

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
НАУКИ ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ ИМ. Г.И. БУДКЕРА
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

Воробьев Виталий Сергеевич

**МОДЕЛЬНО-НЕЗАВИСИМОЕ ПОЛУЧЕНИЕ
СР-НАРУШАЮЩИХ ПАРАМЕТРОВ С
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОГЕРЕНТНЫХ СОСТОЯНИЙ
НЕЙТРАЛЬНЫХ D-МЕЗОНОВ**

Специальность 01.04.16 —

«физика атомного ядра и элементарных частиц»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
член-корреспондент РАН, профессор,
доктор физико-математических наук
Бондарь Александр Евгеньевич

Новосибирск — 2016

Оглавление

	Стр.
Введение	5
Глава 1. Феноменология нарушения CP-симметрии	9
1.1 Дискретные симметрии в Стандартной Модели	9
1.2 Механизм Кобаяши-Маскавы	10
1.3 Осцилляции нейтральных мезонов	13
1.4 CP-нарушение в распадах B-мезонов	17
1.5 Вреязависимые измерения на асимметричной B-фабрике	25
1.6 Экспериментальный статус изучения CP-нарушения в распадах B-мезонов	27
1.6.1 CP-нарушение в древесных переходах	27
1.6.2 CP-нарушение в интерференции древесных и петлевых переходов	34
1.6.3 Комбинация измерений параметров КKM-матрицы	37
Глава 2. Модельно-независимое получение параметров с использованием многочастичных распадов	39
2.1 Модельно-независимый анализ трехчастичных распадов	40
2.2 Симметричный коллайдер, работающий вблизи порога рождения пар D-мезонов	43
2.2.1 Измерение параметров C_i и S_i	44
2.2.2 Измерение параметров смешивания D-мезонов	47
2.3 Асимметричный коллайдер, работающий вблизи порога рождения пар B-мезонов	54
2.3.1 Измерение параметров смешивания D-мезонов во времязависимом анализе	54
2.3.2 Влияние осцилляций D-мезонов на модельно-независимое измерение параметра γ	55

2.3.3	Влияние прямого CP-нарушения в распадах D-мезонов на модельно-независимое измерение параметра γ	57
2.3.4	Модельно-независимое измерение параметра β во времязависимом анализе	63
2.4	Разбиение фазового пространства в пределе большой статистики	69
Глава 3. Эксперимент Belle		71
3.1	Ускоритель КЕКВ	71
3.2	Детектор Belle	73
3.2.1	Кремниевый вершинный детектор	74
3.2.2	Центральная дрейфовая камера	77
3.2.3	Аэрогелевые черенковские счетчики	80
3.2.4	Времяпролетные счетчики	82
3.2.5	Электромагнитный калориметр	84
3.2.6	Сверхпроводящий магнит	86
3.3	Триггер и система сбора данных	87
3.4	Модернизация электромагнитного калориметра	91
Глава 4. Измерение параметра β в распадах $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0} h^0$, $\bar{D}^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ в эксперименте Belle		96
4.1	Реконструкция и отбор событий	98
4.1.1	Критерии отбора	99
4.1.2	Выбор из нескольких кандидатов	102
4.1.3	Определение аромата B-мезона	103
4.1.4	Кинематическая реконструкция распадов частиц	104
4.1.5	Классификация фоновых событий	106
4.1.6	Подавление фона от легких кварков	107
4.2	Изучение ΔE - M_{bc} распределений	112
4.2.1	Определение количества сигнальных событий	113
4.3	Измерение параметров K_i	118
4.4	Изучение распределения Δt	123
4.4.1	Параметризация фонового распределения Δt	123
4.4.2	Параметризация временного разрешения	126
4.4.3	Измерение времени жизни B-мезона	126

4.4.4	Измерение CP -нарушающих параметров	128
4.5	Оценка систематической неопределенности	129
4.6	Обсуждение полученных результатов	135
	Заключение	137
	Список литературы	140
	Приложение А. Формализм с учетом CP-нарушения в смешивании D-мезонов	157
	Приложение Б. Процедура проведения численных экспериментов методом Монте-Карло	160
	Приложение В. Кинематическая реконструкция вершин распадов	162
	Приложение Г. Параметризация ΔE-M_{bc} распределений	163
	Приложение Д. Параметризация временного разрешения в эксперименте Belle	169

Введение

Эксперименты Belle и BaBar, начавшие в 1999 году набирать данные на B -фабриках KEKB и PEP-II, соответственно, существенно продвинули понимание физики тяжелых кварков. Ключевым результатом работы этих экспериментов стало наблюдение и детальное изучение нарушения CP -симметрии в распадах B -мезонов. Все обнаруженные CP -нарушающие явления находятся в согласии с механизмом CP -нарушения Кобаяши-Маскавы (КМ) для слабых заряженных токов.

Нарушение CP -симметрии важно не только с точки зрения описания взаимодействий элементарных частиц. Нарушение этой симметрии необходимо для описания бариогенеза и механизма формирования преобладания материи над антиматерией в видимой части Вселенной. Есть основания полагать, что требуемая для описания бариогенеза степень нарушения CP -симметрии не может быть обеспечена КМ-механизмом, поэтому прецизионное измерение параметров этого механизма и поиск новых механизмов нарушения CP -симметрии являются актуальными задачами экспериментальной физики высоких энергий.

Анализ многочастичных распадов является замечательным инструментом для измерения параметров CP -нарушения и осцилляций нейтральных мезонов. В некоторых случаях использование многочастичных распадов является необходимым условием для измерения величины параметра (а не установления факта отличия его величины от нуля). Особенностью таких измерений является необходимость обладать информацией о не наблюдаемой непосредственно фазе амплитуды многочастичного распада. Амплитуда распада не может быть получена из первых принципов из-за непертурбативных эффектов квантовой хромодинамики. Эта проблема может быть решена с помощью построения феноменологической модели амплитуды распада и вычисления фазы с помощью этой модели. Такой подход, однако, неизбежно приводит к неустранимой и плохо контролируемой модельной неопределенности, которая может стать определяющей при выполнении прецизионных измерений в экспериментах LHCb и Belle II.

Альтернативный подход, в котором среднее значение разности фаз амплитуд распадов D^0 - и \bar{D}^0 -мезонов для определенной области фазового простран-

ства извлекаются из эксперимента, не требует построения модели. Этот подход может применяться в экспериментах LHCb, Belle II, а также на Чарм-Тау-фабрике.

Целью данной работы является разработка и доказательство практической реализуемости модельно-независимого подхода к измерению параметров смешивания мезонов и параметров нарушения \mathcal{CP} -симметрии с использованием многочастичных распадов D - и B -мезонов.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Исследовать влияние осцилляций и прямого нарушения \mathcal{CP} -симметрии в распадах D -мезонов на измеряемую величину \mathcal{CP} -нарушающего параметра γ модельно-независимо измеряемую в распадах $B^\pm \rightarrow DK^\pm$, $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$.
2. Разработать модельно-независимый метод получения параметров осцилляций и параметров нарушения \mathcal{CP} -симметрии в осцилляциях D -мезонов.
3. Разработать модельно-независимый метод получения параметра \mathcal{CP} -нарушения β в распадах $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 h^0$, $\bar{D}^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$, $h^0 \in \{\pi^0, \eta^{(\prime)}, \omega\}$.
4. Выполнить модельно-независимое измерение параметра β в вышеупомянутом распаде, используя разработанный метод.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Изучено влияние осцилляций нейтральных D -мезонов на наблюдаемую величину параметра γ в модельно-независимом измерении в распадах $B^\pm \rightarrow DK^\pm$, $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ и предложена процедура, при которой осцилляции D -мезонов смещают наблюдаемую величину не более, чем на 0.2° .
2. Показано, что в предположении сохранения \mathcal{CP} -симметрии в распадах $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ и при существующих экспериментальных ограничениях на величину этого нарушения, смещение наблюдаемой величины γ при модельно-независимом измерении в распадах $B^\pm \rightarrow DK^\pm$, $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$, не превосходит 3° .

3. Показано, что модельно-независимое получение параметра γ в распадах $B^\pm \rightarrow DK^\pm$, $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ возможно без предположения сохранения \mathcal{CP} -симметрии в распадах $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$; при этом не наблюдается существенного снижения статистической чувствительности.
4. Предложен метод модельно-независимого измерения параметров смешивания и \mathcal{CP} -нарушения в смешивании нейтральных D -мезонов в процессе $e^+e^- \rightarrow D\bar{D}^*$ без измерения времени распада D .
5. Предложен метод модельно-независимого получения параметров смешивания и \mathcal{CP} -нарушения в смешивании нейтральных D -мезонов в процессе $D^{*+} \rightarrow D^0 \pi^+$, $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ с измерением времени распада D .
6. Предложен метод модельно-независимого измерения \mathcal{CP} -нарушающей фазы β в распадах $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0} h^0$, $\bar{D}^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$; данный метод позволяет разрешить неопределенность, присущую измерению 2β в переходах $b \rightarrow c\bar{c}s$.
7. Впервые выполнено модельно-независимое измерение фазы β в распадах $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0} h^0$, $\bar{D}^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ и получен результат $\beta = 11.7^\circ \pm 7.8^\circ \pm 2.1^\circ$, позволяющий разрешить неопределенность значения 2β на уровне достоверности, превышающем 5 стандартных отклонений.
8. Подготовлен алгоритм для автоматического измерения характеристик модуля усилителя-формирователя калориметра Belle II, который был использован для проверки характеристик всех изготовленных модулей.

Научная новизна: впервые выполнено модельно-независимое измерение параметра β в распадах $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0} h^0$, $\bar{D}^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$; впервые предложены свободные от модельной неопределенности методы измерения параметров смешивания D -мезонов и \mathcal{CP} -нарушающего параметра β с использованием многочастичных распадов нейтральных D -мезонов.

Научная и практическая значимость: предложенный метод измерения параметра β , а также результаты исследования процедуры модельно-независимого измерения параметра γ используются и будут использоваться при выполнении прецизионных измерений в экспериментах BaBar, Belle, Belle II и ЛНСб. Предложенный метод измерения параметров осцилляций D -мезонов может быть использован при выполнении измерений в эксперименте BES-III и в будущих экспериментах на Чарм-Тау-фабрике.

Степень достоверности полученных результатов обеспечивается публикацией основных результатов в рецензируемых журналах с высокой цитируемостью. Результаты измерения параметра β находятся в согласии с предыдущим измерением в эксперименте Belle, а также с результатом измерения, выполненного группой BaBar.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на научных семинарах в ИЯФ СО РАН и КЕК (Цукуба, Япония). Результаты измерения параметра β были доложены на конференциях XIII Heavy Quarks and Leptons conference (HQL 2016) и 38th International Conference On High Energy Physics (ICHEP 2016).

Личный вклад. Изложенные в работе результаты получены автором лично либо при его определяющем вкладе.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 5 печатных изданиях, 5 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и пяти приложений. В первой главе рассмотрены основные феноменологические подходы к изучению нарушения CP -симметрии в ускорительных экспериментах и описан экспериментальный статус изучения нарушения CP -симметрии. Во второй главе описан модельно-независимый подход к анализу многочастичных распадов D - и B -мезонов, предложена программа измерений для асимметричной B -фабрики, симметричной Чарм-Тау-фабрики и в эксперименте ЛНСб. В третьей главе представлено описание электрон-позитронного коллайдера КЕКВ и детектора Belle, описан вклад автора диссертации в подготовку электромагнитного калориметра детектора BelleII. В четвертой главе обсуждается выполненное в эксперименте Belle первое модельно-независимое измерение параметра β в распадах $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0} h^0$, $\bar{D}^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$. Полный объем диссертации составляет 172 страницы с 59 рисунками и 19 таблицами. Список литературы содержит 138 наименований.

Глава 1. Феноменология нарушения CP -симметрии

В этой главе рассмотрены основные феноменологические подходы к изучению нарушения CP -симметрии в ускорительных экспериментах и описан экспериментальный статус изучения нарушения CP -симметрии.

1.1 Дискретные симметрии в Стандартной Модели

Симметрии играют фундаментальную роль в физической картине мира. Соображения симметрии позволяют развивать теории на основе самых общих принципов. Физический закон называют инвариантным (симметричным) относительно некоторого преобразования, если под действием этого преобразования *вид* закона не меняется. Так, все известные законы инвариантны относительно произвольного сдвига в пространстве: $\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r} + \delta\mathbf{r}$. Преобразования и соответствующие им симметрии могут быть *непрерывными* (например, произвольный сдвиг в пространстве) или *дискретными* (например, пространственное отражение).

Согласно теореме Нётер [1], каждой непрерывной симметрии соответствует некоторый закон сохранения. Например, с однородностью и изотропностью пространства связаны соответственно законы сохранения импульса и момента импульса.

В теории квантовых полей важную роль играют дискретные преобразования и связанные с ними симметрии. В частности, если теория соблюдает принципы локальности, релятивистской инвариантности и причинности, то лагранжиан такой теории будет инвариантен относительно CPT -преобразования, где C означает оператор зарядового сопряжения, P означает оператор пространственной четности, меняющий знак пространственных координат $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$, а T означает оператор обращения времени $t \rightarrow -t$. Калибровочные теории, являющиеся частью Стандартной Модели (СМ) элементарных частиц, построены согласно принципу CPT -инвариантности.

Наблюдения показывают, что электромагнитное и сильное взаимодействия инвариантны относительно \mathcal{P} - и \mathcal{CP} -преобразований, а слабое взаимодействие нарушает эти симметрии. Нарушение \mathcal{P} -симметрии было экспериментально обнаружено в 1957 году при изучении β -распада поляризованных ядер кобальта ^{60}Co [2]. Несохранение \mathcal{P} -четности связано со структурой лагранжиана слабого взаимодействия, в который входят векторные и псевдовекторные токи. Первые меняют знак при \mathcal{P} преобразовании, в то время как вторые не меняются.

После обнаружения несохранения \mathcal{P} -четности Ландау выдвинул гипотезу о сохранении комбинированной \mathcal{CP} -четности в слабых взаимодействиях. В 1963 году, однако, несохранение \mathcal{CP} -четности (\mathcal{CP} -нарушение) в слабых взаимодействиях было обнаружено экспериментально при изучении распадов K_L^0 -мезонов [3]. Кроме того, Сахаров отметил, что \mathcal{CP} -нарушение является одним из необходимых условий формирования барионной асимметрии [4]. После этого Кобаяши и Маскава предложили механизм (КМ-механизм), который в случае трех поколений кварков приводит к нарушению \mathcal{CP} -симметрии в слабых заряженных токах [5]. Согласно КМ-механизму, \mathcal{CP} -нарушающие эффекты во всей полноте проявляются в распадах B -мезонов, в которых задействованы кварки трех поколений. Начавшие в 2003 работу эксперименты BaBar [6] и Belle [7] на B -фабриках PEP-II [8] (США) и KEKB [9] (Япония), соответственно, позволили детально изучить многие \mathcal{CP} -нарушающие феномены в распадах B -мезонов и подтвердить справедливость КМ-механизма.

1.2 Механизм Кобаяши-Маскавы

При описании процессов, обусловленных слабыми заряженными токами, полезной оказывается идея *смешивания* кварковых полей. Согласно этой идее, лагранжиан слабых заряженных токов описывает взаимодействие кварковых полей q_u и q'_b , где $q_u = \{u, c, t\}$ — вектор полей верхних кварков, а $q'_b = \{d', s', b'\}$

— вектор линейных комбинаций полей нижних кварков:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = V_{\text{СКМ}} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}, \quad (1.1)$$

где $V_{\text{СКМ}}$ — унитарная матрица смешивания кварков, называемая матрицей Кабиббо-Кобаяши-Маскавы (ККМ). Матрица смешивания анти-кварков получается из матрицы $V_{\text{СКМ}}$ с помощью комплексного сопряжения. Таким образом, взаимодействие кварков отличается от взаимодействия анти-кварков, если $V_{\text{СКМ}}^* \neq V_{\text{СКМ}}$. В общем виде матрица $V_{\text{СКМ}}$ может быть параметризована с помощью четырех параметров: трех углов Эйлера (θ_{12} , θ_{13} и θ_{23}) и одной фазы δ [10]:

$$V_{\text{СКМ}} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \quad (1.2)$$

где $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ и $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$. Фаза δ является единственным параметром см, отвечающим за нарушение \mathcal{CP} -симметрии.

На практике чаще применяется параметризация матрицы ККМ, предложенная Вольфенштейном [11]. В этой параметризации ККМ-матрица записана в виде разложения по малому параметру λ :

$$V_{\text{СКМ}} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\bar{\rho} - i\bar{\eta}) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \bar{\rho} - i\bar{\eta}) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4). \quad (1.3)$$

Экспериментальные значения параметров Вольфенштейна — следующие [12]:

$$\begin{aligned} \lambda &= 0.22537 \pm 0.00061, & A &= 0.814_{-0.024}^{+0.023}, \\ \bar{\rho} &= 0.117 \pm 0.021, & \bar{\eta} &= 0.353 \pm 0.013. \end{aligned} \quad (1.4)$$

В случае двух поколений кварков, при подходящем выборе ненаблюдаемых комплексных фаз, матрица смешивания кварков может быть сведена к действительной матрице. Такая матрица является двумерной матрицей поворота на угол θ_C , называемый углом Кабиббо [13]. Из уравнения (1.3) видно, что параметр λ соответствует величине $\sin \theta_C$. Именно существование трех поколений кварков естественно приводит к нарушению \mathcal{CP} -симметрии, хотя величина этого нарушения и не предсказывается.

Экспериментальная проверка описанного механизма нарушения \mathcal{CP} -симметрии сводится к измерению величин элементов КKM-матрицы и проверке условия унитарности. Наиболее подходящим для экспериментальной проверки является соотношение

$$\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} + \frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} + 1 = 0. \quad (1.5)$$

Соотношение (1.5) может быть представлено в виде треугольника на комплексной плоскости (рисунок 1.1), называемого Треугольником Унитарности (ТУ). Вершины ТУ находятся в точках $(0,0)$, $(1,0)$ и $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$, а величины углов выражаются через элементы КKM-матрицы следующим образом:

$$\alpha = \arg \left(-\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{ud}V_{ub}^*} \right), \quad \beta = \arg \left(-\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*} \right), \quad \gamma = \arg \left(-\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} \right) \quad (1.6)$$

(в литературе также встречается альтернативное обозначение: $\alpha \equiv \varphi_2$, $\beta \equiv \varphi_1$ и $\gamma \equiv \varphi_3$). Измерение длин сторон и величин углов Треугольника Унитарности является одной из главных задач физики тяжелых кварков.

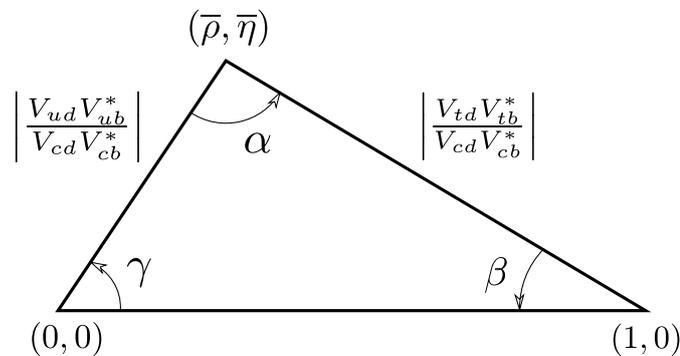


Рисунок 1.1 — Соотношение (1.5), представленное в виде треугольника на комплексной плоскости (Треугольник Унитарности)

1.3 Осцилляции нейтральных мезонов

Четыре нейтральных мезона

$$K^0(s\bar{d}), \quad D^0(c\bar{u}), \quad B^0(\bar{b}d), \quad B_s^0(\bar{b}s) \quad (1.7)$$

и их античастицы не являются истинно-нейтральными частицами, т.е. не переходят в себя при \mathcal{CP} -сопряжении. Во втором порядке по слабому взаимодействию существуют процессы, переводящие каждый из этих мезонов в соответствующий антимезон (и обратно). Это означает, что состояния с определенным кварковым составом (*ароматом*) не являются собственными (*массовыми*) состояниями лагранжиана слабых взаимодействий. Состояния с определенным ароматом ($|P^0\rangle, |\bar{P}^0\rangle$) связаны с массовыми состояниями ($|P_H\rangle, |P_L\rangle$) линейным преобразованием

$$\begin{pmatrix} |P_L\rangle \\ |P_H\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p & q \\ p & -q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |P^0\rangle \\ |\bar{P}^0\rangle \end{pmatrix}, \quad (1.8)$$

где P обозначает любой из рассматриваемых нейтральных мезонов, индекс H (L) соответствует состоянию с большей (меньшей) массой, p и q — комплексные коэффициенты, ограниченные нормировочным условием $|p|^2 + |q|^2 = 1$. Временная эволюция массовых состояний задается следующими соотношениями:

$$|P_H(t)\rangle = e^{-im_H t - \frac{\Gamma_H}{2}t} |P_H(0)\rangle, \quad |P_L(t)\rangle = e^{-im_L t - \frac{\Gamma_L}{2}t} |P_L(0)\rangle, \quad (1.9)$$

где $m_{\{H,L\}}$ и $\Gamma_{\{H,L\}}$ обозначают соответственно массу и ширину состояний. Уравнения (1.8) и (1.9) позволяют получить временную эволюцию состояний с определенным ароматом:

$$\begin{pmatrix} |P^0(t)\rangle \\ |\bar{P}^0(t)\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varkappa(t) & i\frac{q}{p}\sigma(t) \\ i\frac{p}{q}\sigma(t) & \varkappa(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |P^0(0)\rangle \\ |\bar{P}^0(0)\rangle \end{pmatrix}, \quad (1.10)$$

где

$$\begin{aligned}\varkappa(t) &= e^{-imt - \frac{\Gamma t}{2}} \cos\left(\frac{\Delta mt}{2} - i\frac{\Delta\Gamma t}{4}\right), \\ \sigma(t) &= e^{-imt - \frac{\Gamma t}{2}} \sin\left(\frac{\Delta mt}{2} - i\frac{\Delta\Gamma t}{4}\right),\end{aligned}\tag{1.11}$$

и

$$\Delta m \equiv m_H - m_L, \quad m \equiv \frac{1}{2}(m_H + m_L), \quad \Delta\Gamma \equiv \Gamma_H - \Gamma_L, \quad \Gamma \equiv \frac{1}{2}(\Gamma_H + \Gamma_L).\tag{1.12}$$

Осцилляции нейтральных мезонов играют важную роль в феноменологии \mathcal{CP} -нарушения (смотрите пункт 1.4).

Осцилляции B -мезонов. Большая масса b -кварка, входящего в B -мезоны, определяет то, что переходы $B^0 \leftrightarrow \bar{B}^0$ происходят преимущественно за счет процессов на малых расстояниях (рисунок 1.2), без образования промежуточных связанных состояний (например, $B^0 \rightarrow D^+ D^- \rightarrow \bar{B}^0$).

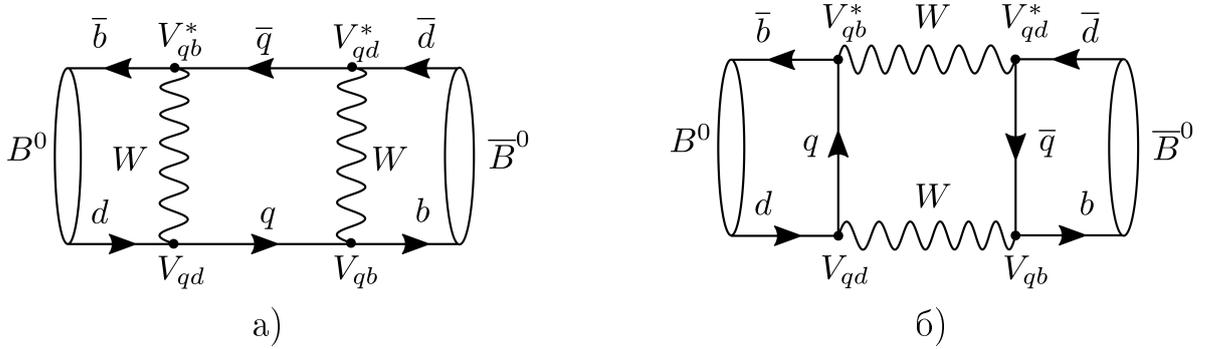


Рисунок 1.2 — Процессы, определяющие переходы $B^0 \leftrightarrow \bar{B}^0$. q обозначает промежуточные верхние кварки $\{u, c, t\}$.

Экспериментальное наблюдение осцилляций B -мезонов впервые выполнено группой ARGUS в 1987 году [14]. В дальнейшем, осцилляции B -мезонов были детально изучены группами ALEPH [15], DELPHI [16], L3 [17], OPAL [18], CDF [19], D0 [20], CLEO [21], BaBar [22], Belle [23] и LHCb [24].

Ширины массовых состояний нейтральных B -мезонов близки¹ [25], поэтому для простоты изложения мы пренебрежем их отличием (сравните с уравне-

¹Для B_s^0 -мезонов это приближение не выполняется.

нием (1.11)):

$$\varkappa_B(t) = e^{-im_B t} e^{-\frac{\Gamma_B t}{2}} \cos \frac{\Delta m_B t}{2}, \quad \sigma_B(t) = e^{-im_B t} e^{-\frac{\Gamma_B t}{2}} \sin \frac{\Delta m_B t}{2}. \quad (1.13)$$

Разность масс Δm_B и время жизни $\tau_B \equiv 1/\Gamma_B$ нейтральных B -мезонов измерены с высокой точностью [25]:

$$\Delta m_B = 0.5065 \pm 0.0019 \text{ пс}^{-1}, \quad \tau_B = 1.520 \pm 0.004 \text{ пс}. \quad (1.14)$$

На рисунке 1.3а показаны графики функций $|\varkappa_B(t)|^2$ и $|\sigma_B(t)|^2$, соответствующие измеренным параметрам.

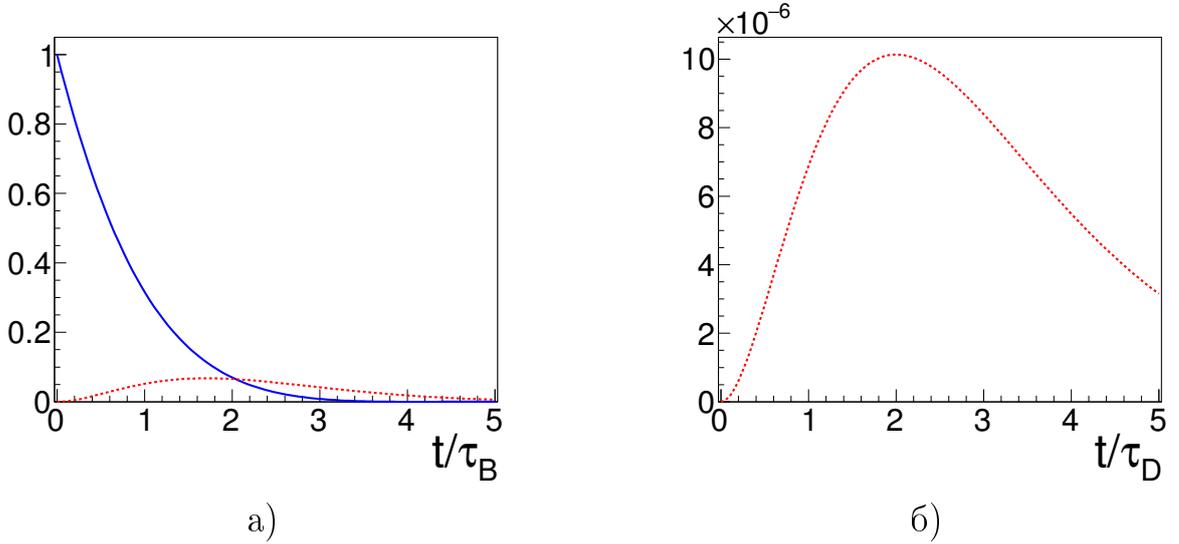


Рисунок 1.3 — Графики функций а) $|\varkappa_B(t)|^2$ (непрерывная синяя линия), $|\sigma_B(t)|^2$ (пунктирная красная линия) (уравнение (1.13)) и б) $|\sigma_D(t)|^2$ (уравнение (1.20)), описывающих временную эволюцию B - и D -мезонов.

Осцилляции D -мезонов. Временная эволюция нейтральных D -мезонов заметно отличается от временной эволюции B -мезонов. Вклад процессов на малых расстояниях (рисунок 1.4а) в переходы $D^0 \leftrightarrow \bar{D}^0$ подавлен в соответствии с механизмом Глэшоу-Илиопулоса-Майяни [26], поскольку эти процессы в основном определяются кварками первых двух поколений. Основной вклад в переходы $D^0 \leftrightarrow \bar{D}^0$ дают процессы с образованием промежуточных мезонных состояний (рисунок 1.4б) [27], поэтому теоретический расчет параметров ос-

цилляций D -мезонов неизбежно сталкивается с трудностями, обусловленными необходимостью учета взаимодействия адронов на больших расстояниях.

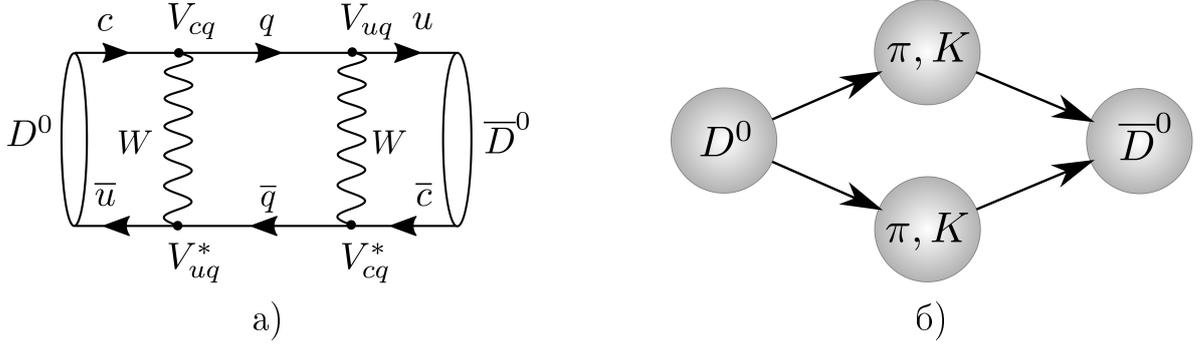


Рисунок 1.4 — Процессы, дающие вклад в переходы $D^0 \leftrightarrow \bar{D}^0$.

Для описания осцилляций нейтральных D -мезонов вводят *параметры смешивания*:

$$x_D \equiv \frac{\Delta m_D}{\Gamma_D}, \quad y_D \equiv \frac{\Delta \Gamma_D}{2\Gamma_D}. \quad (1.15)$$

Экспериментальное наблюдение осцилляций D -мезонов впервые выполнено в 2007 году группами BaBar [28] и Belle [29]. Группа BaBar выполнила анализ распадов $D^0 \rightarrow K^+\pi^-$, в которых был измерен параметр $y'_D = -x_D \sin \delta_{K\pi} + y_D \cos \delta_{K\pi}$, где $\delta_{K\pi}$ обозначает разность фаз между амплитудами распадов $D^0 \rightarrow K^+\pi^-$ и $\bar{D}^0 \rightarrow K^+\pi^-$:

$$y'_D = (9.7 \pm 4.4 \pm 3.1) \times 10^{-3}. \quad (1.16)$$

Группа Belle опубликовала измерение параметра $y_D^{\mathcal{CP}}$, который равен параметру y_D в случае сохранения \mathcal{CP} -симметрии в осцилляциях D -мезонов:

$$y_D^{\mathcal{CP}} = (13.1 \pm 3.2 \pm 2.5) \times 10^{-3}. \quad (1.17)$$

Это измерение выполнено посредством сравнения эффективных времен жизни D^0 -мезона при его распаде в \mathcal{CP} -собственные конечные состояния (K^+K^- и $\pi^+\pi^-$) и в конечное состояние $K^-\pi^+$.

Прямые измерения параметров смешивания выполнены посредством времязависимого анализа распадов $D^{*+} \rightarrow D^0\pi^+$, $D^0 \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-$:

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned} x_D &= (+0.56 \pm 0.19_{-0.09-0.09}^{+0.03+0.06}) \times 10^{-2} \\ y_D &= (+0.30 \pm 0.15_{-0.05-0.06}^{+0.04+0.03}) \times 10^{-2} \end{aligned} \right\} \text{ Belle [30],} \\
 & \left. \begin{aligned} x_D &= (+0.16 \pm 0.23 \pm 0.12 \pm 0.08) \times 10^{-2} \\ y_D &= (+0.57 \pm 0.20 \pm 0.13 \pm 0.07) \times 10^{-2} \end{aligned} \right\} \text{ BaBar [31],} \\
 & \left. \begin{aligned} x_D &= (-0.86 \pm 0.53 \pm 0.17) \times 10^{-2} \\ y_D &= (+0.03 \pm 0.46 \pm 0.13) \times 10^{-2} \end{aligned} \right\} \text{ LHCb [32].}
 \end{aligned} \tag{1.18}$$

Комбинация всех доступных в настоящее время измерений времени жизни нейтральных D -мезонов дает [12]

$$\tau_D = 0.4101 \pm 0.0015 \text{ пс.} \tag{1.19}$$

Учитывая малость параметров смешивания, эволюционные коэффициенты (1.11) можно разложить в ряд Тейлора:

$$\begin{aligned}
 \kappa_D(t) &= e^{-im_D t - \frac{\Gamma_D t}{2}} \left[1 + \mathcal{O}((\Gamma_D t)^2 (x_D + y_D)^2) \right], \\
 \sigma_D(t) &= e^{-im_D t - \frac{\Gamma_D t}{2}} \left[\frac{\Gamma_D t}{2} (x_D - iy_D) + \mathcal{O}((\Gamma_D t)^2 (x_D + y_D)^2) \right].
 \end{aligned} \tag{1.20}$$

На рисунке 1.3б показана функция $|\sigma_D(t)|^2$, дающая представление о малости эффекта осцилляций в системе нейтральных D -мезонов.

1.4 CP-нарушение в распадах B -мезонов

Под нарушением \mathcal{CP} -симметрии в распадах B -мезонов понимают отличие вероятности перехода $B \rightarrow f$ от вероятности \mathcal{CP} -сопряженного перехода $\bar{B} \rightarrow \bar{f}$, где f обозначает конечное состояние, $B = \{B^0, B^+\}$, $\bar{B} = \{\bar{B}^0, B^-\}$,

$\mathcal{CP}(f) = \bar{f}$ и $\mathcal{CP}(B) = \bar{B}$. Если конечное состояние f имеет кинематические степени свободы (три или более частицы в конечном состоянии), то различие дифференциальных вероятностей при сохранении полной вероятности также следует считать нарушением \mathcal{CP} -симметрии.

Обозначим комплексную фазу элемента ККМ-матрицы, входящего в матричный элемент перехода, через φ . Эта фаза меняет знак при \mathcal{CP} -сопряжении и обычно называется *слабой* фазой. Компонента δ комплексной фазы матричного элемента, инвариантная относительно \mathcal{CP} -преобразования, во многих случаях определяемая сильным взаимодействием, называется *сильной* фазой.

В рамках КМ-механизма, \mathcal{CP} -нарушение в распадах B -мезонов может возникнуть только при наличии *двух* или более слагаемых в амплитуде перехода с различными сильными и слабыми фазами. Действительно, рассмотрим состоящую из двух слагаемых амплитуду

$$\mathcal{A} = |\mathcal{A}_1|e^{i(\delta_1+\varphi_1)} + |\mathcal{A}_2|e^{i(\delta_2+\varphi_2)}, \quad (1.21)$$

такую, что $r \equiv |\mathcal{A}_2|/|\mathcal{A}_1| < 1$. Вероятность перехода пропорциональна квадрату модуля амплитуды перехода:

$$\mathcal{P} \equiv |\mathcal{A}|^2 = \mathcal{P}_1 [1 + r^2 + 2r \cos(\Delta\delta + \Delta\varphi)], \quad (1.22)$$

где $\mathcal{P}_i \equiv |\mathcal{A}_i|^2$, $\Delta\delta \equiv (\delta_2 - \delta_1)$ и $\Delta\varphi \equiv \varphi_2 - \varphi_1$. Вероятность \mathcal{CP} -сопряженного процесса пропорциональна

$$\bar{\mathcal{P}} \equiv |\bar{\mathcal{A}}|^2 = \mathcal{P}_1 [1 + r^2 + 2r \cos(\Delta\delta - \Delta\varphi)], \quad (1.23)$$

Набором необходимых и достаточных условий для отличия \mathcal{P} от $\bar{\mathcal{P}}$ является:

$$r \neq 0, \quad \Delta\delta \notin \{0, \pi\} \quad \varphi_1 \notin \{0, \pi\}. \quad (1.24)$$

Введем \mathcal{CP} -асимметрию — параметр, характеризующий степень нарушения \mathcal{CP} -симметрии:

$$\mathcal{A}_{\mathcal{CP}} = \frac{\bar{\mathcal{P}} - \mathcal{P}}{\bar{\mathcal{P}} + \mathcal{P}} = \frac{2r \sin \Delta\delta \sin \Delta\varphi}{1 + r^2 + 2r \cos \Delta\delta \cos \Delta\varphi}, \quad |\mathcal{A}_{\mathcal{CP}}| \leq 1. \quad (1.25)$$

Для наблюдения нарушения \mathcal{CP} -симметрии необходима интерференция между двумя (или более) процессами, приводящими к одному и тому же конечному состоянию. Рассмотрим два примера, иллюстрирующие этот вывод и широко используемые для измерения углов ТУ.

Измерение угла γ в распадах $B^\pm \rightarrow DK^\pm$. Распад $B^- \rightarrow D^0 K^-$ происходит посредством кваркового перехода $b \rightarrow c\bar{u}s$ (рисунок 1.5а), распад $B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-$ — посредством кваркового перехода $b \rightarrow \bar{c}us$ (рисунок 1.5б). Если нейтральный D -мезон переходит в конечное состояние f_D , доступное для D -мезонов обоих ароматов, то амплитуда процесса $B^- \rightarrow f_D K^-$ запишется в виде суммы

$$\mathcal{A}_{B^- \rightarrow DK^-} = \mathcal{A}_{B^- \rightarrow D^0 K^-} \mathcal{A}_{D^0 \rightarrow f_D} + \mathcal{A}_{B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-} \mathcal{A}_{\bar{D}^0 \rightarrow f_D}, \quad (1.26)$$

Квадрат модуля амплитуды (1.26) можно представить в следующем виде:

$$\mathcal{P}_{B^- \rightarrow DK^-} \equiv |\mathcal{A}_{B^- \rightarrow DK^-}|^2 = \mathcal{P}_{B^- \rightarrow D^0 K^-} \left| \mathcal{A}_{D^0 \rightarrow f_D} + r_B e^{i(\Delta\delta_B + \gamma)} \mathcal{A}_{\bar{D}^0 \rightarrow f_D} \right|^2, \quad (1.27)$$

где

$$r_B \equiv \left| \frac{\mathcal{A}_{B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-}}{\mathcal{A}_{B^- \rightarrow D^0 K^-}} \right|, \quad \Delta\delta_B + \gamma = \arg \left(\frac{\mathcal{A}_{B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-}}{\mathcal{A}_{B^- \rightarrow D^0 K^-}} \right). \quad (1.28)$$

Величина $\Delta\delta_B$ определяется сильным взаимодействием, в то время как слабая фаза определяется элементами ККМ-матрицы, входящими в амплитуды процессов, представленных на рисунке 1.5, и равна углу γ ТУ. Измерения показали, что величина параметра r_B близка к 0.1 [33–35].

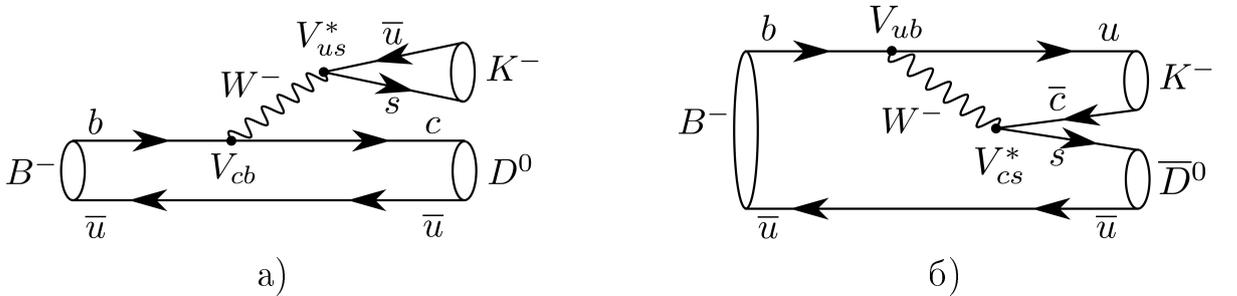


Рисунок 1.5 — Процессы, приводящие к распадам а) $B^- \rightarrow D^0 K^-$ и б) $B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-$

Вероятность \mathcal{CP} -сопряженного распада $B^+ \rightarrow \bar{f}_D K^+$ запишем в следующем виде:

$$\mathcal{P}_{B^+ \rightarrow DK^+} = \mathcal{P}_{B^- \rightarrow D^0 K^-} \left| \mathcal{A}_{\bar{D}^0 \rightarrow \bar{f}_D} + r_B e^{i(\Delta\delta_B - \gamma)} \mathcal{A}_{D^0 \rightarrow \bar{f}_D} \right|^2. \quad (1.29)$$

В работах [36; 37] было предложено использовать \mathcal{CP} -собственные конечные состояния D -мезонов, такие как $K^+ K^-$, $\pi^+ \pi^-$ и $K_S^0 \pi^0$. В этом случае \mathcal{CP} -асимметрия (1.25) выражается следующим образом:

$$\mathcal{A}_{\mathcal{CP}}^{(\text{GLW})} = \frac{2\eta_D r_B \sin \Delta\delta_B \sin \gamma}{1 + r_B^2 + 2\eta_D r_B \cos \Delta\delta_B \cos \gamma}, \quad (1.30)$$

где η_D — \mathcal{CP} -четность конечного состояния D -мезона.

При рассмотрении распада $D \rightarrow K^+ \pi^-$ \mathcal{CP} -асимметрия принимает вид [38]

$$\mathcal{A}_{\mathcal{CP}}^{(\text{ADS})} = \frac{2r_D r_B \sin(\Delta\delta_B + \Delta\delta_D) \sin \gamma}{r_D^2 + r_B^2 + 2r_D r_B \cos(\Delta\delta_B + \Delta\delta_D) \cos \gamma}, \quad (1.31)$$

где

$$r_D e^{i\Delta\delta_D} = \frac{\mathcal{A}_{D^0 \rightarrow f_D}}{\mathcal{A}_{\bar{D}^0 \rightarrow f_D}}. \quad (1.32)$$

Данный подход может быть использован и при рассмотрении многочастичных адронных конечных состояний D -мезона, таких как $K^- \pi^+ \pi^0$ и $K^- 2\pi^+ \pi^-$. Для этого выражение (1.31) следует незначительно модифицировать [39].

Рассмотренные выше подходы не позволяют измерить значение параметра γ из-за неизвестных адронных параметров r_B , $\Delta\delta_B$, r_D и $\Delta\delta_D$. Преодолеть это ограничение позволяет использование трехчастичного распада $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ [40; 41]. Кинематика распада $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ описывается двумя параметрами, в качестве которых удобно использовать квадраты инвариантных масс пар частиц конечного состояния (переменные Далица [42])

$$m_{\pm}^2 \equiv m^2(K_S^0 \pi^{\pm}). \quad (1.33)$$

При описании фазового пространства через переменные Далица плотность вероятности распада пропорциональна только квадрату модуля амплитуды:

$$d\Gamma_{D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-} = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{32m_D^3} |\mathcal{A}(m_+^2, m_-^2)|^2 dm_+^2 dm_-^2, \quad (1.34)$$

где m_D — масса D^0 -мезона, $\mathcal{A}(m_+^2, m_-^2)$ — амплитуда распада $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$. Распределение событий в пространстве параметров Далица называют *распределением Далица*; визуализация этого распределения называется *диаграммой Далица* (рисунок 1.6). Предполагая сохранение \mathcal{CP} -симметрии в распаде D -мезонов, амплитуду распада $\bar{D}^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ можно записать с помощью перестановки переменных Далица: $\bar{\mathcal{A}}_D(m_+^2, m_-^2) \equiv \mathcal{A}_D(m_-^2, m_+^2)$.

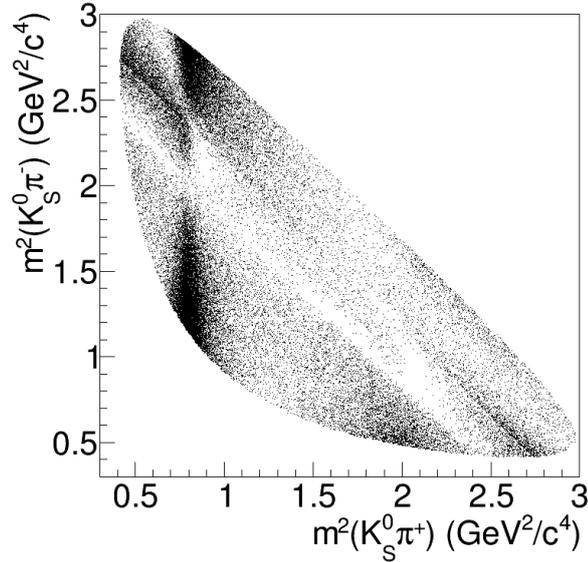


Рисунок 1.6 — Диаграмма Далица для распада $\bar{D}^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$.

В случае распада $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$, параметры r_D и $\Delta\delta_D$ (уравнение (1.32)) являются функциями переменных Далица:

$$\begin{aligned} r_D(m_+^2, m_-^2) e^{i\Delta\delta_D(m_+^2, m_-^2)} &= \frac{\bar{\mathcal{A}}_D(m_+^2, m_-^2)}{\mathcal{A}_D(m_+^2, m_-^2)}, \\ e^{i\Delta\delta_D(m_+^2, m_-^2)} &\equiv C(m_+^2, m_-^2) + iS(m_+^2, m_-^2). \end{aligned} \quad (1.35)$$

Плотность распределения Далица для D -мезонов из распадов $B^\pm \rightarrow DK^\pm$ можно записать в виде

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_{B^+} &= \bar{\mathcal{P}}_D + r_B^2 \mathcal{P}_D + 2\sqrt{\mathcal{P}_D \bar{\mathcal{P}}_D} (x_+ C + y_+ S), \\ \mathcal{P}_{B^-} &= \mathcal{P}_D + r_B^2 \bar{\mathcal{P}}_D + 2\sqrt{\mathcal{P}_D \bar{\mathcal{P}}_D} (x_- C - y_- S),\end{aligned}\tag{1.36}$$

где $\mathcal{P}_D \equiv |\mathcal{A}_D|^2$, $\bar{\mathcal{P}}_D \equiv |\bar{\mathcal{A}}_D|^2$ и

$$x_\pm + iy_\pm \equiv r_B e^{i(\Delta\delta_{B^\pm\gamma})}.\tag{1.37}$$

Зная функции \mathcal{P}_D , C и S , можно измерить параметр γ . Обсуждение способов получения информации о функциях C и S приведено в пункте 2.1.

Чувствительность к параметрам x_\pm и y_\pm зависит от устройства функций C , S , \mathcal{P}_D и $\bar{\mathcal{P}}_D$ (смотрите уравнение (1.36)). Для определения величины параметра γ необходимо измерить все четыре параметра x_\pm и y_\pm . Необходимым условием для получения чувствительности ко всем этим параметрам является изменение разности фаз $\Delta\delta_D$ (как функции переменных Далица) в широком диапазоне. Наблюдения показывают, что распад $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ обеспечивает достаточную чувствительность, а значительная вариация разности фаз $\Delta\delta_D$ достигается благодаря интерференции резонансных переходов $D^0 \rightarrow K_S^0 \rho$, $D^0 \rightarrow K_S^0 f_0$ и $D^0 \rightarrow K^{*-} \pi^+$ (смотрите рисунок 1.6).

Измерение угла β с использованием осцилляций нейтральных B -мезонов. Второй пример касается эффекта осцилляций нейтральных B -мезонов, рассмотренного в пункте 1.3. Пусть в некоторое состояние f_B могут распадаться нейтральные B -мезоны обоих ароматов. Обозначим соответствующие амплитуды:

$$\mathcal{A}_f \equiv \mathcal{A}(B^0 \rightarrow f_B), \quad \bar{\mathcal{A}}_f \equiv \mathcal{A}(\bar{B}^0 \rightarrow f_B).\tag{1.38}$$

Если в начальный момент родился B^0 -мезон, то амплитуда его перехода в состояние f_B зависит от времени (в собственной системе отсчета) в соответствии

с уравнением (1.10):

$$\mathcal{A}_B(t) = e^{-imt - \Gamma t/2} \left[\mathcal{A}_f \cos\left(\frac{\Delta m_B t}{2}\right) + i \frac{q}{p} \bar{\mathcal{A}}_f \sin\left(\frac{\Delta m_B t}{2}\right) \right]. \quad (1.39)$$

Соответствующая времязависимая плотность вероятности:

$$\mathcal{P}_B(t) \propto e^{-\Gamma t} [1 + C_f \cos(\Delta m_B t) - S_f \sin(\Delta m_B t)], \quad (1.40)$$

где

$$C_f = \frac{1 - |\lambda_f|^2}{1 + |\lambda_f|^2}, \quad S_f = \frac{2 \operatorname{Im} \lambda_f}{1 + |\lambda_f|^2}, \quad \lambda_f = \frac{q \bar{\mathcal{A}}_f}{p \mathcal{A}_f}. \quad (1.41)$$

\mathcal{CP} -асимметрия, определенная в (1.25), в рассматриваемом случае выражается через плотность вероятности (1.40) и является функцией времени [43; 44]:

$$\mathcal{A}_{\mathcal{CP}}(t) \equiv \frac{\bar{\mathcal{P}}_B(t) - \mathcal{P}_B(t)}{\bar{\mathcal{P}}_B(t) + \mathcal{P}_B(t)} = S_f \sin(\Delta m_B t) - C_f \cos(\Delta m_B t). \quad (1.42)$$

При рассмотрении \mathcal{CP} -собственных конечных состояний B -мезонов и \mathcal{CP} -четностью η_f , амплитуда перехода в которые инвариантна относительно \mathcal{CP} -преобразования (например, $J/\psi K_S^0$),

$$\lambda_f = \eta_f e^{-2i\beta}, \quad (1.43)$$

где угол β определен в (1.6), и асимметрия (1.42) принимает вид

$$\mathcal{A}_{\mathcal{CP}}^{(J/\psi K_S^0)}(t) = -\sin 2\beta \sin(\Delta m_B t). \quad (1.44)$$

Описанный подход позволяет с высокой точностью измерить значение $\sin 2\beta$ в распадах $B^0 \rightarrow J/\psi K_S^0$. Теоретическая неопределенность метода остается далеко за пределами чувствительности современных экспериментов. В соответствии с общим принципом, чувствительность к \mathcal{CP} -нарушающему параметру обеспечена интерференцией двух процессов: $B^0 \rightarrow f$ и $B^0 \rightarrow \bar{B}^0 \rightarrow f$ (рисунок 1.7).

Одной из проблем измерения параметра 2β во времязависимом анализе \mathcal{CP} -собственных распадов B -мезонов является дискретная неопределенность

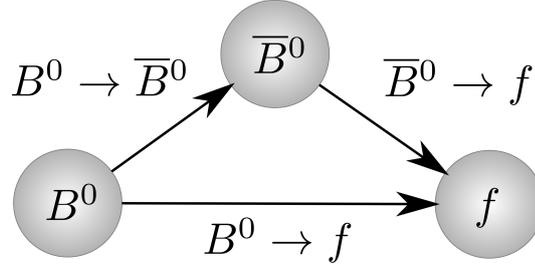


Рисунок 1.7 — Схема интерференции процессов $B^0 \rightarrow f$ и $B^0 \rightarrow \bar{B}^0 \rightarrow f$.

