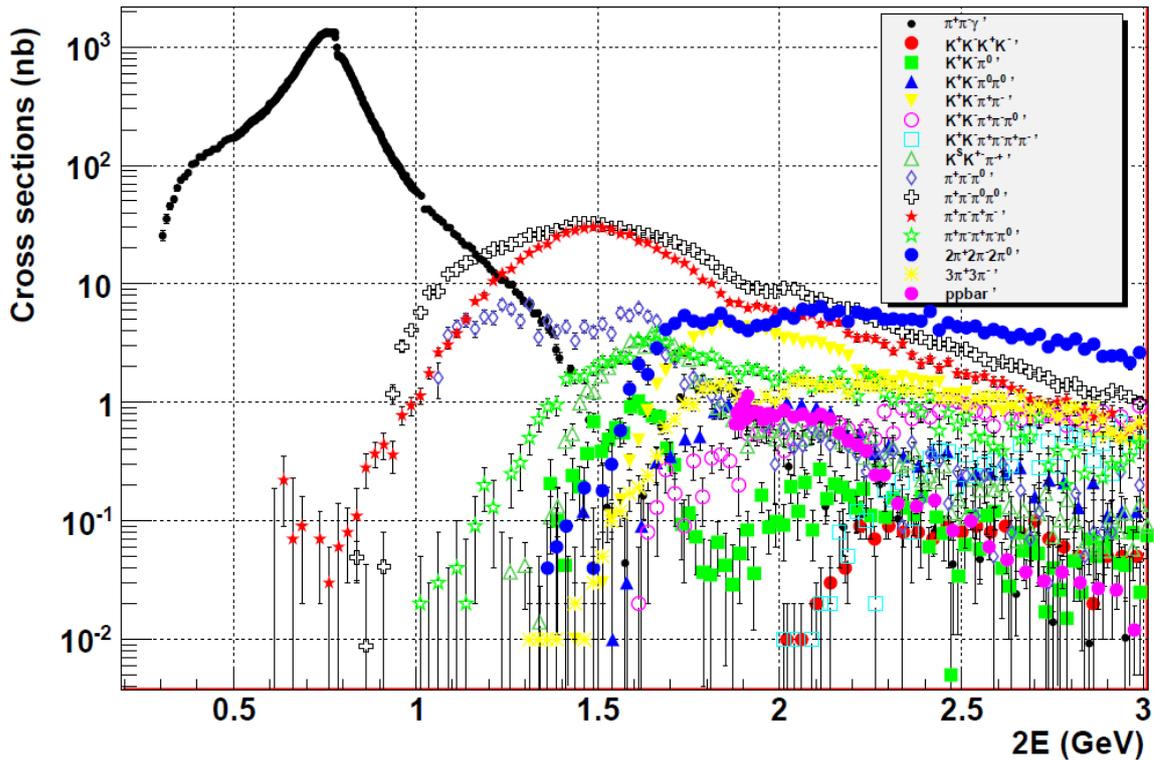


Рисунок 1.18 — Обзор результатов измерения адронных сечений методом радиационного возврата в эксперименте ВаBar. Источник — [158].

Совсем недавно было опубликовано измерение формфактора пиона методом радиационного возврата в эксперименте BES-III [40].

На сегодняшний день статистика измерений адронных сечений методом радиационного возврата значительно превышает статистику прямых измерений на ВЭПП-2М. Однако при детальном сравнении, возможном только для сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, измеренного с высокой точностью в нескольких экспериментах, оказывается, что между результатами измерений наблюдаются отличия, не согласующиеся с заявленным уровнем систематических ошибок (более подробно этот вопрос обсуждается в разделе 2.12). На сегодняшний день не ясно, связаны ли эти отличия с заниженной оценкой систематических ошибок в экспериментах или с более фундаментальными ограничениями метода радиационного возврата (например, с неправильным описанием функции-радиатора). Стоит отметить, что аналогичная функция-радиатор используется и для расчета радиационных поправок в прямых измерениях адронных сечений. Однако в прямых измерениях основной эффект определяется областью малых x , в то время как в измерениях методом радиационного возврата — областью больших x .

История вычислений $a_\mu^{had;LO}$ насчитывает несколько десятков работ, отличающихся тем, какие экспериментальных данных были использованы в вычислениях, как эти данные были объединены, в каких диапазонах энергий использовались расчеты в рамках pQCD и т.п. На рисунке 1.19 показано историческое сравнение результатов наиболее заметных вычислений. Хорошо заметны значительные улучшения точности в связи с появлением новых измерений адронных сечений: в экспериментах КМД и ОЛЯ (B85 [136]), в экспериментах КМД-2 и СНД (DEMZ03 [165]), в экспериментах ВаВаг и KLOE (DHMZ10 [167]). На сегодняшний день при вычислении $a_\mu^{had;LO}$ используются только e^+e^- данные, полученные как методом сканирования энергии (КМД-2, СНД), так и методом радиационного возврата (ВаВаг, KLOE, BES-III). Интегральная ошибка экспериментов увеличивается на фактор, учитывающий систематическое расхождение между измерениями. Интегрирование производится модельно-независимым способом (например, методом трапеций). Впервые такой подход был аккуратно применен в [160]. В более ранних работах, например MD90 [163], использовался подход, в котором адронные сечения аппроксимировались заданной функцией, которая затем использовалась при вычислении дисперсионного интеграла. Хотя такой подход позволял достичь меньшей статистической ошибки, он приводил к появлению неконтролируемой модельной ошибки.

Результаты последних оценок $a_\mu^{had;LO}$, DHMZ17 [41] и J17 [42], учитывающих весь существующий объем данных, составляют:

$$a_\mu^{had;LO}[\text{DHMZ17}] = (693.1 \pm 3.4) \times 10^{-10} \quad (0.49\%), \quad (1.55)$$

$$a_\mu^{had;LO}[\text{J17}] = (688.07 \pm 4.14) \times 10^{-10} \quad (0.60\%). \quad (1.56)$$

Несмотря на целый ряд измерений сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ с точностью лучше 1%, этот канал все еще вносит основной вклад в ошибку $a_\mu^{had;LO}$, около 0.35%–0.4%. Следующий по важности вклад в ошибку вычисления вносит канал $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$. Меньшая величина ошибки в (1.55) связана в первую очередь с учетом предварительных результатов измерения сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ методом радиационного возврата в эксперименте ВаВаг.

Важную роль в дальнейшем уменьшении ошибки определения $a_\mu^{had;LO}$ будут играть измерения адронных сечений в продолжающихся в настоящее

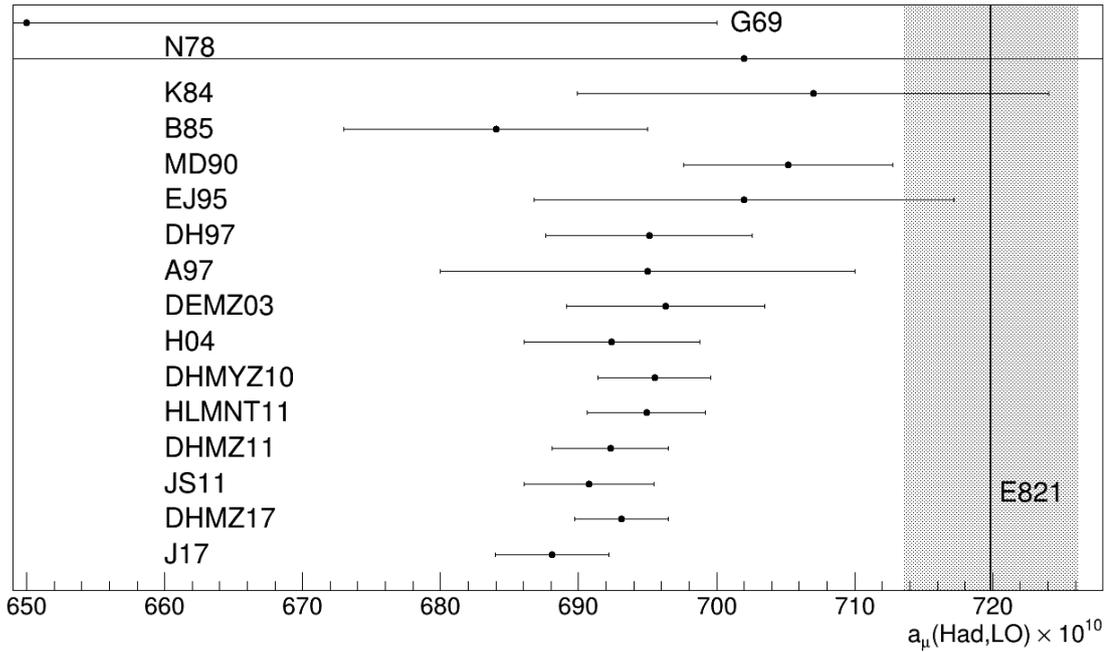


Рисунок 1.19 — История вычислений лидирующего вклада сильных взаимодействий $a_\mu^{had;LO}$. Приведены данные из [26; 27; 41; 42; 125; 136; 147; 149; 160–167]. Полосой показана разница между наиболее точным измерением a_μ и суммой всех вкладов в Стандартной модели, кроме $a_\mu^{had;LO}$.

время экспериментах КМД-3 и СНД [142]. Благодаря рекордной светимости коллайдера ВЭПП-2000, статистика в обоих экспериментах в несколько раз превысит статистику измерений методом радиационного возврата. Это позволит провести детальное сравнение прямых измерений энергетических зависимостей адронных сечений с измерениями методом радиационного возврата, что, возможно, позволит разрешить наблюдаемые расхождения. Кроме того, благодаря высокой статистике станет возможным экспериментально проверить модели, используемые при расчете радиационных поправок в прямых измерениях и при расчете функции-радиатора в измерениях методом ISR.

Благодаря резкому увеличению в последние годы мощности доступных компьютерных ресурсов появилась возможность определить $a_\mu^{had;LO}$ совершенно независимым способом — с помощью расчетов КХД на решетках. Фактически, эта методика дает возможность вычислить $a_\mu^{had;LO}$ из “первых принципов”, не привлекая экспериментальных данных. В настоящее время достигнута точность расчетов 1.5–2% [168–170] и полученные результаты не противоречат результатам расчетов, основанных на использовании дисперсионного инте-

грала. Ожидается, что еще в этом десятилетии будет достигнута точность вычислений лучше 1%.

В настоящее время $a_\mu^{had;LO}$ определяется с точностью около 0.5%. В ближайшие несколько лет ожидается значительное увеличение точности прямых измерений адронных сечений и точности расчетов на решетках. Благодаря этому появится три независимых способа вычисления $a_\mu^{had;LO}$, каждый с точностью лучше 0.5% — с использованием прямых измерений адронных сечений, с использованием измерений методом радиационного возврата и из “первых принципов” с помощью расчетов на решетках. Это позволит как улучшить точность вычисления, что необходимо в связи с новым измерением a_μ в Фермилаб, так и убедиться в надежности вычисления на этом уровне точности.

1.2.3.2 Вклад второго порядка

Вклад сильных взаимодействий в аномальный магнитный момент мюона в следующем за лидирующим порядком теории возмущений $a_\mu^{had;NLO}$ определяется диаграммами б-г на рисунке 1.11. Вклад рассеяния “свет-на-свете” (light-by-light) $a_\mu^{had;LbL}$, описываемый диаграммой д, хотя и возникает в том же порядке, рассматривается отдельно в следующем разделе.

Вклад диаграмм б-г может быть вычислен с помощью дисперсионных соотношений, при этом возникают интегралы, аналогичные (1.46) с другими ядерными функциями. Впервые оценка вклада сильных взаимодействий во втором порядке была получена в [161]. Более точные вычисления были проведены в [171]. Последующая серия вычислений [26; 147; 166] подтвердила этот результат и улучшила его точность, в основном за счет появления более точных измерений $R(s)$. Результат одного из недавних вычислений [26] составляет:

$$a_\mu^{had;NLO} = (-9.84 \pm 0.06_{exp} \pm 0.04_{rad}) \times 10^{-10}. \quad (1.57)$$

Как и в случае лидирующего вклада, точность вычисления $\sim 1\%$ в значительной мере определяется точностью измерения $R(s)$. В связи с малостью самого вклада второго порядка (около 1.5% $a_\mu^{had;LO}$), точность определения $a_\mu^{had;NLO}$ не вносит заметного вклада в общую ошибку вычисления a_μ^{had} .

Совсем недавно были получены первые оценки вкладов третьего порядка [172; 173]:

$$a_{\mu}^{had;NNLO} = (1.24 \pm 0.01) \times 10^{-10}. \quad (1.58)$$

Хотя этот вклад значительно больше, чем ожидалось бы из наивного скейлинга $a_{\mu}^{had;NLO} / a_{\mu}^{had;LO} \approx 1/70$, в целом наблюдается хорошая сходимость ряда теории возмущений.

1.2.3.3 Вклад рассеяния света на свете

Наибольшую сложность для расчета представляет вклад рассеяния света на свете $a_{\mu}^{had;LBL}$, который возникает во втором (NLO) порядке (диаграмма д на рисунке 1.11). Из опыта расчета вклада электромагнитных взаимодействий в a_{μ} известно, что такие диаграммы рассеяния света на свете могут оказаться логарифмически усиленными и давать доминирующий вклад в соответствующем порядке теории возмущений (раздел 1.2.1). Величину $a_{\mu}^{had;LBL}$ не удастся рассчитать в рамках пертурбативной КХД и не удастся связать с экспериментальными данными с помощью дисперсионных соотношений. Результат вычислений оказывается модельно-зависимым, что приводит к достаточно большей неопределенности.

Вычисление $a_{\mu}^{had;LBL}$ является очень активной и обширной областью теоретических исследований и её обсуждение выходит за рамки данного обзора. Подробно детали вычислений обсуждаются в обзорах [42; 174] и в оригинальных работах. В данном разделе кратко обсуждается текущее состояние дел.

Вычисление $a_{\mu}^{had;LBL}$ было проведено в 90-х годах независимо двумя группами: [175—177] и [178; 179]. Дальнейшее развитие методики расчета было предложено в работах [180; 181] и [182]. Авторами был найден ряд ошибок и недостатков в первоначальных вычислениях. В частности, было отмечено, что обе группы независимо получили неправильный знак при вычислении доминирующего вклада, связанного с обменом псевдоскалярными мезонами. Результат первоначальных расчетов использовался для сравнения первых результатов измерения a_{μ} в БНЛ [61] с предсказанием Стандартной модели.

После исправления знака в вычислениях различие между измеренным и предсказанным значениями уменьшилось почти в 2 раза.

Для расчета используются эффективные модели, в которых адронный блок на диаграмме д на рисунке 1.11, состоящий из кварков и глюонов, заменяется обменом различными адронами. Основной вклад в $a_\mu^{had;LBL}$ вносит обмен псевдоскалярными мезонами π^0 , η и η' , которому соответствует диаграмма а на рисунке 1.20. Кроме того, в расчетах учитываются обмены 0^{++} мезонами (a_0 , f_0 и f'_0), 1^{++} мезонами (a_1 , f_1 и f'_1), 2^{++} мезонами (a_2 , f_2) и диаграммы с пионными петлями (диаграмма б на рисунке 1.20). В области больших импульсов учитывается вклад кварковых, а не адронных, петель. Для иллюстрации величин отдельных вкладов приведем результат вычислений, полученный в [42]:

$$\begin{aligned}
a_\mu^{had;LBL} &= (9.545[6.468 + 1.487 + 1.590] \pm 1.240 + && (\pi^0, \eta, \eta') \\
&0.755[0.189 + 0.519 + 0.047] \pm 0.271 + && (a_1, f_1, f'_1) \\
&-0.598[-0.017 - 0.296 - 0.285] \pm 0.120 + && (a_0, f_0, f'_0) \\
&0.11[0.079 + 0.007 + 0.022 + 0.002] \pm 0.01 + && (f'_2, f_2, a'_2, a_2) \\
&-2.0 \pm 0.5 + && (\pi - loop) \\
&2.23 \pm 0.4 + && (quark - loop) \\
&0.3 \pm 0.2) \times 10^{-10} && (NLO) \\
&= (10.34 \pm 2.88) \times 10^{-10}.
\end{aligned} \tag{1.59}$$

Этот результат можно сравнить с так называемой “компиляцией Глазго” (*Glasgow consensus*) [183] и результатами отдельных вычислений, например JN

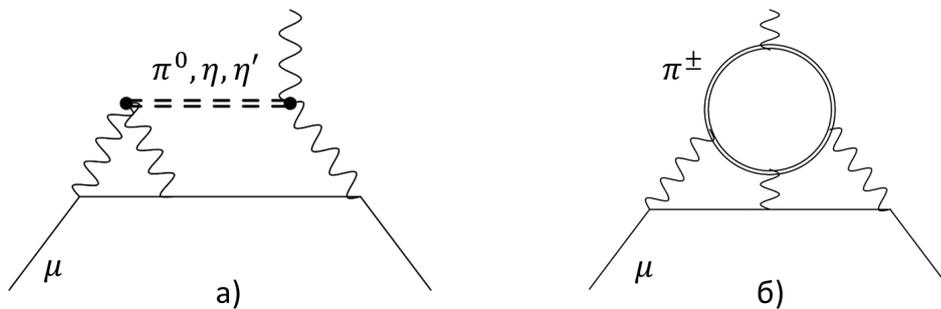


Рисунок 1.20 — Основные типы диаграмм при расчете $a_\mu^{had;LBL}$.

[184] и MV [182]:

$$a_\mu^{had;LBL}[\text{Glasgow}] = (10.5 \pm 2.6) \times 10^{-10}, \quad (1.60)$$

$$a_\mu^{had;LBL}[\text{JN}] = (11.6 \pm 4.0) \times 10^{-10}, \quad (1.61)$$

$$a_\mu^{had;LBL}[\text{MV}] = (13.6 \pm 2.5) \times 10^{-10}. \quad (1.62)$$

Недавно были получены первые оценки поправок следующего порядка к $a_\mu^{had;LBL}$ [185], которые возникают в том же порядке теории возмущений, что и $a_\mu^{had;NNLO}$:

$$a_\mu^{had;LBL-NLO} = (0.3 \pm 0.2) \times 10^{-10}. \quad (1.63)$$

Этот вклад уже был учтен в (1.59).

Основные свойства вклада рассеяния света на свете хорошо изучены. В целом, за исключением упомянутой ранее ошибки в знаке вклада псевдоскалярных мезонов, величина $a_\mu^{had;LBL}$ достаточно стабильна на протяжении всей истории вычислений. Точность вычислений определяется модельной ошибкой, поэтому для ее уменьшения необходимо более точно определить параметры соответствующих моделей.

Во всех вычислениях, основанных на эффективных моделях, ключевую роль играют адронные формфакторы. В частности, в случае обмена π^0 мезоном, переходной формфактор описывает вершину взаимодействия $\pi^0\gamma\gamma$:

$$\mathcal{M}[\pi^0(q) \rightarrow \gamma(p_1, \lambda_1) \gamma(p_2, \lambda_2)] = e^2 \epsilon^{\mu*}(p_1, \lambda_1) \epsilon^{\nu*}(p_2, \lambda_2) \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} p_1^\alpha p_2^\beta \mathcal{F}_{\pi^0*\gamma*\gamma^*}(q^2, p_1^2, p_2^2), \quad (1.64)$$

где звездочками отмечены виртуальные (не на массовой поверхности) частицы. В общем случае, когда все частицы виртуальны, $\mathcal{F}_{\pi^0*\gamma*\gamma^*}(q^2, p_1^2, p_2^2)$ не наблюдаем. Однако в отдельных кинематических областях он может быть связан с величинами, наблюдаемыми в эксперименте, что позволяет поставить граничные условия и продолжить $\mathcal{F}_{\pi^0*\gamma*\gamma^*}$ в ненаблюдаемую область. В частности, константа $\mathcal{F}_{\pi^0\gamma\gamma}(m_\pi^2, 0, 0)$ связана с шириной распада $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$, измеренной с точностью лучше 3% [186]. Другое граничное условие можно получить с помощью измерения переходного формфактора в процессе двухфотонного рождения $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\pi^0$, что соответствует измерению $\mathcal{F}_{\pi^0\gamma*\gamma}(m_\pi^2, -q^2, 0)$.

Такие измерения были проведены в экспериментах CELLO [187], CLEO [188], BaBar [189] и BELLE [190] в области $-q^2$ от 1 до 35 ГэВ². В эксперименте KLOE-2 планируется измерить переходный формфактор π^0 в области малых $-q^2$ от 0.01 до 0.1 ГэВ² [191]. Хотя подобные измерения не позволяют полностью избавиться от модельной зависимости, они позволяют существенно ограничить область возможных значений параметров используемых моделей и, соответственно, уменьшить модельную неопределенность. Оценки показывают, что можно ожидать улучшения в 2-3 раза [192].

Решеточные вычисления КХД предоставляют модельно-независимый метод определения $a_\mu^{had;LBL}$. Хотя точность решеточных вычислений еще не достигла уровня точности вычислений на основе эффективных моделей, это направление активно развивается в последние годы [193–197]. Результат одного из последних вычислений [196]

$$a_\mu^{had;LBL}(LQCD) = (5.35 \pm 1.36) \times 10^{-10}, \quad (1.65)$$

почти в два раза меньше, чем (1.60). Однако необходимо отметить, что приведена только статистическая ошибка. Оценка систематических ошибок, связанных с конечным размером решетки и другими особенностями вычислений, пока не была получена.

Другим перспективным направлением является использование решеточных вычислений для оценки отдельных вкладов в $a_\mu^{had;LBL}$. В частности, в недавних работах [198; 199] решеточные вычисления использованы для построения переходного формфактора $\pi^0 \rightarrow \gamma^* \gamma^*$ с двумя виртуальными фотонами $\mathcal{F}_{\pi^0 \gamma^* \gamma^*}(m_\pi^2, p_1^2, p_2^2)$, который затем использовался при вычислении вклада с обменом π^0 в $a_\mu^{had;LBL}$. Полученный результат

$$a_\mu^{had;LBL}(\pi^0, LQCD) = (6.50 \pm 0.83) \times 10^{-10} \quad (1.66)$$

хорошо согласуется с феноменологическими оценками (1.59).

1.2.4 Современное состояние вычислений a_μ и перспективы

Объединяя вклады электромагнитных (1.26), слабых (1.32) и сильных взаимодействий (1.55), (1.57), (1.58) и (1.59), получаем следующую оценку величины аномального магнитного момента мюона в рамках Стандартной модели:

$$a_\mu(SM) = 116\,591\,821(45) \times 10^{-11} \quad (0.39 \text{ ppm}). \quad (1.67)$$

Результат наиболее точного измерения a_μ [21] с учетом нового значения константы μ_μ/μ_p (см. обсуждение в разделе 3.6) составляет (3.18):

$$a_\mu(E821) = 116\,592\,089(63) \times 10^{-11} \quad (0.54 \text{ ppm}). \quad (1.68)$$

Разница между измеренным и расчетными значениями составляет

$$\Delta a_\mu = a_\mu(E821) - a_\mu(SM) = (268 \pm 77) \times 10^{-11} \quad (3.5\sigma). \quad (1.69)$$

Использование других расчетов вклада сильных взаимодействий приводит к несколько другим значениям $a_\mu(SM)$, но это не меняет общую картину: разница между измеренным и расчетными значениями, как правило, остается в пределах между 3.5 и 4.3 стандартных отклонений.

На рисунке 1.21 показано сравнение точности измерений a_μ , достигнутой в описанных ранее экспериментах, и величин вкладов отдельных взаимодействий. В серии экспериментов по измерению a_μ в ЦЕРН последовательно росла точность проверки величины вклада электромагнитных взаимодействий, а в эксперименте CERN-III был достигнут уровень вклада сильных взаимодействий. Точность последнего на сегодняшний день эксперимента E821 в БНЛ по измерению аномального магнитного момента мюона требует учета вклада всех известных взаимодействий.

Перспектива нового измерения a_μ в начале 90-х годов (а также a_e) подтолкнула развитие теоретических вычислений аномального магнитного момента, что привело к значительному прогрессу в этой области, в частности:

- 1) было проведено полное вычисление вклада электромагнитных взаимодействий 5 порядка,

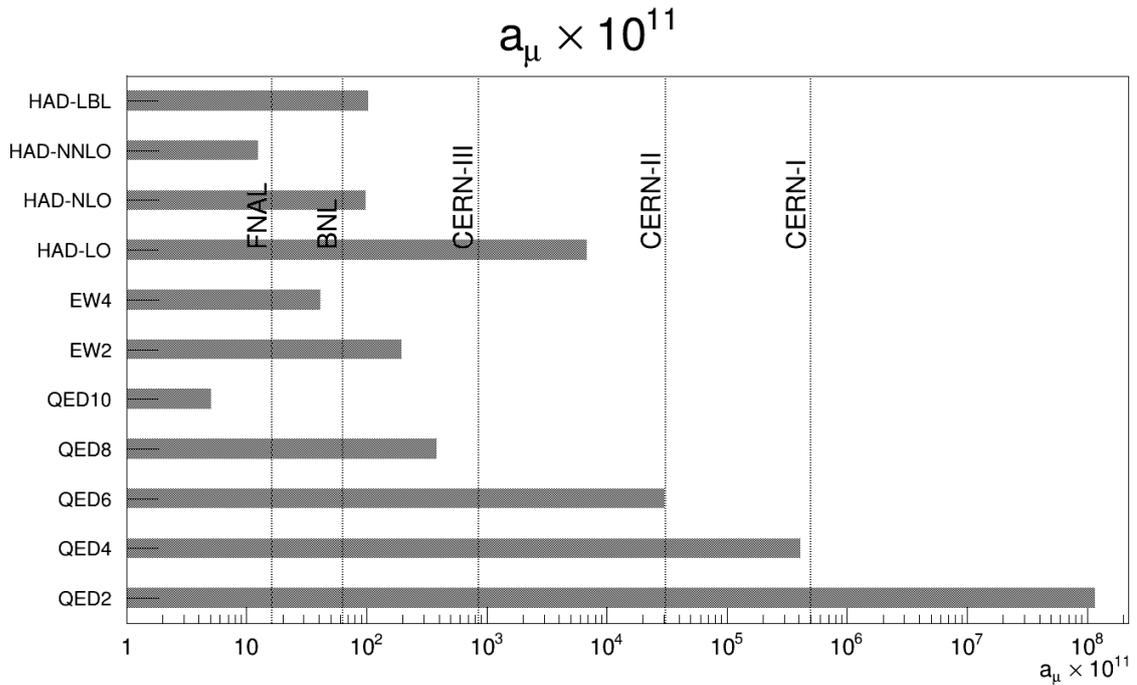


Рисунок 1.21 — Сравнение точности измерений аномального магнитного момента мюона с величиной вкладов отдельных взаимодействий в a_μ .

- 2) было проведено полное вычисление вклада слабых взаимодействий 2 порядка,
- 3) был проведен цикл прямых измерений адронных сечений на коллайдере ВЭПП-2М,
- 4) была развита новая методика измерения адронных сечений на e^+e^- фабриках — метод радиационного возврата,
- 5) методика вычисления вклада рассеяния света-на-свете вышла на принципиально новый уровень, и т.д.

Перспектива дальнейшего улучшения точности измерения аномального магнитного момента мюона в эксперименте в Фермилаб и сегодня является мощным стимулом дальнейшего развития теоретических вычислений a_μ . Планируемая точность эксперимента E989 соответствует 1/10 вклада слабых взаимодействий a_μ^{EW} , или 1/400 вклада сильных взаимодействий первого порядка $a_\mu^{had;LO}$, или 1/7 вклада рассеяния света на свете $a_\mu^{had;LBL}$. Для того, чтобы соответствовать точности измерения, точность вычислений должна достигнуть уровня 16×10^{-11} , приблизительно в три раза лучше текущего значения 45×10^{-11} (1.67). Интересно еще раз перечислить основные направления развития вычислений.

Точности вычисления вкладов электромагнитных и слабых взаимодействий, 0.034×10^{-11} и 1.0×10^{-11} , более чем достаточно для сравнения с новым измерением. Однако вклады электромагнитных взаимодействий 4 и 5 порядков, вместе составляющие около 386×10^{-11} , определены в основном с помощью численного интегрирования. Потенциально, ошибка в программном коде может привести к большим ошибкам в вычислениях, которые было бы невозможно идентифицировать. Поэтому независимое определение величин этих вкладов очень важно для повышения уверенности в надежности вычислений. Такая работа активно ведется — как обсуждалось ранее, универсальный вклад 4 порядка вычислен полностью с помощью полуаналитического метода, заметная часть диаграмм рассчитана аналитически.

Неопределенность теоретического значения a_μ определяется вкладом сильных взаимодействий. Адронная поляризация вакуума и рассеяние света на свете вносят приблизительно одинаковый вклад в неточность вычислений, несмотря на то, что величина первого вклада приблизительно на 2 порядка больше, чем второго.

Точность определения вклада адронной поляризации вакуума полностью определяется точностью измерений адронных сечений. В настоящее время продолжаются эксперименты на e^+e^- коллайдере ВЭПП-2000 с детекторами КМД-3 и СНД. Ожидается, что в ходе этих экспериментов будет проведен цикл прямых измерений адронных сечений с большой статистикой и малой систематической ошибкой. Это позволит как улучшить статистическую точность вычисления адронного вклада, так и провести детальное сравнение прямых измерений с измерениями методом радиационного возврата, которые на сегодняшний день доминируют. Одновременно активно развивается методика определения $a_\mu^{had;LO}$ с помощью решеточных вычислений КХД. Можно предположить, что в течение нескольких лет появится как минимум три независимых вычислений адронного вклада с точностью 0.3%–0.5%: по данным ВЭПП-2000, по данным измерений методом радиационного возврата и по результатам решеточных вычислений. Наличие независимых вычислений с высокой точностью позволит убедиться в надежности вычислений, а точность объединенного результата может достичь точности 0.2%–0.3%, что будет соответствовать точности измерения a_μ .

Стоит отметить еще одну возможность определения $a_\mu^{had;LO}$ — использование дисперсионных соотношений, аналогичных (1.46), но в пространственно-подобной области. Соответствующие эксперименты были предложены [200; 201] и в настоящее время прорабатывается их возможная реализация.

Наибольший прогресс в отношении вычисления вклада рассеяния света на свете ожидается благодаря решеточным вычислениям КХД. Кроме того, активно развивается и более традиционный метод, основанный на использовании эффективных моделей. Здесь улучшение точности ожидается благодаря использованию двухфотонных адронных формфакторов, которые планируется измерить в экспериментах KLOE-2 и BES-III. В целом, можно ожидать достижения 10% точности вычисления в течение нескольких лет.

Вычисление аномального магнитного момента мюона в Стандартной модели является очень активной областью исследований. В ближайшие 5 лет, в которые ожидается новое измерение a_μ в Фермилаб, можно ожидать улучшения точности теоретического вычисления в 1.5-3 раза. С учетом улучшения точности измерения, ожидаемая точность $\Delta a_\mu = a_\mu(E989) - a_\mu(SM)$ составит $(20 - 35) \times 10^{-11}$, что в 2-4 раза лучше существующей точности. При сохранении величины Δa_μ такая точность будет соответствовать подтверждению ненулевого значения Δa_μ на уровне 7 и более стандартных отклонений.

Глава 2. Измерение сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ с детектором КМД-2

2.1 Детектор КМД-2

Эксперименты с Криогенным Магнитным Детектором (КМД-2) [137] продолжались в Институте Ядерной Физики им. Г.И.Будкера с 1992 по 2001 год. Детектор был установлен в одном из двух мест встречи на накопителе со встречными электрон-позитронными пучками ВЭПП-2М. Во втором месте встречи был установлен детектор СНД [138], эксперименты с которым проводились с 1996 по 2001 год.

Общая схема ускорительного комплекса ВЭПП-2М показана на рисунке 2.1. Комплекс состоит из инжектора ИЛУ, синхробетатрона БЗМ, бустера БЭП и накопителя ВЭПП-2М. Накопитель ВЭПП-2М представляет собой жесткофокусирующее кольцо с четырьмя прямолинейными промежутками. В одном из промежутков находится ускоряющий резонатор, в противоположном — сверхпроводящий вигглер, служащий для получения большей светимости за счёт увеличения радиального фазового объёма пучка. В двух других прямолинейных промежутках установлены детекторы КМД-2 и СНД. Комплекс позволяет проводить эксперименты на встречных электрон-позитронных пучках в области энергий от 360 до 1400 МэВ в системе центра масс. Основные параметры накопителя ВЭПП-2М приведены в таблице 3.

Таблица 3 — Основные параметры накопителя ВЭПП-2М.

Энергия пучков, МэВ	180–700
Количество сгустков в пучке	1
Периметр орбиты, м	17.88
Размеры пучка в месте встречи	
вертикальный, мкм	10
радиальный, мкм	400
длина сгустка, см	2
Ток в пучке, мА	~50
Максимальное поле в поворотных магнитах, Тл	1.8
Радиус кривизны орбиты в поворотных магнитах, м	1.22

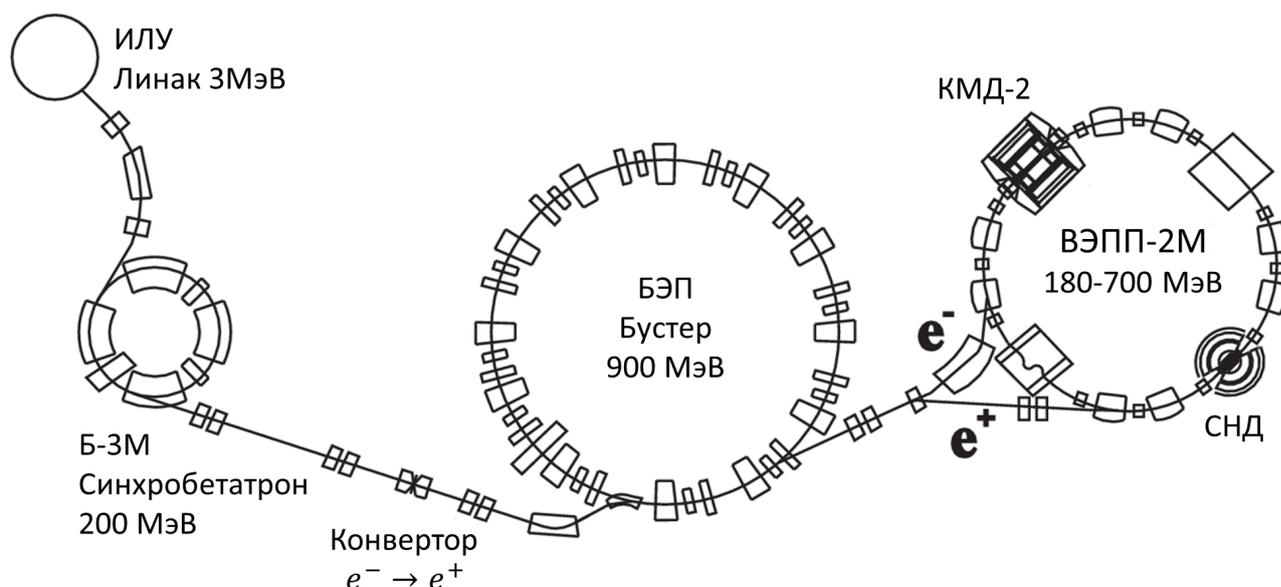


Рисунок 2.1 — Ускорительно-накопительный комплекс ВЭПП-2М.

КМД-2 (Криогенный Магнитный Детектор) [137] — это универсальный детектор, позволяющий регистрировать и измерять параметры заряженных частиц и фотонов. Схема детектора представлена на рисунке 2.2. Координаты, углы вылета и импульсы заряженных частиц измеряются координатной системой детектора, состоящей из дрейфовой (2) и Z-камер (3), расположенных в магнитном поле 10 кГс, создаваемом основным соленоидом (4) толщиной 0.38 радиационной длины. Цилиндрический (7) и торцевой (6) электромагнитные калориметры, изготовленные из сцинтилляционных кристаллов CsI и BGO, обеспечивают измерение энергии и углов фотонов, а также позволяют разделять электроны и адроны. Пробежная система (8) служит для разделения мюонов и адронов. Для уменьшения многократного рассеяния центральная часть вакуумной камеры (1) диаметром 40 мм и длиной 20 см прямолинейного промежутка в месте встречи изготовлена из бериллия толщиной 0.8 мм.

Дрейфовая камера детектора [202–205] состояла из трех суперслоев струйной структуры. Структура камеры показана на рисунке 2.3. Так как камера обладала 1:16 симметрией, показана только 1/16 камеры. Внутренний суперслой состоял из 16 ячеек с 6 сигнальными проволочками в каждой ячейке; средний и внешний суперслои состояли из 32 ячеек с 7 и 6 сигнальными проволочками соответственно. Внутренние проволочки находились на расстоянии 30 мм от оси пучков, внешние — на расстоянии 280 мм.

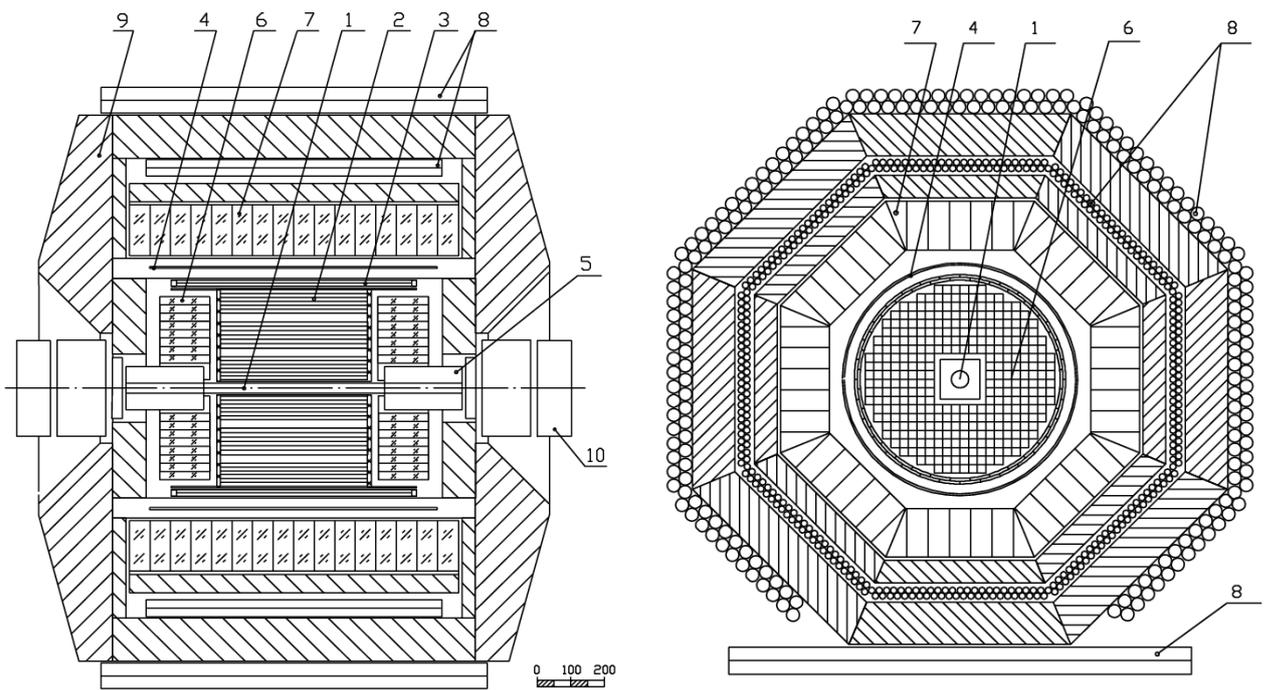


Рисунок 2.2 — Детектор КМД-2. 1 — вакуумная камера, 2 — дрейфовая камера, 3 — Z-камера, 4 — основной сверхпроводящий соленоид, 5 — компенсирующие соленоиды, 6 — торцевой (VGO) калориметр, 7 — цилиндрический (CsI) калориметр, 8 — пробегная система, 9 — ярмо магнита, 10 — квадрупольные линзы.

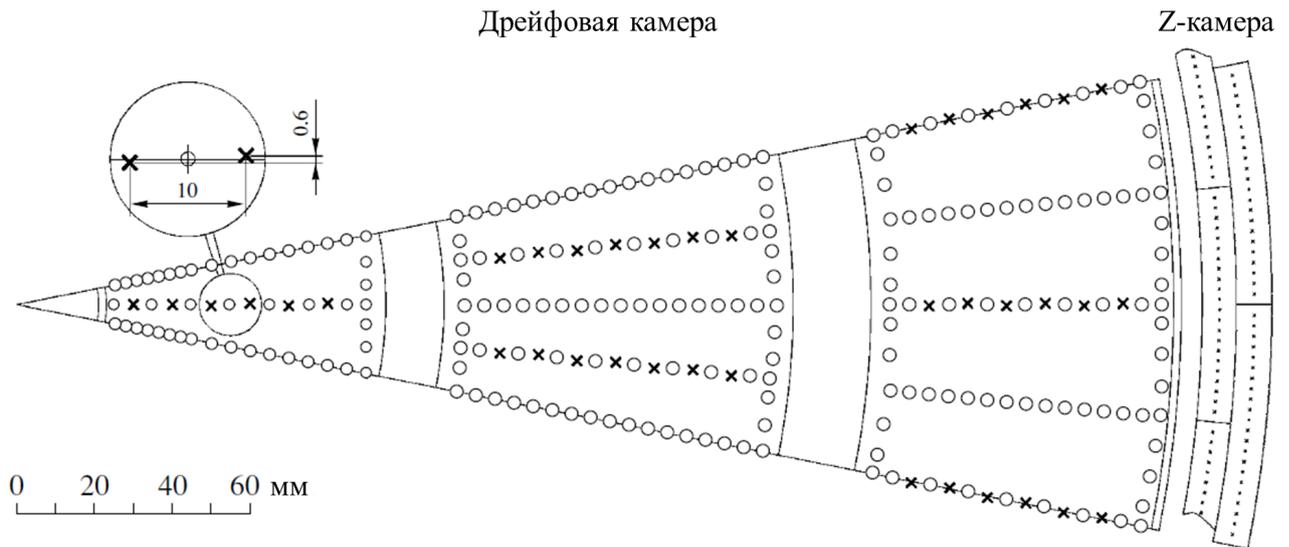


Рисунок 2.3 — Структура проволочек в дрейфовой камере и Z-камере детектора КМД-3. Показана 1/16 часть координатной системы. Полевые проволочки отмечены кружками, сигнальные — крестиками, анодные проволочки в Z-камере — точками.

Общее число сигнальных проволочек диаметром 15 мкм, сделанных из W-Re сплава и покрытых золотом, составляло 512. Для измерения координаты прохождения частицы вдоль проволочки использовался метод деления заряда. Длина чувствительной области проволочек внутри камеры составляла 44 см, удельное сопротивление — 1400 Ом/м. Для разрешения неопределенности “право-лево” при восстановлении треков сигнальные проволочки были поочередно сдвинуты на ± 300 мкм относительно средней плоскости в ячейке (см. вставку на рисунке 2.3). Точность позиционирования проволочек составляла 10 мкм.

Камера продувалась смесью аргон:изобутан в пропорции 80:20. Скорость потока соответствовала полной смене газовой смеси в объеме камеры за 12-24 часа. При рабочей напряженности поля в 1.1 кВ/см скорость дрейфа, около 4.6 см/мкс, слабо зависела от напряженности поля. Т.к. камера работала в скрещенных электрическом и магнитном полях, электроны дрейфовали под углом Лоренца, составляющим около 30° , относительно направления

электрического поля. Типичное газовое усиление в процессе работы составляло около 10^5 .

Для описанных далее измерений важно учитывать количество вещества, которое проходят частицы, рожденные при столкновении пучков. Полное количество вещества до внешнего радиуса дрейфовой камеры составляло около 0.017 радиационных длин, при этом вклад вакуумной трубы и герметизирующей трубки дрейфовой камеры вместе составлял около 0.003 радиационных длин (остальное вещество составляли проволоочки и газовая смесь, около 0.005 радиационных длин, и внешняя обечайка камеры).

Координатное разрешение дрейфовой камеры в плоскости, перпендикулярной оси пучков ($r - \varphi$) зависело от расстояния, на котором частица прошла от проволоочки, и варьировалось от 200 мкм до 500 мкм (рисунок 2.4). Кривая, описывающая зависимость, учитывает кластерный эффект, вклад диффузии и поглощение первичной ионизации в процессе дрейфа. Координатное разрешение вдоль проволоочек (z) составляло около 5 мм и варьировалось для разных слоев между 3 и 7 мм.

Импульсное разрешение дрейфовой камеры показано на рисунке 2.5. При больших импульсах разрешение практически полностью определяется координатным разрешением, при малых импульсах становится существенным вклад многократного рассеяния. Для экспериментального определения импульсного разрешения использовались события $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$, импульс частиц в которых определялся энергией сталкивающихся пучков.

Сразу за внешним радиусом дрейфовой камеры расположена Z-камера [206; 207] — двухслойная цилиндрическая многопроволочная пропорциональная камера (МППК). Два слоя камеры образованы тремя коаксиальными цилиндрами, выполненными из фольгированного медью стеклотекстолита (рисунок 2.6). Между цилиндрами, выполняющими роль катодов, вдоль оси цилиндров натянуты анодные проволоочки. Полная длина камеры составляет 800 мм.

В Z-камере сигналы считываются как с анодных проволоочек, так и с катодных полосок. Сигнал с анодных проволоочек использовался для запуска процедуры поиска трека в первичном триггере. В камере использовалась “быстрая” газовая смесь $CF_4 + 20\%iC_4H_{10}$, в которой скорость дрейфа электронов составляла около 8 см/мкс. С учетом малого размера дрейфовой ячей-

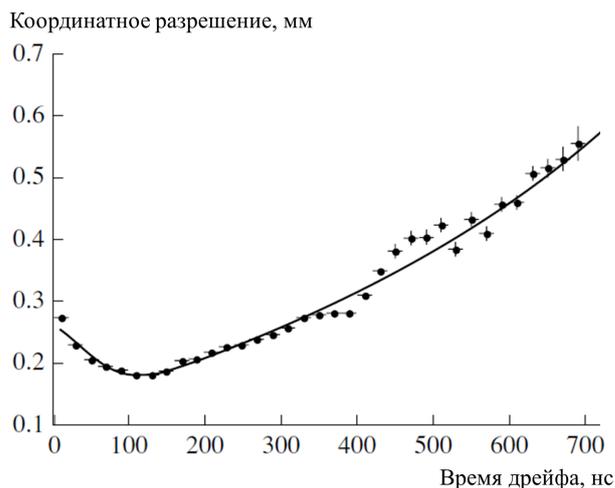


Рисунок 2.4 — Зависимость координатного разрешения дрейфовой камеры в поперечной плоскости от времени дрейфа.

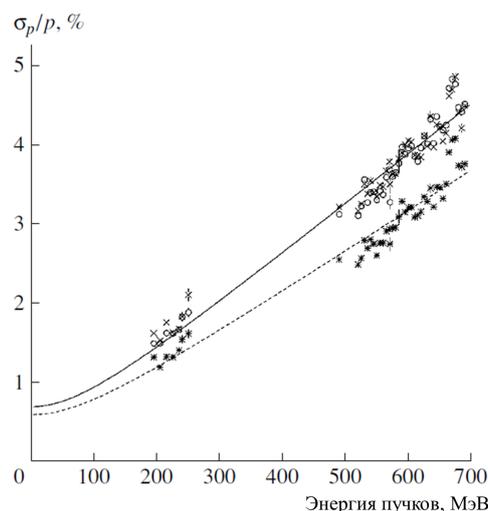


Рисунок 2.5 — Зависимость импульсного разрешения дрейфовой камеры для событий $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ от энергии пучков. Верхняя линия соответствует разрешению для индивидуальных треков, нижняя — разрешению суммы импульсов двух треков.

ки (расстояние между анодными проволочками составляло около 2.8 мм), это позволяло получить временное разрешение ≈ 5 нс (99% сигналов попадало в интервал ± 15 нс). Такого разрешения было достаточно для идентификации отдельного момента столкновения, которые происходили каждые 60 нс. В каждом из двух слоев Z-камеры было 704 анодных проволочки, объединенных по 22 проволочки в 32 сектора, каждый из которых считывается одним каналом электроники. Сектора двух слоев Z-камеры сдвинуты относительно друг друга на половину углового размера сектора ($\pi/32$). Расположение проволочек и секторов относительно ячеек дрейфовой камеры показано на рисунке 2.3.

Катодные плоскости внешнего и внутреннего цилиндров были разбиты на полоски шириной 6 мм и зазором 0.5 мм. Считывание информации с катодных полосок позволяло с высокой точностью измерять координату z (вдоль оси пучков) пересечения трека с Z-камерой. В центральной части детектора

полоски были дополнительно разбиты по ϕ на 4 части, каждая занимала $\pi/2$ окружности; в промежуточной части камеры полоски были разбиты на две части; на краю камеры полоски занимали 2π окружности. Всего в каждом слое считывалась информация с 256 независимых катодных полосок.

Для определения координаты z в каждом слое Z-камеры реконструировались кластеры последовательно сработавших полосок и вычислялся их центр тяжести. Кроме того, применялись поправки, корректирующие характерное для такого метода “притяжение” к центрам полосок. Координатное разрешение Z-камеры составляло около 0.25 мм для треков, перпендикулярных оси пучков, и около 0.7 мм для треков, вылетающих под углом 1 радиан (рисунок 2.7).

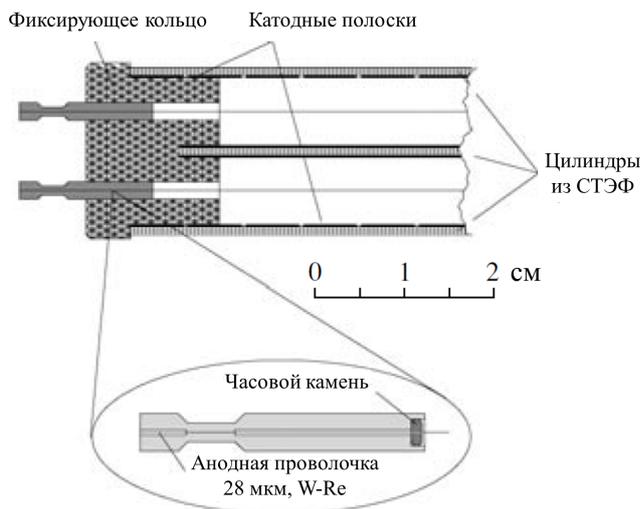


Рисунок 2.6 — Конструкция Z-камеры детектора КМД-2.

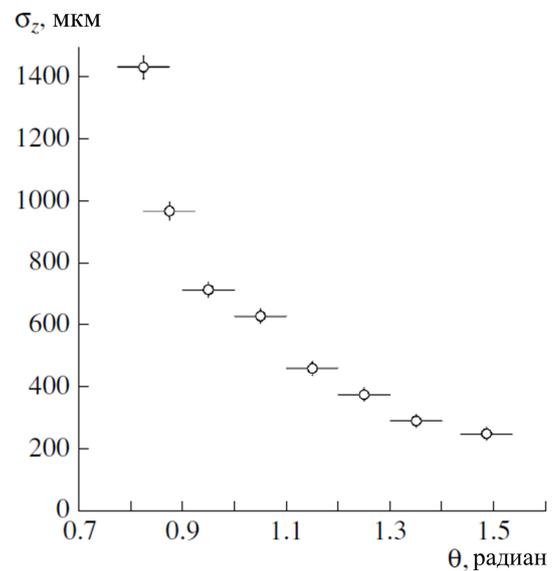


Рисунок 2.7 — Зависимость координатного разрешения Z-камеры от полярного угла вылета трека. Угол $\Theta = \pi$ соответствует вылету частицы перпендикулярно оси пучков.

Координатную систему детектора окружал электромагнитный калориметр, состоящий из двух подсистем: цилиндрического калориметра на основе кристаллов CsI и торцевого калориметра на основе кристаллов BGO. В описанных далее измерениях использовалась информация только с цилиндрического калориметра.

Цилиндрический калориметр [208] детектора КМД-2 состоял из 892 кристаллов CsI длиной 15 см и поперечным сечением $6 \times 6 \text{ см}^2$. Для перпендикулярно входящих частиц толщина калориметра составляла около 8 радиационных длин. Конструктивно, калориметр был собран из 8 октантов, каждый из которых состоял из 7 линеек по 16 кристаллов в каждой. Схема октанта показана на рисунке 2.8. Кристаллы в крайних линейках были срезаны таким образом, чтобы обеспечить плотное прилегание соседних октантов. Сигналы с кристаллов считывались с помощью ФЭУ-60 с диаметром фотокатода 14 мм. Для экранировки рассеянных магнитных полей, каждый ФЭУ был помещен в пермалловый экран толщиной 3 мм. Сигналы с ФЭУ поступают на усилители-формирователи ($\tau = 2 \text{ мкс}$), а затем по витой паре передаются на платы амплитудно-цифровых преобразователей.

Как показывает моделирование, в калориметре выделяется в среднем около 80 % энергии падающего фотона, а энергетическое и пространственное разрешения определяются флуктуациями утечек ливня и составляют $\sigma_E/E = 8 - 10 \%$ (рисунок 2.9) и $\sigma_x = 8 - 12 \text{ мм}$ соответственно в интересующем нас диапазоне энергий 100-700 МэВ. Цилиндрический калориметр покрывает область полярных углов от 0.7 до 2.44 радиан.

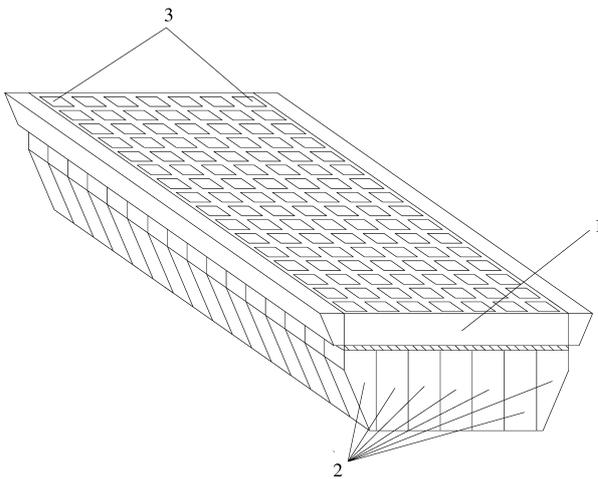


Рисунок 2.8 — Октант цилиндрического калориметра. 1 — алюминиевая плита, 2 — кристаллы, 3 — делители напряжений ФЭУ.

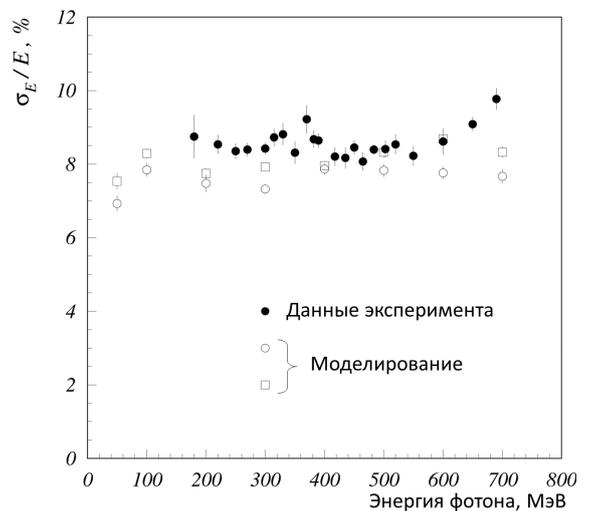


Рисунок 2.9 — Зависимость энергетического разрешения цилиндрического калориметра от энергии для процесса $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$. Жирные точки — эксперимент.

2.2 Система сбора данных детектора КМД-2

Система запуска детектора включала в себя несколько электронных блоков, формирующих независимые сигналы первичного триггера: “заряженного” триггера (TF), “нейтрального” триггера (НТ), триггера цилиндрического калориметра (NTN) и триггера торцевого калориметра (ВГО) (рисунок 2.10). Запуск оцифровки и считывания данных осуществлялся при срабатывании любого из перечисленных сигналов.

Трековый процессор (трекфайндер, TF) [209] сканирует расположение сработавших проволочек дрейфовой камеры и формирует сигнал при нахождении хотя бы одного подобия трека. Начало работы трекфайндера инициировалось сигналом срабатывания Z-камеры, стробированного сигналом ВЧ накопителя. Время анализа информации дрейфовой камеры составляло 400 нс. Частота срабатывания трекфайндера для событий фона оказалось слишком высокой для записи потока данных с запуском только от TF. Для уменьшения частоты запусков в качестве заряженного триггера использовалось совпадение сигналов TF и сигнала о наличии энерговыделения больше порогового (≈ 20 МэВ) хотя бы в одной линейке цилиндрического калориметра.

Нейтральный триггер (НТ) [210] получал на вход 56 логических сигналов о срабатывании линеек цилиндрического калориметра и определял число кластеров в $R - \varphi$ плоскости и углы между кластерами. По этим параметрам все события разбивались на классы. Сигнал нейтрального триггера НТ формировался, если полное энерговыделение в калориметре превышало порог, установленный для соответствующего класса событий. Время принятия решения нейтральным триггером составляло 960 нс с момента старта, задаваемого сигналом “ИЛИ” срабатывания всех линеек, стробированного сигналом ВЧ накопителя.

Сигнал триггера цилиндрического калориметра (NTN) формировался в случае превышения относительно высокого порога суммарных энерговыделений в двух половинках цилиндрического калориметра. Этот упрощенный вариант нейтрального триггера использовался для мониторинга работоспособности триггера.

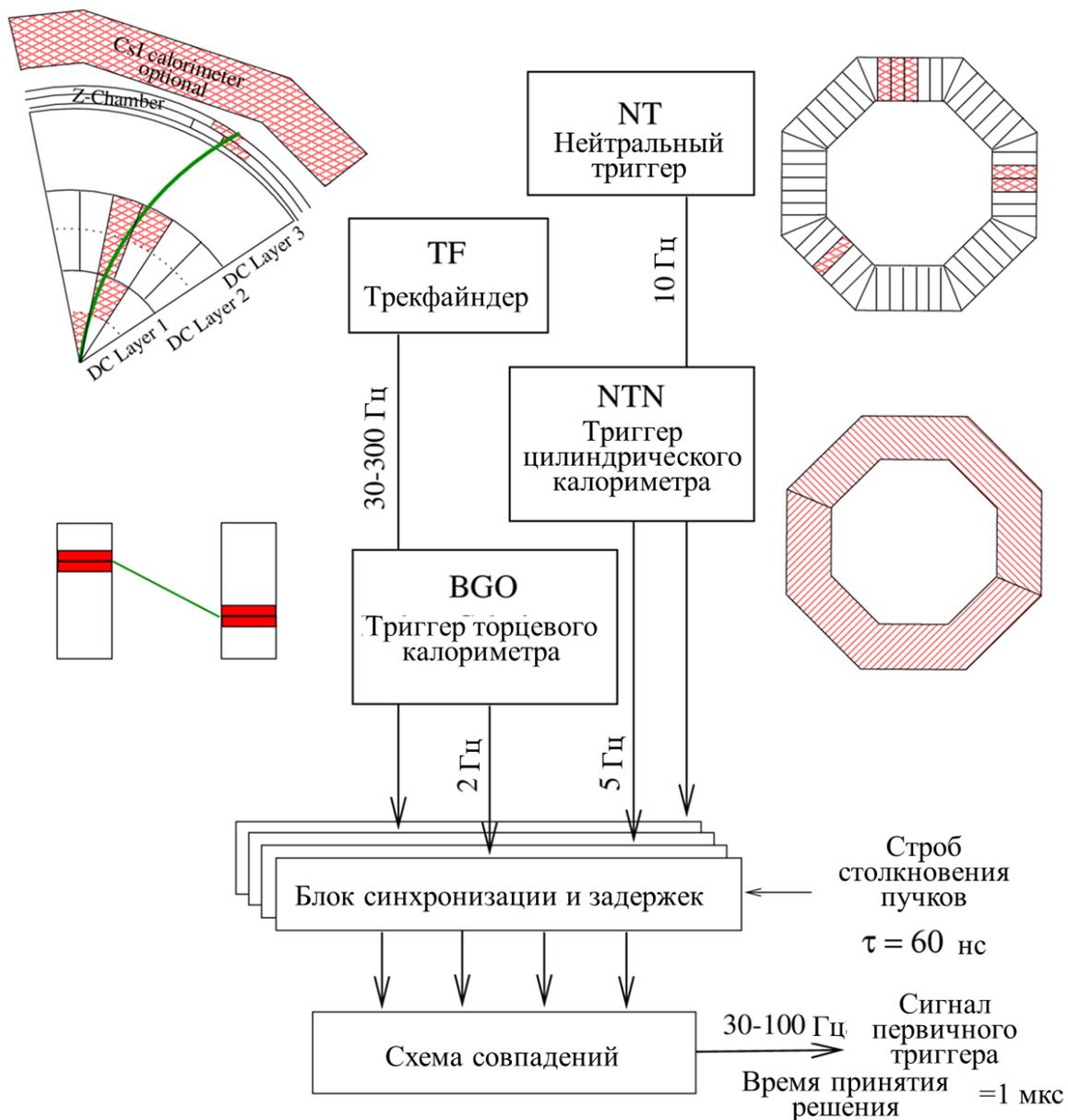


Рисунок 2.10 — Первичный триггер детектора КМД-2. Основные элементы триггера: “заряженный” триггер (TF), “нейтральный” триггер (NT), триггер цилиндрического калориметра (NTN), триггер торцевого калориметра (BGO). На картинках проиллюстрированы основные шаблоны, вызывающие срабатывание каждого триггера.

Триггер торцевого калориметра был настроен на запуск событий $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ и $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$, в которых конечные частицы регистрируются в торцевом калориметре, для оперативного измерения светимости и калибровки торцевого калориметра. Сигнал формировался при превышении суммарного энерговыделения в двух противоположных группах кристаллов, расположенных в разных торцах, заданного порога.

Общее время работы триггера составляло около 1 мкс. Характерная частота запусков детектора при светимости $(1 \div 2) \cdot 10^{30} \text{ с}^{-1}\text{см}^{-2}$ составляла $30 \div 70$ Гц. Частота полезных событий, вызванных e^+e^- взаимодействиями, составляла несколько событий в секунду, около 10 Гц было обусловлено космическими частицами, остальные запуски вызывались фоном частиц пучка, рассеянных на элементах накопителя и остаточном газе.

Оцифровывающая электроника, используемая в системе сбора данных детектора КМД-2, выполнена в стандарте КЛЮКВА [211], разработанном в Институте ядерной физики СО РАН. Данный стандарт позволяет создавать автоматизированную систему оцифровки аналоговых сигналов и подготовки данных для считывания в компьютер, при этом решены вопросы синхронизации работы запускающей, оцифровывающей и считывающей электроники.

Регистрирующая аппаратура размещается в специальных крейтах с циклом магистрали 100 нс. В крейте размещены до 16 информационных плат (производящих собственно оцифровку данных) и 4 служебных платы:

1. процессор вывода (ПВ), производящий чтение, отбор, запоминание и передачу информации, зафиксированной в информационных платах;
2. множитель служебных сигналов (РСС), осуществляющий обмен управляющими сигналами с системой управления;
3. интерфейс первичного триггера (ИПТ), поставляющий информацию для первичного триггера.

ПВ и РСС являются обязательными для работы крейта. Для хранения считанной информации в ПВ имеется два ОЗУ данных емкостью по 1К 14-разрядных слов. С учетом памяти информационных плат, ССД КЛЮКВА обеспечивает буферизацию потока глубиной в 3 события, что позволяет осуществлять разравнивание потока данных перед считыванием в ЭВМ. Управление электроникой стандарта КЛЮКВА производится с помощью нескольких служебных блоков, выполненных в стандарте КАМАК.

Основной объем сигналов с систем детектора оцифровывался с помощью следующих информационных плат:

1. плата ТП [212] — 16-канальный время-цифровой преобразователь;
2. плата Т2А [212] — 4-канальный преобразователь “время+2 амплитуды”, разработанный для обработки сигналов с дрейфовых камер с измерением Z-координаты методом деления заряда;
3. плата А32 [213] — 32-канальный амплитудно-цифровой преобразователь.

Система автоматизации включала в себя систему контроля и управления и систему сбора данных. Система сбора данных осуществляла чтение данных из крейтов КЛЮКВА, производила быстрый анализ данных и запись их на магнитную ленту. Система контроля и управления отвечала за мониторинг детектора, взаимодействие с оператором, управление работой подсистем детектора. Для управления системами детектора, управления триггером, мониторинга детектора и т.п. использовалось большое количество различных плат, выполненных в стандарте КАМАК.

Общая схема работы системы автоматизации была следующей. Задачи, составляющие систему контроля и управления, непрерывно следят за множеством датчиков, контролирующих работу систем детектора, периодически посылают текущую информацию в базу данных, осуществляют взаимодействие с оператором и т.п. Эти процессы происходят постоянно, вне зависимости от того, есть ли пучки в накопителе и производится ли набор данных. Информация о состоянии детектора, предоставляемая системой контроля и управления, накапливалась в базе данных мониторинга.

В режиме, когда детектор набирал экспериментальные данные, становилась активной цепочка задач, составляющих систему сбора данных. При появлении сигнала триггера, оцифровывающая электроника оцифровывала аналоговые сигналы, пришедшие с регистрирующих систем детектора, и запоминала данные во внутренних буферах памяти. Программы системы сбора данных считывали цифровую информацию из ОЗУ всех крейтов КЛЮКВА и формировали “сырое” событие — блок данных, содержащий результаты оцифровки сигналов со всех систем детектора для одного запуска триггера. Типичный размер сырого события составлял около 1.4 кБ. В режиме реального времени производился анализ событий, при этом часть событий могла

быть отбракована (третичный триггер). Все события, прошедшие отбор, записывались на магнитную ленту. Результаты анализа событий, а также условия набора данных периодически контролировались, и, в случае обнаружения каких-либо проблем, оператору посылался предупреждающий сигнал.