$2\beta \rightarrow \pi - 2\beta$. Существует несколько способов разрешить эту неопределенность [45–47]. Наиболее привлекательный с экспериментальной точки зрения подход был рассмотрен в работе [48]. В этой работе предложено использовать распады $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 h^0$, $\bar{D}^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$, где h^0 обозначает легкий нейтральный мезон (π^0 , $\eta^{(\prime)}$ и ω), и зависящую от времени в этом случае плотность распределения Далица для D -мезона из распадов $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 h^0$:

$$\mathcal{P}_{q_B}(t) \propto e^{-\frac{t}{\tau_B}} [1 + q_B (\mathcal{A}(m_+^2, m_-^2) \cos(\Delta m_B t) + \mathcal{S}(m_+^2, m_-^2) \sin(\Delta m_B t))], \quad (1.45)$$

где $q_B = 1$ ($q_B = -1$) соответствует B^0 (\bar{B}^0) при $t = 0$ и

$$\mathcal{A} = \frac{\mathcal{P}_D - \bar{\mathcal{P}}_D}{\mathcal{P}_D + \bar{\mathcal{P}}_D}, \quad \mathcal{S} = \frac{-2\eta_{h^0}(-1)^l \sqrt{\mathcal{P}_D \bar{\mathcal{P}}_D} \sin(\Delta\delta_D - 2\beta)}{\mathcal{P}_D + \bar{\mathcal{P}}_D}, \quad (1.46)$$

где η_{h^0} — \mathcal{CP} -четность h^0 -мезона и l — орбитальный момент системы Dh^0 .² Значительное изменение разности фаз $\Delta\delta_D$ в фазовом пространстве распада $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ обеспечивает чувствительность к параметру 2β , значение которого может быть определено при известных функциях \mathcal{P}_D , $\bar{\mathcal{P}}_D$ и $\Delta\delta_D$.

Классификация \mathcal{CP} -нарушающих распадов нейтральных B -мезонов. \mathcal{CP} -нарушающие феномены в распадах нейтральных B -мезонов принято разделять на три группы:

1. *Прямое* нарушение \mathcal{CP} -симметрии. Реализуется при условии

$$\left| \frac{\bar{\mathcal{A}}_f}{\mathcal{A}_f} \right| \neq 1. \quad (1.47)$$

²Для распадов $B^0 \rightarrow \bar{D}^{*0} h^0$, $\bar{D}^{*0} \rightarrow \bar{D}^0 \pi^0$, $\bar{D}^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ в функции \mathcal{S} возникает дополнительный множитель -1 [49].

2. Нарушение \mathcal{CP} -симметрии в осцилляциях нейтральных мезонов. Реализуется при условии

$$\left| \frac{q}{p} \right| \neq 1. \quad (1.48)$$

3. Нарушение \mathcal{CP} -симметрии в интерференции между осцилляциями и распадом. Реализуется при условии

$$\arg \lambda_f \neq 0. \quad (1.49)$$

Приведенный пример нарушения \mathcal{CP} -симметрии в распадах $B^0 \rightarrow J/\psi K_S^0$ относится к \mathcal{CP} -нарушению в интерференции между осцилляциями и распадом.

1.5 Времязависимые измерения на асимметричной В-фабрике

Для изучения времязависимой \mathcal{CP} -асимметрии (1.42) необходимо определять начальный аромат нейтрального B -мезона и измерять время между его рождением и распадом. Эти требования приводят к большим экспериментальным сложностям, поскольку время жизни нейтральных B -мезонов примерно равно 1.5 пс, а для определения аромата необходимо использовать информацию о частицах, рожденных вместе с B -мезоном.

Асимметричные ускорители встречных e^+e^- -пучков высокой светимости, работающие вблизи резонанса $\Upsilon(4S)$ (B -фабрики), были предложены для того, чтобы выполнение измерений такого рода было возможно. Пара нейтральных B -мезонов, рожденных в процессе $e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B^0\bar{B}^0$, находится в когерентном состоянии. В соответствии с отрицательной \mathcal{C} -четностью $\Upsilon(4S)$ -резонанса, состояние пары B -мезонов антисимметрично относительно их перестановки. Совместная плотность вероятности их распада во времена t_1 и t_2 (в собственных системах отсчета) может быть записана следующим образом [50]:

$$p(t_1, t_2) = p(B^0, t_1)p(\bar{B}^0, t_2) - p(B^0, t_2)p(\bar{B}^0, t_1), \quad (1.50)$$

где $p(B^0, t_i)$ ($p(\bar{B}^0, t_i)$) обозначает плотность вероятности того, что B мезон, распавшийся в момент времени t_i , находится в состоянии с ароматом B^0 (\bar{B}^0). Плотности вероятности $p(B^0, t_i)$ и $p(\bar{B}^0, t_i)$ определяются соотношением (1.10).

Пусть один из B -мезонов (*помечающий*) распадается в состояние с определенным ароматом. Тогда, благодаря антисимметричности состояния, в момент распада помечающего B -мезона, аромат второго (*сигнального*) B -мезона определен и противоположен.

Рассмотрим плотность вероятности (1.50), как функцию переменных $\Delta t \equiv (t_1 - t_2)$ и $(t_1 + t_2)$. Проинтегрировав по переменной $(t_1 + t_2)$, получим плотность вероятности распада сигнального B -мезона, как функцию переменной Δt

$$\mathcal{P}_B(\Delta t) \propto e^{-\frac{|\Delta t|}{\tau_B}} [1 + q_B (C_f \cos(\Delta m_B \Delta t) - S_f \sin(\Delta m_B \Delta t))], \quad (1.51)$$

где $q_B = 1$ ($q_B = -1$) соответствует распаду сигнального B -мезона, как B^0 (\bar{B}^0).

Сумма масс двух B -мезонов близка к массе резонанса $\Upsilon(4S)$, поэтому в системе $\Upsilon(4S)$ B -мезоны имеют небольшой импульс (примерно 300 МэВ/с) и характерный отлет около 30 мкм, измерить который с достаточной точностью не удастся. Для решения этой проблемы, энергии электронного и позитронного пучков делают разными, так что в лабораторной системе отсчета B -мезоны имеют достаточный для измерения отлета импульс и летят в направлении электронного пучка (в положительном направлении оси z , смотрите рисунок 1.8). Используя малость импульса B -мезонов в системе отсчета $\Upsilon(4S)$, можно получить кинематическое приближение

$$\Delta t \approx \frac{\Delta z}{c(\beta\gamma)_{\Upsilon(4S)}}, \quad (1.52)$$

где Δz обозначает расстояние между вершинами распада B -мезонов в лабораторной системе отсчета, β и γ — Лоренц-факторы резонанса $\Upsilon(4S)$. Таким образом, для получения разности времен распадов B -мезонов достаточно измерить координаты z вершин их распадов. Для $(\beta\gamma)_{\Upsilon(4S)} = 0.425$ характерный отлет B -мезонов составляет примерно 200 мкм, поэтому для измерения координат вершин распадов необходим детектор с хорошей трековой системой, способной определять положение треков заряженных частиц с точностью лучше 100 мкм.

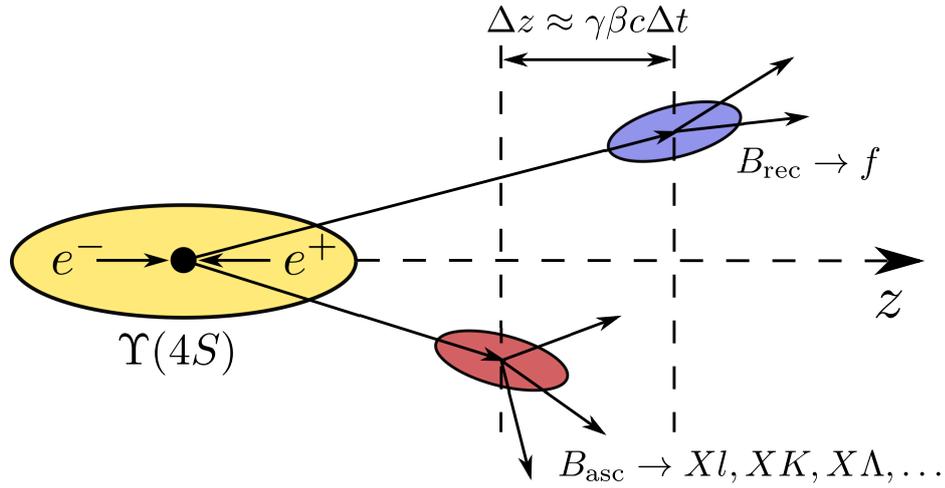


Рисунок 1.8 — Схема процесса $e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$ на асимметричной B -фабрике. B_{rec} и B_{asc} обозначают соответственно сигнальный и помечающий B -мезоны.

Анализ продуктов распада помечающего B -мезона позволяет получать информацию о его аромате (например, используя знак заряда лептона с большим импульсом или знак заряда K -мезона), необходимую для измерения \mathcal{CP} -асимметрии. Таким образом, асимметричная B -фабрика позволяет выполнять измерения времязависимых \mathcal{CP} -асимметрий (1.42).

1.6 Экспериментальный статус изучения \mathcal{CP} -нарушения в распадах B -мезонов

В этом разделе представлен обзор основных экспериментальных результатов по изучению нарушения \mathcal{CP} -симметрии в распадах B -мезонов.

1.6.1 \mathcal{CP} -нарушение в древесных переходах

Измерение $\sin 2\beta$ в переходах $b \rightarrow c\bar{c}s$. Кварковый процесс $b \rightarrow c\bar{c}s$ происходит за счет древесного $b \rightarrow c$ перехода (рисунок 1.9а) и петлевых $b \rightarrow s$ переходов (рисунок 1.9б). Амплитуду этого процесса можно представить в

виде [51]

$$\mathcal{A}_{b \rightarrow c\bar{c}s} = V_{cb}V_{cs}^* (T + P^c - P^t) + V_{ub}V_{us}^* (P^u - P^t), \quad (1.53)$$

где T обозначает амплитуду древесного перехода, а P^q — амплитуду петлевого перехода с промежуточным кварком $q \in \{u, c, t\}$ (без соответствующих ККМ-множителей). Вклад второго слагаемого со слабой фазой V_{ub} в соотношении (1.53) не приводит к значительным эффектам прямого \mathcal{CP} -нарушения, поскольку $|V_{ub}V_{us}^*/V_{cb}V_{cs}^*| \sim \mathcal{O}(\lambda^2) \sim 0.02$. Доминирующая часть амплитуды (1.53) пропорциональна $V_{cb}V_{cs}^*$ и не содержит \mathcal{CP} -нарушающей фазы.

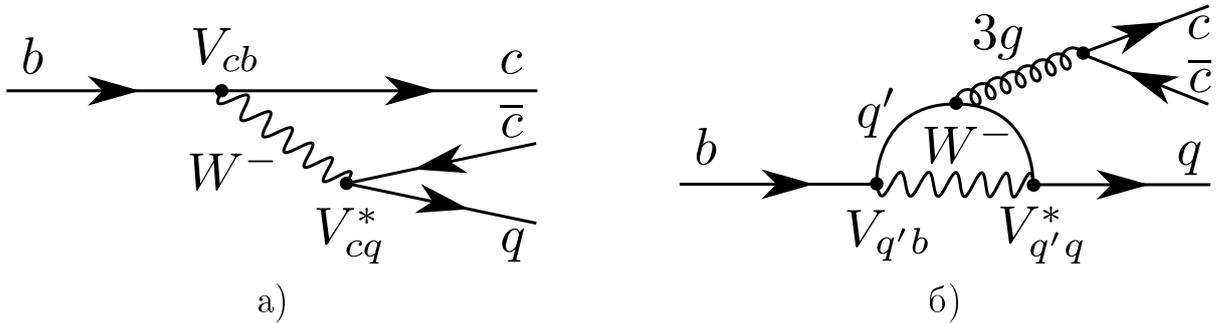


Рисунок 1.9 — а) Древесный и б) петлевой вклады в переход $b \rightarrow c\bar{c}q$.

Процесс $b \rightarrow c\bar{c}s$ отвечает за распад B^0 -мезона в \mathcal{CP} -собственное конечное состояние $J/\psi K_S^0$ с \mathcal{CP} -четностью $\eta_{\mathcal{CP}} = -1$ (мы пренебрегаем \mathcal{CP} -нарушением в системе нейтральных K -мезонов). Благодаря тому, что \mathcal{CP} -нарушающая часть амплитуды распада $B^0 \rightarrow J/\psi K_S^0$ подавлена, этот распад позволяет изучать \mathcal{CP} -нарушение в интерференции между осцилляциями и распадом, как уже отмечалось. При этом,

$$C_f(B^0 \rightarrow J/\psi K_S^0) = 0, \quad S_f(B^0 \rightarrow J/\psi K_S^0) = -\eta_{\mathcal{CP}} \sin 2\beta. \quad (1.54)$$

Изучение времязависимой \mathcal{CP} -асимметрии в распадах $B^0 \rightarrow J/\psi K_S^0$ позволяет выполнять прецизионные измерения параметра $\sin 2\beta$ (рисунок 1.10а). Самые точные на данный момент измерения выполнены в экспериментах Belle [52], BaBar [53] и LHCb [54]. Комбинация всех существующих результатов измерений (включая использование конечных состояний $J/\psi K_L^0$, $\psi(2S)K_S^0$, $\chi_{c1}K_S^0$ и некоторых других) дает [25]

$$\sin 2\beta^{(b \rightarrow c\bar{c}s)} = 0.691 \pm 0.017. \quad (1.55)$$

Параметр $\sin 2\beta$ является в настоящее время наиболее точно измеренным \mathcal{CP} -нарушающим параметром.

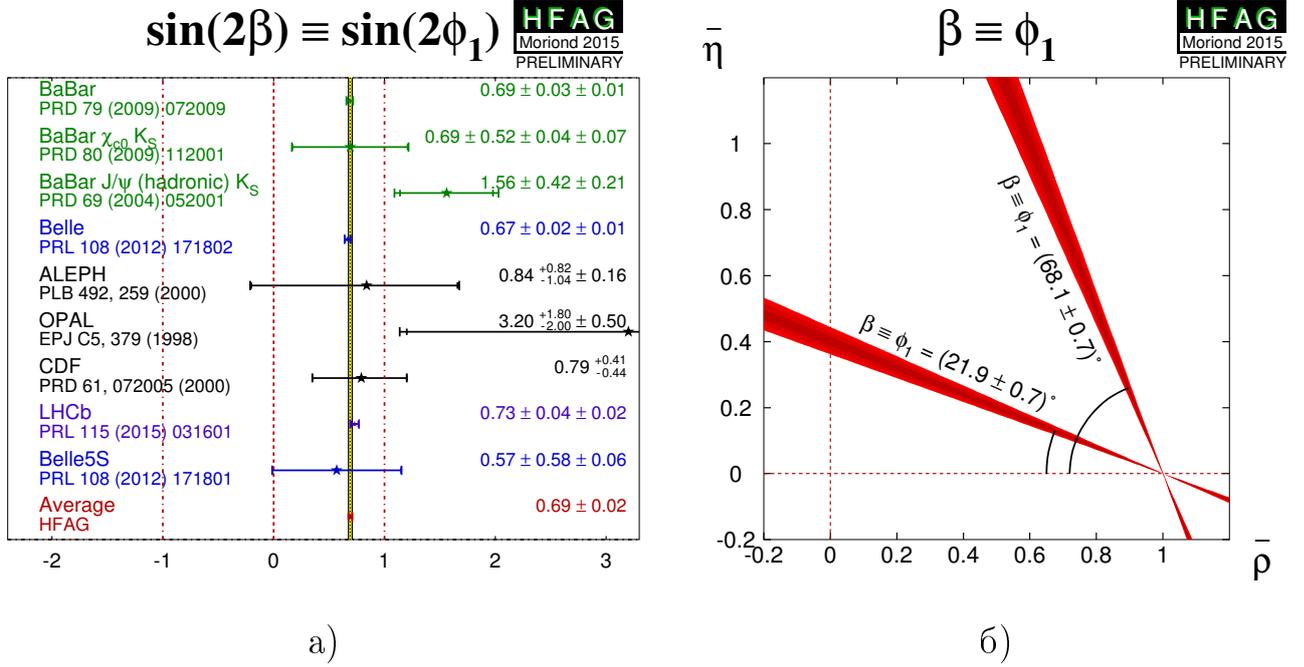


Рисунок 1.10 — а) Результаты измерения $\sin 2\beta$ в переходах $b \rightarrow c\bar{c}s$ в различных экспериментах и б) ограничение на значение параметра β , следующее из этих результатов [25].

При известной величине $\sin 2\beta$, значение параметра β может быть определено с точностью до двух дискретных неопределенностей

$$\beta \rightarrow \pi + \beta, \quad \beta \rightarrow \frac{\pi}{2} - \beta. \quad (1.56)$$

Первая из них не может быть разрешена любым измерением тригонометрических функций 2β , вторая же неопределенность может быть разрешена с помощью измерения параметра $\cos 2\beta$. При выборе области определения $\beta \in [0^\circ, 180^\circ)$, результат (1.55) соответствует решениям $(21.0 \pm 0.7)^\circ$ и $(68.1 \pm 0.7)^\circ$ (рисунок 1.10б).

Измерение $\sin 2\beta$ в переходах $b \rightarrow c\bar{u}d$. Кварковый переход $b \rightarrow c\bar{u}d$ происходит благодаря единственной древесной амплитуде (рисунок 1.11а) и отвечает за распады нейтральных B -мезонов в такие конечные состояния, как

$D^{(*)0}h^0$ и $D^{(*)0}\pi^+\pi^-$, где h^0 обозначает легкий мезон, состоящий из легких кварков: π^0 , η' и ω .

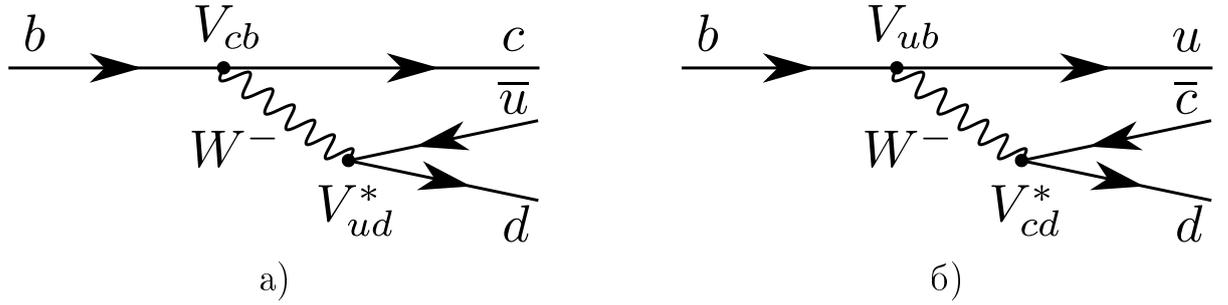


Рисунок 1.11 — Кварковые переходы а) $b \rightarrow c\bar{u}d$ и б) $b \rightarrow u\bar{c}d$.

Рассматривая такие конечные состояния, как $D\pi^0$, где D -мезон распадается в \mathcal{CP} -собственное состояние, можно изучать времязависимую \mathcal{CP} -асимметрию и измерять $\sin 2\beta$ аналогично случаю $b \rightarrow c\bar{c}s$ переходов (смотрите уравнение (1.54)). Недавно группы Belle и BaBar выполнили совместный анализ данных, используя набор из \mathcal{CP} -четных и \mathcal{CP} -нечетных конечных состояний, и получили следующее значение [55]:

$$\sin 2\beta^{(b \rightarrow c\bar{u}d)} = 0.66 \pm 0.10 (\text{стат.}) \pm 0.06 (\text{сист.}). \quad (1.57)$$

Точность этого измерения значительно уступает точности измерения $\sin 2\beta$ в переходах $b \rightarrow c\bar{c}s$ (1.55). Тем не менее, этот результат важен с точки зрения ограничения возможных вкладов новой физики (НФ). Кроме того, благодаря отсутствию петлевых вкладов, поправки к наблюдаемой величине нарушения \mathcal{CP} -симметрии в переходах $b \rightarrow c\bar{u}d$ меньше, чем соответствующие поправки в переходах $b \rightarrow c\bar{c}s$. Основная поправка обусловлена кварковым переходом $b \rightarrow u\bar{c}d$ (рисунок 1.11б), в результате которого происходят распады $B^0 \rightarrow D^0h^0$. Однако, амплитуда перехода $b \rightarrow u\bar{c}d$ мала относительно амплитуды перехода $b \rightarrow c\bar{u}d$, поскольку $|V_{ub}V_{cd}^*/V_{cb}V_{ud}^*| \approx 0.02$. Кроме того, при достижении достаточной экспериментальной точности, вклад амплитуды $b \rightarrow u\bar{c}d$ может быть учтен.

Измерение γ в интерференции переходов $b \rightarrow c\bar{u}s$ и $b \rightarrow u\bar{c}s$. В разделе 1.4 обсуждалось прямое \mathcal{CP} -нарушение в распадах $B^\pm \rightarrow DK^\pm$, возникающее благодаря интерференции процессов с переходами $b \rightarrow c\bar{u}s$ и $b \rightarrow u\bar{c}s$.

Изучение \mathcal{CP} -асимметрии в таких распадах позволяет получать информацию об угле γ ТУ.

Измерение \mathcal{CP} -асимметрии при реконструкции нейтральных D -мезонов в \mathcal{CP} -собственных конечных состояний (GLW-подход, уравнение (1.30)) выполнено с помощью анализа данных экспериментов CDF [56], BaBar [57], Belle и ЛHCб [58]. Комбинация этих результатов дает значение

$$\mathcal{A}_{\mathcal{CP}^+}^{(\text{GLW})} = 0.125 \pm 0.017 \quad (1.58)$$

для конечных состояний с $\eta_{\mathcal{CP}} = 1$ (K^+K^- , $\pi^+\pi^-$) и значение

$$\mathcal{A}_{\mathcal{CP}^-}^{(\text{GLW})} = -0.108 \pm 0.047 \quad (1.59)$$

для конечных состояний с $\eta_{\mathcal{CP}} = -1$ ($K_S^0\pi^0$, $K_S^0\omega$ и $K_S^0\varphi$). На рисунке 1.12а показаны результаты основных измерений $\mathcal{A}_{\mathcal{CP}}^{(\text{GLW})}$, включая результаты, полученные при анализе распадов $B^\pm \rightarrow D^*K^\pm$ и $B^\pm \rightarrow DK^{*\pm}$.

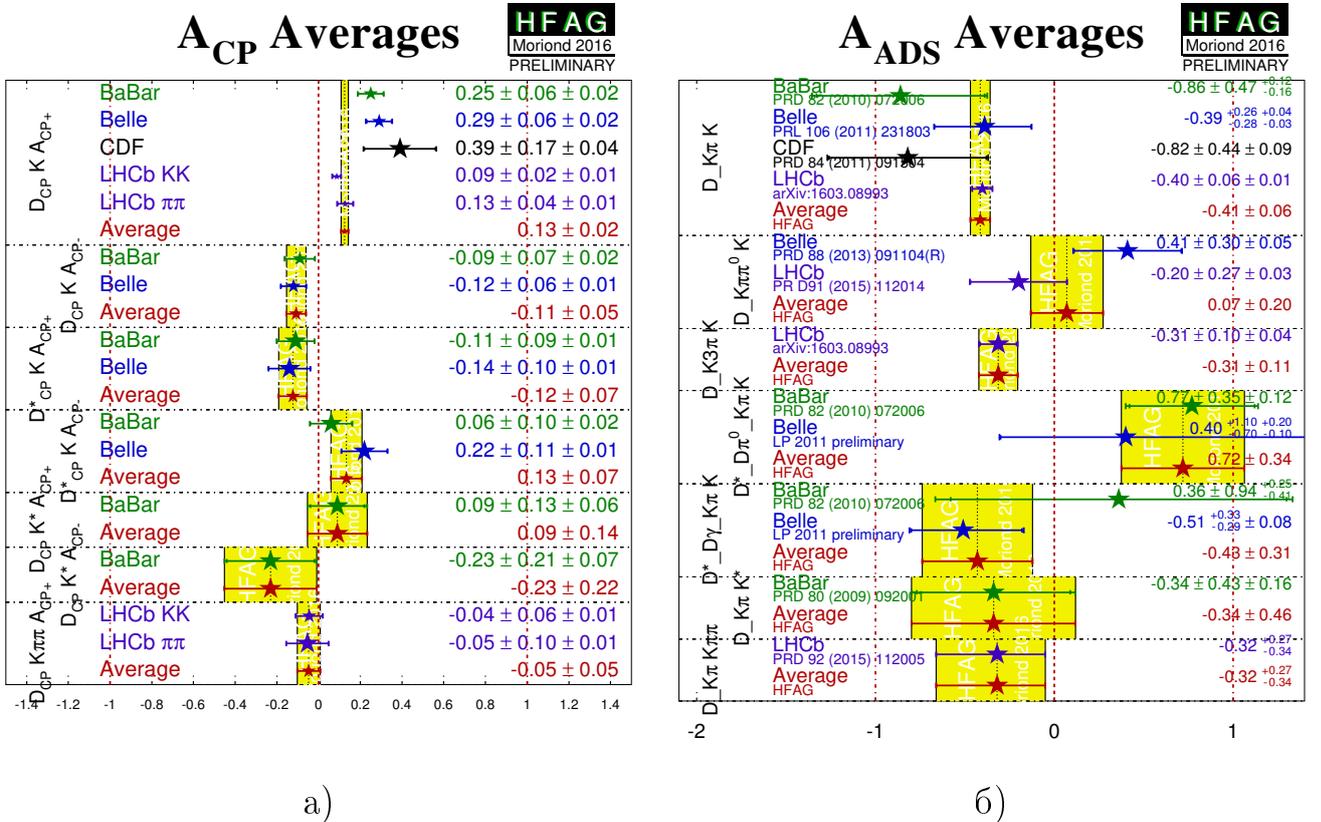


Рисунок 1.12 — Результаты измерений а) $\mathcal{A}_{\mathcal{CP}}^{(\text{GLW})}$ (уравнение (1.30)) и б) $\mathcal{A}_{\mathcal{CP}}^{(\text{ADS})}$ (уравнение (1.31)) в распадах $B^\pm \rightarrow D_{\mathcal{CP}}^{(*)} K^{(*)\pm}$ [25].

Измерение \mathcal{CP} -асимметрии при реконструкции нейтральных D -мезонов в состояниях с определенным ароматом (ADS-подход, уравнение (1.31)) выполнено в экспериментах CDF [59], BaBar [60], Belle [61] и LHCb [58]. Наиболее точные результаты получены при реконструкции D -мезона в конечном состоянии $K^-\pi^+$. Комбинация этих измерений дает

$$\mathcal{A}_{K\pi}^{(\text{ADS})} = -0.41 \pm 0.06. \quad (1.60)$$

На рисунке 1.12б показаны результаты основных измерений $\mathcal{A}^{(\text{ADS})}$, включая результаты, полученные при реконструкции нейтральных D -мезонов в конечных состояниях $K^-\pi^+\pi^0$ и $K^-2\pi^+\pi^-$.

Использование распадов нейтральных D -мезонов в многочастичные \mathcal{CP} -самосопряженные состояния (например, $K_S^0\pi^+\pi^-$, $K_S^0\pi^+\pi^-\pi^0$ и $K^+K^-\pi^+\pi^-$) обеспечивает дополнительную чувствительность к параметру γ [40; 41]. Конечное состояние $K_S^0\pi^+\pi^-$ позволяет проводить наиболее точные измерения, объединяя сильные стороны GLW- и ADS-подходов. Основной вклад в распад $D^0 \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-$ вносят резонансы ρ , f_0 (приводя с \mathcal{CP} -собственным конечным состоянием $K_S^0\rho$ и $K_S^0f_0$) и K^{*-} (приводя к конечному состоянию $K^{*-}\pi^+$ с определенным ароматом). Интерференция этих резонансов увеличивает чувствительность к параметру γ и позволяет разрешить дискретные неопределенности, возникающие при извлечении величины этого параметра в GLW- и ADS-подходах.

Как отмечалось ранее, для измерения γ в распадах $B^\pm \rightarrow DK^\pm$, $D \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-$ необходимо иметь информацию об амплитуде распада D -мезона, включая разность фаз амплитуд распада D^0 - и \bar{D}^0 -мезонов. Распад $D^0 \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-$ представляет собой распад псевдоскалярной частицы в три псевдоскалярные частицы. Это означает, что амплитуда распада является функцией в двумерном фазовом пространстве. Информация об амплитуде может быть получена с помощью построения модели амплитуды трехчастичного распада, либо модельно-независимо. В последнем случае фазовое пространство разделяется на области; для каждой области измеряются средние значения модуля амплитуды, синуса и косинуса комплексной фазы. Подробнее эти вопросы обсуждаются в разделе 2.1.

Результаты измерения \mathcal{CP} -нарушения в распадах $B^\pm \rightarrow DK^\pm$, $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ принято выражать в декартовых параметрах x_\pm и y_\pm (уравнение (1.37)). Модельно-зависимые измерения этих параметров выполнены в экспериментах BaBar [35], Belle [34] и LHCb [62] (рисунок 1.13а). Модельно-независимые измерения выполнены в экспериментах Belle [63] и LHCb [33] (рисунок 1.13б).

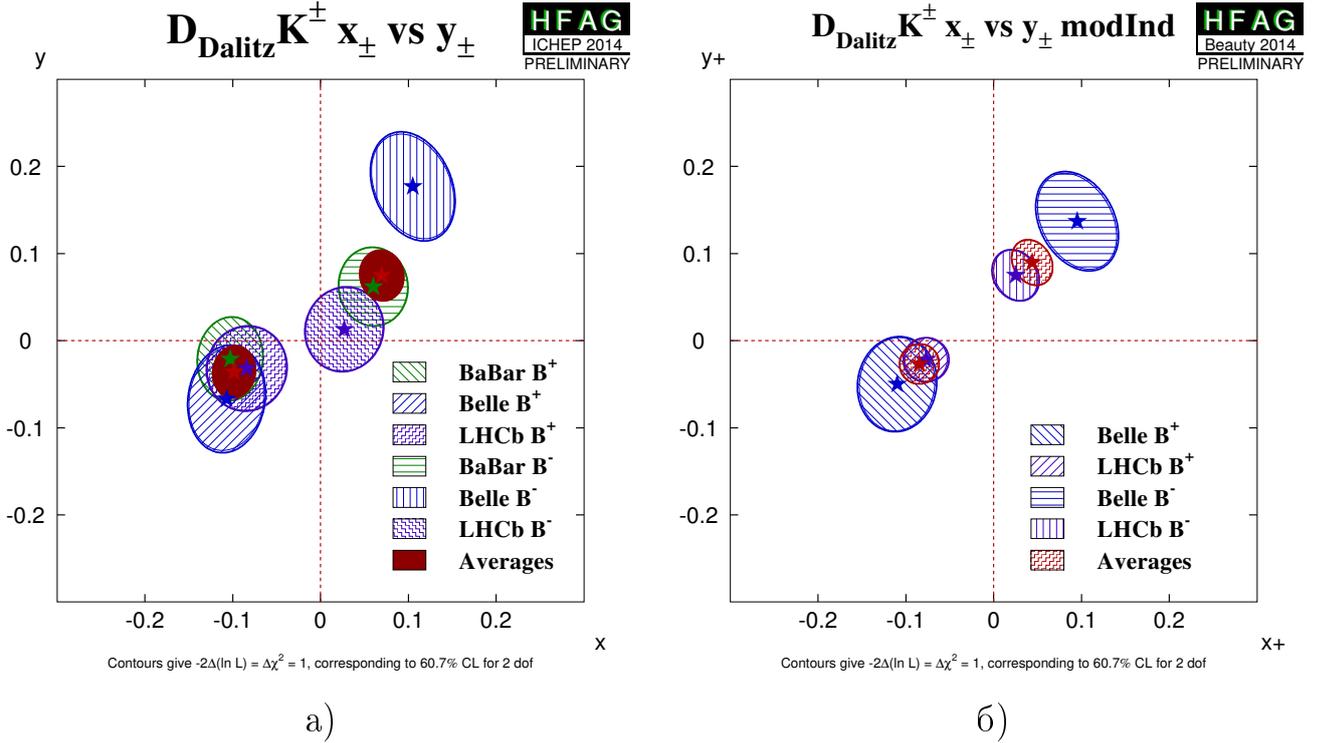


Рисунок 1.13 — Результаты измерений параметров x_\pm и y_\pm , определенных в уравнении (1.37), в распадах $B^\pm \rightarrow DK^\pm$, $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ с помощью а) модельно-зависимого и б) модельно-независимого анализа диаграмм Далица [25].

Группы BaBar, Belle и LHCb представили ограничения на величину параметра γ , основываясь на комбинации всех полученных результатов:

$$\begin{aligned}
 \gamma &= (69_{-16}^{+17})^\circ && (\text{BaBar [64]}), \\
 \gamma &= (68_{-14}^{+15})^\circ && (\text{Belle [65]}), \\
 \gamma &= (70.9_{-8.5}^{+7.1})^\circ && (\text{LHCb [66]}).
 \end{aligned}
 \tag{1.61}$$

Комбинация этих результатов позволяет уменьшить неопределенность значения γ приблизительно до 6° .

1.6.2 \mathcal{CP} -нарушение в интерференции древесных и петлевых переходов

Некоторые адронные распады B -мезонов имеют сопоставимые вклады от древесных и петлевых амплитуд. К ним относятся распады, обусловленные кварковыми переходами $b \rightarrow u\bar{u}d$, $b \rightarrow u\bar{u}s$, и, во многих случаях, $b \rightarrow d\bar{d}s$ и $b \rightarrow d\bar{d}d$ (рисунок 1.14). Интерференция между древесными и петлевыми вкладами может приводить к прямому \mathcal{CP} -нарушению. Интерпретация величины наблюдаемого \mathcal{CP} -нарушения в терминах фундаментальных параметров в этих случаях проблематична из-за неопределенностей, связанных со взаимодействием адронов. Для уменьшения этих неопределенностей часто привлекают соображения, основанные на приближительной симметрии легких кварков.

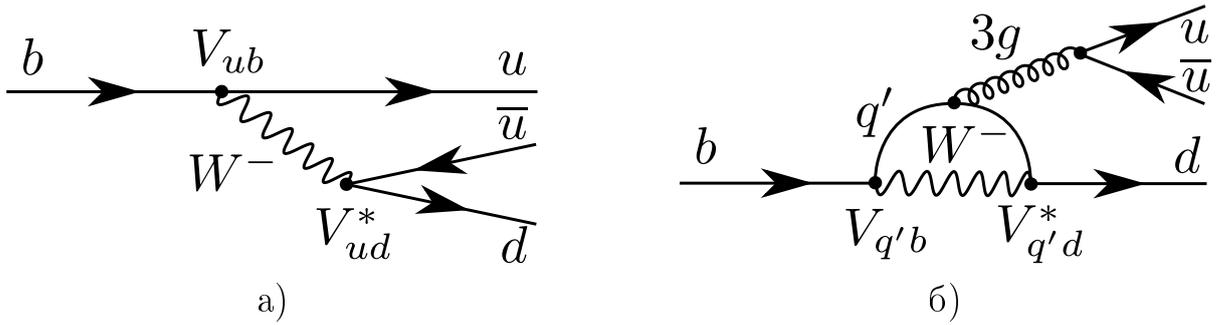


Рисунок 1.14 — а) Древесный и б) петлевой вклады в переход $b \rightarrow u\bar{u}d$.

Прямое \mathcal{CP} -нарушение в переходах $b \rightarrow u\bar{u}q$. Прямое \mathcal{CP} -нарушение в распадах $B^0 \rightarrow K^+\pi^+$ надежно установлено несколькими группами [67–70]. Комбинация всех измерений приводит к величине [25]

$$\mathcal{A}_{\mathcal{CP}}(B^0 \rightarrow K^+\pi^-) = -0.082 \pm 0.006. \quad (1.62)$$

Гораздо более неожиданный результат был получен для разности

$$\Delta\mathcal{A}_{\mathcal{CP}}(B \rightarrow K\pi) = \mathcal{A}_{\mathcal{CP}}(B^0 \rightarrow K^+\pi^-) - \mathcal{A}_{\mathcal{CP}}(B^+ \rightarrow K^+\pi^0). \quad (1.63)$$

Измеренное значение $\mathcal{A}_{\mathcal{CP}}(B^+ \rightarrow K^+\pi^0) = 0.040 \pm 0.021$ [69; 71] приводит к

$$\Delta\mathcal{A}_{\mathcal{CP}}(B \rightarrow K\pi) = -0.122 \pm 0.022. \quad (1.64)$$

Причина отличия этой величины от нуля не ясна, поскольку распады $B^0 \rightarrow K^+\pi^-$ и $B^+ \rightarrow K^+\pi^0$ отличаются только спектаторным кварком первого поколения. Интересным развитием этих результатов было бы измерение \mathcal{CP} -асимметрии в распадах $B \rightarrow K^*\pi$ и $B \rightarrow K\rho$ с векторными мезонами в конечном состоянии.

Определение величины α . Времязависимая \mathcal{CP} -асимметрия (смотрите уравнение (1.42)) в распадах $B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ была изучена в экспериментах Belle [72], BaBar [68] и LHCb [73]. Комбинация результатов этих измерений дает [25]

$$S_{\pi^+\pi^-} = -0.66 \pm 0.06, \quad C_{\pi^+\pi^-} = -0.31 \pm 0.05, \quad (1.65)$$

и свидетельствует о наблюдении и прямого \mathcal{CP} -нарушения и \mathcal{CP} -нарушения в интерференции между осцилляциями и распадом. Прямое \mathcal{CP} -нарушение указывает на значительный вклад петлевых переходов в распад $B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ и осложняет интерпретацию величины $S_{\pi^+\pi^-}$ в терминах параметров ККМ-матрицы.

В работе [74] показано, что информацию о параметре α можно извлечь, используя изоспиновую симметрию в распадах $B^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$, $B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ и $B^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$. Можно получить соотношение

$$S_{\pi^+\pi^-} = \sqrt{1 - C_{\pi^+\pi^-}^2} \sin(2\alpha - 2\Delta\alpha), \quad (1.66)$$

где параметр $2\Delta\alpha$ должен быть определен из изоспинового анализа. Значение параметра α в этом подходе может быть определено с точностью до восьмизначной дискретной неопределенности. Точность определения параметра α в распадах $B \rightarrow \pi\pi$ ограничена точностью измерения вероятности распада $B^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$ и соответствующей \mathcal{CP} -асимметрии [25; 68; 75]

$$\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \pi^0\pi^0) = (1.17 \pm 0.13) \times 10^{-6}, \quad \mathcal{A}_{\mathcal{CP}}(B^0 \rightarrow \pi^0\pi^0) = 0.43 \pm 0.27. \quad (1.67)$$

Подобный анализ может быть выполнен для распадов $B \rightarrow \rho\rho$. Анализ этих состояний усложняется ввиду различных возможных поляризаций двух векторных мезонов, а также из-за достаточно большой ширины ρ -мезона. Уста-

новлено, однако, что в этих распадах доминирует продольная поляризация [76; 77]. Другим преимуществом использования пары ρ -мезонов является удобство экспериментального изучения состояния $\rho^0\rho^0$, поскольку в конечном состоянии регистрируются только четыре заряженные частицы. Комбинация измерений времязависимой \mathcal{CP} -асимметрии в распадах $B^0 \rightarrow \rho^+\rho^-$ приводит к значениям [25; 76; 77]

$$S_{\rho^+\rho^-} = -0.14 \pm 0.13, \quad C_{\rho^+\rho^-} = -0.00 \pm 0.09. \quad (1.68)$$

Малость параметра $C_{\rho^+\rho^-}$ указывает на менее значимый вклад петлевых переходов, чем в распаде $B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$. Этот вывод подтверждается и анализом изоспиновых соотношений.

Альтернативный способ выделения петлевых вкладов предложен в работах [79; 80]. Выполняя анализ динамики трехчастичного распада $B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ можно выделить вклад петлевых переходов и определить значение параметра α без неопределенностей. Ограничения на величину параметра α , полученные с помощью этого подхода, в настоящий момент уступают измерениям в распадах $B \rightarrow \pi\pi$ и $B \rightarrow \rho\rho$ [81–83]. На рисунке 1.15 показаны ограничения на значение параметра α , полученные из анализе распадов $B \rightarrow \pi\pi$, $B \rightarrow \rho\pi$ и $B \rightarrow \rho\rho$. Комбинация этих ограничений приводит к значению [78]

$$\alpha = (87.6_{-3.3}^{+3.5})^\circ. \quad (1.69)$$

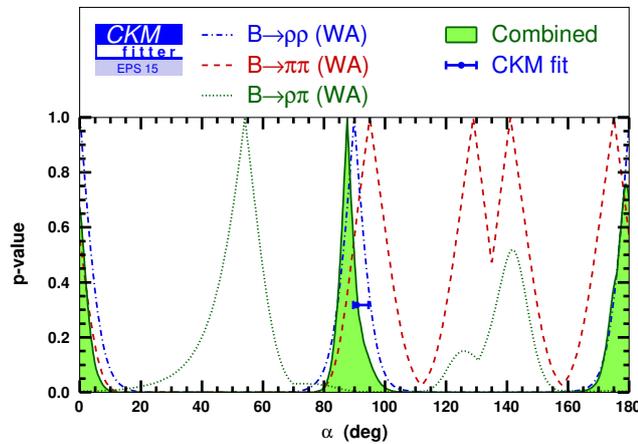


Рисунок 1.15 — Ограничения на значение параметра α из анализа распадов $B \rightarrow \pi\pi$, $B \rightarrow \rho\pi$ и $B \rightarrow \rho\rho$ [78].

1.6.3 Комбинация измерений параметров ККМ-матрицы

Изучение CP -нарушения в распадах B -мезонов позволяет измерить каждый из трех углов TU . Длины сторон TU также могут быть измерены [12]. Получившаяся переопределенная система ограничений, объединяющая различные экспериментальные результаты, позволяет выполнять прецизионную проверку соотношений треугольника для TU , а значит и проверку КМ-механизма. Любое противоречие может свидетельствовать о проявлении эффектов НФ.

Две группы занимаются систематическим анализом всех доступных экспериментальных данных и их интерпретаций с учетом теоретических результатов [78; 84]. На рисунке 1.16 показаны усредненные экспериментальные ограничения на параметры TU , полученные одной из этих групп. Анализ показывает, что, при текущей точности измерения параметров TU , составляющей в среднем 5%-10%, значимых нарушений SM не выявлено.

Таким образом, необходимо дальнейшее повышение точности измерений. Оценки потенциальных возможностей реализуемых в настоящее время экспериментов (LHCb и Belle II) показывают, что в ближайшие 5-10 лет возможно достижение точности 1%-3% в измерении основных параметров TU [85].

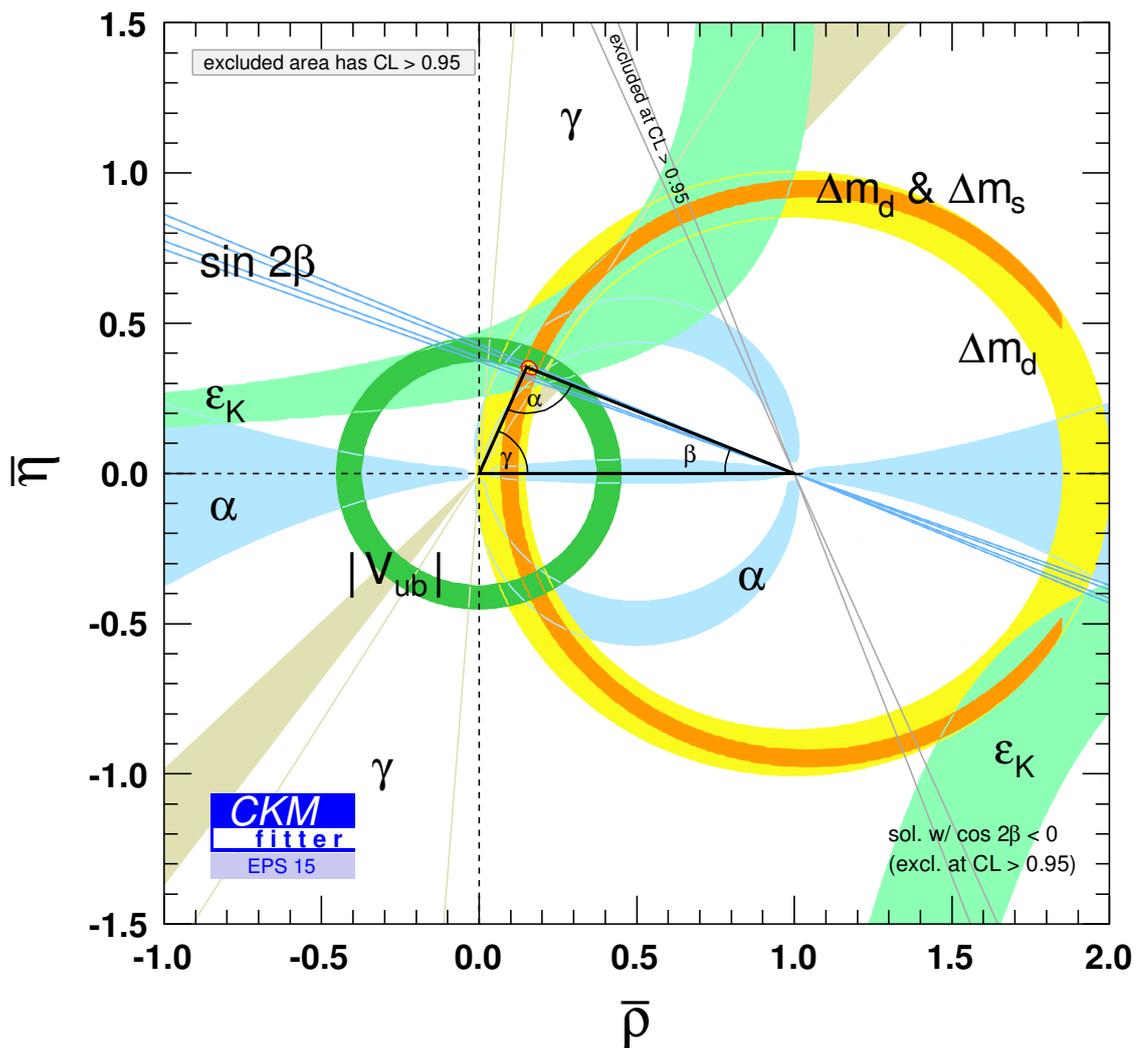


Рисунок 1.16 — Комбинация измерений параметров ККМ-матрицы [78].

Глава 2. Модельно-независимое получение параметров с использованием многочастичных распадов

В этой главе описан модельно-независимый подход к анализу многочастичных распадов (раздел 2.1) и предложены программы исследований для симметричной Чарм-Тау-фабрики (раздел 2.2) и асимметричной B -фабрики, а также для эксперимента LHCb (раздел 2.3), основанные на этом подходе.

В пункте 2.2.2 описан впервые предложенный в работе автора диссертации [86] метод модельно-независимого измерения параметров смешивания D -мезонов в когерентных распадах $D\bar{D}$ -пар. В пункте 2.3.1 описан впервые предложенный в той же работе метод модельно-независимого измерения параметров смешивания D -мезонов во времязависимом анализе распадов $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$, который в последствии был использован для анализа данных группой LHCb [32].

В пункте 2.3.2 рассмотрено влияние осцилляций D -мезонов на наблюдаемое значение параметра γ при модельно-независимом измерении в распадах $B^\pm \rightarrow DK^\pm$, $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ и описана модификация процедуры измерения γ , при которой осцилляции D -мезонов смещают наблюдаемое значение не больше чем на 0.2° , впервые предложенная в работе автора [86]. В пункте 2.3.3 рассмотрено влияние нарушения \mathcal{CP} -симметрии в распадах $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ на наблюдаемое значение параметра γ при модельно-независимом измерении в распадах $B^\pm \rightarrow DK^\pm$, $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ и описана модификация процедуры измерения, предполагающая сохранение \mathcal{CP} -симметрии в распадах $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$, впервые предложенная в работе автора [87].

В пункте 2.3.4 описан метод модельно-независимого измерения параметра β во времязависимом анализе распадов $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0} h^0$, $\bar{D}^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$, впервые предложенный в работе автора [88]. Первая реализация этого метода, выполненная с данными эксперимента Belle, описана в главе 4.

2.1 Модельно-независимый анализ трехчастичных распадов

Рассмотрение многочастичных распадов зачастую позволяет преодолеть ограничения феноменологических подходов, основанных на анализе двухчастичных распадов B - и D -мезонов. Так, анализ трехчастичного распада $B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ позволяет разрешить четырехкратную дискретную неопределенность при измерении параметра α (пункт 1.6.2); D -мезоны из распадов $B^\pm \rightarrow DK^\pm$, реконструированные в конечном состоянии $K_S^0\pi^+\pi^-$, позволяют получить параметр γ (раздел 1.4); времязависимый анализ распадов $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 h^0$, $\bar{D}^0 \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-$ позволяет измерить $\cos 2\beta$ и разрешить двужначную дискретную неопределенность при измерении параметра 2β (раздел 1.4).

С другой стороны, использование многочастичных распадов приводит к сложностям, связанным с ограниченным знанием динамики распада. Амплитуда многочастичного распада является (комплексной) функцией, определенной в фазовом пространстве конечного состояния. В отличие от модуля, комплексная фаза амплитуды многочастичного распада не может быть измерена непосредственно. Чаще всего информацию о комплексной фазе амплитуды многочастичного распада получают исходя из модельных предположений. Такой подход нельзя считать удовлетворительным, поскольку он приводит к неустраняемой и сложно оцениваемой неопределенности, связанной как со значением параметров модели, так и с обоснованностью применения той или иной модели. В экспериментах с большой статистикой эти неопределенности могут стать доминирующим фактором, определяющим точность измерений.