Набор данных в измерениях, описанных далее, проводился в 1994-1998 гг. В этот период система сбора данных детектора непрерывно модернизировалась, т.к. росла светимость накопителя, и, одновременно, появлялись как новое вычислительное оборудование, так и новые подходы к разработке программного обеспечения. Здесь кратко описан окончательный вариант системы сбора данных, сложившийся к 1997 году. Предыдущие варианты описаны более подробно в [214].

Общая структура системы сбора данных (ССД) детектора КМД-2 показана на рисунке 2.11. Все управление и контроль за работой систем детектора осуществлялось с сервера VXCMD (VAX server 3300 под управлением ОС VMS). К этому компьютеру были подключены все крейты стандарта КАМАК, в которых располагалась управляющая и мониторирующая электроника. Перед началом набора данных, из VXCMD осуществлялась загрузка оцифровывающей электроники и программы чтения событий в память автономного крейт-контроллера K0607A. Во время набора данных контроллер в автономном режиме вычитывал данные из крейтов КЛЮКВА и передавал их в промежуточный компьютер PC486, где данные буферизовались и происходило формирование событий. Далее события передавались по сети Ethernet на сервер VSCMD (VAX station 4000-90 под управлением ОС VMS), где происходил быстрый анализ и фильтрация данных, после чего события записывались на магнитную ленту. Часть событий отрисовывалась на графических мониторах, подключенных к VSCMD. Характерная частота запусков детектора составляла 50-100 Гц, живое время системы сбора данных без учета блокировок на время перепусков составляло около 90%.

Для разработки программного обеспечения системы сбора данных использовался программный каркас XONLINE [215], который был разработан в ИЯФ СО РАН для создания системы автоматизации детектора КЕДР. Прикладные программы, разработанные в рамках XONLINE, используют событийную архитектуру. В программе могут быть определены внутренние программные события (происходящие, например, по таймеру, или при появлении

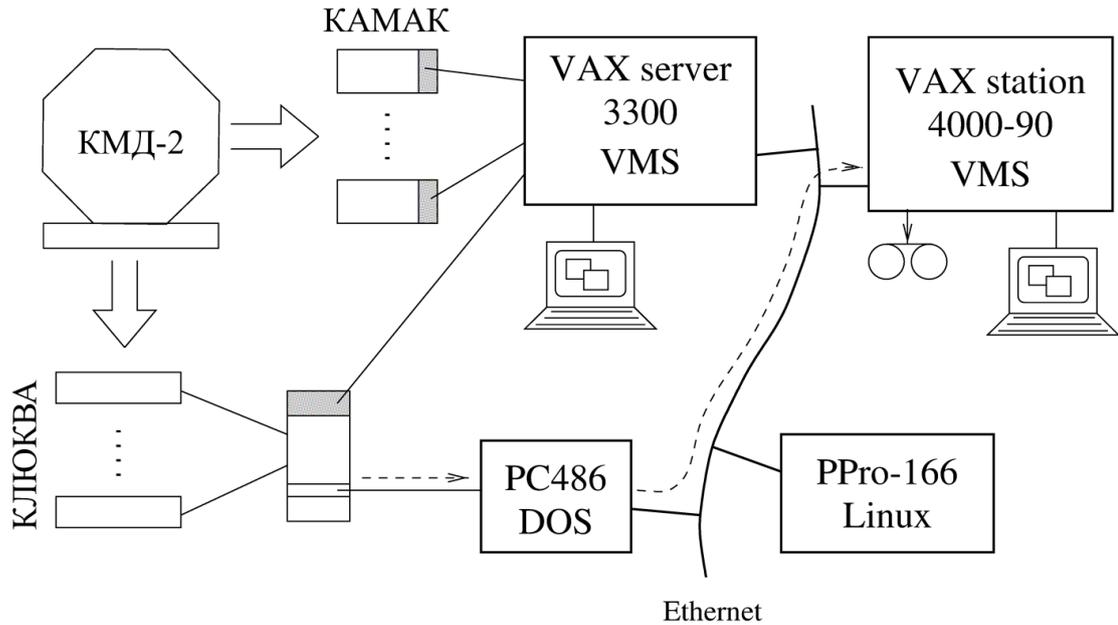


Рисунок 2.11 — Общая структура системы сбора данных детектора КМД-2.

сигнала от аппаратуры), каждому из которых соответствует подпрограмма-обработчик. Основной цикл исполнения программы состоит из циклов “появление события – обработка события”. Благодаря подобной организации, программа может иметь несколько активных потоков исполнения. Службы XONLINE позволяют управлять программными событиями в различных программах, позволяют подключаться к автономно работающим программам. Отдельная служба XONLINE позволяет организовать управление потоками данных между прикладными программами в модели “издатель-подписчик”.

Сбор данных с оцифровывающих плат осуществлялся комплексом из пяти прикладных программ, работающих на сервере VSCMD. Основная программа считывает весь поток данных, анализирует его с помощью встроенного третичного триггера и записывает данные на магнитную ленту. Ее функциями также является управление заходами. Остальные программы отвечают за мониторинг потока данных и отображение данных в режиме реального времени.

Комплекс из двух десятков программ, работающих на различных компьютерах, реализовывал следующие функции системы контроля и управления.

- Сбор текстовых сообщений со всех программ системы, отображение их оператору и сохранение на диске (протокольная система).
- Управление звуковыми сигналами оповещения оператора.
- Мониторинг датчиков, контролирующих работу отдельных систем, и запись их в базу данных мониторинга. Всего системой контролировалось порядка 500 датчиков — напряжения, потоки газов, температуры, наличие криогенных жидкостей, величина магнитного поля, частота срабатывания триггера, светимость и т.п. Программы, работающие с датчиками, обладали достаточно гибкой структурой, позволяющей легко подключать новые датчики или менять параметры существующих.
- Управление электроникой детектора — управление конфигурацией триггера, установка порогов, управление конфигурацией оцифровывающей электроники и т.п.
- Калибровка систем детектора.

Ко всем программам предоставлялся единый командный интерфейс в виде текстового меню, доступный из любого компьютера системы.

Для организации анализа данных в режиме реального времени, необходимого для реализации третичного триггера и для мониторинга потока событий, была разработана оригинальная библиотека TLT. Эта библиотека предоставляла пользователю инструменты для описания алгоритма анализа, не фиксируя собственно алгоритм. Пользователь описывал конкретный алгоритм с помощью специально разработанного языка, который потом компилировался во внутренний код и исполнялся для каждого события с детектора.

При разработке алгоритма мог использоваться большой набор predefined переменных — величин, которые характеризуют событие и могут применяться для отбора. Примерами таких переменных являлись число кластеров в калориметре, энерговыделения кластеров, количество сработавших проволочек дрейфовой камеры и т.п. Всего в TLT было predefined около 100 переменных. С программной точки зрения, каждой predefined переменной соответствовала функция-переменная, которая вызывалась исполнителем при необходимости получить значение соответствующей величины. Как правило, эти функции просто копировали соответствующие поля контейнеров данных в возвращаемую структуру.

Собственно анализ данных производят функции-анализаторы, каждая из которых реализовала отдельный шаг анализа. Например, анализатор `unpack_dc` распаковывал часть события, относящуюся к дрейфовой камере, и вычислял ряд параметров: количество сработавших проволочек, среднюю амплитуду и т.п. В процессе работы анализаторы заполняют соответствующие поля контейнеров данных. Всего функций-анализаторов было определено около 30; как правило, каждая из них связана с несколькими функциями-переменными.

Перед началом работы, библиотека читала из двух текстовых файлов алгоритм работы (программу) и параметры отдельных функций-анализаторов, компилировала программу и формировала внутренний код, который исполнялся при анализе каждого физического события. Когда во время исполнения требовалось узнать значение той или иной переменной, запускалась соответствующая функция-переменная. При этом автоматически проверялось, были ли предварительно запущены все функции-анализаторы, от которых зависит данная переменная и при необходимости они исполнялись, причем в правильном порядке и только те, которые не были исполнены при анализе данного события. Таким образом, в процессе анализа события каждая функция-анализатор исполнялась не более одного раза и только в случае, если она нужна. Результат работы функций кэшировался в рамках одного события. Такая организация позволяла автоматически достигать оптимизации исполнения.

Описанная программная схема ТЛТ позволила добиться следующих преимуществ.

1. Гибкость использования. Алгоритм обработки легко задается и изменяется. Библиотека использовалась для различных задач, в которых требовался быстрый анализ событий.
2. Оптимальность исполнения. Основное процессорное время затрачивалось функциями-анализаторами. Разработанная схема гарантировала запуск каждого анализатора только при необходимости и только один раз. Выделение каждого шага обработки в виде отдельной функции-анализатора минимизировало количество “лишних” вычислений.

3. Удобство разработки. Подобный подход к декомпозиции программного проекта значительно упрощал задачи, стоящие перед программистами. В написании функций анализаторов и переменных приняло участие несколько физиков, при этом организация совместной работы не вызвала дополнительных проблем, т.к. сама структура проекта подразумевает минимальное пересечение между отдельными задачами.
4. Удобство развития. Возможности библиотеки легко расширялись добавлением новых функций-анализаторов и переменных.

Пример алгоритма обработки данных приведен на рисунке 2.12. Язык описания алгоритма представлял собой С-подобный, декларативный, векторный язык программирования. Язык позволял оперировать со скалярными или векторными логическими, целочисленными и вещественными переменными, а также с символьными строками. В языке был определен стандартный набор арифметических и логических операций, а также ряд математических функций. Все операции, производимые между переменными, подразумевают векторную природу переменных. Так, например, результат операции сложения зависит от размерности переменных: в случае двух переменных одинаковой длины сложение будет производиться покомпонентно; в случае сложения скаляра и вектора величина скаляра будет прибавлена к каждому элементу вектора; в случае сложения двух векторов разной длины результат неопределен.

Векторная природа переменных является особенностью самих анализируемых данных. Так, например, переменная NCLCSI (количество кластеров в CsI калориметре) является скаляром; переменная ECLCSI (энерговыделение кластеров в калориметре) является вектором переменной длины (равной NCLCSI). В языке определен ряд функций, позволяющий эффективно работать с векторными данными, например, функция для получения подвектора по заданному условию (например, координаты кластеров с энерговыделением выше порогового). В языке учитывалось, что время жизни всех переменных ограничивается одним событием.

В качестве результата анализа, язык описания алгоритма позволял установить код возврата, установить бит в специальной маске события, заполнить

```

/* Initialize event counter */
global NEVENT = 0;

/* Create histograms */
book 4000 'First Level Trigger Bits ' 16 1 17;
book 4005 'TF+2*NT+4*BGO+8*NTN' 16 0 16;
book 4611 'e+e- -> e+e- energy ' 50 0 2000;
book 4612 'e+e- -> e+e- phi distribution ' 56 0 56;
bookpr 4110 'Average amplitude vs time, DC ' 100 0 600;
book2 4901 'Hitted BGO crystals' 22 0.5 22.5 22 0.5 22.5;

/* New variables definition */
TF_event = FLT[1];
Neutral_event = FLT[12] && !TF_event;
SingleTrack = NDCMAXS==1 && HDCMAXS<18 && WDCMAXS<7;
Bhabha_Ecl_Min = 300.0;
IHardCsiClusters = ITRUE(ECLCSI>300);
CsI_Bhabha = (ETOTCSI>500) && (NCLCSI>1) && (NCLCSI<4) &&
LEN(IHardCsiClusters)==2 &&
ALL(NHZACSI[IHardCsiClusters]>0);
TriggerCombination = ( FLT[1] ? 1 : 0 ) + ( FLT[12] ? 2 : 0 ) +
( FLT[5] ? 4 : 0 ) + ( FTL[10] ? 8 : 0 );

/* Mark events: */
/* Bit Event type */
/* 1 Event, triggered by trackfinder */
/* 2 Neutral event, trigger by neutral trigger only */
/* 3 e+e- -> e+e- event in CsI calorimeter */
mark ( TF_event ) in 1;
mark ( Neutral_event ) in 2;
mark ( CsI_Bhabha ) in 3;

/* Fill histograms */
fillbit 4000 by FLT;
fill 4005 by TriggerCombination;
if ( CsI_Bhabha ) {
fill 4611 by ETOTCSI;
fill 4612 by PHICLCSI[IHardCsiClusters];
}
if( SingleTrack ) fill 4110 by AWIREDC versus TWIREDC;
fill 4901 by YCRBGO versus XCRBGO;

/* Print trace information */
NEVENT = NEVENT + 1;
if( (NEVENT%1000)==0 ) print NEVENT,' events processed';

/* Specify return code /
if( !SingleTrack ) return 1; else return 0;

```

Рисунок 2.12 — Пример алгоритма обработки данных.

гистограммы (которые определялись также с помощью языка описания алгоритма), вывести информацию на печать.

В прикладных программах, которые использовали библиотеку TLT, работа с ней осуществлялась с помощью единой интерфейсной функции, которой передавалось сырое событие и которая возвращала код возврата и маску события, установленные при выполнении алгоритма. Прикладная программа использовала эти значения при дальнейшей работе с событием; например, код возврата использовался третичным триггером для принятия решения об отбрасывании события.

Важной задачей алгоритма, помимо третичного триггера, являлось заполнение мониторирующих гистограмм. В реально используемой версии алгоритма заполнялось около 100 гистограмм, характеризовавших работу всех систем детектора и подобранных с таким расчетом, чтобы в случае сбоя достаточно точно локализовать причину. По концу захода весь набор гистограмм сохранялся в файле, который впоследствии использовался в качестве своеобразного “паспорта” захода.

2.3 История набора экспериментальных данных

Эксперименты с детектором КМД-2 продолжались с 1992 по 2000 гг. За это время было проведено несколько сканирований всей доступной области энергий; кроме того, было проведено несколько сезонов с набором статистики в области энергий узких резонансов $\omega(782)$ и $\varphi(1019)$. Измерение сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ проводилось по данным, набранным в шести сеансах, перечисленных в таблице 4.

С точки зрения измерения сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, весь диапазон энергий ВЭПП-2М естественно разбивается на три интервала — от 0.36 до 0.6 ГэВ в с.ц.м. (“низкие” энергии), от 0.6 до 1.0 ГэВ (область ρ -мезона) и от 1.0 до 1.4 ГэВ (“высокие” энергии).

Для разделения электронов, мюонов и пионов используется информация с дрейфовой камеры и калориметра. В области низких энергий для разделения предпочтительней использовать информацию с дрейфовой камеры.

Таблица 4 — Сезоны по набору статистики со сканированием широких диапазонов энергий.

Номер сеанса	Дата начала и конца	Энергия в с.ц.м., ГэВ	Кол-во точек по энергии	Число событий $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$
1	январь–февраль 1994	0.81–1.02	14	35000
2	ноябрь–декабрь 1994	0.78–0.81	10	66000
3	март–июнь 1995	0.61–0.79	20	85000
4	октябрь–ноябрь 1996	0.37–0.52	10	4500
5	февраль–июнь 1997	0.98–1.32	37	75000
6	март–июнь 1998	0.36–0.97	37	1900000

В области энергий выше 0.6 ГэВ в с.ц.м. для разделения частиц привлекается информация с калориметра, поскольку разрешения дрейфовой камеры становится недостаточно для разделения частиц со столь близкими импульсами. В области высоких энергий сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ становится меньше сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$, и одновременно изменяется структура фона. Все это приводит к тому, что методика анализа данных существенно отличается для указанных трех диапазонов энергий.

Область энергий ρ -мезона была просканирована дважды - в 1994-1995 годах и в 1998 году. Особенностью первого сканирования являлось измерение энергии пучков в каждой точке методом резонансной деполяризации. Это значительно замедляло процесс набора статистики, но позволило достичь относительной точности знания энергии пучков $\Delta E/E < 10^{-4}$. Во всех остальных сканированиях энергия пучков определялась по магнитному полю в дипольных магнитах накопителя с относительной точностью $\Delta E/E < 10^{-3}$. К моменту начала второго сканирования области энергий ρ -мезона состояние дрейфовой камеры начало ухудшаться, что привело к некоторому увеличению систематических ошибок. Однако в ходе этого сканирования был набран объем статистики, в несколько раз превышающий статистику первого сканирования, что позволило уменьшить статистическую ошибку измерения.

Области низких и высоких энергий были просканированы по одному разу, в сезонах 1996 и 1997 годов соответственно. В связи со сбоями в работе детектора, данные в узкой области энергий между 0.52 и 0.61 ГэВ в с.ц.м. отсутствуют.

2.4 Отбор событий

Пример события $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, зарегистрированного детектором КМД-2, показан на рисунке 2.13. Кинематика исследуемых событий (рисунок 2.14) очень простая: в конечном состоянии две заряженные частицы летят в противоположные стороны. Такая кинематика характеризуется следующими параметрами: $\Theta_{1,2}$ — полярные углы вылета конечных частиц, отсчитываемые от оси пучков; $\phi_{1,2}$ — азимутальные углы вылета частиц; $p_{1,2}$ — импульсы конечных частиц; $E_{1,2}$ — энергосодержания конечных частиц в калориметре; ρ — расстояние от вершины взаимодействия до оси пучков; z — координата вершины взаимодействия вдоль оси, параллельной оси пучков. В анализе удобно использовать следующие производные величины: $\Delta\Theta = \Theta_1 - (\pi - \Theta_2)$ — полярный угол расколлинеарности; $\Delta\phi = \pi - |\phi_1 - \phi_2|$ — азимутальный угол расколлинеарности; $\Theta_{avr} = [\Theta_1 + (\pi - \Theta_2)]/2$ — средний полярный угол вылета двух частиц; $p_{avr} = (p_1 + p_2)/2$ — средний импульс двух частиц.

Для отбора событий использовались следующие критерии отбора.

1. В событии сработал заряженный триггер. При этом разрешено срабатывать и другим триггерам.
2. В событии найдена одна вершина, причем из этой вершины вылетают только два трека. В событии могут присутствовать дополнительные одиночные треки, не пришитые к вершине. В дальнейшем будут упоминаться только два трека, вылетевшие из вершины.
3. Расстояние от вершины до оси пучков (прицельный параметр) $\rho \leq \rho_0$.
4. Расстояние от вершины до места встречи вдоль оси пучков (продольная координата вершины) $|z|$ не более Z_0 .
5. Отбор по среднему импульсу двух треков p_{avr} (обсуждается далее).
6. Азимутальный угол расколлинеарности треков $|\Delta\phi|$ не превышает 0.15 радиан. Распределение отобранных событий по углу $\Delta\phi$ показано на рисунке 2.15.
7. Полярный угол расколлинеарности треков $|\Delta\Theta|$ не превышает 0.25 радиан. Распределение отобранных событий по углу $\Delta\Theta$ показано на рисунке 2.16.

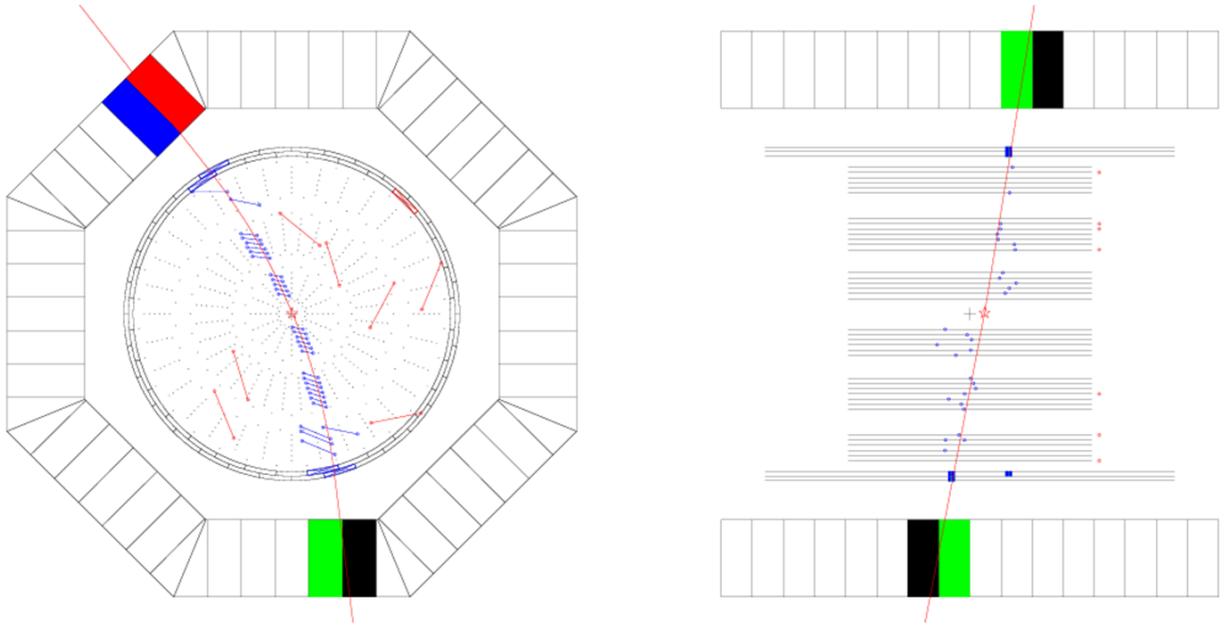


Рисунок 2.13 — Пример события $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, зарегистрированного детектором КМД-2.

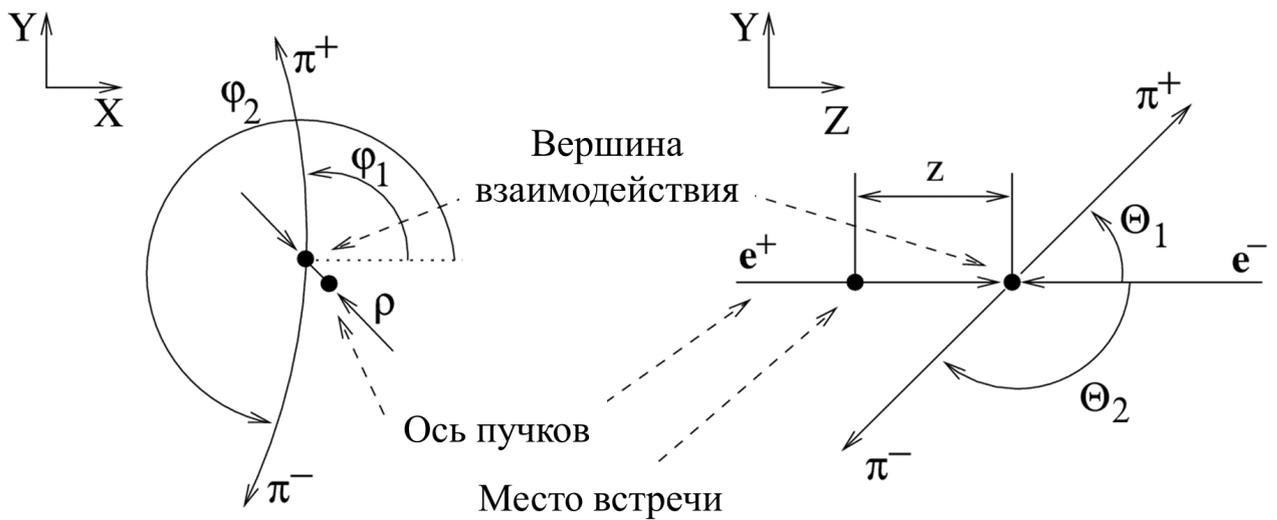


Рисунок 2.14 — Кинематика событий $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$.

8. Средний полярный угол двух треков Θ_{avr} лежит в пределах от 1.1 до $(\pi - 1.1)$ радиан. Данное условие определяет телесный угол регистрации отобранных событий, и он выбран таким образом, чтобы частицы пересекали все три слоя дрейфовой камеры и попадали в цилиндрический калориметр.

Параметры отбора варьировались между сезонами, например, ρ_0 варьировался от 0.15 до 0.5 см, Z_0 — от 8 до 10 см. Отбор по среднему импульсу двух треков зависел от энергии пучков.

1. В области энергий ρ -мезона требовалось, чтобы средний импульс двух треков лежал в диапазоне от 200 до 600 МэВ/с.
2. В области высоких энергий были установлены более жесткие ограничения для подавления космического фона и фона от событий $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$:

$$E_b + 150 < p_{avr} < \max(1.15 \cdot \sqrt{E_b^2 - m_{K^+}^2}, 285), \quad (2.1)$$

где E_b — энергия пучков и все значения указаны в МэВ/с.

3. В области низких энергий требовалось, чтобы импульс каждой частицы был менее 350 МэВ/с, а поперечный импульс — более 90 МэВ/с.

Перечисленные критерии отбора основаны на информации с дрейфовой камеры. Для отобранных событий определялось энерговыделение каждой частицы как сумма энерговыделений во всех кристаллах калориметра вблизи точки пересечения трека частицы с калориметром. Если энерговыделение частицы не превышало 10 МэВ, оно считалось равным нулю.

Помимо событий $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, перечисленным критериям отбора удовлетворяли события $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ и $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$, а также события космического фона (мюоны), которые пролетели вблизи места встречи и были реконструированы как пара частиц, вылетающих из центра.

Определение числа событий космического фона осуществлялось с помощью анализа распределений по расстоянию от вершины до оси пучков и по координате Z вершины. На рисунках 2.17 и 2.18 показаны эти распределения для всех событий и для событий космического фона (заштрихованная гистограмма). Вершина событий, рожденных при e^+e^- аннигиляции, располагается вблизи места встречи; для космических событий положение вершины распределено практически равномерно.

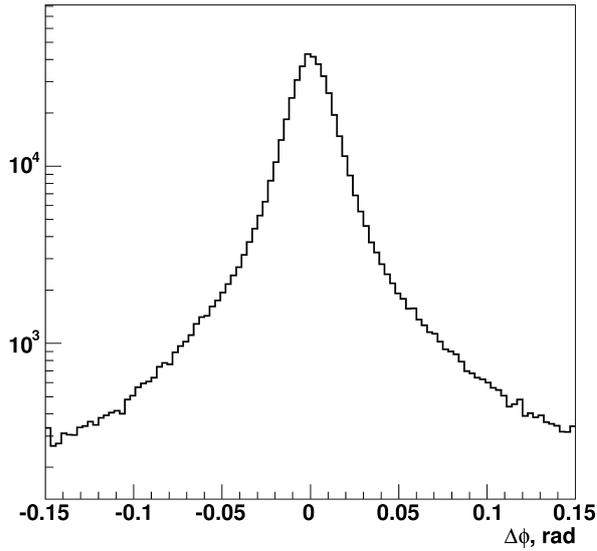


Рисунок 2.15 — Распределение отобранных событий по азимутальному углу расколлинearности двух треков $|\Delta\phi|$.

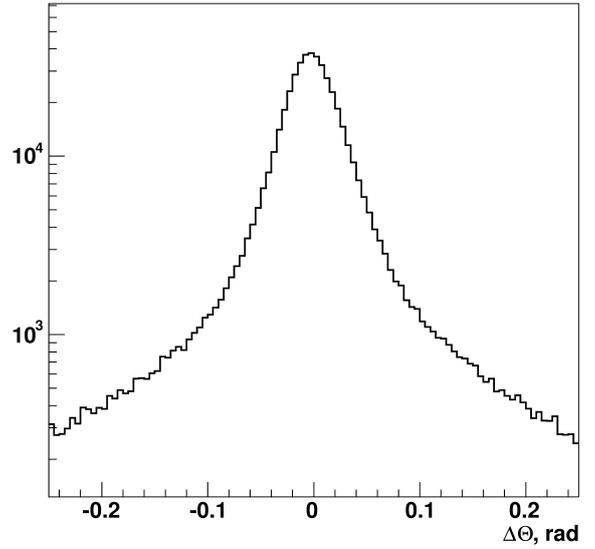


Рисунок 2.16 — Распределение отобранных событий по полярному углу расколлинearности двух треков $|\Delta\Theta|$.

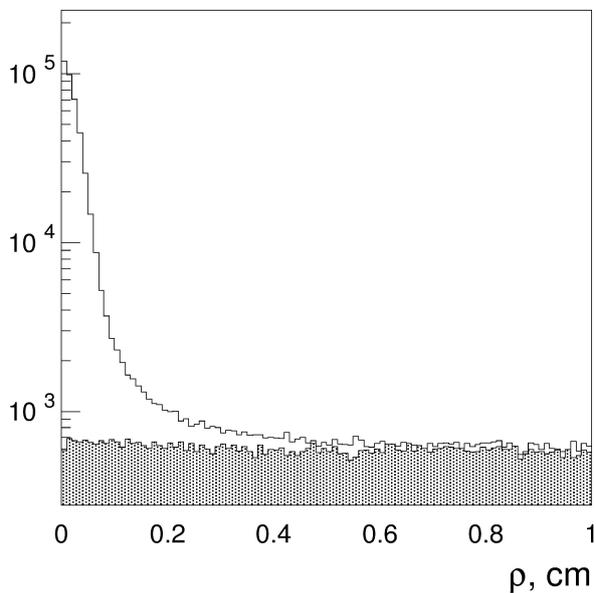


Рисунок 2.17 — Распределение отобранных событий по расстоянию от вершины до оси пучков. Заштрихованная гистограмма — события космического фона.

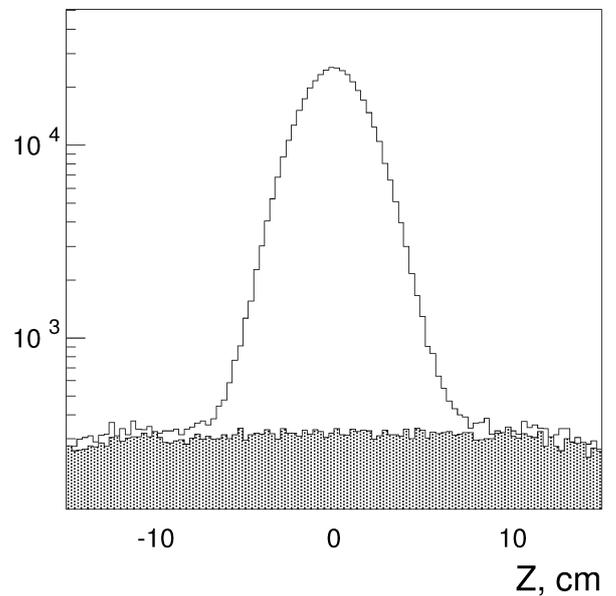


Рисунок 2.18 — Распределение отобранных событий по координате Z вершины. Заштрихованная гистограмма — события космического фона.

Для определения числа событий космического фона N_{bg} использовались две методики. В первой двумерное распределение $\rho - Z$ разбивалось на 4 области, как показано на рисунке 2.19. Предполагая, что в периферийных областях присутствуют только события фона, число событий фона в сигнальной области определялось с помощью простой пропорции

$$N_{bg} = \frac{N_1 N_2}{N_0 + 1}. \quad (2.2)$$

Ошибка $\sigma_{N_{bg}}$ определялась в предположении, что N_i независимы и их флуктуации описываются Пуассоновской статистикой.

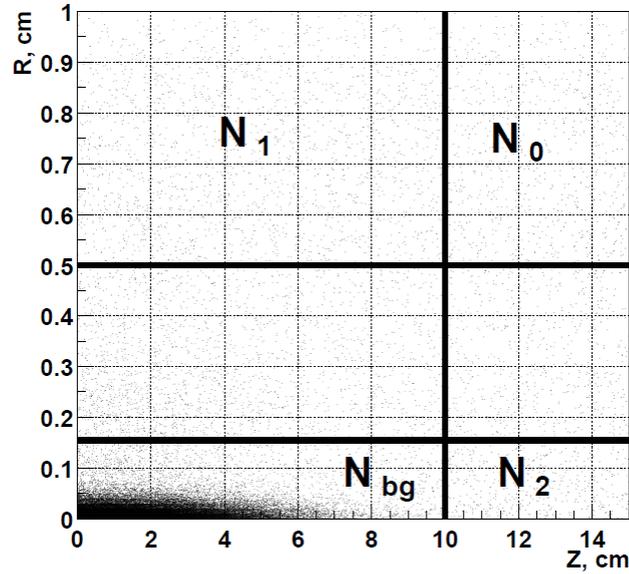


Рисунок 2.19 — Иллюстрация методики определения числа событий космического фона.

Во второй методике число пучковых событий N_{beam} и событий космического фона N_{bg} определялось с помощью аппроксимации методом максимального правдоподобия распределения по Z следующей функцией:

$$f(z) = N_{beam} \cdot f_{beam}(z) + N_{bg} \cdot f_{bg}(z). \quad (2.3)$$

Т.к. положение места встречи и размер пучка слегка изменялись во время набора статистики, параметры распределений $f_{beam}(z)$ и $f_{bg}(z)$ определялись для каждой точки по энергии. Для описания распределения пучковых событий использовалось нормальное распределение, для космического фона — полином второй степени. Параметры распределения $f_{bg}(z)$ определялись по

множеству событий с $\rho > 5$ мм и фиксировались при аппроксимации основного распределения. Результаты обеих методик хорошо согласовывались друг с другом.

Определение числа событий $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ и $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ в отобранном множестве событий обсуждается в двух следующих разделах.

2.5 Методика разделения событий по энерговыделению

2.5.1 Обзор методики

Практически во всей области энергий ВЭПП-2М, кроме области низких энергий, импульсного разрешения дрейфовой камеры недостаточно для идентификации трех классов конечных состояний по импульсам зарегистрированных частиц. Поэтому для определения числа событий $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ и $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ используется анализ энерговыделения частиц в калориметре. Эта методика применялась при анализе данных, набранных при энергии в с.ц.м. выше 600 МэВ — т.е. всех данных, кроме набранных в сезоне 1996 года.

На рисунке 2.20 показано характерное распределение энерговыделения пары частиц в отобранных событиях. Пик при больших энерговыделениях соответствует событиям $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ — благодаря формированию электромагнитного ливня, электроны и позитроны теряют в калориметре почти всю свою энергию. Кроме самого пика хорошо видны хвосты распределений, связанные с учетками ливня и с излучением фотонов в конечном состоянии. Узкий пик в области энерговыделений 100 МэВ соответствует космическим мюонам, событиям $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ и тем событиям $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, в которых не произошло ядерного взаимодействия пионов с веществом калориметра. Широкие хвосты распределений вдоль линий ≈ 100 МэВ, простирающиеся от нулевых энерговыделений почти до сигнала электронов, соответствуют случаям, когда один из пионов испытал ядерные взаимодействия.

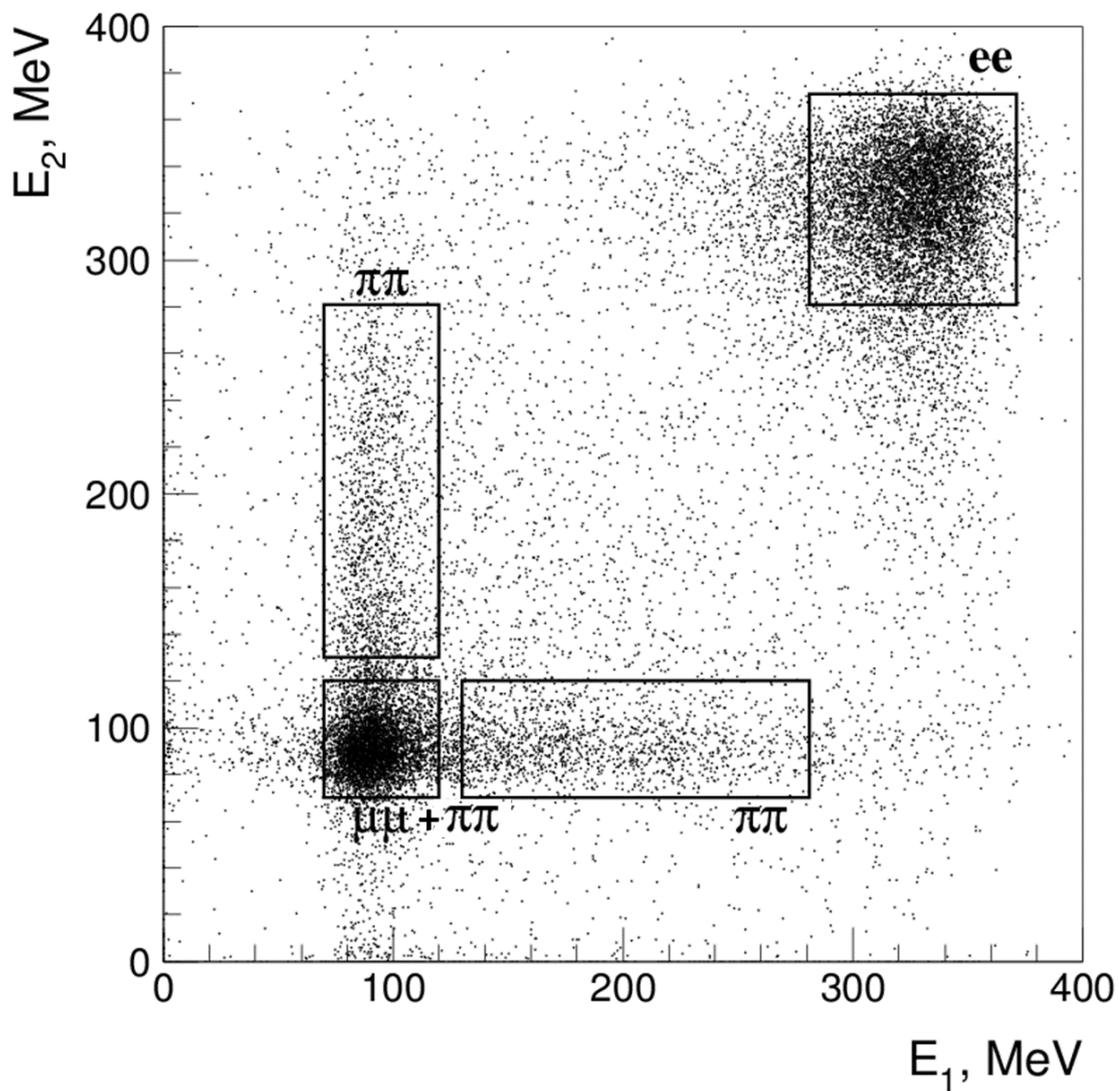


Рисунок 2.20 — Энерговывделение пары частиц в отобранных событиях для точки по энергии $\sqrt{s} = 700$ МэВ. Показаны характерные области для различных конечных состояний.

Разделение конечных состояний было основано на минимизации небивированной функции максимального правдоподобия:

$$L = - \sum \ln \left(\sum_a N_a \cdot f_a(E^+, E^-) \right) + \sum_a N_a, \quad (2.4)$$

где a — тип события ($a = ee, \mu\mu, \pi\pi, \text{фон}$), N_a — количество событий каждого типа, $f_a(E^+, E^-)$ — плотность вероятности для события каждого типа иметь энергосыделения положительно и отрицательно заряженных частиц E^+ и E^- соответственно.

Предполагалось, что энергосыделение одной частицы не зависит от энергосыделения другой частицы в том же событии, поэтому двумерную плотность вероятности $f_a(E^+, E^-)$ можно факторизовать:

$$f_a(E^+, E^-) = f_a^+(E^+) \cdot f_a^-(E^-). \quad (2.5)$$

Это предположение нарушают два эффекта. Во-первых, корреляция между энергосыделениями появляется за счет зависимости толщины калориметра от полярного угла вылета Θ , одинакового для двух частиц. Во-вторых, излучение фотонов начальными частицами приводит к коррелированному уменьшению энергии, а соответственно, и энергосыделений конечных частиц. Оба эффекта обсуждаются в разделе 2.5.2.

Как видно из рисунка 2.20, Баба-рассеяние $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ хорошо отделяется от других конечных состояний, но распределения для $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ и $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ сильно перекрываются. Это приводит к дополнительной неустойчивости процедуры минимизации. Для улучшения точности определения числа событий $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, во время минимизации функции правдоподобия отношение числа событий $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ к числу событий $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ фиксировалось равным теоретическому значению с учетом радиоправок и эффективностей регистрации:

$$\frac{N_{\mu\mu}}{N_{ee}} = \frac{\sigma_{\mu\mu} \cdot (1 + \delta_{\mu\mu}) \cdot \varepsilon_{\mu\mu}}{\sigma_{ee} \cdot (1 + \delta_{ee}) \cdot \varepsilon_{ee}}, \quad (2.6)$$

где σ — Борновское сечение, δ — радиационная поправка, ε — эффективность регистрации для соответствующего типа события.

Функция правдоподобия (2.4) была переписана таким образом, чтобы вместо N_{ee} , $N_{\pi\pi}$ и N_{bg} основными параметрами подгонки являлись

$$(N_{ee} + N_{\mu\mu}), \quad \frac{N_{\pi\pi}}{N_{ee} + N_{\mu\mu}}, \quad N_{bg}. \quad (2.7)$$

Благодаря этому упростилась процедура вычисления статистической ошибки измеренного значения сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$.

2.5.2 Учет корреляции между энерговыделениями конечных частиц

Энерговыделение минимально-ионизирующих частиц пропорционально длине траектории частицы в веществе калориметра, которая для частиц, вылетающих из места встречи, пропорциональна $1/\sin \Theta$. Энерговыделение электронов (позитронов) тоже зависит от угла Θ из-за значительных утечек ливня в относительно тонком ($8X_0$) электромагнитном калориметре КМД-2: утечки ливня зависят от эффективной толщины калориметра, которая в свою очередь зависит от угла влета частицы.

В изучаемых событиях присутствуют две частицы, и их угол Θ сильно коррелирован (в первом приближении — одинаков), что приводит к корреляции энерговыделений двух частиц в событии. Как следствие, становится невозможным факторизовать двумерную плотность вероятности $f_a(E^+, E^-)$ в (2.4), что существенно усложняет функцию правдоподобия.

Для подавления такой корреляции была применена нелинейная поправка $\bar{E}(E, \Theta)$ к энерговыделению E , такая, чтобы после применения поправки энерговыделение не зависело бы от угла влета частицы в калориметр. Для определения поправки были отобраны события упругого электрон-позитронного рассеяния и космические мюоны. Зависимость среднего энерговыделения мюонов аппроксимировалась функцией

$$E_\mu(\Theta) = E_0/\sin \Theta, \quad (2.8)$$

где E_0 — свободный параметр. Зависимость среднего энергосвыделения электронов (позитронов) от Θ была параметризована квадратичной зависимостью:

$$E_e(\Theta) = E_1 \cdot [1 + \alpha(\Theta - \pi/2)^2], \quad (2.9)$$

где E_1 и α — свободные параметры подгонки.

После определения параметров E_0 , E_1 и α , энергосвыделение частиц с учетом поправки определялось как

$$\bar{E}(E, \Theta) = E \cdot \left[k_\mu(\Theta) + \frac{k_e(\Theta) - k_\mu(\Theta)}{E_e(\Theta) - E_\mu(\Theta)} \cdot (E - E_\mu(\Theta)) \right], \quad (2.10)$$

где

$$\begin{aligned} E_e(\Theta) &= E_1 \cdot [1 + \alpha(\Theta - \pi/2)^2], & k_e(\Theta) &= E_1/E_e(\Theta), \\ E_\mu(\Theta) &= E_0/\sin \Theta, & k_\mu(\Theta) &= E_0/E_\mu(\Theta). \end{aligned}$$

Данная процедура была проведена для всех точек по энергии. На рисунках 2.21 и 2.22 проиллюстрирована процедура определения поправки и результат ее применения.

Как упоминалось выше, радиационные эффекты являются другим источником корреляции энергосвыделения двух частиц. При излучении радиационного фотона начальной частицей энергии обеих конечных частиц уменьшаются, что приводит к коррелированному уменьшению энергосвыделения обеих частиц. При излучении жесткого фотона одной из начальных частиц нарушается условие на коллинеарность частиц в конечном состоянии и такие события отбрасываются. Однако при одновременном излучении фотонов начальными частицами кинематика события может не нарушаться.

В области энергий ρ -мезона этот эффект был изучен с помощью моделирования и оказалось, что он вносит пренебрежимо малое смещение в величину измеренного сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$. Однако в области высоких энергий, где измеряемое сечение сильно падает, такая корреляция приводит к появлению систематической ошибки вплоть до 1%. В этой области энергии эффект радиационной корреляции учитывался в функции правдоподобия, которая была записана в виде свертки факторизованной функции $f_e(E^+)f_e(E^-)$ со спектром излученной энергии:

$$f_e(E^+, E^-) = \sum_i p_i \cdot f_e(kE^+)f_e(kE^-)k^2, \quad k = n/i, \quad i = 1, \dots, n. \quad (2.11)$$

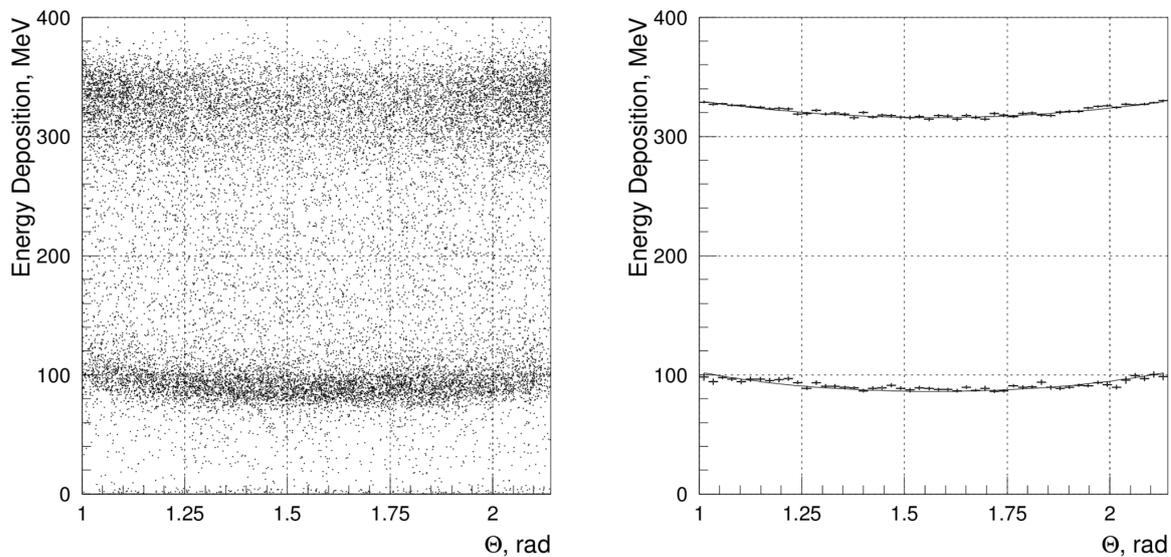


Рисунок 2.21 — Зависимость энерговыделения частиц в калориметре от угла Θ вылета до применения поправки (2.10).

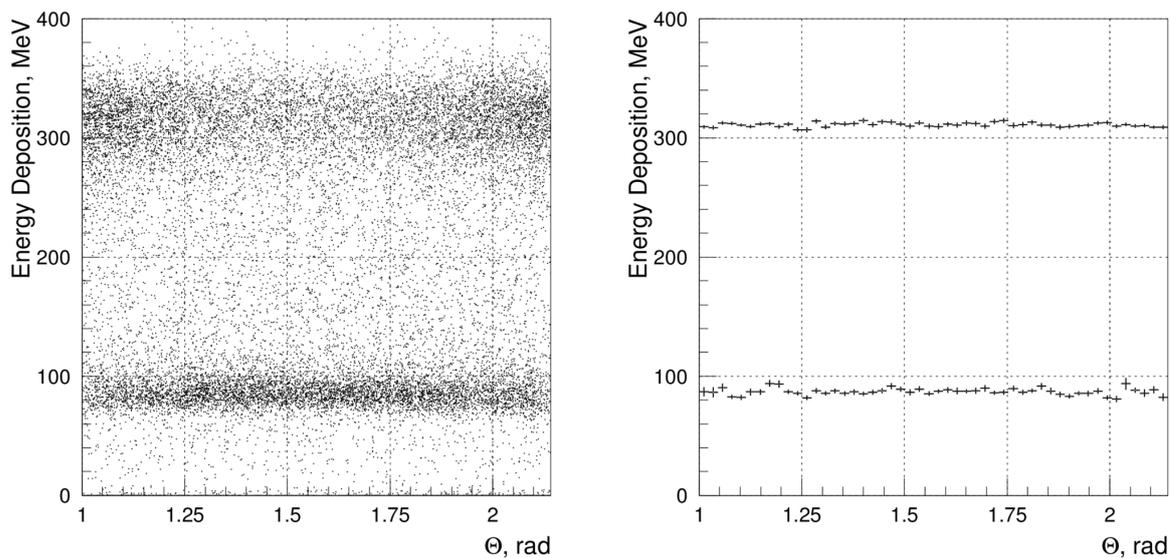


Рисунок 2.22 — Зависимость энерговыделения частиц в калориметре от угла Θ вылета после применения поправки (2.10).

Чтобы полученная функция была достаточно гладкой, необходимо, чтобы расстояние между соседними членами в сумме $\sim E/n$ было порядка или меньше дисперсии плотности распределения $f(E)$. Поэтому общее число слагаемых n выбрано равным 14, что соответствует энергетическому разрешению калориметра. Коэффициенты p_i , описывающие спектр излучения, определялись с помощью моделирования. Оказалось, что в сумме (2.11) заметный вклад вносят только 3-4 члена с i , близким к n ($i = 11, \dots, 14$). Данный эффект учитывался только при описании энерговыделения электронов (позитронов); для остальных конечных состояний им можно пренебречь.

2.5.3 Параметризация энерговыделений

Для построения функции правдоподобия (2.4) необходимо было найти аналитическую форму для плотностей распределения по энерговыделению $f_a(E)$. Теоретического предсказания для этих распределений нет, поэтому для их параметризации использовались линейные комбинации универсальных распределений — нормального:

$$g(x|x_0, \sigma) = \frac{C}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[-(x - x_0)^2 / 2\sigma^2 \right], \quad (2.12)$$

и логарифмически-нормального:

$$g_l(x|x_0, \sigma, \eta) = \frac{C}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot \frac{\eta}{\sigma_0} \cdot \exp \left(-\frac{1}{2\sigma_0^2} \left[\ln^2 \left(1 - \frac{x - x_0}{\sigma} \eta \right) + \sigma_0^4 \right] \right), \quad (2.13)$$

$$\text{где } \sigma_0 = \ln \left(\eta \sqrt{2 \ln 2} + \sqrt{1 + \eta^2 \cdot 2 \ln 2} \right) / \sqrt{2 \ln 2}.$$

Нормировочный коэффициент C определялся так, чтобы функции g и g_l были нормированы на 1 в изучаемом интервале значений энерговыделений (в случае неограниченного интервала $C = 1$):

$$1/C = \int_{E_{min}}^{E_{max}} g_*(x) dx. \quad (2.14)$$

Для описания энергосвыделения электронов (позитронов) использовалась сумма двух логарифмически-нормальных распределений и, в некоторых точках, к ним добавлялось нормальное распределение для более точного описания пика:

$$f(E) = (1 - p_1)[(1 - p_0) \cdot g_l(E|E_0, \sigma, \eta) + p_0 \cdot g_l(E|E_0 + \alpha\sigma, \beta\sigma, \gamma\eta)] + p_1 \cdot g(E|kE_0, \sigma_1). \quad (2.15)$$

Предполагалось, что формы энергосвыделений электронов и позитронов одинаковые. Для подбора начальных значений параметров распределения E_0 , σ , η , α , β , γ , k , σ_1 , p_0 и p_1 для каждой точки по энергии отбирались “меченные” электроны и позитроны и изучалось их энергосвыделение. Во время минимизации функции правдоподобия большинство параметров были свободными.

Для описания энергосвыделения космических мюонов использовалась параметризация, аналогичная (2.15). Для определения параметров распределения для каждой точки по энергии отбирались космические мюоны без примеси других конечных состояний — для этого отбирались частицы, вылетающие не из места встречи пучков. Было показано, что плотность распределения энергосвыделения для верхнего кластера, соответствующего входу мюона в калориметр, совпадает с плотностью распределения энергосвыделения для нижнего кластера, соответствующего выходу мюона из калориметра. Параметры распределения фиксировались при минимизации функции правдоподобия.

Для описания энергосвыделения мюонов в процессе $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ использовалась параметризация, аналогичная случаю космических мюонов, однако использовались другие значения параметров распределений (связано это с отличием импульсов мюонов в этих конечных состояниях). Во всей изучаемой области энергий мюоны “протыкают” калориметр, не останавливаясь в нем. Так как мюоны взаимодействуют с веществом калориметра как минимально ионизирующие частицы, их энергосвыделение хорошо моделируется. Для определения параметров распределения для каждой точки по энергии было проведено моделирование. В области высоких энергий, где мюоны долетали до внешней мюонной системы, проводилось изучение энергосвыделения “меченных” мюонов, отобранных с помощью мюонной системы. Было показано, что плотности распределения энергосвыделений μ^+ и μ^- одинаковы с

точностью, требуемой для данного измерения. Большинство параметров распределения фиксировалось при минимизации функции правдоподобия.

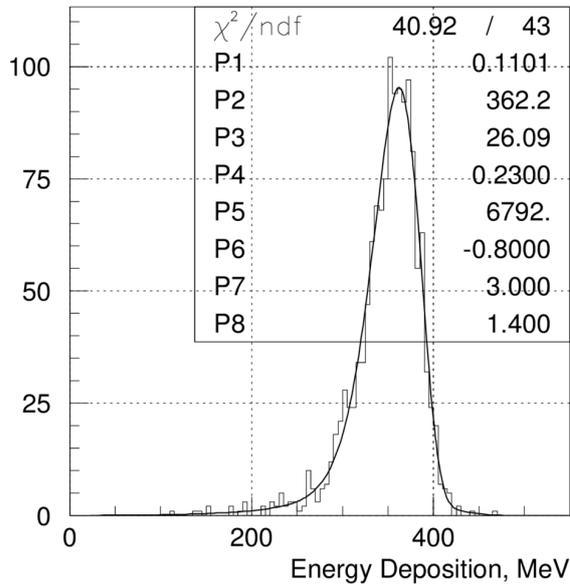
Пионы могут взаимодействовать с веществом калориметра как минимально ионизирующие частицы или испытывать ядерные взаимодействия. Энерговыделение пионов в калориметре описывалось суммой этих двух компонент. Как и в случае мюонов, аналитическая параметризация энерговыделения минимально ионизирующих пионов была получено с использованием моделирования, в котором были отключены ядерные взаимодействия пионов с веществом. Для параметризации использовалась такая же функция, как и в случае мюонов. Использовались одинаковые параметры распределений для π^+ и π^- . Большинство параметров распределения фиксировалось при минимизации функции правдоподобия.

В тех случаях, когда параметры распределений были получены с помощью моделирования, необходимо было учесть тот факт, что энергетическая калибровка калориметра и вклад шумов отличаются для разных точек по энергии. Для этого в плотности распределения для мюонов (как космических, так и пучковых) и для минимально ионизирующих пионов были добавлены общий масштабный фактор k и дополнительная гауссова размазка σ_x . Эти два параметра были свободными при минимизации функции правдоподобия. Для всех перечисленных распределений использовалось общее значение корректирующих параметров.

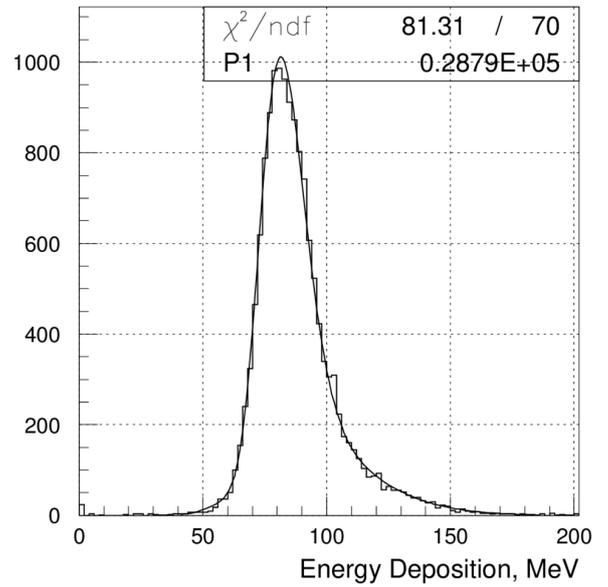
Примеры аппроксимации энерговыделения электронов (позитронов) и минимально ионизирующих мюонов и пионов показаны на рисунке 2.23.

Так как не существует модели для описания энерговыделения пионов, провзаимодействовавших ядерным образом с веществом калориметра, а результаты моделирования ядерного взаимодействия пионов недостаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными, для описания этой компоненты энерговыделения пионов была выбрана эмпирическая функция вида

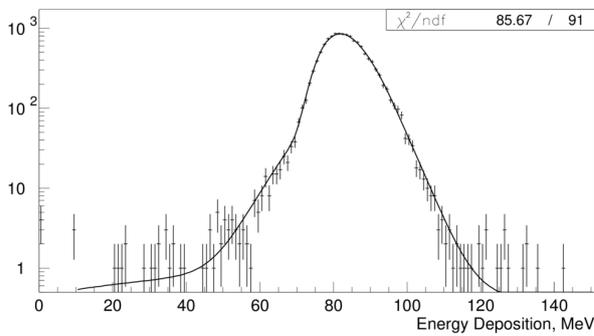
$$f_{NI}^{\pi}(E; \nu, p_{1\dots N}) = \frac{g(E; 0, \nu E_0/2) + \sum_{i=1}^N g(E; i\nu E_0, \nu E_0/2) \cdot p_i^2}{1 + \sum_{i=1}^N p_i^2}, \quad (2.16)$$



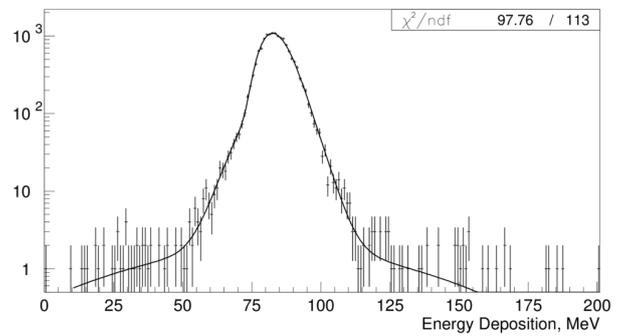
а) Энерговыделение позитронов,
 $E_e = 450$ МэВ



б) Энерговыделение космических
мюонов



в) Энерговыделение мюонов,
 $E_\mu = 375$ МэВ



г) Энерговыделение минимально
ионизирующих пионов, $E_\pi = 400$
МэВ

Рисунок 2.23 — Примеры аппроксимации энерговыделения различных частиц.

где $E_0 = E_b/(N + 1)$, а E_b — энергия пучков. Данная функция представляет собой сумму $(N + 1)$ равноудаленных гауссовых распределений с одинаковой шириной, равной половине расстояния между максимумами. Свободными параметрами этой функции являются ν — масштабный фактор и $p_{1\dots N}$ — относительные вклады различных гауссианов. Эмпирически получено, что при $N = 4..6$ данная функция хорошо описывает экспериментальные распределения. Энерговыделения ядерно провзаимодействовавших π^+ и π^- существенно отличаются, поэтому параметры функции (2.16) различны для π^+ и π^- .

В отличие от частиц других типов, пионы с вероятностью в несколько процентов могут не дать сигнала в калориметре (точнее, их энерговыделение может оказаться ниже порогового), причем эта вероятность отличается для π^+ и π^- . С учетом всех перечисленных вкладов, энерговыделение пионов в калориметре описывалось следующей плотностью вероятности:

$$f_{\pi}^{\pm}(E) = p_0^{\pm} \cdot \delta(E) + (1 - p_0^{\pm}) \times \\ \times [p_{MIP}^{\pm} \cdot f_{MIP}^{\pi}(E; k, \sigma_x) + (1 - p_{MIP}^{\pm}) \cdot f_{NI}^{\pi}(E; \nu^{\pm}, p_{1\dots N}^{\pm})], \quad (2.17)$$

где p_0^{\pm} описывает вероятность не дать сигнала в калориметре, p_{MIP}^{\pm} описывает вероятность провзаимодействовать как минимально ионизирующая частица, k и σ_x учитывают вклад калибровки для данной точки по энергии, ν^{\pm} и $p_{1\dots N}^{\pm}$ являются параметрами энерговыделения ядерно провзаимодействовавших пионов. Параметры, помеченные знаком “ \pm ”, отличаются для π^+ и π^- .

Для изучения энерговыделения пионов было отобрано около 10^5 π^+ и π^- , рожденных в распаде $\phi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$. Всего детектором КМД-2 было зарегистрировано более 20 миллионов ϕ -мезонов, около 15% которых распадается на 3 пиона. Использовались полностью реконструированные события, в которых все пионы были зарегистрированы в детекторе. Кроме того, требовалось, чтобы в окрестности “меченого” пиона не было других частиц, которые могли бы исказить измеренное энерговыделение. Отобранные пионы были сгруппированы в точки по энергии шириной 10 МэВ каждая. Веса событий были подобраны так, чтобы угловое распределение событий соответствовало угловому распределению событий $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$. Для каждой точки по энергии энерговыделение отобранных π^+ и π^- , с учетом поправки на угол вылета Θ , подгонялось функцией (2.17). Было показано, что такая параметризация хо-

рошо описывает энерговыделение пионов во всем диапазоне энергий. Пример подгонки экспериментальных энерговыделений пионов с энергией в диапазоне $345 < E_\pi < 355$ МэВ приведен на рисунке 2.24.

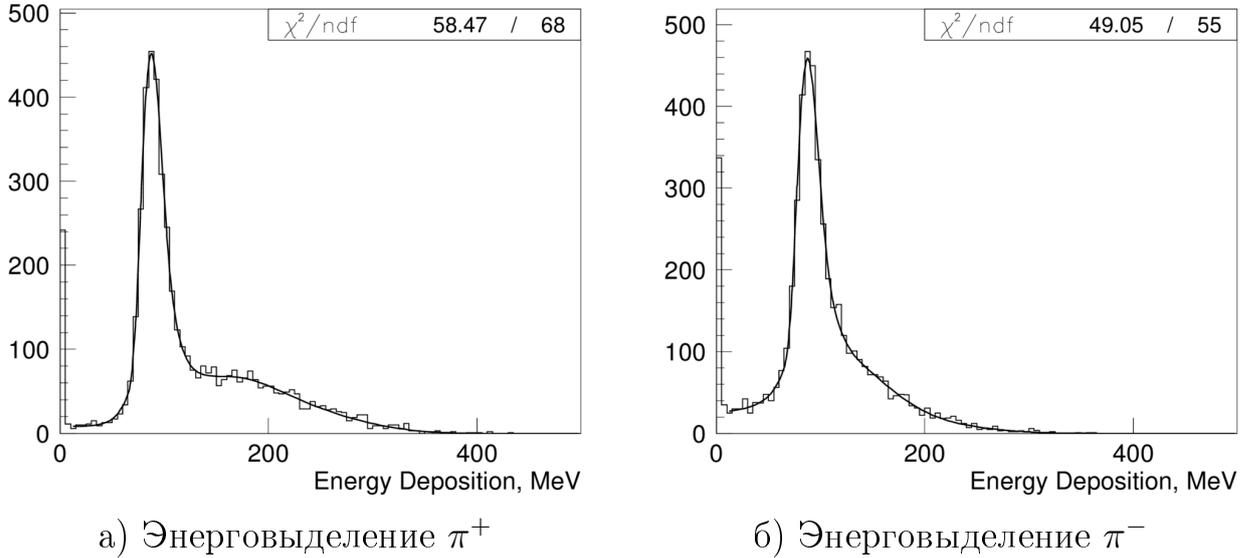


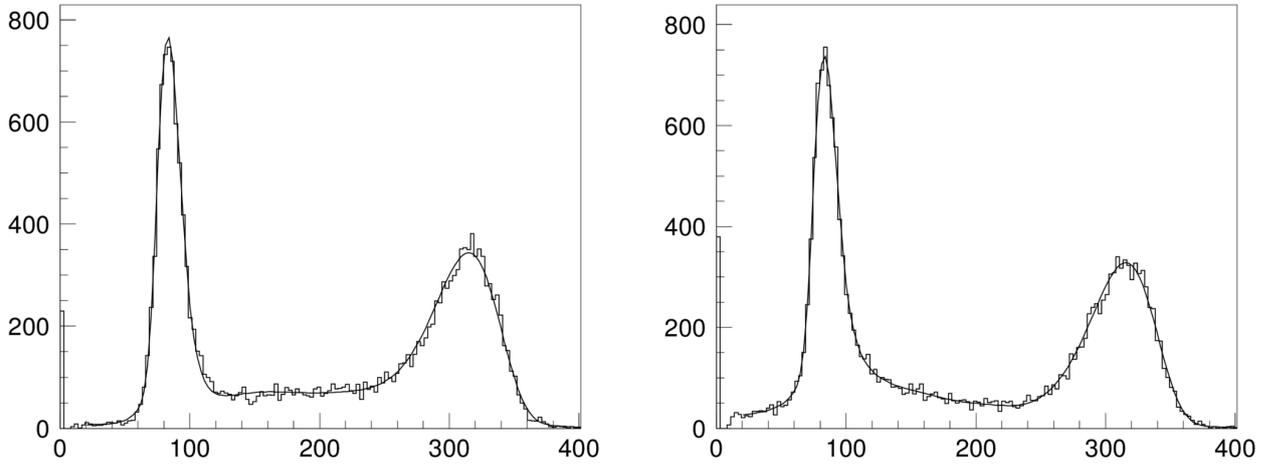
Рисунок 2.24 — Аппроксимация энерговыделения пионов, отобранных в распаде $\phi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$, $345 < E_\pi < 355$ МэВ.

В области высоких энергий относительное количество пионов быстро уменьшается и, одновременно, формы распределений по энерговыделению для минимально ионизирующих мюонов и пионов становятся очень близкими. Чтобы не вносить дополнительную неустойчивость в результаты минимизации, связанную с возможно неточным описанием формы близких распределений, при анализе высоких энергий учитывалась только вероятность попадания пары энерговыделений в событие в область минимально ионизирующих частиц: $10 < E^+, E^- < 150$ МэВ. Для этого в двумерном распределении вся эта область интерпретировалась как один бин гистограммы.

2.5.4 Определение числа событий $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$

Описанная функция правдоподобия минимизировалась для каждой точки по энергии. Число свободных параметров составляло около 30 и слегка варьировалось в зависимости от диапазона энергии. Минимизация проводилась с использованием пакета MINUIT [216]. Пример результатов минимизации для

точки по энергии 0.782 ГэВ приведен на рисунке 2.25. Производилась минимизация небинированной функции правдоподобия, на рисунке же показаны проекции двумерного распределения на оси положительно и отрицательно заряженных частиц.



а) Энерговыделение положительно заряженных частиц, МэВ.

б) Энерговыделение отрицательно заряженных частиц, МэВ.

Рисунок 2.25 — Результат аппроксимация двумерного распределения энерговыделения частиц в отобранных событиях, $\sqrt{s} = 782$ МэВ.

По результатам минимизации определялось отношение $N_{\pi\pi}/(N_{ee} + N_{\mu\mu})$, которое в дальнейшем использовалось для определения сечения.

2.6 Методика разделения событий по импульсу

В области низких энергий энерговыделение пионов и мюонов становится очень сложным для анализа, что связано с застреванием частиц в калориметре. В то же время, становится возможным идентифицировать три класса конечных состояний по импульсам зарегистрированных частиц. Поэтому при анализе данных, набранных в 1996 году в 10 точках по энергии ($370 \leq \sqrt{s} \leq 520$ МэВ), для определения числа событий $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ и $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ использовался анализ импульсного распределения частиц.

На рисунке 2.26 показано характерное распределение по импульсам пары частиц в отобранных событиях. Хорошо видны пики, соответствующие парам e^+e^- , $\mu^+\mu^-$ и $\pi^+\pi^-$ в конечном состоянии. Для событий e^+e^- хорошо видны радиационные хвосты. Вдоль линии $p^+ = p^-$ виден непрерывный фон космических мюонов.

Разделение конечных состояний было основано на минимизации небинированной функции максимального правдоподобия, аналогичной (2.4), в которой используется импульсное распределение вместо распределения по энерговыделению:

$$L = - \sum \ln \left(\sum_a N_a \cdot f_a(p^+, p^-) \right) + \sum_a N_a, \quad (2.18)$$

где a — тип события ($a = ee, \mu\mu, \pi\pi$, фон), N_a — количество событий каждого типа, $f_a(p^+, p^-)$ — плотность вероятности для события каждого типа иметь измеренные импульсы положительно и отрицательно заряженных частиц p^+ и p^- соответственно.

В отличие от распределений по энерговыделению, в случае импульсных распределений существует теоретическая модель, предсказывающая форму этих распределений. Поэтому для построения $f_a(p^+, p^-)$ использовался принципиально другой подход, чем в случае $f_a(E^+, E^-)$. В нулевом приближении, для каждого типа частиц $f_a(p^+, p^-)$ представляет собой δ -функцию, соответствующую энергии пучков. В следующем порядке необходимо учесть возможности излучения фотонов начальными и конечными частицами и разброс энергии пучков накопителя. Кроме этого, необходимо учесть функцию отклика детектора. Поэтому импульсные распределения строились как двумерная

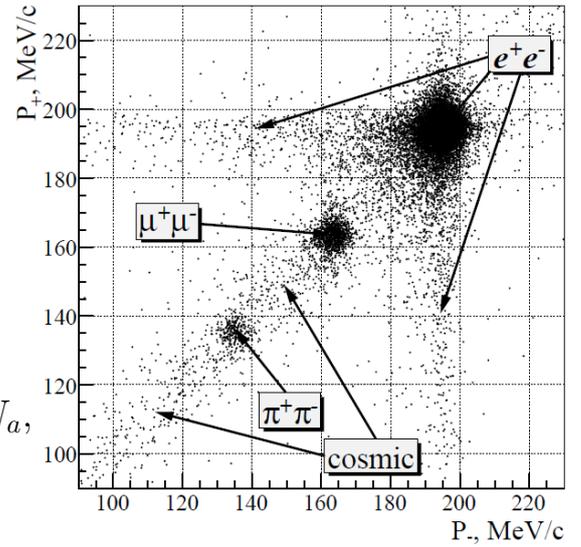


Рисунок 2.26 — Распределение по импульсам частиц в отобранных событиях для точки по энергии $\sqrt{s} = 390$ МэВ.

свертка:

$$f_a(p^+, p^-) = \int \int h^+(p^+, p'^+) h^-(p^-, p'^-) g_a(p'^+, p'^-) dp'^+ dp'^-, \quad (2.19)$$

где функции $h(p, p')$ представляют собой функции отклика детектора (вероятность зарегистрировать величину импульса p для частицы с импульсом p'), а $g_a(p'^+, p'^-)$ представляет собой импульсное распределение пар частиц, рожденных при столкновении пучков (без учета отклика детектора).

Импульсное распределение $g_a(p'^+, p'^-)$ определялось для конечного состояния каждого типа в каждой точке по энергии с помощью генератора Монте-Карло [217; 218], в котором было учтено излучение фотонов начальными и конечными частицами. Для дальнейших расчетов непрерывная функция $g_a(p'^+, p'^-)$ была дискретизирована в виде двумерной гистограммы с шириной бина 0.5 МэВ. Пример сгенерированного распределения для конечного состояния $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ и энергии пучков 260 МэВ показан на рисунке 2.27. Очевидно, что форма распределений $g_a(p'^+, p'^-)$ не зависит от свойств детектора и полностью определяется радиационными эффектами и кинематикой процессов.

Функции отклика $h(p, p')$ представляли собой сумму трех гауссовых распределений с общим средним и разными дисперсиями, причем в качестве переменной в этих распределениях использовалась стрелка прогиба трека, а не его импульс. Кроме этого, допускалось общее смещение величины импульса. Из-за того, что в скрещенных электрическом и магнитном полях изохроны повернуты относительно образующих ячеек дрейфовой камеры, разрешение трековой системы КМД-2 отличалось для треков положительно и отрицательно заряженных частиц. Поэтому параметры функций отклика $h^+(p^+, p'^+)$ и $h^-(p^-, p'^-)$ отличались. Кроме того, параметры функций отклика отличались и для разных типов частиц. Параметры функций отклика определялись в процессе минимизации функции правдоподобия (2.18).

В первичном генераторе Монте-Карло, использованном для генерации импульсных распределений $g_a(p'^+, p'^-)$, не учитывалось тормозное излучение электронов и позитронов на веществе детектора. Для учета этого эффекта необходимо было производить полное моделирование детектора в каждой точке по энергии, что потребовало бы значительных вычислительных ресурсов и

частично внесло бы отклик детектора в распределения $g_a(p'^+, p'^-)$. Для учета тормозного излучения на веществе детектора было проведено специальное моделирование, в котором было учтено только тормозное излучение. Затем для каждой точки по энергии распределение $g_a(p'^+, p'^-)$, полученное с помощью первичного генератора, было свернуто со спектром тормозного излучения и полученное распределение использовалось при построении функции правдоподобия.

На рисунке 2.28 показан результат аппроксимации с помощью описанной функции (2.19) импульсного распределения событий $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$, полученного с помощью полного моделирования детектора КМД-3 с учетом особенностей работы трековой системы и взаимодействия частиц с веществом детектора. Видно, что выбранная параметризация хорошо описывает импульсное распределение.

Импульсное распределение событий космического фона было получено из самих данных — события фона хорошо идентифицируются по расстоянию от треков частиц до оси пучков и по энерговыделению в калориметре. Для всех точек по энергии использовалось общее распределение $f_{bg}(p^+, p^-)$, показанное на рисунке 2.29. Экспериментальное распределение было параметрировано аналитической функцией в системе координат, повернутой на 45° :

$$f_{bg}(p^+, p^-) = f_1(u) \cdot f_2(v|u), \quad (2.20)$$

$$\text{где } u = \frac{p^+ + p^-}{2}, \quad v = p^+ - p^-.$$

Функция правдоподобия (2.18) была переписана таким образом, чтобы вместо N_{ee} , $N_{\mu\mu}$, $N_{\pi\pi}$ и N_{bg} основными параметрами подгонки являлись

$$\frac{N_{\pi\pi}}{N_{ee} + N_{\mu\mu}}, \quad \frac{N_{\mu\mu}}{N_{ee}}, \quad \frac{N_{bg}}{N_{ee} + N_{\mu\mu} + N_{\pi\pi} + N_{bg}} \quad (2.21)$$

Благодаря этому упростилась процедура вычисления статистической ошибки измеренного значения сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$.

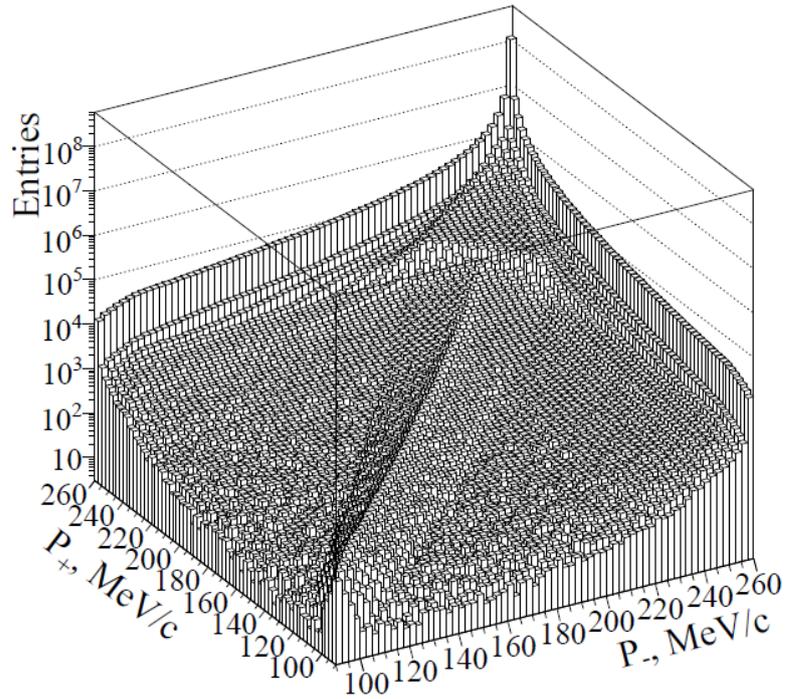


Рисунок 2.27 — Дискретизованное импульсное распределение $g_{ee}(p'^+, p'^-)$ для процесса $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ в точке по энергии $\sqrt{s} = 2 \cdot 260$ МэВ, полученное с помощью генератора Монте-Карло.

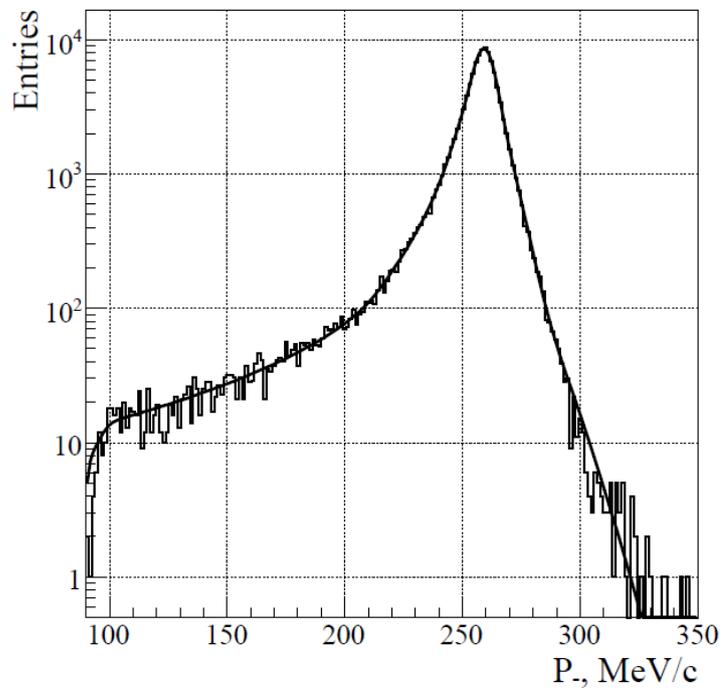


Рисунок 2.28 — Пример аппроксимации функцией (2.19) импульсного распределения для процесса $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ в точке по энергии $\sqrt{s} = 2 \cdot 260$ МэВ, полученное с помощью полного моделирования детектора.

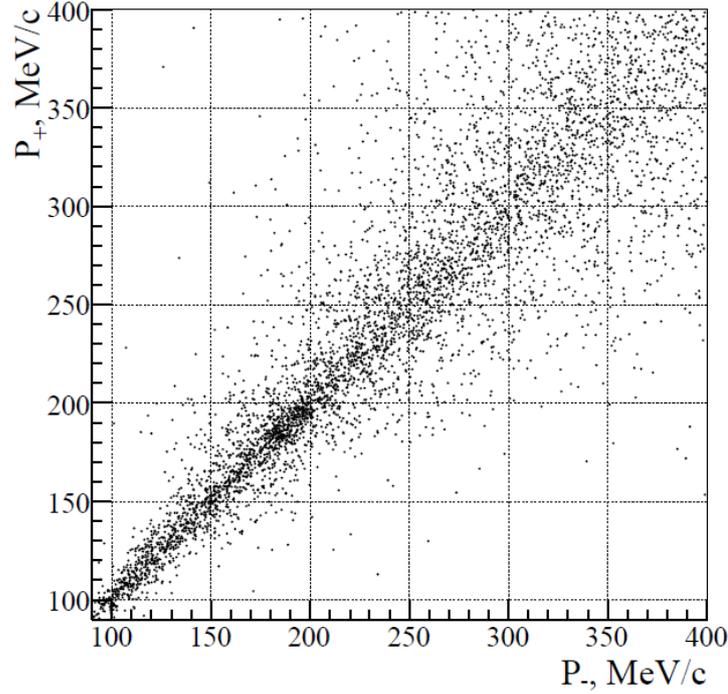


Рисунок 2.29 — Импульсное распределение событий космического фона.

2.7 Определение сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$

Борновское сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ (без учета поправок на излучение и поправок высокого порядка) определяется как:

$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-} = \sigma_{e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-}^{F=1} \cdot |F_\pi|^2 = \frac{\pi\alpha^2}{3s} \left(1 - \frac{4m_\pi^2}{s}\right)^{3/2} \cdot |F_\pi|^2, \quad (2.22)$$

где $\sigma_{e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-}^{F=1}$ — сечение, вычисленное для точечных пионов, а электромагнитный формфактор пиона F_π описывает влияние внутренней структуры пиона на его взаимодействие с фотоном.

После минимизации функции правдоподобия, формфактор пиона определялся как:

$$|F_\pi|^2 = \frac{N_{\pi\pi}}{N_{ee} + N_{\mu\mu}} \cdot \frac{\sigma_{ee}^B \cdot (1 + \delta_{ee}) \varepsilon_{ee} + \sigma_{\mu\mu}^B \cdot (1 + \delta_{\mu\mu}) \varepsilon_{\mu\mu}}{\sigma_{\pi\pi}^B \cdot (1 + \delta_{\pi\pi}) (1 - \Delta_H) (1 - \Delta_D) \varepsilon_{\pi\pi}} - \Delta_{bg}, \quad (2.23)$$

где экспериментальное отношение $N_{\pi\pi}/(N_{ee} + N_{\mu\mu})$ получено в результате минимизации, σ_a^B — сечения регистрации процессов $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$, $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$,

$e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ (для точечных пионов) в борновском приближении в телесном угле детектора, δ_a — радиационные поправки, ε_a — эффективность регистрации событий соответствующего процесса, Δ_H и Δ_D — поправки, связанные с потерями пионов из-за ядерного взаимодействия с веществом вакуумной трубы и из-за распада на лету, и Δ_{bg} — поправка, связанная с наличием в отобранном множестве событий небольшого фона от процессов $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0, 4\pi, K^+K^-$. Все перечисленные величины обсуждаются в последующих разделах.

Дифференциальные по углам вылета конечных частиц сечения процессов $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$, $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$, $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ в борновском приближении хорошо известны:

$$\frac{d\sigma_a}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4s} \cdot f_a(\Theta), \quad a = ee, \mu\mu, \pi\pi, \quad \text{где}$$

$$f_{ee} = \left(\frac{3 + \cos^2 \Theta}{1 - \cos \Theta} \right)^2, \quad f_{\mu\mu} = \beta_\mu \cdot \left(1 + \frac{1}{\gamma_\mu^2} + \beta_\mu^2 \cos^2 \Theta \right), \quad f_{\pi\pi} = \frac{1}{2} \beta_\pi^3 \sin^2 \Theta.$$

Для расчета сечений регистрации в борновском приближении, обозначенных как σ_a^B в (2.23), приведенные дифференциальные сечения интегрировались по телесному углу детектора:

$$\sigma_a = \frac{\pi\alpha^2}{2s} \cdot \int_{\Theta_{min}}^{\pi-\Theta_{min}} \frac{d\sigma_a}{d\Omega} d(\cos \Theta), \quad a = ee, \mu\mu, \pi\pi, \quad \text{где } \Theta_{min} = 1.1 \text{ рад.} \quad (2.24)$$

Наличие радиационных эффектов и виртуальных (петлевых) поправок требует более точно определить, что именно подразумевается под сечением $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$. При определении параметров резонансов подразумевается, что измеряемое сечение “очищено” от эффектов, связанных с излучением реальных фотонов начальными или конечными частицами. Но вклад поляризации вакуума в фотонном пропагаторе включается в определение формфактора и сечения (соответствующее сечение называется “одетым”). Такая договоренность позволяет использовать в качестве параметров резонансов положения и ширины реально наблюдаемых пиков в сечении.

Однако при вычислении дисперсионных интегралов необходимо использовать “голое” адронное сечение, из которого исключен вклад поляризации вакуума. Кроме того, так как в дисперсионных интегралах используется полное адронное сечение, к “чистому” сечению $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ необходимо добавить сечения процессов $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$, $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-2\gamma$ и т.п., где фотоны излучаются конечными частицами (при существующей точности эксперимента необходимо учесть только излучение одного фотона). В эксперименте невозможно полностью отделить эффекты излучения начальными и конечными частицами, поэтому используется такой подход: сначала из измеренного сечения исключаются все вклады, связанные с излучением фотонов, а потом добавляется интегральный вклад излучения фотонов конечными пионами. Поэтому для вычисления аномального магнитного момента используется следующее “голое” сечение $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-(\gamma)$:

$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-(\gamma)}^0 = \sigma_{e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-} \cdot \left(1 + \frac{\alpha}{\pi} \Lambda(s)\right) \cdot |1 - \Pi(s)|^2, \quad (2.25)$$

где $\sigma_{e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-}$ — “одетое” борновское сечение (2.22), $\Lambda(s)$ — поправка, учитывающая излучение фотонов пионами, а $\Pi(s)$ — поляризационный оператор в фотонном пропагаторе.

2.8 Поправки к сечению

2.8.1 Радиационные поправки

Для определения полных сечений регистрации необходимо учесть поправки, связанные с поляризацией вакуума (петлевые поправки), и радиационные поправки, связанные с излучением фотонов начальными или конечными частицами.

Для расчета радиационных поправок использовался Монте-Карло генератор MCGPJ [217; 218], основанный на работах [219; 220]. В генераторе учитывается излучение многих фотонов вдоль начальных или конечных электронов (позитронов), излучение одного фотона любой из частиц на большой угол

и вклад поляризации вакуума. При расчете радиационных поправок с помощью генератора разыгрывались события соответствующего конечного состояния с учетом радиационных эффектов, углы вылета и импульсы дополнительно размазывались с учетом разрешения детектора и затем накладывались условия отбора эксперимента. Оказалось, что разрешение детектора оказывает пренебрежимо малое влияние на величину радиационных поправок, кроме нескольких точек при самой высокой энергии, где одновременно ухудшается импульсное разрешение и используются более жесткие критерии отбора для подавления фона событий $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$.

Вклад поляризации вакуума необходимо учесть только для сечений процессов $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ и $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ — эти процессы являются в данном эксперименте мониторирующими, и для них сечение регистрации должно учитывать все возможные эффекты. Как упоминалось выше, по принятому соглашению адронные сечения $e^+e^- \rightarrow$ адроны включают в себя вклад поляризации вакуума, соответственно при расчете радиационной поправки к процессу $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ этот вклад не учитывался.

Процедура расчета вклада поляризации вакуума подробно обсуждается в [221]. Расчет вклада поляризации вакуума лептонами и узкими адронными резонансами проводился аналитически. Расчет вклада поляризации вакуума адронами проводился с помощью численного интегрирования экспериментальных сечений $e^+e^- \rightarrow$ адроны (в области низких энергий) и экспериментального отношения $R = \sigma(e^+e^- \rightarrow \text{адроны})/\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$ (в области высоких энергий). Точность расчета поляризационного оператора лучше 0.1% во всей области энергий кроме узкой области энергий ω и φ мезонов, где она составляет 0.14% и 0.5%.

Для событий $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ дополнительно учитывался вклад, связанный с тормозным излучением электронов (позитронов) на веществе детектора (вакуумная труба и внутренняя часть дрейфовой камеры). Величина этого вклада изменялась для разных сезонов, так как перед сезоном 1997 года бериллиевая вакуумная труба была окружена дополнительным экраном из ниобиевой фольги для подавления фона от синхротронного излучения, что увеличило количество вещества на пути электронов.

На рисунках 2.30, 2.31 и 2.32 показаны результаты расчета радиационных поправок во всем диапазоне энергий ВЭПП-2М. В области энергий ρ

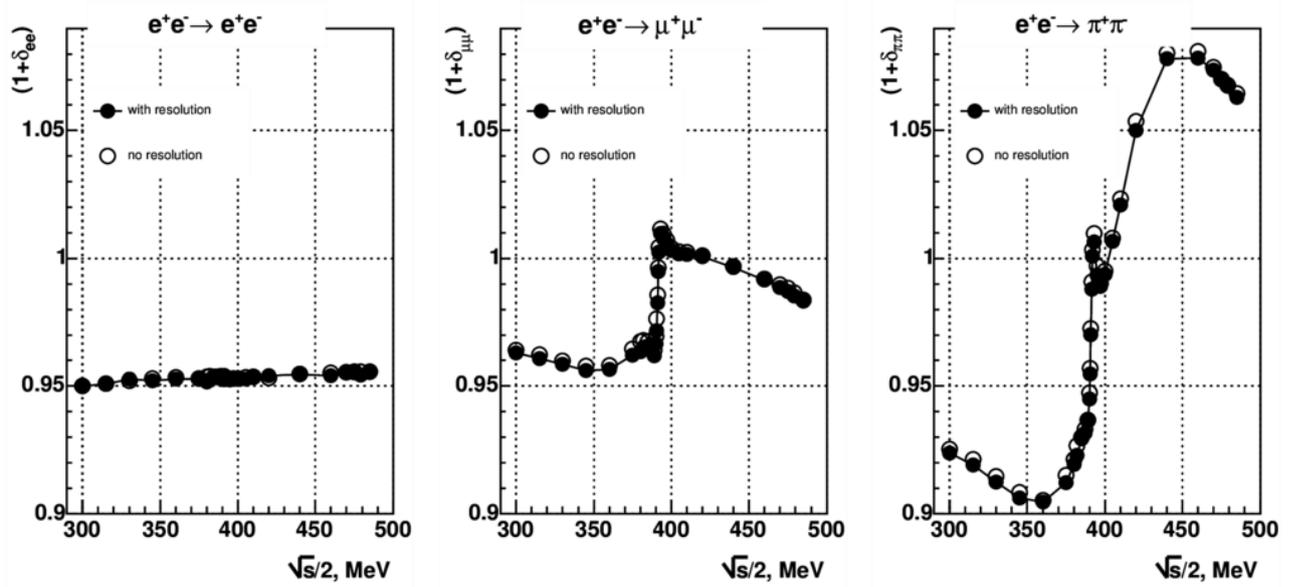


Рисунок 2.30 — Радиационные поправки к процессам $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$, $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$, $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ для условий эксперимента в сезоне 1998 года (второе сканирование области энергий ρ мезона). Показаны результаты расчетов с учетом и без учета углового и импульсного разрешения детектора.

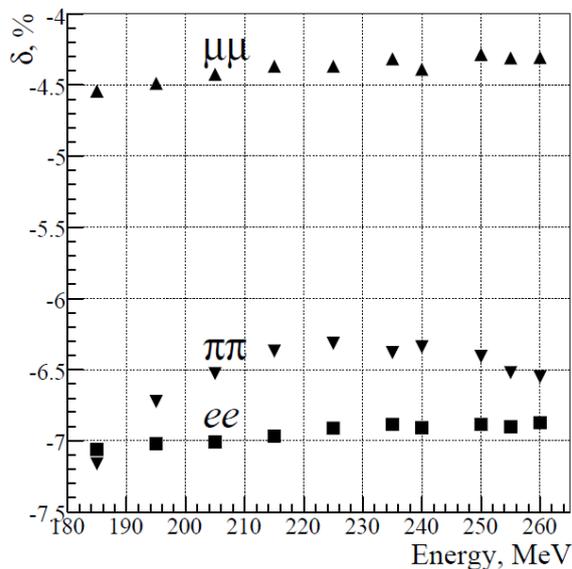


Рисунок 2.31 — Радиационные поправки к процессам $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$, $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$, $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ для условий эксперимента в сезоне 1996 года (низкие энергии).

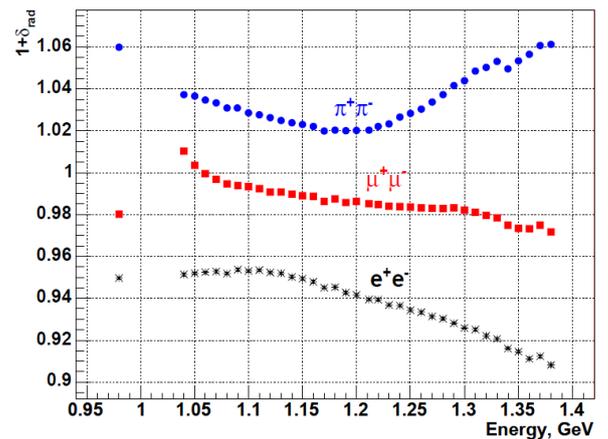


Рисунок 2.32 — Радиационные поправки к процессам $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$, $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$, $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ для условий эксперимента в сезоне 1997 года (высокие энергии).

мезона хорошо виден вклад поляризации вакуума в энергетической зависимости поправки для процесса $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ и вклад сброса на резонанс в энергетической зависимости поправки для процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$.

Точность вычисления радиационных поправок во всем диапазоне энергий ВЭПП-2М оценивается в 0.2% [218].

2.8.2 Поправки на эффективность реконструкции

Чтобы событие прошло описанные ранее критерии отбора, оно должно, во-первых, быть запущено триггером и считано системой сбора данных, и, во-вторых, реконструировано программой реконструкции. Соответственно, в анализе необходимо учесть эффективности триггера и реконструкции.

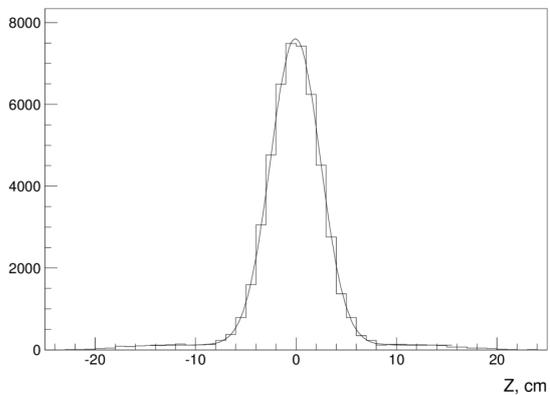
Кинематики изучаемого процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ и мониторирующих процессов $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ и $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ очень похожи — два трека разлетаются в противоположные стороны. Более того, при энергиях выше приблизительно 300 МэВ импульсы частиц в этих трех конечных состояниях становятся неразличимы с точки зрения трековой системы КМД-2. Это приводит к тому, что, в первом приближении, эффективности для всех трех процессов равны и сокращаются в (2.23). Тем не менее, из-за различий в ионизационных потерях в дрейфовой камере и в энерговыделении в калориметре, эффективности реконструкции и триггера могут незначительно отличаться (как правило, менее 1%), что необходимо учесть при определении сечения. Соответствующие поправки отличаются для разных сезонов.

Эффективность реконструкции определялась из экспериментальных данных. Для этого измерялась доля тестовых событий, прошедших критерии отбора коллинеарных событий, при этом тестовые события отбирались с помощью только информации с калориметра. Так как основные критерии отбора были основаны только на информации с трековой системы, такой подход позволял получить несмещенную оценку эффективности.

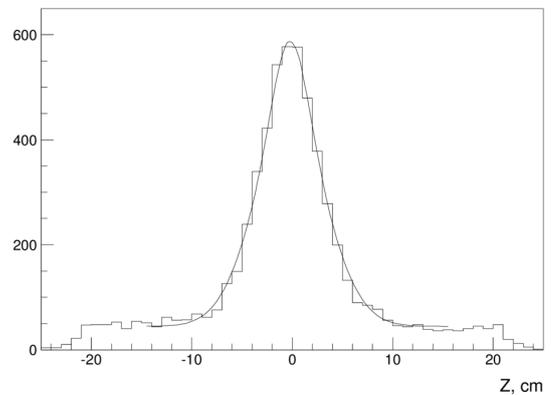
В качестве тестовых событий отбирались события с двумя кластерами в калориметре, расположенными друг против друга с учетом поворота траекторий заряженных частиц в магнитном поле детектора. Характерные области

энерговывделений для отбора тестовых событий показаны на рисунке 2.20. Пары электронов и позитронов характеризуются высоким энерговывделением в калориметре. События этого типа могут быть отобраны практически без фона во всем диапазоне энергий.

В случае мюонов и пионов, в отобранном множестве тестовых событий присутствовали события космического фона. Чтобы сделать возможным вычитание фона, к критериям отбора тестовых событий было добавлено требование, чтобы в событии был реконструирован хотя бы один трек. На событиях $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$, эффективность реконструкции которых можно измерить и без этого дополнительного требования, было проверено, что оно не вносит значимого систематического сдвига в величину эффективности. Для событий, прошедших и не прошедших критерии отбора коллинеарных событий, строились распределения по z -координате вершины вылета реконструированного трека, которые затем аппроксимировались гауссовым распределением с параболической подложкой (рисунок 2.33). Отношение числа событий, описываемых гауссовым распределением, и позволяло получить искомую эффективность, не искаженную наличием космического фона.



а) События, прошедшие критерии отбора коллинеарных событий.



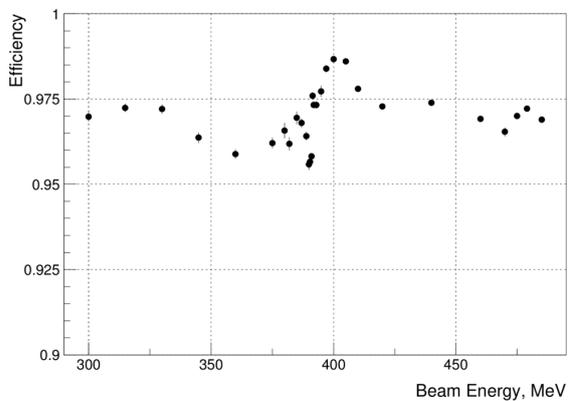
б) События, не прошедшие критерии отбора коллинеарных событий.

Рисунок 2.33 — Иллюстрация процедуры определения эффективности реконструкции. Распределения по z -координате вершины вылета реконструированного трека в тестовых событиях.

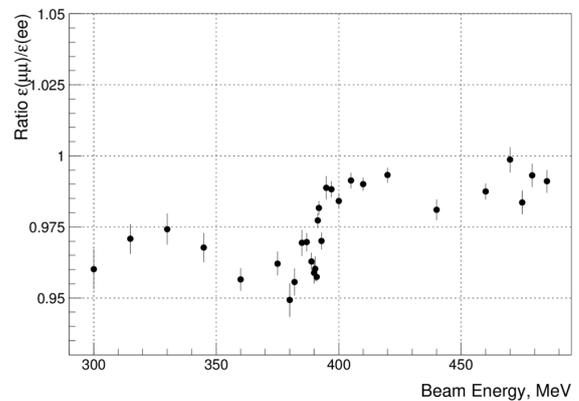
В первом сканировании области энергий ρ -мезона в 1994-1995 гг. эффективность реконструкции оказалась высокой, около 99%, и равной для всех трех типов конечных состояний. Однако при втором сканировании этой об-

ласти в 1998 году параметры дрейфовой камеры ухудшились, что привело к снижению эффективности реконструкции на несколько процентов и появлению разницы в эффективностях для различных типов событий в несколько процентов. Результаты измерения эффективности реконструкции для данных 1998 года показаны на рисунке 2.34. Волнообразная структура зависимости эффективности от энергии связана с изменяющимися условиями набора статистики (в первую очередь, с постепенной деградацией параметров дрейфовой камеры). Дополнительные проблемы, возникшие при наборе статистики в области энергий ω мезона, привели к локальному падению эффективности в соответствующих точках.

Результаты измерения эффективности реконструкции в области низких энергий (данные 1996 года) и в области высоких энергий (данные 1997 года) показаны на рисунках 2.35 и 2.36 соответственно. Хотя в этих сезонах состояние дрейфовой камеры было несколько хуже, чем в 1994-1995 гг., оно было значительно лучше, чем в 1998 году. Характерное значение эффективности восстановления событий составляло $\approx 97\%$, и ее величина для разных конечных состояний оказалась близкой.



а) Эффективность реконструкции событий $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$.



б) Отношение комбинированной эффективности реконструкции событий $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ и $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ к эффективности реконструкции событий $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$.

Рисунок 2.34 — Результат измерения эффективности реконструкции во втором сканировании области энергий ρ -мезона (сезон 1998 года).

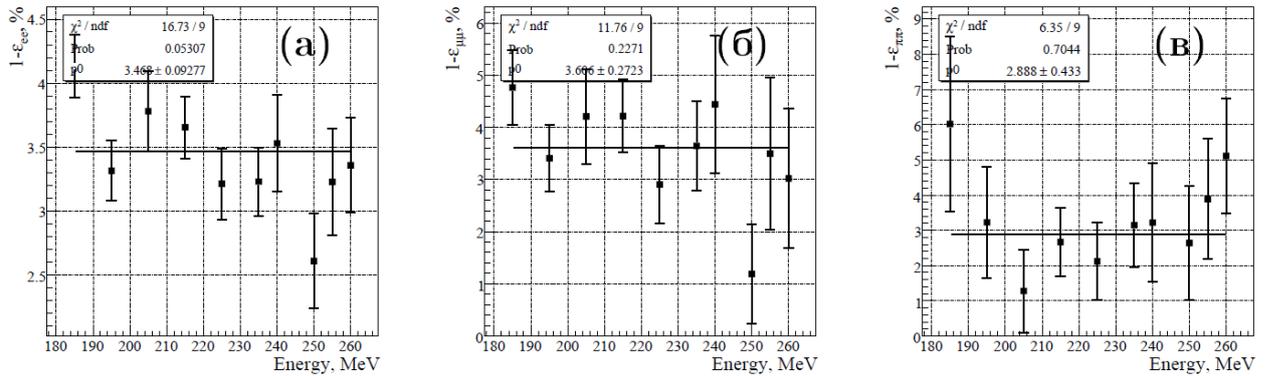


Рисунок 2.35 — Результат измерения эффективности реконструкции событий $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ (а), $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ (б) и $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ (в) в области энергий $\sqrt{s} \leq 0.52$ ГэВ (сезон 1996 года).

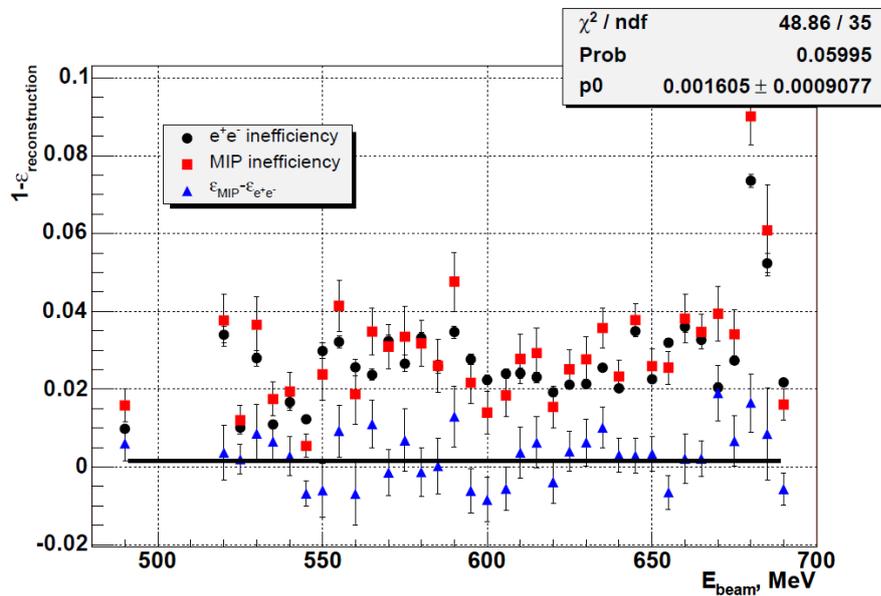


Рисунок 2.36 — Результат измерения эффективности реконструкции в области энергий $\sqrt{s} > 1$ ГэВ (сезон 1997 года). Разница эффективности для событий $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ и комбинированной эффективности для событий $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ и $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ показана треугольниками.

2.8.3 Поправки на эффективность триггера

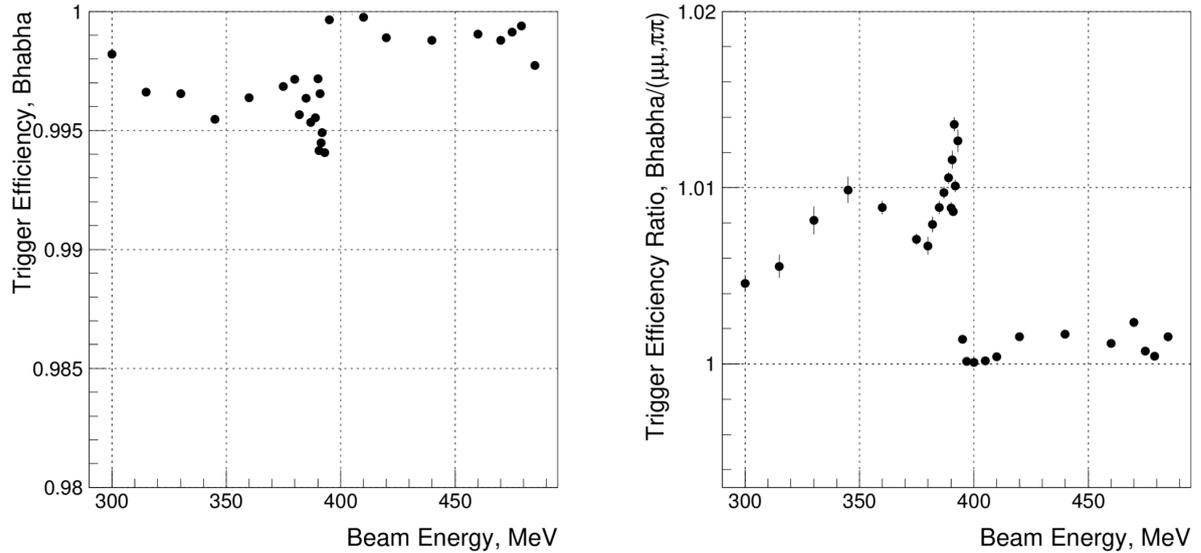
Во время набора статистики в разных сезонах использовались две основные конфигурации триггера: в первой, далее обозначенной как TF, для принятия решения использовались только сигналы с трековой системы, во второй, далее обозначенной как TF*CSI — совпадение сигналов с трековой системы и калориметра. Конфигурация TF использовалась при наборе данных в области низких энергий, конфигурация TF*CSI — в области высоких энергий. В области энергий ρ -мезона использовались обе конфигурации.

Для выработки решения TF (трекфайндера) требуется наличие определенного количества сработавших проволочек в двух внутренних слоях дрейфовой камеры, при этом анализируется не только количество, но и положение проволочек. Вероятность срабатывания трекфайндера для частиц, летящих из центра камеры, с импульсами в анализируемом диапазоне, очень высока, так как среднее количество сработавших проволочек в дрейфовой камере существенно превышает необходимый минимум.

Благодаря тому, что в изучаемых событиях есть две частицы, каждая из которых может вызвать срабатывание триггера, было возможно измерить эффективность триггера. Электроника детектора позволяла получить информацию, какие комбинации проволочек вызвали срабатывание сигнала триггера. Для измерения эффективности в отобранных событиях один из треков, вызвавших срабатывание триггера, использовался как метка, а для противоположного трека изучалось распределение комбинаций проволочек и вероятность формирования сигнала TF. Кроме того, для событий $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ существовал другой независимый способ измерения эффективности триггера, так как эти события запускались не только заряженным триггером, но и нейтральным триггером, основанным только на информации с цилиндрического калориметра.

Для всех точек по энергии было показано, что эффективность заряженного триггера для коллинеарных событий является очень высокой для всех типов конечных состояний и не требует введения поправки при расчете сечения. Единственным исключением является набор статистики в 1998 году, во время которого параметры дрейфовой камеры были хуже, чем в преды-

дущих сезонах. На рисунке 2.37 показана эффективность триггера для событий $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ и ее отличие от эффективности триггера для событий $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ и $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$. Во время набора статистики на правом склоне ρ -мезона эффективность триггера для разных типов событий совпадала. Во время набора статистики на левом склоне ρ -мезона произошла дополнительная деградация параметров трековой системы, что привело к необходимости введения поправки $\approx 1\%$ на разницу эффективностей триггера.



а) Эффективность триггера TF для событий $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$.

б) Отношение комбинированной эффективности триггера TF для событий $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ и $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ к эффективности для событий $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$.

Рисунок 2.37 — Результат измерения эффективности трекайндера (TF) во втором сканировании области энергий ρ -мезона (сезон 1998 года).

В конфигурации TF*CSI кроме срабатывания трекайндера требовалось его совпадение с сигналом CSI, который формировался при превышении суммарного энерговыделения хотя бы в одной линейке калориметра порогового значения, характерное значение которого составляло 20–40 МэВ. Так как энерговыделение в калориметре для частиц разного типа существенно отличается, эффективность срабатывания триггера TF*CSI могла отличаться для разных конечных состояний. Для определения эффективности были отобраны коллинеарные события, используя только информацию с трековой системы, и с их помощью были построены зависимости эффективности срабатывания сигнала CSI от энерговыделения в каждой линейке калориметра. Полученные

зависимости свертывались с известными распределениями энерговыделения для каждого типа частиц, и, таким образом, определялась эффективность срабатывания триггера калориметра для частиц каждого типа. Оказалось, что использование сигнала CSI приводит к очень небольшой разнице эффективностей для событий $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$, $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ и $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ — величина поправки варьировалась от 0% до 0.5% в зависимости от энергии пучков и условий набора.

2.8.4 Поправки на ядерные взаимодействия пионов и распады на лету

Два уникальных вклада в эффективность регистрации, Δ_H и Δ_D в (2.23), связанных с ядерными взаимодействиями пионов и распадами на лету, необходимо учесть только для событий $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$.

Небольшая доля пионов испытывает неупругие ядерные взаимодействия в веществе вакуумной трубы и внутренних слоях дрейфовой камеры и поэтому может быть отброшена при отборе коллинеарных событий. Данная поправка вычислялась с помощью моделирования. Для описания ядерных взаимодействий пионов использовалось два пакета — FLUKA [222] и GHEISHA [223]. Было проведено специальное исследование, в котором было показано, что FLUKA лучше описывает взаимодействие пионов с веществом детектора в исследуемой области энергии. Поэтому величина поправки рассчитывалась с помощью именно этой модели, однако разница между двумя вычислениями была добавлена в систематическую ошибку.

Второй вклад связан с тем, что небольшая доля пионов, рожденных в процессе $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, распадается на лету внутри дрейфовой камеры. В случае, если рожденный в процессе распада мюон отклонится на достаточно большой угол от первоначального направления полета пиона, программа реконструкции не восстановит такое событие как коллинеарное. В области энергий ρ -мезона, в 2-4% событий $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ присутствует распавшийся пион. Однако, поскольку максимальный угол распада в изучаемом диапазоне энергий мал — 0.08-0.15 радиан в зависимости от энергии, то более 90% та-

ких событий восстанавливается как коллинеарная пара пионов. Поправка на распад пионов была вычислена с помощью моделирования.

Результаты вычисления поправок для области энергий ρ -мезона (сезоны 1994-1995 и 1998 годов) показаны на рисунках 2.38 и 2.39. Видно, что поправка, связанная с распадами пионов на лету, практически пренебрежима в этой области энергий и в области более высоких энергий. Результат вычисления поправки на ядерное взаимодействие пионов в области высоких энергий показана на рисунке 2.40. Хотя сечение взаимодействия падает с энергией, поправка становится больше при энергиях выше $\sqrt{s} > 1.2$ ГэВ. Это связано с ужесточением критериев отбора, необходимым для подавления фона. Результат вычисления комбинированной поправки для области низких энергий показан на рисунке 2.41. В области самых низких энергий доминирует вклад распадов на лету, что связано как с увеличением вероятности распада пионов, так и с увеличением максимального угла распада.

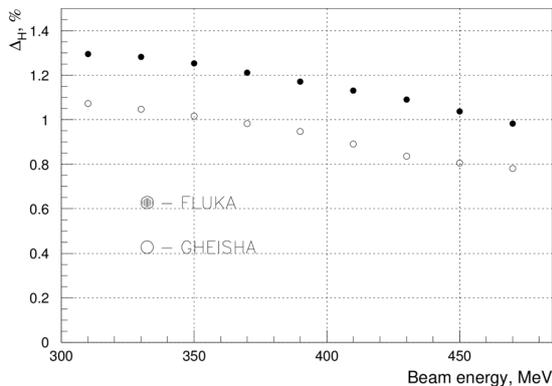


Рисунок 2.38 — Поправка Δ_H на ядерные взаимодействия пионов для условий эксперимента в сезоне 1994-1995 года (область энергий ρ -мезона).

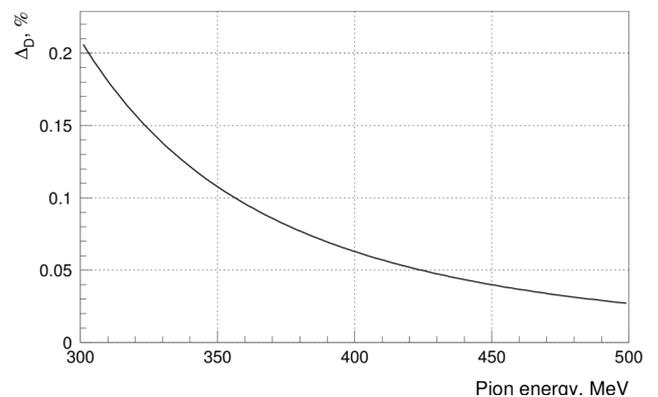


Рисунок 2.39 — Поправка Δ_D на распады пионов на лету для условий эксперимента в сезоне 1994-1995 года (область энергий ρ -мезона).

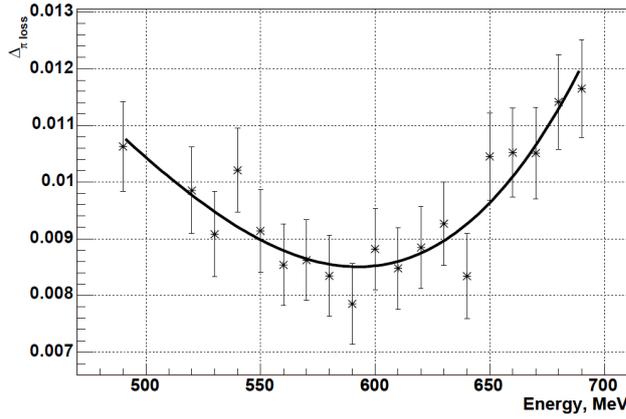


Рисунок 2.40 — Поправка Δ_N на ядерные взаимодействия пионов для условий эксперимента в сезоне 1997 года (область высоких энергий).

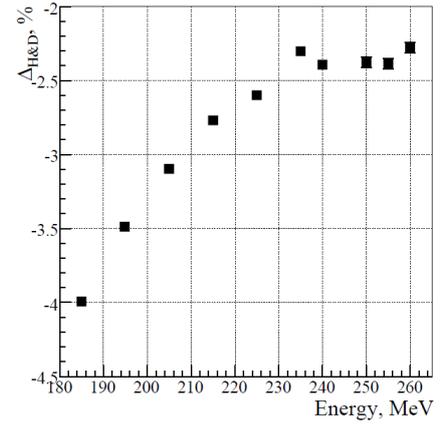


Рисунок 2.41 — Комбинированная поправка на ядерные взаимодействия и распады пионов на лету для условий эксперимента в сезоне 1996 года (область низких энергий).

2.8.5 Вычитание фона

В отобранном для анализа множестве коллинеарных событий практически отсутствует фон от событий, рожденных в аннигиляции e^+ и e^- . Исключение составляет узкая область энергий в районе ω -мезона, где наблюдается фон от событий $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$, и область высоких энергий, где становятся заметны вклады событий $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$, 3π , 4π на фоне падающего сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$.

Соответствующая поправка к измеряемому сечению, Δ_{bg} в (2.23), определялась с помощью моделирования. Проводилось полное моделирование фоновых событий, эти события реконструировались и к ним применялись те же критерии отбора, которые применялись для отбора коллинеарных событий. Полученная эффективность отбора умножалась на известные сечения процессов. Результаты вычислений показаны на рисунках 2.42 и 2.43.

Наибольший вклад фоновых событий наблюдается в узкой области энергий ω -мезона, где максимальное значение поправки достигает 0.8% (рисунок 2.42). Это связано с большим сечением процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ в данной области энергий.

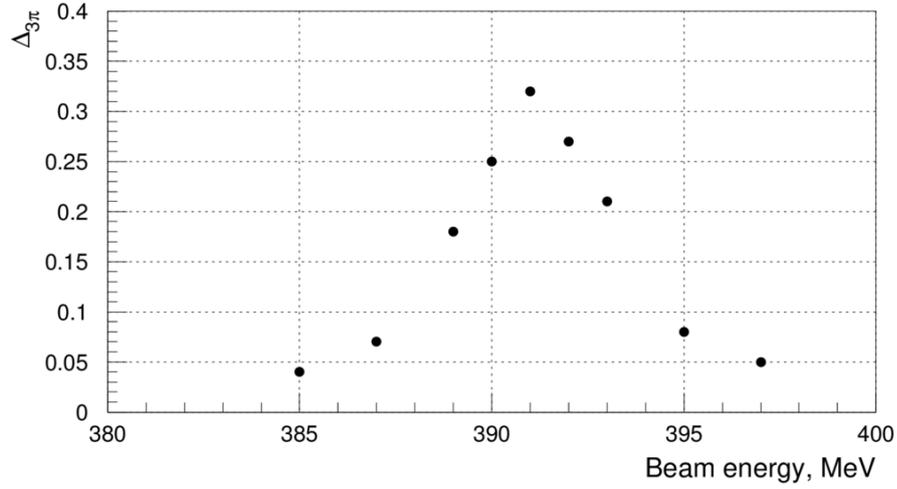


Рисунок 2.42 — Поправка, связанная с наличием фона от событий $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$. Приведено абсолютное значение поправки Δ_{bg} в (2.23).

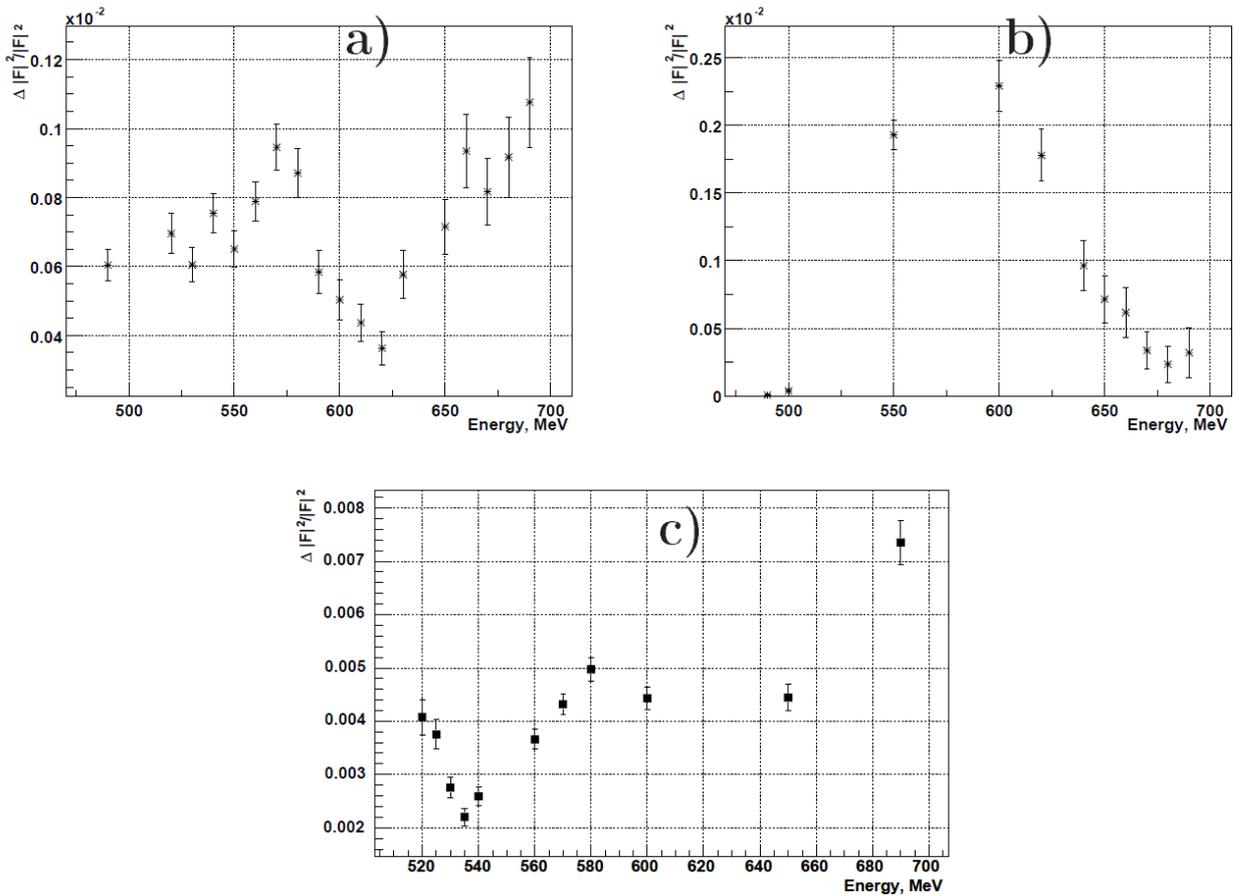


Рисунок 2.43 — Поправка к сечению $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ в области высоких энергий, связанная с наличием фона от событий: а) $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$, б) $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ и в) $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$. Приведено относительное значение поправки $\Delta_{bg}/|F_\pi|^2$.

В области высоких энергий фон от процессов $e^+e^- \rightarrow 3\pi, 4\pi$ оказался пренебрежимо мал (рисунки 2.43а и 2.43b), однако фон от событий $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$ становился очень существенным при повышении энергии. Это было связано с тем, что кинематика событий $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$ аналогична кинематике событий $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, а с ростом энергии разрешения дрейфовой камеры перестает хватать для π/K разделения. Для подавления этого фона критерии отбора были ужесточены (раздел 2.4). Для более точного определения вклада каонов он был определен двумя способами: с помощью моделирования и с помощью прямого расчета, в котором учитывалось разрешение дрейфовой камеры, измеренное по событиям $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$. Результаты расчетов совпали с точностью 0.4%. Окончательное значение поправки на фон от событий $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$ показано на рисунке 2.43с.

2.9 Систематические ошибки

При измерении сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ важно достичь как можно меньшего уровня систематической ошибки. Это связано с тем, что при определении адронного вклада в аномальный магнитный момент мюона вычисляется интеграл от сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, и именно систематическая ошибка измерения определяет точность вычисления интеграла. Основные источники систематической ошибки измерения сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ с детектором КМД-2 перечислены в таблице 5 и обсуждаются ниже.

В области энергий выше 1 ГэВ видимое сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ быстро падает относительно сечений мониторирующих процессов $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ и $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ (рисунок 2.44). Например, отношение числа зарегистрированных событий $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ и $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ в диапазоне энергий от 1 ГэВ до 1.4 ГэВ вырастает на порядок, с 0.7 до 7. В этой области при разделении частиц число мюонных пар привязывается к числу событий Баба-рассеяния (уравнение (2.6)); фактически, число пионных пар определяется как разница между общим числом мюонных и пионных пар и числом мюонных пар, предсказанным из измеренного числа событий Баба-рассеяния. Следовательно, систематическая ошибка в числе мюонных пар приводит к дополнитель-

ному вкладу в систематическую ошибку числа пионных пар, и этот вклад становится более существенным (и доминирующим) с ростом энергии. Для большинства вкладов в систематическую ошибку именно этот эффект приводит к росту ошибки с энергией, наблюдаемому в таблице 5.

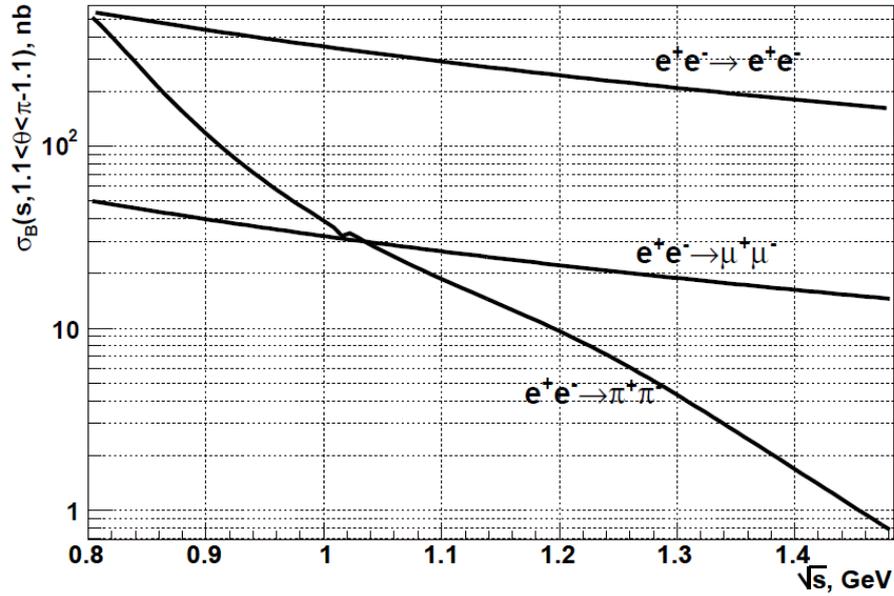


Рисунок 2.44 — Зависимость расчетных сечений процессов $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$, $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ и $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ в телесном угле регистрации $1.1 \leq \Theta \leq (\pi - 1.1)$ от энергии в с.ц.м.

2.9.1 Точность определения энергии накопителя

Во время набора статистики в сезоне 1994-1995 года практически для всех точек энергия накопителя определялась с помощью методики резонансной деполяризации[224]. Систематическая точность определения энергии в с.ц.м. при этом оценивается лучше чем 70 кэВ. Соответствующая систематическая ошибка в величине пионного формфактора пропорциональна скорости изменения формфактора от энергии:

$$\Delta|F_\pi|^2 \approx d|F_\pi|^2/dE \cdot \Delta E \quad (2.26)$$

Таблица 5 — Основные источники систематической ошибки измерения сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ с детектором КМД-2.

Источник систематической ошибки	Величина			
	0.37-0.52 ГэВ	0.6-1.0 ГэВ		1.04-1.38 ГэВ
	1996	1994-1995	1998	1997
Точность определения энергии накопителя	0.3%	0.1%	0.3%	0.3÷1.1%
Точность определения телесного угла регистрации	0.2%	0.2%	0.2%	0.2÷0.5%
Точность определения эффективности регистрации	0.2%	0.2%	0.5%	0.5÷2%
Систематическая ошибка процедуры разделения частиц	0.4%	0.2%	0.2%	0.2÷1.5%
Точность определения поправок на потерю пионов	0.2%	0.2%	0.2%	0.2%
Точность вычисления радиационных поправок	0.3%	0.4%	0.4%	0.5÷2%
Точность вычитания фона	—	—	—	0.6÷1.6%
Тормозное излучение e^+ и e^- на трубе	0.05%	—	—	0.05÷1.7%
Суммарная систематическая ошибка	0.7%	0.6%	0.8%	1.2÷4.2%

и не превышает 0.1% для всех точек по энергии, кроме узкой области вокруг ω -мезона.

В остальных сезонах энергия пучков определялась с помощью измерения магнитного поля в поворотных магнитах и измерения периметра орбиты. В отдельных точках по энергии была произведена калибровка методом резонансной деполяризации. Итоговая относительная точность определения энергии составила $\Delta E/E \approx 10^{-3}$ во всем диапазоне энергий. Этому соответствует систематическая ошибка в величине пионного формфактора 0.3% в области энергий ниже 1 ГэВ и 0.3÷1.1% при энергиях выше 1 ГэВ.

2.9.2 Точность определения телесного угла регистрации

Телесный угол регистрации событий определяется условием $1.1 < \Theta_{avr} < (\pi - 1.1)$ радиан. В детекторе КМД-2, точность определения среднего полярного угла двух треков Θ_{avr} определяется точностью измерения z -координат точек пересечения треков с Z -камерой. Это связано с тем, что, из-за более высокого разрешения, при проведении трека точка в Z -камере имеет значительно больший вес, чем точки в дрейфовой камере; соответственно, реконструированный трек фактически всегда проходит через точку, измеренную Z -камерой. Как показано в [137; 207], систематическая точность измерения z -координаты Z -камерой лучше 0.1 мм, что соответствует систематической точности в определении пионного формфактора лучше 0.1%.

Другой возможный эффект, который может привести к систематической ошибке, связан с наличием экспериментального разрешения при измерении Θ_{avr} . Наличие разрешения приводит к небольшому изменению борновских сечений σ_a^B в (2.23), поскольку в интеграле (2.24) должны стоять дифференциальные сечения, свернутые с экспериментальным разрешением, а не теоретические дифференциальные сечения. Оценка этого вклада показала, что учет углового разрешения трековой системы детектора приводит к поправкам, не превышающим 0.2%.

Для дополнительной проверки влияния этих факторов, измерение пионного формфактора было проведено для более широкого и более узкого отбора

коллинеарных событий, где граница варьировалась от 1.0 до 1.3 радиан. Было показано, что средняя величина формфактора по всему сезону, с учетом статистической ошибки, согласуется с константой.

Окончательно, вклад в систематическую ошибку, связанный с точностью определения телесного угла регистрации, оценивается в 0.2% во всей области энергий, кроме области высоких энергий, где он вырастает до 0.5%, как описано в начале раздела 2.9.

2.9.3 Точность определения эффективности регистрации

В первом приближении, эффективность регистрации сигнальных событий $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ и мониторирующих событий $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ и $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ одинаковы, поэтому вклад эффективности регистрации сокращается в (2.23). Небольшое отличие в эффективностях регистрации различных конечных состояний измерялось и вносилась соответствующая поправка (раздел 2.8.2).

Для оценки систематической ошибки, связанной с точностью измерения различия в эффективностях, был проделан ряд дополнительных проверок.

1. Для событий $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ была проанализирована угловая зависимость эффективности реконструкции и было показано, что, со статистической точностью, эффективность не зависит от угла Θ . Пример зависимости для одной из точек по энергии для данных 1998 года показан на рисунке 2.45. Так как различные конечные состояния характеризуются существенно разными угловыми распределениями, наличие такой зависимости приводило бы к разнице в эффективностях.
2. Измерение сечения было проведено для более жестких критериев отбора, при которых эффективность реконструкции уменьшалась до 70%-80%. В частности, в области низких энергий уменьшение эффективности реконструкции для различных конечных состояний при этом значительно отличалось, из-за различного вклада многократного рассеяния. Было показано, что, со статистической точностью, результаты измерения формфактора пиона были одинаковы для различных критериев отбора.

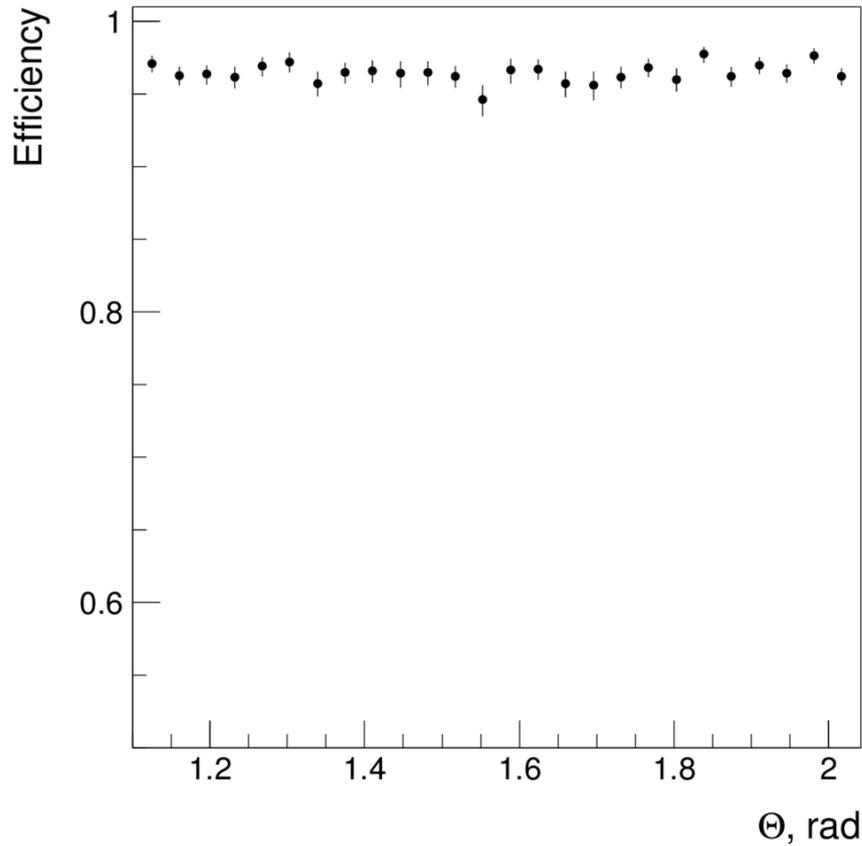


Рисунок 2.45 — Зависимость эффективности реконструкции событий $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ от полярного угла Θ (данные 1998 года)

3. Методика определения эффективности реконструкции была проверена с помощью моделирования.