В работе [41] была предложена идея модельно-независимого анализа распадов $D^0 \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-$ для измерения параметра γ в распадах $B^\pm \rightarrow DK^\pm$. Для измерения параметра γ нет необходимости знать величину $\Delta\delta_D$ (уравнение (1.32)) в каждой точке фазового пространства. Достаточным является знание среднего значения $\sin \Delta\delta_D$ и $\cos \Delta\delta_D$ для нескольких областей фазового

пространства. А именно, введем параметры

$$K_i = \frac{\int_{\mathcal{D}_i} |\mathcal{A}_D|^2 dm_+^2 dm_-^2}{\int_{\mathcal{D}} |\mathcal{A}_D|^2 dm_+^2 dm_-^2}, \quad \bar{K}_i = \frac{\int_{\mathcal{D}_i} |\bar{\mathcal{A}}_D|^2 dm_+^2 dm_-^2}{\int_{\mathcal{D}} |\bar{\mathcal{A}}_D|^2 dm_+^2 dm_-^2}, \quad (2.1)$$

и

$$Z_i \equiv C_i + iS_i = \frac{\int_{\mathcal{D}_i} |\mathcal{A}_D| |\bar{\mathcal{A}}_D| e^{i\Delta\delta_D} dm_+^2 dm_-^2}{\int_{\mathcal{D}_i} |\mathcal{A}_D|^2 dm_+^2 dm_-^2 \int_{\mathcal{D}_i} |\bar{\mathcal{A}}_D|^2 dm_+^2 dm_-^2}, \quad (2.2)$$

где индекс i обозначает номер области фазового пространства, \mathcal{D} — полное фазовое пространство и \mathcal{D}_i — область фазового пространства, соответствующую номеру i . Для параметров K_i и \bar{K}_i выполняются нормировочные условия

$$\sum_i K_i = 1, \quad \sum_i \bar{K}_i = 1. \quad (2.3)$$

Предполагая отсутствие \mathcal{CP} -нарушения в распадах D -мезонов, т.е. используя соотношение $\mathcal{A}_D(m_+^2, m_-^2) \equiv \bar{\mathcal{A}}_D(m_-^2, m_+^2)$, можно оптимизировать способ разбиения диаграммы Далица распада $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$: выбрать $2\mathcal{N}$ области симметрично относительно перестановки $m_+^2 \leftrightarrow m_-^2$. Номера областей i при этом принимают значения от $-\mathcal{N}$ до \mathcal{N} , исключая 0, такие, что инверсия знаков номеров областей $i \rightarrow -i$ соответствует перестановке $m_+^2 \leftrightarrow m_-^2$. При таких договоренностях выполняются соотношения

$$Z_i \equiv Z_{-i}^* \quad (C_i \equiv C_{-i}, \quad S_i \equiv -S_{-i}), \quad \bar{K}_i \equiv K_{-i}. \quad (2.4)$$

В работах [89; 90] были изучены вопросы о том, как выбрать значение \mathcal{N} и из каких соображений выбирать форму областей. Поясним основные выводы, полученные в этих работах, на примере измерения параметра γ в распадах $B^\pm \rightarrow DK^\pm$. Проинтегрируем уравнение (1.36) по области i и выразим результат через введенные параметры:

$$N_i^\pm \propto K_{\mp i} + r_B^2 K_{\pm i} + 2\sqrt{K_i K_{-i}} (x_\pm C_i + y_\pm S_i). \quad (2.5)$$

Если неизвестные параметры K_i , C_i и S_i получить из независимых измерений (способ измерения этих параметров обсуждается в пункте 2.2.1), то из соотношений (2.5) можно получить интересующие параметры x_{\pm} и y_{\pm} .

Усреднение по области фазового пространства, возникающее в результате интегрирования, приводит к уменьшению статистической чувствительности к измеряемым параметрам (в рассматриваемом случае, к параметрам x_{\pm} и y_{\pm}). В предельном случае большого количества областей статистическая чувствительность приближается к случаю без разбиения. С этой точки зрения следует стремиться к увеличению количества областей. С другой стороны, каждая пара симметричных областей соответствует четырем неизвестным параметрам K_i , K_{-i} , C_i и S_i ; увеличение количества неизвестных параметров приводит к уменьшению статистической чувствительности к измеряемым параметрам. В качестве эмпирического оптимального значения в настоящее время используют $\mathcal{N} = 8$.

Форма областей должна быть выбрана так, чтобы максимизировать статистическую чувствительность к измеряемым параметрам. Хорошее приближение к оптимальному способу разбиения (смотрите уравнение (2.5)) дает критерий

$$\frac{2\pi \left(i - \frac{1}{2}\right)}{\mathcal{N}} < \Delta\delta_D(m_+^2, m_-^2) < \frac{2\pi \left(i + \frac{1}{2}\right)}{\mathcal{N}} \quad (\text{для } m_+^2 > m_-^2 \text{ и } i > 0). \quad (2.6)$$

Разбиение, соответствующее этому критерию, называют *равномерным по фазе*. Критерий (2.6) может быть использован только на основе модельных соображений, поскольку функция $\Delta\delta_D(m_+^2, m_-^2)$ неизвестна. Важно отметить, что такое использование модели амплитуды распада не приводит к систематической ошибке измерения. При использовании модели, плохо описывающей амплитуду распада, разбиение фазового пространства приведет, как показано в работе [90], только к неоптимальной статистической чувствительности к измеряемым параметрам. В работе [90] также показано, что модельно-независимый подход с восемью парами областей и равномерным по фазе разбиением приводит к увеличению статистической неопределенности по сравнению с модельно-зависимым подходом примерно на 10%–20% (в предположении, что модель верно описывает амплитуду распада).

На рисунке 2.1 показаны равномерные по фазе разбиения диаграммы Далица распада $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$, полученные с помощью моделей амплитуды распада из работ [34; 35].

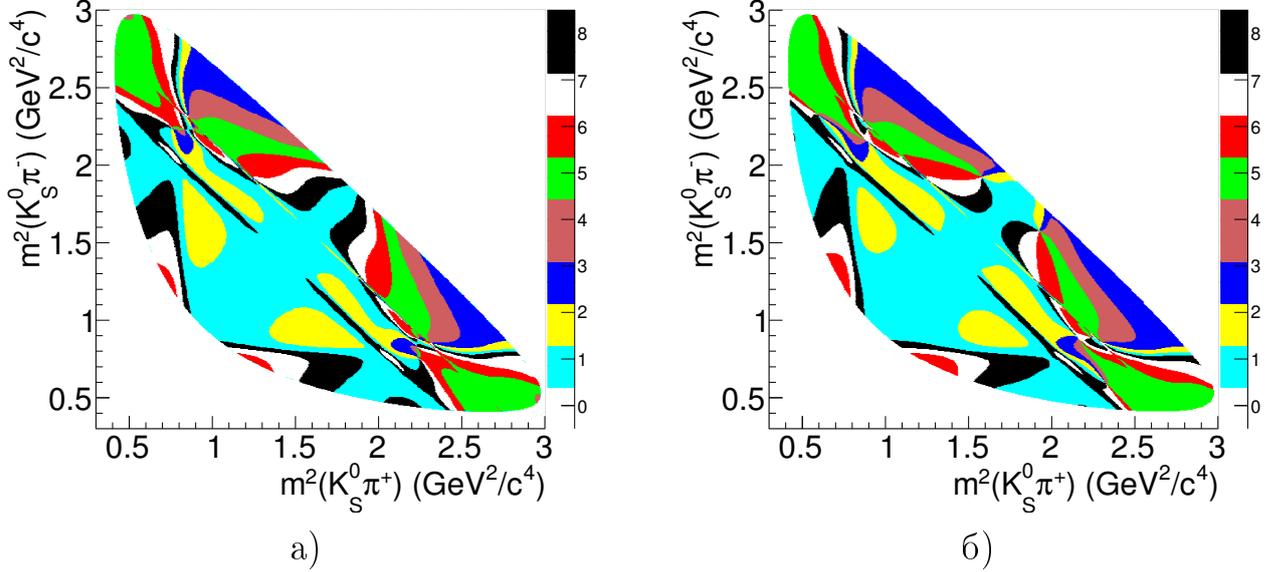


Рисунок 2.1 — Равномерные по фазе разбиения диаграммы Далица распада $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ для моделей распада из работ а) [35] и б) [34].

Описанный формализм может быть использован для анализа любого трехчастичного распада бесспиновой частицы на три бесспиновые частицы (например, $B^0 \rightarrow D \pi^+ \pi^-$), в том числе для не самосопряженных распадов (например, $D^0 \rightarrow K^- \pi^+ \pi^0$) [86].

2.2 Симметричный коллайдер, работающий вблизи порога рождения пар D-мезонов

В этом разделе рассмотрены феноменологические подходы, использующие модельно-независимый анализ трехчастичных распадов D -мезонов, которые могут быть использованы для анализа данных, полученных в эксперименте на Чарм-Тау-фабрике — симметричном коллайдере с высокой светимостью, работающем вблизи порога рождения $D^0 \bar{D}^{0(*)}$ -пар; показано, что подобная экспериментальная установка хорошо подходит для измерения параметров K_i , C_i и S_i , а также для измерения параметров смешивания D -мезонов [86].

2.2.1 Измерение параметров C_i и S_i

Когерентное состояние пары нейтральных D -мезонов, рожденных в процессе $e^+e^- \rightarrow \psi(3770) \rightarrow D^0\bar{D}^0$, аналогично состоянию пары нейтральных B -мезонов, рассмотренному в пункте 1.5, поскольку квантовые числа резонанса $\psi(3770)$ совпадают с квантовыми числами резонанса $\Upsilon(4S)$. Предположим, что оба рожденных в таком процессе D -мезона перешли в конечное состояние $K_S^0\pi^+\pi^-$. Рассмотрим интегральную по времени плотность вероятности такого процесса и возьмем необходимые для модельно-независимого подхода интегралы. Получим:

$$\begin{aligned}
M_{ij}^{c-} &\propto K_i K_{-j} + K_{-i} K_j - 2\sqrt{K_i K_{-i} K_j K_{-j}} (C_i C_j + S_i S_j) \\
&\quad - K_j \sqrt{K_i K_{-i}} (y_D C_i - x_D S_i) - K_{-j} \sqrt{K_i K_{-i}} (y_D C_i + x_D S_i) \\
&\quad + K_i \sqrt{K_j K_{-j}} (y_D C_j - x_D S_j) + K_{-i} \sqrt{K_j K_{-j}} (y_D C_j + x_D S_j) \\
&\quad + \mathcal{O}(x_D + y_D)^2,
\end{aligned} \tag{2.7}$$

где i (j) обозначает номер области на диаграмме Далица распавшегося первым (вторым) D -мезона, M_{ij}^{c-} — ожидаемую долю событий, попавших в пару областей с индексами i и j . В этом выражении эффект осцилляций учтен с точностью до первого порядка по параметрам смешивания включительно. Поскольку рассматривается симметричный коллайдер, работающий вблизи порога рождения $D\bar{D}$ -пар, то отлет D -мезонов мал и не может быть измерен, а выражение (2.7) следует усреднить по очередности распада:

$$\begin{aligned}
\langle M_{ij}^{c-} \rangle &\equiv \frac{1}{2} (M_{ij}^{c-} + M_{ji}^{c-}) \\
&\propto K_i K_{-j} + K_{-i} K_j - 2\sqrt{K_i K_{-i} K_j K_{-j}} (C_i C_j + S_i S_j) \\
&\quad + \mathcal{O}(x_D + y_D)^2.
\end{aligned} \tag{2.8}$$

Для описания случая, когда один из D -мезонов переходит в конечное состояние $K_S^0\pi^+\pi^-$, а второй — в состояние с определенной \mathcal{CP} -четностью η_D , в уравнении (2.8) следует сделать формальные замены $K_j = K_{-j} = 1/2$, $S_j = 0$

и $C_j = \eta_D$:

$$\langle M_{i,\eta_D}^{c-} \rangle \propto K_i + K_{-i} - 2\eta_D \sqrt{K_i K_{-i}} C_i + \mathcal{O}(x_D + y_D)^2. \quad (2.9)$$

В этом случае теряется чувствительность к параметрам S_i . Заметим, что мы рассматриваем параметры C_i и S_i , как независимые параметры, поскольку для любой области конечного размера комбинация $C_i^2 + S_i^2$ не равна 1.

Случай, когда один из D -мезонов переходит в состояние с определенным ароматом (например, посредством полулептонного распада $D^0 \rightarrow K^- l^+ \nu_l$), а второй — в $K_S^0 \pi^+ \pi^-$, описывается формальной заменой $K_j = 0$, $K_{-j} = 1$ в уравнении (2.8):

$$\langle M_i^{c-} \rangle \propto K_i + \mathcal{O}(x_D + y_D)^2. \quad (2.10)$$

Этот процесс позволяет измерить параметры K_i .

Наконец, при распаде одного D -мезона в адронное состояние f_D , такое как $K^- \pi^+$, $K^- \pi^+ \pi^0$ и $K^- 2\pi^+ \pi^-$, а второго — в состояние $K_S^0 \pi^+ \pi^-$, необходимы формальные подстановки $K_j = r_D^2$, $K_{-j} = 1$, $C_i = \cos \Delta\delta_D$, $S_i = \sin \Delta\delta_D$:

$$\begin{aligned} \langle M_{i,f_D}^{c-} \rangle \propto & K_i + r_D^2 K_{-i} - 2r_D \sqrt{K_i K_{-i}} (C_i \cos \Delta\delta_D + S_i \sin \Delta\delta_D) \\ & + \mathcal{O}(x_D + y_D)^2. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Учитывая соотношения $\langle M_{ij}^{c-} \rangle \equiv \langle M_{ji}^{c-} \rangle \equiv \langle M_{-i-j}^{c-} \rangle$, получаем, что соотношение (2.8) обеспечивает \mathcal{N}^2 ограничений, которые позволяют определить значения $2\mathcal{N}$ неизвестных параметров C_i и S_i при $\mathcal{N} \geq 2$. Включение в анализ процессов с \mathcal{CP} -собственными распадами D -мезонов позволит улучшить точность измерения параметров C_i (смотрите уравнение (2.9)), а также делает систему ограничений разрешимой при $\mathcal{N} \geq 1$. Влияние осцилляций D -мезонов при этом сильно подавлено и в любых мыслимых измерениях может не учитываться. Первое измерение параметров C_i и S_i было выполнено в эксперименте CLEO [91]. Измеренные значения параметров C_i и S_i и соответствующие значения, полученные на основе модели амплитуды распада $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$, приведены на рисунке 2.2. В настоящее время известны также предварительные результаты измерения параметров C_i и S_i в эксперименте BES-III, представленные на конференции ICHEP 2016.

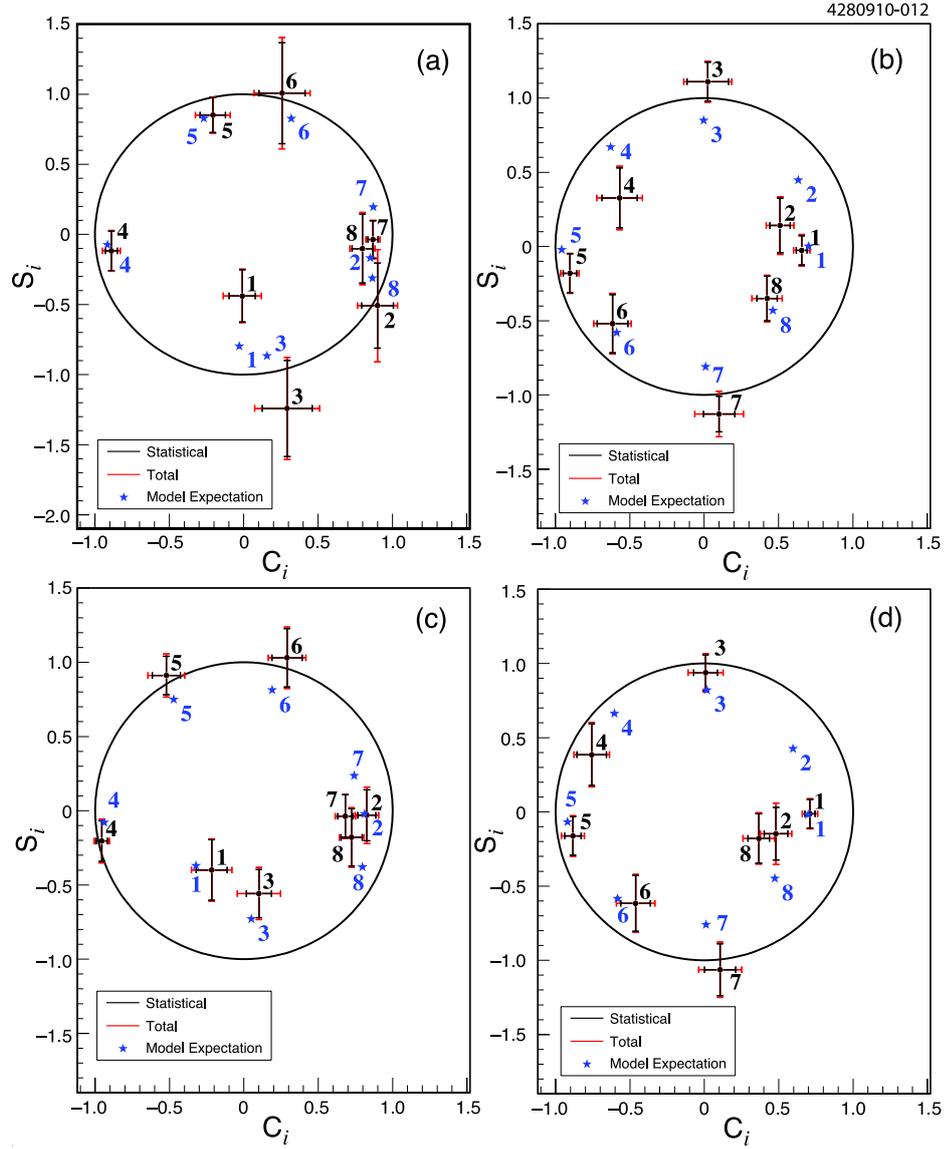


Рисунок 2.2 — Измеренные (черные круги с ошибками) и полученные из модели распада (синие звездочки) значения параметров C_i и S_i для распада $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ [91]. (a) соответствует равномерному по фазе разбиению для модели из работы [35], (b) соответствует разбиению, оптимизированному для измерения параметра γ в распадах $B^\pm \rightarrow DK^\pm$, (c) соответствует разбиению, оптимизированному для измерения параметра γ в распадах $B^\pm \rightarrow DK^\pm$ с учетом фона, характерного для эксперимента LHCb, (d) соответствует равномерному по фазе разбиению для модели из работы [34].

Аналогичное рассмотрение можно выполнить, не предполагая сохранения \mathcal{CP} -симметрии в распаде $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ (т.е. выполнения соотношений (2.4)). Совместный анализ переходов $D\bar{D}$ -пар в конечные состояния $(K_S^0 \pi^+ \pi^-)_D (K_S^0 \pi^+ \pi^-)_{\bar{D}}$ и $(K_S^0 \pi^+ \pi^-)_D (f_{\mathcal{CP}})_{\bar{D}}$ в этом случае позволяет разрешить

систему ограничений при $\mathcal{N} \geq 2$. Необходимый для такого рассмотрения формализм приведен в приложении А.

2.2.2 Измерение параметров смешивания D -мезонов

Сокращение параметров смешивания в выражении (2.8) произошло благодаря антисимметричности когерентного состояния нейтральных D -мезонов и является удачным с точки зрения измерения параметров C_i и S_i . Измерение параметров смешивания, однако, представляет отдельный интерес. Чтобы получить чувствительность к параметрам смешивания, необходимо собрать симметричное когерентное состояние пары нейтральных D -мезонов.

Оба состояния (симметричное и антисимметричное) оказываются доступными при рассмотрении процесса $e^+e^- \rightarrow \psi(4040) \rightarrow D^0\bar{D}^{*0}$. Сечение инклюзивного перехода $e^+e^- \rightarrow c\bar{c}$ при энергии пучков вблизи резонанса $\psi(4040)$ определяется в основном этим процессом и сравнимо с сечением вблизи резонанса $\psi(3770)$ (рисунок 2.3).

\mathcal{C} -четность пары D -мезонов определяет мода распада D^{*0} -мезона: при распаде $D^{*0} \rightarrow D^0\gamma$ пара D -мезонов переходит в симметричное состояние с $\mathcal{C} = +1$, а при распаде $D^{*0} \rightarrow D^0\pi^0$ — в антисимметричное состояние с $\mathcal{C} = -1$. Вторым случаем был рассмотрен в пункте 2.2.1. Рассмотрим здесь первый случай и начнем с перехода обоих D -мезонов в конечное состояние $K_S^0\pi^+\pi^-$. Доля событий, попавших в пару областей с номерами (i, j) , задается выражением

$$\begin{aligned} \langle M_{ij}^{\mathcal{C}+} \rangle &\propto K_i K_{-j} + K_{-i} K_j + 2\sqrt{K_i K_{-i} K_j K_{-j}} (C_i C_j + S_i S_j) \\ &+ 2K_j \sqrt{K_i K_{-i}} (y_D C_i - x_D S_i) + 2K_{-j} \sqrt{K_i K_{-i}} (y_D C_i + x_D S_i) \\ &+ 2K_i \sqrt{K_j K_{-j}} (y_D C_j - x_D S_j) + 2K_{-i} \sqrt{K_j K_{-j}} (y_D C_j + x_D S_j) \\ &+ \mathcal{O}(x_D + y_D)^2. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Заметим, что линейный по параметрам смешивания вклад удваивается при усреднении по очередности распада. Выпишем выражения, соответствующие

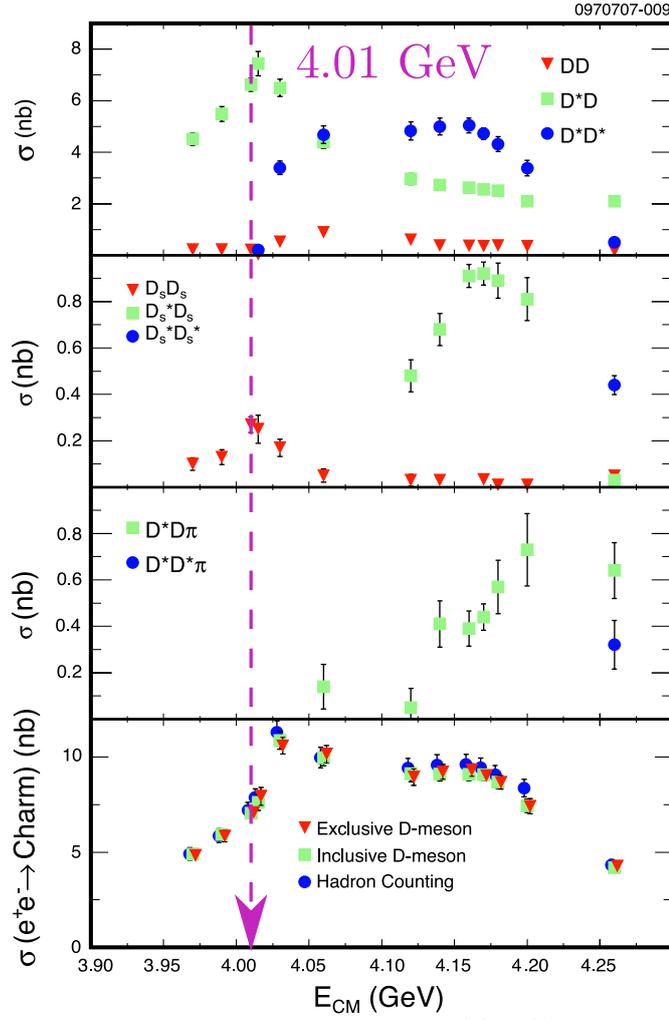


Рисунок 2.3 — Сечения процессов $e^+e^- \rightarrow D_{(s)}^{(*)}D_{(s)}^{(*)}(\pi)$, измеренные группой CLEO, для различных энергий [92].

симметричному когерентному состоянию пары нейтральных D -мезонов, для тех же случаев, что были рассмотрены в пункте 2.2.1:

- Один из D -мезонов распадается в состояние с определенной \mathcal{CP} -четностью η_D :

$$\begin{aligned} \langle M_{i,\eta_D}^{C^+} \rangle &\propto (K_i + K_{-i}) (1 + 2\eta_D y_D) + 2C_i \sqrt{K_i K_{-i}} (\eta_D + 2y_D) \\ &+ \mathcal{O}(x_D + y_D)^2. \end{aligned} \quad (2.13)$$

- Один из D -мезонов распадается в состояние с определенным ароматом:

$$\langle M_i^{C^+} \rangle \propto K_i + 2\sqrt{K_i K_{-i}} (y_D C_i + x_D S_i) + \mathcal{O}(x_D + y_D)^2. \quad (2.14)$$

- Один из D -мезонов распадается в адронное состояние ($f_D = K^-\pi^+$ и другие):

$$\begin{aligned} \langle M_{i,f_D}^{C+} \rangle &\propto K_i + K_{-i}r_D^2 + 2r_D\sqrt{K_iK_{-i}}(C_i \cos \Delta\delta_D + S_i \sin \Delta\delta_D) \\ &+ 2\sqrt{K_iK_{-i}}(y_D C_i + x_D S_i) + \mathcal{O}(x_D + y_D)^2. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Процесс $\psi(4040) \rightarrow D^\pm D^{*\mp}$, $D^{*+} \rightarrow D^0\pi^+$, $D^0 \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-$ позволяет получить нейтральный D -мезон в некогерентном состоянии. Используя уравнения (1.10) и (1.20), можно получить интегральную по времени вероятность обнаружить событие в области диаграммы Далица с индексом i :

$$K'_i = K_i + \sqrt{K_iK_{-i}}(y_D C_i + x_D S_i) + \mathcal{O}(x_D + y_D)^2. \quad (2.16)$$

Способ получения параметров K_i , C_i и S_i обсуждался в пункте 2.2.1. При известных значениях этих параметров соотношения (2.13), (2.14) и (2.16) позволяют получить параметры смешивания x_D и y_D .

Обобщение на другие многочастичные распады D -мезонов. Параметры смешивания могут быть измерены с использованием таких трех- и четырехчастичных конечных состояний D -мезона, как $K^-\pi^+\pi^0$ и $K^-2\pi^+\pi^-$. Для разрешенного $D^0 \rightarrow K^-\pi^+\pi^0$ и подавленного $D^0 \rightarrow K^+\pi^-\pi^0$ распадов можно определить параметры K_i , C_i и S_i аналогично (2.1) и (2.2). Относительная величина интерференционного слагаемого при использовании этих процессов может быть гораздо большей, чем при использовании распадов $D \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-$. Например, если один из пары D -мезонов, находящихся в когерентном состоянии с $\mathcal{C} = +1$, распадается полулептонно, как D^0 -мезон, а второй — в конечное состояние $K^-\pi^+\pi^0$ (состояние с *неверным знаком*), то мы приходим к случаю, описываемому уравнением (2.14), причем первое слагаемое имеет величину порядка $r_{K^-\pi^+\pi^0} \sim 0.06 \times 0.06$, а второе — $\sqrt{r_{K^-\pi^+\pi^0}}(x_D, y_D) \sim 0.06 \times 0.01$.

Динамика разрешенного распада $D^0 \rightarrow K^-\pi^+\pi^0$ была изучена в работе [93], а подавленного $\bar{D}^0 \rightarrow K^-\pi^+\pi^0$ — в работе [94]. На основе этих результатов мы получили равномерное по фазе разбиение диаграмм Далица для этих распадов (рисунок 2.4) и значения параметров K_i , C_i и S_i , которые используются в описанной ниже оценке точности измерения параметров смешивания.

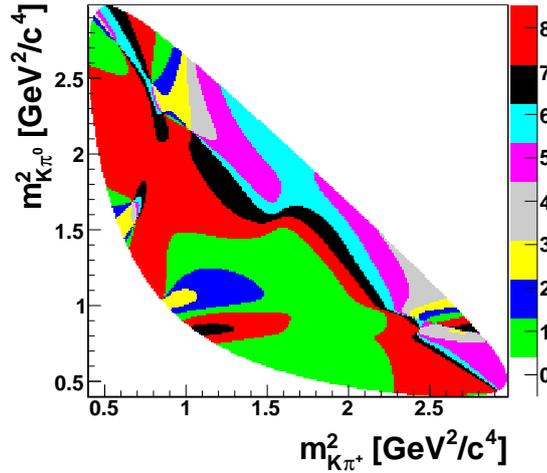


Рисунок 2.4 — Равномерное по фазе разбиение диаграммы Далица распадов $D \rightarrow K^- \pi^+ \pi^0$, полученное с помощью моделей амплитуд распадов из работ [93; 94].

Количественная оценка точности измерения параметров смешивания на Чарм-Тау-фабрике. Одна из возможных схем измерения параметров смешивания на Чарм-Тау-фабрике, работающей вблизи резонанса $\psi(4040)$, состоит в использовании

1. многочастичных распадов D -мезонов, рождающихся в когерентном состоянии с определенным ароматом и $\mathcal{C} = -1$ (уравнение (2.10));
2. распадов пары D -мезонов, рождающихся в когерентном состоянии с $\mathcal{C} = -1$, в одно и то же многочастичное состояние (уравнение (2.8));
3. многочастичных распадов D , рождающихся в некогерентном состоянии с определенным ароматом (уравнение (2.16));
4. многочастичных распадов D , рождающихся в когерентном состоянии с определенным ароматом и $\mathcal{C} = +1$ (уравнение (2.14)).

Первый тип распадов позволяет измерить параметры K_i , второй — параметры C_i и S_i , третий и четвертый типы чувствительны к параметрам смешивания.

В таблице 1 приведена оценка количества событий перечисленных типов для конечных состояний $K_S^0 \pi^+ \pi^-$ и $K^- \pi^+ \pi^0$, соответствующая году работы Чарм-Тау-фабрики со светимостью $10^{35} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$. Проекты таких установок обсуждаются [95].

Используя полученные оценки размера выборок, мы выполнили серию численных экспериментов методом Монте-Карло (описание процедуры приве-

Таблица 1 — Оценка количества зарегистрированных распадов D в конечные состояния $K_S^0\pi^+\pi^-$ и $K^-\pi^+\pi^0$, соответствующая году работы Чарм-Тау-фабрики со светимостью 10^{35} см $^{-2}$ с $^{-1}$, работающей вблизи резонанса $\psi(4040)$. Эффективность регистрации событий оценена на основе результатов группы CLEO [91]. Значения для конечного состояния $K^-\pi^+\pi^0$ включают разрешенные и подавленные переходы.

Тип процесса	Количество событий (10^6)	
	$K_S^0\pi^+\pi^-$	$K^-\pi^+\pi^0$
Некогерентные с определенным ароматом	6	30
Когерентные $\mathcal{C}-$ с определенным ароматом	2.1	10.5
Когерентные $\mathcal{C}+$ с определенным ароматом	1.4	7
Когерентные $\mathcal{C}-$	0.6	13

дено в приложении Б) для оценки статистической неопределенности при изменении параметров смешивания по описанной схеме. При проведении численных экспериментов использованы модели амплитуд распадов $D^0 \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-$ из работы [34], распадов $D^0 \rightarrow K^-\pi^+\pi^0$ из работы [93] и распадов $\bar{D}^0 \rightarrow K^-\pi^+\pi^0$ из работы [94]. Результаты оценок представлены в таблицах 2 и 3. Кроме параметров смешивания x_D и y_D , в таблицах приведены оценки статистической неопределенности для параметров $\alpha_{\mathcal{CP}}$ и $r_{\mathcal{CP}}$, описывающих \mathcal{CP} -нарушение в смешивании D -мезонов:

$$r_{\mathcal{CP}}e^{i\alpha_{\mathcal{CP}}} \equiv \frac{p}{q}, \quad (2.17)$$

где p и q определены в уравнении (1.8). Для наглядности, мы не учитывали возможное нарушение \mathcal{CP} -симметрии в осцилляциях D -мезонов при описании формализма. Необходимое расширение формализма приведено в работах [86; 96] и в приложении А. Полученные оценки показывают, что в эксперименте на Чарм-Тау-фабрике параметры смешивания D -мезонов могут быть измерены с точностью лучше 10^{-3} . Существующие, модельно-зависимые, измерения параметров смешивания на B -фабриках [30; 31] имеют статистическую неопределенность около 2×10^{-3} .

Таблица 2 — Результат численных экспериментов: статистическая неопределенность при модельно-независимом измерении параметров смешивания и \mathcal{CP} -нарушения в смешивании D -мезонов с использованием переходов D -мезонов в конечное состояние $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$. Результат соответствует году работы Чарм-Тау-фабрики со светимостью $10^{35} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$, работающей вблизи резонанса $\psi(4040)$. Для выполнения численных экспериментов использована модель амплитуды распада $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ из работы [34].

Параметр	Статистическая неопределенность		
	Когерентные события	Некогерентные события	Все события
$x_D (10^{-4})$	12.5	18.4	11.8
$y_D (10^{-4})$	8.7	12.9	8.5
$r_{\mathcal{CP}} (10^{-2})$	5.4	5.2	3.8
$\alpha_{\mathcal{CP}} (\text{град.})$	3.5	3.5	2.5

Таблица 3 — Результат численных экспериментов: статистическая неопределенность при модельно-независимом измерении параметров смешивания и \mathcal{CP} -нарушения в смешивании D -мезонов с использованием переходов D -мезонов в конечное состояние $K^- \pi^+ \pi^0$. Результат соответствует году работы Чарм-Тау-фабрики со светимостью $10^{35} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$, работающей вблизи резонанса $\psi(4040)$. Для выполнения численных экспериментов использованы модели амплитуд распадов $D^0 \rightarrow K^- \pi^+ \pi^0$ из работы [93] и распадов $\bar{D}^0 \rightarrow K^- \pi^+ \pi^0$ из работы [94], а также значение $\Delta\delta_D^{K\pi\pi^0} = 227^\circ$ средней разности фаз между амплитудами распадов $D^0 \rightarrow K^- \pi^+ \pi^0$ и $\bar{D}^0 \rightarrow K^- \pi^+ \pi^0$, из работы [93].

Параметр	Статистическая неопределенность		
	Когерентные события	Некогерентные события	Все события
$x_D (10^{-4})$	6.2	8.7	6.0
$y_D (10^{-4})$	6.1	8.9	6.1
$r_{\mathcal{CP}} (10^{-2})$	2.6	2.2	1.7
$\alpha_{\mathcal{CP}} (\text{град.})$	2.4	2.4	1.7

Обсуждение метода. При развитии формализма мы предполагали отсутствие прямого \mathcal{CP} -нарушения в распадах D -мезонов. Возможное прямое \mathcal{CP} -нарушение может быть включено в формализм посредством удвоения количества параметров K_i , C_i и S_i : в этом случае необходимо рассматривать два набора параметров для каждого аромата D (смотрите пункт 2.3.3). Количество ограничений (уравнений) при этом остается неизменным, а система уравнений остается разрешимой при достаточно большом количестве областей на диаграмме Далица. Такой, обобщенный, формализм позволяет различать прямое \mathcal{CP} -нарушение в распадах D -мезонов и \mathcal{CP} -нарушение в осцилляциях.

\mathcal{CP} -нарушение в системе нейтральных K -мезонов может имитировать \mathcal{CP} -нарушение в системе нейтральных D -мезонов, если используется конечное состояние $K_S^0\pi^+\pi^-$ или другое, содержащее K_S^0 -мезон. \mathcal{CP} -нарушающие слагаемые в амплитуде распада D -мезона порядка $\epsilon\lambda^2$, где $\epsilon \approx 2.2 \times 10^{-3}$ [12] — величина \mathcal{CP} -нарушения в смешивании K -мезонов и $\lambda^2 \approx 0.04$ (уравнение (1.4)) описывает относительную разницу между амплитудами распадов $D^0 \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-$ и $D^0 \rightarrow K_L^0\pi^+\pi^-$. Величина наблюдаемого \mathcal{CP} -нарушения составит порядка $r_{\mathcal{CP}} \sim \epsilon\lambda^2/(x_D+y_D)^2 \sim 0.01$. Зная структуру амплитуды распада $D^0 \rightarrow K_L^0\pi^+\pi^-$ (такого рода анализ также может быть выполнен на Чарм-Тау-фабрике), в измерения можно ввести поправку, компенсирующую описанный эффект.

Существенным свойством описанного подхода является возможность получения всей необходимой информации в одном эксперименте, в измерениях со схожей кинематикой. Это позволяет рассчитывать на значительное сокращение систематических эффектов, связанных с эффективностью регистрации частиц. Кроме того, для получения значений всех параметров необходимы измерения только относительных величин — долей событий в областях диаграммы Далица, что также позволяет ожидать избавления от некоторых систематических неопределенностей, связанных с эффективностью реконструкции событий.

Оптимальной энергией пучков симметричной Чарм-Тау-фабрики для реализации представленной программы измерений является $\sqrt{s} = 4.01$ ГэВ. Это значение находится под порогом рождения пар $D^*\bar{D}^*$, распады которых могут являться существенным источником фона для распадов пар $D\bar{D}^*$, а сечение процесса $e^+e^- \rightarrow D\bar{D}^*$ при этой энергии все еще достаточно велико (смотрите рисунок 2.3).

2.3 Асимметричный коллайдер, работающий вблизи порога рождения пар B -мезонов

В этом разделе рассмотрена феноменология модельно-независимых измерений с использованием многочастичных распадов на асимметричном ускорителе с высокой светимостью, работающем вблизи энергии резонанса $\Upsilon(4S)$ (B -фабрике) [86; 87]. Описанные методы измерений также могут быть использованы в эксперименте LHCb.

2.3.1 Измерение параметров смешивания D -мезонов во времязависимом анализе

Временная эволюция нейтральных D -мезонов обсуждалась в разделе 1.3. Уравнения (1.10) и (1.20) позволяют получить времязависимую плотность вероятности распада D^0 -мезона. Рассматривая переход в конечное состояние $K_S^0\pi^+\pi^-$ и интегрируя по области диаграммы Далица с индексом i , получим

$$K'_i(t) \propto e^{-\Gamma_D t} \left[K_i + \sqrt{K_i K_{-i}} (y_D C_i + x_D S_i) \Gamma t + \mathcal{O}((\Gamma_D t)^2 (x_D + y_D)^2) \right]. \quad (2.18)$$

Уравнение 2.18 может быть использовано для модельно-независимого измерения параметров смешивания D -мезонов. В приложении А приведен более общий формализм, учитывающий возможное нарушения \mathcal{CP} -симметрии в осцилляциях D -мезонов. Расширенный формализм позволяет выполнять модельно-независимые измерения параметров \mathcal{CP} -нарушения в осцилляциях D -мезонов совместно с параметрами смешивания.

Данный метод впервые описан в работе [86] и впоследствии впервые реализован группой LHCb в работе [32], в которой представлен анализ 178×10^3 распадов $D^{*+} \rightarrow D^0\pi^+$, $D^0 \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-$. Существуют планы по проведению аналогичного анализа с данными экспериментов Belle и BaBar, которые набрали около 10^6 распадов $D^{*+} \rightarrow D^0\pi^+$, $D^0 \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-$. Описанный метод вероятно

будет востребован при проведении измерений с большей статистикой с данными эксперимента Belle II.

2.3.2 Влияние осцилляций D -мезонов на модельно-независимое измерение параметра γ

В пункте 2.1 обсуждалось модельно-независимое измерение параметра γ в распадах $B^\pm \rightarrow DK^\pm$, $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ (уравнение (2.5)). В перспективе прецизионного модельно-независимого измерения параметра γ в экспериментах Belle II и LHCb важным вопросом является возможное влияние осцилляций D -мезонов на наблюдаемую величину γ . Выражение (2.5) с учетом осцилляций D -мезонов принимает вид

$$\begin{aligned} N_i^{\pm'} &\propto K_{\pm i} + r_B^2 K_{\mp i} + 2\sqrt{K_i K_{-i}} (x_\pm C_i + y_\pm S_i) \\ &+ \sqrt{K_i K_{-i}} (y_D C_i + x_D S_i) + r_B^2 \sqrt{K_i K_{-i}} (y_D C_i - x_D S_i) \\ &+ K_{\pm i} (x_\pm y_D - y_\pm x_D) + K_{\mp i} (x_\pm y_D + y_\pm x_D) + \mathcal{O}(x_D + y_D)^2. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Значения параметров K_i , C_i и S_i , измеренные на Чарм-Тау-фабрике с использованием процесса $e^+e^- \rightarrow \psi(3770) \rightarrow D^0 \bar{D}^0$ не подвержены влиянию осцилляций D -мезонов с точностью до поправок второго порядка по параметрам смешивания (пункт 2.2.1). Если использовать измеренные таким образом значения K_i , C_i и S_i для извлечения параметра γ и не учитывать эффект осцилляций D -мезонов, то систематический сдвиг за счет осцилляций будет линейным по параметрам смешивания.

Другим возможным выбором является использование значений параметров K_i , измеренных в некогерентных распадах $D^{*+} \rightarrow D^0 \pi^+$, $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ (уравнение (2.16)), и поэтому искаженных осцилляциями D -мезонов в первом порядке по параметрам смешивания. Для анализа этого случая уравнение (2.19) удобно переписать в виде [86]

$$N_i^{\pm'} = K'_{\pm i} + r_B^2 K'_{\mp i} + 2\sqrt{K'_i K'_{-i}} (x_\pm C'_i + y_\pm S'_i) + \mathcal{O}(x_D + y_D)^2, \quad (2.20)$$

где K'_i определены в уравнении (2.16),

$$\begin{aligned} C'_i &= C_i + \frac{K'_i + K'_{-i}}{\sqrt{K'_i K'_{-i}}} (1 - C_i^2) y_D + \frac{K'_i - K'_{-i}}{\sqrt{K'_i K'_{-i}}} C_i S_i x_D, \\ S'_i &= S_i - \frac{K'_i - K'_{-i}}{\sqrt{K'_i K'_{-i}}} (1 - C_i^2) x_D - \frac{K'_i + K'_{-i}}{\sqrt{K'_i K'_{-i}}} C_i S_i y_D. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Параметры C'_i и S'_i отличаются от параметров C_i и S_i линейными по параметрам смешивания поправками, а уравнение (2.20) имеет тот же вид, что уравнение (2.5). Линейный по параметрам смешивания вклад в уравнении (2.20) дополнительно подавлен фактором порядка r_B по сравнению с соответствующим вкладом в уравнении (2.19). Это позволяет ожидать, что смещение наблюдаемого значения γ в случае получения параметров K_i в некогерентных распадах будет значительно меньше соответствующего смещения в случае получения параметров K_i в когерентных распадах.

Заметим, что несмещенное значение γ (с точностью до поправок второго порядка по параметрам смешивания) можно получить, если значения параметров K_i определять в некогерентных распадах, а значения параметров C'_i и S'_i определять вместе со значениями параметров x_B и y_B из соотношений (2.20). В этом случае, однако, статистическая чувствительность к параметрам x_B и y_B значительно уменьшается.

Количественная оценка влияния осцилляций D -мезонов на наблюдаемое значение параметра γ была выполнена с помощью численных экспериментов Монте-Карло. При этом значения параметров K_i , C_i и S_i вычислялись с помощью модели распада $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ из работы [34] и рассматривались три схемы измерения:

1. Использование значений параметров K_i , C_i и S_i , измеренных в когерентных распадах D -мезонов.
2. Использование значений параметров C_i и S_i , измеренных в когерентных распадах D -мезонов, а значения параметров K_i — в некогерентных распадах (K'_i).
3. Использование значений параметров K_i , C_i и S_i , измеренных в когерентных распадах D -мезонов и применение линейной поправки согласно уравнению (2.19) (считая параметры смешивания известными).

Величина поправки к наблюдаемой величине параметра γ за счет осцилляций D -мезонов зависит от величины $\alpha_D = \arctan(y_D/x_D)$, отношения $\sqrt{x_D^2 + y_D^2}/r_B$ и значений параметров $\Delta\delta_B$ и γ . Мы выбрали значение $\sqrt{x_D^2 + y_D^2}/r_B = 0.1$ (поправка линейна по этому параметру) и выполнили сканирование по остальным параметрам. Результаты приведены в таблице 4 и показывают, что использование значений параметров K_i , полученных из некогерентных распадов D -мезонов, позволяет уменьшить влияние осцилляций D -мезонов до пренебрежимо малого на практике значения.

Таблица 4 — Результаты численных экспериментов: смещения наблюдаемого значения параметра γ при модельно-независимом измерении в распадах $B^\pm \rightarrow DK^\pm$, $D \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-$, возникающие из-за осцилляций D -мезонов. Приведены максимальные смещения γ , полученные при сканировании по параметрам $\alpha_D = \arctan(y_D/x_D)$, δ_B и γ , а также значения параметров, при которых эти смещения были получены. Смещения пропорциональны величине $\sqrt{x_D^2 + y_D^2}/r_B$, приведенные значения соответствуют значению 0.1.

Схема измерения	$\Delta\gamma_{\max}$	$\alpha_{D,\max}$	$\delta_{B,\max}$	$\gamma_{B,\max}$
1. Использование K_i	2.9°	184°	85°	87°
2. Использование K'_i	-0.2°	97°	2°	90°
3. Линейная поправка	0.07°	324°	72°	73°

2.3.3 Влияние прямого \mathcal{CP} -нарушения в распадах D -мезонов на модельно-независимое измерение параметра γ

Прецизионные измерения параметра γ в экспериментах LHCb и Belle II могут выявить отклонения от КМ-механизма. В этом случае важно будет понимать природу этого отклонения: проявление ли это эффектов НФ в распадах B -мезонов или D -мезонов? В этом пункте описывается оценка возможного систематического смещения наблюдаемой величины параметра γ из-за прямого \mathcal{CP} -нарушения в распадах $D \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-$ с учетом существующих экспери-

ментальных ограничений на его величину. Также показывается, что модельно-независимый подход может быть применен и в случае существования прямого \mathcal{CP} -нарушения в распадах D -мезонов, позволяя получать несмещенные измерения при незначительном уменьшении статистической чувствительности метода [87].

Допуская \mathcal{CP} -нарушение в распаде $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$, нельзя предполагать выполнение соотношения $\mathcal{A}_D(m_+^2, m_-^2) \equiv \overline{\mathcal{A}}_D(m_-^2, m_+^2)$. Тогда, вообще говоря,

$$\overline{K}_i \neq K_{-i}, \quad C_i \neq C_{-i}, \quad S_i \neq -S_{-i}. \quad (2.22)$$

Симметричность разбиения диаграммы Далица в этом случае теряет практическую ценность, а количество независимых параметров K_i , \overline{K}_i , C_i и S_i удваивается.

Запишем выражения для ожидаемых долей чисел событий в областях диаграммы Далица для процессов, используемых при модельно-независимом измерении параметра γ , не предполагая сохранение \mathcal{CP} -симметрии в распаде $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$. Уравнение (2.9) перейдет в

$$\langle M_{i,\eta_D}^{c-} \rangle \propto K_i + \overline{K}_i - 2\eta_D \sqrt{K_i \overline{K}_i} C_i \quad (2.23)$$

(мы пренебрегли осцилляциями D -мезонов), уравнение (2.8) — в

$$\langle M_{ij}^{c-} \rangle \propto K_i \overline{K}_j + \overline{K}_i K_j - 2\sqrt{K_i \overline{K}_i K_j \overline{K}_j} (C_i C_j + S_i S_j) \quad (2.24)$$

и уравнение (2.5) запишем в явном виде для обоих ароматов D -мезонов:

$$\begin{aligned} N_i^+ &\propto \overline{K}_i + r_B^2 K_i + 2\sqrt{\overline{K}_i K_i} (x_+ C_i + y_+ S_i), \\ N_i^- &\propto K_i + r_B^2 \overline{K}_i + 2\sqrt{K_i \overline{K}_i} (x_- C_i + y_- S_i), \end{aligned} \quad (2.25)$$

Соотношения (2.23), (2.24) и (2.25) обеспечивают $2\mathcal{N}^2 + 6\mathcal{N}$ ограничений для $4\mathcal{N} + 4$ свободных параметров. Система ограничений остается разрешимой при $\mathcal{N} \geq 2$, позволяя получать параметр γ без требования сохранения \mathcal{CP} -симметрии в распадах D -мезонов.

В случае нарушения \mathcal{CP} -симметрии в распадах D -мезонов в \mathcal{CP} -собственные состояния (K^+K^- , $\pi^+\pi^-$, $K_S^0\pi^0$ и другие), выражение (2.23) перестает быть верным. Если исключить его из системы ограничений, то возникает две неопределенности. Первая неопределенность — дискретная: одновременное изменение знака параметров x_{\pm} и C_i не изменяет оставшиеся уравнения. (Заметим, что дискретная неопределенность при одновременном изменении знака параметров y_{\pm} и S_i присуща методу и в случае предположения сохранения \mathcal{CP} -симметрии в распадах D -мезонов. Эта неопределенность разрешается с помощью слабого модельного предположения, использующего описание амплитуды распада $D^0 \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-$ с помощью суммы функций Брейта-Вигнера.) Вторая неопределенность состоит в возможности поворота на произвольный угол фазовых параметров

$$\begin{aligned}\tilde{C}_i &= C_i \cos \theta - S_i \sin \theta, \\ \tilde{S}_i &= S_i \cos \theta + C_i \sin \theta\end{aligned}\tag{2.26}$$

при одновременном смещении параметра γ на величину θ . Переходы D -мезонов в \mathcal{CP} -собственные состояния, таким образом, необходимы при выполнении измерений, допускающих \mathcal{CP} -нарушение в распадах D -мезонов. Возможная \mathcal{CP} -нарушающая фаза в таких распадах будет транслироваться в неопределенность величины γ .

Более общее утверждение состоит в том, что величина γ , определенная в процессах $B^{\pm} \rightarrow DK^{\pm}$ и $\psi(3770) \rightarrow D\bar{D}$, может быть смещенной из-за общей \mathcal{CP} -нарушающей фазы в распадах D -мезонов. Это смещение можно контролировать с помощью процессов, приводящих к когерентному состоянию D -мезонов с относительной \mathcal{CP} -нарушающей фазой, отличной от γ , например, $B^0 \rightarrow \bar{D}^0\pi^0$ [87].

Количественная оценка смещения наблюдаемого значения параметра γ из-за прямого \mathcal{CP} -нарушения в распадах $D^0 \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-$. Экспериментальные ограничения на величину \mathcal{CP} -нарушения в распадах $D \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-$ были получены группами CLEO [97] и CDF [98]. В обоих исследованиях амплитуда распада $D^0 \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-$ описывалась суммой квазидвухчастичных амплитуд с промежуточными резонансами и допускалось \mathcal{CP} -нарушение в любом

слагаемом из этой суммы:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_D &= a_0 e^{i\delta_0} + \sum_j A_j^+ \mathcal{M}_j, \\ \overline{\mathcal{A}}_D &= a_0 e^{i\delta_0} + \sum_j A_j^- \overline{\mathcal{M}}_j, \end{aligned} \quad (2.27)$$

где a_0 и δ_0 обозначают, соответственно, амплитуду и фазу нерезонансного вклада (предполагаемого не нарушающим \mathcal{CP} -симметрию), \mathcal{M}_j и $\overline{\mathcal{M}}_j$ — квази-двухчастичные матричные элементы, обычно описываемые функцией Брейта-Вигнера, и A_j^\pm — комплексные коэффициенты. В случае \mathcal{CP} -нарушения, $A_j^+ \neq A_j^-$. Следуя работам [97; 98], будем использовать следующие обозначения:

$$A_j^\pm = a_j e^{i\delta_j \pm \varphi_j} \left(1 \pm \frac{b_j}{a_j} \right), \quad (2.28)$$

где a_j и δ_j обозначают, соответственно, среднее значение амплитуды и фазы, а b_j/a_j и φ_j — малые \mathcal{CP} -нарушающие параметры.

Оценка смещения наблюдаемого значения параметра γ выполнена с помощью проведения численных экспериментов методом Монте-Карло. Использована модель амплитуды распада $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ из работы [34], коэффициенты которой были модифицированы согласно выражению (2.28). Нарушение \mathcal{CP} -симметрии величины 10% ($b_j/a_j = 0.1$ и $\varphi_j = 0.1$ рад) вносилось по очереди в описание матричного элемента каждого резонанса в модели. Для каждого варианта внесения \mathcal{CP} -нарушения было сгенерировано большое количество событий, согласно уравнениям (2.23), (2.24) и (2.25) и параметрами $\gamma = 70^\circ$, $r_B = 0.1$, $\Delta\delta_D = 130^\circ$. Полученные таким образом события затем использовались для определения значения параметра γ методом максимального правдоподобия (при этом \mathcal{CP} -нарушение в распадах D -мезона не учитывалось). Полученные результаты приведены на рисунке 2.5.