Так как эффективность триггера для изучаемых событий является высокой во всем диапазоне энергий, основной вклад в систематическую ошибку вносит точность определения разницы эффективностей реконструкции, которая оценивалась в 0.2% во всем диапазоне энергий. В области высоких энергий соответствующий вклад увеличивается до 0.5%-2% за счет вычитания мюонов, как описано в начале раздела 2.9. Для второго сканирования ρ -мезона (данные 1998 года) данный вклад в ошибку оценивается в 0.5%, что связано с общим ухудшением эффективности реконструкции из-за деградации параметров трековой системы.

2.9.4 Систематическая ошибка процедуры разделения частиц

Оценка систематической точности процедуры разделения была получена при помощи серии моделирований.

1. Для области энергий ρ -мезона, было проведено моделирование событий $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$, $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$, $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ и фона во всех точках по энергии, при этом энерговыделение для всех частиц моделировалось по тем же формулам, которые использовались в функции правдоподобия. Было получено, что систематическая ошибка процедуры разделения в этом случае не превышает 0.02%.
2. Для области энергий ρ -мезона, было изучено влияние конкретной формы функций, использованных для параметризации плотностей вероятности, на результат минимизации. Для этого модифицировались функции, описывающие энерговыделения электронов и ядерно-провазаимодействовавших пионов, использовались различные функции для описания энерговыделений электронов и позитронов и т.п. Было получено, что систематическая разница в результатах минимизации не превышает 0.2%.
3. Во всей области энергий было проведено моделирование событий $e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$, $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-(\gamma)$, $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-(\gamma)$ с использованием процедуры полного моделирования. К этим событиям была применена та же процедура разделения, что и к экспериментальным данным и результаты разделения сравнивались с числом событий, заложенных в моделирование. Например, на рисунке 2.46 показано отличие “измеренного” формфактора от заложенного в моделирование для области энергий ρ -мезона.

Для области энергий ρ -мезона вклад в систематическую ошибку от процедуры разделения оценивается в 0.2%. В области низких энергий он увеличивается до 0.4%, в основном из-за систематического смещения результатов из-за малой статистики. В области высоких энергий он увеличивается до 0.2%-1.5% в основном из-за уменьшения доли событий $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$.

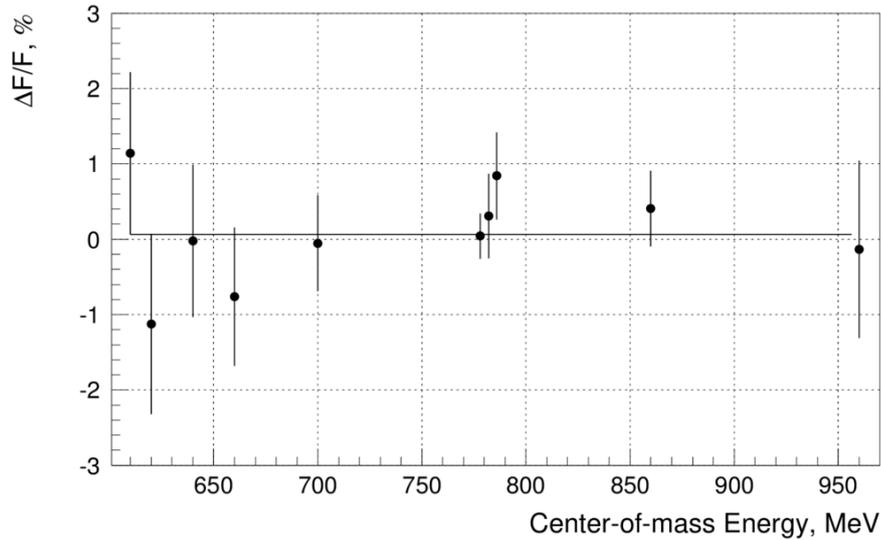


Рисунок 2.46 — Сравнение формфактора пиона, заложенного в моделирование, с формфактором пиона, полученным в результате анализа данных, сгенерированных с помощью процедуры полного моделирования.

2.9.5 Точность определения поправок на потерю пионов

Систематическая точность поправки на потерю пионов за счет ядерного взаимодействия с веществом оценивалась по разнице результатов моделирования с помощью различных пакетов подпрограмм, описывающих ядерное взаимодействие пионов с веществом. Соответствующий вклад в систематическую ошибку оценивается в 0.2% во всем диапазоне энергий, что соответствует приблизительно 20% точности сечений взаимодействия пионов с веществом.

2.9.6 Точность вычисления радиационных поправок

Точность формул, положенных в основу генератора Монте-Карло, с помощью которого производился расчет радиационных поправок, оценивается в 0.2% для каждого конечного состояния [218]. Предполагалось, что систематические ошибки расчета радиационных поправок для разных процессов независимы.

В области низких энергий количество событий $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$, $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ и $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ определялось независимо, поэтому основной вклад в систематическую ошибку вносит отношение $(1 + \delta_{ee})/(1 + \delta_{\pi\pi})$, точность которого оценивается в 0.3%.

В области энергий от $\sqrt{s} = 0.6$ ГэВ и выше, где использовалась методика разделения частиц по энергосодержанию в калориметре, количество мюонных пар привязывалось к количеству событий Баба-рассеяния. Это приводило к усилению вклада неточности расчета радиационных поправок в систематическую ошибку измерения сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, до 0.4% в области энергий ρ -мезона, где число мюонных пар на порядок меньше числа событий сигнала, и до 0.5%-2% в области высоких энергий, где относительная доля событий сигнала значительно уменьшается.

Для косвенной проверки правильности расчета радиационных поправок весь анализ был полностью повторен для модифицированных критериев отбора коллинеарных событий, в которых максимальная допустимая величина угла расколлинеарности $|\Delta\Theta|$ варьировался от 0.05 радиан до 0.25 радиан (стандартное значение), при этом число отобранных событий уменьшалось до 70%. Было показано, что со статистической точностью изменение фактора согласуется с нулем.

2.9.7 Точность вычитания фона

Основным фоном во всей области энергии является фон от космических частиц. Для оценки точности определения числа событий этого фона изучалось отличие в распределении по z событий в различных диапазонах значений прицельного параметра ρ . Кроме того, для независимого определения числа событий фона использовалось распределение по прицельному параметру ρ , а не распределение по продольной координате вершины z . Для области низких энергий соответствующая ошибка учтена в точности разделения частиц; в области энергий ρ -мезона соответствующий вклад в систематическую ошибку пренебрежимо мал из-за относительно малого числа фоновых событий. Наоборот, в области высоких энергий, доля сигнальных событий значительно

уменьшается и ошибка в определении числа фоновых событий приводит к систематической ошибке измерения сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ в 0.6%-1.6%.

В области высоких энергий становится также заметен вклад физического фона от событий $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$, 3π , 4π . Точность определения вклада этих событий оценивается в 0.3%, что пренебрежимо мало по сравнению с вкладом космического фона.

2.9.8 Тормозное излучение e^+ и e^- на трубе

Точность вычисления поправки, связанной с тормозным излучением электронов и позитронов в веществе вакуумной трубы и дрейфовой камеры, определяется точностью знания количества вещества на пути частиц, которая составляет около 10%. Значение поправки при энергиях ниже 1 ГэВ составляет около 0.5%, что приводит к пренебрежимо малому вкладу в систематическую ошибку в 0.05%. В области высоких энергий величина поправки увеличивается в несколько раз из-за ужесточения критериев отборов для подавления фона событий $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$. Это приводит к увеличению вклада в систематическую ошибку до 0.05%-1.7%.

2.10 Результаты измерений

Результаты измерения сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ приведены в таблицах 7-6 и опубликованы в работах [28–32]. После публикации результатов анализа данных первого сканирования области энергий ρ -мезона (данные 1994-1995 года) [28] была обнаружена ошибка в программе расчета радиационных поправок. После исправления ошибки результаты измерений были скорректированы [29].

В таблицах 6-9 приведены количество событий $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$, $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$, $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ и фона, определенных в результате минимизации функций правдоподобия (2.4) и (2.18), формфактора пиона $|F_\pi(s)|^2$ (2.23) и “го-

лого” сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-(\gamma)$ (2.25). В таблицах указаны только статистические ошибки.

Таблица 6 — Результаты измерения сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ по данным, набранным в 1998 году [32].

2E (MeV)	N_{ee}	$N_{\mu\mu}$	$N_{\pi\pi}$	N_{bg}	$ F_\pi ^2$	$\sigma_{\pi\pi(\gamma)}^0$ (nb)
600.0	27341	2484	5604	3066	7.894±0.327	330.1±13.7
630.0	32604	2941	8907	2875	10.527±0.292	415.6±11.5
660.0	26451	2378	10008	2488	14.208±0.341	529.1±12.7
690.0	26311	2348	15081	2629	21.269±0.418	746.4±14.7
720.0	36025	3179	31456	3515	31.957±0.410	1053.6±13.5
750.0	24965	2220	29769	2202	42.133±0.619	1296.6±19.0
760.0	13358	1177	16554	864	43.616±0.832	1311.4±25.0
764.0	18158	1607	23127	1172	44.475±0.727	1325.8±21.7
770.0	16631	1491	21553	1072	44.174±0.736	1302.0±21.7
774.0	33283	2996	44844	1930	45.460±0.527	1332.2±15.4
778.0	41047	3656	54374	2277	44.525±0.420	1296.0±12.2
780.0	30131	2672	38564	2188	42.998±0.557	1237.5±16.0
781.0	31423	2815	39331	2024	41.399±0.533	1178.3±15.2
782.0	195166	17560	237321	11379	39.643±0.201	1111.7±5.6
783.0	39080	3638	45159	2263	36.463±0.423	1007.0±11.7
784.0	46358	4370	50976	3822	33.796±0.371	922.4±10.1
786.0	41230	3873	41492	3510	31.251±0.378	844.1±10.2
790.0	15182	1443	15358	979	31.050±0.608	836.6±16.4
794.0	24522	2339	24565	1417	30.612±0.476	822.5±12.8
800.0	26483	2508	25763	1683	29.821±0.390	794.8±10.4
810.0	27702	2626	24797	2089	26.782±0.378	701.6±9.9
820.0	52553	4995	42122	3088	23.444±0.255	602.9±6.6
840.0	61322	5832	39041	3939	17.890±0.204	443.3±5.1
880.0	67004	6252	25445	4068	10.365±0.148	239.0±3.4
920.0	107887	10067	27329	4238	6.763±0.093	145.4±2.0
940.0	49352	4638	9720	1450	5.197±0.119	108.0±2.5
950.0	75954	7011	13561	3724	4.754±0.101	97.2±2.1
958.0	91810	8538	14811	4835	4.262±0.091	86.0±1.8
970.0	87244	8062	12912	4066	3.936±0.089	78.0±1.8

Таблица 7 — Результаты измерения сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ по данным, набранным в 1994-1995 годах [28; 29].

2E (MeV)	N_{ee}	$N_{\mu\mu}$	$N_{\pi\pi}$	N_{bg}	$ F_\pi ^2$	$\sigma_{\pi\pi(\gamma)}^0$ (nb)
610.50	1509	145	323	342	8.18±1.15	335.2±47.2
620.50	3342	320	881	533	9.95±0.74	400.2±29.7
630.50	3387	324	1007	592	11.12±0.74	438.7±29.1
640.51	3367	322	1028	559	11.30±0.73	437.3±28.3
650.49	2412	230	855	330	13.02±0.85	493.9±32.4
660.50	2810	268	1063	318	13.77±0.77	512.2±28.7
670.50	2850	271	1245	445	15.79±0.84	576.0±30.7
680.59	2828	269	1578	449	20.02±0.93	716.0±33.1
690.43	3912	372	2310	393	21.03±0.74	737.4±26.1
700.52	4099	390	2834	342	24.46±0.64	840.2±22.1
710.47	3292	313	2659	576	28.37±1.01	954.6±34.0
720.25	4465	426	4194	446	32.74±0.85	1078.8±27.9
730.24	2780	265	2837	411	35.29±1.21	1137.1±39.0
740.20	2871	274	3258	402	38.81±1.20	1222.2±37.9
750.28	3414	327	4395	612	43.52±1.17	1338.4±35.9
760.18	3490	334	4684	721	44.71±1.19	1343.6±35.7
764.17	4098	392	5502	339	44.48±1.05	1325.6±31.4
770.11	3571	341	4948	415	45.48±1.17	1340.3±34.5
774.38	3333	318	4524	287	44.29±1.17	1297.5±34.4
778.17	2789	265	4028	260	46.68±1.33	1358.0±38.7
780.17	2979	285	4115	230	44.04±1.22	1265.5±35.1
782.23	8091	789	9852	708	37.55±0.68	1049.3±18.9
784.24	3051	303	3593	203	35.24±1.00	959.8±27.3
786.04	2643	264	2747	494	30.92±1.10	835.0±29.7
790.10	2662	266	2909	531	33.03±1.14	890.0±30.8
794.14	3755	373	3824	810	30.90±0.87	830.1±23.4
800.02	4868	482	4873	696	30.25±0.73	806.2±19.6
810.14	7000	690	6208	748	26.33±0.56	689.7±14.8
820.02	3144	307	2666	314	24.78±0.79	637.3±20.4
829.97	3065	299	2260	336	21.15±0.76	533.9±19.1
839.10	2716	265	1665	313	17.29±0.72	429.2±17.9
849.24	2314	225	1214	228	14.57±0.72	355.0±17.5
859.60	2404	233	1306	227	14.91±0.70	356.5±16.7
869.50	3787	367	1591	269	11.41±0.47	268.0±11.0
879.84	1358	131	527	139	10.47±0.81	241.4±18.7
889.72	4980	481	1615	247	8.69±0.35	197.0±7.9
900.04	6389	617	1926	340	8.04±0.30	178.9±6.7
910.02	5225	503	1386	304	7.05±0.32	154.1±7.0
919.56	5039	486	1183	269	6.23±0.31	134.0±6.7
930.11	3401	327	759	197	5.91±0.37	124.9±7.9
942.19	6284	603	1272	277	5.35±0.25	110.8±5.3
951.84	7119	682	1273	403	4.72±0.24	96.2±4.9
961.52	6534	625	1099	288	4.44±0.23	89.1±4.7

Таблица 8 — Результаты измерения сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ по данным, набранным в 1997 году [30].

2E (MeV)	N_{ee}	$N_{\mu\mu}$	$N_{\pi\pi}$	N_{bg}	$ F_\pi ^2$	$\sigma_{\pi\pi(\gamma)}^0$ (nb)
980.0	12112	1134	1646	522	3.596 ± 0.163	70.19 ± 3.17
1040.0	12098	1160	1178	285	2.598 ± 0.134	44.14 ± 2.28
1050.0	19355	1843	1644	739	2.262 ± 0.112	38.10 ± 1.89
1060.0	11101	1052	911	258	2.185 ± 0.135	36.34 ± 2.25
1070.0	14517	1373	1251	508	2.295 ± 0.130	37.64 ± 2.13
1080.0	12880	1214	912	289	1.884 ± 0.119	30.45 ± 1.92
1090.0	14317	1346	1142	245	2.120 ± 0.110	33.76 ± 1.75
1100.0	11801	1109	756	264	1.704 ± 0.120	26.71 ± 1.89
1110.0	18016	1689	1111	551	1.641 ± 0.106	25.33 ± 1.63
1120.0	8997	844	492	312	1.449 ± 0.146	22.04 ± 2.22
1130.0	17459	1639	1110	477	1.683 ± 0.103	25.21 ± 1.55
1140.0	21166	1988	1227	499	1.531 ± 0.088	22.58 ± 1.29
1150.0	9160	860	477	327	1.374 ± 0.150	19.95 ± 2.18
1160.0	22017	2068	1159	599	1.386 ± 0.087	19.82 ± 1.24
1170.0	14378	1352	654	486	1.197 ± 0.115	16.86 ± 1.62
1180.0	21170	1992	969	616	1.200 ± 0.088	16.64 ± 1.22
1190.0	22167	2092	861	966	1.014 ± 0.093	13.85 ± 1.26
1200.0	27772	2624	1049	1092	0.983 ± 0.079	13.23 ± 1.06
1211.4	20547	1943	848	537	1.069 ± 0.082	14.16 ± 1.08
1220.0	24695	2336	947	668	0.989 ± 0.075	12.93 ± 0.98
1230.0	18733	1774	779	499	1.069 ± 0.088	13.77 ± 1.14
1240.0	22847	2165	883	700	0.988 ± 0.081	12.54 ± 1.03
1250.0	28326	2689	883	586	0.794 ± 0.064	9.92 ± 0.80
1260.0	25726	2445	708	546	0.696 ± 0.063	8.58 ± 0.77
1270.0	32139	3056	919	630	0.719 ± 0.057	8.74 ± 0.69
1280.0	38505	3664	1067	671	0.693 ± 0.052	8.30 ± 0.62
1290.0	48074	4583	1104	853	0.571 ± 0.042	6.74 ± 0.50
1300.0	45381	4330	1175	797	0.640 ± 0.046	7.45 ± 0.54
1310.0	34733	3320	807	559	0.570 ± 0.050	6.54 ± 0.58
1320.0	21881	2095	433	300	0.483 ± 0.054	5.47 ± 0.62
1330.0	40606	3887	770	457	0.460 ± 0.040	5.13 ± 0.45
1340.0	24223	2320	525	414	0.524 ± 0.062	5.77 ± 0.68
1350.0	29074	2788	420	530	0.347 ± 0.049	3.77 ± 0.53
1360.0	38744	3728	580	663	0.357 ± 0.040	3.83 ± 0.43
1370.0	12389	1191	221	190	0.424 ± 0.078	4.48 ± 0.83
1380.0	64315	6195	917	1078	0.338 ± 0.032	3.52 ± 0.34

Таблица 9 — Результаты измерения сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ по данным, набранным в 1996 году [31].

2E (MeV)	N_{ee}	$N_{\mu\mu}$	$N_{\pi\pi}$	N_{bg}	$ F_\pi ^2$	$\sigma_{\pi\pi(\gamma)}^0$ (nb)
370	18891	1817	395	860	2.05 ± 0.12	91.8 ± 5.6
390	13087	1210	304	769	1.83 ± 0.12	89.0 ± 5.9
410	8935	822	266	426	1.98 ± 0.14	100.0 ± 7.0
430	14915	1464	627	552	2.52 ± 0.11	129.7 ± 5.9
450	9205	874	453	458	2.69 ± 0.15	138.5 ± 7.5
470	9918	920	549	418	2.83 ± 0.14	144.2 ± 7.3
480	5669	478	344	437	3.02 ± 0.20	152.4 ± 10.3
500	4400	429	306	339	3.24 ± 0.24	160.2 ± 11.7
510	4236	412	355	155	3.83 ± 0.25	186.6 ± 12.4
520	5810	574	454	218	3.52 ± 0.21	169.2 ± 10.3

2.11 Параметризация энергетической зависимости сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$

Описание энергетической зависимости сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ (или формфактора пиона) является нетривиальной задачей из-за большой ширины $\rho(770)$ -мезона. Подробное рассмотрение этого вопроса не является целью настоящей работы. Довольно детальный анализ различных моделей приведен в ряде работ [221; 225].

В данной работе зависимость формфактора пиона от энергии описана в рамках модели векторной доминантности, в которой кроме доминантного вклада $\rho(770)$ -мезона учтены вклады других векторных мезонов: $\omega(782)$, $\varphi(1020)$, $\rho(1450)$, $\rho(1700)$.

Для описания вкладов ρ -резонансов использовалась параметризация Гунариса-Сакураи [226]:

$$\text{BW}_{\rho(M_\rho)}^{\text{GS}} = \frac{M_\rho^2 (1 + d \cdot \Gamma_\rho / M_\rho)}{M_\rho^2 - s + f(s) - iM_\rho \Gamma_\rho(s)}, \quad \text{где} \quad (2.27)$$

$$f(s) = \Gamma_\rho \frac{M_\rho^2}{p_\pi^3(M_\rho^2)} \left[p_\pi^2(s) (h(s) - h(M_\rho^2)) + (M_\rho^2 - s) p_\pi^2(M_\rho^2) \frac{dh}{ds} \Big|_{s=M_\rho^2} \right], \quad (2.28)$$

$$h(s) = \frac{2 p_\pi(s)}{\pi \sqrt{s}} \ln \frac{\sqrt{s} + 2p_\pi(s)}{2m_\pi}, \quad (2.29)$$

$$\left. \frac{dh}{ds} \right|_{s=M_\rho^2} = h(M_\rho^2) \left[\frac{1}{8p_\pi^2(M_\rho^2)} - \frac{1}{2M_\rho^2} \right] + \frac{1}{2\pi M_\rho^2}, \quad (2.30)$$

$$p_\pi(s) = \frac{1}{2} \sqrt{s - 4m_\pi^2}. \quad (2.31)$$

Предполагалось, что зависимость ширины резонанса от энергии полностью описывается изменением фазового объема двух конечных пионов в P -волне:

$$\Gamma_\rho(s) = \Gamma_\rho \left[\frac{p_\pi(s)}{p_\pi(M_\rho^2)} \right]^3 \left[\frac{M_\rho^2}{s} \right]^{1/2}, \quad (2.32)$$

Значение параметра d определяется из условия нормировки $\text{BW}^{\text{GS}}(0) = 1$:

$$d = \frac{3}{\pi} \frac{m_\pi^2}{p_\pi^2(M_\rho^2)} \ln \frac{M_\rho + 2p_\pi(M_\rho^2)}{2m_\pi} + \frac{M_\rho}{2\pi p_\pi(M_\rho^2)} - \frac{m_\pi^2 M_\rho}{\pi p_\pi^3(M_\rho^2)}. \quad (2.33)$$

Для описания $\rho - \omega$ интерференции вклад $\rho(770)$ модифицировался следующим образом:

$$\text{BW}_{\rho(770)}^{\text{GS}}(s) \rightarrow \text{BW}_{\rho(770)}^{\text{GS}}(s) \cdot \left(1 + \delta \frac{s}{M_\omega^2} \text{BW}_\omega(s) \right), \quad (2.34)$$

где для параметризации вклада $\omega(782)$ мезона использовалась функция Брейта-Вигнера с фиксированной шириной:

$$\text{BW}_\omega^{\text{fix}}(s) = \frac{M_\omega^2}{M_\omega^2 - s - iM_\omega \Gamma_\omega}. \quad (2.35)$$

Параметр смешивания δ является комплексным.

Окончательно, параметризация формфактора пиона имеет следующий вид:

$$F_\pi(s) = \frac{\text{BW}_{\rho(770)}^{\text{GS}}(s) \cdot \left(1 + \delta \frac{s}{M_\omega^2} \text{BW}_{\omega(782)}^{\text{fix}}(s) \right) + \beta \text{BW}_{\rho(1450)}^{\text{GS}}(s) + \gamma \text{BW}_{\rho(1700)}^{\text{GS}}(s)}{1 + \beta + \gamma}. \quad (2.36)$$

Добавление нормировочного множителя $(1 + \beta + \gamma)^{-1}$ позволяет автоматически выполнить условие нормировки $F_\pi(0) = 1$. Здесь и далее δ является комплексным параметром: $\delta = |\delta| \cdot e^{i\phi_{\rho\omega}}$, β и γ являются вещественными параметрами.

Для получения лептонной ширины ρ -мезона в выражении (2.36) выделялась резонансная часть, соответствующая ρ -мезону, которая, согласно модели векторной доминантности, имеет вид:

$$F_\pi(s)|_{s \approx M_\rho^2} = \frac{g_{\rho\gamma} g_{\rho\pi\pi}}{M_\rho^2 - s - iM_\rho\Gamma_\rho}. \quad (2.37)$$

Сравнивая (2.36) и (2.37), получаем

$$g_{\rho\gamma} g_{\rho\pi\pi} = \frac{M_\rho^2 (1 + d \cdot \Gamma_\rho / M_\rho)}{(1 + \beta + \gamma)}. \quad (2.38)$$

Используя соотношения модели векторной доминантности

$$\Gamma_{V \rightarrow e^+e^-} = \frac{4\pi\alpha^2}{3M_V^3} g_{V\gamma}^2, \quad (2.39)$$

$$\Gamma_{V \rightarrow \pi^+\pi^-} = \frac{g_{V\pi\pi}^2 p_\pi^3 (M_V^2)}{6\pi M_V^2} \quad (2.40)$$

и полагая, что $\Gamma_{\rho \rightarrow \pi^+\pi^-} = \Gamma_\rho$, получаем

$$\Gamma_{\rho \rightarrow e^+e^-} = \frac{2\alpha^2 p_\pi^3 (M_\rho^2)}{9M_\rho\Gamma_\rho} \frac{(1 + d \cdot \Gamma_\rho / M_\rho)^2}{(1 + \beta + \gamma)^2}. \quad (2.41)$$

Аналогичный подход используется для получения относительной вероятности распада $Br(\omega \rightarrow \pi^+\pi^-)$. Для этого в выражении (2.36) выделялась резонансная часть, соответствующая ω -мезону, которая, согласно модели векторной доминантности, имеет вид:

$$F_\pi(s)|_{s=M_\omega^2} = \frac{g_{\omega\gamma} g_{\omega\pi\pi}}{M_\omega^2 - s - iM_\omega\Gamma_\omega}. \quad (2.42)$$

Сравнивая (2.36) и (2.42), получаем

$$g_{\omega\gamma} g_{\omega\pi\pi} = \frac{|\delta| \cdot M_\omega^2 \cdot |BW_{\rho(770)}^{\text{GS}}(M_\omega^2)|}{(1 + \beta + \gamma)}. \quad (2.43)$$

Используя соотношения (2.39) и (2.40), окончательно получаем

$$Br(\omega \rightarrow \pi^+\pi^-) = \frac{2\alpha^2 p_\pi^3(M_\omega^2)}{9M_\omega \Gamma_{\omega \rightarrow e^+e^-} \Gamma_\omega} \left| \text{BW}_{\rho(770)}^{\text{GS}}(M_\omega^2) \right|^2 \frac{|\delta|^2}{(1 + \beta + \gamma)^2}. \quad (2.44)$$

Параметризация Гунариса-Сакураи построена в предположении, что распад векторного мезона идет только по каналу 2π . В случае $\rho(770)$ мезона это предположение достаточно хорошо выполняется в области малых энергий ($\sqrt{s} \lesssim 1$ ГэВ), но для $\rho(1450)$ и $\rho(1700)$ оно очевидно не выполняется. Для учета других каналов распада тяжелых ρ -мезонов можно модифицировать зависимость ширины резонансов от энергии:

$$\Gamma_{\rho'}(s) = \Gamma^{\pi^+\pi^-}(s) + \Gamma^{\omega\pi^0}(s) + \Gamma^{4\pi}(s). \quad (2.45)$$

В работе [221] было показано, что выбор различной параметризации $\Gamma_{\rho'}(s)$ и $\Gamma_{\rho''}(s)$ оказывает незначительное влияние на параметры $\rho(770)$, получаемые при аппроксимации.

Для описания энергетической зависимости пионного формфактора широко используется и другая модель, в которой применяется более традиционная параметризация резонансов:

$$\text{BW}_{\rho(M_\rho)}^{\text{KS}} = \frac{M_\rho^2}{M_\rho^2 - s - iM_\rho \Gamma_\rho(s)}, \quad (2.46)$$

где зависимость ширины резонанса от энергии $\Gamma(s)$, как и в модели Гунариса-Сакураи, соответствует изменению фазового объема двух конечных пионов в P -волне (2.32).

Параметризация формфактора пиона в этой модели, которая в литературе часто называется моделью Кюна-Сантамарии [227], имеет следующий вид:

$$F_\pi(s) = \frac{\text{BW}_{\rho(770)}^{\text{KS}}(s) \cdot \left(1 + \delta \frac{s}{M_\omega^2} \text{BW}_{\omega(782)}^{\text{fix}}(s) \right) + \beta \text{BW}_{\rho(1450)}^{\text{KS}}(s) + \gamma \text{BW}_{\rho(1700)}^{\text{KS}}(s)}{1 + \beta + \gamma}. \quad (2.47)$$

Выражения для лептонной ширины ρ -мезона и относительной вероятности распада $Br(\omega \rightarrow \pi^+\pi^-)$ в такой параметризации получаются аналогично

(2.44) и (2.41):

$$\Gamma_{\rho \rightarrow e^+e^-} = \frac{2\alpha^2 p_\pi^3 (M_\rho^2)}{9M_\rho \Gamma_\rho} \frac{1}{(1 + \beta + \gamma)^2}. \quad (2.48)$$

$$Br(\omega \rightarrow \pi^+ \pi^-) = \frac{2\alpha^2 p_\pi^3 (M_\omega^2)}{9M_\omega \Gamma_{\omega \rightarrow e^+e^-} \Gamma_\omega} \left| \text{BW}_{\rho(770)}^{\text{KS}}(M_\omega^2) \right|^2 \frac{|\delta|^2}{(1 + \beta + \gamma)^2}. \quad (2.49)$$

Для аппроксимации данных использовался метод наименьших квадратов. Для “мягкой” фиксации значений некоторых параметров минимизировалась следующая модифицированная сумма χ^2 :

$$\chi^2 = \sum_{data} \frac{(|F_\pi|_{exp}^2(s_i) - |F_\pi|_{theory}^2(s_i; p_1, \dots, p_k))^2}{\sigma_{exp}^2} + \sum_i \frac{(p_i - p_i^0)^2}{\delta_i^2}, \quad (2.50)$$

где суммирование по i ведется для следующих фиксируемых параметров (указаны $p_i^0 \pm \delta_i$): $M_\omega = 782.71 \text{ МэВ} \pm 80 \text{ кэВ}$, $\Gamma_\omega = 8.68 \pm 0.24 \text{ МэВ}$, $M_{\rho(1450)} = 1465 \pm 25 \text{ МэВ}$, $\Gamma_{\rho(1450)} = 310 \pm 60 \text{ МэВ}$, $\Gamma_{\omega \rightarrow e^+e^-} = 0.595 \pm 0.017 \text{ кэВ}$, $M_{\rho(1700)} = 1860 \pm 17 \text{ МэВ}$, $\Gamma_{\rho(1700)} = 316 \pm 26 \text{ МэВ}$.

На рисунке 2.47 показаны результаты аппроксимации формфактора пиона $|F_\pi|^2$, измеренного с детектором КМД-2, в моделях Гунариса-Сакураи (GS) (2.36) и Кюна-Сантамарии (KS) (2.47). На рисунке 2.48 показана относительная разница (невязка) между результатами измерений и кривой аппроксимации, $|F_\pi|_{exp}^2 / |F_\pi|_{GS \text{ fit}}^2 - 1$.

По результатам аппроксимации были получены параметры $\rho(770)$ мезона, приведенные в таблице 10. В первых двух колонках таблицы приведены опубликованные параметры $\rho(770)$, полученные при аппроксимации данных в области энергий $0.6 \leq \sqrt{s} \leq 1.0 \text{ ГэВ}$ (сезоны 1994-1995 и 1998 годов) моделью Гунариса-Сакураи. В третьей и четвертой колонке приведены результаты совместной аппроксимации всех данных КМД-2 в моделях Гунариса-Сакураи и Кюна-Сантамарии.

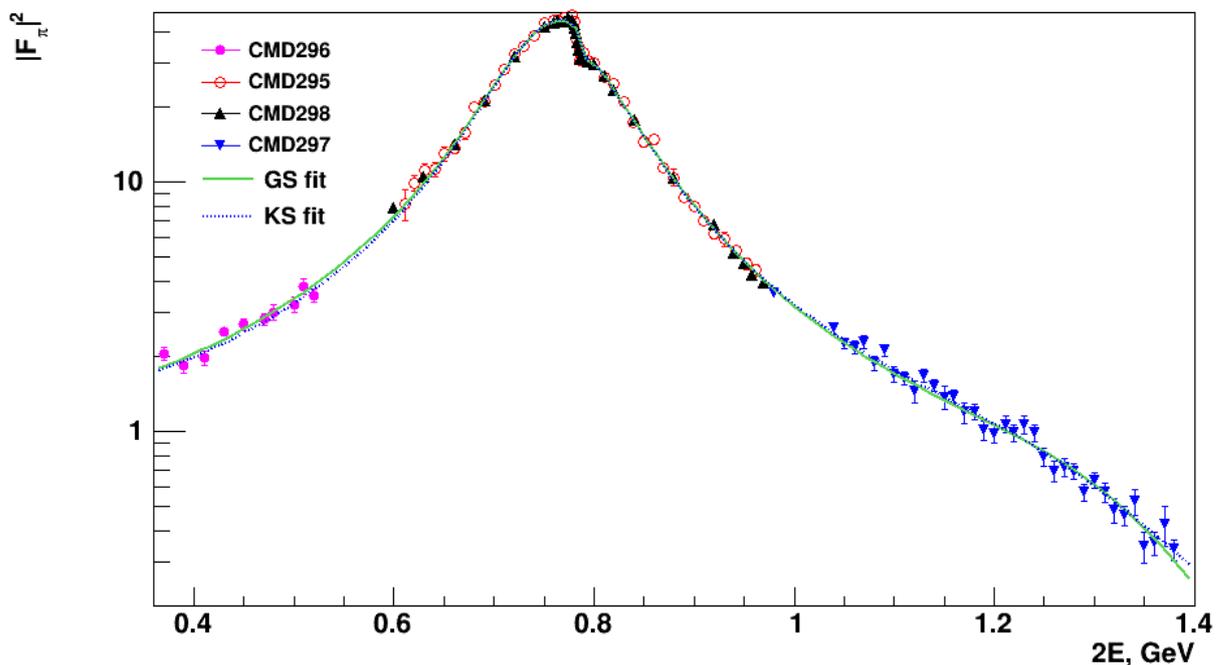
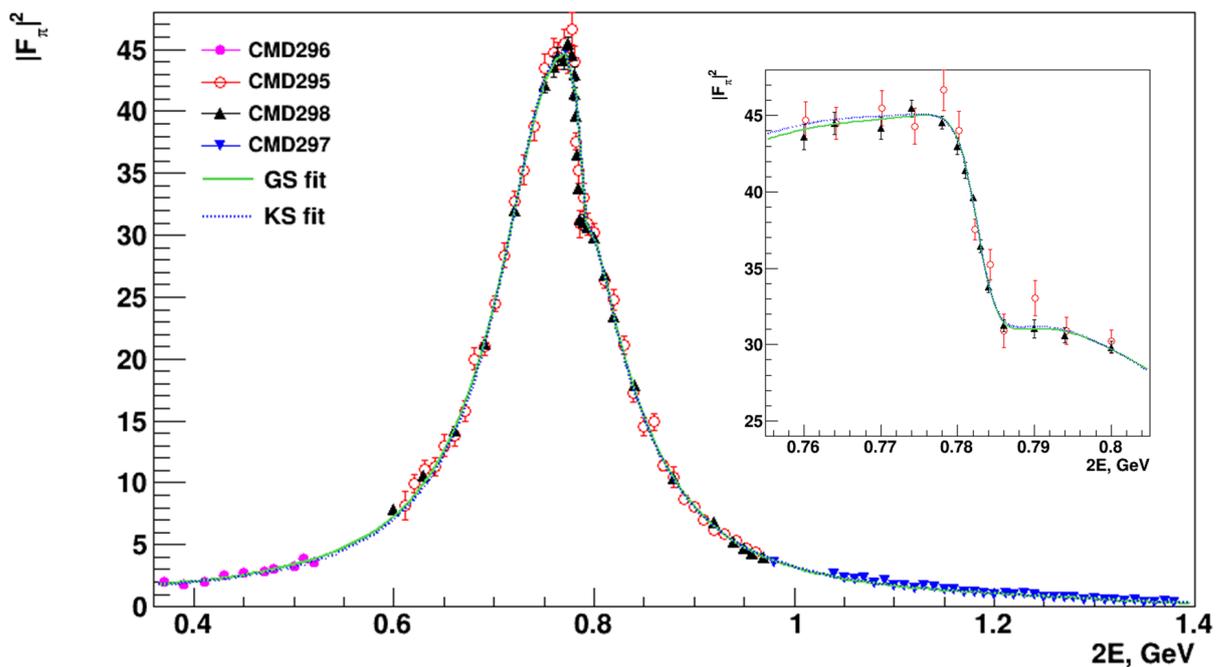


Рисунок 2.47 — Результат измерения формфактора пиона $|F_\pi|^2$ с детектором КМД-2 в линейном (сверху) и логарифмическом (снизу) масштабах. Показана аппроксимация формфактора в моделях Гунариса-Сакураи (GS) (2.36) и Кюна-Сантамарии (KS) (2.47).

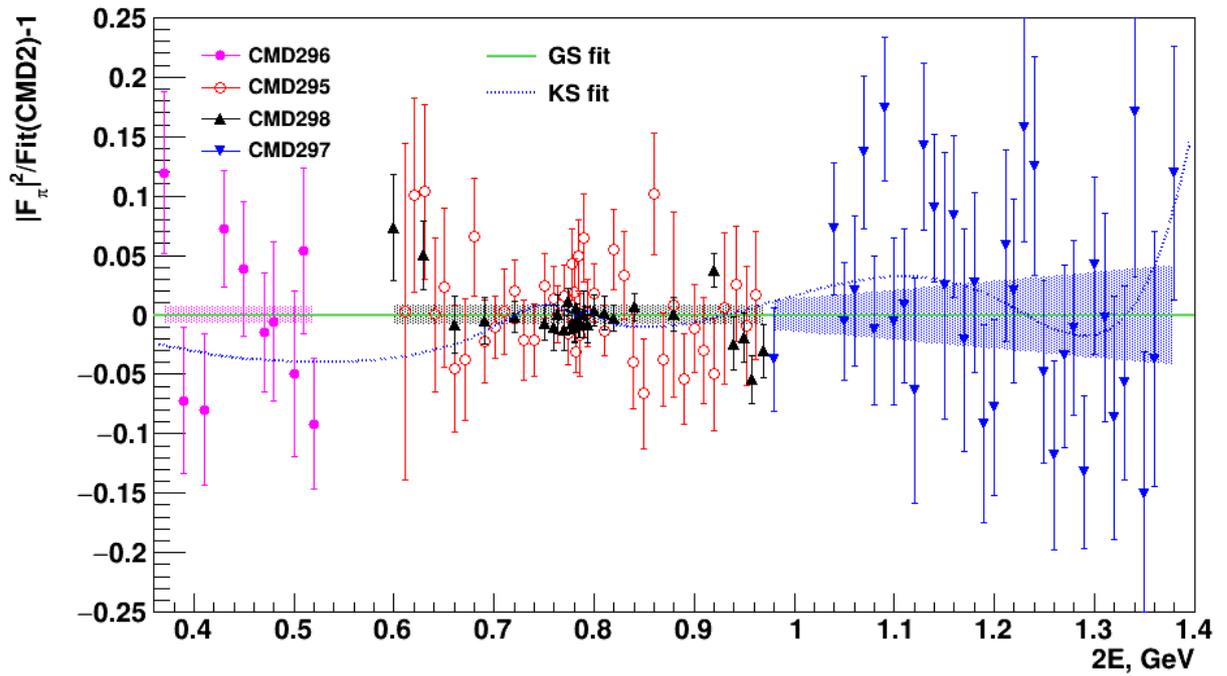


Рисунок 2.48 — Относительная разница между измерениями и аппроксимацией в модели Гунариса-Сакураи, $|F_\pi|_{exp}^2 / |F_\pi|_{GS\ fit}^2 - 1$. Заштрихованные области соответствуют систематической точности измерений. Линией показана относительная разница между аппроксимациями формфактора в моделях Гунариса-Сакураи (GS) и Кюна-Сантамарии (KS), $|F_\pi|_{KS\ fit}^2 / |F_\pi|_{GS\ fit}^2 - 1$

Таблица 10 — Параметры ρ -мезона, полученные при аппроксимации данных КМД-2. В последних двух колонках приведены результаты совместной подгонки данных всех сезонов.

Параметр	Данные 1994-1995, модель GS без учета ρ'' [28; 29]	Данные 1998, модель GS без учета ρ'' [32]	Все данные, модель GS	Все данные, модель KS
M_ρ , MeV	$775.65 \pm 0.64 \pm 0.50$	$775.97 \pm 0.46 \pm 0.70$	775.48 ± 0.39	773.65 ± 0.36
Γ_ρ , MeV	$143.85 \pm 1.33 \pm 0.80$	$145.98 \pm 0.75 \pm 0.50$	145.19 ± 0.84	141.09 ± 0.64
$\Gamma(\rho \rightarrow e^+e^-)$, кэВ	$7.055 \pm 0.044 \pm 0.050$ ¹	$7.048 \pm 0.028 \pm 0.050$ ²	7.073 ± 0.024	7.002 ± 0.027
$ \delta \times 10^3$	$1.53 \pm 0.15 \pm 0.05$	$1.63 \pm 0.07 \pm 0.03$	1.60 ± 0.07	1.54 ± 0.07
$\phi_{\rho\omega} = \arg \delta$	$13.3^0 \pm 3.7^0 \pm 0.2^0$	$10.4^0 \pm 1.6^0 \pm 3.5^0$	$10.7^0 \pm 1.7^0$	$12.5^0 \pm 1.7^0$
$Br(\omega \rightarrow \pi^+\pi^-)$, %	$1.30 \pm 0.24 \pm 0.05$	$1.46 \pm 0.12 \pm 0.02$	1.41 ± 0.11	1.33 ± 0.11
$M_{\rho'}$, MeV	1465 ± 25	1470 ± 25	1394 ± 15	1369 ± 19
$\Gamma_{\rho'}$, MeV	309 ± 60	315 ± 60	441 ± 43	515 ± 45
β	-0.081 ± 0.006	-0.0860 ± 0.0030	-0.120 ± 0.030	-0.132 ± 0.023
$M_{\rho''}$, MeV	-	-	1860 ± 17	1861 ± 17
$\Gamma_{\rho''}$, MeV	-	-	316 ± 26	316 ± 26
γ	-	-	0.034 ± 0.032	-0.016 ± 0.023
χ^2/ν	0.90	1.04	1.14	1.27

¹В статье [29] приведена другая статистическая ошибка: $\Gamma(\rho \rightarrow e^+e^-) = 7.06 \pm 0.11$ кэВ. Отличие связано с тем, что в статье при расчете ошибки не была учтена корреляция между параметрами.

²В статье [32] приведена другая статистическая ошибка: $\Gamma(\rho \rightarrow e^+e^-) = 7.048 \pm 0.057$ кэВ. Отличие связано с тем, что в статье при расчете ошибки не была учтена корреляция между параметрами.

Стоит отметить, что по данным КМД-2 можно надежно получить параметры $\rho(770)$ мезона, однако для определения параметров вышележащих ρ -мезонов необходимо привлекать данные измерений при более высоких энергиях. Для определения параметров $\rho(770)$, аппроксимировались данные в области энергий $0.6 \leq \sqrt{s} \leq 1.0$ ГэВ, при этом данные 1994-1995 и 1998 годов аппроксимировались отдельно для учета разницы систематических ошибок этих измерений. Для аппроксимации использовалась упрощенная модель Гунариса-Сакураи, в которой был исключен вклад ρ'' (таким образом, вклад ρ' описывает совместный вклад всех вышележащих ρ -мезонов). Параметры $\rho(770)$, полученные по данным 1994-1995 [29] и 1998 [32] годов, вошли как независимые измерения в таблицы свойств элементарных частиц [228].

Результаты совместной аппроксимации всех данных КМД-2 приведены в таблице 10 для сравнения — анализ энергетической зависимости пионного формфактора в широкой области энергий требует привлечения данных, измеренных при более высоких энергиях, и выходит за рамки данной работы. Однако можно заметить, что модель Гунариса-Сакураи лучше описывает данные КМД-2, чем модель Кюна-Сантамарии, при этом основное отличие набирается на левом склоне ρ -мезона (рисунок 2.48).

2.12 Сравнение с другими экспериментами

До измерений КМД-2 наиболее точные прямые измерения формфактора пиона были проведены в экспериментах КМД и ОЛЯ [136]. Одновременно с набором данных КМД-2 происходил набор данных в эксперименте СНД, по которым было проведено независимое измерение формфактора пиона с систематической точностью 1.3% [33; 34].

На рисунке 2.49 показано сравнение результатов КМД-2 с результатами других прямых измерений формфактора пиона. Для того, чтобы сгладить статистический разброс результатов, показано сравнение не с самими данными КМД-2, а с результатами их аппроксимации моделью Гунариса-Сакураи. Желтой полосой показана комбинированная систематическая ошибка экспериментов КМД-2 и сравниваемого. Можно отметить, что данные экспериментов

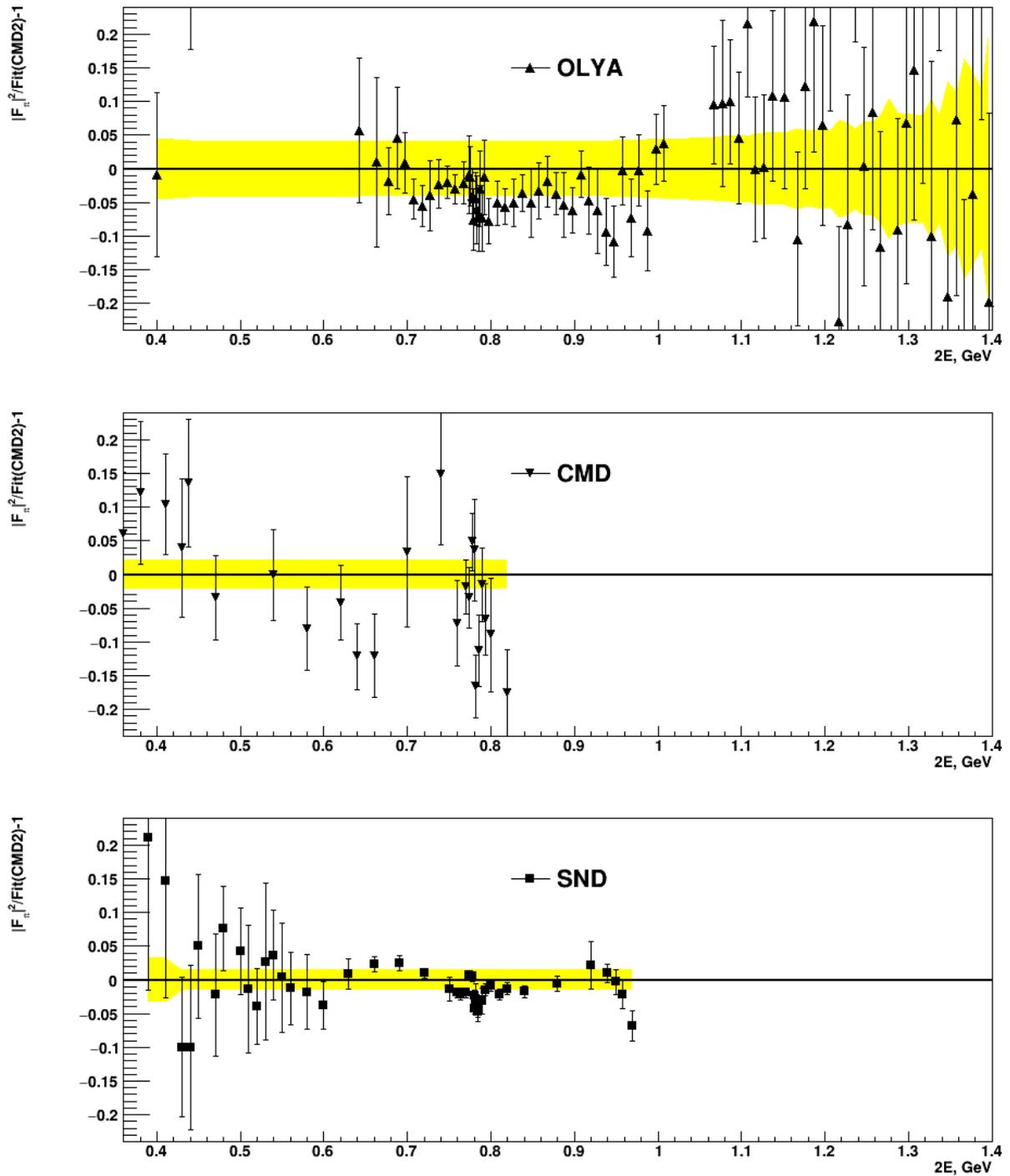


Рисунок 2.49 — Сравнение результатов КМД-2 с результатами других прямых измерений формфактора пиона со сканированием энергии: КМД, ОЛЯ [136] и Снд [33; 34]. Показана относительная разница этих измерений с аппроксимацией данных КМД-2 моделью Гунариса-Сакураи (2.36). Заштрихованной областью показана комбинированная систематическая ошибка соответствующих данных и данных КМД-2.

та ОЛЯ в среднем лежат ниже данных КМД-2, что, впрочем, согласуется с систематической точностью. Данные КМД в целом согласуются с результатами КМД-2, кроме пика ρ -мезона, где данные КМД лежат систематически ниже. С учетом систематических ошибок, результаты СНД в целом согласуются с результатами КМД-2.

На сегодняшний день представленные здесь результаты КМД-2 являются самыми точными прямыми измерениями формфактора пиона и сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ в области энергий ВЭПП-2М. Новые, более точные, результаты ожидаются только в экспериментах КМД-3 и СНД на электрон-позитронном коллайдере ВЭПП-2000, так как это единственная установка в мире, на которой возможно проводить сканирование энергии в широком диапазоне от 0.32 ГэВ до 2.0 ГэВ в системе центра масс. Однако, за последнее десятилетие, в период, когда ВЭПП-2М прекратил свою работу, а ВЭПП-2000 только создавался, появился целый ряд точных измерений с помощью методики радиационного возврата [158]. В этой методике измеряется дифференциальное сечение процесса $e^+e^- \rightarrow X + \gamma$, из которого реконструируется сечение процесса $e^+e^- \rightarrow X$ при более низких энергиях. Такой подход требует очень большого объема статистики, поэтому он применим только на установках с высокой светимостью (“фабриках”). Первое измерение формфактора пиона методом радиационного возврата было проведено в эксперименте KLOE [37–39]. Наиболее точное измерение в наиболее широком диапазоне энергий было проведено в эксперименте BaBar [35]. Совсем недавно было опубликовано измерение формфактора пиона методом радиационного возврата в эксперименте BES-III [40].

На рисунках 2.50 и 2.51 показано сравнение результатов КМД-2 с результатами измерений формфактора пиона методом радиационного возврата. В случае эксперимента KLOE (рисунок 2.50) приведено сравнение со всеми тремя опубликованными результатами. Необходимо отметить, что эти три результата основаны на общей статистике и не являются полностью независимыми (но и не являются полностью коррелированными). Можно отметить, что в отдельных интервалах по энергии наблюдается различие между результатами, не согласующееся с заявленным уровнем систематических ошибок. Однако легко заметить, что это расхождение не является различием данных прямых измерений со сканированием энергии и данных, полученных методом

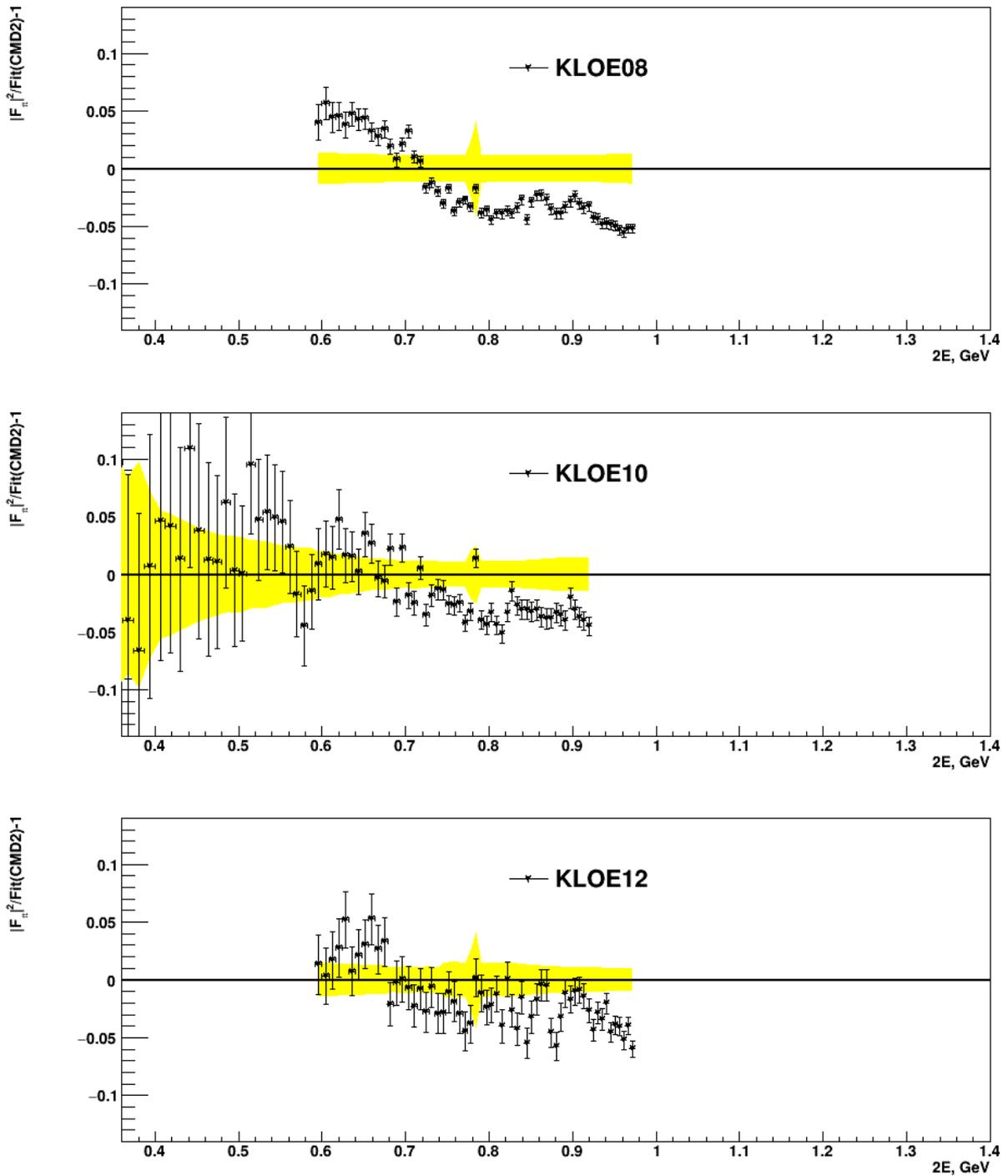


Рисунок 2.50 — Сравнение результатов КМД-2 с результатами измерений формфактора пиона методом радиационного возврата в эксперименте KLOE [37–39]. Показана относительная разница этих измерений с аппроксимацией данных КМД-2 моделью Гунариса-Сакураи (2.36). Заштрихованной областью показана комбинированная систематическая ошибка соответствующих данных и данных КМД-2.

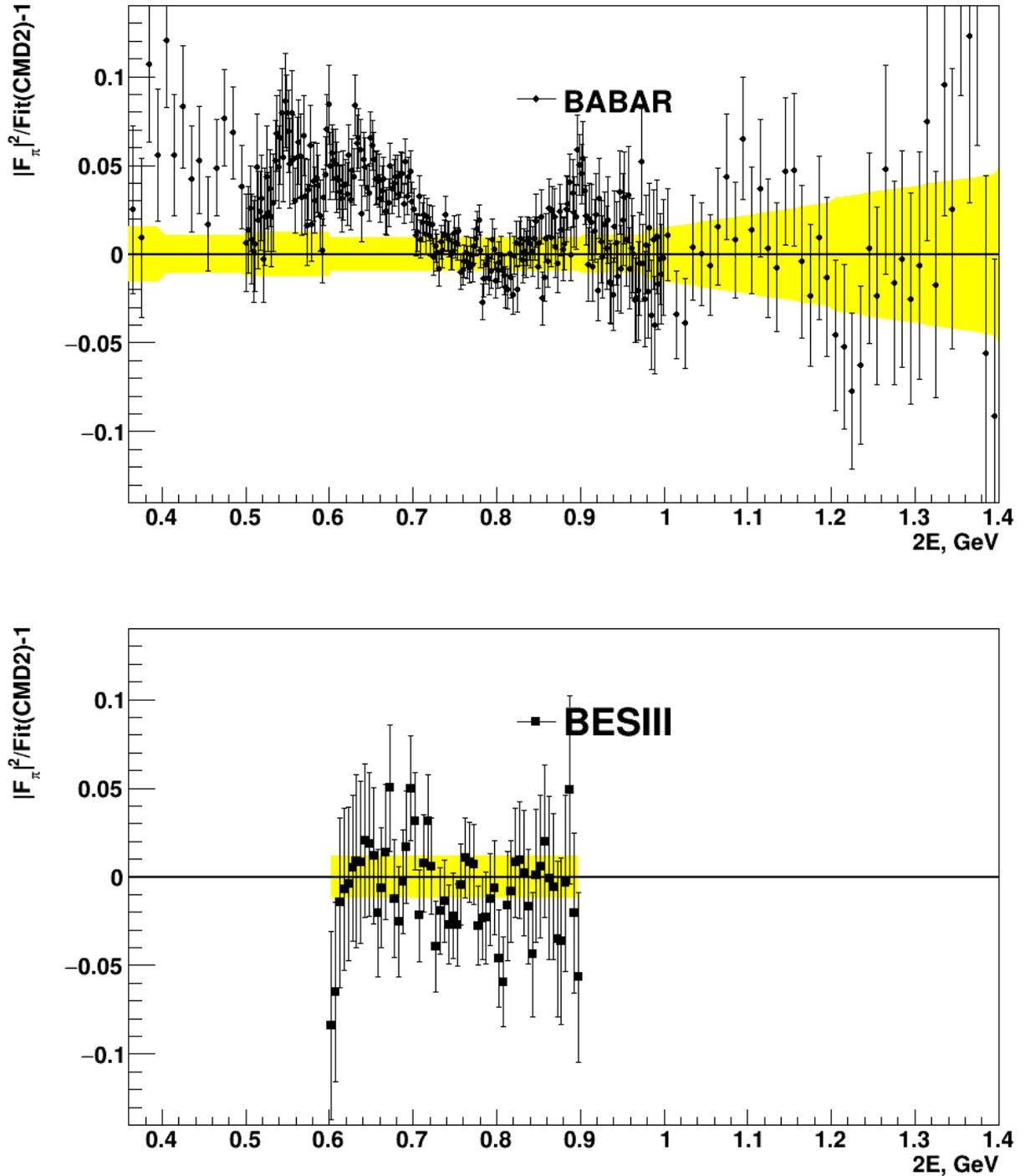


Рисунок 2.51 — Сравнение результатов КМД-2 с результатами измерений формфактора пиона методом радиационного возврата: BABAR [35] и BES-III [40]. Показана относительная разница этих измерений с аппроксимацией данных КМД-2 моделью Гунариса-Сакураи (2.36). Заштрихованной областью показана комбинированная систематическая ошибка соответствующих данных и данных КМД-2.

радиационного возврата. Видно, что различие наблюдается и между данными KLOE и BaBar — например, на правом склоне ρ -мезона оно доходит до нескольких процентов при систематической ошибке каждого измерения $< 1\%$.

2.13 Вклад сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ в аномальный магнитный момент мюона

Полный расчет вклада сильных взаимодействий в аномальный магнитный момент мюона является сложной технической задачей и предметом отдельных исследований. Представленные в данной работе результаты используются во всех последних расчетах a_μ^{had} [26; 27].

Представляет интерес сравнить вклад сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, измеренного в различных экспериментах, в интеграл (1.42) в тех областях энергии, где получены результаты КМД-2. Это позволит оценить, какое влияние результаты КМД-2 оказали на вычисление a_μ^{had} , а также получить интегральное сравнение данных различных экспериментов.

На рисунке 2.52 показаны результаты вычисления интеграла

$$a_\mu^{\pi^+\pi^-} = \left(\frac{\alpha m_\mu}{3\pi}\right)^2 \int \frac{ds}{s^2} K(s) \frac{\sigma^0(e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-(\gamma))}{\sigma^0(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} \quad (2.51)$$

в трех диапазонах энергий по данным различных экспериментов. Можно заметить, что результаты КМД-2 более, чем в два раза улучшили точность вычисления $a_\mu^{\pi^+\pi^-}$ по результатам прямых измерений во всех диапазонах энергии. В области низких энергий $0.39 \leq \sqrt{s} \leq 0.52$ ГэВ статистически наиболее точный результат получается при использовании данных BaBar; между данными BaBar и КМД-2 наблюдается систематическая разница порядка 2.5σ . В области энергий $0.6 \leq \sqrt{s} \leq 0.9$ ГэВ, в которой набирается более 50% всего интеграла, точность данных КМД-2, KLOE и BaBar близка и наблюдается систематическая разница между данными KLOE и BaBar порядка 3σ ; результат КМД-2 лежит посередине. В области высоких энергий $1.04 \leq \sqrt{s} \leq 1.38$ ГэВ результаты КМД-2 и BaBar хорошо согласуются, однако интегральная статистическая точность данных BaBar примерно в два раза лучше.

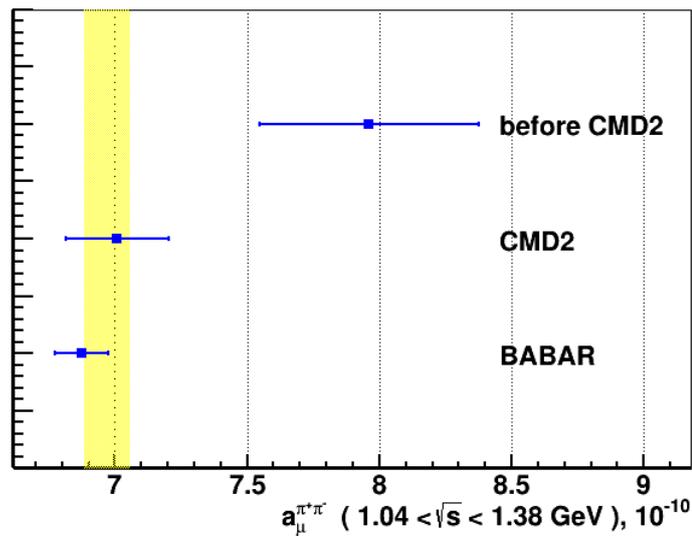
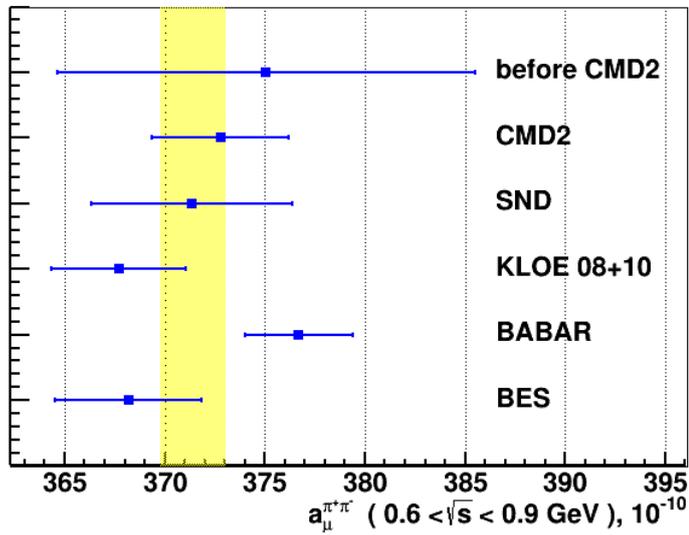
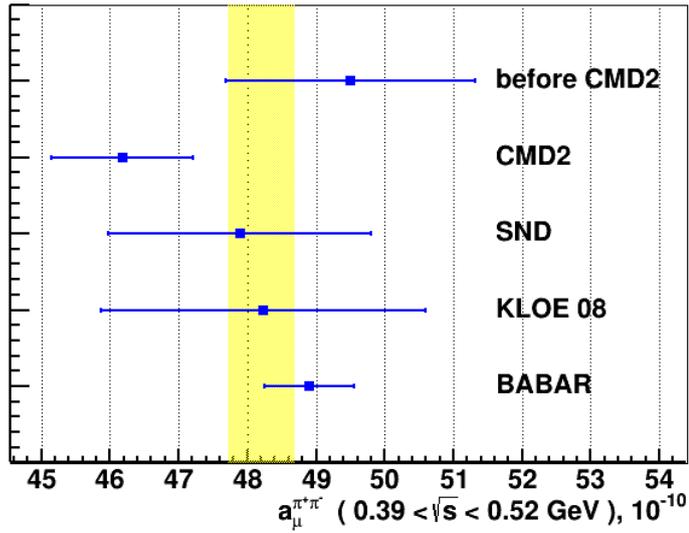


Рисунок 2.52 — Вклад сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ в аномальный магнитный момент (интеграл (1.42)) в трех диапазонах энергий, рассчитанный по различным измерениям сечения.

Глава 3. Эксперимент E821 по измерению аномального магнитного момента мюона

3.1 Генерация и накопление мюонов

3.1.1 Генерация мюонного пучка

После долгого перерыва эксперимент по измерению аномального магнитного момента мюона был проведен в Брукхейвенской национальной лаборатории (США). В целом, схема измерения повторяла подход, разработанный в эксперименте CERN-III. Однако планируемое улучшение точности более, чем на порядок, потребовало улучшений методики практически во всех аспектах: производстве и инжекции мюонного пучка, конструкции магнита накопительного кольца, электроники детекторных систем, методов анализа данных и т.п.

Одно из существенных отличий эксперимента E821 от CERN-III состояло в использовании мюонной инжекции. Если в предыдущих экспериментах в накопительное кольцо инжектировались пионы и на равновесную орбиту захватывались мюоны, рожденные при распаде пионов на первом обороте, то в E821 в кольцо инжектировались непосредственно поляризованные мюоны. Такая схема позволяет существенно повысить эффективность производства мюонов (за счет предоставления пионам большего времени для распада) и одновременно на порядки снижает засветку детекторов во время инжекции. Однако мюонная инжекция потребовала разработки достаточно сложного канала и новой системы в накопительном кольце — кикера. Кроме того, динамика пучка в кольце стала более сложной, что привело к появлению новых потенциальных вкладов в систематическую ошибку.

Для производства поляризованных мюонов с импульсом 3.094 ГэВ/с использовались протоны из синхротрона AGS (рисунок 3.1). Сгусток протонов с импульсом 24 ГэВ/с направлялся на никелевую мишень. Энергичные пионы, рожденные в мишени под малым углом к направлению налетающих прото-

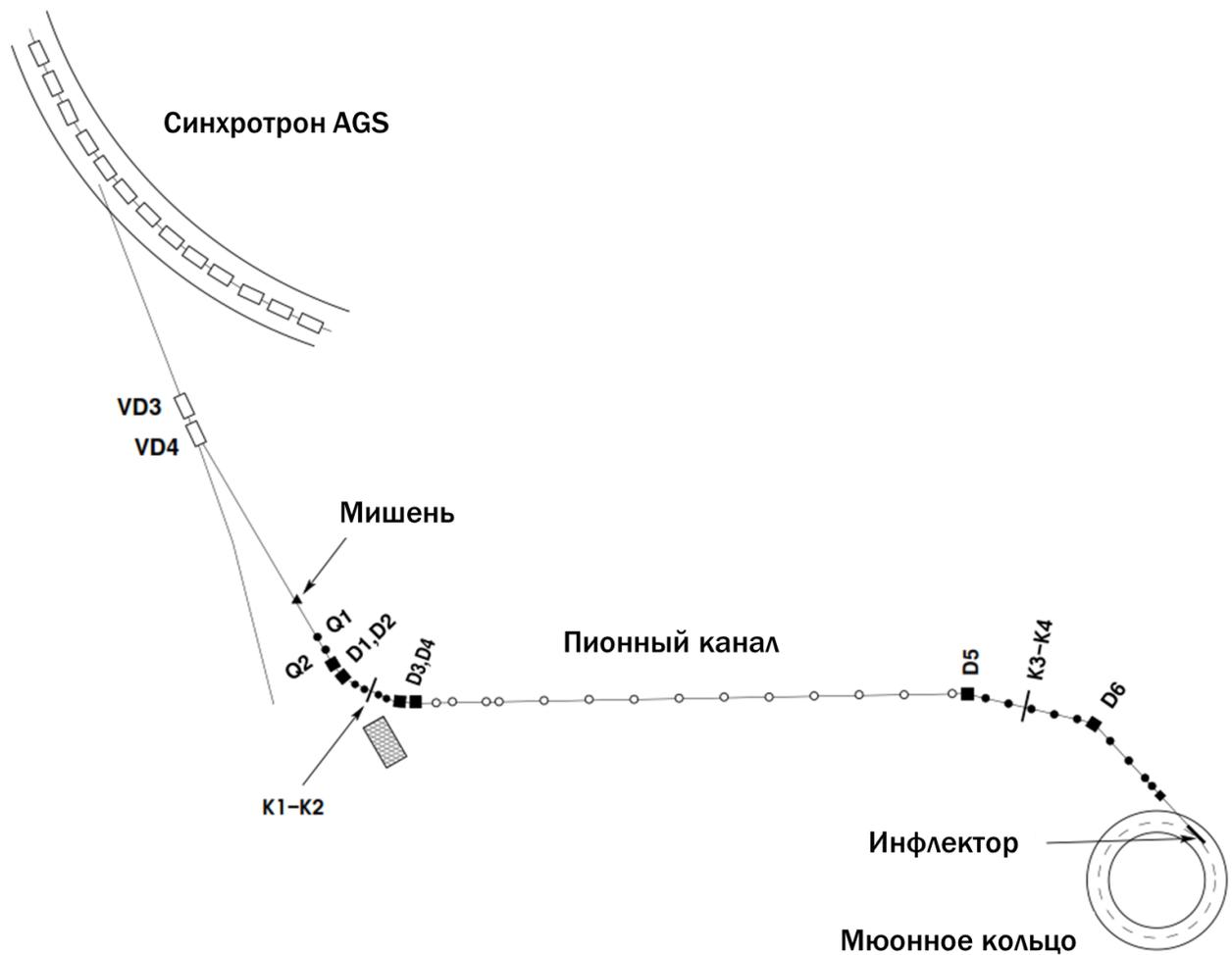


Рисунок 3.1 — Общая схема эксперимента E821 в Брукгейвенской национальной лаборатории (США) по измерению аномального магнитного момента мюона.

нов, собирались и направлялись в канал, в котором с помощью поворотных магнитов и системы коллиматоров К1-К2 отбирались частицы с импульсом, слегка превышающим требуемый импульс мюонов. Отобранные пионы попадали в прямолинейный канал длиной 80 м, в котором заметная доля пионов распадалась. Система из поворотных магнитов и коллиматоров К3-К4 на выходе из канала позволяла отбирать частицы (мюоны) со средним импульсом 3.094 ГэВ/с.

Параметры канала были подобраны так, чтобы оптимизировать свойства пучка, инжектированного в накопительное кольцо. Ключевыми параметрами, важными для эксперимента, являются количество захваченных мюонов, поляризация мюонов и количество пионов, инжектируемых вместе с мюонами. С помощью моделирования и в ходе настройки и эксплуатации канала была найдена оптимальная конфигурация, в которой коллиматорами К1-К2 отбираются пионы с импульсом 3.115 ГэВ/с, на $1.7 \pm 0.5\%$ превышающим требуемый импульс мюонов. В такой конфигурации на каждый протон приблизительно 10^{-5} пионов достигали прямолинейного канала и $1.2 \cdot 10^{-7}$ мюонов инжектировались в накопительное кольцо, при этом поляризация мюонного пучка составляла 95%.

Один цикл работы AGS составляет 2.7 секунды, в течение которого в синхротроне могло накапливаться до $70 \cdot 10^{12}$ протонов. Средняя интенсивность протонного пучка в AGS почти в 200 раз превышала аналогичную интенсивность в эксперименте CERN-III. Накопленный пучок формировался в несколько сгустков, которые выпускались на мишень с периодом 33 мс. Число сгустков было фиксированным в каждом экспериментальном сезоне и варьировалось от 6 до 12 между сезонами. Чтобы не разрушить мишень, интенсивность каждого сгустка ограничивалась величиной $7 \cdot 10^{12}$ протонов. После прямолинейного промежутка и отбора по импульсу пучок частиц представлял собой смесь электронов, мюонов и пионов приблизительно в равных долях, а также протонов, число которых оценивалось в $1/3$ от числа пионов [59]. Наличие большого числа сопутствующих частиц в мюонном пучке привело к появлению фона, который необходимо было учесть в схеме эксперимента. Влияние пучкового фона на конструкцию и точность эксперимента будет описано далее.

3.1.2 Инжекция мюонного пучка в накопительное кольцо

Для инъекции пучка частиц в накопительное кольцо был сконструирован сверхпроводящий магнит, который формировал однородное магнитное поле, компенсирующее основное поле накопительного кольца [229; 230] (рисунок 3.2). Уникальная особенность магнита состояла в том, что он с точностью измерения (доли ppm) не искажал основное магнитное поле в области орбиты захваченных мюонов — на расстоянии всего 3 см от траектории инжектируемых частиц, на которой это поле было полностью скомпенсировано. Такого эффекта удалось добиться за счет двух конструктивных решений. Однородное поле, компенсирующее поле накопительного кольца, создавалось с помощью косинусной намотки, что позволило уменьшить величину рассеянных полей (рисунок 3.3). Остаточное поле снаружи инфлектора было скомпенсировано с помощью пассивного сверхпроводящего экрана. Подъем поля в основном магните накопительного кольца всегда проводился при выключенном инфлекторе и сверхпроводящем экране в нормальном состоянии. По окончании запитки экран инфлектора переводился в сверхпроводящее состояние, “замораживая” поле в области инфлектора. После этого производился подъем поля в инфлекторе.

В течение трех экспериментальных сезонов (1997-1999) сверхпроводящий экран инфлектора был поврежден (он был вскрыт для ремонта инфлектора), что приводило к появлению рассеянных полей порядка 600 ppm. Благодаря тому, что неоднородность поля было локализована, а для измерения a_μ важен интеграл поля по всему накопительному кольцу, дополнительный вклад в систематическую ошибку составил всего 0.2 ppm. Кроме того, интеграл статистики, набранной в эти три сезона, составил около 10% общего интеграла статистики, поэтому этот дополнительный вклад практически не повлиял на систематическую ошибку окончательного результата. По окончании сезона 1999 года был установлен новый инфлектор с неповрежденным экраном, что полностью решило проблему рассеянного поля инфлектора.

Попадая в однородное магнитное поле накопительного кольца, инжектированный пучок летит по круговой орбите, поэтому после одного оборота (149 нс) он ударился бы в стенку инфлектора. Чтобы пучок оказался на равнове-

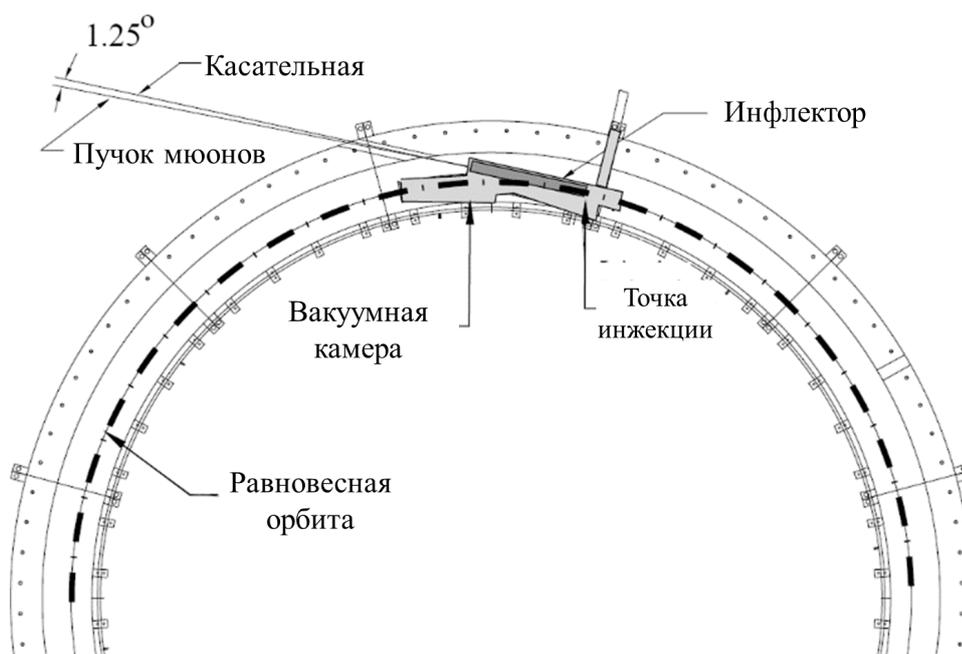
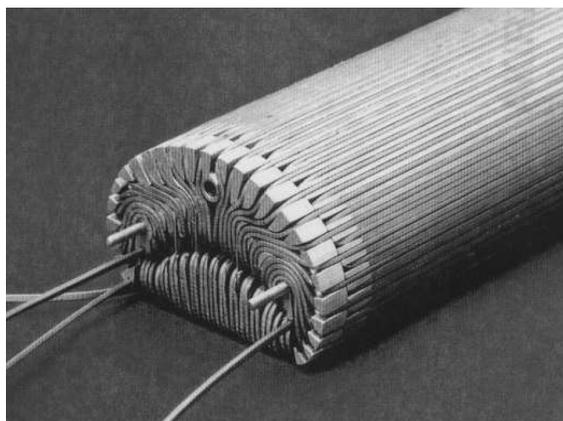
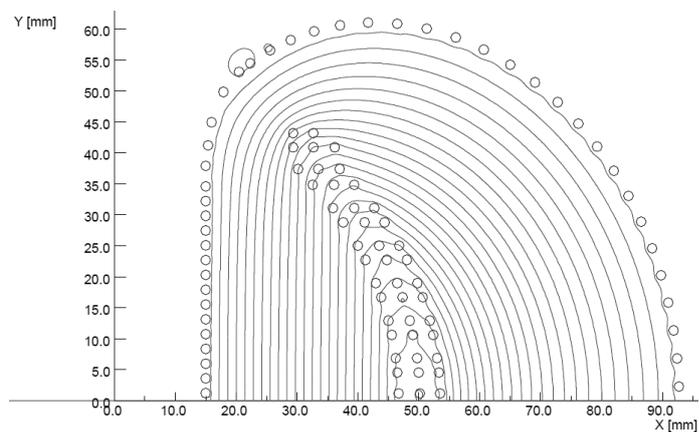


Рисунок 3.2 — Схема инъекции пучка в накопительное кольцо.



а) Фотография сверхпроводящего инфлектора (сверхпроводящий экран не показан).



б) Карта магнитного поля в магните инфлектора.

Рисунок 3.3 — Сверхпроводящий инфлектор, обеспечивающий инъекцию частиц в накопительное мюонное кольцо.

ной орбите, его необходимо “ударить” во время первого оборота. Для этого на $1/4$ оборота от инфлектора был установлен кикер [231], который на короткое время, приблизительно соответствующее одному обороту пучка, создавал интеграл поля ~ 0.1 Тл·м, что соответствовало повороту пучка приблизительно на 10 мрад. Магнитное поле генерировалось коротким (около 400 нс) импульсом тока, сформированным LCR цепью. Ток протекал по двум алюминиевым параллельным пластинам длиной 1.76 м, расположенным слева и справа от области накопления мюонов и образующем один виток. Для формирования необходимого интеграла поля было последовательно установлено три идентичных кикера (К1, К2, К3 на рисунке 3.4).

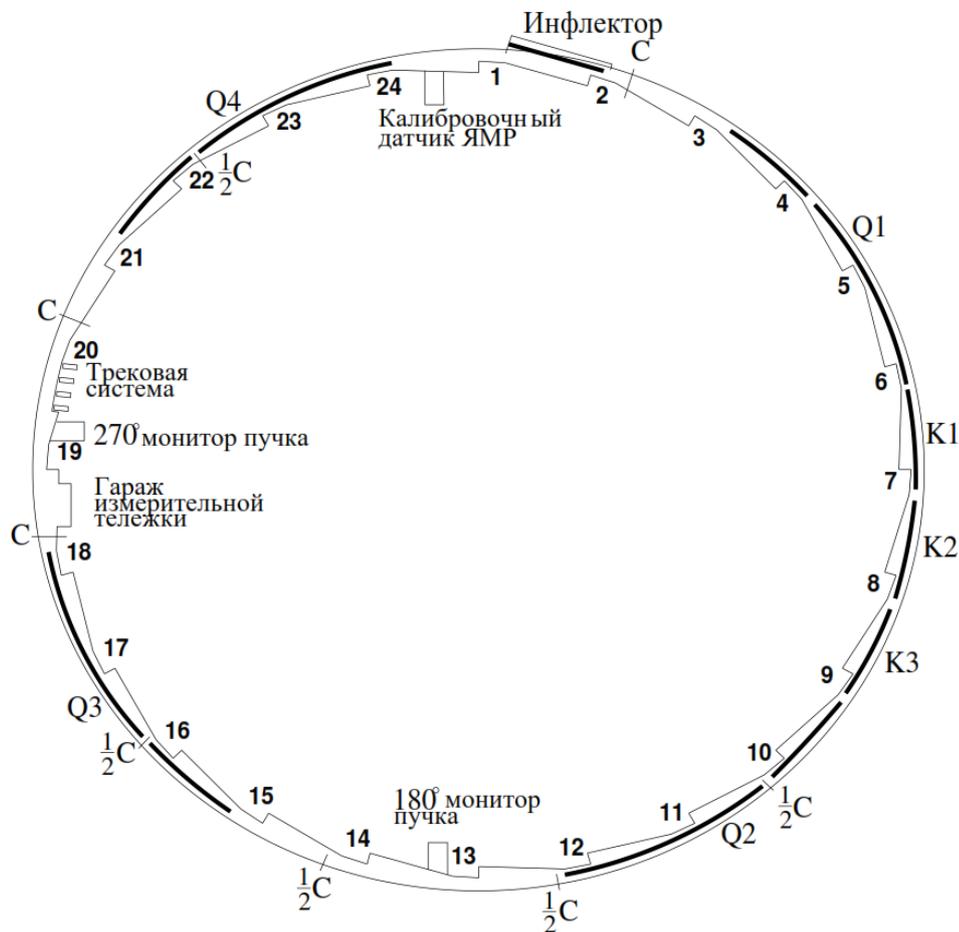


Рисунок 3.4 — Схема расположения элементов накопительного мюонного кольца. К — кикеры, Q — электростатические квадруполь, С — коллиматоры. Номера, расположенные на внутренней стороне кольца, отмечают положение калориметров.

На рисунке 3.5 показана форма импульса тока на одном из трех кикеров. Основной “удар” магнитного поля осуществлялся на первом обороте. На

последующих 4 оборотах поле кикера продолжало влиять на пучок, но в значительно меньшей степени, после чего поле полностью распалось. Одним из потенциальных вкладов в систематическую ошибку могло стать локальное искажение магнитного поля за счет наведенных вихревых токов в электродах. Данный эффект был рассчитан с помощью программного пакета OPERA и измерен с помощью магнетометра, основанного на эффекте Фарадея (рисунок 3.6), и было показано, что через 30 мкс после инъекции соответствующий вклад не превышает 0.1 ppm.

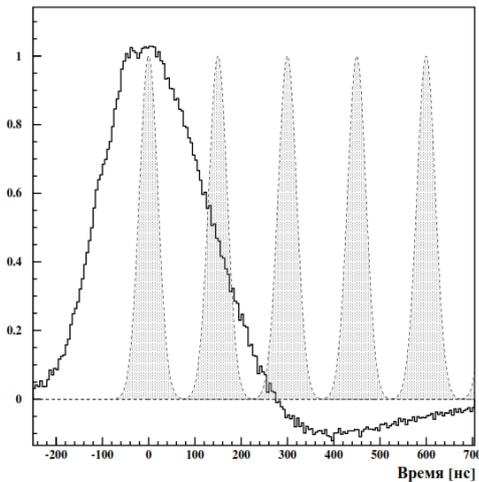


Рисунок 3.5 — Импульс тока, формируемый кикером. Заштрихованные области показывают интервалы времени, в которые пучок пролетает через кикер на 1, 2 и далее оборотах.

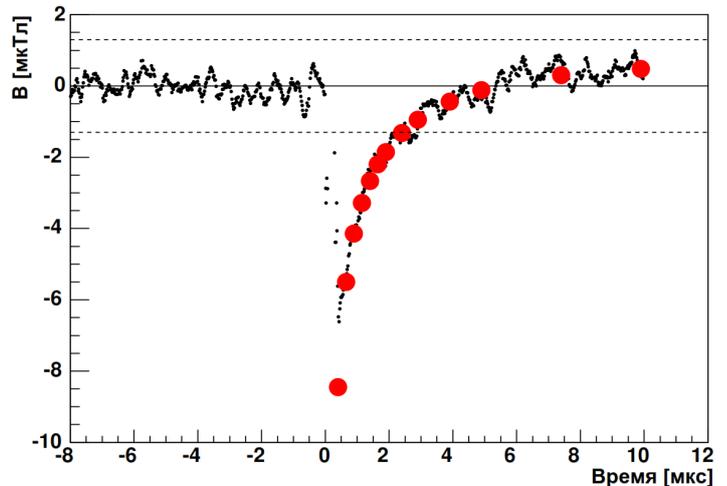


Рисунок 3.6 — Магнитное поле, формируемое вихревыми токами, наведенными в электродах кикера. Красные точки — расчетные значения. Тонкими линиями показан интервал значений, соответствующий изменению общего интеграла поля на 0.1 ppm.

3.1.3 Электростатическая фокусировка

Мюонный пучок, попадая в очень однородное поле накопительного кольца, довольно быстро был бы потерян из-за наличия импульсного и углового разбросов частиц в пучке. Для удержания мюонного пучка в течение длительного промежутка времени (порядка 1 мс), соответствующего нескольким

тысяч оборотов, накопитель должен обладать фокусировкой. В эксперименте E821 использовалась электростатическая фокусировка, предложенная в эксперименте CERN-III. Квадрупольное электрическое поле формировалось 4 группами электродов [232] (рисунок 3.7), симметрично расположенных по кольцу (Q1-Q4 на рисунке 3.4). По техническим причинам невозможно было расположить электроды вдоль всего кольца без разрывов — в кольце E821 электроды заполняют 43% периметра. Однако такого заполнения и 4-кратной симметрии было достаточно, чтобы добиться практически одинакового размера пучка вдоль периметра — отношение максимального и минимального размеров составляет всего $\sqrt{\beta_{max}/\beta_{min}} = 1.04$. Так как акцептанс детекторов зависит от размера пучка, такая однородность важна для уменьшения систематических ошибок измерения ω_a .

При типичном сценарии работы до инъекции на электроды подавалось напряжение около 25 кВ и оно поддерживалось постоянным весь цикл измерения, в течение 700 мкс – 1 мс. Сразу перед инъекцией на электроды подавалось разное напряжение, что позволяло сдвинуть равновесную орбиту на несколько миллиметров. Сдвинутый пучок “обдирался” с помощью системы коллиматоров, расположенных по периметру кольца (коллиматоры-кольца C и коллиматоры-полукольца 1/2 C на рисунке 3.4). По прошествии 7-16 мкс напряжение на электродах симметризовалось и пучок возвращался на стандартную равновесную орбиту. Такая процедура позволяла уменьшить заселенность фазового объема пучка вблизи границы апертуры накопителя, что позволяло уменьшить число мюонов, вылетевших из пучка и не распавшихся до момента вылета. Такие мюоны являются потенциальным источником систематической ошибки, так как направление спина потерянных мюонов не измеряется.

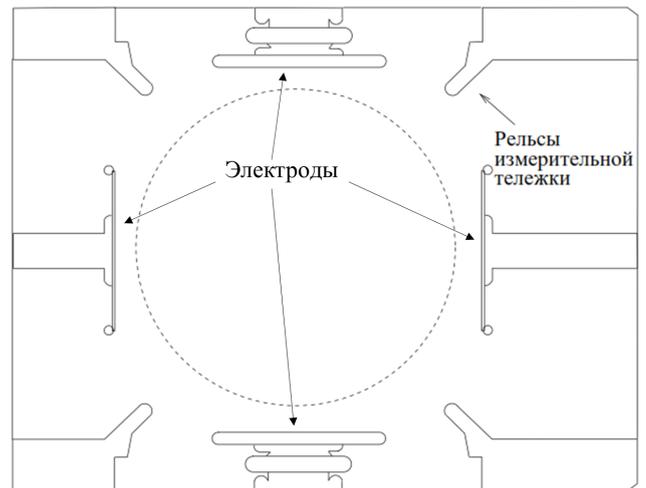


Рисунок 3.7 — Расположение электродов, формирующих квадрупольное электрическое поле, внутри вакуумной камеры накопительного кольца.

Описанная схема генерации и накопления мюонного пучка позволила добиться захвата приблизительно 10^4 мюонов на каждый сгусток протонов ($\sim 5 \cdot 10^{12}$ p), что на два порядка превышает скорость накопления в эксперименте CERN-III.

3.2 Магнитная система накопительного кольца

3.2.1 Конструкция магнита накопительного кольца

Для достижения высокой точности измерения аномального магнитного момента необходимо создать в области накопления мюонов магнитное поле высокой степени однородности. В формулу (1.5) входит среднее магнитное поле, “наблюдаемое” мюоном. Величину среднего поля необходимо измерить с абсолютной точностью порядка 0.1 ppm, чтобы обеспечить требуемую точность измерения a_μ . Кроме того, так как орбиты индивидуальных мюонов отличаются, необходимо добиться однородности среднего магнитного поля по всей области накопления — чтобы спины мюонов, захваченных на разные равновесные орбиты, прецессировали синхронно. Допустимая вариация в радиальном и вертикальном направлениях магнитного поля, усредненного по периметру, составляет порядка 1 ppm. При этом допускаются значительно бóльшие локальные неоднородности поля, вплоть до 100 ppm, если они стабильны во времени и могут быть измерены с такой точностью, чтобы не ухудшать точность определения среднего поля.

Накопительное кольцо представляет собой единый магнит [233], конструкция которого позволяет добиться высокой однородности поля в области накопления. Схема магнита представлена на рисунке 3.8.

Магнитное поле создается четырьмя 14-метровыми 24-витковыми сверхпроводящими обмотками. На момент производства, в 1996, это были самые большие сверхпроводящие обмотки в мире. Две обмотки, закрепленные на единой обечайке и помещенные в общем криостате, расположены на внешнем радиусе от мюонного пучка. Другие две обмотки, каждая в собствен-

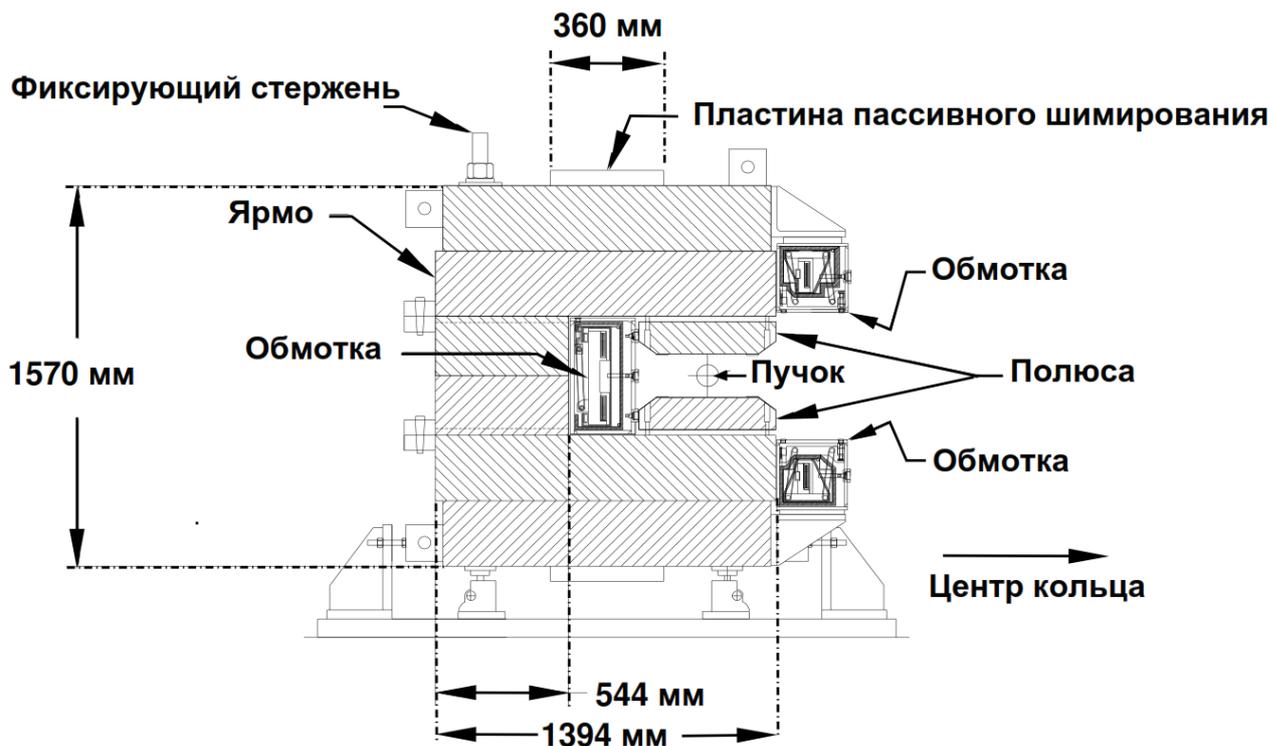


Рисунок 3.8 — Разрез магнита накопительного кольца.

ном криостате, расположены на внутреннем радиусе. Обмотки запитываются внешним стабилизированным источником номинальным рабочим током 5200 А. Благодаря наличию системы обратной связи с измерениями магнитного поля с помощью датчиков ЯМР, удалось достичь стабильности поля на уровне нескольких ppm.

Конфигурация магнитного поля определяется железным С-образным ярмом, основная часть которого сделана из стандартной низкоуглеродной стали AISI 1006. Поле в области накопления мюонов формируется с помощью специальных полюсов, выполненных из стали вакуумной обработки с очень низким содержанием углерода (менее 4 ppm). Технология производства такой стали позволяет добиться низкого количества локальных дефектов и пузырьков, что важно для достижения однородного поля. Ярмо магнита выполнено из 36 отдельных элементов (6 секторов, 6 элементов в каждом), тесно подогнанных друг к другу и электрически изолированных. Полюса магнита выполнены из 24 элементов — 12 секторов, верхний и нижний полюс в каждом.

Конструкция магнита включает в себя набор элементов для пассивного шиммирования магнитного поля (рисунок 3.9). С помощью регулирова-

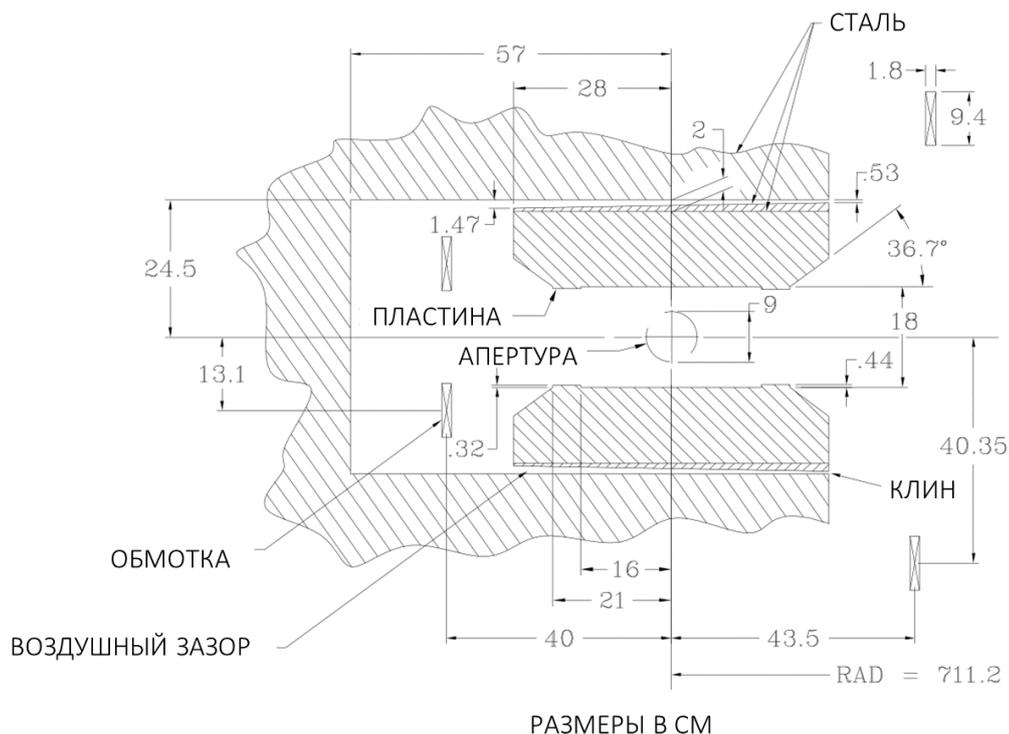


Рисунок 3.9 — Инструменты пассивного шиммирования магнита накопительного кольца.

ния зазора между пластинами, расположенными сверху и снизу основного ярма, и самим ярмом выравнивается дипольная компонента поля в различных секторах. Для того, чтобы однородность поля в зазоре между полюсами не искажалась возможными дефектами, присутствующими в основном ярме, между ним и полюсами оставлен небольшой воздушный зазор. В эти зазоры вставлены регулируемые клиновидные пластины, всего около 1000 штук. Угол клина подобран так, чтобы компенсировать квадрупольную составляющую поля, а радиальное положение — чтобы исправить локальные искажения дипольной составляющей. Вдоль внутреннего и внешнего краев полюсов прикручены тонкие пластины, всего 144 штук, толщина которых подобрана так, чтобы компенсировать секступольную компоненту. Окончательная корректировка однородности поля осуществлялась с помощью системы плоских обмоток активного шиммирования, расположенных на поверхности полюсов.

Потребовалось несколько последовательных приближений для достижения необходимой однородности поля. На рисунке 3.10 показаны карты магнитного поля, усредненного по периметру кольца, для разных сезонов набора данных. Первоначальное шиммирование магнита было проведено перед пер-

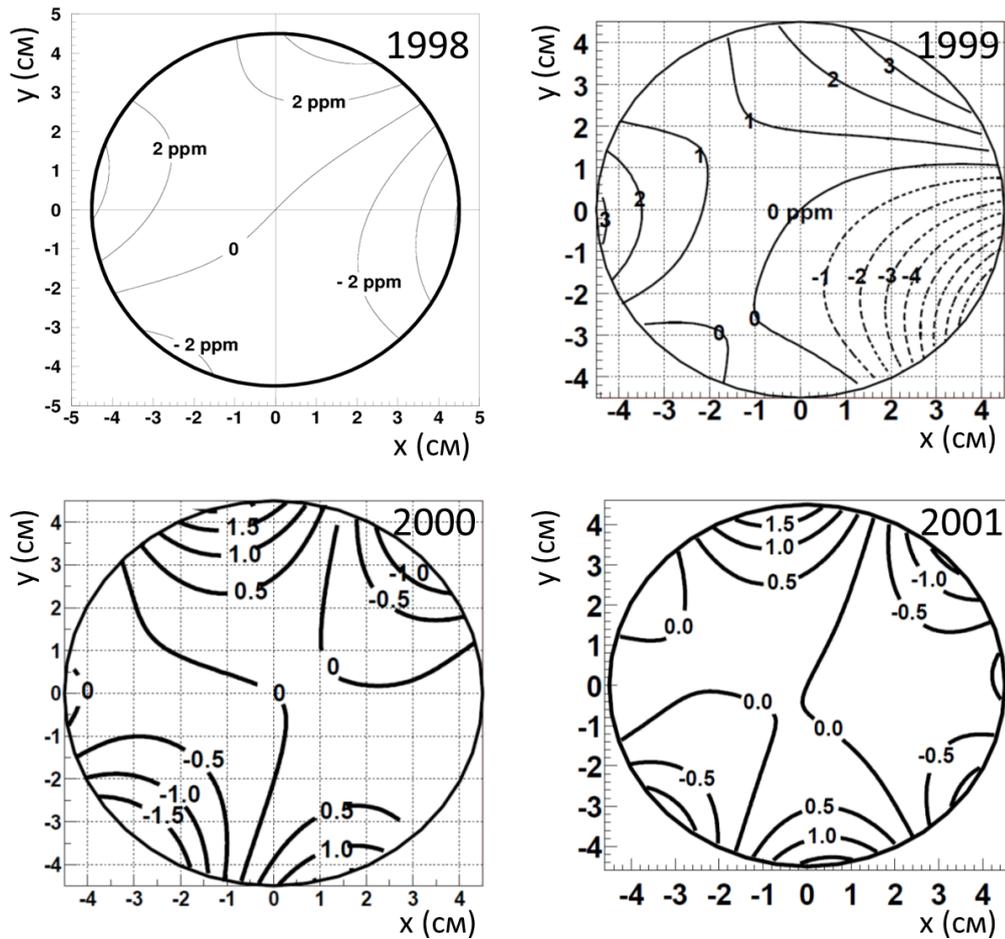


Рисунок 3.10 — Двумерная карта магнитного поля, усредненного по периметру накопительного кольца, в области накопления мюонов. Показаны карты для разных сезонов набора статистики.

вым сезоном (1997 год) и была достигнута однородность поля приблизительно 25 ppm. Значительное улучшение однородности было достигнуто уже перед следующим сезоном (1998 год). Окончательно, однородность ± 1 ppm была достигнута после замены сверхпроводящего инфлектора перед сезоном 2000 года и около 90% статистики эксперимента было набрано с такой конфигурацией магнитного поля.

3.2.2 Измерение магнитного поля

Магнитное поле в накопительном кольце измерялось и мониторировалось с помощью методики ЯМР [234] в единицах частоты прецессии свободного

протона ω_p . Непрерывное измерение поля с требуемой точностью в большом объеме накопительного кольца потребовало использования многоступенчатой системы датчиков.

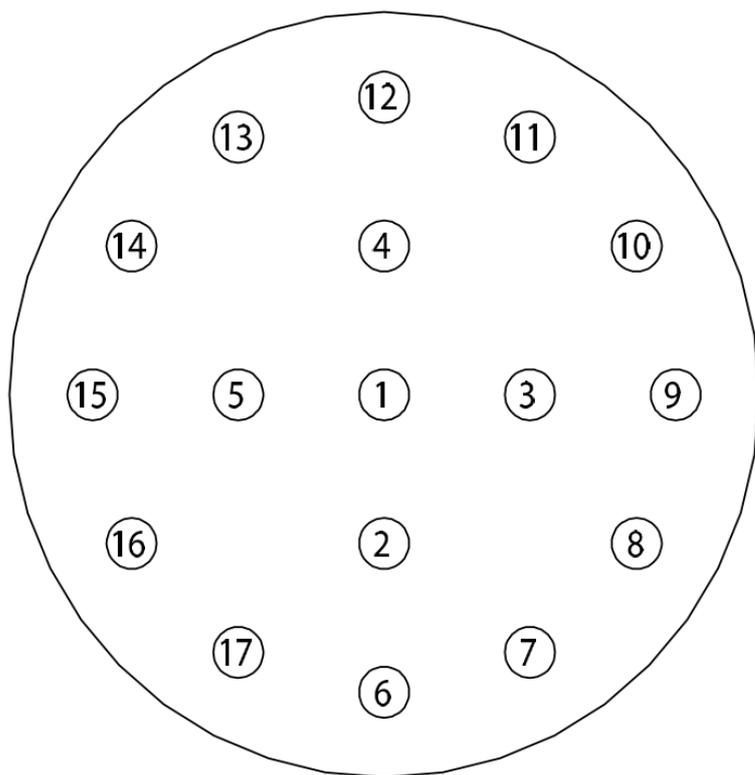
Для определения абсолютной величины поля использовался специальный датчик ЯМР [235], в котором сферический рабочий объем был заполнен водой высокой чистоты. Метод ЯМР не позволяет напрямую измерить частоту прецессии свободного протона, т.к. магнитный момент протона экранирован рабочей средой. Однако конструкция датчика и выбор рабочей среды подобраны так, чтобы можно было получить ω_p , измерив частоту прецессии в воде. Суммарная величина поправки довольно большая — она составляет приблизительно 25.8 ppm и определяется величиной диамагнитного экранирования протона в молекуле воды. Величина поправки известна с точностью 14 ppb, что значительно лучше требований эксперимента к точности измерения магнитного поля. Недавние новые измерения величины диамагнитного экранирования в воде [236] с точностью 2.5 ppb полностью согласуются с предыдущим значением, использованным для расчета ω_p . С учетом всех эффектов, точность измерения магнитного поля с помощью датчика абсолютной калибровки оценивается в 0.05 ppm.

Для измерения карты поля во всей области накопления мюонов используется специальная тележка, на которой установлено 17 датчиков ЯМР, как показано на рисунке 3.11. С помощью лески и провода тележка может перемещаться внутри вакуумной камеры вдоль всего периметра накопительного кольца по специальным рельсам, расположенным в области нулевого электрического поля (рисунок 3.7). Во время набора статистики тележка убирается в “гараж” (рисунок 3.4). Во время экспериментального сезона карта поля снималась 2-3 раза в неделю, каждое измерение занимало около 2 часов.

На тележку были установлены датчики ЯМР другой конструкции, чем у датчика абсолютной калибровки; кроме того, в части датчиков использовалось другое рабочее вещество (вазелин). Эти датчики позволяли измерять с высокой точностью относительные изменения поля, но не абсолютную величину поля. Для измерения абсолютной величины поля, датчики ЯМР на тележке калибровались относительно датчика абсолютной калибровки. Из-за большого размера датчика абсолютной калибровки, прямая калибровка была возможная только для 3 из 17 датчиков, поэтому использовался промежу-



а) Фотография корпуса измерительной тележки. Внешний диаметр цилиндра составляет 90 мм.



б) Расположение датчиков ЯМР на измерительной тележке.

Рисунок 3.11 — Тележка для измерения карты магнитного поля в накопительном кольце.

точный датчик еще одного типа. Кросс-калибровка датчиков проводилась в специальном месте накопительного кольца, оборудованном портами для ввода датчиков ЯМР (абсолютного и промежуточного) внутрь объема вакуумной камеры. В этой области накопительного кольца была достигнута очень высокая однородность поля (неоднородность составляла не более 0.02 ppm/мм), что ослабило требования на точность определения относительного расположения датчиков во время калибровки. Перед началом и по окончании очередного сезона по набору статистики производилась калибровка промежуточного датчика, и, с его помощью, проводилась калибровка всех датчиков, установленных на тележке. Кроме того, для 3 из 17 датчиков проводилась и прямая калибровка относительно датчика абсолютной калибровки.

Между измерениями карты поля, величина поля непрерывно мониторировалась, в том числе и во время набора статистики, с помощью системы из 378 “постоянных” (неподвижных) датчиков ЯМР того же типа, что и датчики, установленные на тележке. Постоянные датчики были размещены в верхней и нижней стенках вакуумной камеры, в двух или трех положениях по радиусу, через каждые 5^0 по периметру кольца. Среднее значение магнитного поля, измеренное с помощью подмножества из 36 постоянных датчиков, равномерно распределенных по периметру, использовалось в системе обратной связи для поддержания постоянной величины поля в магните накопительного кольца.

3.2.3 Точность определения ω_p

Анализ данных измерений с датчиков ЯМР всех типов проводился абсолютно независимо от анализа данных с детекторов, с помощью которых измерялась частота прецессии спина мюона ω_a . Для каждого сезона по набору экспериментальных данных анализ магнитного поля проводился двумя независимыми группами. Для всех сезонов наблюдалось хорошее согласие результатов, полученных разными группами. Результатом анализа являлось среднее значение магнитного поля, наблюдаемое мюонами, выраженное как частота прецессии свободного протона ω_p , в зависимости от времени. Полученные результаты использовались совместно с измеренным значением $\omega_a(t)$ для получения a_μ .

Основные вклады в систематическую ошибку измерения ω_p перечислены в таблице 11 для трех сезонов, в течение которых был набран основной интеграл статистики. В течение этого времени общая систематическая ошибка была улучшена более, чем в 2 раза, за счет множества отдельных улучшений системы.

Точность собственно измерения магнитного поля складывается из нескольких факторов. Конструкция датчика ЯМР, предназначенного для абсолютной калибровки, позволяет определить величину поля с точностью 0.05 ppm. Один и тот же датчик использовался на протяжении всего эксперимен-

Таблица 11 — Систематическая точность измерения магнитного поля ω_p .

Источник систематической ошибки	1999	2000	2001
Точность датчика абсолютной калибровки	0.05	0.05	0.05
Калибровка датчиков, установленных на тележке	0.20	0.15	0.09
Измерение карты магнитного поля	0.10	0.10	0.05
Интерполяция величины поля с помощью постоянных датчиков	0.15	0.10	0.07
Учет пространственного распределения мюонов	0.12	0.03	0.03
Влияния рассеянного поля инфлектора	0.20	-	-
Другое	0.15	0.10	0.10
Общая систематическая ошибка измерения ω_p	0.4	0.24	0.17

та, поэтому точность абсолютной калибровки одинакова для всех экспериментальных сезонов.

Второй фактор, определяющий систематическую ошибку — точность калибровки датчиков, установленных на тележке. Калибровка датчиков осуществляется сравнением их показаний с показанием датчика абсолютной калибровки или промежуточного датчика, помещенных в одну и ту же область накопительного кольца. Точность сравнения в основном определяется двумя факторами — величиной локального градиента поля и точностью позиционирования датчиков. Величина локального градиента в области сравнения постепенно уменьшалась, от 0.05 ppm в 1999 году до 0.02 ppm в 2001 году. Точность позиционирования самих датчиков во время калибровки составляла около 1 мм, кроме того, положение рабочего объема относительно корпуса датчика было известно с точностью около 2 мм. С учетом других вкладов, таких, как учет температурных уходов, учет стабильности источника питания и т.п., точность калибровки составила от 0.2 ppm в 1999 году до 0.09 ppm в 2001 году.

Карта магнитного поля снималась во время набора статистики 2-3 раза в неделю в 6000 точках, распределенных равномерно по периметру кольца. Основной вклад в систематическую ошибку измерения карты поля вносила точность позиционирования тележки. До 2001 года положение тележки определялось по скачку сигнала на постоянных датчиках при прохождении тележки и по повороту валов, на которые наматывались провода. Перед сезоном 2001 года была установлена система оптического позиционирования, которая позволила уменьшить этот вклад с 0.1 ppm до 0.05 ppm.

Карты магнитного поля, измеренные с помощью измерительной тележки, использовались как реперные точки величины поля во время экспериментального сезона. Однако во время набора экспериментальной статистики величина поля определялась с помощью постоянных датчиков, расположенных вокруг вакуумной камеры, в отличие от датчиков на тележке, расположенных внутри вакуумной камеры. Одновременно с измерением карты поля определялось и среднее поле по подмножеству (около 50%) постоянных датчиков. Для учета разной чувствительности датчиков, расположенных ближе к краю и середине полюсов, в сумму при вычислении среднего поля постоянные датчики входят с различным весом. Точность интерполяции величины среднего поля между измерениями карты поля зависела от стабильности поля, однородности поля, количества измерений карты и других параметров и составила от 0.15 ppm в 1999 году до 0.07 ppm в 2001 году.

Величина поля B в уравнении (1.5) — это среднее поле, наблюдаемое мюонами. Для его определения измеренная (интерполированная) карта поля свертывалась с пространственным распределением мюонов. Для измерения распределения мюонов использовалось несколько подходов: измерение скорости дебанчировки мюонного пучка, прямое измерение положения пучка на орбите с помощью годоскопа на основе дрейфовых трубок и с помощью монитора пучка на основе сцинтилляционного волокна, моделирование. Ухудшенная точность вычисления в 1999 году, 0.12 ppm, связана с большей неоднородностью поля из-за рассеянного поля инфлектора и с 2 мм неопределенностью вертикального положения мюонного пучка. В 2000-2001 годах эта точность была значительно улучшена до 0.03 ppm.

Во время экспериментального сезона 1999 года использовался поврежденный инфлектор. Значительное рассеянное поле инфлектора приводило к появлению дополнительного вклада в систематическую ошибку, оцениваемого в 0.2 ppm. После замены инфлектора перед сезоном 2000 года этот вклад уменьшился до пренебрежительно малого уровня.

Кроме перечисленных, небольшой вклад в систематическую ошибку вносили неучтенные неоднородности магнитного поля, возможное влияние наведенных токов, зависимость результатов измерений от температуры и т.п.

Суммарная систематическая точность измерения магнитного поля ω_p составила 0.4 ppm в 1999 году и была улучшена к 2001 году до 0.17 ppm.

3.3 Детекторы электронов и позитронов

3.3.1 Электромагнитные калориметры

Электроны¹, продукты распада мюонов, регистрировались 24 электромагнитными калориметрами [237], равномерно расположенными рядом с вакуумной камерой на внутреннем радиусе накопительного кольца (положение калориметров отмечено цифрами на рисунке 3.4). Для минимизации количества вещества перед калориметром вакуумной камере накопителя придана специальная форма, показанная на рисунке 3.12.

Каждый калориметр (рисунок 3.13) представлял собой решетку сцинтилляционных волокон диаметром 1 мм, внедренных в свинцовую матрицу (вклеенных в канавки, выгравированные в свинцовой пластине). В среднем, свинцовая матрица занимала 52% чувствительного объема, волокна — 38%, клей — 10%. Сцинтилляционные волокна ориентированы по радиусу накопительного кольца (т.е. электрон попадает в калориметр перпендикулярно направлению волокон). Считывание производится с помощью 4 ФЭУ. Выбранная конструкция позволила вписаться в доступные размеры и добиться высокой загрузочной способности калориметра, что важно, так как характерная загрузка калориметра вскоре после инжекции составляла несколько МГц. Для электрона с энергией 1.8 ГэВ (пороговая энергия при измерении ω_a) временное разрешение составляло порядка 100 пс, а энергетическое — около 7%.

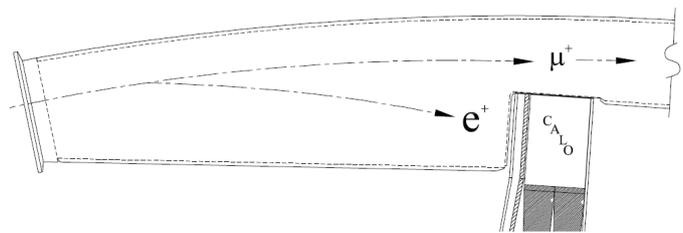


Рисунок 3.12 — Калориметр, установленный в специальный уступ вакуумной камеры.

¹Во всех сезонах, кроме 2001 года, измерения проводились с μ^- , а в сезоне 2001 года — с μ^+ . Продуктом распада в первом случае является электрон, во втором — позитрон. В дальнейшем, как для e^- , так и для e^+ будет использоваться термин электрон.

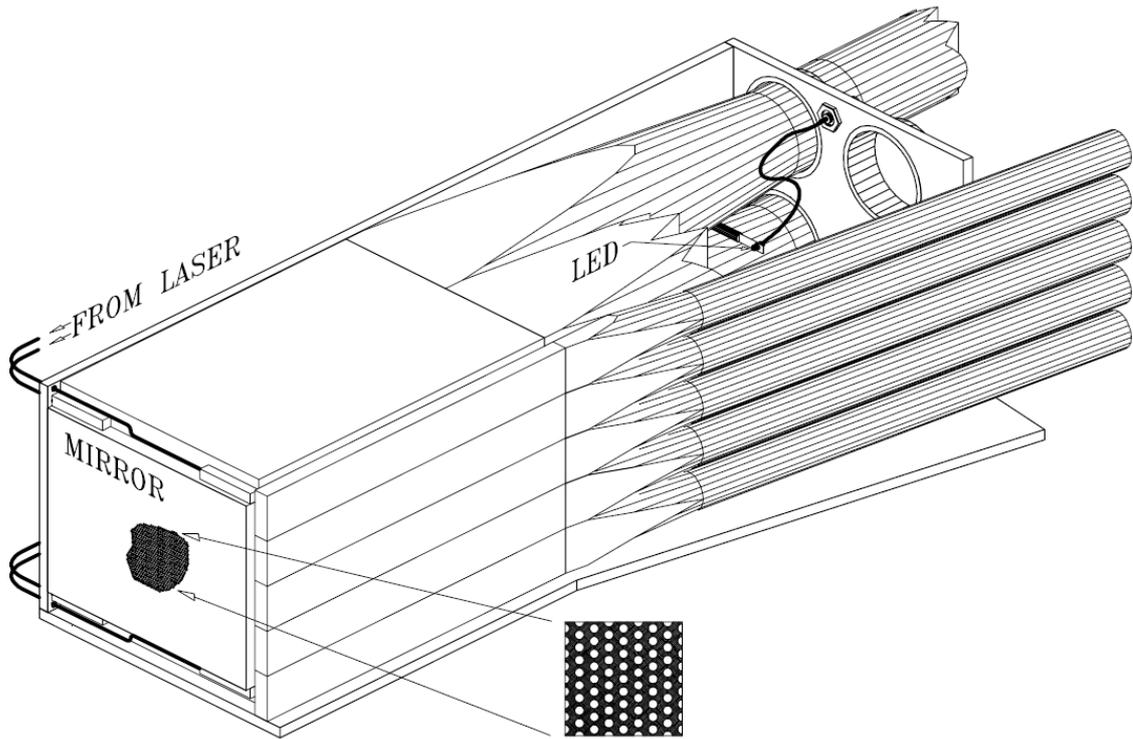


Рисунок 3.13 — Конструкция калориметра и системы лазерной калибровки.

Для измерения ω_a не требуется ни высокое временное, ни высокое энергетическое разрешение. В то же время, исключительно важно, чтобы ни разрешение, ни средний отклик калориметра не зависели от мгновенной загрузки калориметра. Для калибровки стабильности отклика калориметров была разработана специальная система лазерной калибровки. Короткий (300 пс) импульс света, генерированный водородным лазером с длиной волны 337 нм, через распределительную систему подводился к каждому квадранту каждого калориметра и поглощался сцинтилляционным волокном, после чего в волокне возникала световая вспышка, аналогичная вспышке при попадании в калориметр электрона. Для нормировки и для получения отметки о срабатывании лазера, тот же импульс света поступал на фотодиод и ФЭУ, расположенные на расстоянии от накопительного кольца. Импульсы света генерировались прямо во время набора данных. Как правило, калибровка проводилась один раз за смену (один раз в 8 часов), в течение одного захода (около 20 минут); по одному импульсу генерировалось во время каждой второй инъекции мюонов в кольцо. Точные моменты генерации калибровочных импульсов относительно момента инъекции были фиксированы внутри каждого калибровочного захода, но варьировались между заходами, так, чтобы в

течение всего экспериментального сезона просканировать весь интересующий интервал времени. В результате калибровки было показано, что при большой загрузке калориметра систематический сдвиг реконструированного времени появления вспышки не превышает 4 пс [238]. Зависимость энергетической калибровки калориметра от загрузки не превышает нескольких долей процента, что компенсировалось при анализе данных.

3.3.2 Дополнительные детекторные системы

Для измерения частоты прецессии спина в основном использовались данные с электромагнитных калориметров. Однако, для оценки различных систематических эффектов и для проведения сопутствующих измерений, например, ЭДМ мюона, использовался целый ряд дополнительных детекторных систем.

На передней плоскости приблизительно половины калориметров были установлены системы из пяти пластин пластикового сцинтиллятора (*front scintillating detectors, FSD*) толщиной 1 см (рисунок 3.13). Система из пяти пластин полностью закрывала калориметр и позволяла грубо, с точностью до 1/5 размера калориметра, измерять вертикальную координату точки входа частицы в калориметр. Свет с сцинтилляционных пластин регистрировался с помощью ФЭУ и оцифровывался с помощью многоканальных ВЦП.

FSD предназначались для измерения вертикального распределения точки входа электронов в калориметр, которое использовалось для оценки некоторых систематических эффектов и для измерения ЭДМ мюона. Кроме этого, FSD позволяли изучать эффекты, связанные с потерей мюонов из накопительного кольца. Мюон, “потерянный” из кольца, с заметной вероятностью может пролететь через несколько калориметров. Мюоны не регистрируются в калориметре, т.к. их сигнал не превышает порога регистрации. В FSD порог регистрации очень низкий, поэтому совпадение сигналов в FSD нескольких соседних калориметров позволяло идентифицировать “потерянные” мюоны.

На передней плоскости 5 калориметров были установлены двумерные матрицы из 20 горизонтальных и 32 вертикальных сцинтилляционных поло-

сок шириной 7 мм, свет которых снимался с помощью спектросмещающих волоком и регистрировался с помощью многоанодных ФЭУ. Такие позиционные детекторы (*position-sensitive detectors, PSD*) в основном использовались при измерении ЭДМ мюона.

Для точного измерения времени инжекции мюонов в накопительное кольцо, прямо перед кольцом был установлен специальный детектор “T0” (в разное время или тонкий сцинтилляционный счетчик, или Черенковский счетчик). Сигнал с этого счетчика играл роль триггера — от него отсчитывалось время инжекции и, соответственно, фаза прецессии спина.

Для изучения динамики мюонного пучка в накопителе, внутри вакуумной камеры были установлены два монитора пучка на основе сцинтилляционных волокон (*fiber beam monitor, FBM*). Мониторы позволяли измерять как горизонтальный, так и вертикальный профили пучка. Во время обычного набора данных мониторы убирались из области накопления, так как их присутствие приводило к резкому уменьшению времени жизни пучка.

Перед одним из калориметров (номер 20, рисунок 3.4) был установлен годоскоп из четырех дрейфовых камер, каждая из которых состояла из трех слоев горизонтальных и вертикальных дрейфовых трубочек диаметром 8 мм. Данная система была предназначена для измерения положения точки распада мюона, для чего реконструированный трек электрона, вылетевшего из кольца и попавшего в калориметр, продолжался в обратном направлении (отсюда название системы — *traceback system*, система обратной трассировки). Эти измерения использовались при изучении динамики мюонного пучка в накопителе и при измерении ЭДМ мюона.

3.4 Реконструкция данных с электромагнитных калориметров

3.4.1 Оцифровывающая электроника электромагнитных калориметров

Основную информацию для измерения частоты прецессии спина предоставляли электромагнитные калориметры. Для оцифровки сигналов с калориметров были разработаны специальные 4-канальные амплитудно-цифровые преобразователи (*waveform digitizers, WFD*), которые непрерывно оцифровывали поступающие сигналы с частотой 200 МГц и разрешением 8 бит. Аналоговые сигналы с 4 ФЭУ, обслуживающих один калориметр, суммировались и поступали на два канала оцифровки в плату WFD, задающие генераторы которых были сдвинуты на пол-периода. Это позволяло эффективно удвоить частоту оцифровки до 400 МГц. Данные с каждого оцифровщика группами по 4 измерения записывались в буферную память. Во время набора статистики в платах WFD был задействован режим подавления нулей — в выходную память записывались только те события, амплитуда которых превышала заданный порог. Как правило, при превышении порога в память записывалась форма сигнала длительностью 80 нс (всего 32 измерения), из них 16 нс до момента срабатывания дискриминатора и 64 нс — после. Одна плата WFD обслуживала два электромагнитных калориметра. Аналогичные платы, с некоторыми модификациями, использовались для оцифровки сигналов с мониторов пучка и для мониторинга высокого напряжения на электростатических квадрупольях и кикере.

На рисунке 3.14 показана структура данных, формируемая в WFD для каждой инжекции мюонов в накопительное кольцо. За ~ 50 мкс до инжекции система управления синхротроном AGS формировала специальный сигнал, по которому система сбора данных эксперимента переходила в рабочий режим. В первую очередь, ФЭУ калориметров и FSD “запирались” с помощью перераспределения высоких напряжений, подаваемых на диоды. Снижение коэффициента усиления в $\sim 10^6$ раз позволяло избежать долговременных эффектов от насыщения сигнала ФЭУ в момент инжекции. Далее, в электронике

сбора данных формировался сигнал треугольной формы, который поступал на все платы WFD и использовался во время анализа для синхронизации фаз двух АЦП, обслуживающих один калориметр, и для синхронизации плат WFD. Через несколько микросекунд после инъекции на диоды ФЭУ подавалось штатное напряжение и платы WFD начинали оцифровку данных. Оцифровка продолжалась в течение 700-1000 мкс после инъекции и данные накапливались в буферной памяти WFD, откуда они вычитывались системой сбора данных во время паузы между инъекциями.

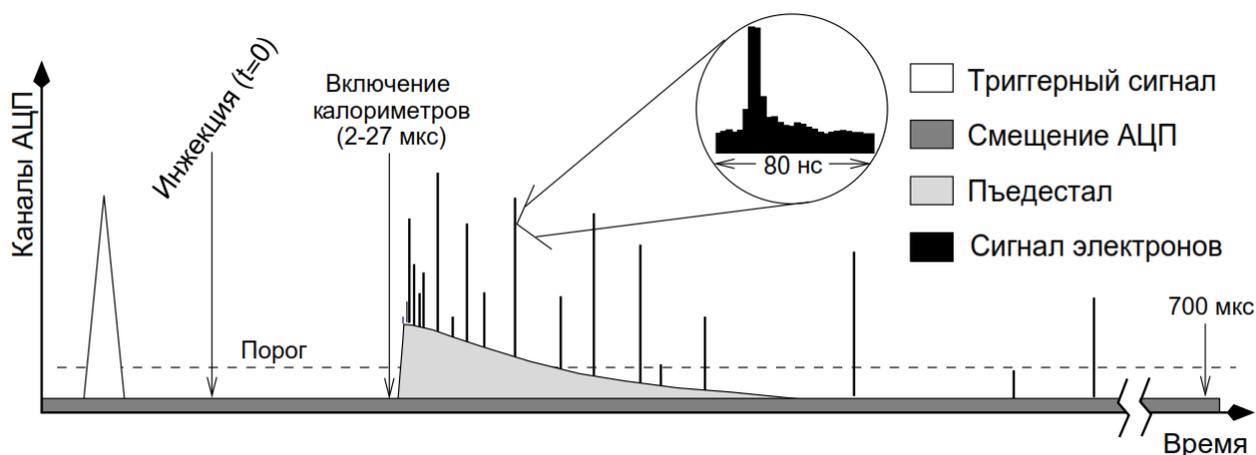


Рисунок 3.14 — Структура данных на выходе WFD, соответствующая одной инъекции в накопительное кольцо.

Большое количество нейтронов, рожденных во время инъекции, создавали в калориметрах непрерывный фоновый сигнал (пьедестал), спадающий приблизительно как $\sim t^{-1.3}$. Пока пьедестал превышал порог, платы WFD фактически работали в режиме непрерывной оцифровки. После снижения пьедестала ниже порога, WFD начинала сохранять только те импульсы, которые превышали порог. Объем буферной памяти в WFD составлял 64 кБ в каждом канале оцифровке, что хватало для непрерывной оцифровки около 160 мкс — значительно меньше требуемых 700-1000 мкс. Уровень пьедестала существенно отличался для разных детекторов. Его максимальный уровень наблюдался в детекторах, расположенных по пути инжектированного пучка (особенно в детекторах 3-6). В этих детекторах устанавливалось максимальное значение, около 27 мкс, задержки между инъекцией и включением ФЭУ, для уменьшения эффекта от засветки ФЭУ и для сокращения интерва-

ла непрерывной оцифровки до приемлемого, не приводящего к переполнению буферов. Минимальный уровень пьедестала наблюдался в детекторах, расположенных от инфлектора против движения пучка. В этих детекторах напряжение на ФЭУ подавалось практически сразу после инъекции, с задержкой 2-5 мкс.

3.4.2 Определение средней формы сигналов

На рисунке 3.15 (слева) показана типичная форма сигнала от электрона в калориметре. Задача алгоритма реконструкции состоит в извлечении энерговыделения электрона и времени его прилета в калориметр используя зарегистрированную форму сигнала. Для измерения ω_a точность измерения энергии и времени не играет большого значения, однако очень важна стабильность этих измерений на интервале от инъекции до окончания оцифровки (около 1 мс). Так как загрузка калориметра сразу после инъекции составляет несколько мегагерц, а через 1 мс падает на несколько порядков, то требование стабильности означает, что результаты реконструкции не должны систематически зависеть от мгновенной загрузки. Наиболее важный параметр с точки зрения измерения ω_a — это реконструированное время прихода электрона. Для обеспечения систематической ошибки 0.1 ppm измерения ω_a , стабильность реконструированного времени в пределах интервала оцифровки (1 мс) должна быть не хуже 20 пс, что на два порядка меньше периода сэмплирования сигнала.

Один из основных эффектов, который приводит к появлению зависимости результатов реконструкции от загрузки, связан с наложением сигналов. При типичной загрузке калориметра, сразу после инъекции с вероятностью в несколько процентов два и более электронов попадают в калориметр достаточно близко по времени друг к другу, так, что их сигналы перекрываются (рисунок 3.15, справа). Эта вероятность падает практически до нуля к концу интервала оцифровки.

Для реконструкции событий с наложением сигналов был использован подход, основанный на аппроксимации измеренной формы сигнала стандарт-

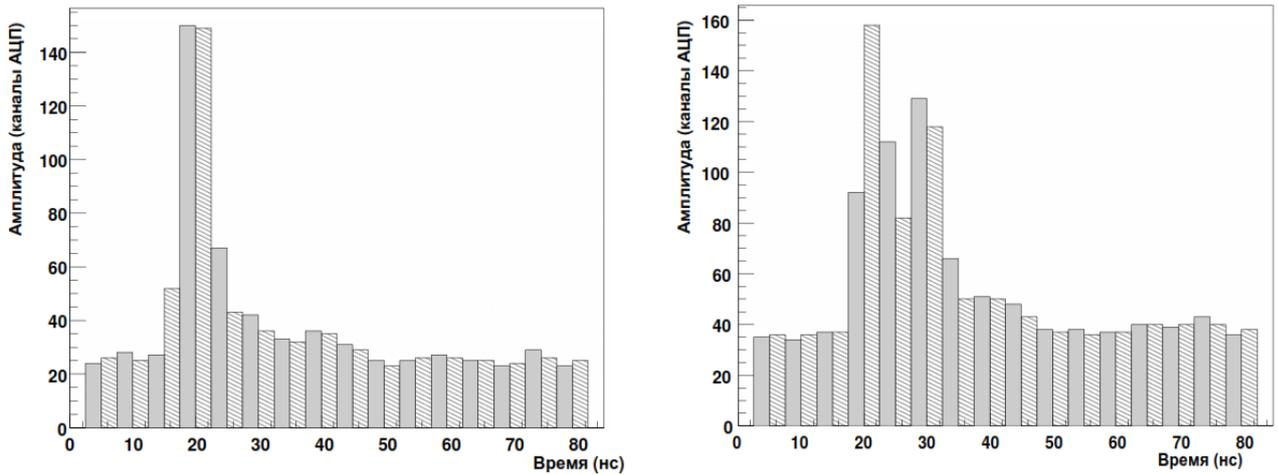


Рисунок 3.15 — Пример формы сигналов, оцифрованных WFD. Слева показан сигнал от одного электрона, справа — случай, когда два электрона с задержкой около 10 нс попали в калориметр. Двумя цветами показаны амплитуды, считанные с двух АЦП, обрабатывающих сигнал с одного калориметра.