Используя полученные смещения и предполагая линейную зависимость от \mathcal{CP} -нарушающих параметров, смещения были пересчитаны согласно измерениям, приведенным в работе [98]. Оценка суммарного смещения получена взятием квадратного корня из суммы квадратов всех смещений: $\delta\gamma = (-2.65 \pm 3.17)^\circ$. Результат согласуется с нулем (поскольку \mathcal{CP} -нарушение не было обнаружено

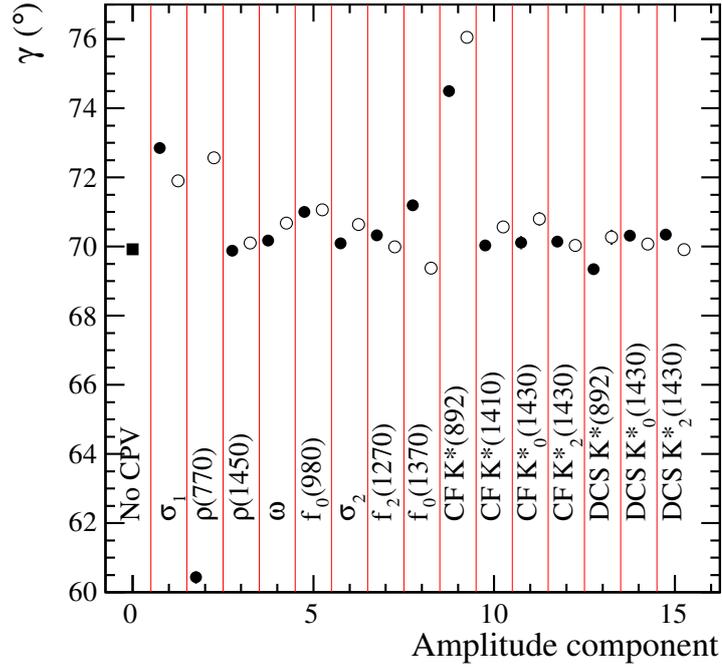


Рисунок 2.5 — Результаты численных экспериментов: смещение величины параметра γ , полученное в предположении отсутствия \mathcal{CP} -нарушения в распадах D -мезонов. Заполненный квадрат соответствует событиям, сгенерированным без \mathcal{CP} -нарушения, заполненные круги — событиям, сгенерированным с $b_j/a_j = 0.1$ (уравнение (2.28)), незаполненные круги — событиям, сгенерированным с $\varphi_j = 0.1$ рад [87].

в измерениях), поэтому полученная оценка $\lesssim 3^\circ$ ограничена статистической неопределенностью измерения \mathcal{CP} -нарушения в распадах $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$.

Полученный результат показывает необходимость выполнения более точного изучения возможного \mathcal{CP} -нарушения в распадах $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$, поскольку ожидается, что в экспериментах Belle II и LHCb значение параметра γ будет измерено с точностью лучше 3° .

Статистическая чувствительность метода при допущении \mathcal{CP} -нарушения в распаде $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$. Как показано выше, система ограничений, используемых для измерения параметра γ , остается разрешимой в случае допущения \mathcal{CP} -нарушения в распаде $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$. С помощью численных экспериментов, проведенных методом Монте-Карло, оценено изменение статистической чувствительности к параметру γ по сравнению со случаем, когда \mathcal{CP} -нарушение в распаде $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ не допускается. Для

численных экспериментов было сгенерировано по 10^6 событий $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ с известным ароматом D -мезона для каждого аромата; 1.2×10^5 событий когерентных распадов $\psi(3770) \rightarrow D\bar{D}$; 1.2×10^5 событий $D_{CP} \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$; 6×10^4 распадов $B^\pm \rightarrow DK^\pm$, $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ для каждого из двух заряженных B -мезонов. Размер выборки распадов B -мезонов соответствует ожидаемому размеру экспериментальных выборок в экспериментах Belle II и LHCb (после модернизации). Отношение размеров выборок распадов B -мезонов и $\psi(3770)$ -резонанса взято тем же, что в уже опубликованных анализах; необходимая статистика требуемых событий может быть получена в эксперименте BES-III [99] и на будущих Чарм-Тау-фабриках.

Описанный набор событий был использован для определения величины параметра γ методом максимального правдоподобия с помощью двух процедур, одна из которых предполагает сохранение CP -симметрии в распадах $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$, а другая не предполагает. Аналогичный численный эксперимент был выполнен для выборок событий в четыре раза большего и меньшего размера. Во всех случаях статистическая неопределенность метода, не предполагающего сохранения CP -симметрии, превосходит неопределенность метода, предполагающего сохранения CP -симметрии, менее, чем на 10% (таблица 5).

Таблица 5 — Результаты численных экспериментов: точность модельно-независимого определения параметра γ в распадах $B^\pm \rightarrow DK^\pm$, $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ в предположении сохранения CP -симметрии в распадах $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ и без этого предположения. Параметр k обозначает масштабный фактор для размера выборки. В последнем столбце приведено отношение полученных неопределенностей.

k	$\sigma(\gamma)$ (град.)		Отношение
	предполагая CP	не предполагая CP	
1/4	2.932 ± 0.081	3.021 ± 0.084	1.030 ± 0.040
1	1.525 ± 0.042	1.612 ± 0.049	1.057 ± 0.043
4	0.713 ± 0.019	0.775 ± 0.019	1.088 ± 0.039

2.3.4 Модельно-независимое измерение параметра β во времязависимом анализе

В разделе 1.4 обсуждалось измерение параметра β во времязависимом анализе диаграмм Далица с использованием распадов $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 h^0$, $\bar{D}^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$. Рассмотренные в разделе 1.5 особенности времязависимых измерений на B -фабриках и введенный в этой главе формализм модельно-независимого анализа диаграмм Далица позволяют представить уравнение (1.45) в форме

$$\mathcal{P}_i(\Delta t) \propto e^{-\frac{|\Delta t|}{\tau_B}} \left[1 + q_B \frac{K_i - K_{-i}}{K_i + K_{-i}} \cos(\Delta m_B \Delta t) + 2q_B \eta_{h^0} (-1)^l \frac{\sqrt{K_i K_{-i}}}{K_i + K_{-i}} \sin(\Delta m_B \Delta t) (S_i \cos 2\beta + C_i \sin 2\beta) \right]. \quad (2.29)$$

Как уже обсуждалось, параметры K_i могут быть измерены в выборке распадов $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$, для которых известен начальный аромат D -мезона, а параметры C_i и S_i — в когерентных распадах $\psi(3770) \rightarrow D\bar{D}$. Реализация такого измерения в эксперименте LHCb затруднительна из-за нейтрального π -мезона в конечном состоянии, а реализация такого измерения с данными эксперимента Belle описана в главе 4 и работе [88].

Естественным развитием описанного метода является включение в анализ распада $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+ \pi^-$. Относительная вероятность этого распада $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+ \pi^-) = (8.4 \pm 0.9) \times 10^{-4}$ [12] больше относительной вероятности распада $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \pi^0$ (равной $(2.63 \pm 0.24) \times 10^{-4}$ [12]), а конечное состояние не содержит нейтральных частиц, что позволяет изучать этот процесс в эксперименте LHCb.

Измерение параметра $\cos 2\beta$ в распадах $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+ \pi^-$ с последующим распадом D -мезона в \mathcal{CP} -собственное состояние обсуждалось в работе [100]. В этой работе была упомянута возможность использования распадов $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ и сделано справедливое замечание о серьезных технических трудностях при реализации модельно-зависимого подхода. Мы рассмотрим модельно-независимую модификацию этого метода.

Амплитуду перехода $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+ \pi^-$, $\bar{D}^0 \rightarrow f_D$ можно записать в виде

$$\mathcal{A}_{\bar{D}^0 \pi^+ \pi^-} = \mathcal{A}_B(\mu_+^2, \mu_-^2) \bar{\mathcal{A}}_D, \quad (2.30)$$

где $\bar{\mathcal{A}}_D$ обозначает амплитуду перехода \bar{D}^0 -мезона в конечное состояние f_D , а $\mu_{\pm}^2 \equiv m^2(D\pi^{\pm})$ — переменные Далица для распада $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+ \pi^-$. Предполагая отсутствие прямого \mathcal{CP} -нарушения в распаде $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+ \pi^-$, запишем амплитуду процесса $\bar{B}^0 \rightarrow D^0 \pi^+ \pi^-$, $\bar{D}^0 \rightarrow f_D$

$$\bar{\mathcal{A}}_{D^0 \pi^+ \pi^-} = \bar{\mathcal{A}}_B(\mu_+^2, \mu_-^2) \mathcal{A}_D \equiv \mathcal{A}_B(\mu_-^2, \mu_+^2) \mathcal{A}_D. \quad (2.31)$$

Введем параметры модельно-независимого анализа для распада $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+ \pi^-$ (аналогично параметрам (2.1) и (2.2)): k_j , \bar{k}_j , c_j и s_j , где индекс j обозначает номер области диаграммы Далица распада $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+ \pi^-$. Будем также предполагать симметричное разбиение на $2\mathcal{K}$ областей, обеспечивающее выполнение соотношений

$$c_j = c_{-j}, \quad s_j = -s_{-j}, \quad \bar{k}_j = k_{-j}. \quad (2.32)$$

Запишем во введенных обозначениях выражения для коэффициентов C_f и S_f (смотрите уравнение (1.51)) для области с индексом j и различных типов распадов D -мезона:

- D -мезон переходит в состояние с определенным ароматом:

$$C_j^{\text{flv}} = 1, \quad S_j^{\text{flv}} = 0. \quad (2.33)$$

- D -мезон переходит в состояние с определенной \mathcal{CP} -четностью η_D :

$$C_j^{\mathcal{CP}} = \frac{k_j - k_{-j}}{k_j + k_{-j}}, \quad S_j^{\mathcal{CP}} = 2\eta_D \frac{\sqrt{k_j k_{-j}}}{k_j + k_{-j}} (s_j \cos 2\beta - c_j \sin 2\beta). \quad (2.34)$$

- D -мезон переходит в конечное состояние $K_S^0\pi^+\pi^-$ и область с индексом i :

$$\begin{aligned}
C_{ij}^{\text{DD}} &= \frac{K_i k_j - K_{-i} k_{-j}}{K_i k_j + K_{-i} k_{-j}}, \\
S_{ij}^{\text{DD}} &= 2 \frac{\sqrt{K_i K_{-i} k_j k_{-j}}}{K_i k_j + K_{-i} k_{-j}} \\
&\times [(C_i s_j - S_i c_j) \cos 2\beta - (C_i c_j + S_i s_j) \sin 2\beta].
\end{aligned} \tag{2.35}$$

Параметры k_j могут быть измерены в интегральном по времени анализе распадов $B^0 \rightarrow \bar{D}^0\pi^+\pi^-$ с последующим распадом D -мезона в состояние с определенным ароматом. Оставшиеся $2\mathcal{K} + 1$ неизвестные параметры (β , c_j и s_j) могут быть определены в распадах $B^0 \rightarrow \bar{D}^0\pi^+\pi^-$, с последующим распадом D -мезона в \mathcal{CP} -собственные конечные состояния и состояние $K_S^0\pi^+\pi^-$. (Способы измерения параметров K_i , C_i и S_i обсуждались в пункте 2.2.1; эти параметры не включены во множество неизвестных параметров.)

Процессы $B^0 \rightarrow \bar{D}^0\pi^+\pi^-$ с последующим распадом D -мезона в \mathcal{CP} -собственное состояние обеспечивают $2\mathcal{K}$ ограничений и не позволяют разрешить систему без дополнительной информации. Процесс $B^0 \rightarrow \bar{D}^0\pi^+\pi^-$, $\bar{D}^0 \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-$ позволяют получить дополнительно $\mathcal{K} \times \mathcal{N}$ ограничений и разрешить систему при любых \mathcal{K} и \mathcal{N} . Формально, процесс $B^0 \rightarrow \bar{D}^0\pi^+\pi^-$, $\bar{D}^0 \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-$ позволяет разрешить систему без дополнительной информации при $\mathcal{N} > 2$. В этом случае, однако, статистическая чувствительность к параметру β , как будет показано ниже, значительно уменьшается.

Существенным аспектом описываемого подхода является невозможность рассмотрения параметров $\sin 2\beta$ и $\cos 2\beta$ в качестве формально независимых параметров (как делается во многих измерениях, чувствительных к обоим параметрам). Действительно, преобразование

$$\begin{aligned}
c_j &\rightarrow \xi c_j, & s_j &\rightarrow \xi s_j, \\
\sin 2\beta &\rightarrow \frac{\sin 2\beta}{\xi}, & \cos 2\beta &\rightarrow \frac{\cos 2\beta}{\xi}
\end{aligned} \tag{2.36}$$

для $\xi \neq 0$ не меняет выражения (2.34) и (2.35) и приводит к непрерывной неопределенности в том случае, если параметры $\sin 2\beta$ и $\cos 2\beta$ формально считаются независимыми.

Симметризация областей диаграммы Далица распада $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+ \pi^-$. Количество неизвестных параметров в описываемой схеме измерения можно уменьшить с помощью симметризации областей, на которые разделена диаграмма Далица распада $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+ \pi^-$. Если рассматривать области с индексами j и $-j$ совместно (получив всего \mathcal{K} областей), то выражение (2.34) можно записать в виде

$$C_{|j|}^{\mathcal{CP}} = 0, \quad S_{|j|}^{\mathcal{CP}} = d_j \sin 2\beta, \quad (2.37)$$

а выражение (2.35) — в виде

$$C_{i|j|}^{\text{DD}} = \frac{K_i - K_{-i}}{K_i + K_{-i}}, \quad S_{i|j|}^{\text{DD}} = -2d_j \frac{\sqrt{K_i K_{-i}}}{K_i + K_{-i}} (S_i \cos 2\beta + C_i \sin 2\beta), \quad (2.38)$$

где введен *фактор ослабления*

$$d_j = 2 \frac{\sqrt{k_j k_{-j}}}{k_j + k_{-j}} c_j. \quad (2.39)$$

При такой модификации остается $\mathcal{K} + 1$ неизвестный параметр и $\mathcal{K} \times (1 + \mathcal{N}/2)$ ограничений, неопределенность вида (2.36) сохраняется, и чувствительность к параметру β в некоторой степени подавлена, поскольку в выражении (2.37) сократилось слагаемое с $\cos 2\beta$.

Количественная оценка статистической неопределенности. Количественная оценка чувствительности описанных методов к параметру β выполнена посредством серии численных экспериментов методом Монте-Карло. Используются значения параметров K_i , C_i и S_i , измеренные в работе [91] для равномерного по фазе разбиения, выполненного с помощью модели распада из работы [34]. Неопределенность в значениях параметров k_j заведомо не является доминирующим фактором, ограничивающим точность измерения параметра β , и не учитывалась при выполнении оценки.

В таблице 6 приведены оценки размера выборок событий $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+ \pi^-$ и $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0} h^0$ с последующими переходами D -мезона в \mathcal{CP} -собственные состояния и состояние $K_S^0 \pi^+ \pi^-$, сделанные на основе опубликованных результатов группы Belle [55; 88]. Оценка размера выборок для эксперимента Belle II получена посредством масштабирования размера выборок, соответствующих эксперименту Belle, с коэффициентом 40.

Таблица 6 — Оценки размера выборок событий для экспериментов Belle и Belle II, выполненные на основе работ [55; 88].

Тип событий	Размер выборки	
	Belle	Belle II
$B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+ \pi^-, \bar{D}^0 \rightarrow f_{\mathcal{CP}}$	$1.0 \cdot 10^3$	$40 \cdot 10^3$
$B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+ \pi^-, \bar{D}^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$	$1.3 \cdot 10^3$	$52 \cdot 10^3$
$B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0} h^0, \bar{D}^0 \rightarrow f_{\mathcal{CP}}$	$0.8 \cdot 10^3$	$32 \cdot 10^3$
$B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0} h^0, \bar{D}^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$	$1.0 \cdot 10^3$	$40 \cdot 10^3$

Модели амплитуды распада $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+ \pi^-$ опубликованы в работах Belle [101] и LHCb [102]. Для оценки величин параметров k_j , c_j и s_j использована упрощенная модель, составленная на основе результата [101]. Полученное с помощью этой модели равномерное по фазе разбиение диаграммы Далица распада $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+ \pi^-$ показано на рисунке 2.6а. На рисунке 2.6б показаны полученные с помощью численного интегрирования модели значения параметров c_j и s_j .

Полученные значения параметров k_j , c_j и s_j использованы для генерирования событий в соответствии с оценками из таблицы 6. Сгенерированные события использовались для определения величин параметров β , c_j и s_j методом максимального правдоподобия. Полученные значения статистической неопределенности для параметра β приведены в таблице 7. На рисунке 2.6б показан результат определения величины параметров c_j и s_j , соответствующий размеру выборки, ожидаемому в эксперименте Belle II.

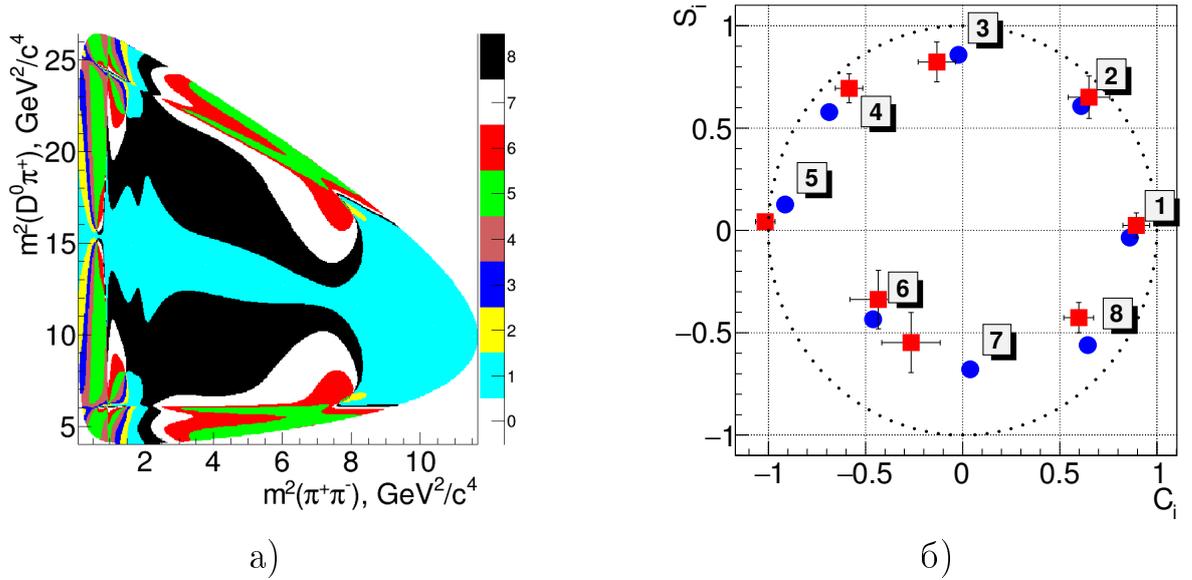


Рисунок 2.6 — а) Равномерное по фазе разбиение диаграммы Далица распада $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+ \pi^-$, полученное на основе упрощенной версии модели, опубликованной в работе [101], и б) значения параметров c_j и s_j , полученные с помощью этой модели, (синие круги). Красные квадраты показывают пример измерения и ожидаемую точность при измерении параметров c_j и s_j в эксперименте Belle II.

Таблица 7 — Результаты численных экспериментов: статистическая неопределенность при модельно-независимом измерении параметра β в распадах $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+ \pi^-$ и $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0} h^0$ с последующими переходами D -мезона в \mathcal{CP} -собственные состояния и состояние $K_S^0 \pi^+ \pi^-$. Результаты были получены для значения параметра $\beta = 23^\circ$.

Тип событий	$\delta\beta$ (град.)	
	Belle	Belle II
$B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+ \pi^-$	7.6°	1.2°
$B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+ \pi^-$ (симм. области)	10°	1.5°
$B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0} h^0$	4.4°	0.7°

Полученные результаты позволяют сделать несколько выводов. Точность модельно-независимого измерения параметра β в распадах $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+ \pi^-$ примерно в 1.5 раз хуже, чем в распадах $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0} h^0$. Симметризация областей

на диаграмме Далица распада $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+ \pi^-$ приводит к значительному уменьшению статистической чувствительности метода; эта модификация может быть выбрана только из соображений сложных фоновых условий в конкретном измерении. Можно ожидать, что данные эксперимента Belle II позволят выполнить модельно-независимое измерение параметра β в переходах $b \rightarrow c\bar{u}d$ с точностью лучше 1° . Этот результат будет служить важным инструментом для проверки механизма КМ и ограничения вкладов НФ.

2.4 Разбиение фазового пространства в пределе большой статистики

Завершая обсуждение модельно-независимого подхода к анализу много-частичных распадов, кратко рассмотрим вопрос об оптимизации разбиения фазового пространства в условиях большого количества экспериментальных данных. В работах [90; 91] рассматривался вопрос об оптимизации формы областей при заданном их количестве $2\mathcal{N}$. Процедуры оптимизации, предложенные в этих работах, основаны на использовании модели распада и дают желаемый результат только при условии адекватности модели.

Более прямолинейный путь приближения к предельной статистической чувствительности метода состоит в увеличении количества областей, на которые разбивается фазовое пространство распада $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$. При этом, количество областей разумно увеличивать только до тех пор, пока размер области больше или порядка экспериментального разрешения для переменных Далица (которое для B -фабрик близко к 2×10^{-3} ГэВ²/с⁴). Этот предел приблизительно соответствует 4×10^5 областям. Учитывая, что на Супер-Чарм-Тау-фабрике со светимостью 10^{35} см⁻²с⁻¹ число событий с распадом обоих D -мезонов в $K_S^0 \pi^+ \pi^-$ может достигать 10^6 событий, число областей фазового пространства может достигать нескольких тысяч.

При $\mathcal{N} \gtrsim 100$ могут возникнуть сложности вычислительного характера, поскольку при измерении параметров C_i и S_i необходимо решать систему из \mathcal{N}^2 нелинейных уравнений относительно $2\mathcal{N}$ неизвестных (смотрите пункт 2.2.1).

Одна из возможных процедур, свободная от сложностей такого рода, состоит в измерении параметров C_i и S_i в два этапа. На первом этапе реализуется описанная в пункте 2.2.1 процедура для небольшого \mathcal{N}_0 , например, равного 8. Затем, при анализе когерентных распадов $e^+e^- \rightarrow (K_S^0\pi^+\pi^-)_D(K_S^0\pi^+\pi^-)_D$, для одной из диаграмм Далица используется \mathcal{N}_0 , а для другой — большое \mathcal{N} . При такой процедуре система уравнений разбивается на \mathcal{N} независимых систем, каждая из которых содержит $4\mathcal{N}_0$ уравнений ($2\mathcal{N}_0$ уравнений для каждой пары симметричных областей мелкого разбиения и двух неизвестных параметров C_i и S_i).

При наличии Супер-Чарм-Тау-фабрики, вероятно, статистическая точность определения параметра γ будет определяться числом событий $B^\pm \rightarrow DK^\pm$, $D \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-$ в экспериментах Belle II и LHCb (можно ожидать порядка 10^5 событий). Максимальное число областей фазового пространства распада $D^0 \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-$ при этом может достигать нескольких тысяч, а экспериментальное разрешение для переменных Далица еще не будет ограничивающим фактором.

Можно ожидать, что при разбиении фазового пространства на 10^3 и более областей, форма каждой области уже не будет иметь существенного значения, а статистическая точность метода будет близка к точности модельно-зависимого измерения.

Глава 3. Эксперимент Belle

3.1 Ускоритель КЕКВ

Ускоритель КЕКВ— это асимметричный e^+e^- -коллайдер с энергией в СЦМ $\sqrt{s} = 10.58$ ГэВ, соответствующей массе резонанса $\Upsilon(4S)$, разработанный для рождения большого количества $B\bar{B}$ -пар. Ускоритель введен в эксплуатацию в 1998 году и состоит из двух накопительных колец периметром примерно 3 км, находящихся в 11м под землей (рисунок 3.1). Электроны и позитроны ускоряются до энергий 8 ГэВ и 3.5 ГэВ, соответственно. Пучки электронов и позитронов циркулируют в соответствующих накопительных кольцах и пересекаются в единственном месте взаимодействия под углом 11 мрад.

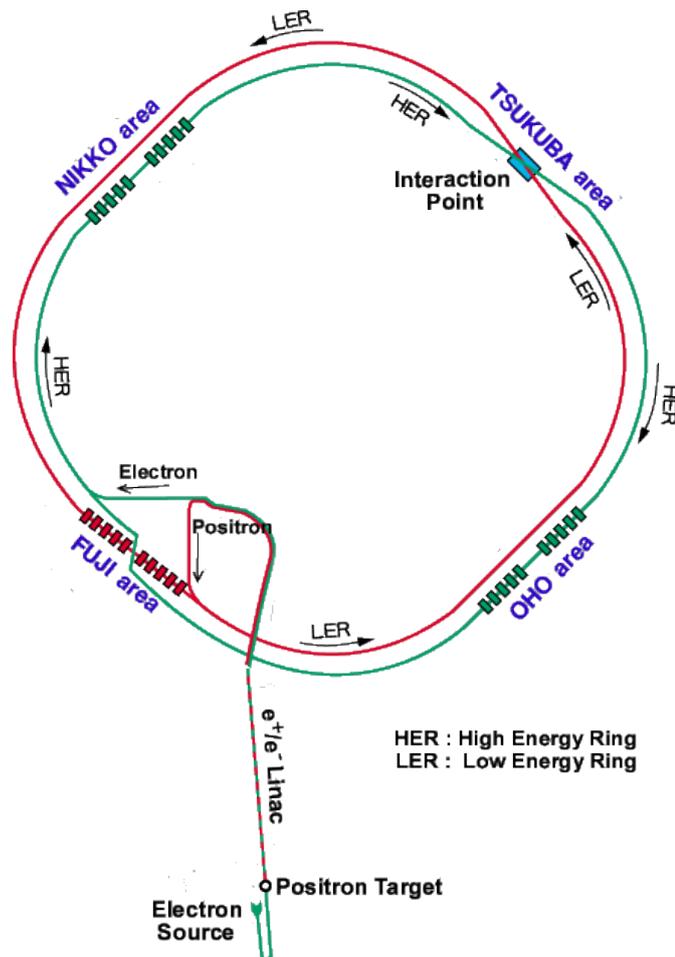


Рисунок 3.1 — Ускоритель КЕКВ.

Разность энергий пучков ускорителя КЕКВ соответствует Лоренц-фактору $(\beta\gamma)_{\Upsilon(4S)} = 0.425$ в лабораторной системе отсчета. Начальный импульс B -мезонов приводит к доступному для измерения пространственному разделению вершин распада двух рожденных B -мезонов, равному примерно 200 мкм. При симметричном рождении пространственное разделение составляло бы примерно 30 мкм.

Ускоритель КЕКВ разрабатывался для достижения светимости $\mathcal{L} = 1.0 \times 10^{34} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$, соответствующей рождению десяти $B\bar{B}$ -пар в секунду. В течение работы, ускоритель был существенно модернизирован. В частности, оснащен технологией *crab cavities*, увеличивающий светимость за счет поворота пучков вблизи области взаимодействия. Эти усилия позволили превзойти многие заложенные при проектировании параметры, достичь рекордной светимости $\mathcal{L} = 2.1 \times 10^{34} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$.

Детектор Belle набрал интеграл светимости 711 фбн^{-1} , соответствующий $772 \times 10^6 B\bar{B}$ -парам, рожденным на ускорителе КЕКВ, работающем вблизи резонанса $\Upsilon(4S)$. Кроме того, ускоритель КЕКВ работал при других энергиях. В частности, детектор Belle набрал интеграл светимости 121 фбн^{-1} на резонансе $\Upsilon(5S)$, что позволяет проводить измерения в системе B_s -мезонов, а также изучать спектроскопию $b\bar{b}$ -состояний. Полный интеграл светимости, набранный детектором Belle на ускорителе КЕКВ превышает 1 абн^{-1} (рисунок 3.2).

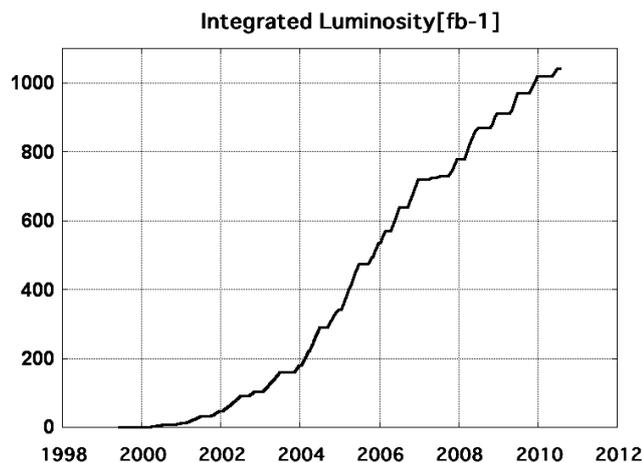


Рисунок 3.2 — Интеграл светимости, набранный детектором Belle на ускорителе КЕКВ.

Детальное описание ускорителя КЕКВ приведено в работах [9; 103].

3.2 Детектор Belle

Детектор Belle — это универсальный детектор, охватывающий близкий к 4π телесный угол вокруг области взаимодействия пучков. Детектор оптимизирован для выполнения времязависимых измерений и работе с асимметричным e^+e^- -коллайдером КЕКВ. Схема детектора приведена на рисунке 3.3.

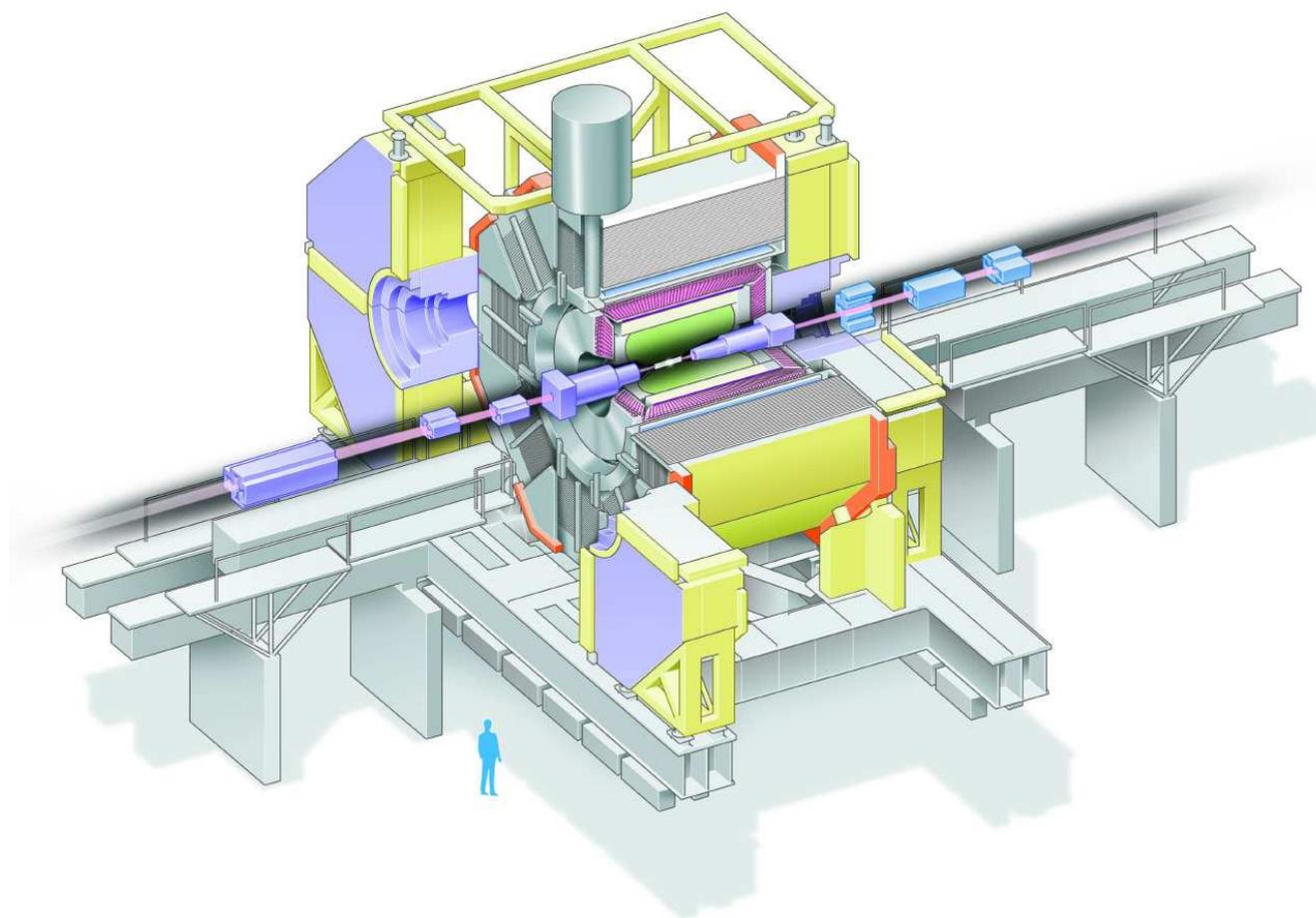


Рисунок 3.3 — Детектор Belle.

Детектор Belle оборудован сверхпроводящим магнитом, создающим магнитное поле 1.5 Тл, и несколькими подсистемами для регистрации и идентификации заряженных и нейтральных частиц. Треки заряженных частиц реконструируются на основе измерений кремниевого вершинного детектора (ВД) и центральной дрейфовой камеры (ЦДК). Электромагнитные ливни регистрируются кристаллами CsI(Tl) электромагнитного калориметра (ЭМК). Кристаллы ВГО переднего калориметра малых углов закрывают трубу ускорителя, уменьшая фон для ЦДК, и используются в качестве монитора светимости. Мюоны

и K_L^0 -мезоны регистрируются счетчиками, помещенными в железное ярмо, замыкающее магнитный поток. Помимо измерения потери энергии в ЦДК, идентификация частиц производится с помощью измерений аэрогелевых пороговых черенковских счетчиков и времяпролетных счетчиков, расположенных за пределами ЦДК.

Расположение и принципы работы некоторых подсистем детектора Belle кратко описаны в следующих пунктах. Описания следуют техническим публикациям, ссылки на которые приведены, и в которых может быть найдена более полная информация. Для анализа данных с детектора Belle, описанного в главе 4, важны: трековая система, электромагнитный калориметр и системы идентификации частиц.

3.2.1 Кремниевый вершинный детектор

Основной целью эксперимента Belle является наблюдение времязависимого нарушения CP -нарушения в распадах нейтральных B -мезонов. Для таких анализов необходимо прецизионное измерение расстояния между вершинами распадов двух B -мезонов, рожденных при распаде резонанса $\Upsilon(4S)$. В разделе 3.1 обсуждалось, что характерное расстояние между вершинами составляет примерно 200 мкм. Необходимо, таким образом, чтобы кремниевый вершинный детектор (ВД) обладал высоким пространственным разрешением и был способен определить z -координату трека с точностью около 100 мкм.

ВД является ближайшим к области взаимодействия пучков детектором. Он расположен вблизи бериллиевой трубы ускорителя. Этот детектор должен быть устойчив к большим дозам облучения, обусловленным пучковым фоном. ВД разделен на слои различных радиусов вокруг трубы ускорителя. В каждом слое установлены пластины двусторонних кремниевых полосковых детекторов (ДКПД). ДКПД содержат обедненные pn -переходы. Проходя сквозь обедненные pn -переходы, заряженные частицы создают электрон-дырочные пары вдоль своей траектории. Электроны и дырки дрейфуют, соответственно, к n - и p -полоскам на поверхности ДКПД. n -полоски расположены перпендикуляр-

но, а p -полоски расположены вдоль оси пучков. Таким образом обеспечивается измерение координат траектории вдоль направлений $r\varphi$ и z , соответственно.

Два разных вершинных детектора работали в эксперименте Belle. Первоначальный ВД, который мы будем называть ВД1, работал с 1999 по 2003 годы. Детектор ВД1 имеет цилиндрическую структуру и состоит из трех слоев с радиусами 30 мм, 45.5 мм и 60.5 мм. Он охватывает диапазон полярных углов от 23° до 139° , что соответствует 86% полного телесного угла. ВД1 состоит из 102 ДКПД. Каждый ДКПД имеет 1280 чувствительных полосок и по 640 считывающих каналов на противоположных сторонах. Пространственный период полосок составляет 42 мкм в направлении z и 25 мкм в направлении φ . Площадь активной зоны ДКПД составляет приблизительно 55×33 мм².

ВД был модернизирован в 2003 году. Модернизированную версию ВД мы будем называть ВД2. ВД2 расположен ближе к трубе ускорителя и покрывает больший диапазон полярных углов θ . Расположение частей ВД2 показано на рисунке 3.4. Он состоит из четырех слоев радиусами 20 мм, 43.5 мм, 70 мм и 88 мм и покрывает диапазон полярных углов от 17° до 150° , что соответствует 93% полного телесного угла. ВД2 состоит из 246 ДКПД. Используются два типа ДКПД с пространственным периодом полосок от 50 мкм до 75 мкм. Площадь активной зоны ДКПД в первых трех слоях составляет 28.4×79.6 мм², а в четвертом слое — 34.9×76.4 мм².

Количественной характеристикой работы ВД является разрешение при измерении прицельного параметра трека. Прицельным параметром заряженного трека называется наименьшее расстояние до точки взаимодействия пучков. Разрешение при измерении прицельного параметра может отличаться для $r\varphi$ - и z -направлений, а также может зависеть от импульса и полярного угла θ частицы. Разрешение в $r\varphi$ - и z -направлениях может быть описано следующими функциями:

$$\begin{aligned} \sigma_{r\varphi}^1 &= 19.2 \text{ мкм} \oplus \frac{54.0 \text{ мкм}}{p\beta \sin^{3/2} \theta}, & \sigma_z^1 &= 42.2 \text{ мкм} \oplus \frac{44.3 \text{ мкм}}{p\beta \sin^{5/2} \theta}, \\ \sigma_{r\varphi}^2 &= 21.9 \text{ мкм} \oplus \frac{35.5 \text{ мкм}}{p\beta \sin^{3/2} \theta}, & \sigma_z^2 &= 27.8 \text{ мкм} \oplus \frac{31.9 \text{ мкм}}{p\beta \sin^{5/2} \theta}, \end{aligned} \quad (3.1)$$

где символ \oplus обозначает квадратичное сложение, индексы 1 и 2 соответствуют ВД1 и ВД2 и импульс p выражен в ГэВ/ c (смотрите рисунок 3.4в). Детальное описание ВД приведено в работах [104; 105].

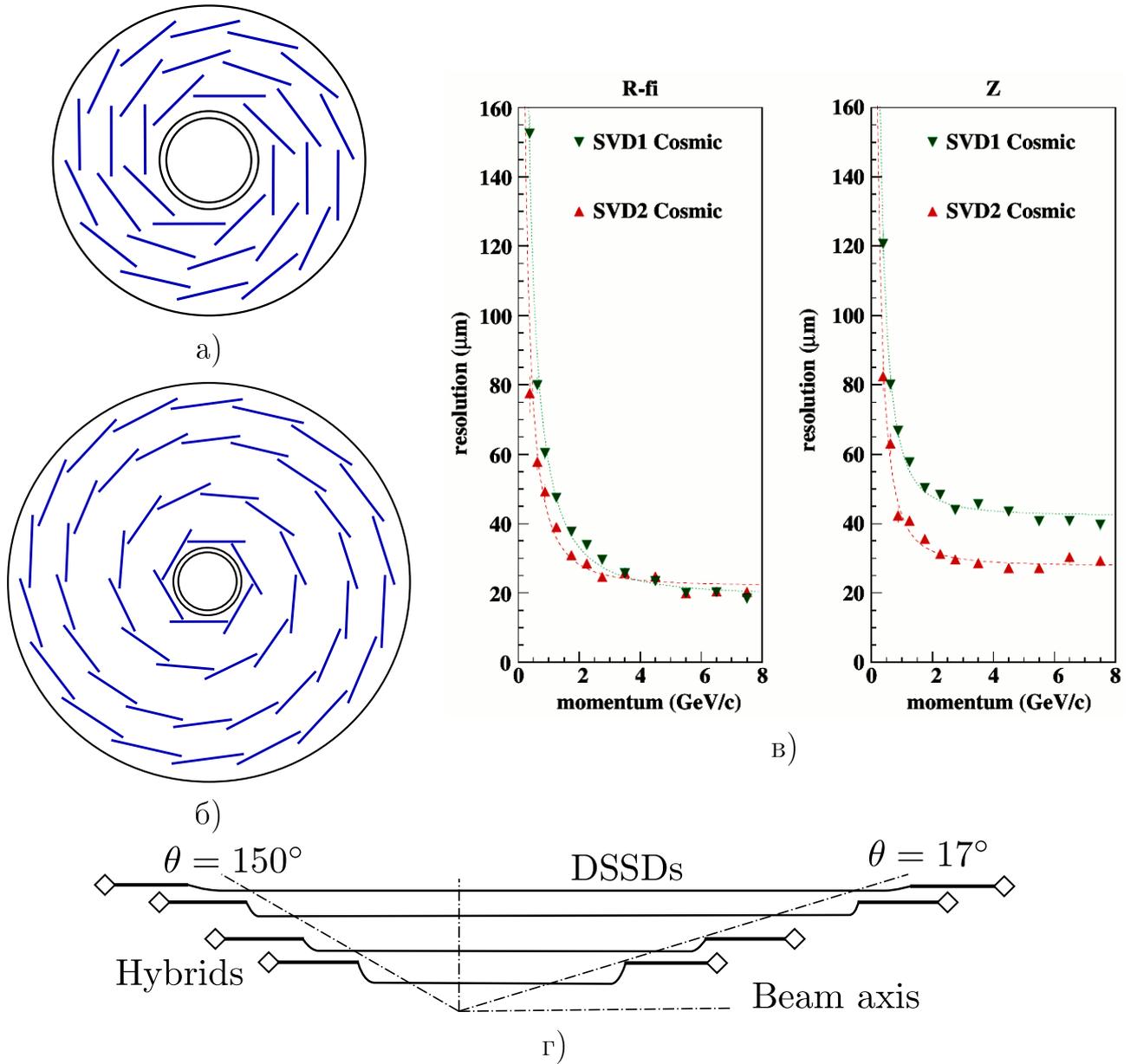


Рисунок 3.4 — Схемы расположения чувствительных полосок а) ВД1 и б) ВД2; в) разрешение по прицельному параметру трека в зависимости от импульса частицы; г) схема расположения ВД2.

3.2.2 Центральная дрейфовая камера

Центральная дрейфовая камера (ЦДК) разработана для реконструкции треков заряженных частиц. ЦДК расположена внутри магнитного поля 1.5 Тл, создаваемого сверхпроводящим магнитом, что позволяет определять импульс заряженных частиц, используя кривизну восстановленных треков. Кроме того, ЦДК используется для измерения энергетических потерь заряженных частиц (dE/dx), которые используются для идентификации частиц. Информация от ЦДК также используется в системе триггера.

ЦДК — это цилиндрическая проволочная дрейфовая камера, состоящая из 50 слоев анодных проволочек и трех слоев катодных полосок. Длина ЦДК составляет 2404 мм, внутренний и внешний радиусы равны 83 мм и 888 мм. Расположение ЦДК показано на рисунке 3.5. Чтобы учесть асимметрию энергий пучков, ЦДК асимметрична в направлении z и покрывает диапазон полярных углов от 17° до 150° , что соответствует 92% полного телесного угла. ЦДК состоит из 8400 дрейфовых ячеек, организованных в 6 аксиальных и 5 стерео слоев. Каждый стерео слой содержит от 3 до 6 радиальных слоев с одинаковым количеством дрейфовых ячеек в азимутальном направлении. Дрейфовые ячейки состоят из 8 проволочек с отрицательным потенциалом, обеспечивающих электрическое поле вокруг проволочки с положительным потенциалом. Структура ячейки и расположение проволочек показаны на рисунке 3.6

ЦДК наполнен газовой смесью, состоящей на 50% из гелия и на 50% из этана. Смесью из газов с небольшой атомной массой Z минимизирует влияние множественного кулоновского рассеяния, особенно для частиц с небольшим импульсом, и уменьшает фон от синхротронного излучения благодаря малости сечения фотоэффекта. Кроме того, этановая компонента обеспечивает хорошее разрешение по dE/dx .

Проходя через дрейфовые ячейки, заряженные частицы ионизируют газ вдоль своей траектории. Образовавшиеся ионы и свободные электроны дрейфуют, соответственно, к катодным и анодным проволочкам. В сильном электрическом поле анодных проволочек происходит усиление электрического сигнала, регистрируемого чувствительными проволочками. Проволочки в аксиальных

Разрешение по поперечному импульсу в ЦДК описывается функцией

$$\frac{\sigma_{p_T}}{p_T} \Big|_{\text{ЦДК}} = \left(0.28 p_T \oplus \frac{0.35}{\beta} \right) \%, \quad (3.2)$$

где p_T обозначает величину поперечного импульса трека в ГэВ/с и β обозначает скорость частицы в единицах скорости света. При комбинировании информации с ЦДК и ВД, разрешение по p_T улучшается:

$$\frac{\sigma_{p_T}}{p_T} \Big|_{\text{ЦДК+ВД}} = \left(0.19 p_T \oplus \frac{0.30}{\beta} \right) \%. \quad (3.3)$$

Амплитуды сигналов сработавших проволочек используются для измерения потери энергии (dE/dx) заряженной частицы в ЦДК. Величина потерь dE/dx подчиняется формуле Блоха и зависит от скорости частицы. Скорость при данном импульсе зависит от массы частицы и, значит, измерение dE/dx может быть использовано для идентификации заряженных частиц. Измеренные значения dE/dx подчиняются распределению Ландау с широкими хвостами, поэтому для оценки наиболее вероятного измеренного значения dE/dx применяется метод усеченного среднего, позволяющий минимизировать вклад больших флуктуаций. Зависимость dE/dx от импульса частицы приведена на рисунке 3.7.

Детальное описание ЦДК содержится в работах [7; 106].

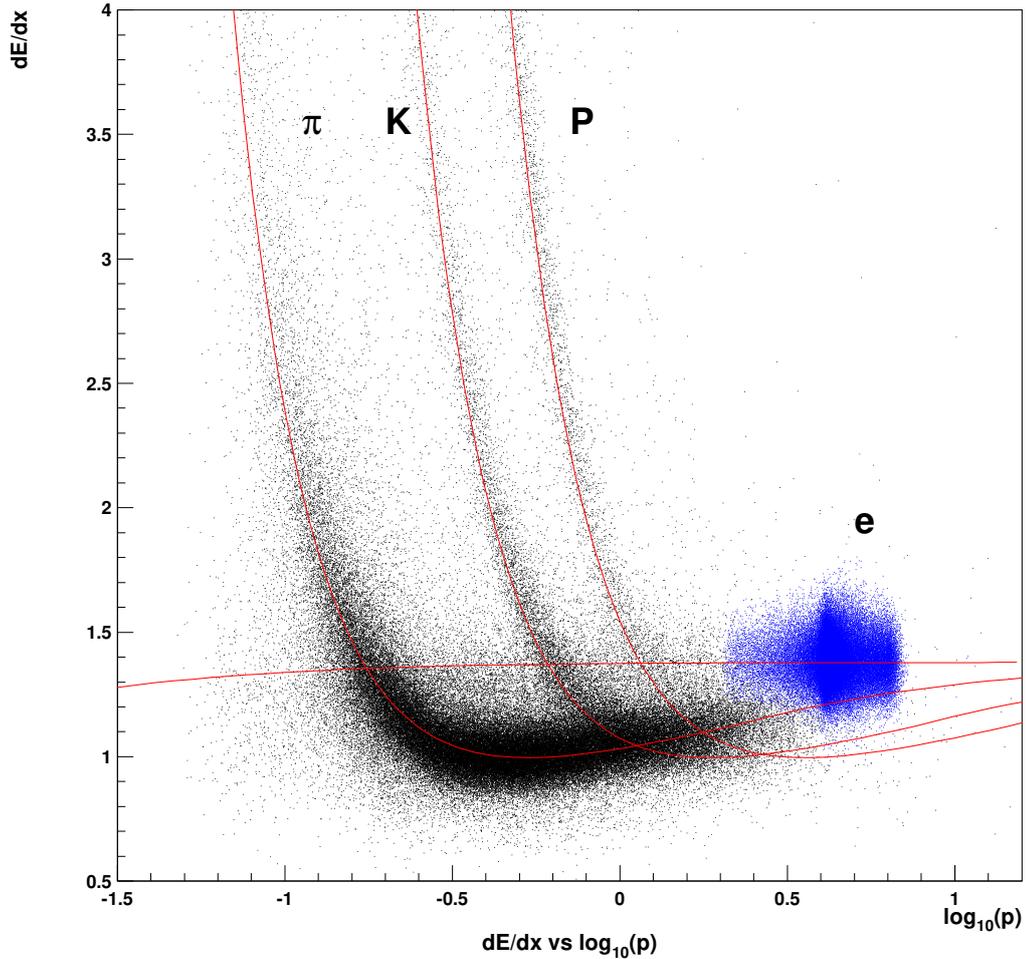


Рисунок 3.7 — Зависимость ионизационных потерь от импульса частиц. Точками показаны экспериментальные данные, линиями — ожидаемые энергетические потери для различных типов частиц [7].

3.2.3 Аэрогелевые черенковские счетчики

Аэрогелевый черенковский счетчик (АЧС) — это детектор для идентификации частиц, в данном случае для разделения заряженных π - и K -мезонов. Он обладает разделительной способностью в диапазоне импульсов заряженных частиц от 1 ГэВ/ c до 4 ГэВ/ c , расширяя диапазон, в котором применима идентификация по dE/dx и по информации от времяпролетных счетчиков.

Заряженные частицы, пролетающие сквозь среду со скоростью, превышающей скорость распространения света в этой среде, излучают свет, называемый

черенковским излучением. Условие, при котором возникает черенковское излучение, зависит от показателя преломления среды следующим образом:

$$n > \frac{1}{\beta} = \sqrt{1 + \left(\frac{m}{p}\right)^2}, \quad (3.4)$$

где β — скорость частицы и n — показатель преломления среды. Материал среды в АЧС выбран таким, чтобы π -мезоны с импульсом больше 1 ГэВ/с производили черенковское излучение, но чтобы скорость более тяжелых заряженных K -мезонов с тем же импульсом была под порогом генерации черенковского излучения. АЧС работает только как пороговый счетчик, не измеряя черенковский угол, зависящий от скорости частицы, и который также может быть использован для идентификации частиц.

АЧС разделен на цилиндрическую и торцевую части, которые покрывают полярный угол от 17° до 127° . Цилиндрическая часть детектора состоит из 960 счетчиков, сгруппированных в 60 ячеек в φ -направлении. Торцевая часть детектора состоит из 228 счетчиков, сгруппированных в 5 концентрических слоя. Счетчики направлены в место встречи пучков. Расположение счетчиков показано на рисунке 3.8. Каждый счетчик состоит из слоя кварцевого аэрогеля, расположенного в алюминиевом корпусе размером $12 \times 12 \times 12$ см³. Коэффициент преломления кварцевого аэрогеля находится в диапазоне от 1.010 до 1.030 и зависит от полярного угла. Черенковский свет регистрируется сеточными фотоумножителями, закрепленными в алюминиевых корпусах.

Используя только сигналы с АЧС, можно идентифицировать заряженные K -мезоны с импульсами до 4 ГэВ/с с эффективностью больше 80% при соответствующей ошибочной π -мезонной идентификацией меньше 10%.

Детальное описание АЧС содержится в работах [7; 107].