ной формой (или суммой стандартных сигналов). Стандартные формы сигналов определялись для каждого калориметра из самих данных. Первоначальная реализация данного подхода [239] дала неудовлетворительные результаты. В основном это было связано с тем, что малое число сэмплов и использование двух АЦП затрудняло определение стандартной формы сигнала. Автор данной работы предложил подход [240], описанный ниже, который позволил полностью решить задачу калибровки формы сигналов и стал основой алгоритма реконструкции. В дальнейшем, этот подход использовался и для реконструкции данных в других экспериментах [241].

Для построения стандартной формы использовались “чистые” сигналы электронов, зарегистрированные через 300 мкс после инъекции и позже. Доля событий с наложением сигналов двух и более электронов падала к этому времени на два порядка и более и становилась пренебрежимо малой. Идея измерения стандартной формы заключалась в том, чтобы для каждого сигнала из большого множества зарегистрированных “чистых” сигналов определить его параметры — амплитуду A , время T и пьедестал P , отнормировать: $[t_i, a_i] \rightarrow [t_i - T, (a_i - P)/A]$, и затем усреднить амплитуды сэмплов в интервалах по времени, значительно меньших, чем период оцифровки (рисунок 3.16).

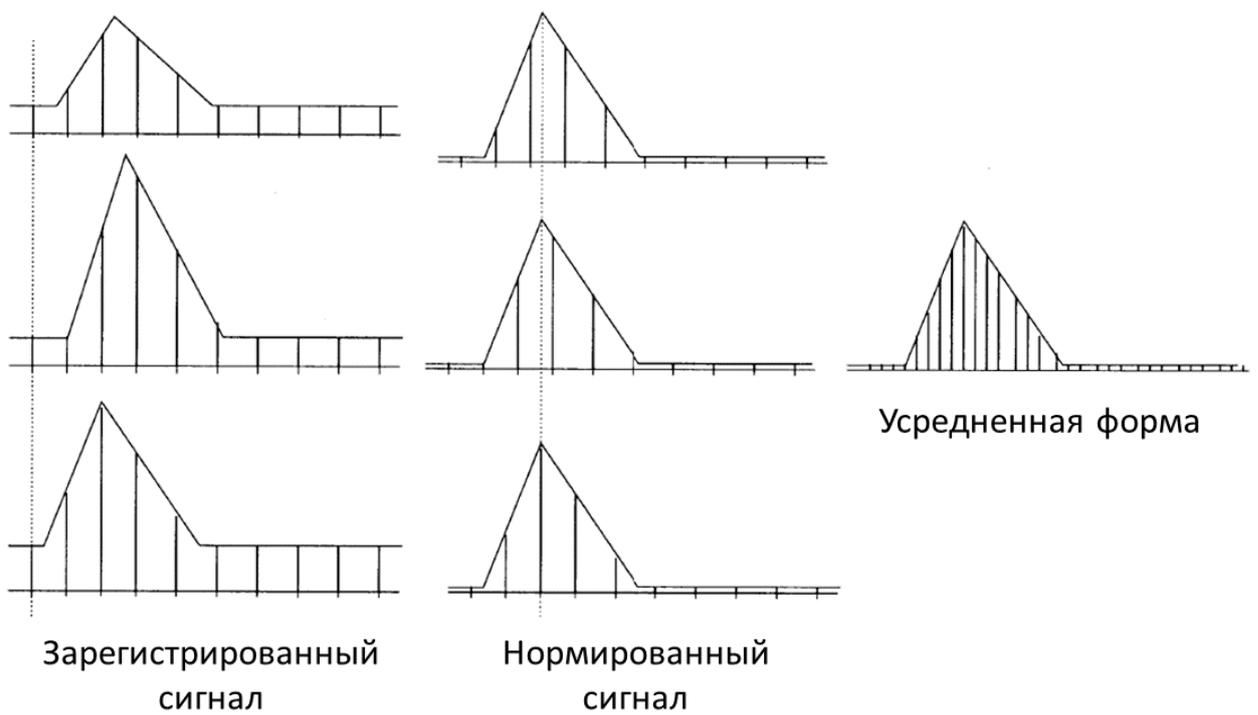


Рисунок 3.16 — Иллюстрация процедуры определения стандартной формы сигнала.

Для того, чтобы определить параметры сигнала, нужно знать форму сигнала. Поэтому естественно применить итерационную процедуру — заложить некую исходную форму сигнала, провести описанную процедуру и получить уточненную форму сигнала, использовать ее для повторной калибровки и т.п. Такая процедура быстро сходится, за 1-2 итерации, однако в случае калориметров эксперимента g-2 она оказалась неприменима. Дело в том, что полученная усредненная форма может быть искажена периодическим возмущением с периодом, совпадающим с периодом оцифровки — если такие искажения присутствуют в исходной форме, они без изменения сохраняются на каждой итерации. Так как в данном случае период оцифровки близок к характерным временам изменения сигнала, периодические искажения могут оказаться большими, $O(10\%)$ от самого сигнала. На рисунке 3.17 показаны две средние формы сигнала с одного и того же калориметра, полученные в результате итерационной процедуры с использованием разных начальных приближений. Обе формы с одинаковым успехом могут быть использованы для аппроксимации сигналов. При анализе одиночных сигналов использование искаженной средней формы приводит только к ухудшению разрешения. Однако при анализе сигналов с наложением использование искаженной формы ухудшает эффективность реконструкции и приводит к появлению дополнительной зависимости результатов реконструкции от загрузки.

Использование двух АЦП для оцифровки каждого сигнала дополнительно усложнило задачу. Суммарный аналоговый сигнал с 4 ФЭУ раздваивался и подавался для оцифровки на два АЦП, которые были предварительно откалиброваны относительно друг друга на прямоугольных сигналах с точностью лучше 1%. Путь суммарного сигнала к двум АЦП на печатной плате слегка отличался, на несколько сантиметров. Для быстрых сигналов с кало-

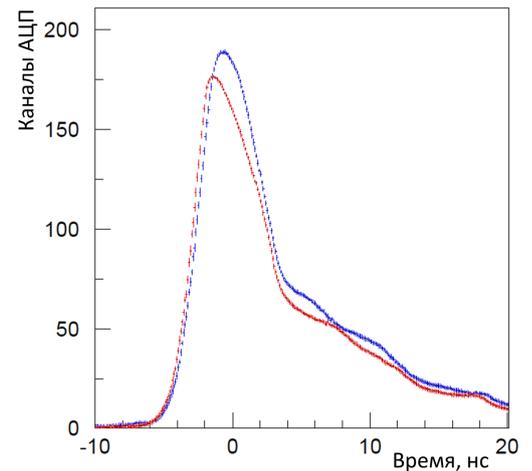


Рисунок 3.17 — Две средние формы сигнала с одного и того же калориметра, полученные в результате итерационной процедуры с использованием разных начальных приближений.

риметра небольшой асимметрии в разводке печатной платы оказалось достаточно для того, чтобы на АЦП поступали сигналы разной формы. Поэтому оказалось, что среднюю форму сигнала надо описывать комбинацией двух форм, по одной для каждой АЦП.

Для получения неискаженных форм сигналов для каждого АЦП были использованы следующие дополнительные предположения.

1. Время появления сигнала распределено равномерно в пределах периода оцифровки.
2. Так как в WFD используется аналоговый дискриминатор, порог оцифровки не зависит от положения пика сигнала относительно моментов оцифровки.

Определим *псевдовремя* ψ сигнала как:

$$\psi = \frac{\pi}{2} ADC_{max} + \operatorname{arctg} \frac{a_{i_{max}} - a_{i_{max}-1}}{a_{i_{max}} - a_{i_{max}+1}}, \quad (3.1)$$

где ADC_{max} — номер АЦП, 0 или 1, в котором найдем максимальный сэмпл в сигнале, $a_{i_{max}}$ — амплитуда максимального сэмпла, $a_{i_{max}\pm 1}$ — амплитуды сэмплов до и после максимального. Определение псевдовремени проиллюстрировано на рисунке 3.18. Величина ψ является хорошим представлением положения (фазы) пика сигнала в пределах периода оцифровки. Функция $\psi(t)$ является монотонной, близкой к линейной, причем по определению $\psi(0) = 0$ и $\psi(5) = \pi$.

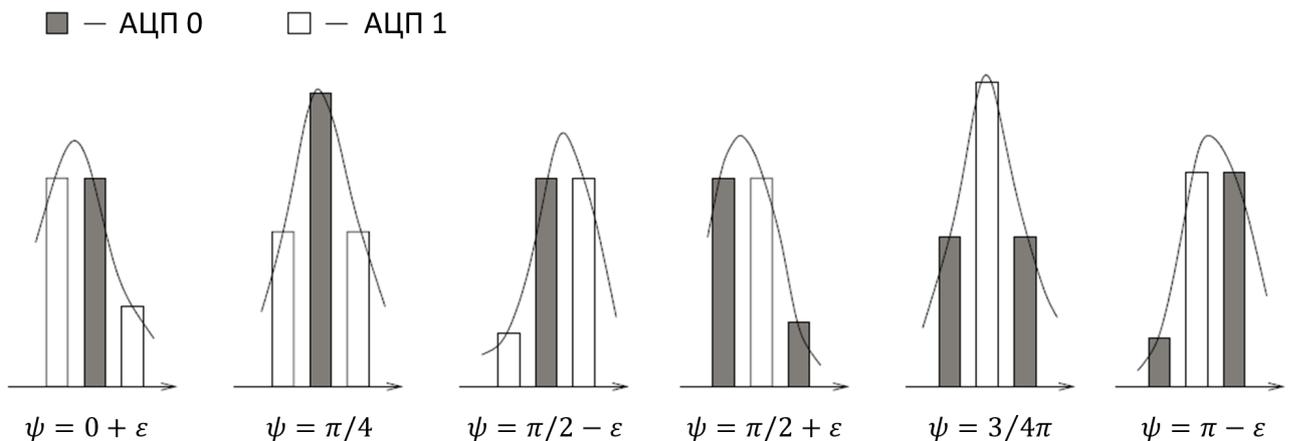
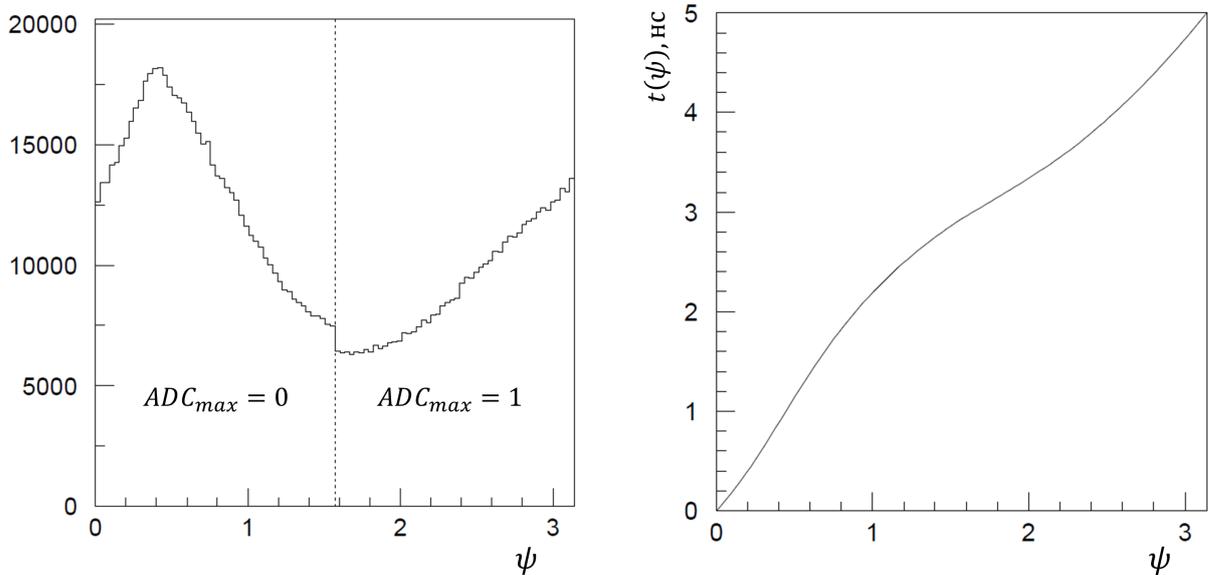


Рисунок 3.18 — Иллюстрация определения псевдовремени сигнала.

Для определения функции $t(\psi)$ набиралась гистограмма $p(\psi)$ значений ψ по всем сигналам, зарегистрированным через 300 мкс после инъекции и позже. Пример распределения для одного из экспериментальных заходов показан на рисунке 3.19а). Далее, вычислялась такая функция $t(\psi)$, чтобы распределение величины t оказалось равномерным (рисунок 3.19б):

$$t(\psi) = 5 \cdot \int_0^\psi p(\psi') d\psi' / \int_0^\pi p(\psi') d\psi' \quad (3.2)$$

Интересно отметить, что из-за отличия форм сигналов на входе двух АЦП, пик сигнала с большей вероятностью находится в одном из АЦП. Обязательным условием применимости описанной процедуры является выполнение первого из перечисленных дополнительных предположений — равномерное распределение сигналов по времени в пределах периода оцифровки. Второе предположение не является критическим, однако в случае, если порог оцифровки зависел бы от положения пика, процедуру пришлось бы усложнить.



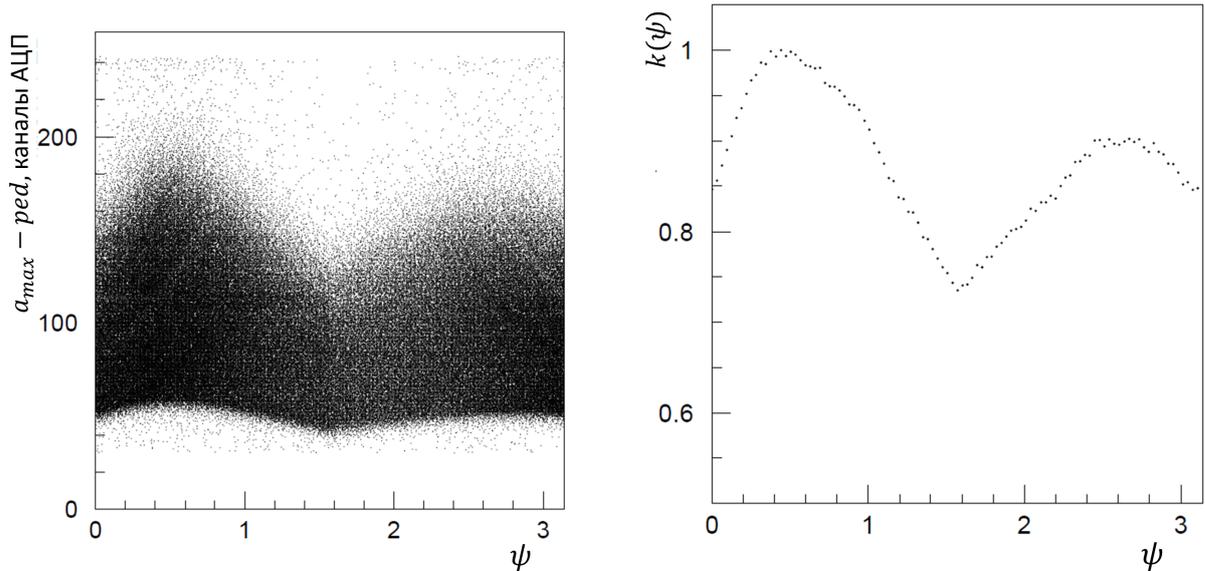
а) Распределение псевдовремени ψ для одного из экспериментальных заходов.

б) Функция $t(\psi)$ преобразования псевдовремени во время.

Рисунок 3.19 — Процедура определения времени пика одиночных сигналов.

Для определения амплитуды сигнала необходимо умножить амплитуду максимального сэмпла в сигнале на коэффициент, зависящий от положения пика сигнала относительно периода оцифровки. Для определения этого коэффициента набиралась гистограмма амплитуды максимального сэмпла с выче-

том пьедестала, определенного по первым сэмплам, записанным до начала сигнала, в зависимости от величины псевдовремени (рисунок 3.20а). Полученное распределение усреднялось в каждом бине по псевдовремени, а максимальное полученное среднее значение нормировалось на единицу. Полученная функция $k(\psi)$ (рисунок 3.20б) и являлась искомой поправкой к амплитуде максимального сэмпла. Фактически, $k(\psi)$ представляет собой форму макушки сигнала в каждом АЦП.



а) Распределение амплитуды максимального сэмпла в сигнале за вычетом пьедестала в зависимости от псевдовремени ψ для одного из экспериментальных заходов.

б) Поправочная функция $k(\psi)$ для определения амплитуды сигнала.

Рисунок 3.20 — Процедура определения амплитуды одиночных сигналов.

Определив функции $t(\psi)$ и $k(\psi)$, становится возможным определить параметры одиночных сигналов:

1. величина пьедестала P определяется по нескольким сэмплам, записанным до начала сигнала;
2. по трем максимальным сэмплам определяется псевдовремя ψ , после чего определяется время пика сигнала T как время максимального сэмпла плюс $t(\psi)$;
3. амплитуда сигнала A определяется как $(a_{max} - P)/k(\psi)$.

Определив параметры одиночных сигналов, становится возможным определить средние формы сигналов для всех калориметров по процедуре, описан-

ной выше (рисунок 3.16). На рисунке 3.21 показаны средние формы сигналов для одного из экспериментальных заходов для калориметров с 1 по 12.

Для данных каждого экспериментального сезона проводилась независимая калибровка средних форм сигналов. Были проведены специальные исследования по мониторингованию стабильности формы сигнала в течение сезона, а также зависимости формы от времени прихода сигнала относительно момента инъекции. Значимых изменений форм сигналов обнаружено не было. Интересно отметить, что для мониторингования формы сигналов оказалось удобно использовать распределение псевдовремени, а не саму форму сигналов.

3.4.3 Алгоритм реконструкции сигналов в калориметрах

Зная форму сигналов в калориметре, для реконструкции сигналов с учетом возможных наложений можно было применить алгоритм, основанный на аппроксимации измеренной формы сигнала суммой стандартных сигналов. В целом, алгоритм был организован следующим образом.

1. Реконструкция каждой последовательности оцифрованных амплитуд проводилась независимо.
2. Последовательность просматривалась и по положению и величине локальных максимумов делалось начальное предположение о количестве сигналов N и их начальных параметрах.
3. Параметры сигналов P , A_m и T_m определялись методом наименьших квадратов с помощью численной минимизации функции χ^2 :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{\left[a_i - P - \sum_{m=1}^N A_m \cdot f(t_i - T_m) \right]^2}{\sigma_i^2}, \quad (3.3)$$

где n — число сэмплов в последовательности, a_i и t_i — амплитуда и время i -того сэмпла, P — пьедестал, N — предполагаемое число сигналов, A_m и T_m — амплитуда и время пика m -того сигнала.

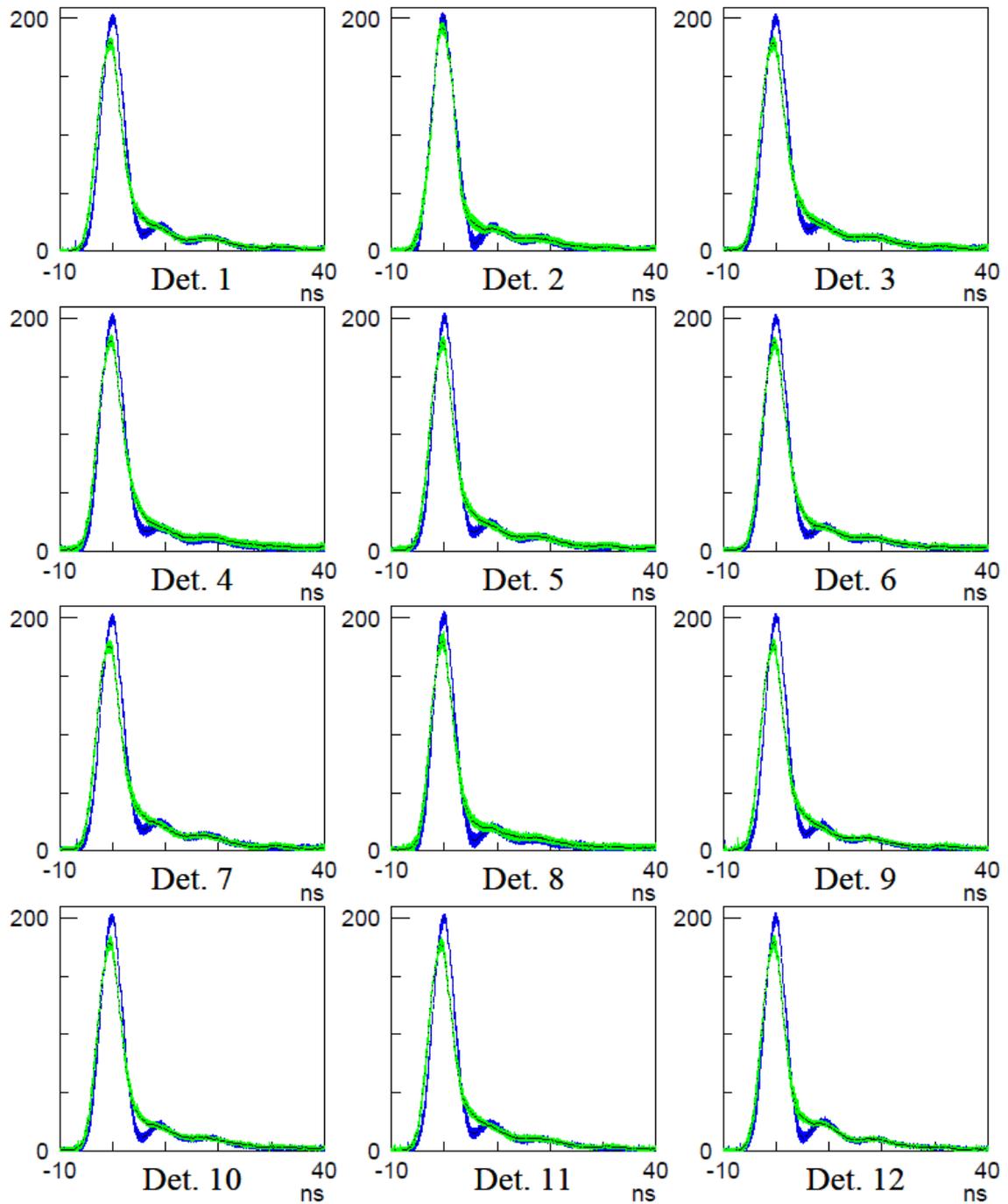


Рисунок 3.21 — Средние формы сигналов для детекторов с 1 по 12. Разным цветом показаны формы сигналов на входе двух АЦП.

4. В случае, если величина χ^2 оказывалась больше заданного порога, то проводилась попытка аппроксимировать последовательность $N + 1$ сигналом, причем дополнительный сигнал добавлялся в область с наихудшим локальным значением χ^2 . Если значение χ^2 заметно снижалось, то дополнительный сигнал считался подтвержденным, в противном случае сохранялись результаты подгонки N сигналами.

Результатом реконструкции являлся массив времен и амплитуд реконструированных сигналов для каждого калориметра для каждой инъекции в накопительное кольцо.

Для получения величины χ^2 порядка $O(1)$ было выбрано значение величины шума $\sigma_i = 2$. Предполагалось, что величина шума σ_i не зависит от амплитуды сэмплов (т.е. $\sigma_i = const$). Это предположение оказалось важным для правильного учета довольно тонкого эффекта — влияния “невидимых” сигналов. Если в калориметр попадает частица с малым энерговыделением (порядка 200 МэВ и меньше), сигнал от нее не будет восстановлен, так как он оказывается меньше порога реконструкции. Когда такие “невидимые” сигналы накладываются на сигнал с большим энерговыделением, они искажают его реконструированные параметры. Разница с обычным наложением сигналов состоит в том, что сигналы с малой амплитудой не регистрируются, их амплитудное и временное распределения неизвестны и, соответственно, невозможно рассчитать потенциальные систематические эффекты. Разумно предположить, что относительная доля “невидимых” сигналов меняется в течение интервала оцифровки (1 мс), вместе с изменением фоновой загрузки и выбыванием частиц из пучка. Поэтому важно, чтобы “невидимые” сигналы не приводили к систематическому изменению реконструированных параметров сигналов.

Реконструированные параметры сигналов являются функциями от измеренной формы сигнала: $A(a_1, \dots, a_n)$, $T(a_1, \dots, a_n)$, $P(a_1, \dots, a_n)$. При изменении амплитуды одного сэмпла $a_i \rightarrow a_i + \delta a$ реконструированная амплитуда изменится как $\delta A = \partial A / \partial a_i \cdot \delta a$ и, аналогично, для T и P . Предполагая, что на интервале одной последовательности (80 нс) “невидимые” сигналы распределены равномерно, их средний эффект на реконструированную амплитуду

окажется равным

$$\Delta A = \delta a \sum_i \frac{\partial A}{\partial a_i} = A(a_1 + \delta a, \dots, a_n + \delta a) - A(a_1, \dots, a_n),$$

и аналогично для ΔT . Т.е., для того, чтобы суммарное влияние “невидимых” сигналов на реконструированную амплитуду и время основных сигналов оказалось нулевым, необходимо, чтобы результаты реконструкции, A и T , не изменялись в случае, если ко всем амплитудам последовательности добавлялась одна и та же величина. Очевидно, что функция (3.3) с постоянным значением σ_i обладает этим свойством. Однако, если σ_i зависит от a_i , может возникнуть дополнительный неучтенный систематический эффект.

Даже с учетом описанного сокращения влияния “невидимых” сигналов на результаты реконструкции, остается эффект второго порядка — наличие “невидимых” сигналов влияет на амплитудное и временное разрешение алгоритма реконструкции. Была проведена оценка соответствующего вклада в систематическую ошибку измерения ω_a .

Интересно заметить, что влияние “невидимых” сигналов было наблюде-но в эксперименте. Как будет описано далее, реконструкция данных проводи-лась независимо двумя разными программами. Обе программы базировались на описанном алгоритме реконструкции, однако детали реализации различа-лись. В частности, в одной реализации использовалось значение σ_i , учитыва-ющее статистику фотонов: $\sigma_i^2 = \sigma_{0i}^2 + \alpha a_i$, что должно было улучшить разре-шение алгоритма. Было обнаружено, что результаты работы двух программ отличались и разница изменялась в течение интервала оцифровки. Подроб-ное изучение данной разницы и привело к пониманию влияния “невидимых” сигналов.

Численная минимизация функции (3.3) для всех зарегистрированных сигналов требовала очень больших на тот момент компьютерных ресурсов для реконструкции данных эксперимента. Следующие два улучшения алгоритма позволили снизить требования к вычислительным ресурсам на 1-2 порядка.

1. В случае, если времена сигналов T_m фиксированы, минимизация (3.3) становится линейной и сводится к решению системы линейных уравнений. Поэтому численная минимизация проводилась только относи-

тельно параметров T_m , а значения остальных параметров, P и A_m вычислялись на каждой итерации.

2. В случае одиночных или хорошо изолированных сигналов, точную оценку T_m можно было получить как время максимального сэмпла плюс $t(\psi_m)$, где ψ_m - псевдовремя m -того сигнала.

Поэтому для большинства сигналов использовалась “быстрая минимизация” — численная минимизация не проводилась, время пика сигнала вычислялось с помощью псевдовремени, а амплитуда сигнала вычислялась решением системы уравнений. Если в результате значение χ^2 оказывалось ниже заданного порога, полученные значения принимались как окончательные. Если значение χ^2 оказывалось большим, или в последовательности было найдено более 1 сигнала, проводилась полная процедура численной минимизации. Кроме того, она проводилась и для 1% случайных последовательностей, для мониторинга процедуры быстрой минимизации. В среднем, около 93% данных реконструировались быстрой процедурой сразу после инъекции, и эта доля доходила до 99% к концу интервала оцифровки.

Описанный алгоритм реконструкции был детально изучен в ряде специальных исследований как на основе данных, так и на основе моделирования [242]. Было показано, что результаты реконструкции не зависят от времени прихода сигнала во время периода оцифровки: разница в реконструированной амплитуде сигнала сразу после инъекции и через 100 мкс не превышает $5 \cdot 10^{-4}$, а соответствующая разница в реконструированном времени пика сигнала не превышает 5 пс.

3.4.4 Энергетическая калибровка калориметров

Энергетическая калибровка калориметров производится по самим данным. Типичное распределение энергосвечения в калориметре показано на рисунке 3.22. Форма распределения в области высоких энергий хорошо описывается спектром распадных электронов. Край спектра приблизительно соответствует энергии 3.1 ГэВ. Для определения края спектра, распределение аппроксимируется прямой линией в диапазоне 20%/80% (показан вертикаль-

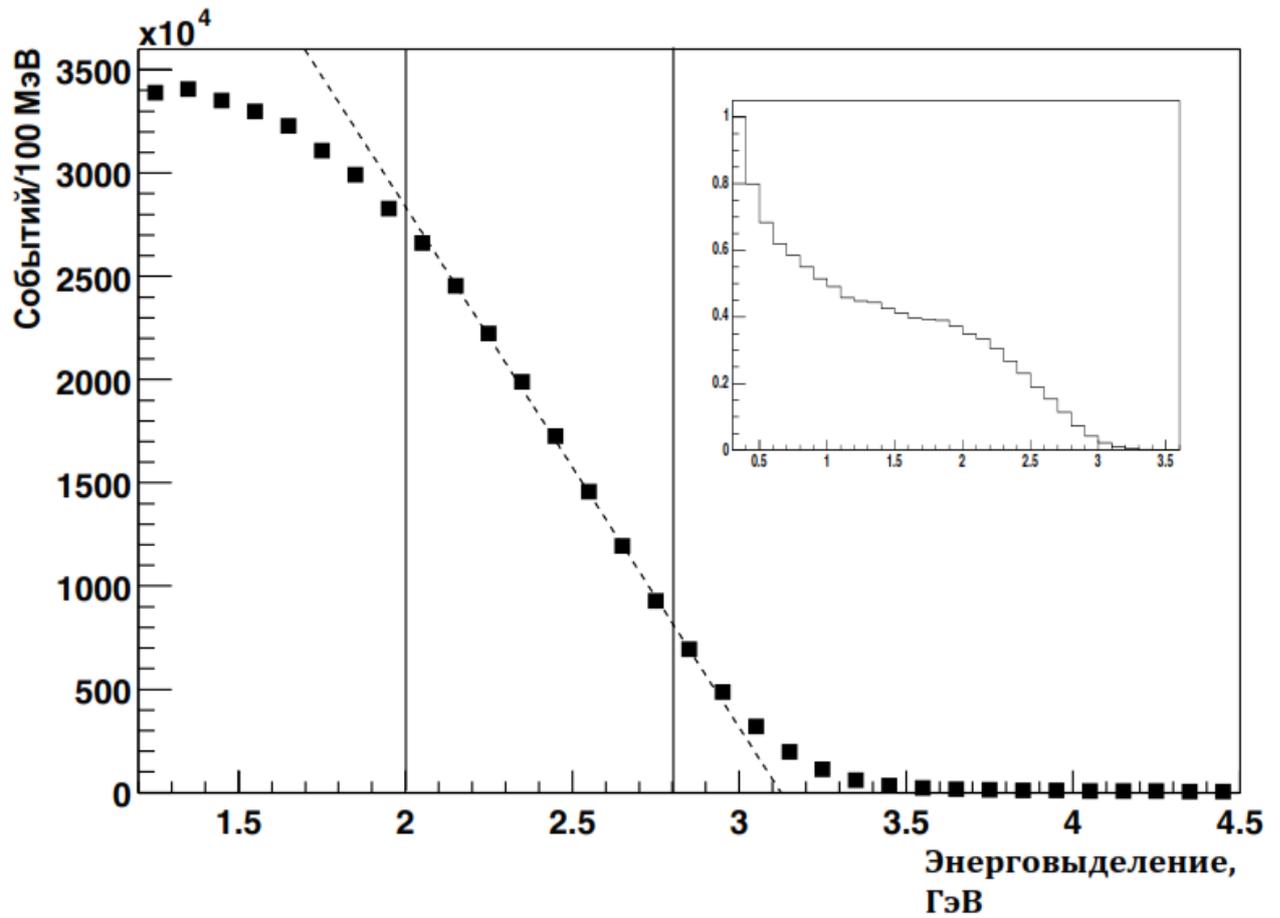


Рисунок 3.22 — Распределение по энерговыделению электронов в одном из калориметров. На вкладке показано распределение в широком диапазоне.

ными линиями), и точка пересечения линии с осью x ставится в соответствие с энергией 3.1 ГэВ.

Для измерения ω_a прецизионной калибровки энергетической шкалы не требуется — точности описанной процедуры более, чем достаточно. Однако очень важно, чтобы энергетическая калибровка не менялась в пределах интервала оцифровки. Для измерения стабильности калибровки измерялась зависимость среднего энерговыделения электронов с энергией, выше пороговой, от времени прихода сигнала после инъекции, при этом делалась поправка на наложение сигналов (раздел 3.5.4) и данные усреднялись по периоду прецессии (4.37 мкс). Для каждого калориметра определялась следующая функция изменения энергетической шкалы от времени:

$$\frac{\Delta G}{G}(t) = f \cdot \left[\frac{\tilde{E}(t)}{\tilde{E}(\infty)} - 1 \right], \quad (3.4)$$

где $t = \infty$ соответствует большим временам (типично, $t > 300$ мкс), а f представляет собой расчетный коэффициент (типичное значение которого составляет 2 для порога 1.8 ГэВ). Для большинства калориметров величина $\Delta G/G$ через несколько микросекунд после инъекции не превышает 0.2%. При анализе данных вводилась поправка на изменение энергетической шкалы от времени, т.е. в качестве энергии электрона использовалась величина $E_{rec}/[1 + \Delta G/G(t)]$.

3.5 Измерение ω_a

3.5.1 Организация обработки данных

Для реконструкции данных с детекторных систем эксперимента были разработаны две независимые программы: g2off и g2too. Программа g2off, основным разработчиком которой являлся автор, была написана на языке FORTRAN и использовала библиотеки ADAMO и HBOOK для управления данными. Программа g2too была написана на языке C++ и использовала

библиотеку ROOT для управления данными. Обе программы развивались одновременно и параллельно. После того, как в рамках g2off был разработан алгоритм реконструкции, описанный ранее, идея этого алгоритма была использована и в рамках g2too, но реализована там она была независимо.

Сырые данные, накопленные в рамках эксперимента, дублировались. Полная реконструкция данных с одной копии производилась на компьютерных ресурсах эксперимента, расположенных в БНЛ. Полная реконструкция данных с второй копии производилась на ресурсах Национального центра суперкомпьютерных приложений (NCSA, США). Результаты реконструкции одних и тех же данных двумя программами подробно сравнивались между собой. Наличие двух независимых программ обработки данных позволили избежать систематических ошибок, связанных с наличием ошибок в программном коде.

Обработкой данных занималось несколько экспериментальных групп. Каждая группа работала с данными одного из сезонов, реконструированными одной из программ, используя один из двух подходов к обработке, описанных далее. Во время анализа данных результаты, полученные разными группами, постоянно обсуждались и сравнивались. Для того, чтобы избежать взаимного влияния групп друг на друга, результаты измерения частоты ω_a каждой группы сдвигались на небольшое число, порядка 10 ppm. Более точно, использовалось два сдвига — общий, известный всем группам, обрабатывающим данные с калориметров, но неизвестный группам, измеряющих ω_p , и индивидуальный, известный только представителям соответствующей группы. При этом становилось невозможным сравнивать сами значения частоты прецессии, полученные разными группами, но оставалась возможность сравнения различных систематических эффектов, например, зависимость частоты от порога по энергии или от номера захода. По окончании анализа данных всеми группами индивидуальные сдвиги убирались и определялось единое значение ω_a . Общий сдвиг при этом оставался, он убирался только после того, как будет завершён анализ как данных с калориметров (ω_a), так и данных с датчиков ЯМР (ω_p). Такие предосторожности позволили избежать систематических ошибок, связанных с психологией людей, занимающихся обработкой данных.

3.5.2 Методика измерения ω_a

Для измерения частоты прецессии спина, строится распределение по времени $N(t)$ для электронов, зарегистрированных в калориметрах, с энергией, выше пороговой. В идеальном случае, распределение описывается функцией

$$N(t) = \frac{N_0}{\gamma\tau_\mu} \exp(-t/\gamma\tau_\mu)[1 - A \cos(\omega_a t + \phi)], \quad (3.5)$$

где параметры распределения N_0 , A и ϕ зависят от энергии электрона. Расчетный спектр $N_0(E)$ и асимметрия $A(E)$ для распадных электронов для условий эксперимента показаны на рисунке 3.23. Статистическая ошибка определения ω_a пропорциональна произведению NA^2 . В случае, когда для определения ω_a используются электроны с энергией, выше пороговой, оптимальное с точки зрения минимизации статистической ошибки значение порога составляет 1.8 ГэВ.

На рисунке 3.24 показано распределение $N(t)$ для электронов с энергией выше 1.8 ГэВ для данных одного сезона (2001 года). В первом приближении, для определения частоты прецессии данное распределение аппроксимируется функцией (3.5) с 5 свободными параметрами (N_0 , τ_μ , A , ω_a и ϕ). При обработке данных, набранных в 1998 году (около 1% от общего объема статистики эксперимента), такой функции было достаточно для описания экспериментальных данных — χ^2/ν подгонки был совместим с 1. Однако при увеличении статистики в функции подгонки необходимо учитывать целый ряд дополнительных эффектов. Полная функция подгонки, использованная для аппроксимации распределения $N(t)$, в которой учтены все известные эффекты, имеет вид:

$$N(t) = \frac{N_0}{\gamma\tau_\mu} \exp(-t/\gamma\tau_\mu) \cdot \Lambda(t) \cdot V(t) \cdot B(t) \cdot C(t) \cdot [1 - A(t) \cos(\omega_a t + \phi(t))], \quad (3.6)$$

где

$$\Lambda(t) = 1 - A_{loss} \int_0^t L(t') \exp^{-t'/\gamma\tau_\mu} dt', \quad (3.7)$$

$$V(t) = 1 - e^{-t/\tau_{vw}} A_{vw} \cos(\omega_{vw} t + \phi_{vw}), \quad (3.8)$$

$$B(t) = 1 - A_{br} e^{-t/\tau_{br}}, \quad (3.9)$$

$$C(t) = 1 - e^{-t/\tau_{cbo}} A_1 \cos(\omega_{cbo}t + \phi_1), \quad (3.10)$$

$$A(t) = A \cdot \left[1 - e^{-t/\tau_{cbo}} A_2 \cos(\omega_{cbo}t + \phi_2) \right], \quad (3.11)$$

$$\phi(t) = \phi_0 + e^{-t/\tau_{cbo}} A_3 \cos(\omega_{cbo}t + \phi_3). \quad (3.12)$$

Учет этих дополнительных эффектов необходим для получения хорошего χ^2/ν подгонки, однако большинство дополнительных факторов очень слабо влияет на определение величины ω_a . В последующих разделах дополнительные эффекты описаны более подробно.

При уменьшении порога по энергии ниже 1.8 ГэВ количество событий в распределении $N(t)$ растет, однако статистическая точность определения ω_a ухудшается. Это происходит из-за того, что в гистограмму добавляются события, асимметрия A для которых мала (или даже противоположного знака), что уменьшает среднюю асимметрию. Однако, если провести измерение ω_a независимо в различных интервалах по энергии электронов и усреднить результаты, можно избежать “размывания” асимметрии и оптимально учесть информацию, которую несут электроны разной энергии относительно ω_a . Аналогичный результат можно получить, если при наборе распределения $N(t)$ учитывать электроны с весом, пропорциональным $A(E)$. Такой подход эквивалентен анализу данных в бесконечно узких интервалах по энергии. Подобный анализ был проведен как для данных 2000, так и для данных 2001 года.

Альтернативный способ определения ω_a заключается в аппроксимации отношения $r(t)$

$$r(t) = \frac{n_1(t + T/2) + n_2(t - T/2) - n_3(t) - n_4(t)}{n_1(t + T/2) + n_2(t - T/2) + n_3(t) + n_4(t)}, \quad (3.13)$$

где $n_{1,2,3,4}(t)$ — четыре одинаковых статистически независимых подмножества электронов (т.е. $N(t) = n_1(t) + n_2(t) + n_3(t) + n_4(t)$), а T — период прецессии (≈ 4.37 мкс). На рисунке 3.25 показано отношение $r(t)$ для электронов с энергией выше 1.8 ГэВ для данных сезона 2001 года. “Медленные” эффекты, например, распад мюона, сокращаются в отношении, поэтому, в первом приближении,

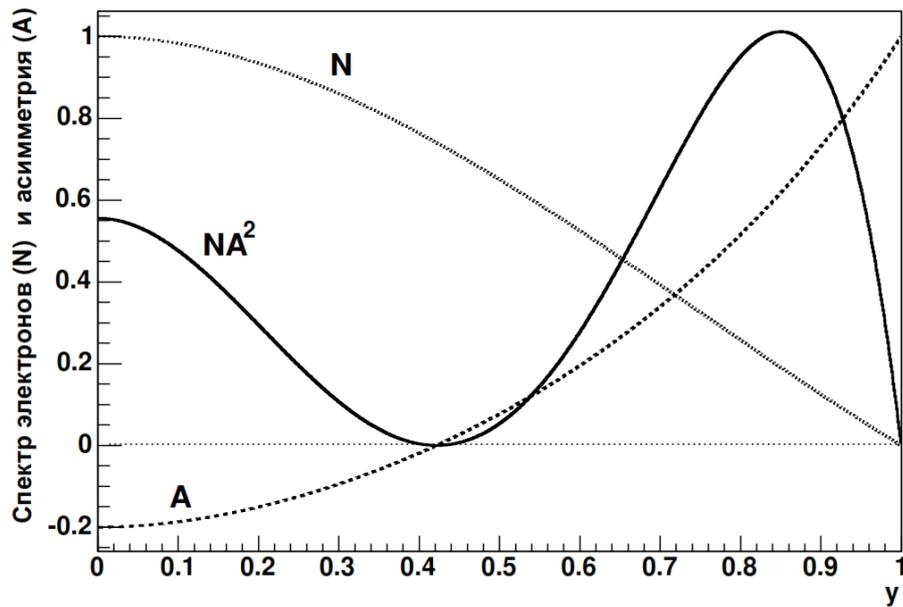


Рисунок 3.23 — Расчетный спектр электронов и асимметрия в лабораторной системе. Показана относительная энергия $y = E_e / E_{max}$

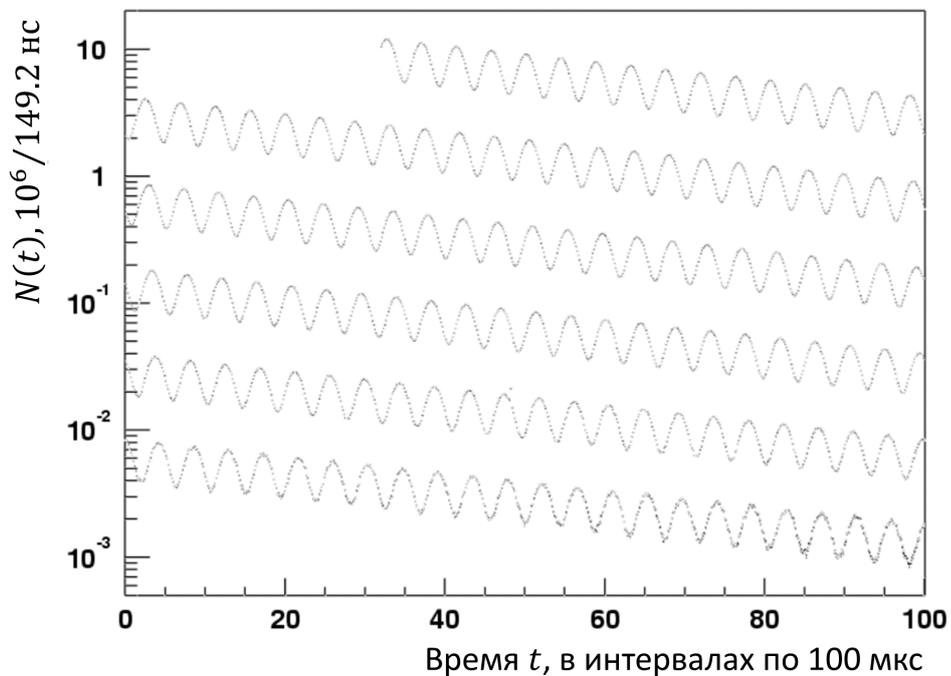


Рисунок 3.24 — Распределение по времени $N(t)$ для электронов с энергией выше 1.8 ГэВ для данных, набранных в 2001 году.

$r(t)$ описывается функцией

$$r(t) = A \cos(\omega_a t + \phi) + \frac{1}{16} \left(\frac{T}{\gamma \tau_\mu} \right)^2 \quad (3.14)$$

с 3 свободными параметрами, A , ω_a и ϕ . Функции (3.14) достаточно для описания отношения $r(t)$, усредненного по всем детекторам, однако для независимого анализа $r(t)$ для отдельных калориметров необходимо использовать более сложную функциональную форму, в которой учтены эффекты, связанные с когерентными бетатронными колебаниями — вклады, аналогичные $C(t)$, $A(t)$ и $\phi(t)$ в (3.6). Тем не менее, остальные “медленные” эффекты сокращаются и их можно не учитывать в анализе. Анализ данных, основанный на аппроксимации отношения $r(t)$, был проведен для данных всех сезонов.

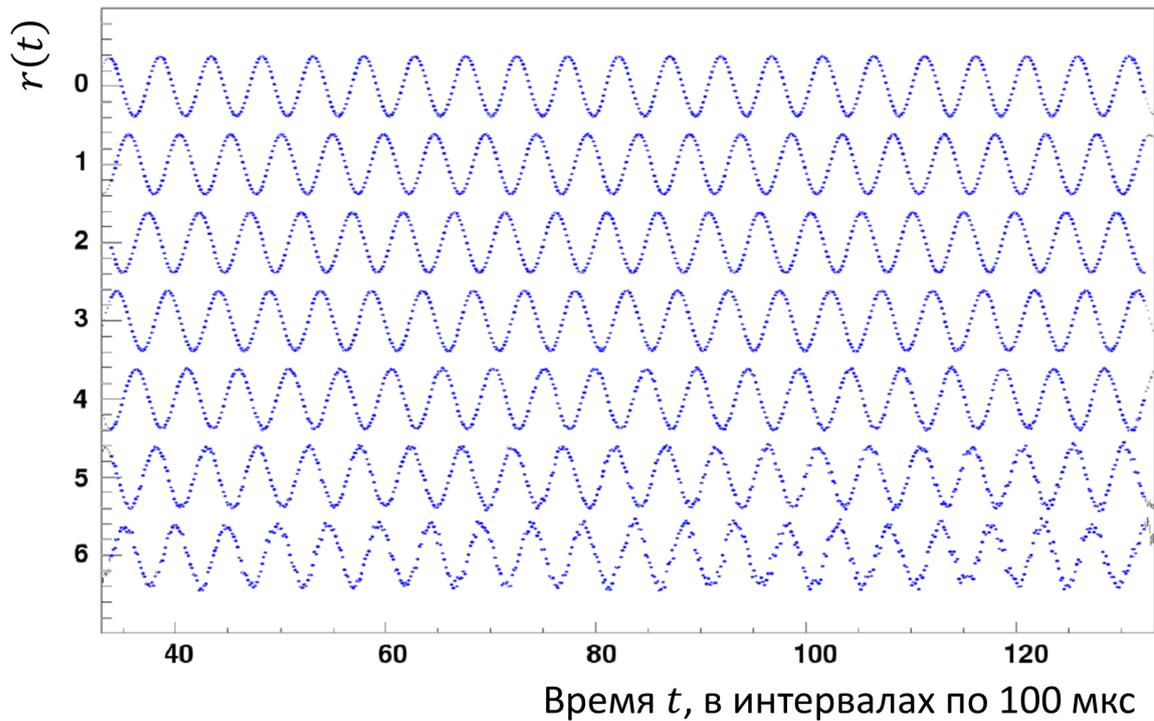


Рисунок 3.25 — Отношение $r(t)$ для электронов с энергией выше 1.8 ГэВ для данных, набранных в 2001 году. Показан интервал времени от 27 мкс до 727 мкс после инъекции группами по 100 мкс; каждая следующая группа сдвинута вниз на 1.

Для аппроксимации во всех случаях использовался метод наименьших квадратов, а величина χ^2/ν использовалась для мониторинга качества подгонки. В типичном анализе аппроксимация $N(t)$ или $r(t)$ производилась

на интервале времен от 30 до 630 мкс после инъекции в бинах по 149.2 нс — т.е. в 4000 точках. Соответственно, аппроксимация считалась хорошей, если χ^2/ν попадал в интервал 1 ± 0.022 . При подгонке всегда использовалась только та часть распределения, в которой в каждом бине число событий было не менее 30.

3.5.3 Микроструктура пучка

В момент инъекции сгусток мюонов имеет приблизительно гауссову форму с шириной около 25 нс. Так как время оборота в кольце составляет приблизительно 149.2 нс, что значительно больше длины сгустка, структура пучка хорошо видна в распределении времени регистрации электронов в калориметре (рисунок 3.26) — распределение $N(t)$ промодулировано быстроосциллирующей функцией с периодом $T_c = 2\pi/\omega_c \approx 149.2$ нс. Из-за разброса импульсов в инжектированном пучке, $\Delta p/p \sim 10^{-3}$, происходит постепенная дебанчировка пучка с характерным временем 20 мкс. Сразу после инъекции пучок занимает приблизительно 60° градусов по азимуту накопителя, а “голова” пучка догоняет “хвост” приблизительно через 5 мкс. Для большинства детекторов анализ $N(t)$ начинается с 30 мкс после инъекции. В этот момент сгустковая структура пучка еще хорошо наблюдается в распределении.

Для исключения циклотронной частоты из распределения $N(t)$ использовалась простая процедура. При наборе гистограммы $N(t)$ реконструированное время появления электрона в калориметре сдвигалось на случайную величину в интервале $(-T_c/2, T_c/2)$. Более точно, случайный сдвиг применялся к реконструированному времени треугольного импульса (рисунок 3.14), задающего момент $t = 0$. Такая процедура уменьшала видимую амплитуду циклотронных колебаний в 500 раз, что было достаточно для дальнейшего анализа $N(t)$. В случае, когда для анализа использовалось распределение $N(t)$, просуммированное по всем калориметрам, сгустковая структура дополнительно подавлялась в 10 раз. Подобная процедура применялась во всех анализах, основанных на аппроксимации как $N(t)$, так и $r(t)$.

Анализ процесса дебанчировки позволяет получить важную информацию — координатное распределение мюонов в радиальном направлении или тесно связанное с ним импульсное распределение мюонов. Была построена численная модель дебанчировки пучка и с помощью метода наименьших квадратов было подобрано такое начальное импульсное распределение пучка, чтобы результаты моделирования хорошо описывали наблюдаемое затухание циклотронных колебаний в $N(t)$. Полученные результаты были подтверждены с помощью альтернативного подхода, основанного на Фурье-анализе распределения $N(t)$. Подобный анализ был проведен для нескольких периодов набора данных в каждом сезоне. Пример радиального распределения мюонов показан на рисунке 3.27. Интересно, что распределение слегка асимметрично — средний равновесный радиус мюонов в точности соответствует “магическому” импульсу, однако наиболее вероятный радиус на 1 мм меньше среднего. Знание радиального распределения мюонов важно для вычисления среднего значения магнитного поля для всего ансамбля мюонов.

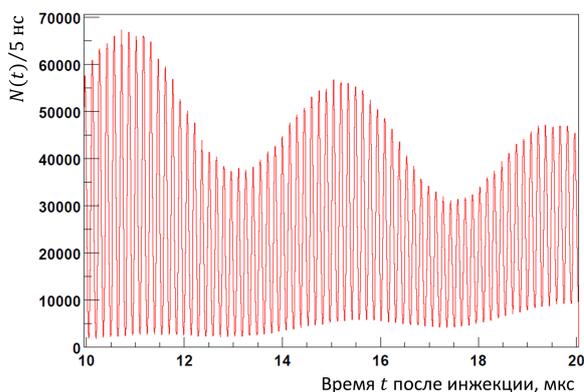


Рисунок 3.26 — Микроструктура распределения времени регистрации энергичных электронов в отдельном калориметре. Высокая частота соответствует циклотронной частоте ω_c — пролету сгустка мимо калориметра. Медленная огибающая соответствует частоте прецессии ω_a .

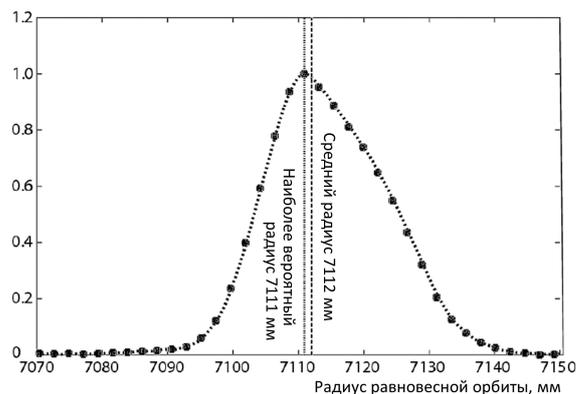


Рисунок 3.27 — Распределение радиуса равновесной орбиты для захваченного мюонного пучка.

Точками показан результат подгонки данных моделью дебанчировки пучка, пунктирной линией — результат Фурье-анализа.

3.5.4 Исключение вклада наложения сигналов

Наложение сигналов в калориметре приводит к существенному искажению распределения $N(t)$. В случае, когда два электрона с малой энергией попадают в калориметр достаточно близко по времени, они могут быть реконструированы как один электрон с большой энергией. Алгоритм реконструкции, описанный в разделе 3.4.3, позволяет минимизировать число таких случаев. Тем не менее, если электроны попадают в калориметр с задержкой Δt порядка 5 нс и менее, вероятность их объединения становится значительной, достигающей до 100% при Δt менее 3 нс. Фаза ω_a колебаний для электронов малой энергии отличается от той же фазы для электронов высокой энергии, поэтому, для задачи определения ω_a , “электрон”, полученный в результате наложения сигналов, существенно отличается от настоящего электрона той же энергии. Если бы доля таких частиц оставалась неизменной, это не приводило бы к систематической ошибке определения ω_a . Однако, так как доля сигналов с наложением пропорциональна квадрату загрузки, она спадает со временем как $\sim \exp(-t/\gamma\tau_\mu)$. Это может приводить к систематическому смещению фазы ω_a колебаний, и, соответственно, к систематической ошибке определения частоты. Для характерных условий проведения эксперимента, сразу после инъекции доля “объединенных” электронов составляет около 1% от полного числа электронов с энергией, выше 1.8 ГэВ.

Для компенсации эффекта наложения сигналов можно было бы добавить дополнительные члены в (3.6). Однако, при этом значительно ухудшается и статистическая, и систематическая точность определения частоты. Благодаря возможностям считывающей электроники калориметров, удалось применить гораздо более надежный метод, основанный на непосредственном измерении эффекта и исключении его при формировании гистограммы $N(t)$.

Идея метода состоит в статистическом моделировании вклада наложенных сигналов. В данных отбираются события, в которых на “хвосте” основного сигнала, вызвавшего срабатывание дискриминатора, был реконструирован вторичный сигнал (рисунок 3.28). Если отбирать вторичные сигналы в фиксированном окне, ширина которого равна разрешающему времени алгоритма реконструкции Δt , число вторичных сигналов будет равно количеству случа-

ев, в которых на первичный сигнал той же амплитуды наложился вторичный сигнал соответствующей амплитуды. Чтобы избежать зависимость Δt от амплитуды сигналов, при реконструкции оно искусственно увеличивалось до наихудшего значения (около 5 нс) — если при реконструкции было восстановлено два сигнала, но задержка между ними оказалась меньше 5 нс, они автоматически восстанавливались как единый сигнал. Это позволяло использовать модель, при которой, если задержка между сигналами превышала Δt , они восстанавливались со 100% вероятностью, в противном случае — объединялись со 100% вероятностью.

Для моделирования вклада наложенных сигналов, для каждого реконструированного сигнала искался вторичный сигнал в интервале времен $t_s \pm \Delta t$ после первичного сигнала. Если вторичный сигнал был найден, формировался общий сигнал так, как будто вторичный сигнал появился в калориметре на t_s раньше, вместе с первичным сигналом. Использовались различные модели формирования общего сигнала — от простого сложения амплитуд до более слож-

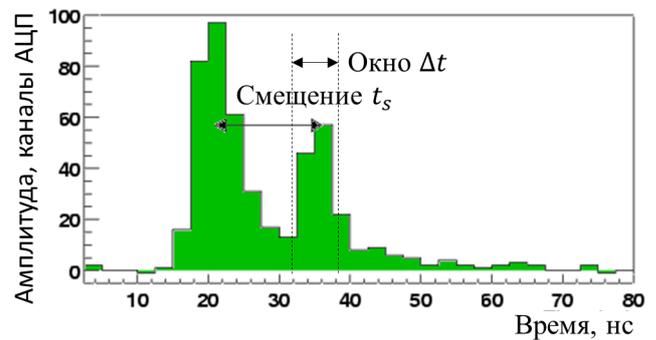


Рисунок 3.28 — Иллюстрация метода статистического моделирования вклада наложенных сигналов.

ной модели, учитывающей нелинейности алгоритма реконструкции. На основе отобранных сигналов строилось двумерное распределение $P(E, t)$ по времени и энерговыделению, в которое искусственно сформированный суммарный сигнал входил с весом $+1$, а оба исходных сигнала, и первичный, и вторичный, входили с весом -1 . Далее, полученное распределение вычиталось из основного распределения электронов. Например, в случае анализа, в котором используются электроны с энергией, выше 1.8 ГэВ,

$$N_{corr}(t) = N(t) - \int_{1.8}^{\infty} P(E, t) dE.$$

Результаты применения описанной процедуры продемонстрированы на рисунке 3.29. Вклад от перекрывающихся сигналов хорошо виден в энергетиче-

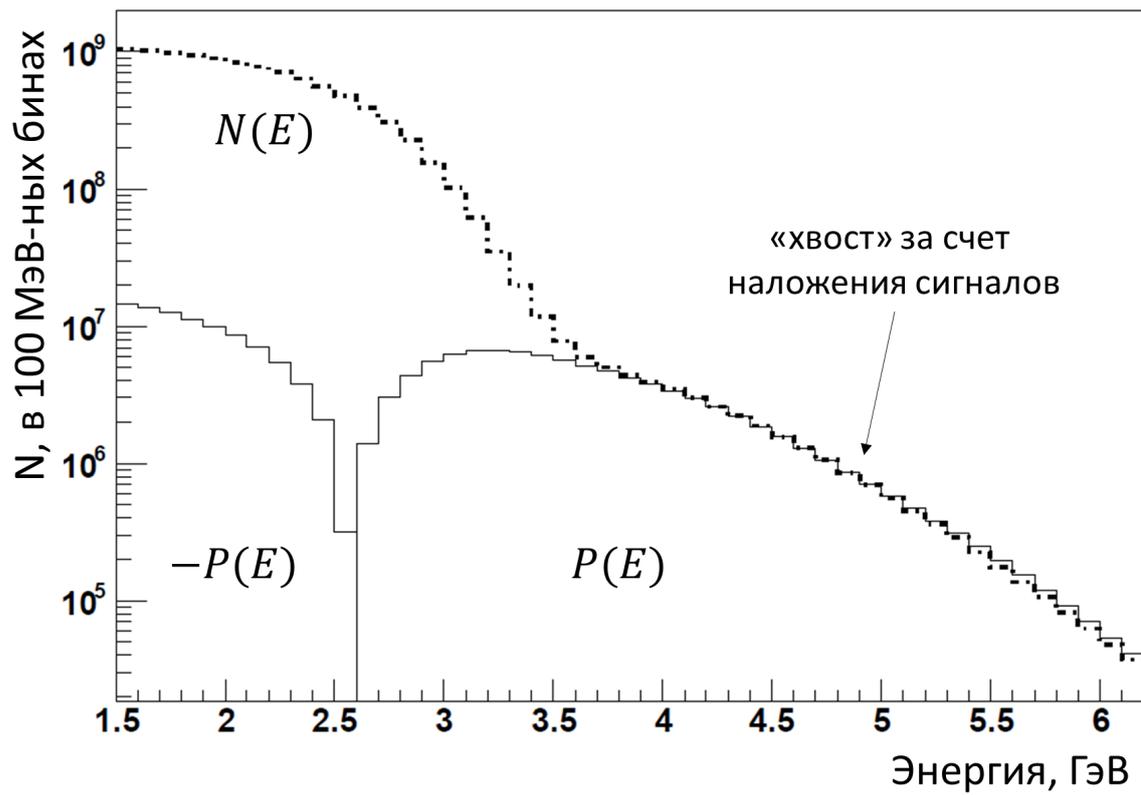


Рисунок 3.29 — Результат применения процедуры статистического вычитания вклада наложений. Показаны исходное энергетическое распределение электронов $N(E)$ и энергетическое распределение наложений $P(E)$

ческом распределении электронов $N(E)$, в котором появляется “хвост” в области больших энергий. Распределение по энергии перекрывающихся сигналов $P(E) = \int P(E,t)dt$ отрицательно в области низких энергий и положительно в области высоких энергий, что соответствует тому факту, что за счет наложения теряется два электрона с малой энергией и добавляется один электрон высокой энергии.

Для того, чтобы описанная процедура корректно восстанавливала вклад сигналов с наложением двух электронов, необходимо, чтобы учитывались все возможные первичные и вторичные сигналы. Однако, в качестве первичного могут использоваться только те сигналы, амплитуда которых превышает порог дискриминатора E_{thr} , составляющий около 0.9-1 ГэВ для большинства калориметров. При наличии такого порога, описанная процедура корректна только для области энергий $E \geq 2E_{thr}$. При анализе данных большинством групп использовался порог на энергию электронов 1.8 ГэВ, что удовлетворяет этому ограничению. В тех случаях, когда использовались электроны меньших энергий, точность процедуры вычитания вклада перекрытых сигналов уменьшалась, и увеличивался соответствующий вклад в систематическую ошибку.

Было проведено множество детальных исследований точности процедуры вычитания. В качестве меры вклада наложений удобно использовать среднюю энергию электронов с энергией выше пороговой (1.8 ГэВ). Т.к. вклад наложений в области больших энергий положителен, средняя энергия электронов вырастает. На рисунке 3.30 показан пример зависимости средней энергии от времени до и после применения процедуры вычитания. Хорошо видно уменьшение средней энергии $\Delta E \sim \exp(-t/\gamma\tau_\mu)$ вместе с уменьшением доли перекрытых сигналов. При применении процедуры вычитания эта зависимость значительно уменьшилась.

Для изучения процедуры было использовано множество подходов. Например, на зарегистрированные сигналы накладывались модельные сигналы и изучались результаты реконструкции таких искусственных сигналов с наложением [242]. На рисунке 3.31 показано среднее изменение амплитуды сигнала при наложении на него модельного сигнала фиксированной амплитуды со случайной задержкой между сигналами. Хорошо видно, что без использования процедуры вычитания, средняя амплитуда сигнала увеличивается: если задержка между сигналами достаточно большая, они оба рекон-

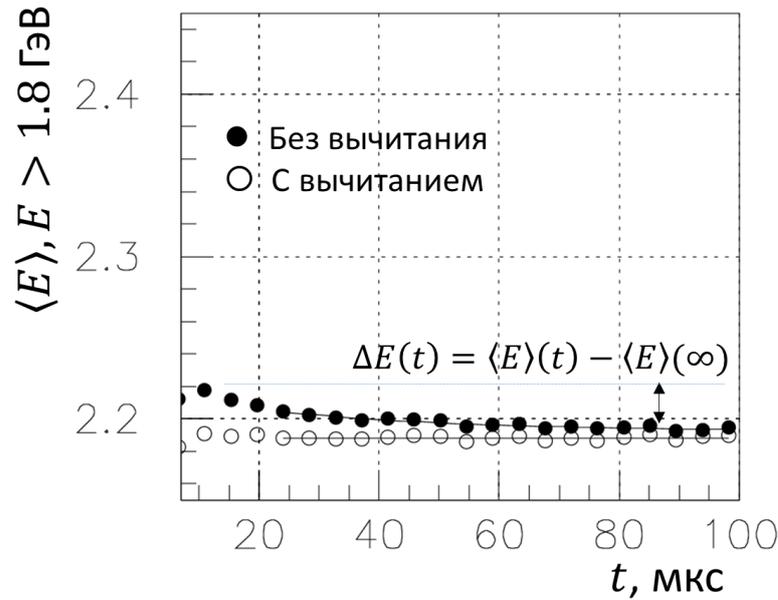


Рисунок 3.30 — Средняя энергия электронов с энергией выше пороговой (1.8 ГэВ), до и после применения процедуры вычитания вклада наложений.

струироваться и амплитуда основного сигнала не изменяется; при меньшей задержке модельный сигнал накладывается на основной и только увеличивает его реконструированную амплитуду. Использование процедуры вычитания существенно уменьшает данный эффект. Показаны результаты двух разных процедур объединения сигналов в процедуре вычитания — простой ($A = A_1 + A_2$) и более сложной, учитывающей нелинейности процедуры реконструкции ($A = f(A_1, A_2)$). Видно, что эффект наложения можно практически полностью скомпенсировать. Также, хорошо видно автоматическое сокращение вклада “невидимых” сигналов ($A_2 < 14$ каналов АЦП).

На рисунке 3.32 показаны результаты исследования процедуры вычитания на данных, полученных объединением сигналов с 2, 4 и 8 инъекций, что соответствует эффективному увеличению загрузки и пропорциональному увеличению вклада наложений. При объединении большого числа данных процедура вычитания начинает работать хуже из-за заметной доли наложения более, чем двух сигналов (а также роста доли сигналов, в которых произошло переполнение АЦП). Однако, экстраполируя в область загрузок эксперимента, можно сделать вывод, что точность вычитания вклада наложений составляет не хуже нескольких процентов.

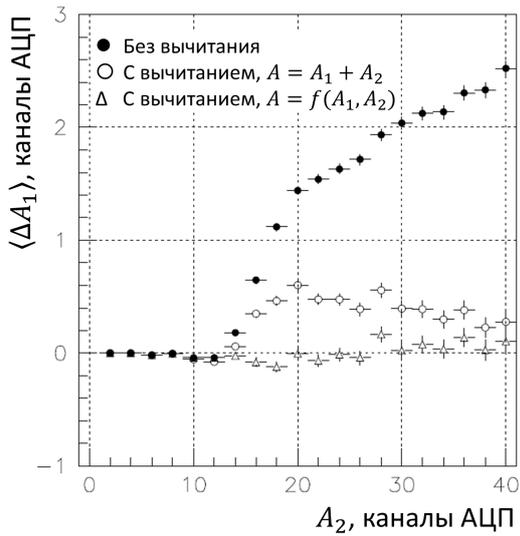


Рисунок 3.31 — Среднее изменение амплитуды сигнала $\langle A_1 \rangle$ при наложении на него модельного сигнала фиксированной амплитуды A_2 со случайной задержкой между сигналами.

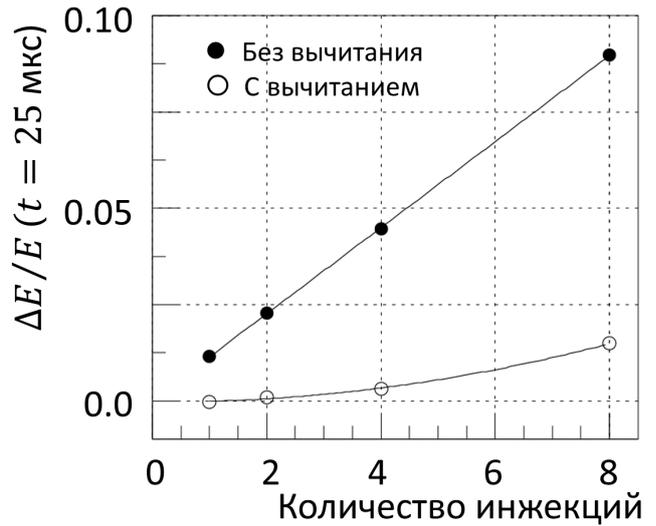


Рисунок 3.32 — Относительное изменение средней энергии электронов ($E > 1.8$ ГэВ) в момент $t = 25$ мкс при объединении данных с 1, 2, 4 и 8 инъекций, до и после применения процедуры вычитания.

3.5.5 Когерентные бетатронные колебания

Благодаря наличию электростатических квадрупольей, мюонное накопительное кольцо эксперимента обладает слабой фокусировкой с показателем спада поля

$$n = \frac{R_0}{\beta B_0} \frac{\partial E_y}{\partial y}, \quad (3.15)$$

где R_0 — радиус равновесной орбиты, B_0 — величина основного магнитного поля, β — скорость мюонов, $\partial E_y / \partial y$ — средний градиент электрического поля, с учетом того, что квадрупольи покрывают 43% периметра кольца. Частицы в таком кольце совершают вертикальные и горизонтальные бетатронные колебания с безразмерными частотами $\nu_y = \sqrt{n}$ и $\nu_x = \sqrt{1-n}$ соответственно. Величина n определяется напряжением, поданным на квадрупольи, которое отличалось в разных сезонах набора данных. В ранних сезонах, до 1999 года включительно, набор данных проводился с $n = 0.137$ (это соответствовало

напряжению ± 24 кВ). В сезоне 2000 года использовалось $n = 0.135$. В сезоне 2001 года набор данных проводился при двух значениях n , 0.122 и 0.142.

Апертура инфлектора (18 мм) значительно меньше апертуры накопительного кольца (90 мм), поэтому после инъекции пучок заполняет довольно малую часть фазового объема кольца. Из-за наличия углового разброса в сгустке, после инъекции его размер начинает увеличиваться. Однако, так как бетатронная частота для всех мюонов одинакова, через каждые полпериода бетатронных колебаний сгусток опять сфокусируется, повторяя образ инфлектора. Аналогичный эффект происходит из-за того, что удар кикера не является идеальным и после удара сгусток остается немного в стороне от равновесной орбиты. Синхронные (когерентные) бетатронные колебания отдельных мюонов приводят к тому, что весь сгусток в целом начинает совершать колебательные движения вокруг равновесной орбиты. В системе отсчета отдельного калориметра наблюдаются биения между описанными типами колебаний и частотой обращения пучка: пролетающий пучок “дышит” (меняется его ширина) с частотами $\omega_c(1 - 2\nu_x)$ и $\omega_c(1 - 2\nu_y)$ и совершает колебательные движения с частотами $\omega_c(1 - \nu_x)$ и $\omega_c(1 - \nu_y)$ по горизонтали и вертикали соответственно. Оказалось, что наиболее существенными наблюдаемыми эффектами являются когерентные горизонтальные бетатронные колебания с частотой $\omega_{cbo} = \omega_c(1 - \sqrt{1 - n})$ и периодическое изменение вертикального размера пучка с частотой $\omega_{VW} = \omega_c(1 - 2\sqrt{n})$; остальными типами колебаний можно пренебречь. В таблице 12 приведены частоты когерентных колебаний для разных экспериментальных сезонов.

Из-за неидеальности квадрупольного электрического поля и, соответственно, наличия разброса в показателе спада поля, со временем когерентность колебаний разрушается и в системе отсчета калориметра параметры пучка становятся постоянными. Экспериментально измерено, что эволюция амплитуды когерентных колебаний достаточно хорошо описывается экспонентой с постоянной времени 100-150 мкс для горизонтальных и 25 мкс для вертикальных колебаний.

Прямое наблюдение когерентных бетатронных колебаний проводилось с помощью мониторов пучка (FVM) в ходе специальных заходов, когда мониторы были выдвинуты в область накопления. Наличие мониторов приводит к быстрой деградации мюонного пучка, поэтому измерения проводились толь-

Таблица 12 — Частоты когерентных колебаний пучка в разных экспериментальных сезонах.

Описание		Частота/Период			
		1999	2000	2001 (1)	2001 (2)
Рабочая точка	n	0.137	0.135	0.122	0.142
Частота прецессия спина	f_a	229 кГц / 4.37 мкс			
Циклотронная частота	f_c	6.71 МГц / 149 нс			
Горизонтальные бетатронные колебания	f_x	6.23 МГц 160 нс	6.24 МГц 160 нс	6.29 МГц 159 нс	6.22 МГц 161 нс
Вертикальные бетатронные колебания	f_y	2.48 МГц 402 нс	2.47 МГц 406 нс	2.34 МГц 427 нс	2.53 МГц 395 нс
Когерентные горизонтальные колебания	f_{cbo}	476 кГц 2.10 мкс	469 кГц 2.13 мкс	423 кГц 2.37 мкс	495 кГц 2.02 мкс
Колебания вертикального размера	f_{vw}	1.74 МГц 0.57 мкс	1.78 МГц 0.56 мкс	2.02 МГц 0.49 мкс	1.65 МГц 0.60 мкс

ко в течение 10 мкс после инъекции. Наблюдались все типы колебаний, были измерены их частоты и они совпали с расчетными. Кроме того, прямое наблюдение когерентных колебаний неразрушающим образом было проведено с помощью системы обратной трассировки, установленной перед 20-м калориметром, и с помощью сцинтилляционных пластин (FSD), установленных перед некоторыми калориметрами.

Наличие когерентных бетатронных колебаний искажает распределение электронов $N(t)$, в основном, посредством двух механизмов. Акцептанс калориметров зависит от положения точки распада мюона: например, доля распавшихся на разном радиусе, отличается. Это приводит к модуляции числа зарегистрированных электронов и асимметрии ω_a колебаний. Время полета электрона от точки распада мюона (в которой фиксируется фаза ω_a колебаний) до калориметра также зависит от радиального (горизонтального) положения точки распада — это приводит к модуляции наблюдаемой фазы ω_a колебаний.

Для наблюдения искажений $N(t)$ за счет когерентных бетатронных колебаний был проведен Фурье-анализ разницы $N(t) - N^{5par}(t)$ между экспериментальным распределением и его аппроксимацией простой моделью (3.5).

Полученный спектр частот для подмножества данных сезона 2000 года показан на рисунке 3.33. Хорошо выделяются частоты горизонтальных (СВО) и вертикальных (VO) когерентных бетатронных колебаний и частота колебаний вертикального размера пучка (VW). Кроме того, отчетливо наблюдаются биения между этими частотами и частотой прецессии f_a . Пик в области нулевых частот соответствует “медленным” искажениям $N(t)$ за счет выбывания частиц из пучка и остаточной зависимости энергетической калибровки от времени.

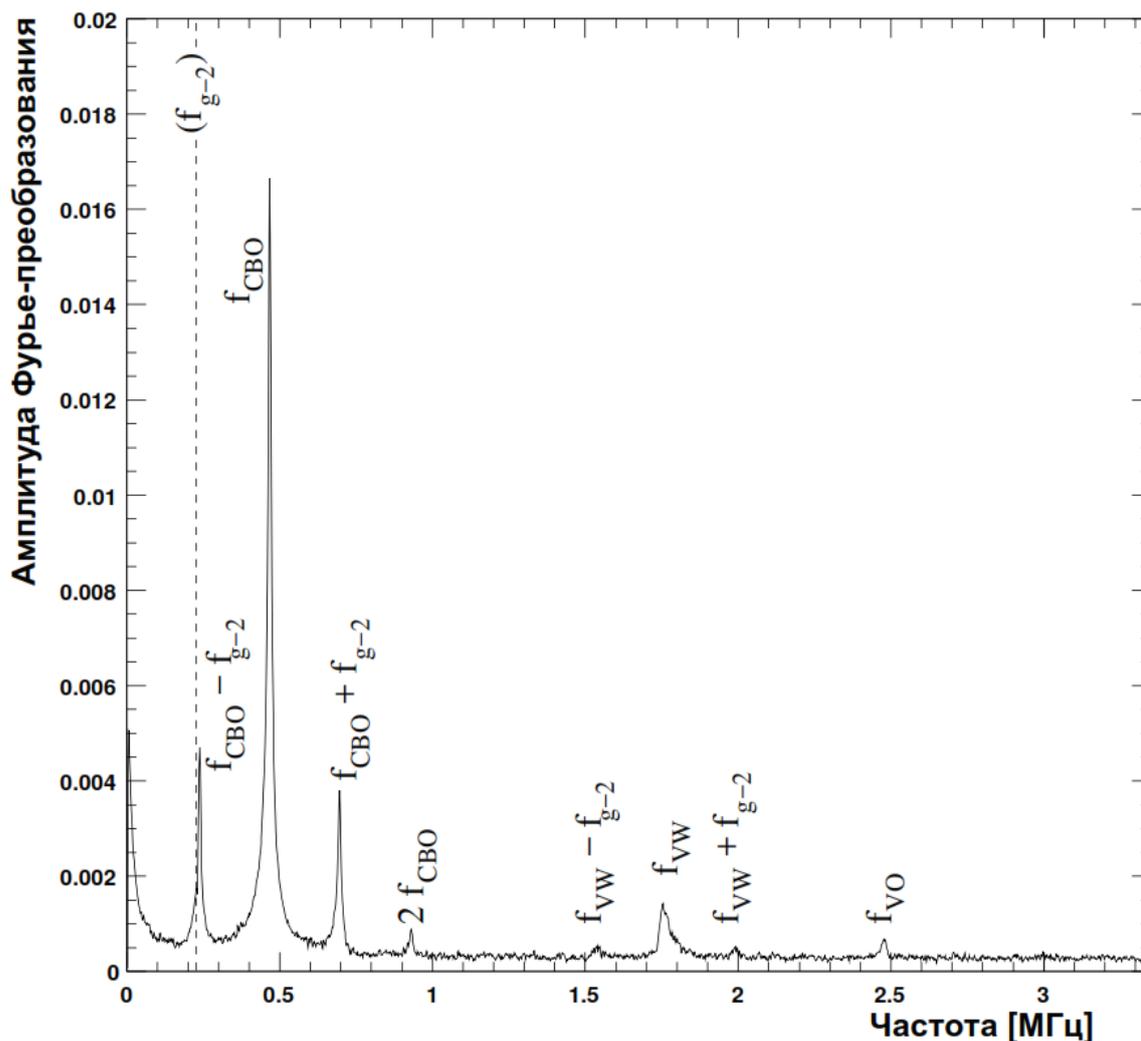


Рисунок 3.33 — Спектр частот, полученный в результате Фурье-анализа разницы между экспериментальным распределением $N(t)$ и его аппроксимацией простой моделью (3.5), данные сезона 2000 года. Отмечены частоты горизонтальных (СВО) и вертикальных (VO) когерентных бетатронных колебаний, частота колебаний вертикального размера пучка (VW) и биения между этими частотами и частотой прецессии f_a .

Для учета эффектов, связанных с наличием когерентных бетатронных колебаний, в модель (3.6), описывающую $N(t)$, были добавлены соответствующие члены (3.8), (3.10), (3.11) и (3.12), описывающие модуляцию N за счет колебаний вертикального размера пучка и модуляцию N , A и ϕ за счет горизонтальных колебаний пучка соответственно. Параметры, описывающие данные модуляции: время затухания горизонтальных и вертикальных колебания τ_{cbo} и τ_{VW} , частоты колебаний ω_{cbo} и ω_{VW} , и амплитуды и фазы модуляций $A_{...}$ и $\phi_{...}$, являлись свободными параметрами при аппроксимации $N(t)$. Вклад колебаний вертикального размера пучка существенен только в тех случаях, когда аппроксимация $N(t)$ начинается при $t < 30$ мкс.

При анализе данных 1998 года описанные эффекты не были обнаружены — они оказались значительно меньше статистической ошибки измерений. Кроме того, при анализе данных 1998 использовалось распределение $N(t)$, просуммированное по всем калориметрам. В суммарном распределении модуляция $N(t)$ за счет колебаний пучка уменьшается на порядок по сравнению с уровнем таких колебаний, наблюдаемом в отдельном калориметре. При анализе данных 1999 года модуляция была обнаружена экспериментально, сначала в форме периодической зависимости значения ω_a , измеренного по данным отдельного калориметра, от положения этого калориметра, а потом и при Фурье-анализе $N(t) - N^{5par}(t)$. На уровне статистики 1999 года, для компенсации эффекта было достаточно учесть только модуляцию регистрируемого числа электронов (3.10).

К моменту, когда модуляция $N(t)$ за счет колебаний пучка была обнаружена и изучена, закончился сезон 2000 года. Оказалось, что в сезоне 2000 года частота ω_{cbo} была очень близка к удвоенной частоте прецессии (частота $f_{cdo} - f_a$ очень близка к f_a , рисунок 3.33). В этом случае результат измерения ω_a с помощью аппроксимации $N(t)$ очень чувствителен к правильности описания модуляции. На рисунке 3.34 показана зависимость от частоты f_{cbo} относительного смещения ω_a от истинного значения в случае, когда модуляция не учтена в функции подгонки. В сезоне 2000 года набор данных проводился при нескольких значениях n , однако большая часть данных была набрана при наихудших условиях. Эффекты, связанные с наличием модуляции, были полностью изучены до начала сезона 2001 года, и для уменьшения соответствующего вклада в систематическую ошибку в этом сезоне набор данных

специально проводился при двух разных значения n , таких, чтобы частота $f_{cdo} - f_a$ далеко отстояла от f_a .

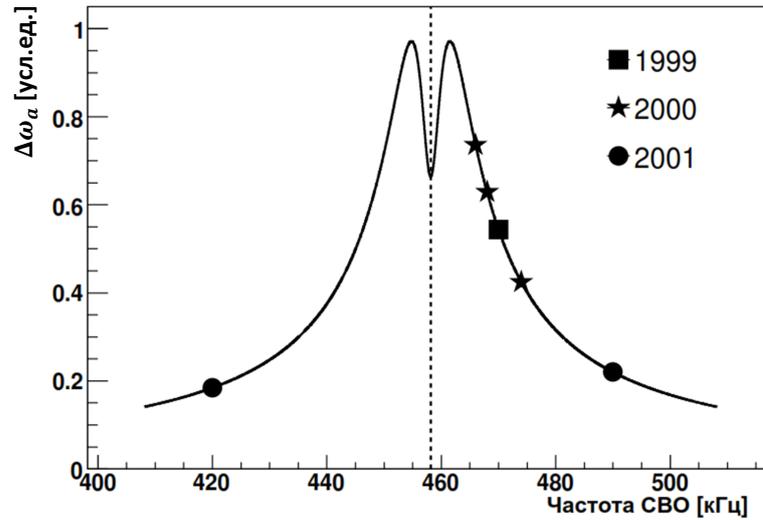


Рисунок 3.34 — Систематическое смещение ω_a за счет наличия когерентных бетатронных колебаний в зависимости от частоты f_{cbo} , в случае, когда соответствующая модуляция $N(t)$ не учтена в модели. Показаны частоты f_{cbo} для разных экспериментальных сезонов.

3.5.6 Выбывание частиц из пучка

Неоднородности электрического и магнитного полей в накопителе при выполнении резонансных соотношений могут приводить к раскачке бетатронных колебаний и прямому, не за счет распада, выбыванию мюонов из области накопления. Для уменьшения потерь в период измерения, сразу после инжекции накопленный пучок “обдирается”. Для этого перед инжекцией пучка на квадруполи подается несимметричное напряжение, так, чтобы сдвинуть равновесную орбиту по вертикали и по горизонтали на 2 мм. Мюоны, оказавшиеся на границе фазового объема, при этом попадают в коллиматоры и выбывают из пучка. Через 7-15 мкс после инжекции на квадруполи подается штатное симметричное напряжение и равновесная орбита возвращается в исходное положение. При этом на границе фазового объема пучка создается обедненная область, что кардинально уменьшает дальнейшее число выбывающих мюонов.

Несмотря на описанную процедуру, небольшое количество мюонов выбывает из пучка и во время измерения, причем их относительная доля изменяется со временем. Для определения зависимости числа выбывающих мюонов от времени $L(t)$ использовались данные, полученные с помощью сцинтилляционных пластин, установленных перед калориметрами (FSD). Выбывающие мюоны, пролетая через калориметр, оставляют в нем около 100 МэВ, что значительно меньше порога дискриминатора WFD. Поэтому такие мюоны не регистрируются в калориметрах. Однако в FSD мюоны дают практически такой же сигнал, как и электроны, поэтому момент их пролета регистрируется в FSD. Значительная доля выбывших мюонов пересекает подряд несколько калориметров. Это позволяет идентифицировать выбывшие мюоны по совпадению сигналов в нескольких последовательных FSD. Временной спектр $L(t)$, полученный в результате анализа совпадений сигналов FSD двух и трех последовательных калориметров, показан на рисунке 3.35.

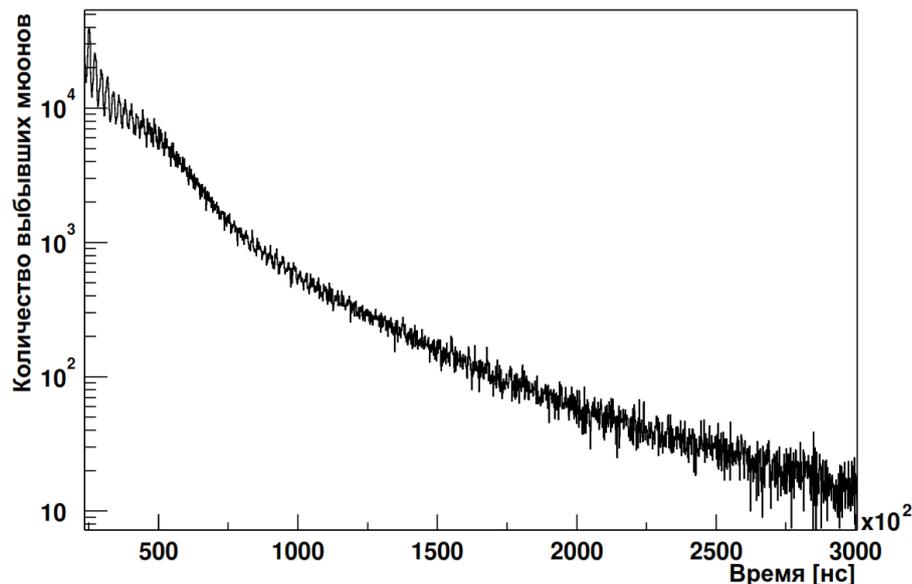


Рисунок 3.35 — Зависимость $L(t)$ количества выбывших мюонов от времени.

Для регистрации использовалось совпадение сигналов в FSD трех последовательных детекторов. Данные сезона 2000 года.

Зная мгновенную скорость выбывания мюонов $L(t) \equiv dN_{loss}/dt$, можно определить поправку (3.7) к $N(t)$ за счет выбывания мюонов. Так как невозможно было с хорошей точностью определить эффективность регистрации выбывших мюонов (моделирование показало, что она составляет несколько процентов), в функцию был добавлен свободный нормировочный параметр A_{loss} .

В анализе данных, основанном на аппроксимации отношения $r(t)$, вклад выбывших мюонов не учитывался, так как он сокращался в отношении.

Как указывалось выше, для уменьшения количества выбывших мюонов применялась процедура “обдирки” пучка, в ходе которой на электростатические квадрупольные подавалось несимметричное напряжение. Время установления напряжения составляло около 5 мкс; оно было определено с помощью измерения среднего положения образа пучка на FSD. Для тех детекторов, анализ данных в которых начинался еще до того, как устанавливалось напряжение на квадруполях, было необходимо ввести еще одну поправочный множитель $B(t)$ (3.9) к $N(t)$.

3.5.7 Поправки к ω_a

Для получения окончательного результата к измеренному значению ω_a необходимо применить две поправки.

Первая поправка связана с наличием вертикальных бетатронных колебаний частиц в накопленном пучке. Из-за колебаний, направление импульса мюонов не является строго перпендикулярным по отношению к направлению магнитного поля, $\vec{\beta} \cdot \vec{B} \neq 0$. Это приводит к небольшому уменьшению частоты прецессии за счет члена, пропорционального $\vec{\beta} \cdot \vec{B}$ в (1.12). Впервые оценка этого эффекта была получена в [243]. Величина поправки пропорциональна вертикальному размеру пучка:

$$\frac{\Delta\omega_a}{\omega_a} = -\frac{\langle \psi_0^2 \rangle}{4} = -\frac{n \langle y^2 \rangle}{4R_0^2}$$

Для эксперимента E821 величина вертикального размера была получена как с помощью моделирования [244], так и измерена с помощью трековой системы. Величина поправки немного отличалась для разных сезонов, например, для сезона 2001 года она составила -0.27 ± 0.036 ppm.

Вторая поправка связана с наличием энергетического разброса частиц в пучке. Для частиц, импульс которых слегка отличается от “магического”, множитель $a_\mu - 1/(\gamma^2 - 1) \neq 0$, что приводит к небольшому уменьшению ча-

стоты прецессии за счет наличия электрического поля (член, пропорциональный $\vec{\beta} \times \vec{E}$ в (1.12)). Сдвиг частоты пропорционален как разбросу импульсов, так и величине электрического поля. Обе величины прямо пропорциональны горизонтальному отклонению частицы от равновесной орбиты, поэтому суммарный эффект оказывается квадратичным относительно отклонения, т.е. пропорционален горизонтальному (радиальному) размеру пучка:

$$\frac{\Delta\omega_a}{\omega_a} = -2\beta^2 n(1-n) \frac{\langle x^2 \rangle}{R_0^2}$$

. Размер пучка определялся с помощью анализа процесса дебанчировки (раздел 3.5.3). Величина поправки немного отличалась для разных сезонов, например, для сезона 2001 года она составила -0.47 ± 0.054 ppm.

3.5.8 Систематическая ошибка измерения ω_a

Основные вклады в систематическую ошибку измерения ω_a перечислены в таблице 13 для трех сезонов, в течение которых был набран основной интеграл статистики.

Таблица 13 — Систематическая точность измерения частоты прецессии ω_a . Для данных сезона 2001 года суммарная систематическая ошибка для вкладов, отмеченных *, составляет 0.11 ppm.

Источник систематической ошибки	1999	2000	2001
Стабильность энергетической калибровки	0.02	0.13	0.12
Наложение сигналов	0.13	0.13	0.08
Когерентные бетатронные колебания	0.05	0.21	0.07
Пучковый фон	0.10	0.01	*
Выбывание мюонов	0.10	0.10	0.09
Точность измерения времени	0.10	0.02	*
Поправки, связанные с наличием электрического поля и бетатронных колебаний	0.08	0.06	0.03
Процедура подгонки	0.07	0.06	*
Общая систематическая ошибка измерения ω_a	0.3	0.31	0.21

Для оценки вклада в систематическую ошибку нестабильности энергетической калибровки калориметров весь анализ повторялся без применения поправочной функции $\Delta G/G(t)$ и с применением завышенной поправки. Определив зависимость ω_a от величины поправки, и оценив точность определения поправочной функции, можно было оценить и соответствующий вклад в систематическую ошибку. Оценка этого вклада отличалась для данных разных сезонов из-за различий в условиях набора данных и различий в начальных временах подгонки распределения $N(t)$.

При оценке вклада наложения сигналов в систематическую ошибку измерения ω_a учитывалась точность процедуры вычитания, описанной в разделе 3.5.4, точность определения фазы ω_a колебаний для наложенных сигналов и точность компенсации вклада “невидимых” сигналов (раздел 3.4.3). В ходе анализа улучшалось понимание соответствующих эффектов и точность процедуры вычитания улучшалась. Кроме того, средняя загрузка калориметров в сезоне 2001 года была меньше, чем в предыдущих, что уменьшало величину эффекта. Поэтому данный вклад в систематическую ошибку для сезона 2001 года оказался существенно меньше, чем в предыдущих.

Вклад в систематическую ошибку за счет наличия когерентных бетатронных колебаний максимален для сезона 2000 года. Это связано с тем, что в этом сезоне использовались такие параметры работы фокусирующих электростатических квадруполей, при которых частота f_{cbo} оказалась очень близка к удвоенной частоте прецессии. При наборе данных в 2001 году использовались другие рабочие точки, для которых влияние колебаний пучка на результат измерения ω_a был подавлен в несколько раз.

Вклад в систематическую ошибку за счет пучкового фона связан с наличием фоновых микроинжекций пучка во время измерения. Для мониторинга пучкового фона во время каждой 25 инъекции на квадруполи не подавалось напряжение. Инъектируемый пучок при этом вымирал в течение нескольких оборотов и микроинъекции становились отчетливо наблюдаемыми. Для оценки систематической ошибки изучалось, как меняется измеренная частота прецессии при добавлении к экспериментальной статистике фона от микроинжекций. Перед сезоном 2000 года была проведена модернизация системы выпуска протонного пучка в AGS, что позволило кардинально уменьшить уровень пучкового фона до пренебрежимо малого уровня.

Основной вклад в систематическую ошибку за счет выбывания мюонов из пучка вносит не точность определения поправки $\Lambda(t)$ (3.7) к $N(t)$ за счет выбывания мюонов, а возможное систематическое отличие направления спина для выбывших мюонов по сравнению с распавшимися мюонами. Подобное отличие может возникнуть из-за особенностей конструкции канала — отличия направления спина для мюонов, родившихся до или после поворотных магнитов, и из-за отличия динамики пучка для мюонов в середине и на краю области накопления. Эти эффекты были подробно изучены с помощью моделирования [244].

3.6 Результат измерения аномального магнитного момента мюона

Как упоминалось ранее, для каждого сезона несколько групп занимались анализом данных с калориметров и определением ω_a . Перед тем, как результаты, полученные разными группами, объединялись, каждая группа должна была продемонстрировать устойчивость полученных результатов. Как правило, каждая группа должна была продемонстрировать, что χ^2/ν согласуется с 1, что величина ω_a не зависит от того, в каком интервале времени после инъекции аппроксимируется $N(t)$, что результаты, полученные для различных подмножеств данных (например, для отдельных детекторов), согласуются. На рисунке 3.36 показаны результаты подобных проверок для одного из анализов.

На рисунке 3.37 показано сравнение результатов 14 различных анализов данных, набранных в сезонах 1999, 2000 и 2001 года. В различных анализах по данным одного сезона используется в значительной степени одна и та же статистика. Однако пересечение не является полным — различия в выборках составляли до 10%. С учетом этих различий, результаты анализов согласуются между собой для каждого сезона.

Учитывая следующие соотношения:

$$\omega_a = \frac{e}{m_\mu} a_\mu B, \quad \hbar\omega_p = 2\mu_p B, \quad \mu_\mu = g_\mu \frac{e\hbar}{4m_\mu} = (1 + a_\mu) \frac{e\hbar}{2m_\mu},$$

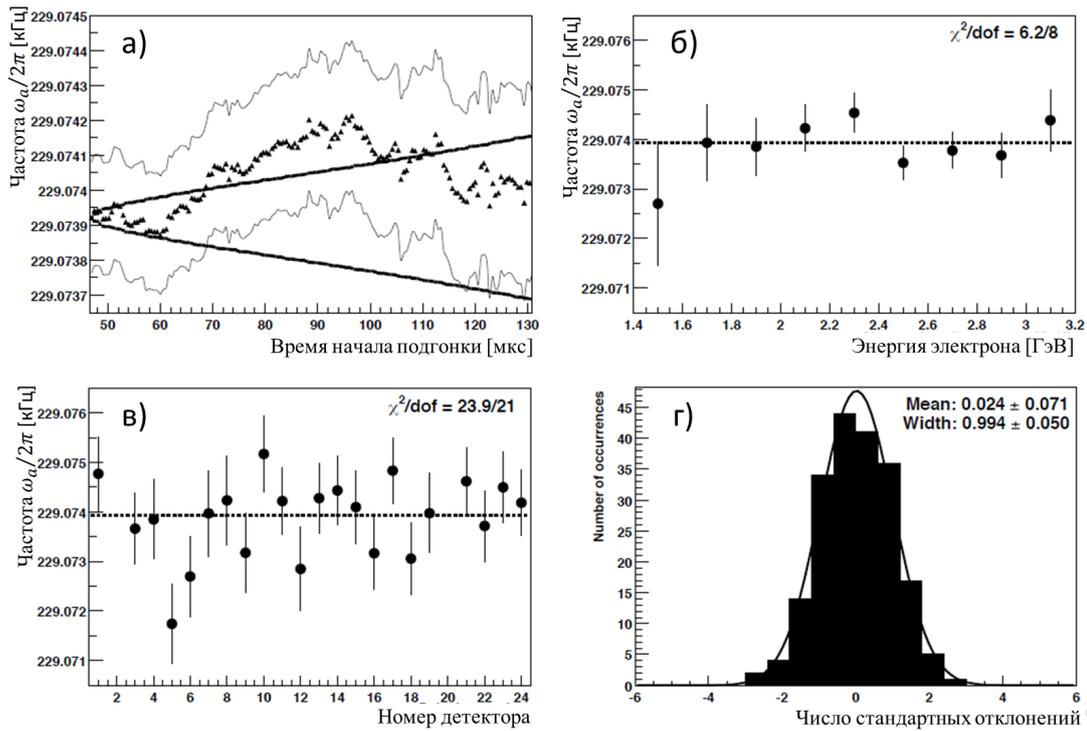


Рисунок 3.36 — Пример проверки устойчивости полученных результатов для данных 2000 года. Показана зависимость измеренной частоты прецессии от начального времени интервала, в котором проводится аппроксимация данных (а); от энергии электрона (б); от номера детектора (в); распределение результатов, в стандартных отклонениях, для 198 независимых подмножеств данных для разных детекторов и интервалов энергий (г). Толстыми линиями на первом графике показан ожидаемый 68% доверительный интервал с учетом корреляций.

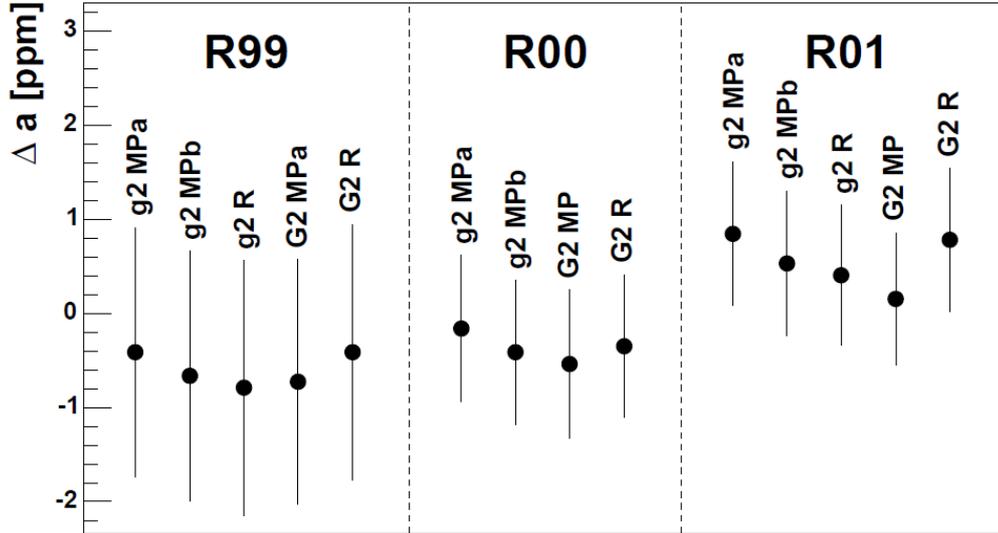


Рисунок 3.37 — Сравнение индивидуальных результатов анализа данных, набранных в сезонах 1999, 2000 и 2001 года. Следующие обозначения используются для описания подхода, использованного в конкретном анализе: “g2/G2” — реконструкция данных производилась программой g2too/g2off, “MP/R” — анализ основан на аппроксимации $N(t)/r(t)$.

легко получить следующее выражение для аномального магнитного момента мюона:

$$a_\mu = \frac{\omega_a/\omega_p}{\mu_\mu/\mu_p - \omega_a/\omega_p}. \quad (3.16)$$

Значение константы $\mu_\mu/\mu_p = 3.18334539(10)$ измерено с высокой точностью в отдельном эксперименте [245] и уточнено в рамках глобального анализа результатов измерений физических констант [246]. Указанное значение использовалось для определения a_μ в описываемом эксперименте. За прошедшее время точность определения константы μ_μ/μ_p улучшилась [106]. Новое значение $\mu_\mu/\mu_p = 3.183345142(71)$ согласуется с более ранним значением. Пересчет результатов эксперимента с использованием нового значения μ_μ/μ_p приводит к небольшому смещению, несущественному с учетом ошибок измерения.

Для определения a_μ использовалось отношение измеренных значений ω_a и ω_p , причем при измерении последнего учитывались только те интервалы времени, когда проводился набор данных. Кроме того, при усреднении по времени данных магнитного поля учитывался интеграл статистики, зарегистрированный калориметрами, в каждом интервале времени.

На рисунке 3.38 показаны результаты измерения аномального магнитного момента мюона по данным, набранным в каждом сезоне [59—63]. Для получения окончательного результата были усреднены результаты, полученные по данным сезонов 1999, 2000 и 2001 года. Результаты измерения по данным сезонов 1997 и 1998 годов не учитывались по двум причинам: во-первых, их статистический вклад в окончательный результат пренебрежимо мал; во-вторых, при анализе этих данных часть систематических поправок не было сделано, что увеличило соответствующую систематическую ошибку.

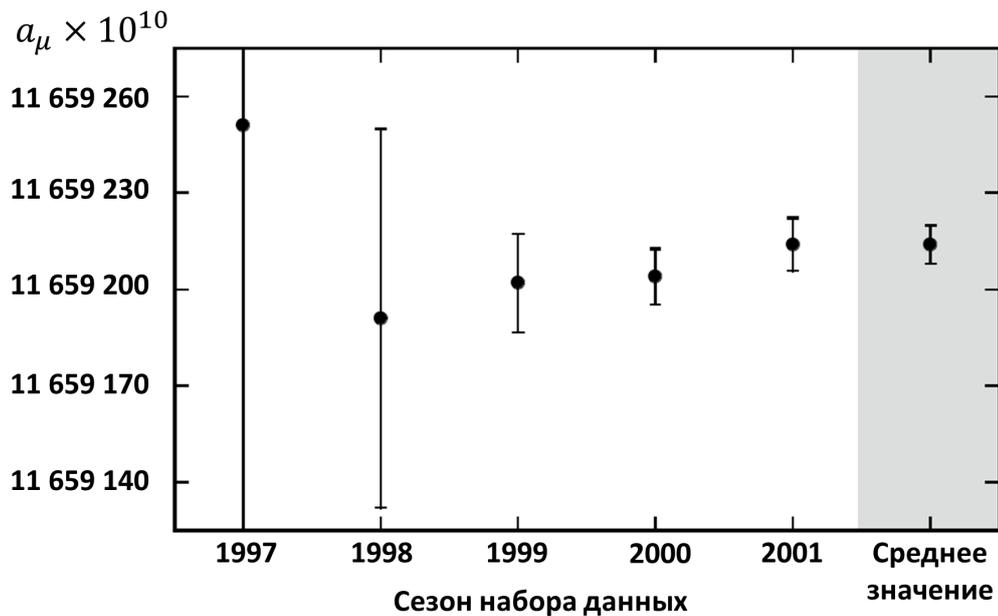


Рисунок 3.38 — Результаты измерения аномального магнитного момента мюона по данным, набранным в сезонах 1997, 1998, 1999, 2000 и 2001 годов.

Правая точка показывает окончательный результат, полученный усреднением данных 1999-2001 годов.

При усреднении результатов 1999-2001 года была учтена корреляция между вкладами в систематическую ошибку для данных разных сезонов. Предполагалось, что следующие эффекты: точность абсолютной калибровки магнитного поля, влияние наведенных токов, отличие направления спина выбывших мюонов от направления спина основного ансамбля, точность поправки, связанных с наличием электрического поля и бетатронных колебаний, одинаковы для всех сезонов. Для остальных вкладов в систематическую ошибку предполагалась независимость величины ошибки для разных сезонов.

В таблице 14 приведены измеренные величины ω_a , ω_p и их отношения для сезонов 1999, 2000 и 2001 годов.

Таблица 14 — Частоты прецессии ω_a , ω_p и их отношение, измеренные по данным, набранным в сезонах 1999, 2000 и 2001 годов. В скобках указана полная ошибка, включающая статистический и систематический вклады.

Сезон	Частица	$\omega_a/2\pi$, Гц	$\omega_p/2\pi$, Гц	ω_a/ω_p
1999	μ^+	229 072.8(3)	61 791 256(25)	0.003 707 2041(51)
2000	μ^+	229 074.11(16)	61 791 595(15)	0.003 707 2050(25)
2001	μ^-	229 073.59(16)	61 791 400(11)	0.003 707 2083(26)
Среднее				0.003 707 2063(20)

Окончательный результат эксперимента:

$$a_\mu(E821) = 11\,659\,208.0(6.3) \times 10^{-10} \quad (0.54 \text{ ppm}). \quad (3.17)$$

Общая ошибка эксперимента 0.54 ppm учитывает статистический вклад 0.46 ppm и систематический вклад 0.28 ppm.

Как упоминалось выше, после опубликования данного результата [21] было уточнено значение константы μ_μ/μ_p . Использование нового значения приводит к небольшому смещению результата приблизительно на 1/5 величины полной ошибки:

$$a_\mu(E821) = 11\,659\,208.9(6.3) \times 10^{-10} \quad (0.54 \text{ ppm}). \quad (3.18)$$

В 1999 и 2000 годах были произведены измерения для положительно заряженных мюонов, а в 2001 году — для отрицательно заряженных мюонов. Усреднение результатов этих трех сезонов возможно только при сохранении СРТ симметрии — в этом случае $a_{\mu^+} \equiv a_{\mu^-}$. Полученные результаты:

$$\omega_a/\omega_p(\mu^+) = 0.003\,707\,2047(26)$$

$$\omega_a/\omega_p(\mu^-) = 0.003\,707\,2083(26)$$

хорошо согласуются с предположением СРТ инвариантности:

$$\frac{\omega_a}{\omega_p}(\mu^+) - \frac{\omega_a}{\omega_p}(\mu^-) = (36 \pm 37) \times 10^{-10}.$$

3.7 Сопутствующие измерения

3.7.1 Электрический дипольный момент мюона

Ненулевое значение электрического дипольного момента (ЭДМ) мюона d_μ возможно только в случае нарушения CP-симметрии. Значение d_μ , предсказанное в Стандартной модели, настолько мало, что измерить его в эксперименте практически невозможно. Поэтому наблюдение ненулевого значения ЭДМ представляет большой интерес с точки зрения поиска проявлений взаимодействий за рамками Стандартной модели.

Наличие ненулевого ЭДМ изменяет частоту прецессии мюона в электрических и магнитных полях. В постановке эксперимента E821, в котором импульс мюона перпендикулярен и магнитному, и электрическому полю, вектор прецессии складывается из двух компонент: $\vec{\omega} = \vec{\omega}_a + \vec{\omega}_\eta$, где $\vec{\omega}_a$ описывает вклад магнитного момента (1.12), а $\vec{\omega}_\eta$ — вклад электрического дипольного момента:

$$\vec{\omega}_\eta = -\eta \frac{q}{2m} \left(\vec{\beta} \times \vec{B} + \frac{\vec{E}}{c} \right). \quad (3.19)$$

В условиях эксперимента E821 вклад квадрупольного магнитного поля в $\vec{\omega}_\eta$ пренебрежимо мал по сравнению с вкладом, пропорциональным $\vec{\beta} \times \vec{B}$. Безразмерная величина η в (3.19) характеризует величину ЭДМ:

$$\vec{d} = \eta \frac{q\hbar}{4mc} \vec{s}.$$

Вектор прецессии $\vec{\omega}_\eta$ направлен перпендикулярно вектору $\vec{\omega}_a$, т.е. прецессия за счет магнитного момента происходит в горизонтальной плоскости, а за счет ЭДМ — в вертикальной плоскости. В лабораторной системе наличие ненулевого ЭДМ проявляется в осцилляции направления спина мюонов в вертикальной плоскости с частотой ω с фазой, отстоящей на 90° от фазы горизонтальных колебаний. Такие осцилляции могут быть обнаружены по периодическому изменению доли распадных электронов, зарегистрированных в верхней и нижней частях детектора.

Анализ вертикальных распределений электронов на входе в калориметры, измеренных с помощью матриц сцинтилляционных полосок (PSD, раздел 3.3.2), и анализ распределения вертикального угла вылета электронов, измеренного с помощью трековой системы, установленной перед калориметром номер 20 (система обратной трассировки, раздел 3.3.2), позволил получить оценку ЭДМ мюона и поставить верхний предел [247]:

$$d_\mu = (-0.1 \pm 0.9) \times 10^{-19} \text{ e} \cdot \text{cm}, \quad (3.20)$$

$$|d_\mu| < 1.8 \times 10^{-19} \text{ e} \cdot \text{cm} \quad (95\% \text{CL}). \quad (3.21)$$

3.7.2 Проверка сохранения лоренц-инвариантности

В случае нарушения Лоренц и СРТ инвариантности, результаты измерения a_μ будут зависеть от ориентации мюонного кольца относительно звезд. В работе [248] рассматривается модель расширения Стандартной модели, в эффективный лагранжиан которой добавлены члены, нарушающие Лоренц-инвариантность и СРТ симметрию. По данным, набранным в 1999-2001 годах, был проведен анализ зависимости измеренного значения a_μ от звездного времени [249]. Не было обнаружено периодической зависимости результатов, соответствующей вращению Земли, что позволило установить верхние пределы на ряд параметров модели [248].

Заключение

В результате эксперимента E821 по измерению аномального магнитного момента и широкой программы по измерению адронных сечений, частью которой являлись измерения сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ с детектором КМД-2, на сегодняшний день наблюдается отличие между измеренным значением a_μ и его расчетным значением в рамках Стандартной Модели на уровне 3.5-4 стандартных отклонений. С учетом сложности эксперимента и расчетов, такой уровень различия нельзя интерпретировать как надежно установленный факт проявления взаимодействий за рамками Стандартной модели. Однако, полученный результат вызвал огромный интерес научного сообщества и стимулировал запуск новых экспериментов, которые должны позволить увеличить статистическую значимость результата.

Ведется подготовка сразу двух экспериментов, в которых планируется улучшить точность измерения аномального магнитного момента мюона. Установка эксперимента E989 в Фермилаб (США) [64; 65] в целом повторяет схему измерения в БНЛ, однако за счет улучшения практически всех компонент эксперимента и набора на порядок большей статистики планируется достичь относительной точности в 0.14 ppm, в 4 раза лучше точности последнего измерения. В 2018 году эксперимент начал набор экспериментальных данных, который должен продлиться около двух лет.

Установка второго эксперимента E34, планируемого в J-PARC (Япония) [66] значительно отличается от традиционной схемы. Для измерения планируется использовать ультрахолодный пучок мюонов, что позволит отказаться от электростатической фокусировки и проводить измерения при значительно меньшем импульсе мюонов. Благодаря этому систематические ошибки измерений в Фермилаб и J-PARC будут практически независимы. Подготовка этого эксперимента пока находится на стадии разработки. На первом этапе планируется достичь точности измерения в БНЛ.

Ведутся активные исследования и в направлении более точного вычисления $a_\mu(SM)$. За время, прошедшее после опубликования результатов КМД-2, была разработана новая методика измерения адронных сечений — метод радиационного возврата. С помощью этой методики были проведены точные из-

мерения сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, и именно эти данные на сегодняшний день доминируют при расчете адронного вклада в $a_\mu(SM)$. Однако между данными, полученными в разных экспериментах с использованием метода радиационного возврата, наблюдаются различия, в несколько раз превышающие заявленную систематическую ошибку. Кроме того, никогда не было проверено, что результаты прямых измерений и измерений методом радиационного возврата согласуются с $< 1\%$ точностью. Поэтому, для повышения надежности вычислений и улучшения их точности, необходимо провести новые прямые измерения адронных сечений, в особенности сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$, с высокой статистической и систематической точностью. Такие измерения в настоящее время проводятся с детекторами КМД-3 и СНД на электрон-позитронном коллайдере ВЭПП-2000 в ИЯФ СО РАН (Новосибирск). Одновременно с проведением новых измерений адронных сечений, активно развиваются исследования по определению адронного вклада с помощью решеточных вычислений КХД.

Благодаря всем перечисленным усилиям, в течение последующих нескольких лет ожидается улучшение точности определения Δa_μ в два и более раз.

В заключение, перечислим основные результаты работы.

1. Разработана система автоматизации детектора КМД-2, включающая в себя комплекс программного обеспечения, предназначенного для выполнения следующих задач: чтения данных из электроники детектора; анализа данных в режиме реального времени и реализации на его основе третичного триггера и системы оперативного контроля качества данных; организации системы мониторинга детектора; организации системы управления детектором. Система автоматизации успешно проработала в течение всего срока эксплуатации детектора КМД-2.
2. Разработана методика измерения сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ с детектором КМД-2, включая методики отбора и идентификации событий и вычисления необходимых поправок. Проведен анализ возможных вкладов в систематическую ошибку.
3. Проведен цикл экспериментов с детектором КМД-2 по измерению сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$. Набран интеграл светимости в диа-

пазоне энергий от 0.37 до 1.38 ГэВ в системе центра масс. Достигнута наилучшая в мире систематическая точность прямого измерения сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$. Результаты измерений используются для вычисления адронного вклада в аномальный магнитный момент мюона.

4. Разработаны алгоритмы реконструкции и калибровки данных с калориметров эксперимента E821. Реализован комплекс программного обеспечения для обработки данных эксперимента. Проведен анализ возможных вкладов в систематическую ошибку измерения частоты прецессии мюона, связанных с реконструкцией данных и с наложением сигналов от нескольких электронов.
5. Проведен цикл экспериментов по измерению аномального магнитного момента мюона. Достигнута точность измерения 0.54 ppm, что в 14 раз лучше точности предыдущих измерений.

Основные результаты опубликованы в следующих работах:

1. R. M. Carey, . . . I. V. Logashenko *et al.*, “New measurement of the anomalous magnetic moment of the positive muon,” *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1632 (1999).
2. H. N. Brown, . . . I. V. Logashenko *et al.*, “Improved measurement of the positive muon anomalous magnetic moment,” *Phys. Rev. D* **62**, 091101 (2000)
3. H. N. Brown, . . . I. V. Logashenko *et al.*, “Precise measurement of the positive muon anomalous magnetic moment,” *Phys. Rev. Lett.* **86**, 2227 (2001)
4. G. W. Bennett, . . . I. V. Logashenko *et al.*, “Measurement of the positive muon anomalous magnetic moment to 0.7 ppm,” *Phys. Rev. Lett.* **89**, 101804 (2002) Erratum: [*Phys. Rev. Lett.* **89**, 129903 (2002)]
5. R. R. Akhmetshin, . . . I. V. Logashenko *et al.*, “Measurement of $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ cross-section with CMD-2 around rho meson,” *Phys. Lett. B* **527**, 161 (2002)
6. R. R. Akhmetshin, . . . I. V. Logashenko *et al.*, “Reanalysis of hadronic cross-section measurements at CMD-2,” *Phys. Lett. B* **578**, 285 (2004)

7. G. W. Bennett, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “Measurement of the negative muon anomalous magnetic moment to 0.7 ppm,” *Phys. Rev. Lett.* **92**, 161802 (2004)
8. V. M. Aulchenko, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “Measurement of the pion form-factor in the range 1.04-GeV to 1.38-GeV with the CMD-2 detector,” *JETP Lett.* **82**, 743 (2005) [*Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **82**, 841 (2005)]
9. G. W. Bennett, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “Final Report of the Muon E821 Anomalous Magnetic Moment Measurement at BNL,” *Phys. Rev. D* **73**, 072003 (2006)
10. R. R. Akhmetshin, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “Measurement of the $e^+ e^- \rightarrow \pi^+ \pi^-$ cross section with the CMD-2 detector in the 370 - 520-MeV c.m. energy range,” *JETP Lett.* **84**, 413 (2006) [*Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **84**, 491 (2006)]
11. E. V. Anashkin, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “The CMD-2 cryogenic magnetic detector,” *Instrum. Exp. Tech.* **49**, 798 (2006) [*Prib. Tekh. Eksp.* **49**, 63 (2006)].
12. R. R. Akhmetshin, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “High-statistics measurement of the pion form factor in the rho-meson energy range with the CMD-2 detector,” *Phys. Lett. B* **648**, 28 (2007)
13. G. W. Bennett, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “Search for Lorentz and CPT violation effects in muon spin precession,” *Phys. Rev. Lett.* **100**, 091602 (2008)
14. G. W. Bennett, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “An Improved Limit on the Muon Electric Dipole Moment,” *Phys. Rev. D* **80**, 052008 (2009)

Благодарности

Измерение и вычисление аномального магнитного момента - это увлекательная сага, которая продолжается уже около 60 лет и до сих пор не теряет своей привлекательности. Как в хорошем романе, в истории (g-2) мюона периодически появлялись герои, действия которых надолго определяли дальнейший ход событий. Мое участие в этой работе стало возможным благодаря трем героям, которые, к сожалению, уже ушли из жизни.

Лев Митрофанович Барков создал в ИЯФ СО РАН коллектив, который уже много лет плодотворно работает в области физики элементарных частиц. Его ученики и ученики учеников (к которым относится и автор) сейчас ведут эксперименты с детектором КМД-3. Общение с Львом Митрофановичем очень многому научило меня в те годы, когда я только формировался как физик. Легендарный разговор Льва Митрофановича с еще одним героем, Верноном Хьюзом (Vernon Hughes), человеком, сделавшим возможным проведение эксперимента E821 в БНЛ, стал отправной точкой многолетнего участия ИЯФ СО РАН в этой интересной области физики.

Третий герой, Борис Исаакович Хазин, оказал огромное влияние на эту работу. Я бесконечно благодарен ему и в профессиональном, и в личном плане. Борис Исаакович навсегда остается для меня эталоном ученого, к которому я могу стремиться.

Эксперименты КМД-2 и E821 были бы невозможны без объединения усилий большого числа людей, которые создавали отдельные системы, сидели в ночных сменах, обрабатывали данные и т.п. Вклад каждого участника этих экспериментов был определяющим. Я благодарен судьбе за то, что она дала мне шанс стать частью этих коллективов и внести свой вклад. Я благодарю коллег, без участия которых представленные в работе результаты никогда не были бы получены — коллектив ВЭПП-2М, коллектив детектора КМД-2, коллектив лаборатории 2, дирекцию ИЯФ СО РАН, зарубежных коллег из множества университетов и лабораторий, участвовавших в Брукхэйвском эксперименте. Не умаляя заслуг каждого, хочу выразить особую благодарность некоторым коллегам.

Я благодарен своему первому научному руководителю, Владимиру Петровичу Смахтину, за то, что он превратил меня из студента в самостоятельного ученого, научил не бояться искать свой путь.

Я благодарен Федору Владимировичу Игнатову и Алексею Леонидовичу Сибиданову, тоже ученикам Б. И. Хазина, за совместную работу по анализу данных КМД-2.

За годы совместной работы в ИЯФ СО РАН я многому научился и продолжаю учиться у Евгения Петровича Солодова, Геннадия Васильевича Федотовича, Юрия Михайловича Шатунова, Юрия Анатольевича Тихонова, Александра Ильича Мильштейна, Владимира Прокопьевича Дружинина.

За время моей работы в Брукхэйвенской Лаборатории я многому научился у трех профессоров Бостонского университета — Джима Миллера (James Miller), Ли Робертса (Lee Roberts) и Роберта Кэри (Robert Carey). Наши дружеские и профессиональные отношения сохранились и по сей день.

Неоценимую помощь при подготовке этой работы оказал Александр Евгеньевич Бондарь.

Хочу высказать особую благодарность своему научному консультанту Семену Исааковичу Эйдельману и за помощь в подготовке работы, и за то влияние, которое он, как преподаватель и как старший товарищ, оказал на целое поколение выпускников кафедры физики элементарных частиц физического факультета НГУ, к которому принадлежу и я.

Я хочу поблагодарить своих родителей за ту поддержку, которую они оказывали мне с детства. Будучи родителем, я знаю, что чувство гордости за своих детей — одно из самых приятных в жизни. Очень надеюсь, что моя мама испытает его, взяв в руки эту работу. Мой отец не дожил до этого дня, но надеюсь, что он тоже испытал бы это чувство.

И, наконец, я бесконечно благодарен своей жене за ту атмосферу, которую она создает в нашей семье, и своим детям за то, что дают повод гордиться ими.

Список литературы

1. *Glashow S. L.* Partial Symmetries of Weak Interactions // Nucl. Phys. — 1961. — Т. 22. — С. 579—588. — DOI: [10.1016/0029-5582\(61\)90469-2](https://doi.org/10.1016/0029-5582(61)90469-2).
2. *Weinberg S.* A Model of Leptons // Phys. Rev. Lett. — 1967. — Т. 19. — С. 1264—1266. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.19.1264](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.19.1264).
3. *Salam A.* Weak and Electromagnetic Interactions // Elementary particle theory: Relativistic groups and analyticity : Proceedings of the Eighth Nobel Symposium (Aspenäs garden, Lerum, 19—25 мая 1968) / под ред. N. Svartholm. — Stockholm : Almquist & Wiksell, 1968. — С. 367—377.
4. Search for the lepton flavour violating decay $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$ with the full dataset of the MEG experiment / A. M. Baldini [и др.] // Eur. Phys. J. — 2016. — Т. C76, № 8. — С. 434. — DOI: [10.1140/epjc/s10052-016-4271-x](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-016-4271-x). — arXiv: [1605.05081](https://arxiv.org/abs/1605.05081) [[hep-ex](#)].
5. A Search for muon to electron conversion in muonic gold / W. H. Bertl [и др.] // Eur. Phys. J. — 2006. — Т. C47. — С. 337—346. — DOI: [10.1140/epjc/s2006-02582-x](https://doi.org/10.1140/epjc/s2006-02582-x).
6. Mu2e Technical Design Report / L. Bartoszek [и др.]. — 2014. — arXiv: [1501.05241](https://arxiv.org/abs/1501.05241) [[physics.ins-det](#)].
7. *Wu C.* Search for Muon to Electron Conversion at J-PARC // Nucl. Part. Phys. Proc. — 2017. — Т. 287—288. — С. 173—176. — DOI: [10.1016/j.nuclphysbps.2017.03.070](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysbps.2017.03.070).
8. Tenth-Order QED Contribution to the Electron $g-2$ and an Improved Value of the Fine Structure Constant / T. Aoyama [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2012. — Т. 109. — С. 111807. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.109.111807](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.109.111807). — arXiv: [1205.5368](https://arxiv.org/abs/1205.5368) [[hep-ph](#)].
9. Tenth-Order Electron Anomalous Magnetic Moment. Contribution of Diagrams without Closed Lepton Loops / T. Aoyama [и др.] // Phys. Rev. — 2015. — Т. D91, № 3. — С. 033006. — DOI: [10.1103/PhysRevD.91.033006](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.91.033006). — arXiv: [1412.8284](https://arxiv.org/abs/1412.8284) [[hep-ph](#)].

10. *Hanneke D., Hoogerheide S. F., Gabrielse G.* Cavity Control of a Single-Electron Quantum Cyclotron: Measuring the Electron Magnetic Moment // *Phys. Rev.* — 2011. — Т. А83. — С. 052122. — DOI: [10.1103/PhysRevA.83.052122](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.83.052122). — arXiv: [1009.4831 \[physics.atom-ph\]](https://arxiv.org/abs/1009.4831).
11. *Hanneke D., Fogwell S., Gabrielse G.* New Measurement of the Electron Magnetic Moment and the Fine Structure Constant // *Phys. Rev. Lett.* — 2008. — Т. 100. — С. 120801. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.100.120801](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.100.120801). — arXiv: [0801.1134 \[physics.atom-ph\]](https://arxiv.org/abs/0801.1134).
12. *Mohr P. J., Taylor B. N., Newell D. B.* CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 2010 // *Rev. Mod. Phys.* — 2012. — Т. 84. — С. 1527—1605. — DOI: [10.1103/RevModPhys.84.1527](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.84.1527). — arXiv: [1203.5425 \[physics.atom-ph\]](https://arxiv.org/abs/1203.5425).
13. *Берестецкий В.Б., Крохин О.Н., Хлебников А.К.* О радиационной поправке к магнитному моменту μ -мезона (письмо в редакцию). // *ЖЭТФ.* — 1956. — Т. 30, № 5. — С. 788.
14. *Garwin R. L., Lederman L. M., Weinrich M.* Observations of the Failure of Conservation of Parity and Charge Conjugation in Meson Decays: The Magnetic Moment of the Free Muon // *Phys. Rev.* — 1957. — Т. 105. — С. 1415—1417. — DOI: [10.1103/PhysRev.105.1415](https://doi.org/10.1103/PhysRev.105.1415).
15. Accurate Determination of the μ^+ Magnetic Moment / R. L. Garwin [и др.] // *Phys. Rev.* — 1960. — Т. 118. — С. 271—283. — DOI: [10.1103/PhysRev.118.271](https://doi.org/10.1103/PhysRev.118.271).
16. Measurement of the anomalous magnetic moment of the muon / G. Charpak [и др.] // *Phys. Rev. Lett.* — 1961. — Т. 6. — С. 128—132. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.6.128](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.6.128).
17. *Charpak G., Farley F. J. M., Garwin R. L.* A New Measurement of the Anomalous Magnetic Moment of the Muon // *Phys. Lett.* — 1962. — Т. 1. — С. 16. — DOI: [10.1016/0031-9163\(62\)90263-9](https://doi.org/10.1016/0031-9163(62)90263-9).
18. Precision measurement of the anomalous magnetic moment of the muon / J. Bailey [и др.] // *Phys. Lett.* — 1968. — Т. B28. — С. 287—290. — DOI: [10.1016/0370-2693\(68\)90261-X](https://doi.org/10.1016/0370-2693(68)90261-X).

19. *Bailey J., al. et* New Measurement of $(g-2)$ of the Muon // Phys. Lett. — 1975. — T. B55. — C. 420—424. — DOI: [10.1016/0370-2693\(75\)90374-3](https://doi.org/10.1016/0370-2693(75)90374-3).
20. Final Report on the CERN Muon Storage Ring Including the Anomalous Magnetic Moment and the Electric Dipole Moment of the Muon, and a Direct Test of Relativistic Time Dilation / J. Bailey [и др.] // Nucl. Phys. — 1979. — T. B150. — C. 1—75. — DOI: [10.1016/0550-3213\(79\)90292-X](https://doi.org/10.1016/0550-3213(79)90292-X).
21. Final Report of the Muon E821 Anomalous Magnetic Moment Measurement at BNL / G. W. Bennett [и др.] // Phys. Rev. — 2006. — T. D73. — C. 072003. — DOI: [10.1103/PhysRevD.73.072003](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.73.072003). — arXiv: [hep-ex/0602035](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0602035) [[hep-ex](#)].
22. Complete Tenth-Order QED Contribution to the Muon $g-2$ / T. Aoyama [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2012. — T. 109. — C. 111808. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.109.111808](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.109.111808). — arXiv: [1205.5370](https://arxiv.org/abs/1205.5370) [[hep-ph](#)].
23. *Czarnecki A., Krause B., Marciano W. J.* Electroweak corrections to the muon anomalous magnetic moment // Phys. Rev. Lett. — 1996. — T. 76. — C. 3267—3270. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.76.3267](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.76.3267). — arXiv: [hep-ph/9512369](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9512369) [[hep-ph](#)].
24. *Gnendiger C., Stockinger D., Stockinger-Kim H.* The electroweak contributions to $(g-2)_\mu$ after the Higgs boson mass measurement // Phys. Rev. — 2013. — T. D88. — C. 053005. — DOI: [10.1103/PhysRevD.88.053005](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.88.053005). — arXiv: [1306.5546](https://arxiv.org/abs/1306.5546) [[hep-ph](#)].
25. *Bouchiat C., Michel L.* La resonance dans la diffusion pi-meson pi-meson et le moment magnetique anormal du mu-meson // J. Phys. Radium. — 1961. — T. 22. — C. 121. — DOI: [10.1051/jphysrad:01961002202012101](https://doi.org/10.1051/jphysrad:01961002202012101).
26. $(g-2)_\mu$ and $\alpha(M_Z^2)$ re-evaluated using new precise data / K. Hagiwara [и др.] // J. Phys. — 2011. — T. G38. — C. 085003. — DOI: [10.1088/0954-3899/38/8/085003](https://doi.org/10.1088/0954-3899/38/8/085003). — arXiv: [1105.3149](https://arxiv.org/abs/1105.3149) [[hep-ph](#)].
27. Reevaluation of the Hadronic Contributions to the Muon $g-2$ and to $\alpha(M_Z)$ / M. Davier [и др.] // Eur. Phys. J. — 2011. — T. C71. — C. 1515. — DOI: [10.1140/epjc/s10052-012-1874-8](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-012-1874-8), [10.1140/epjc/s10052-010-1515-z](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-010-1515-z). — arXiv: [1010.4180](https://arxiv.org/abs/1010.4180) [[hep-ph](#)]. — [Erratum: Eur. Phys. J.C72,1874(2012)].

28. Measurement of $e^+ e^- \rightarrow \pi^+ \pi^-$ cross-section with CMD-2 around rho meson / R. R. Akhmetshin [и др.] // Phys. Lett. — 2002. — Т. B527. — С. 161—172. — DOI: [10.1016/S0370-2693\(02\)01168-1](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(02)01168-1). — arXiv: [hep-ex/0112031](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0112031) [[hep-ex](#)].
29. Reanalysis of hadronic cross-section measurements at CMD-2 / R. R. Akhmetshin [и др.] // Phys. Lett. — 2004. — Т. B578. — С. 285—289. — DOI: [10.1016/j.physletb.2003.10.108](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2003.10.108). — arXiv: [hep-ex/0308008](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0308008) [[hep-ex](#)].
30. Measurement of the pion form-factor in the range 1.04-GeV to 1.38-GeV with the CMD-2 detector / V. M. Aulchenko [и др.] // JETP Lett. — 2005. — Т. 82. — С. 743—747. — DOI: [10.1134/1.2175241](https://doi.org/10.1134/1.2175241). — arXiv: [hep-ex/0603021](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0603021) [[hep-ex](#)]. — [Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.82,841(2005)].
31. Measurement of the $e^+ e^- \rightarrow \pi^+ \pi^-$ cross section with the CMD-2 detector in the 370 - 520-MeV c.m. energy range / R. R. Akhmetshin [и др.] // JETP Lett. — 2006. — Т. 84. — С. 413—417. — DOI: [10.1134/S0021364006200021](https://doi.org/10.1134/S0021364006200021). — arXiv: [hep-ex/0610016](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0610016) [[hep-ex](#)]. — [Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.84,491(2006)].
32. High-statistics measurement of the pion form factor in the rho-meson energy range with the CMD-2 detector / R. R. Akhmetshin [и др.] // Phys. Lett. — 2007. — Т. B648. — С. 28—38. — DOI: [10.1016/j.physletb.2007.01.073](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2007.01.073). — arXiv: [hep-ex/0610021](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0610021) [[hep-ex](#)].
33. Study of the process $e^+ e^- \rightarrow \pi^+ \pi^-$ in the energy region $400 < s^{**}(1/2) < 1000$ -MeV / M. N. Achasov [и др.] // J. Exp. Theor. Phys. — 2005. — Т. 101, № 6. — С. 1053—1070. — DOI: [10.1134/1.2163921](https://doi.org/10.1134/1.2163921). — arXiv: [hep-ex/0506076](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0506076) [[hep-ex](#)]. — [Zh. Eksp. Teor. Fiz.128,no.6,1201(2005)].
34. Update of the $e^+ e^- \rightarrow \pi^+ \pi^-$ cross-section measured by SND detector in the energy region $400\text{-MeV} < s^{**}(1/2) < 1000\text{-MeV}$ / M. N. Achasov [и др.] // J. Exp. Theor. Phys. — 2006. — Т. 103. — С. 380—384. — DOI: [10.1134/S106377610609007X](https://doi.org/10.1134/S106377610609007X). — arXiv: [hep-ex/0605013](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0605013) [[hep-ex](#)]. — [Zh. Eksp. Teor. Fiz.130,437(2006)].
35. Precise measurement of the $e^+ e^- \rightarrow \pi^+ \pi^- (\gamma)$ cross section with the Initial State Radiation method at BABAR / B. Aubert [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2009. — Т. 103. — С. 231801. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.103.231801](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.103.231801). — arXiv: [0908.3589](https://arxiv.org/abs/0908.3589) [[hep-ex](#)].