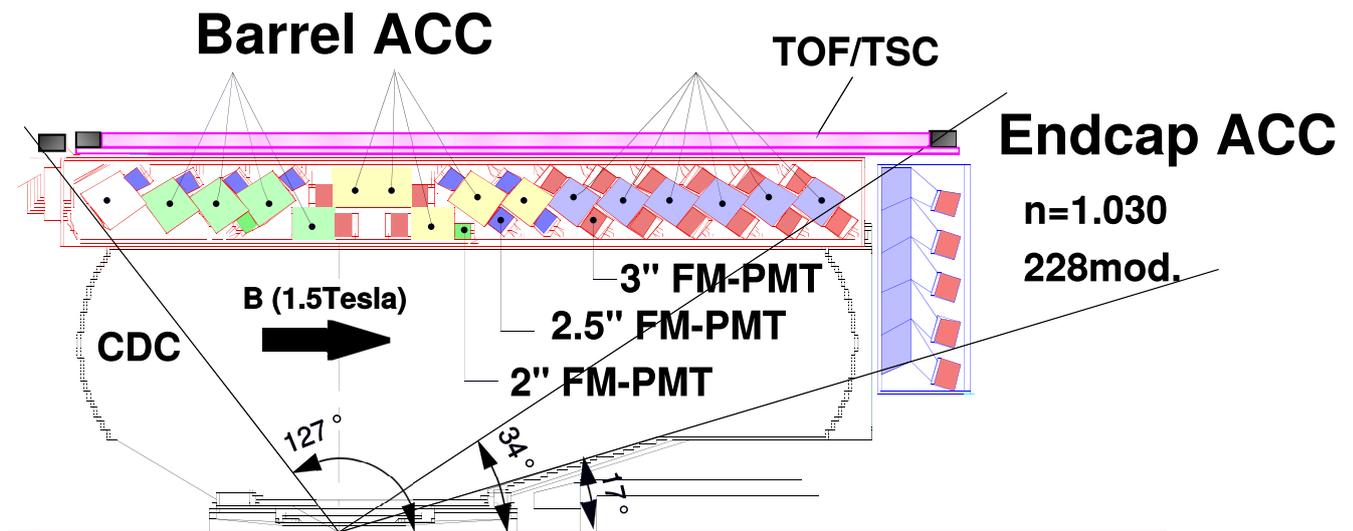


Рисунок 3.8 — Расположение аэрогелевых черенковских и времяпролетных счетчиков детектора Belle [7].

3.2.4 Времяпролетные счетчики

Система времяпролетных счетчиков (ВПС) измеряет время, за которое частица прошла расстояние от места встречи до ВПС. Сопоставляя результаты измерения с измеренным импульсом, можно получить полезную для идентификации частицы информацию, в частности, для разделения заряженных π - и K -мезонов. ВПС обладают достаточной разрешающей способностью для заряженных частиц с импульсом меньше 1.2 ГэВ/с. Таким образом, система ВПС является комплиментарной к системе АЧС. Кроме того, система ВПС генерирует быстрые временные сигналы для триггерной системы.

ВПС состоят из пластиковых сцинтилляционных пластин, присоединенных к сеточным фотоумножителям и расположенных в цилиндрической части детектора (рисунок 3.9). Радиальное расстояние до места встречи составляет 1.2 м. ВПС покрывают полярный угол в диапазоне от 34° до 120° и обладают временным разрешением около 100 пс.

Масса частицы соотносится с измеренным временем пролета T следующим образом:

$$m = \frac{p}{c} \sqrt{\left(\frac{cT}{L}\right)^2 - 1}, \quad (3.5)$$

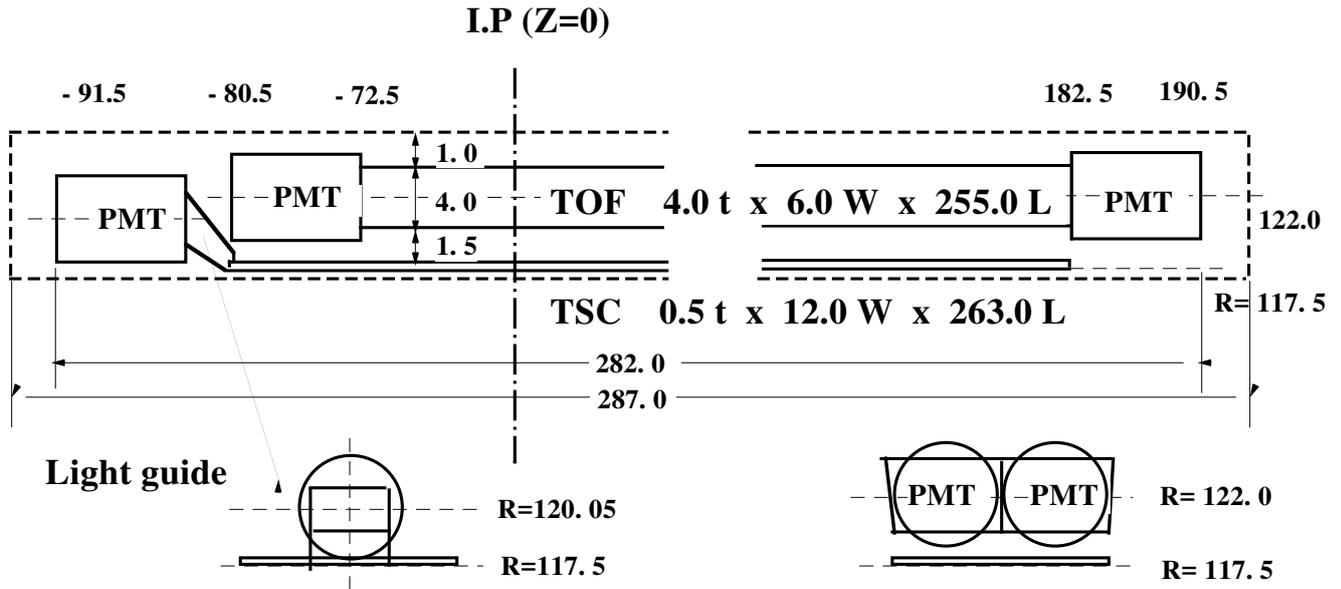
Backward**Forward**

Рисунок 3.9 — Расположение времяпролетных счетчиков детектора Belle [7].

где p обозначает импульс частицы, измеренный в ЦДК и ВД и L обозначает расстояние, которое частица прошла по спиральной траектории от места встречи до ВПС. Распределение по массе, полученное с помощью измерений в системе ВПС с использованием импульса, измеренного в ЦДК, для адронных событий, показано на рисунке 3.10.

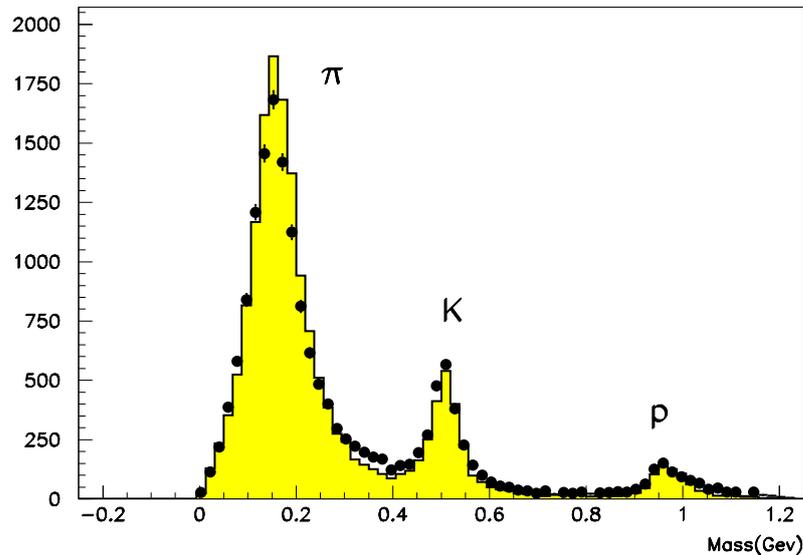


Рисунок 3.10 — Распределение масс частиц, полученное с помощью измерения времени пролета [7]. Гистограмма показывает результаты моделирования, точками обозначены экспериментальные результаты.

Детальное описание ВПС содержится в работах [7; 108].

3.2.5 Электромагнитный калориметр

Электромагнитный калориметр (ЭМК) измеряет энергию и координату электромагнитных ливней, порожденных фотонами и электронами. Электромагнитные ливни развиваются в результате каскадного рождения e^+e^- -пар и испускания фотонов в поле ядра атома. ЭМК должен обеспечивать высокое энергетическое разрешение в широком динамическом диапазоне от 20 МэВ/ c^2 до 8 ГэВ/ c^2 . Это требование обусловлено необходимостью регистрации низкоэнергетических фотонов, например, из распадов π^0 - и η -мезонов, и высокоэнергетических фотонов из распадов B -мезонов, таких как $B^0 \rightarrow K^{*0}\gamma$. Кроме того, ЭМК используется для измерения светимости и калибровок с использованием событий Баба-рассеяния ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-$) и процессов $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$.

ЭМК состоит из сегментированного набора счетчиков, собранного из 8376 сцинтилляционных кристаллов йодида цезия, активированных талием (CsI(Tl)). Считывание сигнала с каждого кристалла производится с помощью двух PIN-фотодиодов. В цилиндрической части ЭМК расположены 6624 кристалла. В передней и задней торцевых частях расположены, соответственно, 1152 и 960 кристаллов. ЭМК покрывает полярный угол в диапазоне от 12° до 155° . Кристаллы расположены под небольшим наклоном, от 1.3° до 4.0° в φ - и θ -направлениях для предотвращения пролета фотонов в пространстве между кристаллами. Расположение кристаллов ЭМК показано на рисунке 3.11.

Кристаллы CsI(Tl), расположенные в цилиндрической части, имеют переднюю и заднюю поверхность, соответственно, $5.5 \text{ см} \times 5.5 \text{ см}$ и $6.5 \text{ см} \times 6.5 \text{ см}$, и длину 30 см, соответствующую 16.2 радиационным длинам. Кристаллы в торцевых частях имеют передние и задние поверхности с размерами сторон от 4.5 см до 8.2 см. Размеры кристаллов выбраны таким образом, чтобы приблизительно 80% энергии фотона, попавшего в центр передней поверхности кристалла, высидилась в этом кристалле.

Энергетическое разрешение ЭМК описывается функцией

$$\frac{\sigma_E}{E} = \left(1.34 \oplus \frac{0.066}{E} \oplus \frac{0.81}{E^{1/4}} \right) \%, \quad (3.6)$$

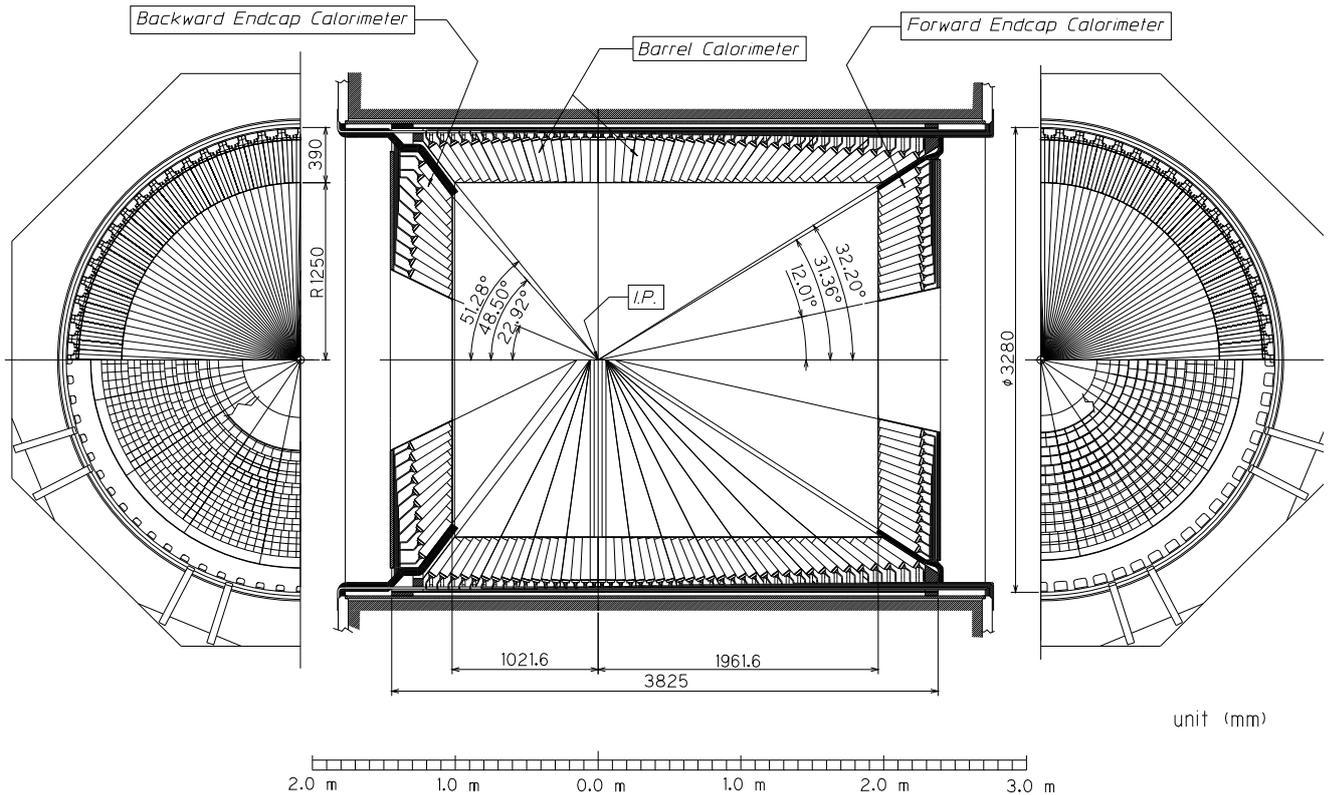


Рисунок 3.11 — Схема электромагнитного калориметра детектора Belle [7].

где энергия E выражена в ГэВ. Энергетическое разрешение ограничено шумом электроники, дающим вклад в первое слагаемое, и флуктуациями утечек ливней, дающими второе и третье слагаемые.

На рисунке 3.12 показаны экспериментальные двухфотонные массовые спектры в области масс π^0 - и η -мезонов, полученные с помощью адронных событий. Массовое разрешение для π^0 - и η -мезонов составляет приблизительно $5 \text{ МэВ}/c^2$ и $12 \text{ МэВ}/c^2$, соответственно.

Кроме измерения энергии, ЭМК дает информацию для идентификации электронов. Заряженные K - и π -мезоны можно отличить от электронов по форме ливня, описанной отношением энерговывделений E_9/E_{25} , измеренных в матрицах кристаллов 3×3 и 5×5 , соответственно, и отношением энерговывделения к импульсу E/p , которое близко к единице для электронов и мало для остальных частиц.

Детальное описание ЭМК содержится в работах [7; 109].

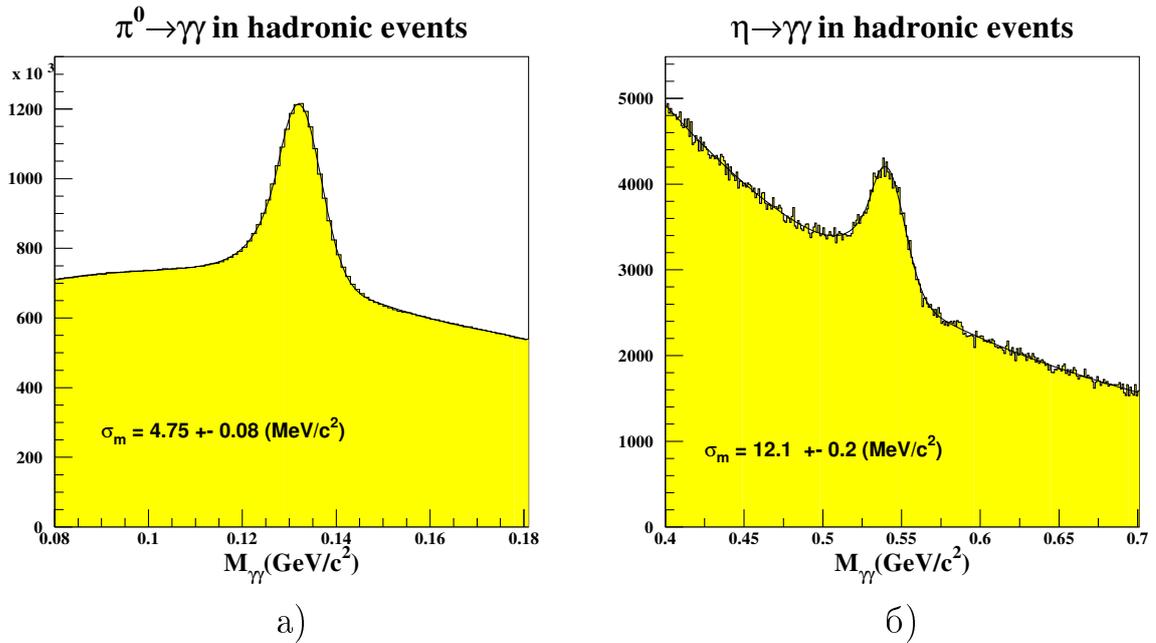


Рисунок 3.12 — Двухфотонные спектры вблизи масс а) π^0 -мезона и б) η -мезона [7]. Гистограммы показывают результаты моделирования, точками обозначены экспериментальные результаты.

3.2.6 Сверхпроводящий магнит

Сверхпроводящий магнит создает магнитное поле величиной 1.5 Тл в цилиндрическом объеме диаметром 3.4 м и длиной 4.4 м. Он охватывает все компоненты детектора, кроме мюонной системы, которая расположена за магнитом в яреме детектора Belle. Железное ярмо также служит для замыкания магнитного потока.

Сверхпроводящая катушка состоит из ниобий-титан-медного (NbTi/Cu) кабеля, стабилизированного алюминием и охлаждаемого жидким гелием. Проводник имеет сечение 3 мм × 33 мм. Катушка рассчитана на номинальный ток 4400 А и запасенную энергию 35 МДж. Вид сверхпроводящего магнита и сечение катушки показаны на рисунке 3.13.

Детальное описание сверхпроводящего магнита содержится в работе [7].

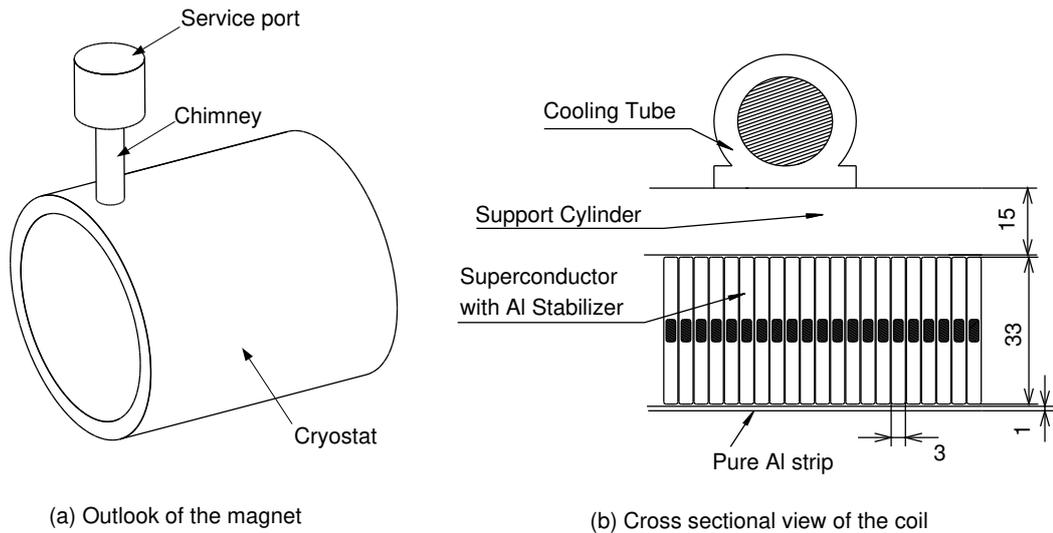


Рисунок 3.13 — Схема сверхпроводящего магнита детектора Belle [7].

3.3 Триггер и система сбора данных

Сбор и хранение данных, набираемых детектором Belle, контролируются триггерной системой. Используя быстрые сигналы от разных частей детектора, триггерная система принимает решение о том, интересно ли событие с точки зрения физики (в этом случае событие обрабатывается системой сбора данных (ССД) и записывается для последующего анализа) или его следует пропустить. В качестве примера интересных для анализа событий можно привести следующие:

- Адронные распады $\Upsilon(4S)$ или адронные события из $q\bar{q}$ -континуума;
- События, содержащие пары μ - и τ -лептонов;
- События Баба-рассеяния или двухфотонные процессы.

Примеры событий, которые при нормальной работе пропускаются:

- Фоновые события, связанные с пучками частиц, например, обусловленные синхротронным излучением или взаимодействием пучка с остаточным газом в трубе ускорителя;
- Фоновые события, порожденные космическими лучами.

В таблице 8 приведены сечения и частоты физических процессов при светимости $\mathcal{L} = 1.0 \times 10^{34} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$. Суммарная частота физических процессов составляет приблизительно 100 Гц при этой светимости. Частота пучкового фона составляет порядка 120 Гц и зависит от состояния ускорителя, приво-

для к полной частоте около 220 Гц. При светимости ускорителя КЕКВ, равной $\mathcal{L} = 2 \times 10^{34} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$, частота физических и фоновых процессов возрастает до 200 Гц и 600 Гц, соответственно. Триггерная система способна обработать события, поступающие с частотой до 1200 Гц и допускает срабатывание триггера с частотой до 500 Гц.

Таблица 8 — Сечения и частоты для различных процессов e^+e^- -ускорителя КЕКВ, работающего вблизи $\Upsilon(4S)$ -резонанса со светимостью $\mathcal{L} = 1.0 \times 10^{34} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$. Символом * отмечены значения, которые на триггерном уровне масштабируются с коэффициентом 100.

Процесс	Сечение (нбн)	Частота (Гц)
$\Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$	1.2	12
$e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ ($q \in \{u,d,s,c\}$) континуум	2.8	28
$e^+e^- \rightarrow l^+l^-$ ($l \in \{\mu,\tau\}$) континуум	1.6	16
Баба-рассеяние ($\theta_{\text{lab}} > 17^\circ$)	44	4.4*
$e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ ($\theta_{\text{lab}} > 17^\circ$)	2.4	0.24*
Процессы 2γ ($\theta_{\text{lab}} > 17^\circ$, $p_T \geq 0.1 \text{ ГэВ}/c$)	≈ 15	≈ 35
Всего	≈ 67	≈ 96

Триггерная система детектора Belle подразделяется на три части: аппаратный триггер первого уровня, программный триггер реального времени третьего уровня и программный триггер четвертого уровня.

Схема триггерной системы первого уровня приведена на рисунке 3.14. Эта система состоит из триггерных систем всех подсистем детектора и центральной триггерной системы, называемой Глобальной Логикой Решений (ГЛР). Триггерные системы поддетекторов можно разделить на две группы: триггеры, основанные на регистрации треков, и триггеры, основанные на измерении энергии.

Триггеры первой группы передают:

1. Сигналы сработавших проволочек в ЦДК в $r\varphi$ - и z -направлениях;
2. Сигналы из ВПС, включающая временные измерения и информацию о количестве заряженных частиц в событии и их расположении в пространстве;
3. Сигналы от мюонной системы о μ -кандидатах.

Триггеры второй группы передают:

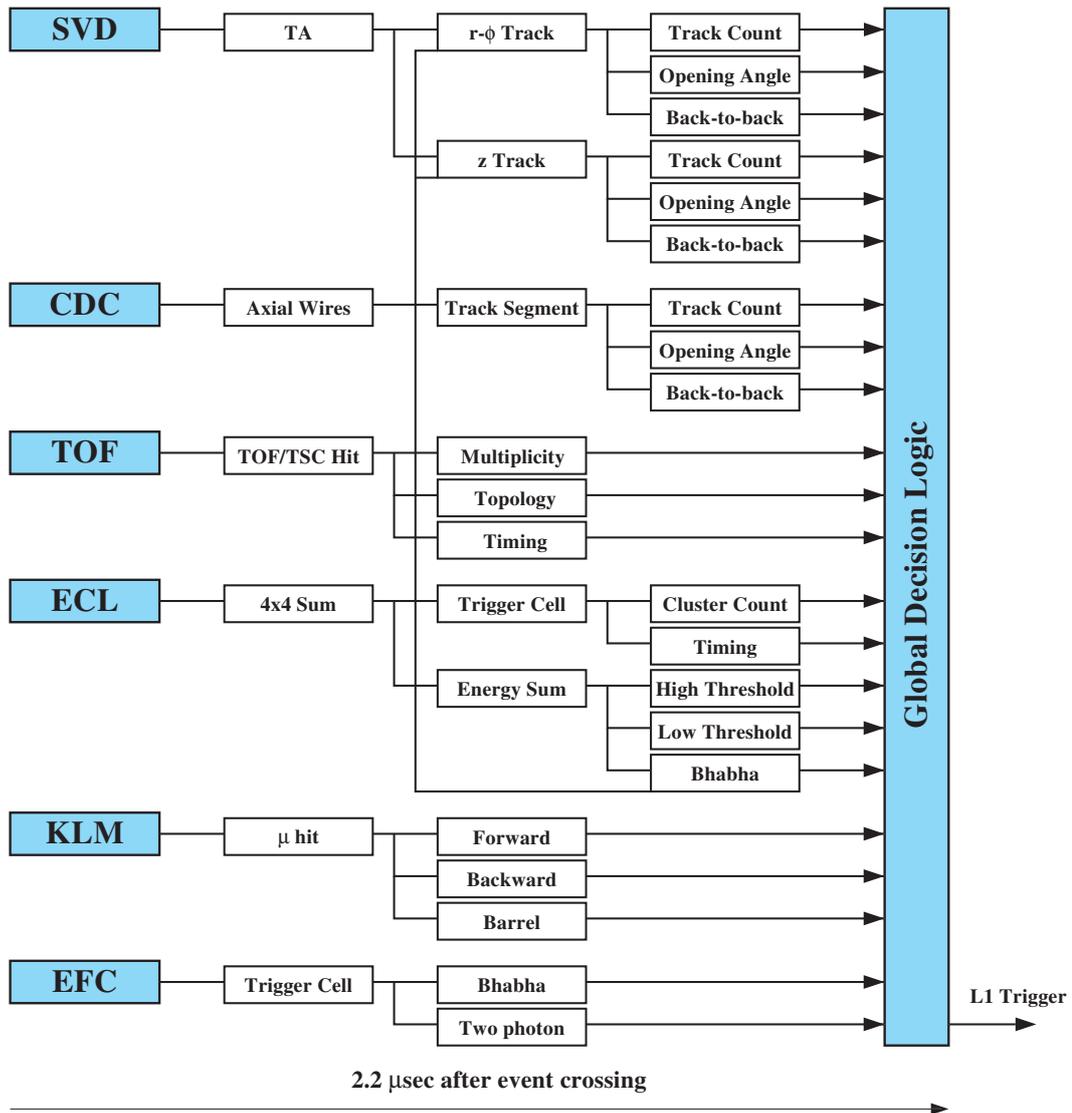


Рисунок 3.14 — Схема работы аппаратного триггера детектора Belle.

1. Сигналы из ЭМК, соответствующие разным типам адронных событий, основанные на измерении энерговыделения в кристаллах и анализа кластеров;
2. Специальные сигналы из ЭМК и КМУ для двухфотонных событий и Баба-рассеяния.

ГЛР производит параллельную обработку сигналов с подсистем детектора за 1.85 мкс и выдает триггерное решение через 2.2 мкс после взаимодействия пучков. ГЛР имеет четыре триггерных признака для адронных событий:

1. Двухтрековый триггер;
2. Трехтрековый триггер;
3. Триггер по изолированному кластеру;
4. Триггер по полному энерговыделению.

Комбинируя эти признаки, ГЛР достигает эффективность, превышающую 99% для адронных событий.

ССД собирает информацию со всех подсистем детектора для событий, прошедших аппаратный триггер. Схема работы ССД приведена на рисунке 3.15. Характерный размер адронного события составляет приблизительно 30 кБ, что соответствует передаче данных со скоростью 15 МБ/с.

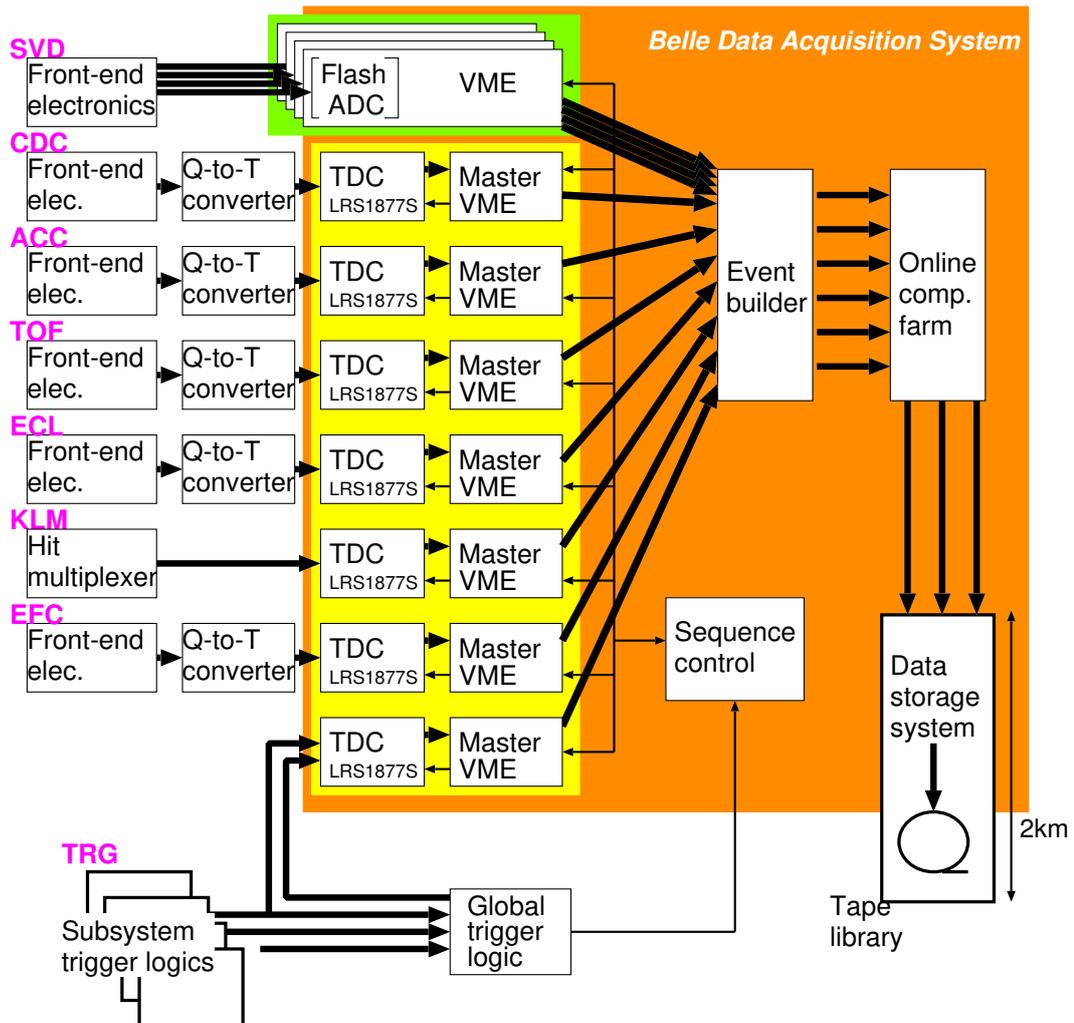


Рисунок 3.15 — Схема системы сбора данных детектора Belle [7].

Программный триггер реального времени использует алгоритмы быстрой реконструкции треков. Для отбраковки фоновых событий, например, обусловленных пучковым фоном, требуется, чтобы событие содержало треки с продольным прицельным параметром относительно точки взаимодействия $|dz|$ меньше 5 см. Это требование позволяет уменьшить поток данных на два порядка, сохранив эффективность отбора адронных событий больше 99%.

Программный триггер обрабатывает набранные данные и отбраковывает часть из них, накладывая набор минимальных критериев отбора, таких как ограничение прицельного параметра и установление порога энерговыделения. На этом этапе полностью реконструированные события сохраняются в формате, пригодном для физического анализа. Определяются, например, импульсы реконструированных заряженных треков, список фотонов из реконструированных кластеров ЭМК и информация об идентификации частиц.

Детальное описание триггерной системы и системы сбора данных детектора Belle приведено в работах [110—112].

3.4 Модернизация электромагнитного калориметра

В рамках подготовки эксперимента Belle II [113] на Супер-*B*-фабрике SuperKEKB [114] ведутся работы по модернизации электромагнитного калориметра детектора Belle. На начальной стадии, электромагнитный калориметр детектора Belle II будет состоять из 8736 кристаллов CsI(Tl), использовавшихся в эксперименте Belle. При проектной светимости ускорителя SuperKEKB $8 \times 10^{35} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$, фоновая загрузка кристаллов калориметра кардинально увеличится по сравнению с фоновой загрузкой при работе в эксперименте Belle. Для работы в таких условиях необходимо уменьшить время формирования сигнала и модифицировать считывающую электронику.

Поставленная задача была решена группой, отвечающей за подготовку калориметра Belle II. Основным элементом модернизированной системы считывающей электроники ЭМК является модуль формирования и оцифровки сигналов (МФОС). Каждый МФОС считывает сигнал с предуселителей 16-ти кристаллов CsI(Tl). Поступивший в МФОС сигнал преобразуется с помощью двух фильтров Бесселя и затем оцифровывается с помощью 18-ти битного аналого-цифрового преобразователя прямого преобразования с тактовой частотой 2 МГц (рисунок 3.16). Оцифрованный сигнал обрабатывается с помощью аппаратного алгоритма, реализованного в программируемой пользователем вентильной матрице [115; 116]. Алгоритм возвращает информацию об амплитуде сигнала

и времени его прихода относительно триггерного такта и передает ее в систему сбора данных. Временная информация, которая не была доступна в эксперименте Belle, позволит более эффективно подавлять фоновые срабатывания. МФОС также генерирует быстрый аналоговый сигнал для триггерной системы посредством суммирования сигналов со всех 16-ти входных каналов. Сигналы складываются с откалиброванными коэффициентами ослабления, обеспечивающими приблизительно одинаковый энергетический порог для каждого канала калориметра.

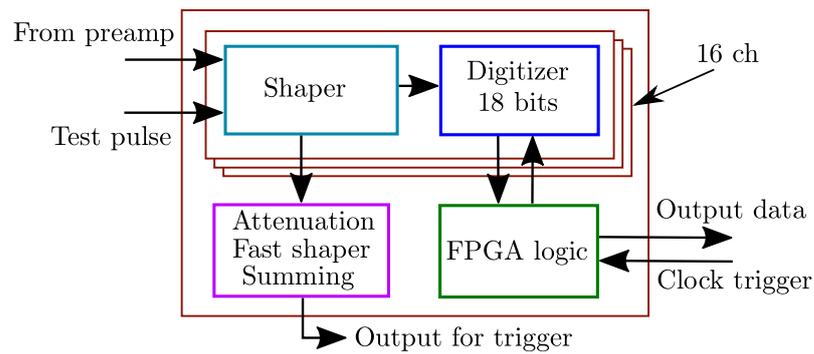


Рисунок 3.16 — Схема МФОС электромагнитного калориметра Belle II.

Для работы калориметра необходимы 576 МФОС. После изготовления модулей необходимо проверить их работоспособность и измерить характеристики. Для решения этой задачи был создан измерительный стенд, схема которого приведена на рисунке 3.17.

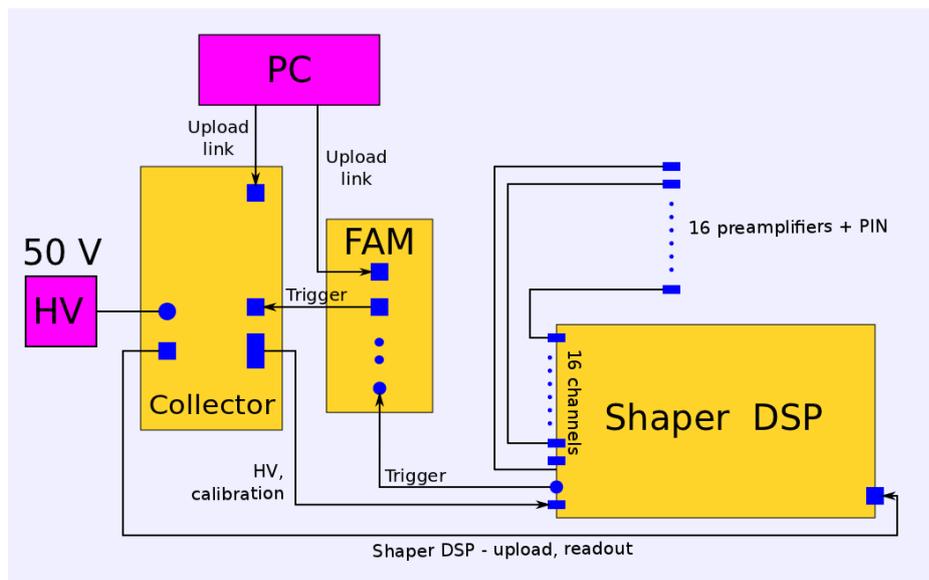


Рисунок 3.17 — Схема стенда для проверки параметров МФОС [117].

Стенд включает МФОС, модуль оцифровки быстрого сигнала от МФОС и коллекторный модуль, принимающий данные об амплитуде и времени сигналов от МФОС, собранные в стойке VME (VERSAModule Eurocard). МФОС может получать входной сигнал либо от 16-ти предусилителей, установленных на кристаллы CsI(Tl), либо калибровочный сигнал, выдаваемый коллекторным модулем. Оцифрованный сигнал с каждого входного канала МФОС, оцифрованный быстрый сигнал и данные об амплитуде и времени прихода сигналов передаются в персональный компьютер.

Автором диссертации подготовлено программное обеспечение (ПО) для выполнения автоматической проверки МФОС на описанном стенде. Подготовленное ПО использует библиотеки для считывания информации с коллекторного модуля и модуля оцифровки быстрого сигнала, а также для подачи калибровочного сигнала на вход МФОС. ПО позволяет в автоматическом режиме выполнять набор и анализ данных, определяя различные характеристики модуля [117].

Простой пользовательский интерфейс (рисунок 3.18) позволяет использовать ПО, будучи неосведомленным о деталях реализации алгоритмов проверки и взаимодействия с модулями электроники. Параллельное выполнение набора данных и анализа уже набранных данных (многопоточность) позволило достичь времени выполнения проверки одного МФОС, приблизительно равного 25 минутам. Эта величина определяется в основном временем, необходимым для набора необходимых данных. Результаты проверки каждого МФОС и набранные при проверке данные автоматически сохраняются в структурированном виде на носитель информации, что позволяет получать в дальнейшем полную информацию о конкретной проверке и выполнять анализ выполненных проверок.

Автором диссертации реализован один из алгоритмов проверки МФОС: проверка *линейности* зависимости восстановленной в МФОС величины амплитуды (A^{fit}) от амплитуды входного сигнала, сформированного коллекторным модулем (A^{gen}), в динамическом диапазоне 5×10^4 . В ходе проверки для каждого считывающего канала определяются значения коэффициентов b и k , при которых зависимость $A^{\text{fit}} = kA^{\text{gen}} + b$ наилучшим образом описывает получен-

ные данные, а также максимальное относительное отклонение

$$d = \max \left[\frac{A^{\text{fit}} - (kA^{\text{gen}} + b)}{A^{\text{fit}}} \right]. \quad (3.7)$$

На рисунке 3.19 приведены распределения по параметрам k и d для 348 проверенных МФОС.

The image shows a terminal window divided into three sections. Section (a) is a menu with the following text:

```
* Make full test
Select single test
Browse test results
Show credits
Exit
```

Section (b) is split into two columns. The left column, titled 'Collector', shows the following text:

```
Collecting shape.dat... Done.
Collecting famshape.dat... Done.
Collecting sl.dat... Done.
Collecting noise.dat... Done.
Collecting adcbt.dat... Done.
Collecting fast_slow_ratio.dat... Done
Collecting logic.dat... Done.
```

The right column, titled 'Tests', shows the following text:

```
Directory: ../logs/134/2012-09-06_15:20:05/
-----
Testing signal shape... Done.
Status: Fine
-----
Testing FAM shape... Done.
Status: Fine
-----
Testing slope and linearity... Done.
Status: Failed. See err_sl.log
-----
Testing noise... Done.
Status: Failed. See err_noise.log
-----
Testing adcbt... Done.
Status: Failed. See err_adcbt.log
-----
Testing fast&slow ratio... Done.
Status: Failed. See err_fast_slow_ratio.log
-----
Testing logic... Done.
Status: Fine
-----
```

Below the terminal window, the labels 'а)' and 'б)' are centered under their respective sections.

Рисунок 3.18 — Пользовательский интерфейс ПО для тестирования МФОС:

- а) основное меню и б) пример вывода информации при выполнении автоматической проверки МФОС.

Собранная информация о параметрах используемых МФОС будет использована при выполнении калибровок калориметра.

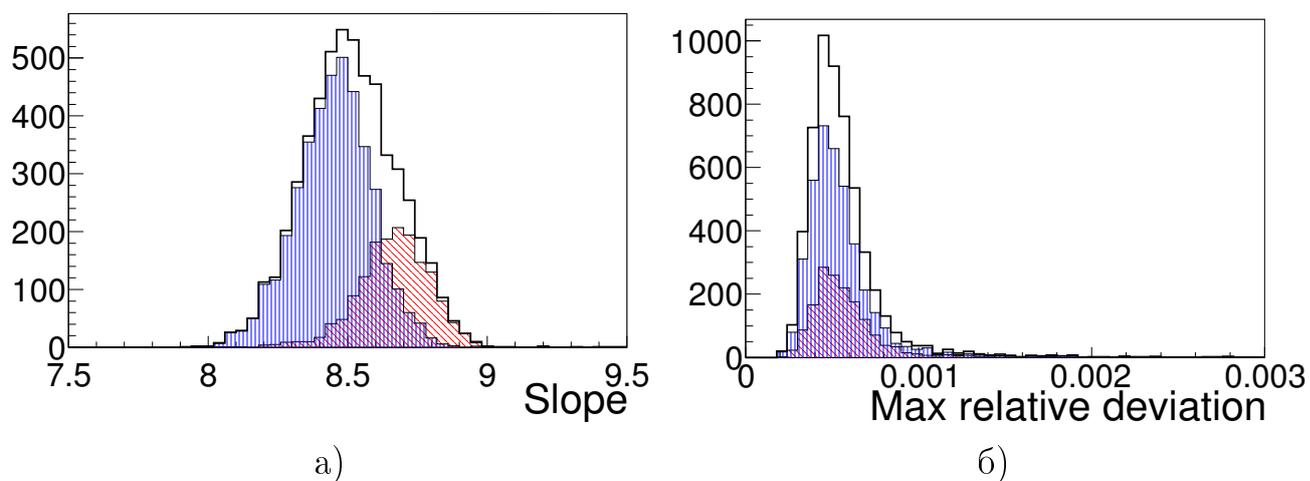


Рисунок 3.19 — Результаты проверки линейности 348 МФОС: а) коэффициент пропорциональности между амплитудой калибровочного сигнала и амплитудой, определенной аппаратным алгоритмом МФОС и б) максимальное относительное отклонение от линейной зависимости между входной и восстановленной амплитудами. Гистограммы с наклонной красной и вертикальной синей штриховками соответствуют двум наборам МФОС, произведенным в разное время. Незаполненные гистограммы показывают суммарные распределения [117].

Глава 4. Измерение параметра β в распадах $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0}h^0$, $\bar{D}^0 \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-$ в эксперименте Belle

В этой главе описано выполненное впервые модельно-независимое измерение угла Треугольника Унитарности β в распадах $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0}h^0$, $\bar{D}^0 \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-$, $h^0 \in \{\pi^0, \eta, \eta', \omega\}$. Метод, используемый для измерения, описан в пункте 2.3.4 (и впервые предложен в работе автора диссертации [88]). Для измерения использован полный интеграл светимости 711 фбн^{-1} , набранный детектором Belle вблизи резонанса $\Upsilon(4S)$, соответствующий 771 миллионам $\Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$ -событий.

Для изучения фоновых процессов и выбора критериев отбора событий использованы два набора событий, полученные методом моделирования Монте-Карло: *общий* и *сигнальный*. Частицы конечного состояния в обоих наборах сгенерированы с помощью пакетов EvtGen [118] и PYTHIA [119]. Излучение мягких фотонов заряженными частицами конечного состояния моделировалось с помощью пакета PHOTOS [120; 121]. С помощью пакета GEANT4 [122] выполнено моделирование прохождения частицами конечного состояния детектора Belle. События моделирования сохраняются в том же формате, что экспериментальные события, содержат информацию генераторного уровня и обрабатываются аналогично экспериментальным событиям.

События общего набора моделирования сгенерированы с тем, чтобы как можно лучше воспроизвести процессы при e^+e^- -соударениях вблизи резонанса $\Upsilon(4S)$ и включают большинство известных процессов вида $e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B} \rightarrow X$ и $e^+e^- \rightarrow q\bar{q} \rightarrow X$, $q \in \{u, d, s, c\}$. Количество событий общего набора превосходит количество событий набранных данных приблизительно в 6 раз.

Для каждого события сигнального набора сгенерирован процесс $e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$, в котором один из B -мезонов распадается в одно из реконструируемых конечных состояний, в то время как другой B -мезон распадается согласно таблице распадов, используемой для создания общего набора.

Процедура анализа событий состоит из нескольких основных этапов. На первом этапе происходит отбор кандидатов событий $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0}h^0$ с помощью различных кинематических параметров, классификация фоновых кандидатов

и применение различных алгоритмов для отбрасывания фоновых кандидатов при минимальной потере верно реконструированных (сигнальных) кандидатов, как описано в разделе 4.1).

На втором этапе, описанном в разделе 4.2, для каждого реконструируемого распада определяется доля сигнальных кандидатов посредством анализа двумерного распределения параметров ΔE и M_{bc} , определенных в пункте 4.1.1. Для выполнения такого анализа, форма сигнального и фонового распределений ΔE - M_{bc} изучаются с помощью моделирования и параметризуются соответственно функциями $p_{\text{sig}}(\Delta E, M_{bc})$ и $p_{\text{bkg}}(\Delta E, M_{bc})$. Эти функции используются для определения вероятности f_{sig}^j того, что кандидат j является сигнальным (формула (4.9)). Полученные для каждого кандидата вероятности f_{sig}^j используются для построения функции правдоподобия при измерении угла β , как описано в разделе 4.4.

В главе 2 было показано, что для модельно-независимого получения угла β необходимо выполнить разбиение фазового пространства распада $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ на области. В представленном измерении используется равномерное по фазе разбиение, основанное на модели распада из работы [34]. Используются значения параметров C_i и S_i , измеренные для этого разбиения в эксперименте CLEO [91], в то время как параметры K_i мы получаем с помощью распадов $B^+ \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+$, $\bar{D}^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$, как описано в разделе 4.3.

Заключительный этап анализа состоит получении параметра β из распределений Δt для отобранных кандидатов методом максимального правдоподобия (раздел 4.4). Распределение по Δt для фоновых кандидатов предварительно изучается с помощью моделирования, а затем уточняется с помощью экспериментальных событий в кинематической области, не содержащей сигнальных событий. Корректность описания фонового распределения Δt и функции разрешения по Δt для сигнальных событий проверяется посредством выполнения вспомогательного измерения времени жизни B^0 -мезона в распадах $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0} h^0$, $\bar{D}^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$.

4.1 Реконструкция и отбор событий

Для физического анализа отобраны кандидаты шести процессов $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0}h^0$ со следующими относительными вероятностями [12]:

$$\begin{aligned}
\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \bar{D}^0\pi^0) &= (2.63 \pm 0.24) \times 10^{-4}, \\
\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \bar{D}^0\eta) &= (2.36 \pm 0.12) \times 10^{-4}, \\
\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \bar{D}^0\eta') &= (1.38 \pm 0.26) \times 10^{-4}, \\
\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \bar{D}^0\omega) &= (2.53 \pm 0.26) \times 10^{-4}, \\
\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \bar{D}^{*0}\pi^0) &= (2.2 \pm 0.6) \times 10^{-4}, \\
\mathcal{B}(B^0 \rightarrow \bar{D}^{*0}\eta) &= (2.3 \pm 0.6) \times 10^{-4}.
\end{aligned} \tag{4.1}$$

D^0 -мезон реконструируется в конечном состоянии $K_S^0\pi^+\pi^-$, $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$. Вероятность перехода D^0 -мезона в это конечное состояние равна [12]

$$\begin{aligned}
\mathcal{B}(D^0 \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-) \times \mathcal{B}(K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-) = \\
(2.89 \pm 0.08)\% \times (69.20 \pm 0.05)\% \approx 2\%.
\end{aligned} \tag{4.2}$$

Легкие нейтральные мезоны π^0 , η , η' и ω реконструированы с распадах [12]

$$\begin{aligned}
\mathcal{B}(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) &= (98.823 \pm 0.034)\%, \\
\mathcal{B}(\eta \rightarrow \gamma\gamma) &= (39.41 \pm 0.20)\%, \\
\mathcal{B}(\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0) &= (22.92 \pm 0.28)\%, \\
\mathcal{B}(\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0) &= (89.2 \pm 0.7)\%, \\
\mathcal{B}(\eta' \rightarrow [\gamma\gamma]_{\eta}\pi^+\pi^-) &= (42.9 \pm 0.7)\%.
\end{aligned} \tag{4.3}$$

$D^*(2007)^0$ -мезоны реконструированы в конечном состоянии $D^0\pi^0$, вероятность перехода в которое равна $(61.9 \pm 2.9)\%$ [12].

4.1.1 Критерии отбора

Реконструкция заряженных π -мезонов выполнена с помощью треков, восстановленных в трековой системе детектора. Для улучшения пространственного разрешения отбираются только треки, оставившие не менее 1 сигнала в плоскости $r\varphi$ и не менее 2 сигналов в плоскости rz ВД. Прицельные параметры треков относительно места взаимодействия пучков в продольном (z) и поперечном (ρ) проекциях ограничены значениями 5 см и 2 см, соответственно. Поперечный импульс p_t треков должен быть больше 50 МэВ/с и 100 МэВ/с для π -мезонов из распада $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ и $h^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$, соответственно, где h^0 обозначает η - и ω -мезоны. Эти требования не накладывались на π -мезоны из распада K_S^0 -мезона.

Кандидаты K_S^0 -мезонов реконструированы в конечном состоянии $\pi^+ \pi^-$. Отбор процессов $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ выполняется с помощью двух искусственных нейронных сетей. Величина инвариантной массы K_S^0 -кандидатов ограничена интервалом (488.5 МэВ/с², 506.5 МэВ/с²), соответствующим трем стандартным отклонениям от центрального значения.

Перечисленные ниже интервалы, ограничивающие значения инвариантных масс и других кинематических параметров, были найдены с помощью итераций с использованием событий моделирования. Процедура выбора интервалов предполагает поочередное определение границ интервала для каждого параметра, при которых соотношение $S/\sqrt{S+B}$ принимает максимальное значение, где S — количество верно реконструированных (*сигнальных*) событий и B — количество неверно реконструированных (*фоновых*) событий, оставшихся после ограничения значений всех параметров соответствующими диапазонами. Поскольку изменение диапазона для одного параметра вообще говоря влияет на выбор диапазонов для остальных параметров, процедура была выполнена в несколько итераций, до тех пор, пока границы диапазонов не перестали значительно изменяться.

Нейтральные D -мезоны реконструированы из комбинаций K_S^0 -мезонов и треков двух противоположно заряженных частиц. Инвариантная масса

D -кандидатов должна быть в интервале $(1851.6 \text{ МэВ}/c^2, 1878.3 \text{ МэВ}/c^2)$ (рисунки 4.1а).

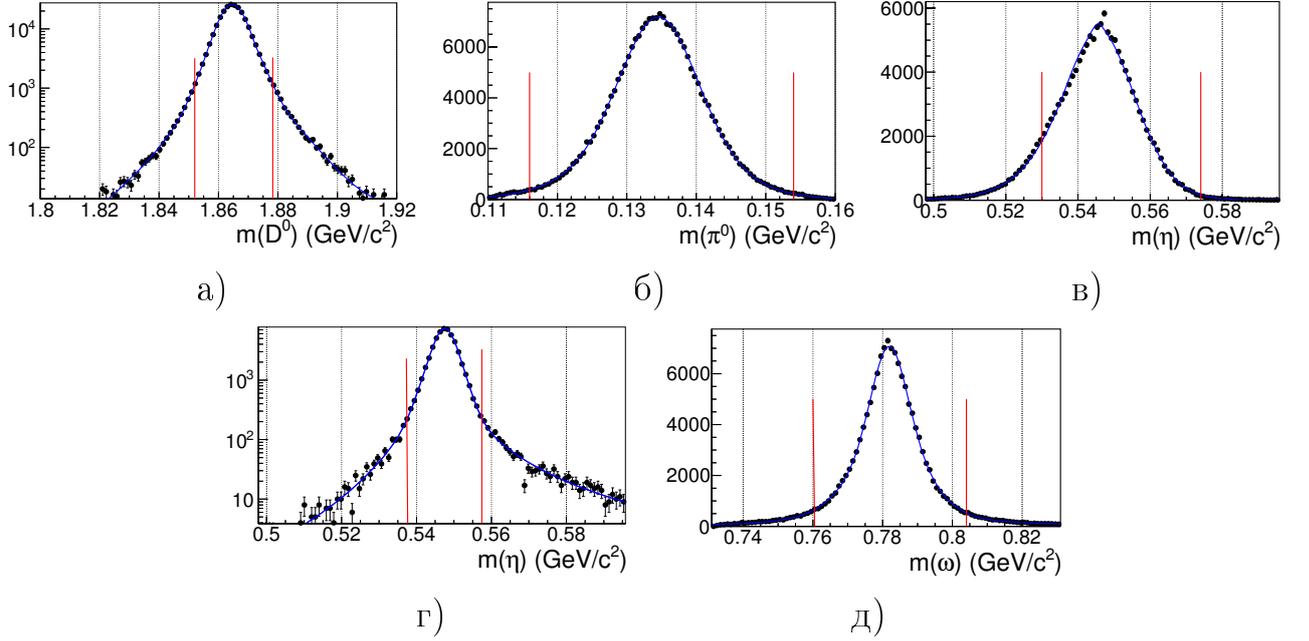


Рисунок 4.1 — События сигнального моделирования: распределения по инвариантной массе а) D^0 , б) π^0 , в) $\eta \rightarrow \gamma\gamma$, г) $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ и д) ω кандидатов. Черные точки с ошибками показывают полученные значения, синие линии показывают аппроксимацию распределений, вертикальные красные линии показывают границы диапазонов, используемых при отборе событий для физического анализа.

Кандидаты π^0 -мезонов реконструированы из пары фотонов с энергией не менее 40 МэВ каждый. Инвариантная масса π^0 -кандидатов должна быть внутри интервала $(115.7 \text{ МэВ}/c^2, 153.7 \text{ МэВ}/c^2)$ (рисунок 4.1б).

Кандидаты $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ реконструированы из пары фотонов с энергией не менее 80 МэВ. Инвариантная масса $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ -кандидатов должна быть внутри интервала $(530.0 \text{ МэВ}/c^2, 573.7 \text{ МэВ}/c^2)$ (рисунок 4.1в).

Распады $h^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$, где $h^0 = \eta$ или ω , реконструированы с использованием π^0 -кандидатов с энергией не менее 200 МэВ. Инвариантная масса $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ -кандидатов должна быть внутри интервала $(537.6 \text{ МэВ}/c^2, 557.4 \text{ МэВ}/c^2)$ (рисунок 4.1г), инвариантная масса ω -кандидатов должна быть внутри интервала $(760.4 \text{ МэВ}/c^2, 803.9 \text{ МэВ}/c^2)$ (рисунок 4.1д). Косинус угла спиральности θ_{hel} для ω -кандидатов должен быть больше 0.2. Углом спиральности называют угол между направлением импуль-

са B^0 -мезона и нормалью к плоскости распада ω -мезона в системе отсчета ω -мезона.

При реконструкции распадов $\eta' \rightarrow [\gamma\gamma]_\eta \pi^+ \pi^-$ используются η -мезоны, реконструированные в конечном состоянии $\gamma\gamma$. Разность масс Δm_η η' -кандидата и η -кандидата должна быть внутри интервала (401.7 МэВ/ c^2 , 417.7 МэВ/ c^2) (рисунок 4.2а).

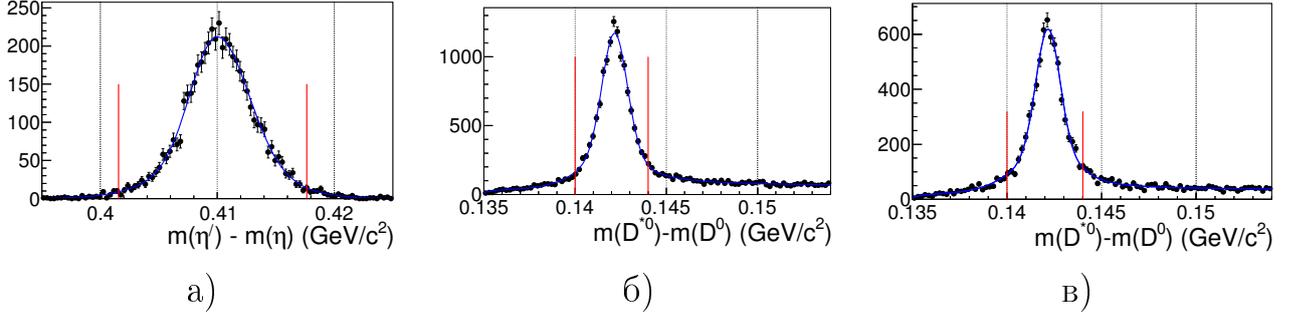


Рисунок 4.2 — События сигнального моделирования: распределения по разности инвариантных масс а) η' и η для распада $\eta' \rightarrow \eta \pi^+ \pi^-$, б) D^{*0} и D^0 для распада $D^{*0} \rightarrow D^0 \pi^0$ и в) D^{*0} и D^0 для распада $D^{*0} \rightarrow D^0 \eta$. Черные точки с ошибками показывают полученные значения, синие линии показывают аппроксимацию распределений, вертикальные красные линии показывают границы диапазонов, используемых при отборе событий для физического анализа.

При реконструкции распадов $D^*(2007)^0 \rightarrow D^0 h^0$, $h^0 \in \{\pi^0, [\gamma\gamma]_\eta\}$ требовалось, чтобы разность масс $D^*(2007)^0$ - и D^0 -кандидатов находилась в пределах диапазона (140.2 МэВ/ c^2 , 144.2 МэВ/ c^2) (рисунки 4.2б и 4.2в).

Отбор B^0 - и B^\pm -кандидатов выполняется с помощью двух кинематических параметров: $\Delta E = E_B^{\text{СЦМ}} - E_{\text{beam}}^{\text{СЦМ}}$ — разности между энергией B -кандидата и энергией пучка в системе центра масс (СЦМ) и $M_{\text{bc}} = \sqrt{\left(E_{\text{beam}}^{\text{СЦМ}}\right)^2 - \left(p_B^{\text{СЦМ}}\right)^2}$ — массы B -кандидата, посчитанной с использованием известной энергии $E_{\text{beam}}^{\text{СЦМ}}$ пучка в СЦМ. При первичном отборе B -кандидатов накладываются требования $-0.15 \text{ ГэВ} < \Delta E < 0.10 \text{ ГэВ}$ и $M_{\text{bc}} > 5.2 \text{ ГэВ}/c^2$.

4.1.2 Выбор из нескольких кандидатов

Некоторые события содержат несколько B -кандидатов, реконструированных в одном и том же конечном состоянии. Для дальнейшего анализа выбирается только один из них, дающий наименьшую величину параметра

$$\zeta = \left(\frac{\Delta m_{D^0}}{\sigma_{m(D^0)}} \right)^2 + \left(\frac{\Delta m_{h^0}}{\sigma_{m(h^0)}} \right)^2 + \left(\frac{\Delta(\Delta m)}{\sigma_{\Delta m}} \right)^2, \quad (4.4)$$

где Δm_{D^0} , Δm_{h^0} и $\Delta(\Delta m)$ — отклонения от среднего значения массы D^0 -кандидата, массы h^0 -кандидата и разности масс $D^{*(2007)0}$ - и D^0 -кандидатов, соответственно, σ_i — среднеквадратичные отклонения соответствующих распределений. Если в цепочке распада нет D^{*0} -мезона, то третье слагаемое равно нулю.

Ожидаемое количество кандидатов в одном событии для каждой сигнальной моды и вероятность выбора сигнального кандидата изучалось с помощью моделирования (смотрите таблицу 9). Параметр M , характеризующий множественность кандидатов какого-либо сигнального процесса, определен следующим образом:

$$M = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N w_i, \quad (4.5)$$

где суммирование производится по всем событиям в выборке. Вес w_i равен нулю, если событие не содержит сигнальный кандидат, равен 1, если событие содержит только сигнальный кандидат и $1 + n_B$, где n_B — количество фоновых кандидатов в событии.

Таблица 9 — Характеристики процедуры выбора из нескольких кандидатов. Множественность M определена в уравнении (4.5).

Параметр	$D^0\pi^0$	$D^0[\gamma\gamma]_\eta$	$D^0[\pi^+\pi^-\pi^0]_\eta$	$D^0\omega$	$D^0\eta'$	$D^{*0}\pi^0$	$D^{*0}\eta$
Множественность	1.03	1.09	1.06	1.09	1.08	1.08	1.12
Верные решения (%)	95.2	65.1	69.6	66.7	67.3	73.8	71.6
Потеря сигнала (%)	0.95	2.78	1.40	2.41	2.36	1.72	2.76

4.1.3 Определение аромата B -мезона

Определение аромата помечающего B_{asc} -мезона выполняется с помощью инклюзивного анализа частиц, не связанных с цепочкой распада сигнального B -мезона [123]. Информация об аромате представлена двумя параметрами: зарядом $q = \pm 1$ и чистотой r . Параметр $r \in [0,1]$ определяется для каждого события и монотонно связан с вероятностью верного определения аромата: значение $r = 0$ соответствует отсутствию информации об аромате, а значение $r = 1$ соответствует точному определению аромата.

Значения параметра r разделены на семь интервалов. В событиях, соответствующих первому интервалу $[0,0.1)$, информация об аромате не используется. Для остальных шести интервалов процедура определения аромата изучалась с помощью полулептонных распадов и адронных распадов с кварковым переходом $b \rightarrow c$ [23; 124; 125]. Для каждого интервала определена средняя вероятность неверного определения аромата w_l , $l \in \{1, 2, \dots, 6\}$, и их разность для распадов B^0 - и \bar{B}^0 -мезонов Δw_l (таблица 10).

Таблица 10 — Вероятность w неверного определения аромата B_{asc} и разность этих вероятностей для распадов B^0 - и \bar{B}^0 -мезонов в шести диапазонах параметра r . Приведены значения для двух модификаций ВД.

Параметр	Диапазон r					
	[0.1,0.25)	[0.25,0.5)	[0.5,0.625)	[0.625,0.75)	[0.75,0.875)	[0.875,1)
w ВД1 (%)	$41.9^{+0.7}_{-0.6}$	$33.0^{+0.7}_{-0.6}$	$23.4^{+0.7}_{-0.8}$	$17.1^{+0.7}_{-0.6}$	$10.0^{+0.7}_{-0.9}$	$2.3^{+0.4}_{-0.5}$
Δw ВД1 (%)	5.7 ± 0.9	1.3 ± 0.9	-1.5 ± 1.0	-0.1 ± 0.9	0.9 ± 0.9	0.5 ± 0.6
w ВД2 (%)	41.9 ± 0.4	31.9 ± 0.3	$22.3^{+0.4}_{-0.3}$	$16.3^{+0.3}_{-0.4}$	$10.4^{+0.3}_{-0.4}$	$2.5^{+0.2}_{-0.3}$
Δw ВД2 (%)	-0.9 ± 0.4	1.0 ± 0.4	-1.1 ± 0.4	$-1.9^{+0.4}_{-0.5}$	0.2 ± 0.4	-0.4 ± 0.2

Величина

$$\varepsilon_{\text{eff}} = \sum_{l=1}^6 f_l (1 - 2w_l)^2 \approx 0.30,$$

где f_l — доля событий в l -м диапазоне, показывает эффективное уменьшение статистики из-за ошибок определения аромата B_{asc} .

Для того, чтобы показать, что процедура отбора событий, используемая в данном анализе, не приводит к изменению приведенных значений w_l , была вы-

полнена проверка. Рисунок 4.3 показывает сравнение значений w_l , полученных с помощью большого количества событий сигнального моделирования процессов $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0}h^0$ с ожидаемыми значениями. Значения согласуются в пределах статистической неопределенности.

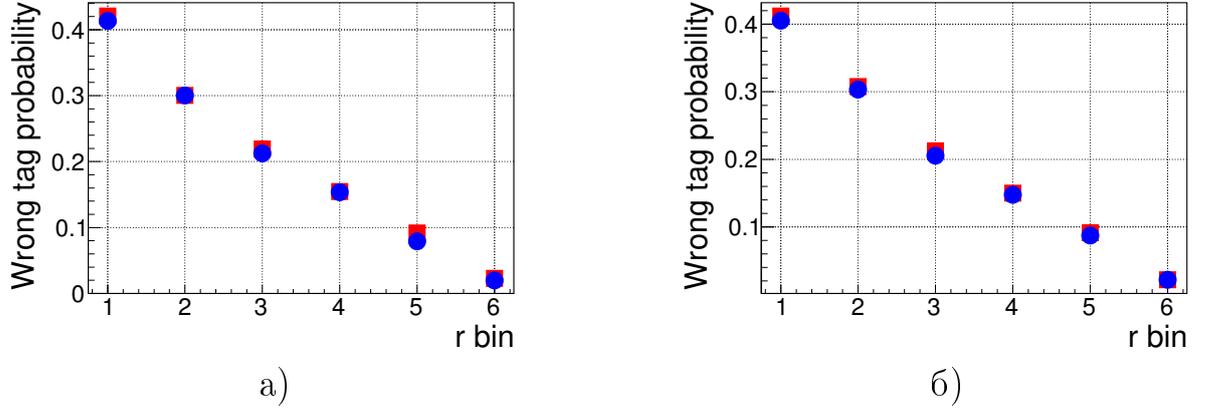


Рисунок 4.3 — Вероятность w неверного определения аромата B -мезона в шести диапазонах значений параметра r для а) ВД1 и б) ВД2. Синие круги показывают значения, полученные с помощью большого набора событий сигнального моделирования, красные квадраты показывают ожидаемые значения.

4.1.4 Кинематическая реконструкция распадов частиц

Координаты вершин распадов B -мезонов определены с помощью алгоритма кинематической реконструкции, использующего треки заряженных частиц конечного состояния и информацию о расположении области взаимодействия пучков (смотрите работу [126] и приложение В). Результатом работы алгоритма являются: координата z вершины, оценка точности определения σ_z этой координаты и величина χ^2_{vtx} , характеризующая величину сдвига траекторий заряженных частиц, необходимого для удовлетворения условию их пересечения.

Процессы $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0}\pi^0$ и $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0}[\gamma\gamma]_\eta$ не содержат заряженных частиц, вылетающих из первичной вершины распада B -мезона. Координата первичной вершины для этих процессов определялась с помощью проецирования траектории D -мезона на область взаимодействия пучков. Траектория D -мезона

получена с помощью применения алгоритма кинематической реконструкции к распаду $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$, $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$.

При распаде сигнального B -мезона в другие рассматриваемые конечные состояния, из первичной вершины вылетают два заряженных π -мезона, рожденные в распадах η -, ω или η' -мезонов. Координата вершины распада B -мезона находится из условия пересечения треков этих π -мезонов и траектории D -мезона с учетом информации о месте взаимодействия пучков.

Координата вершины B_{asc} -мезона определяется схожим образом. Для реконструкции этой вершины используются все треки, не задействованные в реконструкции цепочки распада сигнального B -мезона.

Для вершин, реконструированных с помощью нескольких треков, требуется, чтобы оценка точности определения координаты σ_z была меньше 0.2 мм, а отношение величины χ_{vtx}^2 к количеству степеней свободы должно быть меньше 50. Для вершин, реконструированных проецированием единственного трека (или траектории D -мезона) на область взаимодействия пучков, требуется $\sigma_z < 0.5$ мм, величина χ_{vtx}^2 не ограничена.

Для улучшения энергетического разрешения π^0 - и η -кандидатов, процедура кинематической реконструкции с требованием на инвариантную массу π^0 - или η -кандидата применена к распадам $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ и $\eta \rightarrow \gamma\gamma$. Аналогичная процедура, с требованием на значения инвариантных масс D^0 - и K_S^0 -кандидатов, применена к распадам $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$, $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$. Применение этой процедуры позволяет значительно улучшить точность определения переменных Далица распада $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ (рисунок 4.4). Кинематическая реконструкция распада $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ с требованием на инвариантные массы выполняется *независимо* от процедуры восстановления вершины распада D -мезона. В противном случае, вершина распада D -мезона определяется со значительным систематическим смещением [126].

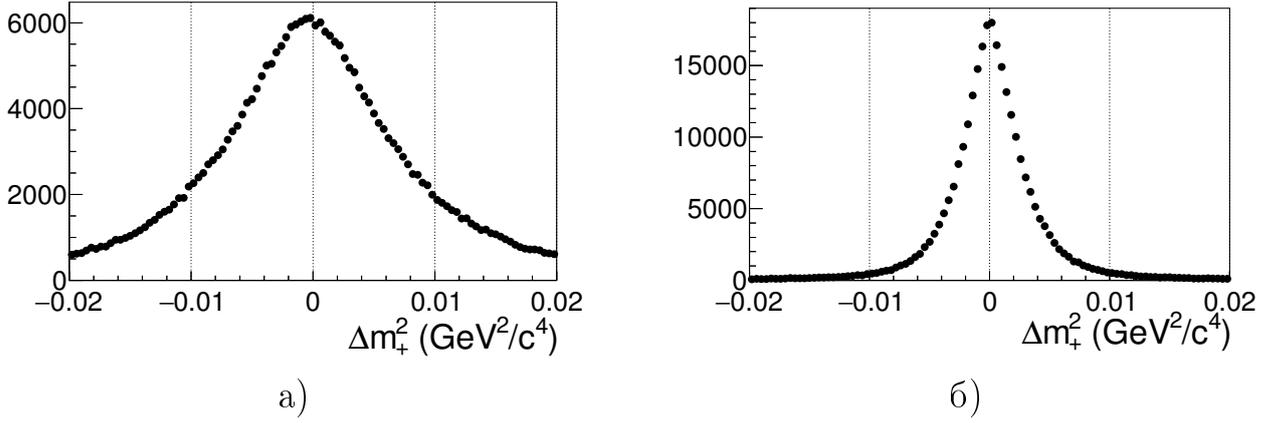


Рисунок 4.4 — Распределения по ошибке измерения переменных Далица а) до и б) после применения кинематической реконструкции с требованием на значения инвариантных масс K_S^0 - и D^0 -кандидатов.

4.1.5 Классификация фоновых событий

Мы выделяем три типа фоновых событий, различающиеся временными и кинематическими характеристиками:

1. комбинаторный фон из процессов нерезонансного рождения легких кварков $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$, $q \in \{u, d, s, c\}$. Мы будем кратко называть эту компоненту фоном из *континуума*;
2. комбинаторный фон из распадов $B\bar{B}$ -пар;
3. фон от не полностью реконструированных распадов B -мезонов, таких как $B^+ \rightarrow \bar{D}^{(*)0}\rho^+$ и $B^+ \rightarrow \bar{D}^{(*)0}\pi^+$.

Изучены также события, в которых один из сигнальных распадов (4.1) ошибочно реконструирован как кандидат другого сигнального распада (например, к частицам конечного состояния распада $B^0 \rightarrow \bar{D}^0\pi^0$ присоединился комбинаторный π^0 , и получившейся кандидат прошел критерии отбора для событий $B^0 \rightarrow \bar{D}^{*0}\pi^0$). Доля таких событий не превосходит 1%, что позволяет не учитывать специально их влияние при текущей точности измерения. Более того, в большинстве случаев описанное перепутывание не приводит к ошибкам измерений, поскольку координата вершины распада сигнального B -мезона определяется верно (только с использованием верно реконструированного D -мезона), и плотность вероятности обоих распадов описывается одним и тем же выражением согласно уравнению (2.29) (смотрите также сноску на странице 24).

4.1.6 Подавление фона от легких кварков

Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$ при работе коллайдера вблизи резонанса $\Upsilon(4S)$ близко к 1 нб. Сечение нерезонансного процесса рождения пар легких кварков $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$, $q \in \{u, d, s, c\}$ при той же энергии коллайдера примерно в три раза больше. Легкие адроны, рожденные при адронизации легких кварков, могут сложиться при реконструкции в ложный B -кандидат. Такие события составляют существенную долю фоновых событий для рассматриваемых в данной работе процессов.

Фоновые B -кандидаты из $q\bar{q}$ -событий во многих случаях можно идентифицировать, используя кинематические характеристики. Импульс легкого кварка в СЦМ близок к 5 ГэВ/с, в то время как импульс B -мезона близок к 0.3 ГэВ/с. При рождении пары легких кварков (в СЦМ) события представляют собой две противоположно направленные адронные струи (рисунок 4.5а). $B\bar{B}$ -событие в СЦМ выглядит как изотропный распад двух B -мезонов (рисунок 4.5б).

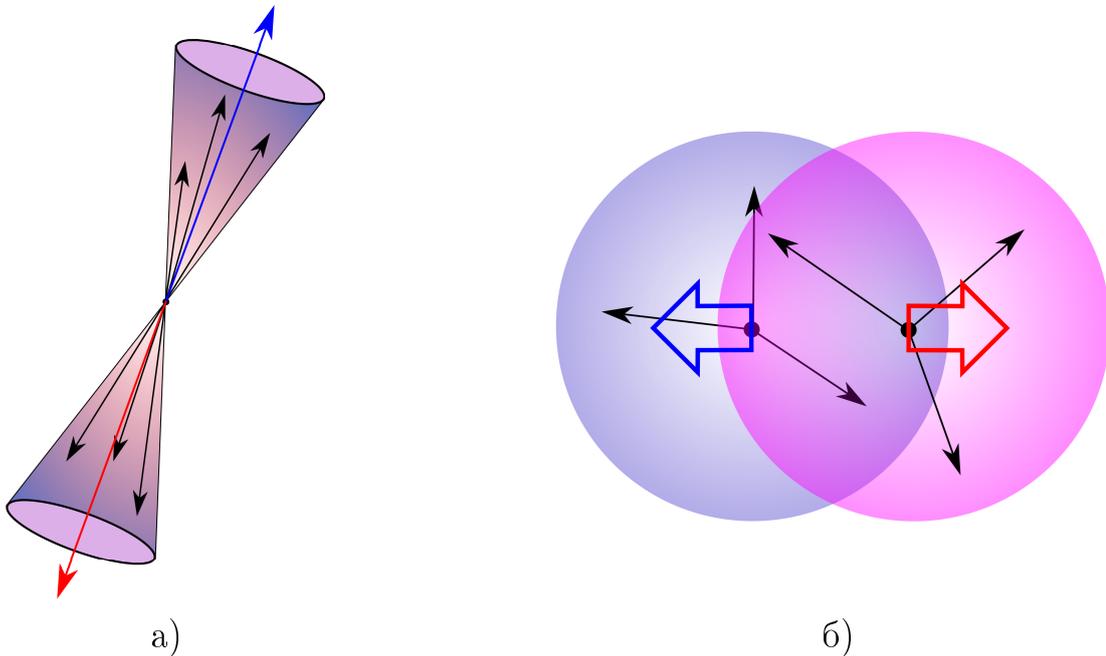


Рисунок 4.5 — Схематичное изображение формы событий в СЦМ при рождении а) пары легких кварков и б) пары B -мезонов на e^+e^- -коллайдере, работающем вблизи резонанса $\Upsilon(4S)$.

Для выделения струйных событий используют понятие *траста* [127]. Ось траста \mathbf{T} определяет направление, вдоль которого сумма продольных компо-

нент импульсов частиц максимальна. Величина траста T определяется следующим образом:

$$T = \max_{\mathbf{T}} \frac{\sum_i |\mathbf{p}_i \mathbf{T}|}{\sum_i |\mathbf{p}_i|}.$$

Для разделения $q\bar{q}$ - и $B\bar{B}$ -событий направление траста вычисляется отдельно для конечных частиц реконструированного B_{rec} -мезона (\mathbf{T}_{rec}) и для остальных зарегистрированных в событии частиц (\mathbf{T}_{asc}). Угол между \mathbf{T}_{rec} и \mathbf{T}_{asc} называют *углом траста* θ_{thr} . Распределение по $|\cos \theta_{\text{thr}}|$ имеет максимум вблизи 1 для $q\bar{q}$ -событий и близко к равномерному для $B\bar{B}$ -событий.

Одним из способов более полного описания кинематики события является рассмотрение моментов Фокса-Вольфрама [128; 129]

$$H_k = \sum_{i,j} \frac{|\mathbf{p}_i| |\mathbf{p}_j| P_k(\cos \theta_{ij})}{E_{\text{vis}}^2}, \quad k = 0, 1, \dots,$$

где P_k обозначает k -й полином Лежандра, θ_{ij} обозначает угол между импульсами частиц i и j , E_{vis} обозначает сумму измеренной в событии энергии и суммирование идет по всем частицам в событии. Величины $R_k = H_k/H_0$ называют нормированными моментами Фокса-Вольфрама. Нормированные моменты Фокса-Вольфрама позволяют дополнительно разделять $q\bar{q}$ - и $B\bar{B}$ -события. Для двуструйных событий величина R_k принимает значения близкие к 1 (0) для четных (нечетных) k , в то время как изотропные события принимают другие значения.

В работе [130] были определены *модифицированные* моменты Фокса-Вольфрама. Вместо суммирования по всем частицам в событии, было предложено различать частицы из конечного состояния B_{rec} и все остальные частицы. Пусть первому набору частиц соответствует индекс s , а второму — индекс o . Тогда можно рассматривать три набора моментов: R_k^{so} , R_k^{oo} и R_k^{ss} . Моменты R_k^{ss} , R_1^{so} и R_3^{so} исключаются из рассмотрения из-за значительной корреляции с параметрами ΔE и M_{bc} . Остальные моменты R_k^{ij} с помощью стандартной для эксперимента Belle процедуры скомбинированы в один параметр $\mathcal{L}_{\text{sfwm}}$, учитывающий линейные корреляции между переменными.

Направление импульса B_{rec} для $B\bar{B}$ -событий подчиняется распределению, соответствующему распаду векторного мезона на два псевдоскалярных мезона:

$$\mathcal{P}_{B\bar{B}}\left(\cos\theta_B^{\text{СЦМ}}\right) = \frac{3}{8}\left(1 - \cos^2\theta_B^{\text{СЦМ}}\right),$$

где $\theta_B^{\text{СЦМ}}$ — полярный угол вылета B_{rec} в СЦМ. Для $q\bar{q}$ -событий это распределение — однородное.

Для процессов $B^0 \rightarrow \bar{D}^0\eta'$ и $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0}h^0$ отбираются события с $|\cos\theta_{\text{thr}}| < 0.8$ и $|\cos\theta_B^{\text{СЦМ}}| > 0.2$. Дальнейшее подавление $q\bar{q}$ -событий выполняется с помощью отбора по параметру $\mathcal{L}_{\text{sfwm}}$, при котором максимальное значение принимает отношение $S/\sqrt{S+B}$, где S — количество сигнальных событий, а B — количество фоновых событий, оставшихся после применения данного критерия. Пороговое значение $\mathcal{L}_{\text{sfwm}}$ выбирается с помощью событий общего моделирования, независимо для каждого процесса.

Подавление $q\bar{q}$ -событий для других четырех процессов осуществляется с помощью алгоритма AdaBoost [131], реализованного в пакете TMVA [132]. В качестве входных параметров алгоритма используются:

1. $|\cos\theta_{\text{thr}}|$;
2. $|\cos\theta_B^{\text{СЦМ}}|$;
3. $\mathcal{L}_{\text{sfwm}}$;
4. $\ln(\chi_D^2/\text{n.d.f.})$ — логарифм величины χ^2 , возвращаемой процедурой кинематической реконструкции распада $D \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-$, при которой масса D -кандидата была ограничена известным значением;
5. Величина траста для частиц конечного состояния B_{rec} ;
6. $\ln(E_\gamma^{\text{min}})$, где E_γ^{min} — минимальная энергия фотона из распада $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ или $\eta \rightarrow \gamma\gamma$;
7. Только для $B^0 \rightarrow \bar{D}^0[\gamma\gamma]_\eta$: $\ln(\chi_\eta^2/\text{n.d.f.})$ — логарифм величины χ^2 , возвращаемой процедурой кинематической реконструкции распада $\eta \rightarrow \gamma\gamma$, при которой масса η -кандидата была ограничена известным значением;
8. Только для $B^0 \rightarrow \bar{D}^0[\pi^+\pi^-\pi^0]_\eta$ и $B^0 \rightarrow \bar{D}^0\omega$: величина импульса π^0 ;
9. Только для $B^0 \rightarrow \bar{D}^0\omega$: косинус угла спиральности ω -кандидата.

На рисунке 4.6 показаны распределения параметров, используемых алгоритмом AdaBoost, для процесса $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \pi^0$. Распределения по классификационному параметру, возвращаемому алгоритмом AdaBoost для сигнальных и $q\bar{q}$ -событий, показаны на рисунке 4.7.

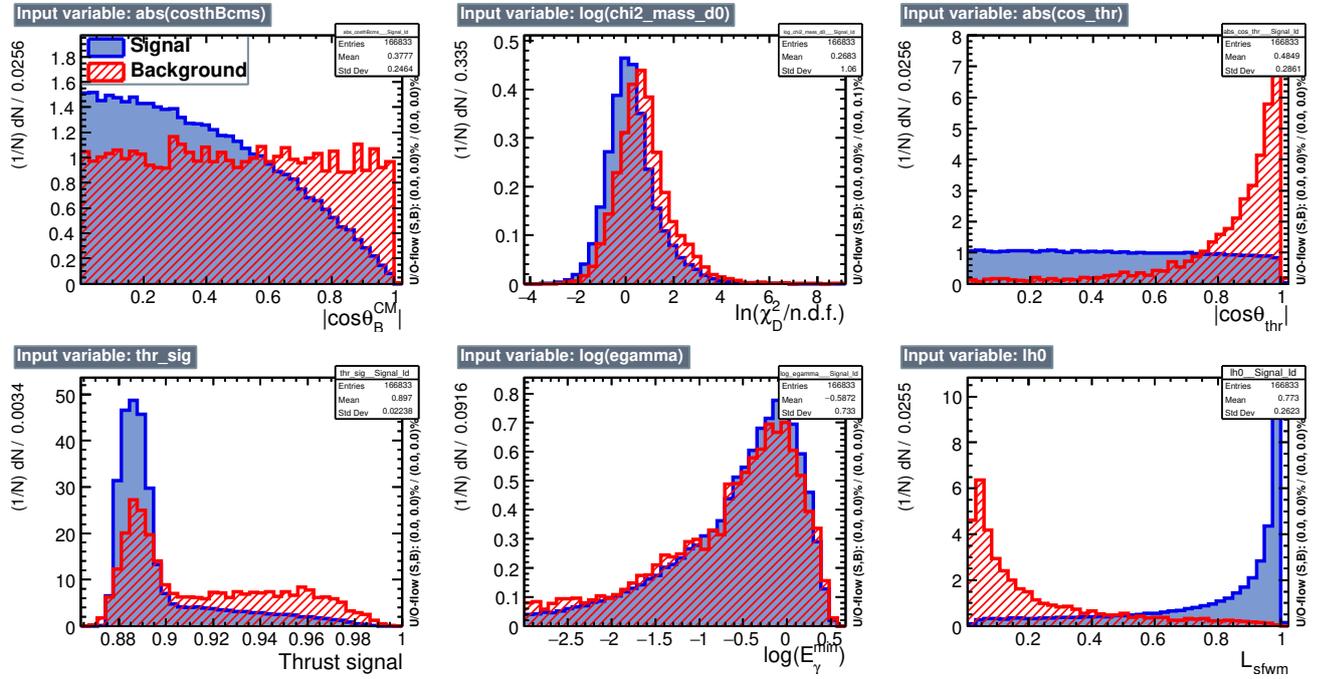


Рисунок 4.6 — Распределения параметров, используемых для создания классификатора, различающего события фона из континуума и сигнальные события распадов $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \pi^0$. Сигнальные распределения (синие сплошные гистограммы) получены с помощью сигнального моделирования. Распределения, соответствующие $q\bar{q}$ -событиям (красные заштрихованные гистограммы), получены с помощью общего моделирования.

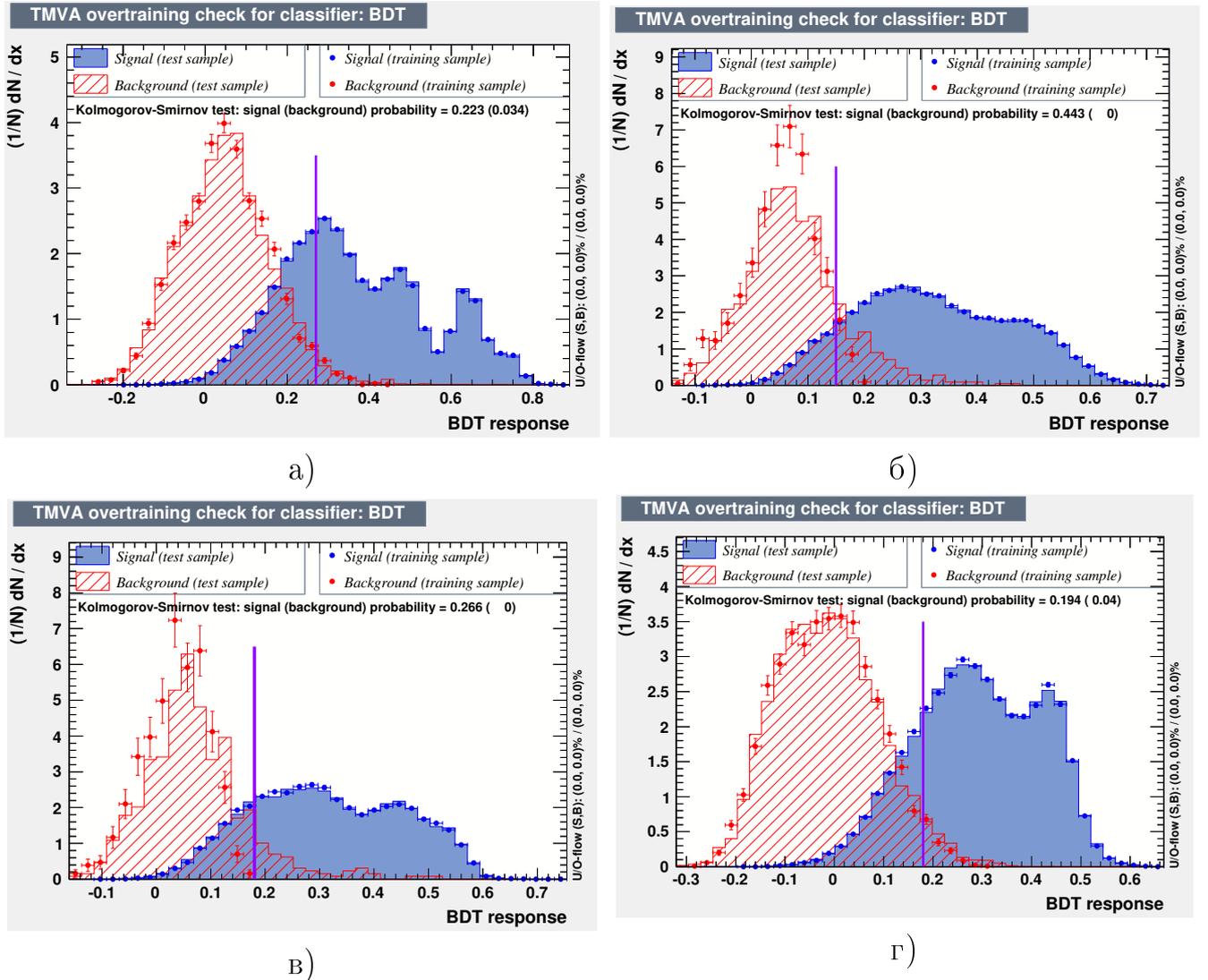


Рисунок 4.7 — Распределения по классификационному параметру, возвращаемому алгоритмом AdaBoost, для а) распадов $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \pi^0$, б) $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 [\gamma \gamma]_{\eta}$, в) $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 [\pi^+ \pi^- \pi^0]_{\eta}$ и г) $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \omega$. Синие сплошные гистограммы соответствуют сигнальным событиям сигнального моделирования, красные заштрихованные гистограммы соответствуют $q\bar{q}$ -событиям из полного моделирования. Вертикальные фиолетовые линии показывают пороговые значения, используемые для подавления фона от $q\bar{q}$ -континуума.

В таблице 11 приведены результаты выбора пороговых значений для подавления $q\bar{q}$ -событий. Для большинства процессов доля прошедших сигнальных событий превышает 70%, а доля отброшенных сигнальных событий превышает 90%.

Таблица 11 — Доля прошедших сигнальных событий ε_{sig} , доля отброшенных $q\bar{q}$ -событий $1 - \varepsilon_{bkg}$ и величина $S/\sqrt{S+B}$ при выбранном пороге подавления $q\bar{q}$ -событий для каждого сигнального процесса. Результаты получены с помощью событий моделирования.

Параметр	π^0	$[\gamma\gamma]_\eta$	$[\pi^+\pi^-\pi^0]_\eta$	ω	η'	$D^{*0}\pi^0$	$D^{*0}\eta$
ε_{sig} (%)	67.0	83.3	80.3	79.5	72.6	78.4	86.5
$1 - \varepsilon_{bkg}$ (%)	97.6	91.9	93.1	96.7	92.9	91.1	89.0
$S/\sqrt{S+B}$	18.2	9.5	5.95	14.6	3.92	6.95	4.81

4.2 Изучение ΔE - M_{bc} распределений

Доля сигнальных событий среди отобранных кандидатов определяется методом максимального правдоподобия из двумерного ΔE - M_{bc} распределения. Форма сигнальных и фоновых ΔE - M_{bc} распределений изучалась с помощью моделирования.

Была также рассмотрена возможность определения доли сигнальных событий посредством анализа одномерного ΔE распределения в узкой области параметра M_{bc} . Преимущество такой процедуры состоит в технической простоте реализации и отсутствии необходимости учета корреляций между распределениями параметров ΔE и M_{bc} . Статистическая неопределенность, получаемая в этом случае для доли сигнальных событий, превосходит соответствующую неопределенность, получаемую при анализе двумерных распределений, приблизительно в полтора раза. Исходя из этого было принято решение использовать анализ двумерных распределений.

4.2.1 Определение количества сигнальных событий

Плотность вероятности двумерного ΔE - M_{bc} распределения для отобранных кандидатов описывается функцией вида

$$p(\Delta E, M_{bc}) = f_{\text{sig}}p_{\text{sig}} + f_{\text{cnt}}p_{\text{cnt}} + f_{\text{cmb}}p_{\text{cmb}} + f_{\text{peak}}p_{\text{peak}}, \quad \sum_i f_i = 1, \quad (4.6)$$

где p_{sig} , p_{cnt} , p_{cmb} и p_{peak} обозначают плотности вероятности соответственно для сигнала, фона из $q\bar{q}$ -континуума, комбинаторного фона от распадов B -мезонов и фона от не полностью реконструированных распадов B -мезонов. Коэффициенты f_i , $i \in \{\text{sig}, \text{cnt}, \text{cmb}, \text{peak}\}$ обозначают доли соответствующих компонент среди отобранных кандидатов. Явный вид функций приведен в приложении Г.

Большинство параметров функции (4.6) определены с помощью событий сигнального и общего моделирования. Чтобы минимизировать систематические ошибки, связанные с неточностью моделирования, некоторые параметры определялись из данных:

- Доли f_i , $i \in \{\text{sig}, \text{cnt}, \text{cmb}, \text{peak}\}$, различных компонент. Доля событий от не полностью реконструированных распадов B -мезонов мала для всех процессов, кроме $B^0 \rightarrow \bar{D}^0\pi^0$ и $B^0 \rightarrow \bar{D}^{*0}\pi^0$, и не может быть определена из данных. Для этих процессов отношение $f_{\text{peak}}/f_{\text{cmb}}$ зафиксировано из событий моделирования;
- Коэффициенты полинома Чебышева $T_2(\Delta E)$ из уравнения (Г.13), описывающие форму ΔE распределения комбинаторного фона от $q\bar{q}$ -событий;
- Параметр ΔE_0 из уравнения (Г.18), который контролирует сдвиг вдоль оси ΔE плотности вероятности, описывающей события из не полностью реконструированных распадов B -мезонов;
- Координаты пика сигнального распределения на плоскости ΔE - M_{bc} .

Значения перечисленных параметров определяются методом максимального правдоподобия.

Для каждого процесса на плоскости ΔE - M_{bc} определена эллиптическая сигнальная область. События, попавшие в эту область, используются для изме-

рения параметра β . Количество сигнальных событий, попавших в сигнальную область, вычисляется следующим образом:

$$S = N_{\text{tot}} f_{\text{sig}} \int_{\mathcal{D}_{\text{sig}}} p_{\text{sig}}(\Delta E, M_{\text{bc}}) d\Delta E dM_{\text{bc}} \equiv N_{\text{tot}} f_{\text{sig}} I_{\text{sig}} \equiv N_{\text{sig}} I_{\text{sig}},$$

где N_{tot} — количество событий в выборке, N_{sig} — количество сигнальных событий в выборке, и интегрирование производится по сигнальной области \mathcal{D}_{sig} .

Для проверки процедуры определения количества сигнальных событий S использовались события полного моделирования, которые не были задействованы в определении параметров плотности вероятности (4.6). Количество событий полного моделирования, использованных для этой проверки, превосходит количество набранных в эксперименте событий примерно в два раза. Восстановленное количество сигнальных событий согласуется с известным значением в пределах статистической неопределенности для всех процессов (смотрите таблицу 12).

Таблица 12 — Результат проверки процедуры определения количества сигнальных событий в выборке, выполненной с помощью событий общего моделирования. Количество обработанных событий превосходит количество набранных данных в два раза. Приведены истинные значения количества сигнальных событий S_{true} и разности $S_{\text{fit}} - S_{\text{true}}$, где S_{fit} — количество сигнальных событий, полученных методом максимального правдоподобия.

Параметр	π^0	$[\gamma\gamma]_{\eta}$	$[\pi^+\pi^-\pi^0]_{\eta}$	ω	η'	$D^{*0}\pi^0$	$D^{*0}\eta$
S_{true}	818	248	80	492	33	154	59
$S_{\text{fit}} - S_{\text{true}}$	5 ± 35	-9 ± 21	-10 ± 10	-25 ± 34	11 ± 8	15 ± 20	1 ± 10

Те же события полного моделирования используются для проведения другой проверки. После отбора событий из полученной выборки удаляются сигнальные события и выполняется анализ ΔE - M_{bc} распределений. Количества сигнальных событий, полученные в этой процедуре, показаны в таблице 13. Все величины согласуются с нулем.

Информация, полученная при анализе распределений ΔE - M_{bc} , может быть использована для вычисления вероятности f_{sig}^j того, что некоторый кандидат j , попавший в область диаграммы Далица с индексом i_j и аромат кото-

Таблица 13 — Результат проверки процедуры определения количества сигнальных событий в выборке, выполненной с помощью событий общего моделирования. Количество обработанных событий превосходит количество набранных данных в два раза. Перед анализом ΔE - M_{bc} распределений из выборки были удалены сигнальных события. Приведены полученные значения количества сигнальных событий S_{fit} для каждого процесса.

Параметр	π^0	$[\gamma\gamma]_{\eta}$	$[\pi^+\pi^-\pi^0]_{\eta}$	ω	η'	$D^{*0}\pi^0$	$D^{*0}\eta$
S_{fit}	-7 ± 13	-10 ± 9	-6 ± 3	11 ± 10	11 ± 5	14 ± 13	5 ± 4

рого определен как q_B^j , является сигнальным. Для получения вероятности f_{sig}^j сначала необходимо получить ожидаемое количество сигнальных событий в области i_j :

$$S_j = S n_{i_j, q_B^j}, \quad (4.7)$$

где n_{i_j, q_B^j} обозначает ожидаемую долю сигнальных событий, соответствующую области i_j и аромату q_B^j , которая может быть получена интегрированием уравнения (2.29) по времени:

$$n_{i, q_B} = \frac{K_i + K_{-i}}{2} + \frac{q_B}{1 + (\tau_B \Delta m_B)^2} \cdot \frac{K_i - K_{-i}}{2}. \quad (4.8)$$

Искомая вероятность f_{sig}^j получается с помощью полученного значения S_j и отношения плотностей вероятности $p_{\text{sig}}(\Delta E, M_{bc})$ и $p(\Delta E, M_{bc})$ (смотрите уравнение (4.6)):

$$f_{\text{sig}}^j = \frac{S_j p_{\text{sig}}(\Delta E^j, M_{bc}^j)}{(S_j + B_j) p(\Delta E^j, M_{bc}^j)}, \quad (4.9)$$

где $(S_j + B_j)$ обозначает полное количество событий, попавших в область диаграммы Далица i_j и сигнальную область на плоскости ΔE - M_{bc} . Вероятность f_{sig}^j используется при построении функции правдоподобия (4.11) для определения значения угла β .

На рисунках 4.8 и 4.9 показаны ΔE и M_{bc} распределения для отобранных событий каждого из семи рассматриваемых процессов.

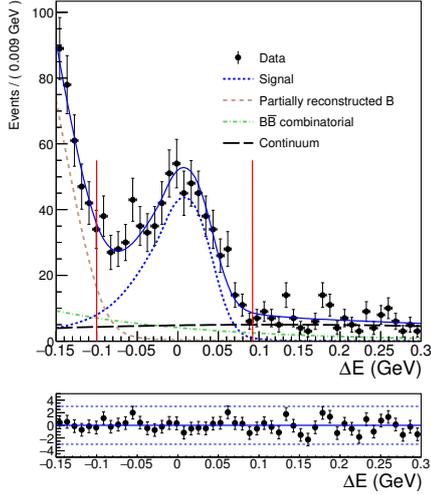
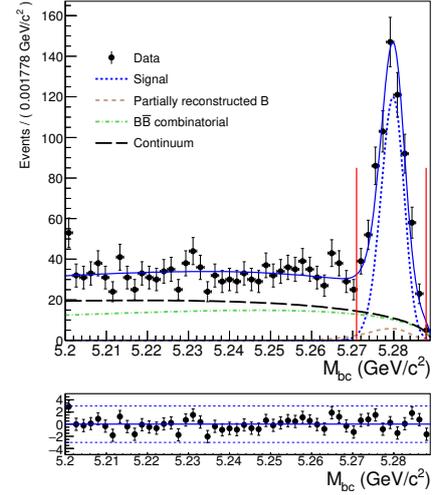
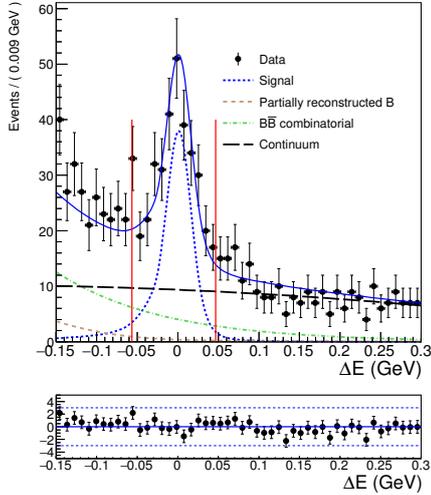
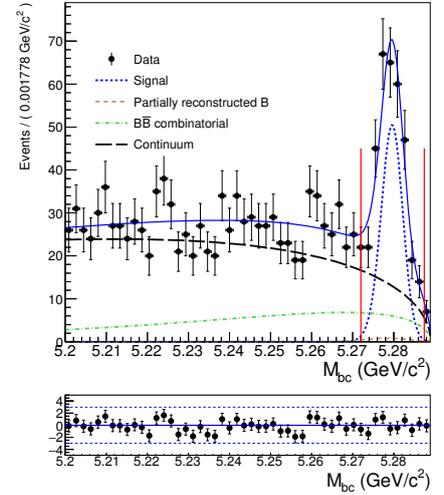
а) $B^0 \rightarrow \bar{D}^0\pi^0: \Delta E$ б) $B^0 \rightarrow \bar{D}^0\pi^0: M_{bc}$ в) $B^0 \rightarrow \bar{D}^0\omega: \Delta E$ г) $B^0 \rightarrow \bar{D}^0\omega: M_{bc}$

Рисунок 4.8 — а), в) Распределения ΔE в сигнальных областях M_{bc} и б), г) распределения M_{bc} в сигнальных областях ΔE для процессов $B^0 \rightarrow \bar{D}^0\pi^0$ и $B^0 \rightarrow \bar{D}^0\omega$. Черные круги с ошибками показывают данные, непрерывные синие линии показывают аппроксимацию, пунктирные синие линии показывают аппроксимацию сигнальной компоненты, пунктирные черные линии показывают аппроксимацию фона от $q\bar{q}$ -событий, пунктирные коричневые линии показывают аппроксимацию фона от неплотностью реконструированных распадов B и штрих-пунктирные линии показывают аппроксимацию комбинаторного фона от $B\bar{B}$ -событий. Вертикальные красные линии показывают границы сигнальных областей. В нижней части рисунков показаны отклонение аппроксимации от данных, нормированное на статистическую ошибку.

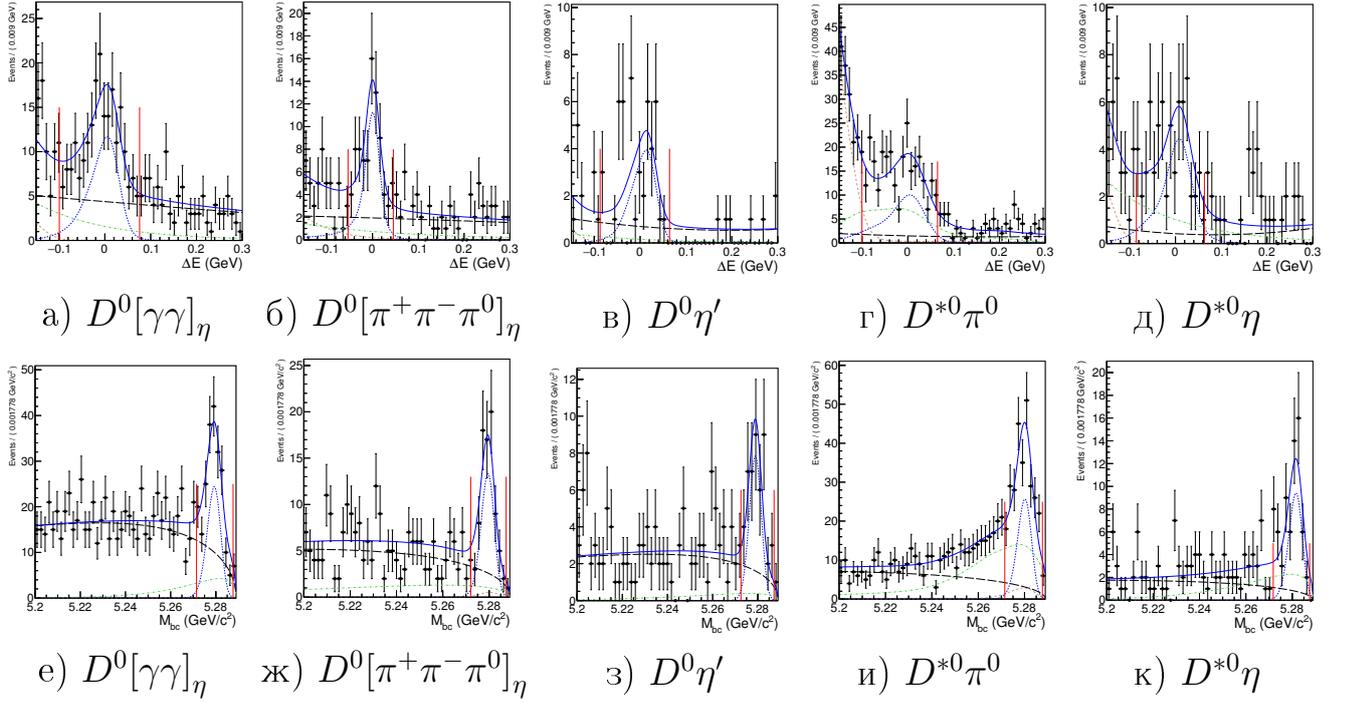


Рисунок 4.9 — а)–д) Распределения ΔE в сигнальных областях M_{bc} и е)–к) распределения M_{bc} в сигнальных областях ΔE для процессов $B^0 \rightarrow \bar{D}^0\eta$, $B^0 \rightarrow \bar{D}^0\eta'$, $B^0 \rightarrow \bar{D}^{*0}\pi^0$ и $B^0 \rightarrow \bar{D}^{*0}\eta$. Черные круги с ошибками показывают данные, непрерывные синие линии показывают аппроксимацию, пунктирные синие линии показывают аппроксимацию сигнальной компоненты, пунктирные черные линии показывают аппроксимацию фона от $q\bar{q}$ -событий, пунктирные коричневые линии показывают аппроксимацию фона от неплотностью реконструированных распадов B и штрих-пунктирные линии показывают аппроксимацию комбинаторного фона от $B\bar{B}$ -событий. Вертикальные красные линии показывают границы сигнальных областей.