36. Measurement of $\sigma(e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma)$ and extraction of $\sigma(e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-)$ below 1-GeV with the KLOE detector / A. Aloisio [и др.] // Phys. Lett. — 2005. — Т. B606. — С. 12–24. — DOI: [10.1016/j.physletb.2004.11.068](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2004.11.068). — arXiv: [hep-ex/0407048](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0407048) [hep-ex].
37. Measurement of $\sigma(e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma(\gamma))$ and the dipion contribution to the muon anomaly with the KLOE detector / F. Ambrosino [и др.] // Phys. Lett. — 2009. — Т. B670. — С. 285–291. — DOI: [10.1016/j.physletb.2008.10.060](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2008.10.060). — arXiv: [0809.3950](https://arxiv.org/abs/0809.3950) [hep-ex].
38. Measurement of $\sigma(e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-)$ from threshold to 0.85 GeV² using Initial State Radiation with the KLOE detector / F. Ambrosino [и др.] // Phys. Lett. — 2011. — Т. B700. — С. 102–110. — DOI: [10.1016/j.physletb.2011.04.055](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2011.04.055). — arXiv: [1006.5313](https://arxiv.org/abs/1006.5313) [hep-ex].
39. Precision measurement of $\sigma(e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma)/\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma)$ and determination of the $\pi^+\pi^-$ contribution to the muon anomaly with the KLOE detector / D. Babusci [и др.] // Phys. Lett. — 2013. — Т. B720. — С. 336–343. — DOI: [10.1016/j.physletb.2013.02.029](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2013.02.029). — arXiv: [1212.4524](https://arxiv.org/abs/1212.4524) [hep-ex].
40. Measurement of the $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ cross section between 600 and 900 MeV using initial state radiation / M. Ablikim [и др.] // Phys. Lett. — 2016. — Т. B753. — С. 629–638. — DOI: [10.1016/j.physletb.2015.11.043](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2015.11.043). — arXiv: [1507.08188](https://arxiv.org/abs/1507.08188) [hep-ex].
41. Reevaluation of the hadronic vacuum polarisation contributions to the Standard Model predictions of the muon $g - 2$ and $\alpha(m_Z^2)$ using newest hadronic cross-section data / M. Davier [и др.] // Eur. Phys. J. — 2017. — Т. C77, № 12. — С. 827. — DOI: [10.1140/epjc/s10052-017-5161-6](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-017-5161-6). — arXiv: [1706.09436](https://arxiv.org/abs/1706.09436) [hep-ph].
42. *Jegerlehner F.* The Anomalous Magnetic Moment of the Muon // Springer Tracts Mod. Phys. — 2017. — Т. 274. — pp.1–693. — DOI: [10.1007/978-3-319-63577-4](https://doi.org/10.1007/978-3-319-63577-4).
43. *Gerlach W., Stern O.* The Magnetic Moment of Silver Atoms // Z. Phys. — 1922. — Т. 9. — С. 353–355. — DOI: [10.1007/BF01326984](https://doi.org/10.1007/BF01326984).

44. *Goudschmidt S. A., Uhlenbeck G. H.* Spinning electrons and the structure of spectra // *Nature*. — 1926. — T. 117. — C. 264—265. — DOI: [10.1038/117264a0](https://doi.org/10.1038/117264a0).
45. *Compton A. H.* The magnetic electron // *Journal of the Franklin Institute*. — 1921. — T. 192, № 2. — C. 145—155. — DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/S0016-0032\(21\)90917-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0016-0032(21)90917-7). — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0016003221909177>.
46. *Fraser R. G. J.* The Effective Cross Section of the Oriented Hydrogen Atom // *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. — 1927. — T. 114, № 767. — C. 212—221. — DOI: [10.1098/rspa.1927.0036](https://doi.org/10.1098/rspa.1927.0036). — eprint: <http://rspa.royalsocietypublishing.org/content/114/767/212.full.pdf>. — URL: <http://rspa.royalsocietypublishing.org/content/114/767/212>.
47. *Dirac P. A. M.* The Quantum Theory of the Electron // *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. — 1928. — T. 117, № 778. — C. 610—624. — DOI: [10.1098/rspa.1928.0023](https://doi.org/10.1098/rspa.1928.0023). — eprint: <http://rspa.royalsocietypublishing.org/content/117/778/610.full.pdf>. — URL: <http://rspa.royalsocietypublishing.org/content/117/778/610>.
48. *Nafe J. E., Nelson E. B., Rabi I. I.* The Hyperfine Structure of Atomic Hydrogen and Deuterium // *Phys. Rev.* — 1947. — T. 71. — C. 914—915. — DOI: [10.1103/PhysRev.71.914](https://doi.org/10.1103/PhysRev.71.914).
49. *Kusch P., Foley H. M.* Precision Measurement of the Ratio of the Atomic ‘*g* Values’ in the $^2P_{\frac{3}{2}}$ and $^2P_{\frac{1}{2}}$ States of Gallium // *Phys. Rev.* — 1947. — Дек. — Т. 72, вып. 12. — C. 1256—1257. — DOI: [10.1103/PhysRev.72.1256.2](https://doi.org/10.1103/PhysRev.72.1256.2). — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.72.1256.2>.
50. *Schwinger J. S.* On Quantum electrodynamics and the magnetic moment of the electron // *Phys. Rev.* — 1948. — T. 73. — C. 416—417. — DOI: [10.1103/PhysRev.73.416](https://doi.org/10.1103/PhysRev.73.416).
51. *Schwinger J. S.* Quantum electrodynamics. III: The electromagnetic properties of the electron: Radiative corrections to scattering // *Phys. Rev.* — 1949. — T. 76. — C. 790—817. — DOI: [10.1103/PhysRev.76.790](https://doi.org/10.1103/PhysRev.76.790).

52. *Lamb W. E., Retherford R. C.* Fine Structure of the Hydrogen Atom by a Microwave Method // *Phys. Rev.* — 1947. — Август. — Т. 72, вып. 3. — С. 241—243. — DOI: [10.1103/PhysRev.72.241](https://doi.org/10.1103/PhysRev.72.241). — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.72.241>.
53. *Rich A., Wesley J. C.* The current status of the lepton g factors // *Rev. Mod. Phys.* — 1972. — Т. 44. — С. 250—283. — DOI: [10.1103/RevModPhys.44.250](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.44.250).
54. *Van Dyck R. S., Schwinger P. B., Dehmelt H. G.* New High Precision Comparison of electron and Positron G Factors // *Phys. Rev. Lett.* — 1987. — Т. 59. — С. 26—29. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.59.26](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.59.26).
55. *Lee T. D., Yang C. N.* Question of Parity Conservation in Weak Interactions // *Phys. Rev.* — 1956. — Октябрь. — Т. 104, вып. 1. — С. 254—258. — DOI: [10.1103/PhysRev.104.254](https://doi.org/10.1103/PhysRev.104.254). — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.104.254>.
56. The anomalous magnetic moment of the muon / G. Charpak [и др.] // *Nuovo Cim.* — 1965. — Т. 37. — С. 1241—1363. — DOI: [10.1007/BF02783344](https://doi.org/10.1007/BF02783344).
57. *Л. Б. Окунь* Лептоны и кварки. — М. : “Наука”. Главная редакция физико-математической литературы, 1990. — 346 с.
58. *Farley F. J. M., Picasso E.* The Muon $g-2$ experiments // *Adv. Ser. Direct. High Energy Phys.* — 1990. — Т. 7. — С. 479—559. — DOI: [10.1142/9789814503273_0011](https://doi.org/10.1142/9789814503273_0011).
59. New measurement of the anomalous magnetic moment of the positive muon / R. M. Carey [и др.] // *Phys. Rev. Lett.* — 1999. — Т. 82. — С. 1632—1635. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.82.1632](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.82.1632).
60. Improved measurement of the positive muon anomalous magnetic moment / H. N. Brown [и др.] // *Phys. Rev.* — 2000. — Т. D62. — С. 091101. — DOI: [10.1103/PhysRevD.62.091101](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.62.091101). — arXiv: [hep-ex/0009029](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0009029) [[hep-ex](#)].
61. Precise measurement of the positive muon anomalous magnetic moment / H. N. Brown [и др.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2001. — Т. 86. — С. 2227—2231. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.86.2227](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.86.2227). — arXiv: [hep-ex/0102017](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0102017) [[hep-ex](#)].

62. Measurement of the positive muon anomalous magnetic moment to 0.7 ppm / G. W. Bennett [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2002. — Т. 89. — С. 101804. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.89.101804](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.89.101804). — arXiv: [hep-ex/0208001](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0208001) [[hep-ex](#)]. — [Erratum: Phys. Rev. Lett.89,129903(2002)].
63. Measurement of the negative muon anomalous magnetic moment to 0.7 ppm / G. W. Bennett [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2004. — Т. 92. — С. 161802. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.92.161802](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.92.161802). — arXiv: [hep-ex/0401008](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0401008) [[hep-ex](#)].
64. Muon (g-2) Technical Design Report / J. Grange [и др.]. — 2015. — arXiv: [1501.06858](https://arxiv.org/abs/1501.06858) [[physics.ins-det](#)].
65. The Measurement of the Anomalous Magnetic Moment of the Muon at Fermilab / I. Logashenko [и др.] // J. Phys. Chem. Ref. Data. — 2015. — Т. 44, № 3. — С. 031211. — DOI: [10.1063/1.4917553](https://doi.org/10.1063/1.4917553).
66. *Saito N.* A novel precision measurement of muon g-2 and EDM at J-PARC // AIP Conf. Proc. — 2012. — Т. 1467. — С. 45–56. — DOI: [10.1063/1.4742078](https://doi.org/10.1063/1.4742078).
67. *Morishima T., Futamase T., Shimizu H. M.* Post-Newtonian effects of Dirac particle in curved spacetime - III : the muon g-2 in the Earth's gravity. — 2018. — arXiv: [1801.10246](https://arxiv.org/abs/1801.10246) [[hep-ph](#)].
68. *Visser M.* Post-Newtonian particle physics in curved spacetime. — 2018. — arXiv: [1802.00651](https://arxiv.org/abs/1802.00651) [[hep-ph](#)].
69. *Nikolic H.* Can effective muon g-2 depend on the gravitational potential? — 2018. — arXiv: [1802.04025](https://arxiv.org/abs/1802.04025) [[hep-ph](#)].
70. *Laszlo A., Zimboras Z.* On the quantification of GR effects in muon g-2 experiments. — 2018. — arXiv: [1803.01395](https://arxiv.org/abs/1803.01395) [[gr-qc](#)].
71. *Kinoshita T., Nizic B., Okamoto Y.* Eighth order QED contribution to the anomalous magnetic moment of the muon // Phys. Rev. — 1990. — Т. D41. — С. 593–610. — DOI: [10.1103/PhysRevD.41.593](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.41.593).
72. *Petermann A.* Fourth order magnetic moment of the electron // Helv. Phys. Acta. — 1957. — Т. 30. — С. 407–408.
73. *Sommerfeld C. M.* Magnetic Dipole Moment of the Electron // Phys. Rev. — 1957. — Т. 107. — С. 328–329. — DOI: [10.1103/PhysRev.107.328](https://doi.org/10.1103/PhysRev.107.328).

74. *Petermann A.* Magnetic moment of the mu meson // Phys. Rev. — 1957. — T. 105. — C. 1931. — DOI: [10.1103/PhysRev.105.1931](https://doi.org/10.1103/PhysRev.105.1931).
75. *Suura H., Wichmann E. H.* Magnetic Moment of the Mu Meson // Phys. Rev. — 1957. — T. 105. — C. 1930–1931. — DOI: [10.1103/PhysRev.105.1930](https://doi.org/10.1103/PhysRev.105.1930).
76. *Elend H.* On the anomalous magnetic moment of the muon // Physics Letters. — 1966. — T. 20, № 6. — C. 682–684. — DOI: [https://doi.org/10.1016/0031-9163\(66\)91171-1](https://doi.org/10.1016/0031-9163(66)91171-1). — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0031916366911711>.
77. *Passera M.* The Standard model prediction of the muon anomalous magnetic moment // J. Phys. — 2005. — T. G31. — R75–R94. — DOI: [10.1088/0954-3899/31/5/R01](https://doi.org/10.1088/0954-3899/31/5/R01). — arXiv: [hep-ph/0411168](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0411168) [[hep-ph](#)].
78. *Passera M.* Precise mass-dependent QED contributions to leptonic $g-2$ at order α^2 and α^3 // Phys. Rev. — 2007. — T. D75. — C. 013002. — DOI: [10.1103/PhysRevD.75.013002](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.75.013002). — arXiv: [hep-ph/0606174](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0606174) [[hep-ph](#)].
79. *Kinoshita T.* Theory of the anomalous magnetic moment of the electron - numerical approach // Adv. Ser. Direct. High Energy Phys. — 1990. — T. 7. — C. 218–321. — DOI: [10.1142/9789814503273_0007](https://doi.org/10.1142/9789814503273_0007).
80. *Laporta S., Remiddi E.* The Analytical value of the electron ($g-2$) at order α^3 in QED // Phys. Lett. — 1996. — T. B379. — C. 283–291. — DOI: [10.1016/0370-2693\(96\)00439-X](https://doi.org/10.1016/0370-2693(96)00439-X). — arXiv: [hep-ph/9602417](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9602417) [[hep-ph](#)].
81. *Laporta S.* The Analytical contribution of the sixth order graphs with vacuum polarization insertions to the muon ($g-2$) in QED // Nuovo Cim. — 1993. — T. A106. — C. 675–683. — DOI: [10.1007/BF02787236](https://doi.org/10.1007/BF02787236).
82. *Laporta S., Remiddi E.* The Analytical value of the electron light-light graphs contribution to the muon ($g-2$) in QED // Phys. Lett. — 1993. — T. B301. — C. 440–446. — DOI: [10.1016/0370-2693\(93\)91176-N](https://doi.org/10.1016/0370-2693(93)91176-N).
83. *Czarnecki A., Skrzypek M.* The Muon anomalous magnetic moment in QED: Three loop electron and tau contributions // Phys. Lett. — 1999. — T. B449. — C. 354–360. — DOI: [10.1016/S0370-2693\(99\)00076-3](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(99)00076-3). — arXiv: [hep-ph/9812394](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9812394) [[hep-ph](#)].

84. *Friot S., Greynat D., De Rafael E.* Asymptotics of Feynman diagrams and the Mellin-Barnes representation // Phys. Lett. — 2005. — T. B628. — C. 73—84. — DOI: [10.1016/j.physletb.2005.08.126](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2005.08.126). — arXiv: [hep-ph/0505038](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0505038) [[hep-ph](#)].
85. *Kinoshita T., Lindquist W. B.* Eighth Order Magnetic Moment of the Electron. 1. Second Order Vertex Containing Second, Fourth and Sixth Order Vacuum Polarization Subdiagrams // Phys. Rev. — 1983. — T. D27. — C. 867. — DOI: [10.1103/PhysRevD.27.867](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.27.867).
86. *Kinoshita T., Lindquist W. B.* Eighth Order Magnetic Moment of the Electron. 2. Fourth Order Vertices Containing Second and Fourth Order Vacuum Polarization Subdiagrams // Phys. Rev. — 1983. — T. D27. — C. 877. — DOI: [10.1103/PhysRevD.27.877](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.27.877).
87. *Kinoshita T., Lindquist W. B.* Eighth Order Magnetic Moment of the Electron. 3. Sixth Order Vertices Containing a Second Order Vacuum Polarization Subdiagram // Phys. Rev. — 1983. — T. D27. — C. 886. — DOI: [10.1103/PhysRevD.27.886](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.27.886).
88. *Kinoshita T., Lindquist W. B.* Eighth Order Magnetic Moment of the Electron. 4. Vertex Diagrams Containing Photon - Photon Scattering Subdiagrams // Phys. Rev. — 1989. — T. D39. — C. 2407. — DOI: [10.1103/PhysRevD.39.2407](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.39.2407).
89. *Kinoshita T., Lindquist W. B.* Eighth Order Magnetic Moment of the Electron. 5. Diagrams Containing No Vacuum Polarization Loop // Phys. Rev. — 1990. — T. D42. — C. 636—655. — DOI: [10.1103/PhysRevD.42.636](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.42.636).
90. *Kinoshita T., Nio M.* Improved α^4 term of the electron anomalous magnetic moment // Phys. Rev. — 2006. — T. D73. — C. 013003. — DOI: [10.1103/PhysRevD.73.013003](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.73.013003). — arXiv: [hep-ph/0507249](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0507249) [[hep-ph](#)].
91. Revised value of the eighth-order electron $g-2$ / T. Aoyama [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2007. — T. 99. — C. 110406. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.99.110406](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.99.110406). — arXiv: [0706.3496](https://arxiv.org/abs/0706.3496) [[hep-ph](#)].
92. Revised value of the eighth-order QED contribution to the anomalous magnetic moment of the electron / T. Aoyama [и др.] // Phys. Rev. —

2008. — T. D77. — C. 053012. — DOI: [10.1103/PhysRevD.77.053012](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.77.053012). — arXiv: [0712.2607](https://arxiv.org/abs/0712.2607) [[hep-ph](#)].
93. *Caffo M., Turrini S., Remiddi E.* Precise Value of Some QED 8th Order Contributions to Electron Anomaly From Vacuum Polarization Graphs // Phys. Rev. — 1984. — T. D30. — C. 483. — DOI: [10.1103/PhysRevD.30.483](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.30.483).
94. *Laporta S.* High-precision calculation of the 4-loop contribution to the electron $g-2$ in QED // Phys. Lett. — 2017. — T. B772. — C. 232–238. — DOI: [10.1016/j.physletb.2017.06.056](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2017.06.056). — arXiv: [1704.06996](https://arxiv.org/abs/1704.06996) [[hep-ph](#)].
95. *Helaman R. P. Ferguson D. H. B., Arno S.* Analysis of PSLQ, an integer relation finding algorithm // Math. Comp. — 1999. — T. 68. — C. 351–369. — DOI: [10.1090/S0025-5718-99-00995-3](https://doi.org/10.1090/S0025-5718-99-00995-3).
96. *Kinoshita T., Nio M.* Improved α^{**4} term of the muon anomalous magnetic moment // Phys. Rev. — 2004. — T. D70. — C. 113001. — DOI: [10.1103/PhysRevD.70.113001](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.70.113001). — arXiv: [hep-ph/0402206](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0402206) [[hep-ph](#)].
97. The Analytical Contribution of the Three Loop Diagrams With Two Fermion Circles to the Photon Propagator and the Muon Anomalous Magnetic Moment / R. N. Faustov [и др.] // Phys. Lett. — 1991. — T. B254. — C. 241–246. — DOI: [10.1016/0370-2693\(91\)90428-S](https://doi.org/10.1016/0370-2693(91)90428-S).
98. *Broadhurst D. J., Kataev A. L., Tarasov O. V.* Analytical on-shell QED results: Three loop vacuum polarization, four loop Beta function and the muon anomaly // Phys. Lett. — 1993. — T. B298. — C. 445–452. — DOI: [10.1016/0370-2693\(93\)91849-I](https://doi.org/10.1016/0370-2693(93)91849-I). — arXiv: [hep-ph/9210255](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9210255) [[hep-ph](#)].
99. *Laporta S.* The Analytical contribution of some eighth order graphs containing vacuum polarization insertions to the muon ($g-2$) in QED // Phys. Lett. — 1993. — T. B312. — C. 495–500. — DOI: [10.1016/0370-2693\(93\)90988-T](https://doi.org/10.1016/0370-2693(93)90988-T). — arXiv: [hep-ph/9306324](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9306324) [[hep-ph](#)].
100. *Laporta S., Mastrolia P., Remiddi E.* The Analytic value of a four loop sunrise graph in a particular kinematical configuration // Nucl. Phys. — 2004. — T. B688. — C. 165–188. — DOI: [10.1016/j.nuclphysb.2004.03.029](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2004.03.029). — arXiv: [hep-ph/0311255](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0311255) [[hep-ph](#)].

101. *Kataev A. L.* Renormalization group and the five loop QED asymptotic contributions to the muon anomaly // *Phys. Lett.* — 1992. — T. B284. — C. 401—409. — DOI: [10.1016/0370-2693\(92\)90452-A](https://doi.org/10.1016/0370-2693(92)90452-A), [10.1016/j.physletb.2012.02.057](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2012.02.057). — [Erratum: *Phys. Lett.*B710,710(2012)].
102. *Karshenboim S. G.* Tenth order contributions to the muon anomalous magnetic moment // *Phys. Atom. Nucl.* — 1993. — T. 56. — C. 857—858. — [Yad. Fiz.56N6,252(1993)].
103. *Laporta S.* Analytical and numerical contributions of some tenth order graphs containing vacuum polarization insertions to the muon $(g-2)$ in QED // *Phys. Lett.* — 1994. — T. B328. — C. 522—527. — DOI: [10.1016/0370-2693\(94\)91513-X](https://doi.org/10.1016/0370-2693(94)91513-X). — arXiv: [hep-ph/9404204](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9404204) [[hep-ph](#)].
104. *Kataev A. L., Starshenko V. V.* The renormalization group inspired approaches and estimates of the tenth order corrections to the muon anomaly in QED // *Phys. Rev.* — 1995. — T. D52. — C. 402—409. — DOI: [10.1103/PhysRevD.52.402](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.52.402). — arXiv: [hep-ph/9412305](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9412305) [[hep-ph](#)].
105. The relation between the QED charge renormalized in $\overline{\text{MS}}$ and on-shell schemes at four loops, the QED on-shell beta-function at five loops and asymptotic contributions to the muon anomaly at five and six loops / P. A. Baikov [и др.] // *Nucl. Phys.* — 2013. — T. B867. — C. 182—202. — DOI: [10.1016/j.nuclphysb.2012.09.018](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2012.09.018). — arXiv: [1207.2199](https://arxiv.org/abs/1207.2199) [[hep-ph](#)].
106. *Mohr P. J., Newell D. B., Taylor B. N.* CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 2014 // *Rev. Mod. Phys.* — 2016. — T. 88, № 3. — C. 035009. — DOI: [10.1103/RevModPhys.88.035009](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.88.035009). — arXiv: [1507.07956](https://arxiv.org/abs/1507.07956) [[physics.atom-ph](#)].
107. *Bardeen W. A., Gastmans R., Lautrup B. E.* Static quantities in Weinberg's model of weak and electromagnetic interactions // *Nucl. Phys.* — 1972. — T. B46. — C. 319—331. — DOI: [10.1016/0550-3213\(72\)90218-0](https://doi.org/10.1016/0550-3213(72)90218-0).
108. *Jackiw R., Weinberg S.* Weak interaction corrections to the muon magnetic moment and to muonic atom energy levels // *Phys. Rev.* — 1972. — T. D5. — C. 2396—2398. — DOI: [10.1103/PhysRevD.5.2396](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.5.2396).

109. *Bars I., Yoshimura M.* Muon magnetic moment in a finite theory of weak and electromagnetic interaction // Phys. Rev. — 1972. — T. D6. — C. 374—376. — DOI: [10.1103/PhysRevD.6.374](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.6.374).
110. *Fujikawa K., Lee B. W., Sanda A. I.* Generalized Renormalizable Gauge Formulation of Spontaneously Broken Gauge Theories // Phys. Rev. — 1972. — T. D6. — C. 2923—2943. — DOI: [10.1103/PhysRevD.6.2923](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.6.2923).
111. *'t Hooft G.* Renormalization of Massless Yang-Mills Fields // Nucl. Phys. — 1971. — T. B33. — C. 173—199. — DOI: [10.1016/0550-3213\(71\)90395-6](https://doi.org/10.1016/0550-3213(71)90395-6).
112. *'t Hooft G., Veltman M. J. G.* Regularization and Renormalization of Gauge Fields // Nucl. Phys. — 1972. — T. B44. — C. 189—213. — DOI: [10.1016/0550-3213\(72\)90279-9](https://doi.org/10.1016/0550-3213(72)90279-9).
113. The Dominant two loop electroweak contributions to the anomalous magnetic moment of the muon / Т. V. Kukhto [и др.] // Nucl. Phys. — 1992. — T. B371. — C. 567—596. — DOI: [10.1016/0550-3213\(92\)90687-7](https://doi.org/10.1016/0550-3213(92)90687-7).
114. *Adler S. L.* Axial vector vertex in spinor electrodynamics // Phys. Rev. — 1969. — T. 177. — C. 2426—2438. — DOI: [10.1103/PhysRev.177.2426](https://doi.org/10.1103/PhysRev.177.2426).
115. *Bell J. S., Jackiw R.* A PCAC puzzle: $\pi^0 \rightarrow \gamma \gamma$ in the sigma model // Nuovo Cim. — 1969. — T. A60. — C. 47—61. — DOI: [10.1007/BF02823296](https://doi.org/10.1007/BF02823296).
116. *Bardeen W. A.* Anomalous Ward identities in spinor field theories // Phys. Rev. — 1969. — T. 184. — C. 1848—1857. — DOI: [10.1103/PhysRev.184.1848](https://doi.org/10.1103/PhysRev.184.1848).
117. *Peris S., Perrottet M., Rafael E. de* Two loop electroweak corrections to the muon $g-2$: A New class of hadronic contributions // Phys. Lett. — 1995. — T. B355. — C. 523—530. — DOI: [10.1016/0370-2693\(95\)00768-G](https://doi.org/10.1016/0370-2693(95)00768-G). — arXiv: [hep-ph/9505405](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9505405) [hep-ph].
118. *Czarnecki A., Krause B., Marciano W. J.* Electroweak Fermion loop contributions to the muon anomalous magnetic moment // Phys. Rev. — 1995. — T. D52. — R2619—R2623. — DOI: [10.1103/PhysRevD.52.R2619](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.52.R2619). — arXiv: [hep-ph/9506256](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9506256) [hep-ph].

119. *Degrassi G., Giudice G. F.* QED logarithms in the electroweak corrections to the muon anomalous magnetic moment // *Phys. Rev.* — 1998. — T. D58. — C. 053007. — DOI: [10.1103/PhysRevD.58.053007](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.58.053007). — arXiv: [hep-ph/9803384](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9803384) [[hep-ph](#)].
120. *Czarnecki A., Marciano W. J., Vainshtein A.* Refinements in electroweak contributions to the muon anomalous magnetic moment // *Phys. Rev.* — 2003. — T. D67. — C. 073006. — DOI: [10.1103/PhysRevD.67.073006](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.67.073006), [10.1103/PhysRevD.73.119901](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.73.119901). — arXiv: [hep-ph/0212229](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0212229) [[hep-ph](#)]. — [Erratum: *Phys. Rev.D*73,119901(2006)].
121. Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC / G. Aad [и др.] // *Phys. Lett.* — 2012. — T. B716. — C. 1–29. — DOI: [10.1016/j.physletb.2012.08.020](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2012.08.020). — arXiv: [1207.7214](https://arxiv.org/abs/1207.7214) [[hep-ex](#)].
122. Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC / S. Chatrchyan [и др.] // *Phys. Lett.* — 2012. — T. B716. — C. 30–61. — DOI: [10.1016/j.physletb.2012.08.021](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2012.08.021). — arXiv: [1207.7235](https://arxiv.org/abs/1207.7235) [[hep-ex](#)].
123. *Durand L.* Pionic Contributions to the Magnetic Moment of the Muon // *Phys. Rev.* — 1962. — T. 128. — C. 441–448. — DOI: [10.1103/PhysRev.128.441](https://doi.org/10.1103/PhysRev.128.441).
124. *Kinoshita T., Oakes R. J.* Hadronic contributions to the muon magnetic moment // *Phys. Lett.* — 1967. — T. 25B. — C. 143–145. — DOI: [10.1016/0370-2693\(67\)90209-2](https://doi.org/10.1016/0370-2693(67)90209-2).
125. *Gourdin M., De Rafael E.* Hadronic contributions to the muon g-factor // *Nucl. Phys.* — 1969. — T. B10. — C. 667–674. — DOI: [10.1016/0550-3213\(69\)90333-2](https://doi.org/10.1016/0550-3213(69)90333-2).
126. *Brodsky S. J., De Rafael E.* SUGGESTED BOSON - LEPTON PAIR COUPLINGS AND THE ANOMALOUS MAGNETIC MOMENT OF THE MUON // *Phys. Rev.* — 1968. — T. 168. — C. 1620–1622. — DOI: [10.1103/PhysRev.168.1620](https://doi.org/10.1103/PhysRev.168.1620).

127. *Jegerlehner F.* Hadronic contributions to the photon vacuum polarization and their role in precision physics // *J. Phys.* — 2003. — Т. G29. — С. 101—110. — DOI: [10.1088/0954-3899/29/1/311](https://doi.org/10.1088/0954-3899/29/1/311). — arXiv: [hep-ph/0104304](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0104304) [[hep-ph](#)].
128. Measurement of the running of the fine structure constant below 1 GeV with the KLOE Detector / A. Anastasi [и др.] // *Phys. Lett.* — 2017. — Т. B767. — С. 485—492. — DOI: [10.1016/j.physletb.2016.12.016](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2016.12.016). — arXiv: [1609.06631](https://arxiv.org/abs/1609.06631) [[hep-ex](#)].
129. *Baikov P. A., Chetyrkin K. G., Kuhn J. H.* Order $\alpha^{*4}(s)$ QCD Corrections to Z and tau Decays // *Phys. Rev. Lett.* — 2008. — Т. 101. — С. 012002. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.101.012002](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.101.012002). — arXiv: [0801.1821](https://arxiv.org/abs/0801.1821) [[hep-ph](#)].
130. Investigation of the ρ -meson resonance with electron-positron colliding beams / V. L. Auslander [и др.] // *Phys. Lett.* — 1967. — Т. 25B, № 6. — С. 433—435. — DOI: [10.1016/0370-2693\(67\)90169-4](https://doi.org/10.1016/0370-2693(67)90169-4).
131. Study of electron-positron annihilation into pi-plus pi-minus on the rho-neutral resonance / J. E. Augustin [и др.] // *Phys. Lett.* — 1969. — Т. 28B. — С. 508—512. — DOI: [10.1016/0370-2693\(69\)90529-2](https://doi.org/10.1016/0370-2693(69)90529-2).
132. Omega-neutral production by e-plus e-minus annihilation / J. E. Augustin [и др.] // *Phys. Lett.* — 1969. — Т. 28B. — С. 513—516. — DOI: [10.1016/0370-2693\(69\)90530-9](https://doi.org/10.1016/0370-2693(69)90530-9).
133. Study of the phi meson production with the ORSAY electron-positron colliding beams / J. E. Augustin [и др.] // *Phys. Lett.* — 1969. — Т. 28B. — С. 517—520. — DOI: [10.1016/0370-2693\(69\)90531-0](https://doi.org/10.1016/0370-2693(69)90531-0).
134. A CRYOGENIC MAGNETIC DETECTOR FOR STORAGE RING EXPERIMENTS / L. m. Barkov [и др.] // *Nucl. Instrum. Meth.* — 1983. — Т. 204. — С. 379—383. — DOI: [10.1016/0167-5087\(83\)90067-4](https://doi.org/10.1016/0167-5087(83)90067-4).
135. Summary of experiments with the neutral detector at the e+ e- storage ring VEPP-2M / S. I. Dolinsky [и др.] // *Phys. Rept.* — 1991. — Т. 202. — С. 99—170. — DOI: [10.1016/0370-1573\(91\)90127-8](https://doi.org/10.1016/0370-1573(91)90127-8).

136. Electromagnetic Pion Form-Factor in the Timelike Region / L. M. Barkov [и др.] // Nucl. Phys. — 1985. — Т. B256. — С. 365—384. — DOI: [10.1016/0550-3213\(85\)90399-2](https://doi.org/10.1016/0550-3213(85)90399-2).
137. The CMD-2 cryogenic magnetic detector / E. V. Anashkin [и др.] // Instrum. Exp. Tech. — 2006. — Т. 49. — С. 798—814. — DOI: [10.1134/S0020441206060066](https://doi.org/10.1134/S0020441206060066). — [Prib. Tekh. Eksp.49,63(2006)].
138. Spherical neutral detector for VEPP-2M collider / M. N. Achasov [и др.] // Nucl. Instrum. Meth. — 2000. — Т. A449. — С. 125—139. — DOI: [10.1016/S0168-9002\(99\)01302-9](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(99)01302-9). — arXiv: [hep-ex/9909015](https://arxiv.org/abs/hep-ex/9909015) [hep-ex].
139. Status and perspectives of the VEPP-2000 / P. Yu. Shatunov [и др.] // Phys. Part. Nucl. Lett. — 2016. — Т. 13, № 7. — С. 995—1001. — DOI: [10.1134/S154747711607044X](https://doi.org/10.1134/S154747711607044X).
140. *Khazin B.* Physics and detectors for VEPP-2000 // Nucl. Phys. Proc. Suppl. — 2008. — Т. 181—182. — С. 376—380. — DOI: [10.1016/j.nuclphysbps.2008.09.068](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysbps.2008.09.068).
141. First experience with SND calorimeter at VEPP-2000 collider / M. N. Achasov [и др.] // Nucl. Instrum. Meth. — 2009. — Т. A598. — С. 31—32. — DOI: [10.1016/j.nima.2008.08.012](https://doi.org/10.1016/j.nima.2008.08.012).
142. *Logashenko I. B., Collaborations O. B. O. T. C.-3., Snd* Measurement of hadronic cross-sections at VEPP-2000 // PoS. — 2016. — Т. ICHEP2016. — С. 544.
143. *Tsai Y.-S.* Decay Correlations of Heavy Leptons in $e^+ e^- \rightarrow \text{Lepton} + \text{Lepton}^-$ // Phys. Rev. — 1971. — Т. D4. — С. 2821. — DOI: [10.1103/PhysRevD.13.771](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.13.771), [10.1103/PhysRevD.4.2821](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.4.2821). — [Erratum: Phys. Rev.D13,771(1976)].
144. *Marciano W. J., Sirlin A.* Radiative Corrections to beta Decay and the Possibility of a Fourth Generation // Phys. Rev. Lett. — 1986. — Т. 56. — С. 22. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.56.22](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.56.22).
145. *Eidelman S. I., Ivanchenko V. N.* $e^+ e^-$ annihilation into hadrons and exclusive tau decays // Phys. Lett. — 1991. — Т. B257. — С. 437—440. — DOI: [10.1016/0370-2693\(91\)91921-H](https://doi.org/10.1016/0370-2693(91)91921-H).

146. Measurement of the spectral functions of vector current hadronic tau decays / R. Barate [и др.] // *Z. Phys.* — 1997. — Т. С76. — С. 15–33. — DOI: [10.1007/s002880050523](https://doi.org/10.1007/s002880050523).
147. *Alemany R., Davier M., Hocker A.* Improved determination of the hadronic contribution to the muon ($g-2$) and to alpha ($M(z)$) using new data from hadronic tau decays // *Eur. Phys. J.* — 1998. — Т. С2. — С. 123–135. — DOI: [10.1007/s100520050127](https://doi.org/10.1007/s100520050127). — arXiv: [hep-ph/9703220](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9703220) [[hep-ph](#)].
148. High-Statistics Study of the tau- \rightarrow pi- pi0 nu(tau) Decay / M. Fujikawa [и др.] // *Phys. Rev.* — 2008. — Т. D78. — С. 072006. — DOI: [10.1103/PhysRevD.78.072006](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.78.072006). — arXiv: [0805.3773](https://arxiv.org/abs/0805.3773) [[hep-ex](#)].
149. *Jegerlehner F., Szafron R.* $\rho^0 - \gamma$ mixing in the neutral channel pion form factor F_π^e and its role in comparing e^+e^- with τ spectral functions // *Eur. Phys. J.* — 2011. — Т. С71. — С. 1632. — DOI: [10.1140/epjc/s10052-011-1632-3](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-011-1632-3). — arXiv: [1101.2872](https://arxiv.org/abs/1101.2872) [[hep-ph](#)].
150. Hadronic cross-sections in electron - positron annihilation with tagged photon / A. B. Arbuzov [и др.] // *JHEP.* — 1998. — Т. 12. — С. 009. — DOI: [10.1088/1126-6708/1998/12/009](https://doi.org/10.1088/1126-6708/1998/12/009). — arXiv: [hep-ph/9804430](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9804430) [[hep-ph](#)].
151. *Binner S., Kuhn J. H., Melnikov K.* Measuring sigma($e^+e^- \rightarrow$ hadrons) using tagged photon // *Phys. Lett.* — 1999. — Т. B459. — С. 279–287. — DOI: [10.1016/S0370-2693\(99\)00658-9](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(99)00658-9). — arXiv: [hep-ph/9902399](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9902399) [[hep-ph](#)].
152. Spectroscopy at B factories using hard photon emission / M. Benayoun [и др.] // *Mod. Phys. Lett.* — 1999. — Т. A14. — С. 2605–2614. — DOI: [10.1142/S021773239900273X](https://doi.org/10.1142/S021773239900273X). — arXiv: [hep-ph/9910523](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9910523) [[hep-ph](#)].
153. Quest for precision in hadronic cross sections at low energy: Monte Carlo tools vs. experimental data / S. Actis [и др.] // *Eur. Phys. J.* — 2010. — Т. С66. — С. 585–686. — DOI: [10.1140/epjc/s10052-010-1251-4](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-010-1251-4). — arXiv: [0912.0749](https://arxiv.org/abs/0912.0749) [[hep-ph](#)].
154. The BaBar detector / B. Aubert [и др.] // *Nucl. Instrum. Meth.* — 2002. — Т. A479. — С. 1–116. — DOI: [10.1016/S0168-9002\(01\)02012-5](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(01)02012-5). — arXiv: [hep-ex/0105044](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0105044) [[hep-ex](#)].
155. The Belle Detector / A. Abashian [и др.] // *Nucl. Instrum. Meth.* — 2002. — Т. A479. — С. 117–232. — DOI: [10.1016/S0168-9002\(01\)02013-7](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(01)02013-7).

156. The tracking detector of the KLOE experiment / M. Adinolfi [и др.] // Nucl. Instrum. Meth. — 2002. — Т. А488. — С. 51—73. — DOI: [10.1016/S0168-9002\(02\)00514-4](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(02)00514-4).
157. The KLOE electromagnetic calorimeter / M. Adinolfi [и др.] // Nucl. Instrum. Meth. — 2002. — Т. А482. — С. 364—386. — DOI: [10.1016/S0168-9002\(01\)01502-9](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(01)01502-9).
158. Hadron Production via e^+e^- Collisions with Initial State Radiation / V. P. Druzhinin [и др.] // Rev. Mod. Phys. — 2011. — Т. 83. — С. 1545. — DOI: [10.1103/RevModPhys.83.1545](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.83.1545). — arXiv: [1105.4975 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/1105.4975).
159. Precise Measurement of the $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-(\gamma)$ Cross Section with the Initial-State Radiation Method at BABAR / J. P. Lees [и др.] // Phys. Rev. — 2012. — Т. D86. — С. 032013. — DOI: [10.1103/PhysRevD.86.032013](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.86.032013). — arXiv: [1205.2228 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/1205.2228).
160. *Eidelman S., Jegerlehner F.* Hadronic contributions to $g-2$ of the leptons and to the effective fine structure constant $\alpha(M(z))^{**2}$ // Z. Phys. — 1995. — Т. C67. — С. 585—602. — DOI: [10.1007/BF01553984](https://doi.org/10.1007/BF01553984). — arXiv: [hep-ph/9502298 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9502298).
161. *Kinoshita T., Nizic B., Okamoto Y.* Improved Theory of the Muon Anomalous Magnetic Moment // Phys. Rev. Lett. — 1984. — Т. 52. — С. 717. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.52.717](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.52.717).
162. *Narison S.* The Anomalous Magnetic Moment of a Charged Heavy Lepton // J. Phys. — 1978. — Т. G4. — С. 1849. — DOI: [10.1088/0305-4616/4/12/006](https://doi.org/10.1088/0305-4616/4/12/006).
163. *Martinovic L., Dubnicka S.* Hadronic Part of the Muon Anomalous Magnetic Moment: An Improved Evaluation // Phys. Rev. — 1990. — Т. D42. — С. 884—892. — DOI: [10.1103/PhysRevD.42.884](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.42.884).
164. *Davier M., Hocker A.* Improved determination of $\alpha(M(Z))^{**2}$ and the anomalous magnetic moment of the muon // Phys. Lett. — 1998. — Т. B419. — С. 419—431. — DOI: [10.1016/S0370-2693\(97\)01512-8](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(97)01512-8). — arXiv: [hep-ph/9801361 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9801361).

165. Updated estimate of the muon magnetic moment using revised results from $e^+ e^-$ annihilation / M. Davier [и др.] // Eur. Phys. J. — 2003. — Т. C31. — С. 503—510. — DOI: [10.1140/epjc/s2003-01362-6](https://doi.org/10.1140/epjc/s2003-01362-6). — arXiv: [hep-ph/0308213](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0308213) [hep-ph].
166. Predictions for $g-2$ of the muon and $\alpha(\text{QED}) (M^{*2}(Z))$ / K. Hagiwara [и др.] // Phys. Rev. — 2004. — Т. D69. — С. 093003. — DOI: [10.1103/PhysRevD.69.093003](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.69.093003). — arXiv: [hep-ph/0312250](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0312250) [hep-ph].
167. Reevaluation of the hadronic contribution to the muon magnetic anomaly using new $e^+ e^- \rightarrow \pi^+ \pi^-$ cross section data from BABAR / M. Davier [и др.] // Eur. Phys. J. — 2010. — Т. C66. — С. 1—9. — DOI: [10.1140/epjc/s10052-010-1246-1](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-010-1246-1). — arXiv: [0908.4300](https://arxiv.org/abs/0908.4300) [hep-ph].
168. *Lehner C.* A precise determination of the HVP contribution to the muon anomalous magnetic moment from lattice QCD // 35th International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2017) Granada, Spain, June 18-24, 2017. — 2017. — arXiv: [1710.06874](https://arxiv.org/abs/1710.06874) [hep-lat]. — URL: <https://inspirehep.net/record/1631645/files/arXiv:1710.06874.pdf>.
169. The hadronic vacuum polarization contribution to a_μ from full lattice QCD / B. Chakraborty [и др.] // Phys. Rev. — 2017. — Т. D96, № 3. — С. 034516. — DOI: [10.1103/PhysRevD.96.034516](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.96.034516). — arXiv: [1601.03071](https://arxiv.org/abs/1601.03071) [hep-lat].
170. Calculation of the hadronic vacuum polarization disconnected contribution to the muon anomalous magnetic moment / T. Blum [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2016. — Т. 116, № 23. — С. 232002. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.116.232002](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.116.232002). — arXiv: [1512.09054](https://arxiv.org/abs/1512.09054) [hep-lat].
171. *Krause B.* Higher order hadronic contributions to the anomalous magnetic moment of leptons // Phys. Lett. — 1997. — Т. B390. — С. 392—400. — DOI: [10.1016/S0370-2693\(96\)01346-9](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(96)01346-9). — arXiv: [hep-ph/9607259](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9607259) [hep-ph].
172. Hadronic contribution to the muon anomalous magnetic moment to next-to-next-to-leading order / A. Kurz [и др.] // Phys. Lett. — 2014. — Т. B734. — С. 144—147. — DOI: [10.1016/j.physletb.2014.05.043](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2014.05.043). — arXiv: [1403.6400](https://arxiv.org/abs/1403.6400) [hep-ph].

173. Higher order hadronic and leptonic contributions to the muon $g-2$ / A. Kurz [и др.] // EPJ Web Conf. — 2016. — Т. 118. — С. 01033. — DOI: [10.1051/epjconf/201611801033](https://doi.org/10.1051/epjconf/201611801033). — arXiv: [1511.08222](https://arxiv.org/abs/1511.08222) [[hep-ph](#)].
174. *Melnikov K., Vainshtein A.* Theory of the muon anomalous magnetic moment // Springer Tracts Mod. Phys. — 2006. — Т. 216. — С. 1–176. — DOI: [10.1007/3-540-32807-6](https://doi.org/10.1007/3-540-32807-6).
175. *Hayakawa M., Kinoshita T., Sanda A. I.* Hadronic light by light scattering effect on muon $g-2$ // Phys. Rev. Lett. — 1995. — Т. 75. — С. 790–793. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.75.790](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.75.790). — arXiv: [hep-ph/9503463](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9503463) [[hep-ph](#)].
176. *Hayakawa M., Kinoshita T., Sanda A. I.* Hadronic light by light scattering contribution to muon $g-2$ // Phys. Rev. — 1996. — Т. D54. — С. 3137–3153. — DOI: [10.1103/PhysRevD.54.3137](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.54.3137). — arXiv: [hep-ph/9601310](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9601310) [[hep-ph](#)].
177. *Hayakawa M., Kinoshita T.* Pseudoscalar pole terms in the hadronic light by light scattering contribution to muon $g-2$ // Phys. Rev. — 1998. — Т. D57. — С. 465–477. — DOI: [10.1103/PhysRevD.57.465](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.57.465), [10.1103/PhysRevD.66.019902](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.66.019902). — arXiv: [hep-ph/9708227](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9708227) [[hep-ph](#)]. — [Erratum: Phys. Rev.D66,019902(2002)].
178. *Bijnens J., Pallante E., Prades J.* Analysis of the hadronic light by light contributions to the muon $g-2$ // Nucl. Phys. — 1996. — Т. B474. — С. 379–420. — DOI: [10.1016/0550-3213\(96\)00288-X](https://doi.org/10.1016/0550-3213(96)00288-X). — arXiv: [hep-ph/9511388](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9511388) [[hep-ph](#)].
179. *Bijnens J., Pallante E., Prades J.* Hadronic light by light contributions to the muon $g-2$ in the large $N(c)$ limit // Phys. Rev. Lett. — 1995. — Т. 75. — С. 1447–1450. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.75.1447](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.75.1447). — arXiv: [hep-ph/9505251](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9505251) [[hep-ph](#)]. — [Erratum: Phys. Rev. Lett.75,3781(1995)].
180. *Knecht M., Nyffeler A.* Hadronic light by light corrections to the muon $g-2$: The Pion pole contribution // Phys. Rev. — 2002. — Т. D65. — С. 073034. — DOI: [10.1103/PhysRevD.65.073034](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.65.073034). — arXiv: [hep-ph/0111058](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0111058) [[hep-ph](#)].
181. Hadronic light by light scattering contribution to the muon $g-2$: An Effective field theory approach / M. Knecht [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2002. —

- T. 88. — C. 071802. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.88.071802](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.88.071802). — arXiv: [hep-ph/0111059](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0111059) [[hep-ph](#)].
182. *Melnikov K., Vainshtein A.* Hadronic light-by-light scattering contribution to the muon anomalous magnetic moment revisited // Phys. Rev. — 2004. — T. D70. — C. 113006. — DOI: [10.1103/PhysRevD.70.113006](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.70.113006). — arXiv: [hep-ph/0312226](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0312226) [[hep-ph](#)].
183. *Prades J., Rafael E. de, Vainshtein A.* The Hadronic Light-by-Light Scattering Contribution to the Muon and Electron Anomalous Magnetic Moments // Adv. Ser. Direct. High Energy Phys. — 2009. — T. 20. — C. 303—317. — DOI: [10.1142/9789814271844_0009](https://doi.org/10.1142/9789814271844_0009). — arXiv: [0901.0306](https://arxiv.org/abs/0901.0306) [[hep-ph](#)].
184. *Jegerlehner F., Nyffeler A.* The Muon $g-2$ // Phys. Rept. — 2009. — T. 477. — C. 1—110. — DOI: [10.1016/j.physrep.2009.04.003](https://doi.org/10.1016/j.physrep.2009.04.003). — arXiv: [0902.3360](https://arxiv.org/abs/0902.3360) [[hep-ph](#)].
185. Remarks on higher-order hadronic corrections to the muon $g-2$ / G. Colangelo [и др.] // Phys. Lett. — 2014. — T. B735. — C. 90—91. — DOI: [10.1016/j.physletb.2014.06.012](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2014.06.012). — arXiv: [1403.7512](https://arxiv.org/abs/1403.7512) [[hep-ph](#)].
186. A New Measurement of the π^0 Radiative Decay Width / I. Larin [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2011. — T. 106. — C. 162303. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.106.162303](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.106.162303). — arXiv: [1009.1681](https://arxiv.org/abs/1009.1681) [[nucl-ex](#)].
187. A Measurement of the π^0 , η and η' electromagnetic form-factors / H. J. Behrend [и др.] // Z. Phys. — 1991. — T. C49. — C. 401—410. — DOI: [10.1007/BF01549692](https://doi.org/10.1007/BF01549692).
188. Measurements of the meson - photon transition form-factors of light pseudoscalar mesons at large momentum transfer / J. Gronberg [и др.] // Phys. Rev. — 1998. — T. D57. — C. 33—54. — DOI: [10.1103/PhysRevD.57.33](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.57.33). — arXiv: [hep-ex/9707031](https://arxiv.org/abs/hep-ex/9707031) [[hep-ex](#)].
189. Measurement of the $\gamma\gamma^* \rightarrow \pi^0$ transition form factor / B. Aubert [и др.] // Phys. Rev. — 2009. — T. D80. — C. 052002. — DOI: [10.1103/PhysRevD.80.052002](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.80.052002). — arXiv: [0905.4778](https://arxiv.org/abs/0905.4778) [[hep-ex](#)].

190. Measurement of $\gamma\gamma^* \rightarrow \pi^0$ transition form factor at Belle / S. Uehara [и др.] // Phys. Rev. — 2012. — Т. D86. — С. 092007. — DOI: [10.1103/PhysRevD.86.092007](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.86.092007). — arXiv: [1205.3249](https://arxiv.org/abs/1205.3249) [hep-ex].
191. On the possibility to measure the $\pi^0 t o \gamma\gamma$ decay width and the $\gamma^* \gamma t o \pi^0$ transition form factor with the KLOE-2 experiment / D. Babusci [и др.] // Eur. Phys. J. — 2012. — Т. C72. — С. 1917. — DOI: [10.1140/epjc/s10052-012-1917-1](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-012-1917-1). — arXiv: [1109.2461](https://arxiv.org/abs/1109.2461) [hep-ph].
192. The Muon (g-2) Theory Value: Present and Future / T. Blum [и др.]. — 2013. — arXiv: [1311.2198](https://arxiv.org/abs/1311.2198) [hep-ph].
193. Hadronic light-by-light scattering contribution to the muon g-2 from lattice QCD: Methodology / M. Hayakawa [и др.] // PoS. — 2006. — Т. LAT2005. — С. 353. — arXiv: [hep-lat/0509016](https://arxiv.org/abs/hep-lat/0509016) [hep-lat].
194. Hadronic light-by-light scattering contribution to the muon anomalous magnetic moment from lattice QCD / T. Blum [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2015. — Т. 114, № 1. — С. 012001. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.114.012001](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.114.012001). — arXiv: [1407.2923](https://arxiv.org/abs/1407.2923) [hep-lat].
195. Lattice Calculation of Hadronic Light-by-Light Contribution to the Muon Anomalous Magnetic Moment / T. Blum [и др.] // Phys. Rev. — 2016. — Т. D93, № 1. — С. 014503. — DOI: [10.1103/PhysRevD.93.014503](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.93.014503). — arXiv: [1510.07100](https://arxiv.org/abs/1510.07100) [hep-lat].
196. Connected and Leading Disconnected Hadronic Light-by-Light Contribution to the Muon Anomalous Magnetic Moment with a Physical Pion Mass / T. Blum [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2017. — Т. 118, № 2. — С. 022005. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.118.022005](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.118.022005). — arXiv: [1610.04603](https://arxiv.org/abs/1610.04603) [hep-lat].
197. Lattice QCD calculation of hadronic light-by-light scattering / J. Green [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2015. — Т. 115, № 22. — С. 222003. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.115.222003](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.115.222003). — arXiv: [1507.01577](https://arxiv.org/abs/1507.01577) [hep-lat].
198. *Gerardin A., Meyer H. B., Nyffeler A.* Lattice calculation of the pion transition form factor $\pi^0 \rightarrow \gamma^* \gamma^*$ // Phys. Rev. — 2016. — Т. D94, № 7. — С. 074507. — DOI: [10.1103/PhysRevD.94.074507](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.94.074507). — arXiv: [1607.08174](https://arxiv.org/abs/1607.08174) [hep-lat].

199. *Gerardin A., Meyer H. B., Nyffeler A.* Lattice calculation of the pion transition form factor $\pi^0 \rightarrow \gamma^* \gamma^*$ // PoS. — 2016. — Т. LATTICE2016. — С. 175. — arXiv: [1611.02190](https://arxiv.org/abs/1611.02190) [[hep-lat](#)].
200. A new approach to evaluate the leading hadronic corrections to the muon $g-2$ / С. М. Carloni Calame [и др.] // Phys. Lett. — 2015. — Т. B746. — С. 325—329. — DOI: [10.1016/j.physletb.2015.05.020](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2015.05.020). — arXiv: [1504.02228](https://arxiv.org/abs/1504.02228) [[hep-ph](#)].
201. Measuring the leading hadronic contribution to the muon $g-2$ via μe scattering / G. Abbiendi [и др.] // Eur. Phys. J. — 2017. — Т. C77, № 3. — С. 139. — DOI: [10.1140/epjc/s10052-017-4633-z](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-017-4633-z). — arXiv: [1609.08987](https://arxiv.org/abs/1609.08987) [[hep-ex](#)].
202. A drift chamber for the CMD-2 detector at VEPP-2M / V. М. Aulchenko [и др.] // Nucl. Instrum. Meth. — 1986. — Т. A252. — С. 299—303. — DOI: [10.1016/0168-9002\(86\)91197-6](https://doi.org/10.1016/0168-9002(86)91197-6).
203. A coordinate system of the CMD-2 detector / E. V. Anashkin [и др.] // Nucl. Instrum. Meth. — 1989. — Т. A283. — С. 752—754. — DOI: [10.1016/0168-9002\(89\)91451-4](https://doi.org/10.1016/0168-9002(89)91451-4).
204. The performance of the drift chamber for the CMD-2 detector / D. V. Chernyak [и др.] // Nucl. Instrum. Meth. — 1998. — Т. A419. — С. 370—374. — DOI: [10.1016/S0168-9002\(98\)00877-8](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(98)00877-8).
205. *Ф.В.Игнатов, П.А.Лукин, А.С.Попов и др.* Дрейфовая камера КМД-2 // Препринт ИЯФ. — Новосибирск, 1999. — Т. 99—64.
206. *Анашкин Э.В., Гребенюк А.А., Снопков И.Г. и др.* Z-камера детектора КМД-2 // Препринт ИЯФ. — Новосибирск, 1999. — Т. 99—84.
207. *Анашкин Э.В.* Прецизионное измерение параметров ω мезона с детектором КМД-2 // Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. — ИЯФ СО РАН, 1999.
208. CMD-2 barrel calorimeter / V. М. Aulchenko [и др.] // Nucl. Instrum. Meth. — 1993. — Т. A336. — С. 53—58. — DOI: [10.1016/0168-9002\(93\)91079-3](https://doi.org/10.1016/0168-9002(93)91079-3).

209. *В.М. Аульченко, Г.С. Пискунов, Е.П. Солодов, В.М. Титов* Трековый процессор для КМД-2 // Препринт ИЯФ. — Новосибирск, 1988. — Т. 88—43.
210. *В.М. Аульченко, Б.О. Байбусинов, А.Е. Бондарь и др.* Электроника калориметра КМД-2 // Препринт ИЯФ. — Новосибирск, 1992. — Т. 92—28.
211. *В.М. Аульченко, С.Е. Бару, Г.А. Савинов* Электроника новых детекторов ИЯФ // Препринт ИЯФ. — Новосибирск, 1988. — Т. 88—29.
212. *В.М. Аульченко, Б.О. Байбусинов, В.М. Титов* Информационные платы ТП, ΔT и Т2А системы сбора данных КЛЮКВА // Препринт ИЯФ. — Новосибирск, 1988. — Т. 88—22.
213. *В.М. Аульченко, Л.А. Леонтьев, Ю.В. Усов* Информационная плата А32 системы сбора данных КЛЮКВА // Препринт ИЯФ. — Новосибирск, 1988. — Т. 88—30.
214. *Логашенко И.Б.* Прецизионное измерение сечения $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ в области энергий 0.61 — 0.96 ГэВ с детектором КМД-2 // Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. — ИЯФ СО РАН, 1999.
215. *Logashenko, I. B. and Shamov, A. G.* Software of the slow control system for the CMD-2 detector // Proceedings, 8th International Conference on Computing in High-Energy and Nuclear Physics (CHEP 1995): Rio de Janeiro, Brazil, September 18-22, 1995. — 1995. — С. 864—869.
216. *James F.* MINUIT Function Minimization and Error Analysis: Reference Manual Version 94.1. — 1994.
217. *Сибиданов А.Л.* Измерение сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ на детекторе КМД-2 в диапазоне энергий 370–520 МэВ // Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. — ИЯФ СО РАН, 2008.
218. Monte-Carlo generator for e^+e^- annihilation into lepton and hadron pairs with precise radiative corrections / A. V. Arbuzov [и др.] // Eur. Phys. J. — 2006. — Т. С46. — С. 689—703. — DOI: [10.1140/epjc/s2006-02532-8](https://doi.org/10.1140/epjc/s2006-02532-8). — arXiv: [hep-ph/0504233](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0504233) [hep-ph].

219. Radiative corrections for pion and kaon production at $e^+ e^-$ colliders of energies below 2-GeV / A. B. Arbuzov [и др.] // ЖНЕР. — 1997. — Т. 10. — С. 006. — DOI: [10.1088/1126-6708/1997/10/006](https://doi.org/10.1088/1126-6708/1997/10/006). — arXiv: [hep-ph/9703456](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9703456) [hep-ph].
220. Large angle QED processes at $e^+ e^-$ colliders at energies below 3-GeV / A. B. Arbuzov [и др.] // ЖНЕР. — 1997. — Т. 10. — С. 001. — DOI: [10.1088/1126-6708/1997/10/001](https://doi.org/10.1088/1126-6708/1997/10/001). — arXiv: [hep-ph/9702262](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9702262) [hep-ph].
221. *Игнатов Ф.В.* Измерение формфактора пиона в диапазоне энергий 1.04–1.38 ГэВ с детектором КМД-2 // Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. — ИЯФ СО РАН, 2008.
222. FLUKA: A multi-particle transport code (Program version 2005) / A. Ferrari [и др.]. — 2005.
223. *Fesefeldt H.* The Simulation of Hadronic Showers: Physics and Applications. — 1985.
224. Beam energy measurement and stabilization at the storage ring VEPP-2M / A. Lysenko [и др.] // Nucl. Instrum. Meth. — 1995. — Т. А359. — С. 419–421. — DOI: [10.1016/0168-9002\(94\)01671-2](https://doi.org/10.1016/0168-9002(94)01671-2).
225. *Bruch C., Khodjamirian A., Kuhn J. H.* Modeling the pion and kaon form factors in the timelike region // Eur. Phys. J. — 2005. — Т. С39. — С. 41–54. — DOI: [10.1140/epjc/s2004-02064-3](https://doi.org/10.1140/epjc/s2004-02064-3). — arXiv: [hep-ph/0409080](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0409080) [hep-ph].
226. *Gounaris G. J., Sakurai J. J.* Finite width corrections to the vector meson dominance prediction for $\rho \rightarrow e^+ e^-$ // Phys. Rev. Lett. — 1968. — Т. 21. — С. 244–247. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.21.244](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.21.244).
227. *Kuhn J. H., Santamaria A.* Tau decays to pions // Z. Phys. — 1990. — Т. С48. — С. 445–452. — DOI: [10.1007/BF01572024](https://doi.org/10.1007/BF01572024).
228. Review of Particle Physics / C. Patrignani [и др.] // Chin. Phys. — 2016. — Т. С40, № 10. — С. 100001. — DOI: [10.1088/1674-1137/40/10/100001](https://doi.org/10.1088/1674-1137/40/10/100001).
229. *Krienen F., Loomba D., Meng W.* The Truncated double cosine theta superconducting septum magnet // Nucl. Instrum. Meth. — 1989. — Т. А283. — С. 5–12. — DOI: [10.1016/0168-9002\(89\)91249-7](https://doi.org/10.1016/0168-9002(89)91249-7).

230. The superconducting inflector for the BNL g-2 experiment / A. Yamamoto [и др.] // Nucl. Instrum. Meth. — 2002. — Т. А491. — С. 23—40. — DOI: [10.1016/S0168-9002\(02\)01232-9](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(02)01232-9).
231. A fast non-ferric kicker for the muon (g-2) experiment / E. Efstathiadis [и др.] // Nucl. Instrum. Meth. — 2003. — Т. А496. — С. 8—25. — DOI: [10.1016/S0168-9002\(02\)01627-3](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(02)01627-3).
232. The Brookhaven muon (g-2) storage ring high voltage quadrupoles / Y. K. Semertzidis [и др.] // Nucl. Instrum. Meth. — 2003. — Т. А503. — С. 458—484. — DOI: [10.1016/S0168-9002\(03\)00999-9](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(03)00999-9).
233. The Brookhaven muon storage ring magnet / G. T. Danby [и др.] // Nucl. Instrum. Meth. — 2001. — Т. А457. — С. 151—174. — DOI: [10.1016/S0168-9002\(00\)00704-X](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(00)00704-X).
234. A high precision magnetometer based on pulsed NMR / R. Prigl [и др.] // Nucl. Instrum. Meth. — 1996. — Т. А374. — С. 118—126. — DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/0168-9002\(96\)37493-7](http://dx.doi.org/10.1016/0168-9002(96)37493-7).
235. *Fei X., Hughes V. W., Prigl R.* Precision measurement of the magnetic field in terms of the free-proton NMR frequency // Nucl. Instrum. Meth. — 1997. — Т. А394. — С. 349—356. — DOI: [10.1016/S0168-9002\(97\)84161-7](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(97)84161-7).
236. *Neronov Y. I., Seregin N. N.* Precision determination of the difference in shielding by protons in water and hydrogen and an estimate of the absolute shielding by protons in water // Metrologia. — 2014. — Т. 51, № 1. — С. 54. — URL: <http://stacks.iop.org/0026-1394/51/i=1/a=54>.
237. Electromagnetic calorimeters for the BNL muon (g-2) experiment / S. A. Sedykh [и др.] // Nucl. Instrum. Meth. — 2000. — Т. А455. — С. 346—360. — DOI: [10.1016/S0168-9002\(00\)00576-3](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(00)00576-3).
238. *O.Rind, V.Logashenko and R.Carey* Beam-off Laser Studies // Muon g-2 Note (internal document). — 2000. — Т. 367.
239. *Ivan Logashenko* FIT Pulse Finding Algorithm // Muon g-2 Note (internal document). — 1998. — Т. 334.
240. *Ivan Logashenko* Shapes of WFD pulses and the FIT Pulse Finding Algorithm // Muon g-2 Note (internal document). — 2000. — Т. 369.

241. Detailed Report of the MuLan Measurement of the Positive Muon Lifetime and Determination of the Fermi Constant / V. Tishchenko [и др.] // Phys. Rev. — 2013. — Т. D87, № 5. — С. 052003. — DOI: [10.1103/PhysRevD.87.052003](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.87.052003). — arXiv: [1211.0960 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/1211.0960).
242. *Ivan Logashenko* G2OFF-Based production of 99 Data. Results from Simulation // Muon g-2 Note (internal document). — 2000. — Т. 378.
243. *Farley F. J. N.* Pitch correction in (g-2) experiments // Phys. Lett. — 1972. — Т. 42B. — С. 66—68. — DOI: [10.1016/0370-2693\(72\)90718-6](https://doi.org/10.1016/0370-2693(72)90718-6).
244. *Paley J.* Measurement of the Anomalous Magnetic Moment of the Negative Muon to 0.7 Parts Per Million: дис. ... канд. / Paley J.M. — Boston University, 2004.
245. High precision measurements of the ground state hyperfine structure interval of muonium and of the muon magnetic moment / W. Liu [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 1999. — Т. 82. — С. 711—714. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.82.711](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.82.711).
246. *Mohr P. J., Taylor B. N.* CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 1998 // Rev. Mod. Phys. — 2000. — Т. 72. — С. 351—495. — DOI: [10.1103/RevModPhys.72.351](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.72.351).
247. An Improved Limit on the Muon Electric Dipole Moment / G. W. Bennett [и др.] // Phys. Rev. — 2009. — Т. D80. — С. 052008. — DOI: [10.1103/PhysRevD.80.052008](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.80.052008). — arXiv: [0811.1207 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/0811.1207).
248. *Bluhm R., Kostelecky V. A., Lane C. D.* CPT and Lorentz tests with muons // Phys. Rev. Lett. — 2000. — Т. 84. — С. 1098—1101. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.84.1098](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.84.1098). — arXiv: [hep-ph/9912451 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9912451).
249. Search for Lorentz and CPT violation effects in muon spin precession / G. W. Bennett [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2008. — Т. 100. — С. 091602. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.100.091602](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.100.091602). — arXiv: [0709.4670 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/0709.4670).