В таблице 14 приведены результаты анализа двумерных ΔE - M_{bc} распределений. Все рассматриваемые процессы дают в сумме около 10^3 сигнальных событий для выполнения измерения параметра β . Средняя доля сигнальных событий составляет около 60%.

Таблица 14 — Результат анализа ΔE - M_{bc} распределений для кандидатов $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0}h^0$. Показаны восстановленное количество сигнальных событий S в сигнальной области и доля этих событий f_{sig} для каждого процесса.

Процесс	S	f_{sig} (%)
$B^0 \rightarrow \bar{D}^0\pi^0$	464 ± 26	72.1 ± 4.1
$B^0 \rightarrow \bar{D}^0[\gamma\gamma]_{\eta}$	99 ± 14	50.5 ± 7.0
$B^0 \rightarrow \bar{D}^0[\pi^+\pi^-\pi^0]_{\eta}$	51.3 ± 8.8	66 ± 11
$B^0 \rightarrow \bar{D}^0\omega$	182 ± 18	58.4 ± 5.7
$B^0 \rightarrow \bar{D}^0\eta'$	28.2 ± 6.4	70 ± 16
$B^0 \rightarrow \bar{D}^{*0}\pi^0$	103 ± 17	44.1 ± 7.4
$B^0 \rightarrow \bar{D}^{*0}\eta$	36.1 ± 7.6	64 ± 13
Всего	962 ± 41	61 ± 2.6

4.3 Измерение параметров K_i

В этом разделе описано измерение параметров K_i в распадах $B^+ \rightarrow \bar{D}^0\pi^+$, $\bar{D}^0 \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-$. Относительная вероятность распада $B^+ \rightarrow \bar{D}^0\pi^+$ равна $(4.81 \pm 0.15) \times 10^{-3}$ [12] и на порядок превосходит относительные вероятности процессов $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0}h^0$. Отсутствие нейтральных частиц в конечном состоянии и небольшая множественность позволяют получить выборку событий с небольшой долей фона. Знак заряда π -мезона из распада заряженного B -мезона однозначно определяет аромат нейтрального D -мезона.

Процесс $B^+ \rightarrow \bar{D}^0\pi^+$ кинематически схож с процессами $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0}h^0$, поэтому мы считаем эффективность регистрации (как функцию переменных Далица) и прочие экспериментальные эффекты для этих процессов схожими. Исходя из этого, для измерения параметра β в распадах $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0}h^0$ мы используем значения параметров K_i , измеренные в распадах $B^+ \rightarrow \bar{D}^0\pi^+$, без поправки на эффективность регистрации, предполагая, что поправки для этих распадов близки.

Процедура отбора событий $B^+ \rightarrow \bar{D}^0\pi^+$ максимально приближена к процедуре отбора событий $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0}h^0$. Для подавления фона от процесса $B^+ \rightarrow \bar{D}^0K^+$ накладывается требование на идентификацию заряженного

π -мезона

$$\mathcal{L}(\pi, K) = \frac{\mathcal{L}(\pi)}{\mathcal{L}(\pi) + \mathcal{L}(K)} > 0.2,$$

где $\mathcal{L}(x)$ ($x \in \{\pi, K\}$) обозначает вероятность принадлежности частицы типу x . Это требование позволяет отбросить около 70% событий $B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+$, сохранив при этом около 98% событий $B^+ \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+$. Параметр M_{bc} ограничен диапазоном (5.272 ГэВ/ c^2 , 5.287 ГэВ/ c^2).

Количество сигнальных событий в выборке определяется с помощью анализа распределения ΔE в диапазоне (-0.10 ГэВ, 0.15 ГэВ) (рисунок 4.10). Распределение ΔE описывается суммой трех плотностей вероятности:

$$p(\Delta E) = f_{\text{sig}} p_{\text{sig}}(\Delta E) + f_{DK} p_{DK}(\Delta E) + f_{\text{cmb}} p_{\text{cmb}}(\Delta E), \quad \sum_i f_i = 1.$$

Функция $p_{\text{sig}} = f_G G(\Delta E) + f_l G_{\text{CB}}^{(l)}(\Delta E) + f_r G_{\text{CB}}^{(r)}(\Delta E)$ описывает форму распределения для сигнальных событий. Значения параметров функций $G_{\text{CB}}^{(r,l)}$, описывающих левый и правый хвосты распределения, а также долей f_i , $i = G, l, r$, зафиксированы из событий сигнального моделирования. Параметры, описывающие ширину и положение пика, определяются из данных.

Функция $p_{DK}(\Delta E) = G(\Delta E)$ описывает фон от $B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+$ событий, в которых заряженный K -мезона идентифицирован, как заряженный π -мезон. Параметры этой функции определены с помощью событий общего моделирования.

Функция $p_{\text{cmb}}(\Delta E) = T_2(\Delta E)$ описывает комбинаторный фон. Параметры этой функции определяются из данных.

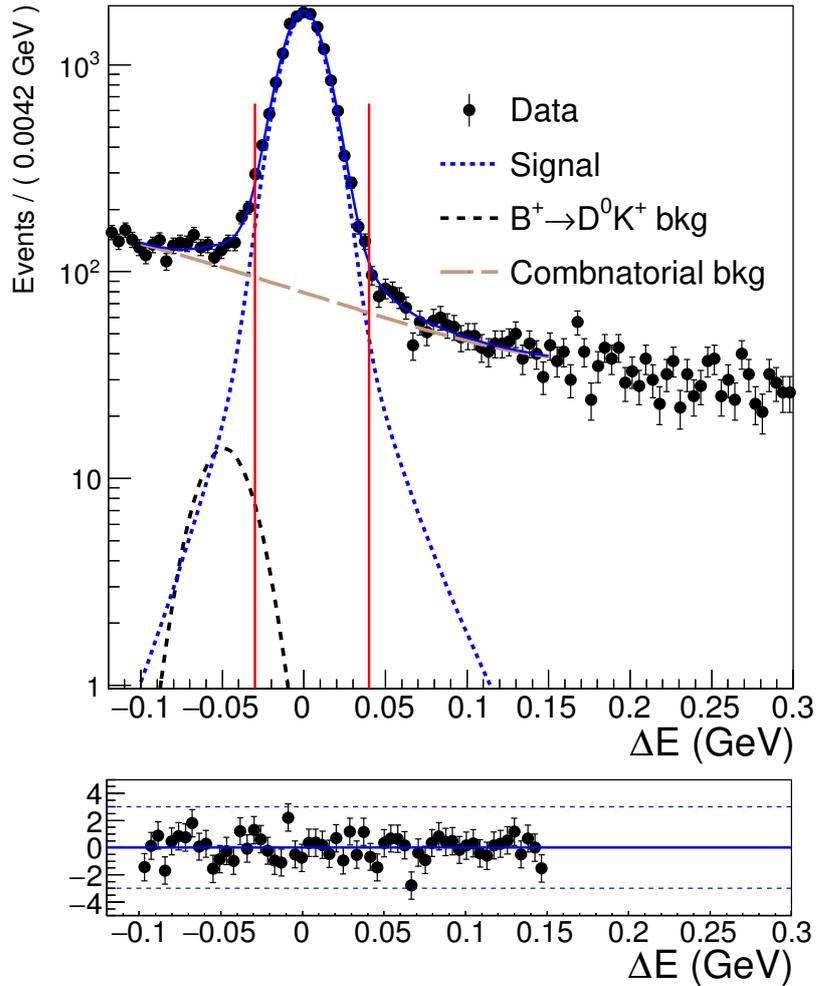


Рисунок 4.10 — Распределение ΔE для $B^+ \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+$ кандидатов. Черные круги с ошибками показывают данные, непрерывная синяя линия показывает аппроксимацию этого распределения, пунктирная синяя линия показывает аппроксимацию сигнальной компоненты, пунктирная черная линия показывает аппроксимацию фона от событий $B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+$, пунктирная коричневая показывает аппроксимацию комбинаторного фона. Вертикальные красные линии показывают границы сигнальной области. В нижней части показаны отклонение аппроксимации от данных, нормированное на статистическую ошибку.

Результаты анализа распределения ΔE представлены в таблице 15.

Таблица 15 — Результат анализа распределения по ΔE для $B^+ \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+$ кандидатов. Приведенные значения параметров соответствуют сигнальному диапазону параметра ΔE .

Параметр	Значение
Количество событий $B^+ \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+$	$(1.375 \pm 0.014) \times 10^4$
Количество событий $B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+$	18.7 ± 9.8
Количество событий комбинаторного фона	1295 ± 79
Доля событий $B^+ \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+$ (%)	91.3 ± 0.9

Для измерения параметров K_i выбраны события из сигнальной области $\Delta E \in [-0.03 \text{ ГэВ}, 0.04 \text{ ГэВ}]$. В этом диапазоне находится около 1.4×10^4 сигнальных событий, а доля фоновых событий составляет около 10%. На рисунке 4.11а показано распределение Далица для сигнальной области.

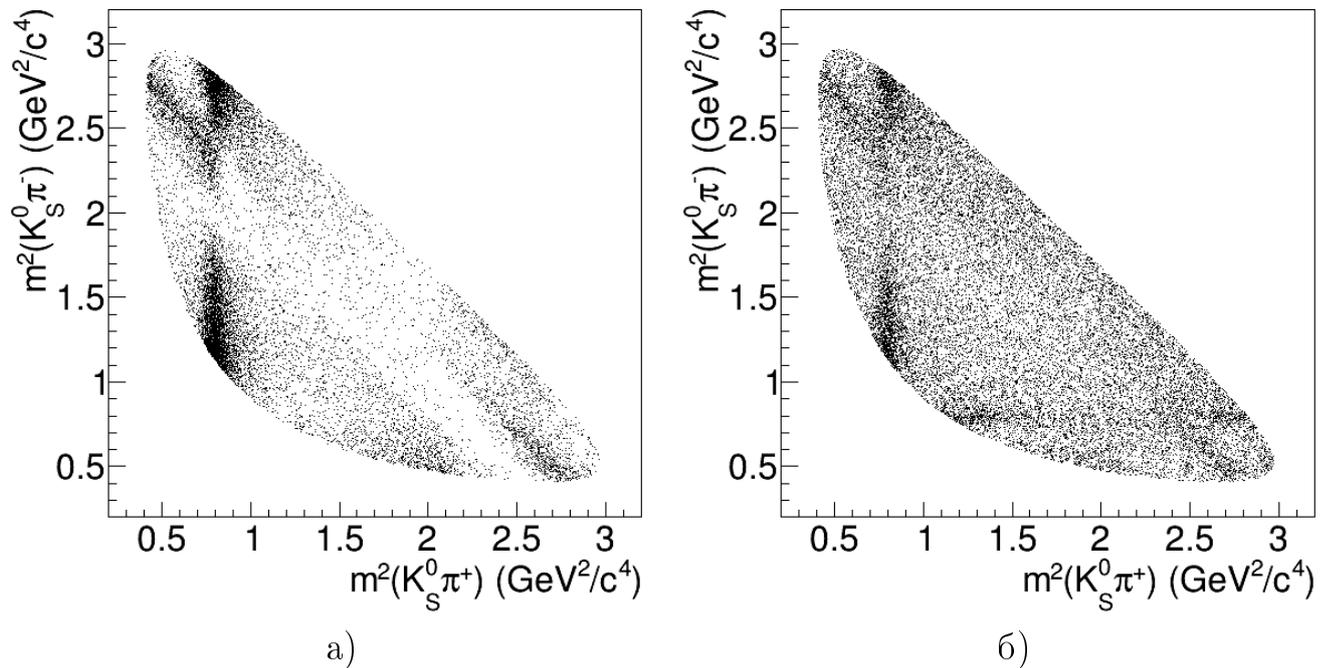


Рисунок 4.11 — Диаграммы Далица распада $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ для D -мезонов, реконструированных в распадах $B^+ \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+$ для а) сигнальной и б) фоновой ΔE - M_{bc} областей.

Для измерения параметра K_i необходимо определить относительную вероятность попадания события в i -ю область диаграммы Далица:

$$K_i = \frac{N_i - B_i}{S},$$

где N_i — количество событий в i -й области диаграммы Далица, B_i — количество фоновых событий в этой области и S — полное количество сигнальных событий.

Для оценки распределения фоновых событий используется распределение Далица в фоновой области (рисунок 4.11б), определенной как объединение двух областей:

$$\begin{aligned} M_{bc} \in (5.23 \text{ ГэВ}/c^2, 5.26 \text{ ГэВ}/c^2) \cap \Delta E \in (-0.15 \text{ ГэВ}, 0.30 \text{ ГэВ}), \\ M_{bc} \in (5.26 \text{ ГэВ}/c^2, 5.29 \text{ ГэВ}/c^2) \cap \Delta E \in (0.12 \text{ ГэВ}, 0.30 \text{ ГэВ}). \end{aligned} \quad (4.10)$$

Из-за малости доли фоновых событий, отличие фоновых распределений в сигнальной и фоновых областях не учитывалось.

Результат измерения параметров K_i приведен в таблице 16. Эти значения используются для измерения параметра β .

Таблица 16 — Величины параметров K_i , измеренные в распадах $B^+ \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+$, $\bar{D}^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$. Поправка на эффективность регистрации не выполнялась.

i	K_i (%)	K_{-i} (%)
1	17.42 ± 0.32	7.81 ± 0.25
2	7.51 ± 0.22	1.29 ± 0.10
3	10.24 ± 0.26	2.58 ± 0.14
4	2.85 ± 0.14	1.16 ± 0.10
5	9.45 ± 0.25	4.25 ± 0.17
6	7.31 ± 0.22	1.73 ± 0.11
7	10.48 ± 0.26	1.18 ± 0.10
8	12.46 ± 0.28	2.38 ± 0.14

4.4 Изучение распределения Δt

Параметр β измеряется с помощью метода максимального правдоподобия, используя распределение по параметру Δt (разности времен распада сигнального и помечающего B -мезонов). Функция правдоподобия определена следующим образом:

$$\mathcal{L}(\beta) = \prod_{j=1}^N \left[f_{\text{sig}}^j p_{\text{sig}}(\Delta t_j, \beta) + (1 - f_{\text{sig}}^j) p_{\text{bkg}}(\Delta t_j) \right], \quad (4.11)$$

где суммирование ведется по всем событиям в выборке, p_{sig} обозначает плотность вероятности для сигнальных событий, p_{bkg} обозначает плотность вероятности для фоновых событий, f_{sig}^j определена в уравнении (4.9) и обозначает вероятность того, что j -е событие является сигнальным.

4.4.1 Параметризация фонового распределения Δt

При описании распределений Δt необходимо учитывать, что пространственное разрешение при реконструкции вершин распадов в значительной степени зависит от ВД и отличается для данных, набранных с первой и второй версиями этого детектора (ВД1 и ВД2). Распределения по Δt для фоновых событий описываются независимо для этих двух случаев.

Пространственное разрешение также существенно отличается для вершин, реконструированных посредством проецирования траектории единственного трека на область взаимодействия пусков и вершин, реконструированных с использованием нескольких треков. Распределение по Δt для фоновых событий описывается независимо для вершин B_{rec} , восстановленных с помощью одного трека (*однотрековые вершины*), и вершин, восстановленных из нескольких треков (*многотрековые вершины*).

С помощью событий общего моделирования установлено, что распределения фоновых событий по Δt в сигнальной и фоновой ΔE - M_{bc} областях существенно отличаются. Поэтому подход, при котором фоновое распределение Δt

определяется по событиям из фоновой области, а затем применяется для описания фона в сигнальной области, в базовом виде в данном случае применять не следует.

Однако, распределения Δt для фоновых $q\bar{q}$ -событий и $B\bar{B}$ -событий по отдельности почти не зависят от ΔE и M_{bc} . Различие фоновых распределений Δt в сигнальной и фоновой областях возникает из-за изменения соотношения $q\bar{q}$ - и $B\bar{B}$ -компонент. Принимая это наблюдение во внимание, фоновые распределения Δt описаны функцией

$$p_{\text{bkg}}(\Delta t) = f_{q\bar{q}}^j p_{\text{bkg}}^{(q\bar{q})} + (1 - f_{q\bar{q}}^j) p_{\text{bkg}}^{(B\bar{B})}, \quad (4.12)$$

где $p_{\text{bkg}}^{(q\bar{q})}$ обозначает плотность вероятности для $q\bar{q}$ -событий, $p_{\text{bkg}}^{(B\bar{B})}$ обозначает плотность вероятности для $B\bar{B}$ -событий и $f_{q\bar{q}}^j$ обозначает долю $q\bar{q}$ -событий в фоне, определенную аналогично (4.9).

Оба распределения $p_{\text{bkg}}^{(x)}$, $x = q\bar{q}, B\bar{B}$ имеют вид

$$p_{\text{bkg}}^{(x)}(\Delta t_j) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(f_{\delta}^{(x)} \delta(\Delta t') + \left(1 - f_{\delta}^{(x)}\right) 2\tau_{\text{bkg}}^{(x)} e^{-\frac{|\Delta t'|}{\tau_{\text{bkg}}^{(x)}}} \right) G_2^{(x)}(\Delta t_j - \Delta t') d\Delta t', \quad (4.13)$$

где δ обозначает дельта-функцию Дирака и G_2 обозначает сумму двух нормальных распределений с общим центральным значением:

$$G_2^{(x)}(\Delta t_j) = f_{\text{peak}}^{(x)} G_{\text{peak}} \left(\Delta t_j, \Delta t_0^{(x)}, s_{\text{peak}}^{(x)} \sigma_j \right) + \left(1 - f_{\text{peak}}^{(x)}\right) G_{\text{tail}} \left(\Delta t_j, \Delta t_0^{(x)}, s_{\text{tail}}^{(x)} \sigma_j \right). \quad (4.14)$$

Параметр $\sigma_j = \sqrt{\sigma_{\text{rec},j}^2 + \sigma_{\text{asc},j}^2}$ определяется для каждого события из процедуры восстановления вершин распадов B_{rec} и B_{asc} . Параметры функции p_{bkg} для каждого класса событий определяются с использованием событий общего моделирования.

При обработке экспериментальных данных в p_{bkg} вносятся поправочные параметры ν_1 и ν_2 :

$$s_{\{\text{tail,peak}\}}^{(x)} \rightarrow \nu_1 s_{\{\text{tail,peak}\}}^{(x)}, \quad \Delta t_0^{(x)} \rightarrow \Delta t_0^{(x)} + \nu_2. \quad (4.15)$$

Значения параметров ν_1 определяются с помощью анализа Δt распределений в фоновой области. Эти значения определяются независимо для ВД1 и ВД2 и используются для всех сигнальных процессов:

$$\begin{aligned} \text{ВД1 : } \quad \nu_1 &= 1.20 \pm 0.06, \quad \nu_2 = -0.03 \pm 0.06 \text{ пс}, \\ \text{ВД2 : } \quad \nu_1 &= 1.25 \pm 0.03, \quad \nu_2 = 0.01 \pm 0.02 \text{ пс}. \end{aligned} \quad (4.16)$$

На рисунке 4.12а показано аппроксимированное с помощью описанной процедуры распределение Δt в фоновой области для процессов $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0} h^0$.

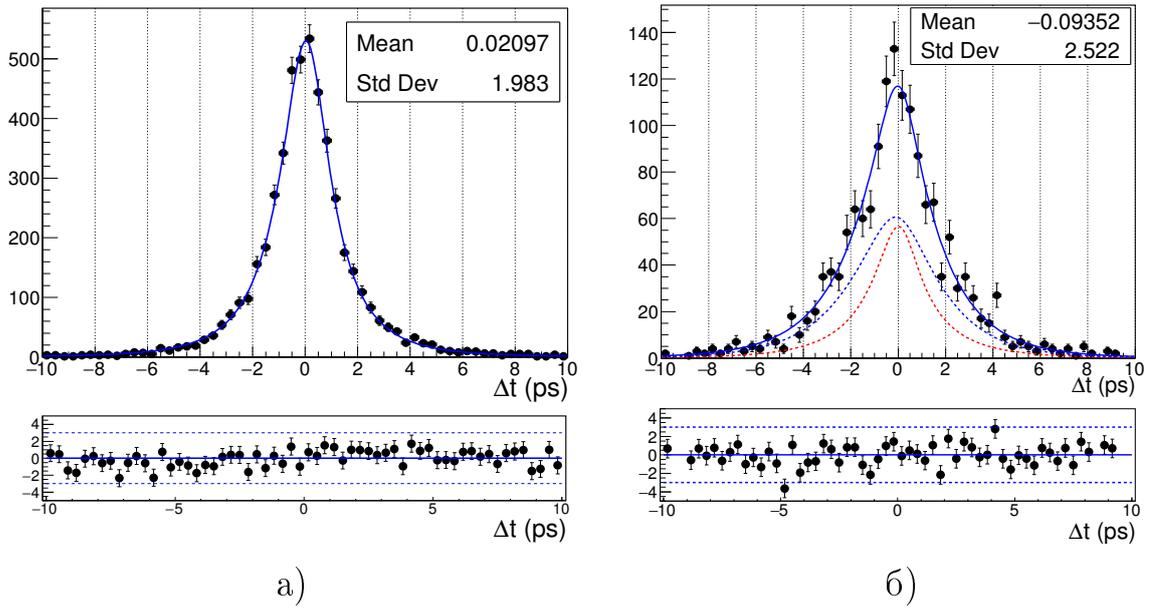


Рисунок 4.12 — Распределение Δt в а) фоновой и б) сигнальной областях для процессов $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0} h^0$. Черные точки с ошибками показывают данные, непрерывные синие линии показывают аппроксимацию, пунктирная синяя линия показывает аппроксимацию сигнальной компоненты, пунктирная красная линия показывает аппроксимацию фоновой компоненты. В нижней части рисунков показано отклонение аппроксимации от данных, нормированное на статистическую ошибку. Для наглядности, показаны только события в интервале $[-10 \text{ пс}, 10 \text{ пс}]$, хотя анализ выполнен в интервале $[-70 \text{ пс}, 70 \text{ пс}]$.

4.4.2 Параметризация временного разрешения

Функция $p_{\text{sig}}(\Delta t)$, описывающая плотность вероятности распределения Δt для сигнальных событий, имеет следующий вид:

$$p_{\text{sig}}(\Delta t) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{P}_{\text{sig}}(\Delta t') \mathcal{R}(\Delta t - \Delta t') d\Delta t', \quad (4.17)$$

где \mathcal{P}_{sig} определена в уравнении (2.29) и \mathcal{R} обозначает функцию разрешения.

Релятивистский фактор $(\beta\gamma)_{\Upsilon(4S)} = 0.425$ рожденного в коллайдере КЕКВ $\Upsilon(4S)$ -резонанса определяет характерный отлет B -мезона $\beta c\tau_B \approx 180$ мкм. Величина этого отлета близка к характерной величине пространственного разрешения при реконструкции вершин распадов B -мезонов. Поэтому понимание факторов, влияющих на пространственное разрешение и точное описание разрешения $\mathcal{R}(\Delta t)$ являются необходимыми условиями для выполнения времязависимых измерений с детектором Belle. Функция $\mathcal{R}(\Delta t)$ учитывает:

- Детекторное разрешение, которое определяется ошибками измерения импульсов и координат частиц в подсистемах детектора;
- Ошибки из-за вторичных вершин в цепочке распада B_{rec} ;
- Искажение распределения Δt из-за использования кинематического приближения (1.52).

Явный вид функции разрешения $\mathcal{R}(\Delta t)$ приведен в приложении Д.

4.4.3 Измерение времени жизни B -мезона

Время жизни нейтральных B -мезонов τ_B измерено в распадах $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0} h^0$ (таблица 17). Полученные для разных групп событий значения τ_B согласуются с известным значением $\tau_B^{(\text{PDG})} = (1.519 \pm 0.005)$ пс [12]. Основной целью данного измерения является проверка корректности описания фонового распределения Δt и временного разрешения для сигнальных событий. Сигналь-

ное распределение описывается функцией

$$p_{\text{sig}}^{(\text{notag})}(\Delta t_j) = \frac{1}{2\tau_B} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{|\Delta t'|}{\tau_B}} \mathcal{R}(\Delta t_j - \Delta t') d\Delta t', \quad (4.18)$$

которая получена из функции (4.17) усреднением по аромату B -кандидата q_B и суммированием по всем областям диаграммы Далица.

Таблица 17 — Результаты измерения времени жизни нейтральных B -мезонов в процессах $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0} h^0$. Приведена только статистическая ошибка.

Асимметричные доверительные интервалы получены с помощью пакета Minos [137].

Группа событий	τ_B (пс)
$B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \pi^0$	$1.537^{+0.120}_{-0.112}$
$B^0 \rightarrow \bar{D}^0 [\gamma\gamma]_{\eta}$	$1.301^{+0.293}_{-0.260}$
$B^0 \rightarrow \bar{D}^0 [\pi^+ \pi^- \pi^0]_{\eta}$	$1.160^{+0.329}_{-0.269}$
$B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \omega$	$1.483^{+0.175}_{-0.160}$
$B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \eta'$	$1.226^{+0.365}_{-0.294}$
$B^0 \rightarrow \bar{D}^{*0} \pi^0$	$1.156^{+0.233}_{-0.213}$
$B^0 \rightarrow \bar{D}^{*0} \eta$	$1.925^{+0.491}_{-0.401}$
Процессы с однотрековой вершиной B_{rec}	$1.516^{+0.099}_{-0.094}$
Процессы с многотрековой вершиной B_{rec}	$1.408^{+0.141}_{-0.131}$
Все процессы, ВД1	$1.502^{+0.231}_{-0.196}$
Все процессы, ВД2	$1.480^{+0.088}_{-0.084}$
Все процессы	$1.483^{+0.081}_{-0.078}$

Доля сигнальной компоненты f_{sig} для каждого события определяется из анализа ΔE - M_{bc} распределения. Время жизни является единственным свободным параметром, значение которого определяется методом максимального правдоподобия при анализе распределения Δt в интервале $[-70 \text{ пс}, 70 \text{ пс}]$. Рас-

пределение Δt для всех $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0}h^0$ событий из сигнальной области показано на рисунке 4.12б.

4.4.4 Измерение \mathcal{CP} -нарушающих параметров

\mathcal{CP} -нарушающие параметры $\sin 2\beta$ и $\cos 2\beta$, рассматриваемые как независимые и неограниченные величины, получены методом максимального правдоподобия из распределений Δt . Функция правдоподобия определена в уравнении (4.11). Полученные значения для различных групп событий приведены в таблице 18. Коэффициент корреляции между параметрами $\sin 2\beta$ и $\cos 2\beta$ составляет примерно -3% , поэтому точность измерения параметра $\cos 2\beta$ нельзя улучшить, зафиксировав значение параметра $\sin 2\beta$. Малость коэффициента корреляции связана со значением параметров K_i , C_i и S_i в различных областях диаграммы Далица: области, обладающие высокой чувствительностью к $\sin 2\beta$, почти не дают вклад в измерение $\cos 2\beta$ и наоборот. Таблица 18 (последний столбец) содержит также результаты измерений, в которых $\sin 2\beta$ и $\cos 2\beta$ рассматривались как функции угла β .

На рисунке 4.13 приведены полученные распределения Далица распада $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ для процессов $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0}h^0$ и $\bar{B}^0 \rightarrow D^{*0}h^0$.

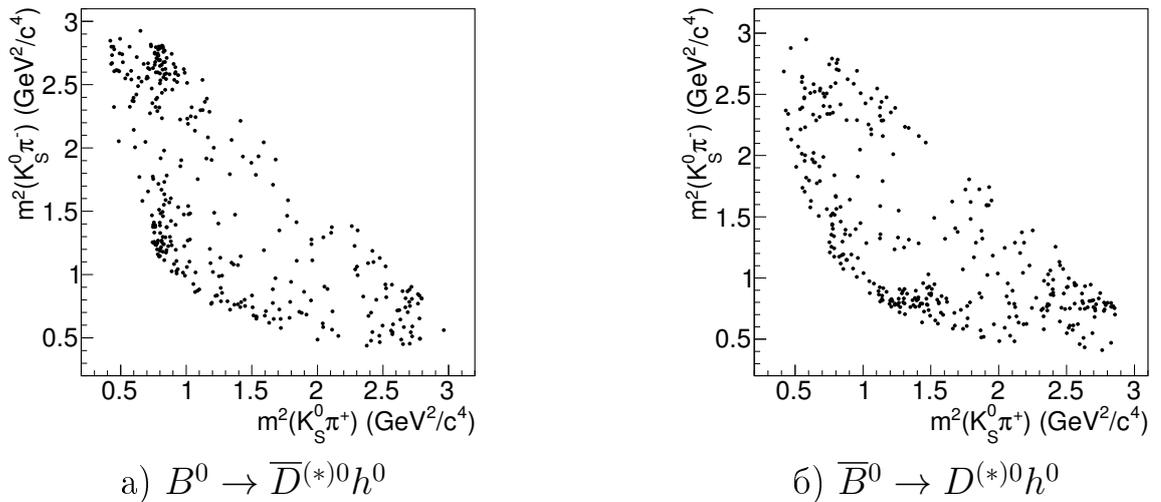


Рисунок 4.13 — Распределения Далица распадов $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ для D -мезонов, рожденных в процессах а) $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0}h^0$ и б) $\bar{B}^0 \rightarrow D^{*0}h^0$. Показаны события, для которых вероятность ошибки определения аромата B_{asc} меньше 23% .

Таблица 18 — Результаты измерения \mathcal{CP} -нарушающих параметров в процессах $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0} h^0$. Представлены результаты двух версий процедуры измерения. В первой версии параметры $\sin 2\beta$ и $\cos 2\beta$ измерялись, как независимые параметры. По второй версии измерялось значение угла β . Приведена только статистическая ошибка. Асимметричные доверительные интервалы получены с помощью пакета Minos [137].

Группа событий	$\sin 2\beta$	$\cos 2\beta$	β (град)
$B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \pi^0$	$0.610^{+0.348}_{-0.367}$	$0.879^{+0.463}_{-0.524}$	$17.9^{+11.6}_{-10.7}$
$B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \omega$	$-0.124^{+0.580}_{-0.558}$	$1.276^{+0.615}_{-0.691}$	$-2.6^{+15.5}_{-15.1}$
Остальные процессы	$0.443^{+0.486}_{-0.512}$	$0.893^{+0.493}_{-0.546}$	$13.2^{+15.0}_{-14.9}$
Однотрековые вершины B_{rec}	$0.470^{+0.306}_{-0.317}$	$0.807^{+0.377}_{-0.404}$	$14.7^{+9.8}_{-9.5}$
Многотрековые вершины B_{rec}	$0.266^{+0.491}_{-0.499}$	$1.417^{+0.556}_{-0.615}$	$6.2^{+13.2}_{-12.6}$
Все процессы, ВД1	$0.167^{+0.653}_{-0.673}$	$0.781^{+0.711}_{-0.750}$	$5.6^{+22.1}_{-21.7}$
Все процессы, ВД2	$0.461^{+0.285}_{-0.291}$	$1.032^{+0.346}_{-0.373}$	$12.6^{+8.4}_{-8.2}$
Все процессы	$0.412^{+0.263}_{-0.267}$	$0.973^{+0.309}_{-0.329}$	$11.7^{+7.8}_{-7.7}$

Обсуждение полученных результатов приведено в пункте 4.6.

4.5 Оценка систематической неопределенности

В этом разделе описаны источники систематических неопределенностей, присущие описываемому измерению \mathcal{CP} -нарушающих параметров. Оценка систематических смещений \mathcal{CP} -нарушающих параметров $\delta \sin 2\beta$, $\delta \cos 2\beta$ и $\delta \beta$ выполнена несколькими способами, в зависимости от источника неопределенности.

Влияние конечного импульсного разрешения и эффективности регистрации событий исследовано с помощью событий сигнального моделирования; неопределенность, связанная с описанием временного разрешения, оценена посредством варьирования параметров функции разрешения; влияние остальных источников неопределенности оценено с помощью введения дополнительных свободных параметров в функцию правдоподобия.

При введении дополнительных параметров \mathbf{p} , функция правдоподобия \mathcal{L} модифицируется следующим образом:

$$-2 \log \mathcal{L}_n = -2 \log \mathcal{L} + \sum_{i,j} (p_i - p_i^0) \mathcal{K}_{ij} (p_j - p_j^0), \quad (4.19)$$

где \mathbf{p}^0 — вектор центральных значений параметров \mathbf{p} , \mathcal{K} — обратная матрица ковариаций параметров \mathbf{p} (матрица *концентраций*) и суммирование ведется по всем дополнительным параметрам. Таким образом, предполагается, вектор параметров \mathbf{p} является набором случайных величин, подчиняющихся многомерному нормальному распределению.

Доверительные интервалы для полученных значений \mathcal{CP} -нарушающих параметров определены с помощью *теста отношения правдоподобия*. Отношение правдоподобия λ для параметра ξ определено следующим образом:

$$\lambda(\xi) = \frac{\mathcal{L}(\xi, \hat{\mathbf{p}})}{\mathcal{L}(\hat{\xi}, \hat{\mathbf{p}})}, \quad (4.20)$$

где $\hat{\xi}$ — значение параметра ξ , минимизирующее функцию правдоподобия, $\hat{\mathbf{p}}$ — соответствующие значения параметров \mathbf{p} , $\hat{\mathbf{p}}$ — значения параметров \mathbf{p} , минимизирующие функцию правдоподобия для текущего значения ξ . Границы доверительного диапазона $[\xi_{nl}, \xi_{nr}]$, соответствующего n стандартным отклонениям, определяются условием

$$n^2 = -2 \log \lambda(\xi_{nl}) = -2 \log \lambda(\xi_{nr}). \quad (4.21)$$

Полученные таким образом доверительные интервалы соответствуют полной неопределенности измерения. Систематическая неопределенность $\sigma_{\pm}^{\text{nuis}}$ формально определяется как $\sigma_{\pm}^{\text{nuis}} = \sqrt{\sigma_{\pm} - \sigma_{\pm}^0}$, где $\xi_{1r} = \hat{\xi} + \sigma_+$, $\xi_{1l} = \hat{\xi} - \sigma_-$, а σ_{\pm}^0 — соответствующие положительные и отрицательные неопределенности, полученные при фиксированных параметрах \mathbf{p} .

Дополнительные параметры, которые использовались для оценки систематической неопределенности, описаны ниже. Процедура измерения \mathcal{CP} -нарушающих параметров выполняется с использованием всего набора дополнительных параметров, поэтому систематическая неопределенность оцени-

вается одновременно для нескольких источников. Такая процедура позволяет учесть корреляции между различными источниками неопределенности.

Импульсное разрешение. В разделе 4.1.4 обсуждалось, что кинематическая реконструкция с требованием на инвариантные массы K_S^0 - и D^0 -кандидатов позволяет значительно улучшить точность измерения параметров Далица. После выполнения этой процедуры все же остаются события, для которых номер области диаграммы Далица определен неверно, что может привести к ошибке измерения параметров \mathcal{CP} -нарушения.

Этот эффект изучен с помощью событий сигнального моделирования. На рисунке 4.14 приведены матрицы соответствия истинных и реконструированных номеров областей диаграммы Далица. Благодаря применению кинематической реконструкции номер области верно восстанавливается для $\approx 95\%$ событий.

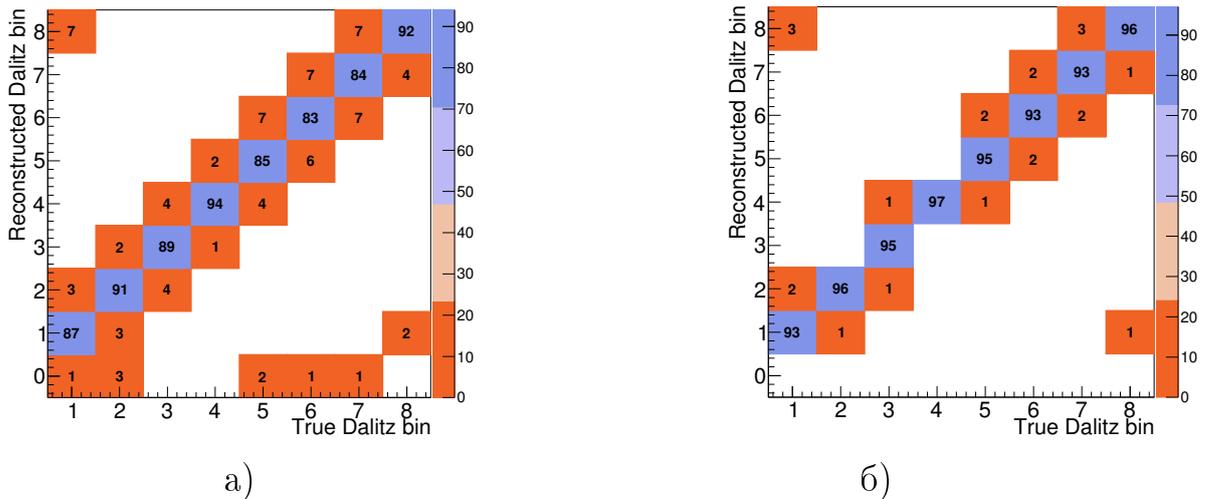


Рисунок 4.14 — Матрицы соответствия истинных и реконструированных номеров областей диаграммы Далица а) до и б) после применения алгоритма кинематической реконструкции с требованием на значения инвариантных масс D^0 - и K_S^0 -кандидатов. Приведены значения (в %), полученные с помощью событий сигнального моделирования процесса $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \pi^0$. Номер 0 реконструированной области означает, что событие лежит за пределами кинематически разрешенной области.

Процедура определения \mathcal{CP} -нарушающих параметров была выполнена для событий сигнального моделирования с использованием восстановленных

номеров областей. Затем, для этих же событий была выполнена та же процедура, но с использованием истинных значений номеров областей. Разности полученных значений \mathcal{CP} -нарушающих параметров

$$\delta(\sin 2\beta) \approx 0.3 \times 10^{-2}, \quad \delta(\cos 2\beta) \approx 0.7 \times 10^{-2}, \quad \delta(\beta) \approx 0.1^\circ \quad (4.22)$$

используются в качестве оценки систематической неопределенности, обусловленной импульсным разрешением.

Эффективность регистрации событий. Зависимость эффективности регистрации событий от переменных Далица $\varepsilon(m_+^2, m_-^2)$, вообще говоря, может привести к смещению наблюдаемых значений параметров K_i , C_i и S_i . Для учета эффективности регистрации, в интегралах (2.1) и (2.2) необходимо сделать замену

$$dm_+^2 dm_-^2 \rightarrow \varepsilon(m_+^2, m_-^2) dm_+^2 dm_-^2. \quad (4.23)$$

Если эффективность регистрации событий приводит к симметричным относительно отражения $m_+^2 \leftrightarrow m_-^2$ преобразованиям вида

$$K_i \rightarrow \alpha_i K_i, \quad K_{-i} \rightarrow \alpha_i K_{-i} \quad (\alpha_i > 0), \quad (4.24)$$

то смещения измеряемых параметров (смотрите уравнение (2.29)) не возникает вовсе. Этот факт позволяет ожидать подавления влияния эффективности регистрации событий.

Кроме того, поскольку значения параметров K_i измеряются в распадах $B^+ \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+$, $\bar{D}^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ с кинематикой близкой к распадам $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0} h^0$, $\bar{D}^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$, то можно ожидать существенное сокращение возможных поправок.

Наконец, возможное смещение параметров C_i и S_i заведомо много меньше статистическая неопределенности для этих параметров, полученной в работе [91].

Количественная оценка влияния эффективности регистрации событий на наблюдаемое значение параметра β выполнено с помощью большой выборки событий сигнального моделирования. После выполнения полной процедуры ре-

конструкции для этих событий были взяты значения Δt генераторного уровня (истинные значения). С помощью этих значений (и значений параметров K_i , C_i и S_i , соответствующих модели распада, с помощью которой были сгенерированы события) были определены \mathcal{CP} -нарушающие параметры. Полученные отклонения

$$\delta(\sin 2\beta) = (-5.5 \pm 4.3) \cdot 10^{-3}, \quad \delta(\cos 2\beta) = (-8.1 \pm 6.2) \cdot 10^{-3} \quad (4.25)$$

от значений, использованных при генерации событий, согласуются с нулем.

Временное разрешение. Неопределенность, связанная с описанием временного разрешения, оценивается с помощью варьирования параметров функции разрешения на величину стандартного отклонения в положительную и отрицательную стороны $\pm\sigma_{\pm}$. Значения параметров, определенные с помощью событий моделирования, варьировались на два стандартных отклонения. Параметры варьируются по одному, для каждого значения выполняется процедура определения \mathcal{CP} -нарушающих параметров. Наибольшее отклонение полученного значения \mathcal{CP} -нарушающего параметра берется в качестве оценки неопределенности.

Корень из суммы квадратов значений неопределенностей, полученных для каждого параметра функции разрешения, берется в качестве неопределенности, связанной с функцией временного разрешения: $\delta \sin 2\beta = 0.030$, $\delta \cos 2\beta = 0.066$ и $\delta\beta = 0.1^\circ$.

Определение аромата B -мезона. Неопределенность, связанная с процедурой определения аромата B -мезона, оценивается посредством добавления двух дополнительных параметров — для событий ВД1 и ВД2. Каждый параметр вносит общий сдвиг в вероятность неверного определения аромата для всех диапазонов параметра q .

Анализ распределений ΔE - M_{bc} . Для определения \mathcal{CP} -нарушающих параметров необходимо знать количество сигнальных событий в каждой области диаграммы Далица. Количество сигнальных событий для всей выборки определяется с помощью анализа ΔE - M_{bc} распределения. Количество сигнальных

событий в каждой области диаграммы Далица (отдельно для B^0 и \bar{B}^0) определяются с помощью уравнения (4.8). Это $2 \times 16 = 32$ значения для каждого сигнального процесса.

Параметризация фонового распределения Δt использует долю фоновых $q\bar{q}$ -событий, определенную с помощью анализа распределения ΔE - M_{bc} . Для семи сигнальных процессов всего получается $33 \times 7 = 231$ параметр. Все эти параметры используются в качестве дополнительных параметров. Получены следующие неопределенности, связанные с этими параметрами: $\delta \sin 2\beta = {}^{+0.038}_{-0.025}$, $\delta \cos 2\beta = {}^{+0.049}_{-0.026}$ и $\delta\beta = 0.5^\circ$.

Параметризация фонового распределения Δt . Параметры, определенные в уравнении (4.15), используются в качестве дополнительных параметров, соответствующих неопределенности, обусловленной описанием фонового распределения Δt .

Параметры K_i , C_i и S_i . Параметры K_i , C_i и S_i используются в качестве дополнительных параметров. Для параметров C_i и S_i используется матрица ковариаций, приведенная в дополнительных материалах к работе [91].

Неопределенность в значениях параметров C_i и S_i составляет доминирующий вклад в систематическую неопределенность измерения \mathcal{CP} -нарушающих параметров.

Параметры τ_B и Δm_B . Время жизни нейтральных B -мезонов τ_B и разность масс Δm_B используются в качестве дополнительных параметров.

В таблице 19 приведены полученные оценки систематической неопределенности для каждого из описанных источников.

Таблица 19 — Систематические неопределенности измерения \mathcal{CP} -нарушающих параметров в распадах $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0} h^0$. Неопределенность σ_{nuis} получена с помощью дополнительных параметров и соответствует источникам 4–10.

Полная неопределенность σ_{syst} определена, как $\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + \sigma_{\text{nuis}}^2}$.

Величины σ_4 – σ_{10} приведены для иллюстрации.

Источник	$\delta_{\sin 2\beta}$ (%)	$\delta_{\cos 2\beta}$ (%)	δ_β (град)
1. Разрешение параметров Далица	0.3	0.7	0.1
2. Эффективность регистрации	0.6	0.8	0.2
3. Временное разрешение	3.8	6.7	1.2
4. Определение аромата	0.1	0.1	< 0.1
5. Δm_B	0.1	0.1	< 0.1
6. τ_B	0.1	0.1	< 0.1
7. Анализ распределений $M_{\text{bc}}\text{-}\Delta E$	3.4	1.9	0.8
8. Фоновое распределение Δt	3.6	3.1	0.7
9. K_i	3.2	2.0	0.7
10. C_i и S_i	7.6	$^{+20}_{-13}$	1.1
σ_{nuis}	7.6	$^{+20}_{-13}$	1.6
Полная неопределенность σ_{syst}	8.5	$^{+21}_{-15}$	2.1
Стат. ошибка (для сравнения)	27	33	7.8

4.6 Обсуждение полученных результатов

На рисунке 4.15 показаны отношения правдоподобия, определенные в уравнении (4.20), как функции \mathcal{CP} -нарушающих параметров. Результаты из-

мерения, с учетом систематической неопределенности, следующие:

$$\begin{aligned}\sin 2\beta &= 0.43 \pm 0.27 \text{ (стат.)} \pm 0.08 \text{ (сист.)}, \\ \cos 2\beta &= 1.06 \pm 0.33 \text{ (стат.)}^{+0.21}_{-0.15} \text{ (сист.)}, \\ \beta &= 11.7^\circ \pm 7.8^\circ \text{ (стат.)} \pm 2.1^\circ \text{ (сист.)}.\end{aligned}\tag{4.26}$$

Величина $\sin 2\beta = 0.691 \pm 0.017$, измеренная в кварковых переходах $b \rightarrow c\bar{c}s$, определяет абсолютное значение $\cos 2\beta$, которому соответствуют два значения угла $\beta \in [0^\circ; 180^\circ)$. Представленное в данной работе измерение исключает отрицательное значение $\cos 2\beta$, соответствующее $\beta = 68.1^\circ$, на уровне 5.1 стандартных отклонений и находится в согласии с положительным значением $\cos 2\beta$, соответствующим значению $\beta = 21.9^\circ$ на уровне 1.3 стандартных отклонений. Таким образом, представленное измерение разрешает неопределенность в значении угла β , присущую измерению параметра $\sin 2\beta$ в переходах $b \rightarrow c\bar{c}s$.

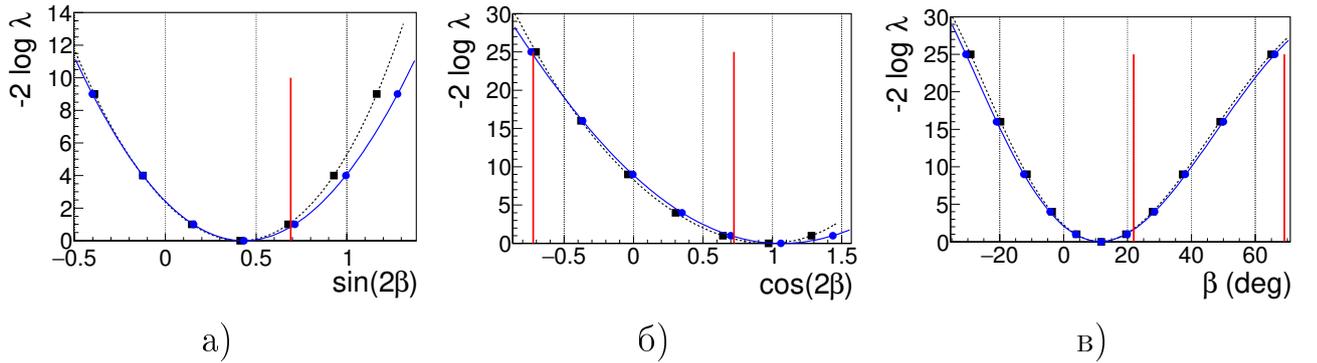


Рисунок 4.15 — Минус двойные логарифмы отношений вероятностей λ (4.20) для а) $\sin 2\beta$, б) $\cos 2\beta$ и в) β . Черные квадраты (синие круги) показывают значения без учета (с учетом) систематических неопределенностей. Черные пунктирные и синие непрерывные линии показывают аппроксимацию полученных значений. Вертикальные красные линии показывают значения, соответствующие $\sin 2\beta = 0.691$.

Доминирующие систематические неопределенности могут быть уменьшены в измерениях с большей статистикой с данными эксперимента Belle II. Действительно, неопределенности, обусловленные параметрами K_i , параметризацией временного разрешения и анализом распределений ΔE - M_{bc} , определяются размером выборки данных. Параметры C_i и S_i могут быть измерены более точно в эксперименте BES-III.

Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем:

1. Изучено влияние осцилляций нейтральных D -мезонов на наблюдаемую величину параметра γ в модельно-независимом измерении в распадах $B^\pm \rightarrow DK^\pm$, $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ и предложена процедура, при которой осцилляции D -мезонов смещают наблюдаемую величину не более, чем на 0.2° [86].
2. Показано, что в предположении сохранения \mathcal{CP} -симметрии в распадах $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ и при существующих экспериментальных ограничениях на величину этого нарушения, смещение наблюдаемой величины γ при модельно-независимом измерении в распадах $B^\pm \rightarrow DK^\pm$, $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$, не превосходит 3° [87].
3. Показано, что модельно-независимое получение параметра γ в распадах $B^\pm \rightarrow DK^\pm$, $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ возможно без предположения сохранения \mathcal{CP} -симметрии в распадах $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$; при этом не наблюдается существенного снижения статистической чувствительности [87].
4. Предложен метод модельно-независимого измерения параметров смешивания и \mathcal{CP} -нарушения в смешивании нейтральных D -мезонов в процессе $e^+e^- \rightarrow D\bar{D}^*$ без измерения времени распада D [86].
5. Предложен метод модельно-независимого получения параметров смешивания и \mathcal{CP} -нарушения в смешивании нейтральных D -мезонов в процессе $D^{*+} \rightarrow D^0 \pi^+$, $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ с измерением времени распада D [86].
6. Предложен метод модельно-независимого измерения \mathcal{CP} -нарушающей фазы β в распадах $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0} h^0$, $\bar{D}^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$; данный метод позволяет разрешить неопределенность, присущую измерению 2β в переходах $b \rightarrow c\bar{c}s$ [88].
7. Впервые выполнено модельно-независимое измерение фазы β в распадах $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0} h^0$, $\bar{D}^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ и получен результат $\beta = 11.7^\circ \pm 7.8^\circ \pm 2.1^\circ$, позволяющий разрешить неопределенность значения 2β на уровне достоверности, превышающем 5 стандартных отклонений [88].

8. Подготовлен алгоритм для автоматического измерения характеристик модуля усилителя-формирователя калориметра Belle II, который был использован для проверки характеристик всех изготовленных модулей. [117].

Предложенные в данной работе модельно-независимые методы измерений могут быть использованы при выполнении прецизионных измерений в экспериментах BaBar, Belle, CLEO, BES-III, Belle II, LHCb, а также в экспериментах на Чарм-Тау-фабриках.

Практическая реализуемость предложенных подходов показана в нескольких экспериментальных работах: в работе [63] группой Belle впервые описано модельно-независимое измерение параметра γ в распадах $B^\pm \rightarrow DK^\pm$, $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$; группа LHCb впервые выполнила модельно-независимое измерение параметров осцилляций D -мезонов в распадах $D^{*+} \rightarrow D^0 \pi^+$, $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ [32], используя предложенный в данной работе метод; в работе автора диссертации [88] описано первое модельно-независимое измерения параметра β в распадах $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0} h^0$, $\bar{D}^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$.

Модельно-независимый анализ многочастичных распадов позволяет избавиться от трудно оцениваемой модельной неопределенности и получить вместо этого хорошо контролируруемую неопределенность статистического характера, связанную с ограниченным знанием фазовых параметров C_i и S_i . Модельно-независимый подход открывает путь к выполнению прецизионных измерений с использованием многочастичных распадов в экспериментах Belle II, LHCb и на Супер-Чарм-Тау-фабрике.

В заключение я бы хотел выразить благодарность своему научному руководителю А.Е. Бондарю за помощь в выборе задач для исследования, а также за обсуждения физических вопросов, в ходе которых сформировалось ясное стратегическое видение решения поставленных задач. Я многому научился у своего первого научного руководителя А.О. Полуэктова; без общения с ним выполнение представленной работы было бы невозможным. Также хочу побла-

годарить своих коллег: С.И. Эйдельмана, А.С. Кузьмина, П.П. Кроковного, А.Ю. Гармаша, А.Н. Винокурову, В. Савинова, М. Röhrken и К. Miyabayashi за ценные советы при обсуждении различных аспектов представленной работы. Благодарю всех коллег, внесших вклад в создание и работу детектора Belle и коллайдера КЕКВ.

Список литературы

1. E. Noether Invariante Variationsprobleme // Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse. — 1918. — Т. 1918. — С. 235–257.
2. Experimental Test of Parity Conservation in Beta Decay / C. S. Wu, E. Ambler, R. W. Hayward, [et al.] // Physical Review. — 1957. — Feb. — Vol. 105. — Pp. 1413–1415. — DOI: 10.1103/PhysRev.105.1413.
3. Evidence for the 2π Decay of the K_2^0 Meson / J. H. Christenson, J. W. Cronin, V. L. Fitch, [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 1964. — July. — Vol. 13, issue 4. — Pp. 138–140. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.13.138.
4. А. Д. Сахаров Начальная стадия расширения Вселенной и возникновение неоднородности распределения вещества // ЖЭТФ. — 1965. — Т. 49. — С. 345–375.
5. M. Kobayashi, T. Maskawa CP-Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction // Progress of Theoretical Physics. — 1973. — Vol. 49, no. 2. — Pp. 652–657. — DOI: 10.1143/PTP.49.652. — eprint: <http://ptp.oxfordjournals.org/content/49/2/652.full.pdf+html>.
6. The *BABAR* detector / B. Aubert, A. Bazan, A. Boucham, [et al.] // Nuclear Instruments and Methods A. — 2002. — Vol. 479, no. 1. — Pp. 1–116. — DOI: 10.1016/S0168-9002(01)02012-5. — Detectors for Asymmetric B-factories.
7. The Belle detector / A. Abashian, K. Gotow, N. Morgan, [et al.] // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A. — 2002. — Feb. — Vol. 479. — Pp. 117–232. — DOI: 10.1016/S0168-9002(01)02013-7.
8. PEP-II: An Asymmetric B Factory. Conceptual Design Report. June 1993. — 1994.
9. S. Kurokawa, E. Kikutani Overview of the KEKB accelerators // Nuclear Instruments and Methods A. — 2003. — Vol. 499, no. 1. — Pp. 1–7. — DOI: 10.1016/S0168-9002(02)01771-0. — KEK-B: The KEK B-factory.

10. L.-L. Chau, W.-Y. Keung Comments on the Parametrization of the Kobayashi-Maskawa Matrix // *Phys. Rev. Lett.* — 1984. — Nov. — Vol. 53, issue 19. — Pp. 1802–1805. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.53.1802.
11. L. Wolfenstein Parametrization of the Kobayashi-Maskawa Matrix // *Phys. Rev. Lett.* — 1983. — Nov. — Vol. 51, issue 21. — Pp. 1945–1947. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.51.1945.
12. Review of Particle Physics / K. A. Olive [et al.] // *Chin. Phys.* — 2014. — Vol. C38. — P. 090001. — DOI: 10.1088/1674-1137/38/9/090001.
13. N. Cabibbo Unitary Symmetry and Leptonic Decays // *Phys. Rev. Lett.* — 1963. — June. — Vol. 10, issue 12. — Pp. 531–533. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.10.531.
14. Observation of B^0 - \bar{B}^0 mixing / H. Albrecht, A. Andam, U. Binder, [et al.] // *Physics Letters B.* — 1987. — Vol. 192, no. 1. — Pp. 245–252. — DOI: 10.1016/0370-2693(87)91177-4.
15. D. Buskulic, etal Improved measurement of the B_d^0 - \bar{B}_d^0 oscillation frequency // *Zeitschrift für Physik C Particles and Fields.* — 1997. — Vol. 75, no. 3. — Pp. 397–407. — DOI: 10.1007/s002880050483.
16. Search for B_s^0 - \bar{B}_s^0 oscillations and a measurement of B_d^0 - \bar{B}_d^0 oscillations using events with an inclusively reconstructed vertex / J. J. Abdallah, P. Abreu, W. Adam, [et al.] // *The European Physical Journal C - Particles and Fields.* — 2003. — Vol. 28, no. 2. — Pp. 155–173. — DOI: 10.1140/epjc/s2003-01183-7.
17. M. Acciarri, atal Measurement of the B_d^0 - \bar{B}_d^0 oscillation frequency // *The European Physical Journal C - Particles and Fields.* — 1998. — Vol. 5, no. 2. — Pp. 195–203. — DOI: 10.1007/s100529800901.
18. Measurement of the B^0 lifetime and oscillation frequency using $\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+} \ell^- \bar{\nu}$ decays / G. Abbiendi, K. Ackerstaff, C. Ainsley, [et al.] // *Physics Letters B.* — 2000. — Vol. 493, no. 3–4. — Pp. 266–280. — DOI: 10.1016/S0370-2693(00)01145-X.

19. Measurement of $B^0\text{-}\bar{B}^0$ flavor oscillations using jet-charge and lepton flavor tagging in $p\bar{p}$ collisions at $\sqrt{s} = 1.8\text{TeV}$ / F. Abe, H. Akimoto, A. Akopian, [et al.] // Phys. Rev. D. — 1999. — Sept. — Vol. 60, issue 7. — P. 072003. — DOI: 10.1103/PhysRevD.60.072003.
20. Measurement of B_d mixing using opposite-side flavor tagging / V. M. Abazov, B. Abbott, M. Abolins, [et al.] // Phys. Rev. D. — 2006. — Dec. — Vol. 74, issue 11. — P. 112002. — DOI: 10.1103/PhysRevD.74.112002.
21. $B^0\text{-}\bar{B}^0$ mixing at the $\Upsilon(4S)$ / M. Artuso, C. Bebek, K. Berkelman, [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 1989. — May. — Vol. 62, issue 19. — Pp. 2233–2236. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.62.2233.
22. Measurement of the \bar{B}^0 lifetime and the $B^0\bar{B}^0$ oscillation frequency using partially reconstructed $\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+}\ell^-\bar{\nu}_\ell$ decays / B. Aubert, R. Barate, D. Boutigny, [et al.] // Phys. Rev. D. — 2006. — Jan. — Vol. 73, issue 1. — P. 012004. — DOI: 10.1103/PhysRevD.73.012004.
23. Improved measurement of CP -violation parameters $\sin 2\phi_1$ and $|\lambda|$, B meson lifetimes, and $B^0\text{-}\bar{B}^0$ mixing parameter Δm_d / K. Abe, K. Abe, I. Adachi, [et al.] // Phys. Rev. D. — 2005. — Apr. — Vol. 71, issue 7. — P. 072003. — DOI: 10.1103/PhysRevD.71.072003.
24. Measurement of the $B^0\text{-}\bar{B}^0$ oscillation frequency Δm_d with the decays $B^0 \rightarrow D^-\pi^+$ and $B^0 \rightarrow J/\psi K^{*0}$ / R. Aaij, C. A. Beteta, A. Adametz, [et al.] // Physics Letters B. — 2013. — Vol. 719, no. 4–5. — Pp. 318–325. — DOI: 10.1016/j.physletb.2013.01.019.
25. Averages of b -hadron, c -hadron, and τ -lepton properties as of summer 2014 / Y. Amhis [et al.]. — 2014. — arXiv: 1412.7515 [hep-ex].
26. S. L. Glashow, J. Iliopoulos, L. Maiani Weak Interactions with Lepton-Hadron Symmetry // Phys. Rev. D. — 1970. — Oct. — Vol. 2, issue 7. — Pp. 1285–1292. — DOI: 10.1103/PhysRevD.2.1285.

27. A. A. Petrov Charm mixing in the standard model and beyond // International Journal of Modern Physics A. — 2006. — Vol. 21, no. 27. — Pp. 5686–5693. — DOI: 10.1142/S0217751X06034902. — eprint: <http://www.worldscientific.com/doi/pdf/10.1142/S0217751X06034902>.
28. Evidence for D^0 - \bar{D}^0 Mixing / B. Aubert, M. Bona, D. Boutigny, [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2007. — May. — Vol. 98, issue 21. — P. 211802. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.98.211802.
29. Evidence for D^0 - \bar{D}^0 Mixing / M. Starič, B. Golob, K. Abe, [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2007. — May. — Vol. 98, issue 21. — P. 211803. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.98.211803.
30. Measurement of D^0 - \bar{D}^0 mixing and search for indirect CP violation using $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ decays / T. Peng, Z. P. Zhang, A. Abdesselam, [et al.] // Phys. Rev. D. — 2014. — May. — Vol. 89, issue 9. — P. 091103. — DOI: 10.1103/PhysRevD.89.091103.
31. Measurement of D^0 - \bar{D}^0 Mixing Parameters Using $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ and $D^0 \rightarrow K_S^0 K^+ K^-$ Decays / P. del Amo Sanchez, J. P. Lees, V. Poireau, [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2010. — Aug. — Vol. 105, issue 8. — P. 081803. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.105.081803.
32. Model-independent measurement of mixing parameters in $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ decays / R. Aaij, C. Abellán Beteta, B. Adeva, [et al.] // Journal of High Energy Physics. — 2016. — Vol. 2016, no. 4. — Pp. 1–26. — DOI: 10.1007/JHEP04(2016)033.
33. Measurement of the CKM angle γ using $B^\pm \rightarrow DK^\pm$ with $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$, $K_S^0 K^+ K^-$ decays / R. Aaij, B. Adeva, M. Adinolfi, [et al.] // Journal of High Energy Physics. — 2014. — Vol. 2014, no. 10. — Pp. 1–32. — DOI: 10.1007/JHEP10(2014)097.
34. Evidence for direct CP violation in the decay $B^\pm \rightarrow D^{(*)} K^\pm$, $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ and measurement of the CKM phase ϕ_3 / A. Poluektov, A. Bondar, B. D. Yabsley, [et al.] // Phys. Rev. D. — 2010. — June. — Vol. 81, issue 11. — P. 112002. — DOI: 10.1103/PhysRevD.81.112002.

35. Evidence for Direct CP Violation in the Measurement of the Cabbibo-Kobayashi-Maskawa Angle γ with $B^\mp \rightarrow D^{(*)}K^{(*)\mp}$ Decays / P. del Amo Sanchez, J. P. Lees, V. Poireau, [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2010. — Sept. — Vol. 105, issue 12. — P. 121801. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.105.121801.
36. M. Gronau, D. London How to determine all the angles of the unitarity triangle from $B_d^0 \rightarrow DK_S$ and $B_s^0 \rightarrow D^0$ // Phys. Lett. — 1991. — Vol. B253. — Pp. 483–488. — DOI: 10.1016/0370-2693(91)91756-L.
37. M. Gronau, D. Wyler On determining a weak phase from CP asymmetries in charged B decays // Phys. Lett. — 1991. — Vol. B265. — Pp. 172–176. — DOI: 10.1016/0370-2693(91)90034-N.
38. D. Atwood, I. Dunietz, A. Soni Enhanced CP Violation with $B \rightarrow KD^0(\bar{D}^0)$ Modes and Extraction of the Cabibbo-Kobayashi-Maskawa Angle γ // Phys. Rev. Lett. — 1997. — Apr. — Vol. 78, issue 17. — Pp. 3257–3260. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.78.3257.
39. D. Atwood, A. Soni Role of a charm factory in extracting CKM-phase information via $B \rightarrow DK$ // Phys. Rev. D. — 2003. — Aug. — Vol. 68, issue 3. — P. 033003. — DOI: 10.1103/PhysRevD.68.033003.
40. A. Bondar Proceedings of BINP special meeting on Dalitz analysis. — Sept. 2002 ; — unpublished.
41. Determining γ using $B^\pm \rightarrow DK^\pm$ with multibody D decays / A. Giri, Y. Grossman, A. Soffer, [et al.] // Phys. Rev. D. — 2003. — Sept. — Vol. 68, issue 5. — P. 054018. — DOI: 10.1103/PhysRevD.68.054018.
42. R. H. Dalitz Decay of τ Mesons of Known Charge // Phys. Rev. — 1954. — May. — Vol. 94, issue 4. — Pp. 1046–1051. — DOI: 10.1103/PhysRev.94.1046.
43. A. B. Carter, A. I. Sanda CP violation in B -meson decays // Phys. Rev. D. — 1981. — Apr. — Vol. 23, issue 7. — Pp. 1567–1579. — DOI: 10.1103/PhysRevD.23.1567.
44. I. I. Bigi, A. I. Sanda Notes on the observability of CP violations in B decays // Nucl. Phys. B. — 1981. — June. — Vol. 193. — Pp. 85–108.

45. $B_d^0(t) \rightarrow DPP$ time-dependent Dalitz plots, CP-violating angles 2β , $2\beta + \gamma$, and discrete ambiguities / J. Charles, A. L. Yaouanc, L. Oliver, [et al.] // Physics Letters B. — 1998. — Vol. 425, no. 3–4. — Pp. 375–387. — DOI: 10.1016/S0370-2693(98)00250-0.
46. Y. Grossman, H. R. Quinn Removing discrete ambiguities in CP asymmetry measurements // Phys. Rev. D. — 1997. — Dec. — Vol. 56, issue 11. — Pp. 7259–7266. — DOI: 10.1103/PhysRevD.56.7259.
47. B. Kayser, D. London B -decay CP asymmetries, discrete ambiguities, and new physics // Phys. Rev. D. — 2000. — May. — Vol. 61, issue 11. — P. 116012. — DOI: 10.1103/PhysRevD.61.116012.
48. A. Bondar, T. Gershon, P. Krokovny A method to measure using $B^0 \rightarrow D^{(*)}h^0$ with multibody D decay // Physics Letters B. — 2005. — Vol. 624, no. 1–2. — Pp. 1–10. — DOI: 10.1016/j.physletb.2005.07.053.
49. A. Bondar, T. Gershon On ϕ_3 measurements using $B^- \rightarrow D^*K^-$ decays // Phys. Rev. D. — 2004. — Nov. — Vol. 70, issue 9. — P. 091503. — DOI: 10.1103/PhysRevD.70.091503.
50. H. R. Quinn, P. F. Harrison The BaBar physics book: physics at an asymmetric B factory. — Stanford, CA : SLAC, 1998.
51. The Physics of the B Factories / A. J. Bevan, B. Golob, T. Mannel, [et al.] // The European Physical Journal C. — 2014. — Vol. 74, no. 11. — Pp. 1–928. — DOI: 10.1140/epjc/s10052-014-3026-9.
52. Precise Measurement of the CP Violation Parameter $\sin 2\phi_1$ in $B^0 \rightarrow (c\bar{c})K^0$ Decays / I. Adachi, H. Aihara, D. M. Asner, [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2012. — Apr. — Vol. 108, issue 17. — P. 171802. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.108.171802.
53. Measurement of time-dependent CP asymmetry in $B^0 \rightarrow c\bar{c}K^{(*)0}$ decays / B. Aubert, Y. Karyotakis, J. P. Lees, [et al.] // Phys. Rev. D. — 2009. — Apr. — Vol. 79, issue 7. — P. 072009. — DOI: 10.1103/PhysRevD.79.072009.

54. Measurement of CP Violation in $B^0 \rightarrow J/\psi K_S^0$ Decays / R. Aaij, B. Adeva, M. Adinolfi, [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2015. — July. — Vol. 115, issue 3. — P. 031601. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.115.031601.
55. First Observation of CP Violation in $\bar{B}^0 \rightarrow D_{CP}^{(*)} h^0$ Decays by a Combined Time-Dependent Analysis of $BABAR$ and Belle Data / A. Abdesselam, I. Adachi, A. Adametz, [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2015. — Sept. — Vol. 115, issue 12. — P. 121604. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.115.121604.
56. Measurements of branching fraction ratios and CP asymmetries in $B^\pm \rightarrow D_{CP} K^\pm$ decays in hadron collisions / T. Aaltonen, J. Adelman, B. Á. González, [et al.] // Phys. Rev. D. — 2010. — Feb. — Vol. 81, issue 3. — P. 031105. — DOI: 10.1103/PhysRevD.81.031105.
57. Measurement of CP observables in $B^\pm \rightarrow D_{CP} K^\pm$ decays and constraints on the CKM angle γ / P. del Amo Sanchez, J. P. Lees, V. Poireau, [et al.] // Phys. Rev. D. — 2010. — Oct. — Vol. 82, issue 7. — P. 072004. — DOI: 10.1103/PhysRevD.82.072004.
58. Measurement of CP observables in $B^\pm \rightarrow DK^\pm$ and $B^\pm \rightarrow D\pi^\pm$ with two- and four-body D decays / R. Aaij, C. A. Beteta, B. Adeva, [et al.] // Physics Letters B. — 2016. — Vol. 760. — Pp. 117–131. — DOI: 10.1016/j.physletb.2016.06.022.
59. Measurements of branching fraction ratios and CP -asymmetries in suppressed $B^- \rightarrow D(\rightarrow K^+\pi^-)K^-$ and $B^- \rightarrow D(\rightarrow K^+\pi^-)\pi^-$ decays / T. Aaltonen, B. Álvarez González, S. Amerio, [et al.] // Phys. Rev. D. — 2011. — Nov. — Vol. 84, issue 9. — P. 091504. — DOI: 10.1103/PhysRevD.84.091504.
60. Search for $b \rightarrow u$ transitions in $B^- \rightarrow DK^-$ and D^*K^- decays / P. del Amo Sanchez, J. P. Lees, V. Poireau, [et al.] // Phys. Rev. D. — 2010. — Oct. — Vol. 82, issue 7. — P. 072006. — DOI: 10.1103/PhysRevD.82.072006.
61. Evidence for the Suppressed Decay $B^- \rightarrow DK^-, D \rightarrow K^+\pi^-$ / Y. Horii, K. Trabelsi, H. Yamamoto, [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2011. — June. — Vol. 106, issue 23. — P. 231803. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.106.231803.

62. Measurement of CP violation and constraints on the CKM angle γ in $B^\pm \rightarrow DK^\pm$ with $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ decays / R. Aaij, B. Adeva, M. Adinolfi, [et al.] // Nuclear Physics B. — 2014. — Vol. 888. — Pp. 169–193. — DOI: 10.1016/j.nuclphysb.2014.09.015.
63. First measurement of ϕ_3 with a model-independent Dalitz plot analysis of $B^\pm \rightarrow DK^\pm$, $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ decay / H. Aihara, K. Arinstein, D. M. Asner, [et al.] // Phys. Rev. D. — 2012. — June. — Vol. 85, issue 11. — P. 112014. — DOI: 10.1103/PhysRevD.85.112014.
64. Observation of direct CP violation in the measurement of the Cabibbo-Kobayashi-Maskawa angle γ with $B^\pm \rightarrow D^{(*)}K^{(*)\pm}$ decays / J. P. Lees, V. Poireau, V. Tisserand, [et al.] // Phys. Rev. D. — 2013. — Mar. — Vol. 87, issue 5. — P. 052015. — DOI: 10.1103/PhysRevD.87.052015.
65. K. Trabelsi Study of direct CP in charmed B decays and measurement of the CKM angle γ at Belle // 7th International Workshop on the CKM Unitarity Triangle (CKM 2012) Cincinnati, Ohio, USA, September 28-October 2, 2012. — 2013. — arXiv: 1301.2033 [hep-ex].
66. Improved constraints on γ : CKM2014 update. — 2014. — Sept.
67. First Observation of CP Violation in the Decays of B_s^0 Mesons / R. Aaij, C. Abellan Beteta, B. Adeva, [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2013. — May. — Vol. 110, issue 22. — P. 221601. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.110.221601.
68. Measurement of CP asymmetries and branching fractions in charmless two-body B -meson decays to pions and kaons / J. P. Lees, V. Poireau, V. Tisserand, [et al.] // Phys. Rev. D. — 2013. — Mar. — Vol. 87, issue 5. — P. 052009. — DOI: 10.1103/PhysRevD.87.052009.
69. Measurements of branching fractions and direct CP asymmetries for $B \rightarrow K\pi$, $B \rightarrow \pi\pi$ and $B \rightarrow KK$ decays / Y.-T. Duh, T.-Y. Wu, P. Chang, [et al.] // Phys. Rev. D. — 2013. — Feb. — Vol. 87, issue 3. — P. 031103. — DOI: 10.1103/PhysRevD.87.031103.

70. Measurements of Direct CP -Violating Asymmetries in Charmless Decays of Bottom Baryons / T. Aaltonen, S. Amerio, D. Amidei, [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2014. — Dec. — Vol. 113, issue 24. — P. 242001. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.113.242001.
71. Study of $B^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$, $B^\pm \rightarrow \pi^\pm\pi^0$, and $B^\pm \rightarrow K^\pm\pi^0$ decays, and isospin analysis of $B \rightarrow \pi\pi$ decays / B. Aubert, M. Bona, D. Boutigny, [et al.] // Phys. Rev. D. — 2007. — Nov. — Vol. 76, issue 9. — P. 091102. — DOI: 10.1103/PhysRevD.76.091102.
72. Measurement of the CP violation parameters in $B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ decays / J. Dalseno, K. Prothmann, C. Kiesling, [et al.] // Phys. Rev. D. — 2013. — Nov. — Vol. 88, issue 9. — P. 092003. — DOI: 10.1103/PhysRevD.88.092003.
73. First measurement of time-dependent CP violation in $B_s^0 \rightarrow K^+K^-$ decays / R. Aaij, B. Adeva, M. Adinolfi, [et al.] // Journal of High Energy Physics. — 2013. — Vol. 2013, no. 10. — Pp. 1–26. — DOI: 10.1007/JHEP10(2013)183.
74. M. Gronau, D. London Isospin analysis of CP asymmetries in B decays // Phys. Rev. Lett. — 1990. — Dec. — Vol. 65, issue 27. — Pp. 3381–3384. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.65.3381.
75. P. Vanhoefer Results on ϕ_2 from Belle // 8th International Workshop on the CKM Unitarity Triangle (CKM 2014) Vienna, Austria, September 8-12, 2014. — 2014. — arXiv: 1410.5700 [hep-ex].
76. Study of $B^0 \rightarrow \rho^+\rho^-$ decays and constraints on the CKM angle α / B. Aubert, M. Bona, D. Boutigny, [et al.] // Phys. Rev. D. — 2007. — Sept. — Vol. 76, issue 5. — P. 052007. — DOI: 10.1103/PhysRevD.76.052007.
77. Study of $B^0 \rightarrow \rho^+\rho^-$ decays and implications for the CKM angle ϕ_2 / P. Vanhoefer, J. Dalseno, C. Kiesling, [et al.] // Phys. Rev. D. — 2016. — Feb. — Vol. 93, issue 3. — P. 032010. — DOI: 10.1103/PhysRevD.93.032010.

78. *CP* violation and the CKM matrix: assessing the impact of the asymmetric B factories / J. Charles, A. Höcker, H. Lacker, [et al.] // The European Physical Journal C - Particles and Fields. — 2005. — Vol. 41, no. 1. — Pp. 1–131. — DOI: 10.1140/epjc/s2005-02169-1. — updated results and plots available at: <http://ckmfitter.in2p3.fr>.
79. A. E. Snyder, H. R. Quinn Measuring *CP* asymmetry in $B \rightarrow \rho\pi$ decays without ambiguities // Phys. Rev. — 1993. — Vol. D48. — Pp. 2139–2144. — DOI: 10.1103/PhysRevD.48.2139.
80. H. R. Quinn, J. P. Silva Use of early data on $B \rightarrow \rho\pi$ decays // Phys. Rev. D. — 2000. — July. — Vol. 62, issue 5. — P. 054002. — DOI: 10.1103/PhysRevD.62.054002.
81. Measurement of *CP* Asymmetry in a Time-Dependent Dalitz Analysis of $B^0 \rightarrow (\rho\pi)^0$ and a Constraint on the Quark Mixing Matrix Angle ϕ_2 / A. Kusaka, C. C. Wang, H. Ishino, [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2007. — June. — Vol. 98, issue 22. — P. 221602. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.98.221602.
82. Measurement of *CP* asymmetries and branching fractions in a time-dependent Dalitz analysis of $B^0 \rightarrow (\rho\pi)^0$ and a constraint on the quark mixing angle ϕ_2 / A. Kusaka, C. C. Wang, I. Adachi, [et al.] // Phys. Rev. D. — 2008. — Apr. — Vol. 77, issue 7. — P. 072001. — DOI: 10.1103/PhysRevD.77.072001.
83. Measurement of *CP*-violating asymmetries in $B^0 \rightarrow (\rho\pi)^0$ decays using a time-dependent Dalitz plot analysis / J. P. Lees, V. Poireau, V. Tisserand, [et al.] // Phys. Rev. D. — 2013. — July. — Vol. 88, issue 1. — P. 012003. — DOI: 10.1103/PhysRevD.88.012003.
84. The Unitarity Triangle Fit in the Standard Model and Hadronic Parameters from Lattice QCD: A Reappraisal after the Measurements of $\Delta m(s)$ and $Br(B \rightarrow \tau\nu_\tau)$ / M. Bona [et al.] // JHEP. — 2006. — Vol. 10. — P. 081. — DOI: 10.1088/1126-6708/2006/10/081. — arXiv: hep-ph/0606167 [hep-ph] ; — updated results and plots available at: <http://www.utfit.org/UTfit/>.

85. T. Gershon, V. V. Gligorov CP violation in the B system. — 2016. — arXiv: 1607.06746 [hep-ex].
86. A. Bondar, A. Poluektov, V. Vorobiev Charm mixing in a model-independent analysis of correlated $D^0\bar{D}^0$ decays // Phys. Rev. D. — 2010. — Aug. — Vol. 82, issue 3. — P. 034033. — DOI: 10.1103/PhysRevD.82.034033.
87. Effect of direct CP violation in charm on γ extraction from $B^\pm \rightarrow DK^\pm$, $D \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-$ Dalitz plot analysis / A. Bondar, A. Dolgov, V. Vorobiev, [et al.] // The European Physical Journal C. — 2013. — Vol. 73, no. 6. — Pp. 1–6. — DOI: 10.1140/epjc/s10052-013-2476-9.
88. Measurement of the CKM angle φ_1 in $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0}h^0$, $\bar{D}^0 \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-$ decays with time-dependent binned Dalitz plot analysis / V. Vorobyev, I. Adachi, H. Aihara, [et al.] // Phys. Rev. D. — 2016. — Sept. — Vol. 94, issue 5. — P. 052004. — DOI: 10.1103/PhysRevD.94.052004.
89. A. Bondar, A. Poluektov Feasibility study of model-independent approach to ϕ_3 measurement using Dalitz plot analysis // The European Physical Journal C - Particles and Fields. — 2006. — Vol. 47, no. 2. — Pp. 347–353. — DOI: 10.1140/epjc/s2006-02590-x.
90. A. Bondar, A. Poluektov The use of quantum-correlated D^0 decays for ϕ_3 measurement // The European Physical Journal C. — 2008. — Vol. 55, no. 1. — Pp. 51–56. — DOI: 10.1140/epjc/s10052-008-0600-z.
91. Model-independent determination of the strong-phase difference between D^0 and $\bar{D}^0 \rightarrow K_{S,L}^0 h^+ h^-$ ($h = \pi, K$) and its impact on the measurement of the CKM angle γ/ϕ_3 / J. Libby, M. Kornicer, R. E. Mitchell, [et al.] // Phys. Rev. D. — 2010. — Dec. — Vol. 82, issue 11. — P. 112006. — DOI: 10.1103/PhysRevD.82.112006.
92. Measurement of charm production cross sections in e^+e^- annihilation at energies between 3.97 and 4.26 GeV / D. Cronin-Hennessy, K. Y. Gao, J. Hietala, [et al.] // Phys. Rev. D. — 2009. — Oct. — Vol. 80, issue 7. — P. 072001. — DOI: 10.1103/PhysRevD.80.072001.

93. Dalitz analysis of the decay $D^0 \rightarrow K^- \pi^+ \pi^0$ / S. Kopp, M. Kostin, A. H. Mahmood, [et al.] // Phys. Rev. D. — 2001. — Apr. — Vol. 63, issue 9. — P. 092001. — DOI: 10.1103/PhysRevD.63.092001.
94. Measurement of D^0 - \bar{D}^0 Mixing from a Time-Dependent Amplitude Analysis of $D^0 \rightarrow K^+ \pi^- \pi^0$ Decays / B. Aubert, M. Bona, Y. Karyotakis, [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2009. — Nov. — Vol. 103, issue 21. — P. 211801. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.103.211801.
95. E. Levichev The project of a Tau-Charm Factory with Crab Waist in Novosibirsk // Physics of Particles and Nuclei Letters. — 2008. — Vol. 5, no. 7. — Pp. 554–559. — DOI: 10.1134/S1547477108070030.
96. Z.-Z. Xing D^0 - \bar{D}^0 mixing and CP violation in neutral D -meson decays // Phys. Rev. D. — 1997. — Jan. — Vol. 55, issue 1. — Pp. 196–218. — DOI: 10.1103/PhysRevD.55.196.
97. Search for CP violation in $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ / D. M. Asner, H. N. Nelson, R. A. Briere, [et al.] // Phys. Rev. D. — 2004. — Nov. — Vol. 70, issue 9. — P. 091101. — DOI: 10.1103/PhysRevD.70.091101.
98. Measurement of CP-violation asymmetries in $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ / T. Aaltonen, B. Álvarez González, S. Amerio, [et al.] // Phys. Rev. D. — 2012. — Aug. — Vol. 86, issue 3. — P. 032007. — DOI: 10.1103/PhysRevD.86.032007.
99. Design and construction of the *BESIII* detector / M. Ablikim, Z. An, J. Bai, [et al.] // Nuclear Instruments and Methods A. — 2010. — Vol. 614, no. 3. — Pp. 345–399. — DOI: 10.1016/j.nima.2009.12.050.
100. T. Latham, T. Gershon A method of measuring $\cos(2\beta)$ using a time-dependent dalitz plot analysis of $B^0 \rightarrow D_{CP} \pi^+ \pi^-$ // Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics. — 2009. — Vol. 36, no. 2. — P. 025006.
101. Study of $\bar{B}^0 \rightarrow D^0 \pi^+ \pi^-$ decays / A. Kuzmin, K. Abe, I. Adachi, [et al.] // Phys. Rev. D. — 2007. — July. — Vol. 76, issue 1. — P. 012006. — DOI: 10.1103/PhysRevD.76.012006.

102. Dalitz plot analysis of $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \pi^+ \pi^-$ decays / R. Aaij, B. Adeva, M. Adinolfi, [et al.] // *Phys. Rev. D.* — 2015. — Aug. — Vol. 92, issue 3. — P. 032002. — DOI: 10.1103/PhysRevD.92.032002.
103. Commissioning of KEKB / K. Akai, N. Akasaka, A. Enomoto, [et al.] // *Nuclear Instruments and Methods A.* — 2003. — Vol. 499, no. 1. — Pp. 191–227. — DOI: 10.1016/S0168-9002(02)01788-6. — KEK-B: The KEK B-factory.
104. Y. Ushiroda Belle silicon vertex detectors // *Nuclear Instruments and Methods A.* — 2003. — Vol. 511, no. 1–2. — Pp. 6–10. — DOI: 10.1016/S0168-9002(03)01739-X. — Proceedings of the 11th International Workshop on Vertex Detectors.
105. Status of the Belle silicon vertex detector / Z. Natkaniec, H. Aihara, Y. Asano, [et al.] // *Nuclear Instruments and Methods A.* — 2006. — Vol. 560, no. 1. — Pp. 1–4. — DOI: 10.1016/j.nima.2005.11.228. — Proceedings of the 13th International Workshop on Vertex Detectors VERTEX 2004 13th International Workshop on Vertex Detectors.
106. A high-resolution cylindrical drift chamber for the KEK B-factory / H. Hirano, M. Akatsu, Y. Fujita, [et al.] // *Nuclear Instruments and Methods A.* — 2000. — Vol. 455, no. 2. — Pp. 294–304. — DOI: 10.1016/S0168-9002(00)00513-1.
107. Aerogel Cherenkov counter for the BELLE detector / T. Iijima, I. Adachi, R. Enomoto, [et al.] // *Nuclear Instruments and Methods A.* — 2000. — Vol. 453, no. 1–2. — Pp. 321–325. — DOI: 10.1016/S0168-9002(00)00652-5. — Proc. 7th Int. Conf on Instrumentation for colliding Beam Physics.
108. The BELLE TOF system / H. Kichimi, Y. Yoshimura, T. Browder, [et al.] // *Nuclear Instruments and Methods A.* — 2000. — Vol. 453, no. 1–2. — Pp. 315–320. — DOI: 10.1016/S0168-9002(00)00651-3. — Proc. 7th Int. Conf on Instrumentation for colliding Beam Physics.
109. K. Miyabayashi Belle electromagnetic calorimeter // *Nuclear Instruments and Methods A.* — 2002. — Vol. 494, no. 1–3. — Pp. 298–302. — DOI:

- 10.1016/S0168-9002(02)01483-3. — Proceedings of the 8th International Conference on Instrumentation for Colliding Beam Physics.
110. Development of the central trigger system for the BELLE detector at the KEK B-factory / Y. Ushiroda, A. Mohapatra, H. Sakamoto, [et al.] // Nuclear Instruments and Methods A. — 1999. — Vol. 438, no. 2–3. — Pp. 460–471. — DOI: 10.1016/S0168-9002(99)00823-2.
111. The BELLE DAQ system / S. Y. Suzuki, M. Yamauchi, M. Nakao, [et al.] // Nuclear Instruments and Methods A. — 2000. — Vol. 453, no. 1–2. — Pp. 440–444. — DOI: 10.1016/S0168-9002(00)00679-3. — Proc. 7th Int. Conf on Instrumentation for colliding Beam Physics.
112. Belle DAQ system upgrade at 2001 / S. Y. Suzuki, R. Itoh, H.-W. Kim, [et al.] // Nuclear Instruments and Methods A. — 2002. — Vol. 494, no. 1–3. — Pp. 535–540. — DOI: 10.1016/S0168-9002(02)01545-0. — Proceedings of the 8th International Conference on Instrumentation for Colliding Beam Physics.
113. Belle II Technical Design Report / T. Abe, I. Adachi, K. Adamczyk, [et al.]. — 2010. — arXiv: 1011.0352 [`physics.ins-det`].
114. Accelerator design at SuperKEKB / Y. Ohnishi, T. Abe, T. Adachi, [et al.] // Prog. Theor. Exp. Phys. — 2013. — Mar. — 03A011. — DOI: 10.1093/ptep/pts083.
115. D. Page, L. Peterson Re-programmable PLA. — Apr. 1985. — US Patent 4,508,977.
116. D. Page Dynamic data re-programmable PLA. — June 1985. — US Patent 4,524,430.
117. Testbench of shaper-digitizer modules for Belle II calorimeter / V. Vorobyev, A. Kuzmin, D. Matvienko, [et al.] // Journal of Instrumentation. — 2014. — Vol. 9, no. 08. — P. C08016. — DOI: 10.1088/1748-0221/9/08/C08016.

118. D. J. Lange The EvtGen particle decay simulation package // Nuclear Instruments and Methods A. — 2001. — Vol. 462, no. 1–2. — Pp. 152–155. — DOI: 10.1016/S0168-9002(01)00089-4. — BEAUTY2000, Proceedings of the 7th Int. Conf. on B-Physics at Hadron Machines.
119. T. Sjöstrand High-energy-physics event generation with PYTHIA 5.7 and JETSET 7.4 // Computer Physics Communications. — 1994. — Vol. 82, no. 1. — Pp. 74–89. — DOI: 10.1016/0010-4655(94)90132-5.
120. E. Barberio, B. van Eijk, Z. Was Photos — a universal Monte Carlo for QED radiative corrections in decays // Computer Physics Communications. — 1991. — Vol. 66, no. 1. — Pp. 115–128. — DOI: 10.1016/0010-4655(91)90012-A.
121. E. Barberio, Z. Was PHOTOS — a universal Monte Carlo for QED radiative corrections: version 2.0 // Computer Physics Communications. — 1994. — Vol. 79, no. 2. — Pp. 291–308. — DOI: 10.1016/0010-4655(94)90074-4.
122. Geant4 — a simulation toolkit / S. Agostinelli, J. Allison, K. Amako, [et al.] // Nuclear Instruments and Methods A. — 2003. — Vol. 506, no. 3. — Pp. 250–303. — DOI: 10.1016/S0168-9002(03)01368-8.
123. Neutral B Flavor Tagging for the Measurement of Mixing-induced CP Violation at Belle / H. Kakuno, K. Hara, C. B., [et al.] // Nuclear Instruments and Methods A. — 2004. — 533(3). — Pp. 516–531.
124. Time-dependent CP -violating asymmetries in $b \rightarrow s\bar{q}q$ transitions / K.-F. Chen, F. Fang, A. Garmash, [et al.] // Phys. Rev. D. — 2005. — July. — Vol. 72, issue 1. — P. 012004. — DOI: 10.1103/PhysRevD.72.012004.
125. Measurements of time-dependent CP violation in $B^0 \rightarrow \psi(2S)K_S^0$ decays / H. Sahoo, T. E. Browder, K. Trabelsi, [et al.] // Phys. Rev. D. — 2008. — May. — Vol. 77, issue 9. — P. 091103. — DOI: 10.1103/PhysRevD.77.091103.
126. P. Avery Applied Fitting Theory VI — Formulas for Kinematic Fitting // CLEO CBX. — 1999. — 98(37). — Pp. 1–22.

127. E. Farhi Quantum Chromodynamics Test for Jets // Phys. Rev. Lett. — 1977. — Dec. — Vol. 39, issue 25. — Pp. 1587–1588. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.39.1587.
128. Sphericity and thrust distributions in high energy neutrino interactions / K. Barnham, M. Bloch, K. Böckmann, [et al.] // Physics Letters B. — 1979. — Vol. 85, no. 2. — Pp. 300–303. — DOI: 10.1016/0370-2693(79)90602-6.
129. G. C. Fox, S. Wolfram Event shapes in e^+e^- annihilation // Nuclear Physics B. — 1979. — Vol. 149, no. 3. — Pp. 413–496. — DOI: 10.1016/0550-3213(79)90003-8.
130. Evidence for $B^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$ / S. H. Lee, K. Suzuki, K. Abe, [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2003. — Dec. — Vol. 91, issue 26. — P. 261801. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.91.261801.
131. Y. Freund, R. E. Schapire A Decision-Theoretic Generalization of On-Line Learning and an Application to Boosting // Journal of Computer and System Sciences. — 1997. — Vol. 55, no. 1. — Pp. 119–139. — DOI: 10.1006/jcss.1997.1504.
132. TMVA: Toolkit for Multivariate Data Analysis / A. Hoecker, P. Speckmayer, J. Stelzer, [et al.] // PoS. — 2007. — Vol. ACAT. — P. 040. — arXiv: physics/0703039.
133. T. Skwarnicki A study of the radiative CASCADE transitions between the Upsilon-Prime and Upsilon resonances: PhD thesis / Skwarnicki Tomasz. — Cracow, INP, 1986.
134. A detailed test of the CsI(Tl) calorimeter for BELLE with photon beams of energy between 20 MeV and 5.4 GeV / H. Ikeda, A. Satpathy, B. Ahn, [et al.] // Nuclear Instruments and Methods A. — 2000. — Vol. 441, no. 3. — Pp. 401–426. — DOI: 10.1016/S0168-9002(99)00992-4.
135. Search for hadronic $b \rightarrow u$ decays / H. Albrecht, R. Glaser, G. Harder, [et al.] // Physics Letters B. — 1990. — Vol. 241, no. 2. — Pp. 278–282. — DOI: 10.1016/0370-2693(90)91293-K.

136. W. Verkerke, D. P. Kirkby The RooFit toolkit for data modeling // eConf. — 2003. — Vol. C0303241. — P. 186. — arXiv: physics/0306116 [physics].
137. B. A. Murtagh, M. A. Saunders A projected Lagrangian algorithm and its implementation for sparse nonlinear constraints // Algorithms for Constrained Minimization of Smooth Nonlinear Functions / ed. by A. G. Buckley, J.-. L. Goffin. — Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 1982. — Pp. 84–117. — DOI: 10.1007/BFb0120949.
138. M. Röhrken Time-Dependent CP Violation Measurements. — Springer International Publishing, 2014. — DOI: 10.1007/978-3-319-00726-7.

Приложение А

Формализм с учетом CP-нарушения в смешивании D-мезонов

Обозначим амплитуду перехода D^0 (\bar{D}^0) в конечное состояние f через \mathcal{A}_D ($\bar{\mathcal{A}}_D$). В случае распада в три бесспиновые частицы, амплитуда D^0 зависит от двух кинематических параметров. Мы будем использовать переменные Далица m_{12}^2 и m_{13}^2 . Плотность распределения Далица для распада D^0 в отсутствие осцилляций D -мезонов равна

$$\mathcal{P}(m_{12}^2, m_{13}^2) = |\mathcal{A}_D(m_{12}^2, m_{13}^2)|^2. \quad (\text{A.1})$$

Учет осцилляции D -мезонов изменяет это выражение следующим образом:

$$\mathcal{P}'(m_{12}^2, m_{13}^2, t) = \left| \varkappa_D(t) \mathcal{A}_D + i \frac{q}{p} \sigma_D(t) \bar{\mathcal{A}}_D \right|^2, \quad (\text{A.2})$$

где t обозначает время между рождением и распадом. Зависимость \mathcal{A}_D и $\bar{\mathcal{A}}_D$ от переменных Далица в уравнении (A.2) опущена. Временная зависимость задается выражением

$$\varkappa_D(t) + i\sigma_D(t) = e^{\frac{\Gamma_D t}{2}(-1+x_D-iy_D)}. \quad (\text{A.3})$$

Проинтегрировав выражение (A.3) по времени, получим

$$\mathcal{P}'(m_{12}^2, m_{13}^2) = a_0 \mathcal{P} + a_1 r_{CP}^2 \bar{\mathcal{P}} + r_{CP} \sqrt{\mathcal{P} \bar{\mathcal{P}}} (C^+ a_2 + S^+ a_3), \quad (\text{A.4})$$

где

$$r_{CP} e^{i\alpha_{CP}} = \frac{q}{p}, \quad C^\pm + iS^\pm = e^{i(\Delta\delta_D \pm \alpha_{CP})}, \quad (\text{A.5})$$

$\Delta\delta_D = (\delta_D(m_{12}^2, m_{13}^2) - \bar{\delta}_D(m_{12}^2, m_{13}^2))$ – разность сильных фаз между амплитудами распадов $D^0 \rightarrow f$ и $\bar{D}^0 \rightarrow f$ и

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1-y_D^2} + \frac{1}{1+x_D^2} \right) = 1 + \frac{1}{2} (-x_D^2 + y_D^2) + \mathcal{O}(x_D + y_D)^3, \\ a_1 &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1-y_D^2} - \frac{1}{1+x_D^2} \right) = \frac{1}{2} (x_D^2 + y_D^2) + \mathcal{O}(x_D + y_D)^3, \\ a_2 &= \frac{y_D}{1-y_D^2} = y_D + \mathcal{O}(x_D + y_D)^3, \\ a_3 &= \frac{x_D}{1+x_D^2} = x_D + \mathcal{O}(x_D + y_D)^3. \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Соответствующие выражения для распадов \bar{D}^0 могут быть получены посредством подстановок $p \leftrightarrow q$ и $\mathcal{P} \leftrightarrow \bar{\mathcal{P}}$:

$$\bar{\mathcal{P}}' (m_{12}^2, m_{13}^2) = a_0 \bar{\mathcal{P}} + a_1 r_{\mathcal{C}\bar{\mathcal{P}}}^{-2} \mathcal{P} + r_{\mathcal{C}\bar{\mathcal{P}}}^{-1} \sqrt{\mathcal{P}\bar{\mathcal{P}}} (C^- a_2 + S^- a_3). \quad (\text{A.7})$$

Рассмотрим теперь распад пары $D^0 \bar{D}^0$, находящейся в когерентном состоянии с $\mathcal{C} = -1$ или $\mathcal{C} = +1$. В предположении, что частица с индексом 1 распадается первой, плотность распределения Далица с учетом осцилляций D -мезонов задается выражением

$$\begin{aligned} &\mathcal{P}_{\text{сог}}^{\mathcal{C}} \left((m_{12}^2)_1, (m_{13}^2)_1, (m_{12}^2)_2, (m_{13}^2)_2 \right) \\ &= b_0^{\mathcal{C}} \left[\mathcal{P}_1 \bar{\mathcal{P}}_2 + \bar{\mathcal{P}}_1 \mathcal{P}_2 + 2\mathcal{C} \sqrt{\mathcal{P}_1 \bar{\mathcal{P}}_1 \mathcal{P}_2 \bar{\mathcal{P}}_2} (C_1 C_2 + S_1 S_2) \right] \\ &+ b_1^{\mathcal{C}} \left[r_{\mathcal{C}\bar{\mathcal{P}}}^{-2} \mathcal{P}_1 \mathcal{P}_2 + r_{\mathcal{C}\bar{\mathcal{P}}}^2 \bar{\mathcal{P}}_1 \bar{\mathcal{P}}_2 + 2\mathcal{C} \sqrt{\mathcal{P}_1 \bar{\mathcal{P}}_1 \mathcal{P}_2 \bar{\mathcal{P}}_2} (C_1^+ C_2^+ - S_1^+ S_2^+) \right] \\ &+ b_2^{\mathcal{C}} \left[\sqrt{\mathcal{P}_2 \bar{\mathcal{P}}_2} C_2^+ (r_{\mathcal{C}\bar{\mathcal{P}}} \bar{\mathcal{P}}_1 + r_{\mathcal{C}\bar{\mathcal{P}}}^{-1} \mathcal{P}_1) + \mathcal{C} \sqrt{\mathcal{P}_1 \bar{\mathcal{P}}_1} C_1^+ (r_{\mathcal{C}\bar{\mathcal{P}}} \bar{\mathcal{P}}_2 + r_{\mathcal{C}\bar{\mathcal{P}}}^{-1} \mathcal{P}_2) \right] \\ &+ b_3^{\mathcal{C}} \left[\sqrt{\mathcal{P}_2 \bar{\mathcal{P}}_2} S_2^+ (r_{\mathcal{C}\bar{\mathcal{P}}} \bar{\mathcal{P}}_1 - r_{\mathcal{C}\bar{\mathcal{P}}}^{-1} \mathcal{P}_1) + \mathcal{C} \sqrt{\mathcal{P}_1 \bar{\mathcal{P}}_1} S_1^+ (r_{\mathcal{C}\bar{\mathcal{P}}} \bar{\mathcal{P}}_2 - r_{\mathcal{C}\bar{\mathcal{P}}}^{-1} \mathcal{P}_2) \right], \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

где

$$\begin{aligned}
b_0^{\mathcal{C}} &= \frac{1}{2} \left[\frac{1 + \mathcal{C}y_D^2}{(1 - y_D^2)^2} + \frac{1 - \mathcal{C}x_D^2}{(1 + x_D^2)^2} \right] \approx a_0 + \frac{\mathcal{C} + 1}{2} (-x_D^2 + y_D^2), \\
b_1^{\mathcal{C}} &= \frac{1}{2} \left[\frac{1 + \mathcal{C}y_D^2}{(1 - y_D^2)^2} - \frac{1 - \mathcal{C}x_D^2}{(1 + x_D^2)^2} \right] \approx (\mathcal{C} + 2) a_1, \\
b_2^{\mathcal{C}} &= \frac{(1 + \mathcal{C}) y_D}{(1 - y_D^2)^2} \approx (1 + \mathcal{C}) a_2, \\
b_3^{\mathcal{C}} &= \frac{(1 + \mathcal{C}) x_D}{(1 + x_D^2)^2} \approx (1 + \mathcal{C}) a_3,
\end{aligned} \tag{A.9}$$

и $\mathcal{C} = \pm 1$ для симметричного и антисимметричного случаев. Заметим, что интерференционные члены сокращаются в случае $\mathcal{C} = -1$ и удваиваются (по сравнению со случаем некогерентного распада) в случае $\mathcal{C} = +1$.

Выражение для плотности распределения Далица распада $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$, если D -мезон рожден в процессе $B^\pm \rightarrow DK^\pm$, с учетом осцилляций D -мезонов:

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}'_{B^\pm}(m_\pm^2, m_\mp^2) &= a_0 \left[\mathcal{P} + r_B^2 \bar{\mathcal{P}} + 2\sqrt{\mathcal{P}\bar{\mathcal{P}}}(x_B \mathcal{C} + y_B S) \right] \\
&+ a_1 \left[r_{\mathcal{C}\mathcal{P}}^{\pm 2} \bar{\mathcal{P}} + r r_{\mathcal{C}\mathcal{P}}^{\mp 2} r_B^2 \mathcal{P} + 2\sqrt{\mathcal{P}\bar{\mathcal{P}}}(x_{B^\pm}^\pm \mathcal{C}^\pm - y_{B^\pm}^\pm S^\pm) \right] \\
&+ a_2 \left[x_{B^\pm}^\pm (r_{\mathcal{C}\mathcal{P}}^{\pm 1} \bar{\mathcal{P}} + r_{\mathcal{C}\mathcal{P}}^{\mp 1} \mathcal{P}) + \sqrt{\mathcal{P}\bar{\mathcal{P}}}(r_{\mathcal{C}\mathcal{P}}^{\pm 1} + r_{\mathcal{C}\mathcal{P}}^{\mp 1} r_B^2) \mathcal{C}^\pm \right] \\
&+ a_3 \left[y_{B^\pm}^\pm (r_{\mathcal{C}\mathcal{P}}^{\pm 1} \bar{\mathcal{P}} - r_{\mathcal{C}\mathcal{P}}^{\mp 1} \mathcal{P}) + \sqrt{\mathcal{P}\bar{\mathcal{P}}}(r_{\mathcal{C}\mathcal{P}}^{\pm 1} - r_{\mathcal{C}\mathcal{P}}^{\mp 1} r_B^2) S^\pm \right],
\end{aligned} \tag{A.10}$$

где $x_B^\pm = r_B \cos(\delta_B \pm \gamma \pm \alpha_{\mathcal{C}\mathcal{P}})$, $y_B^\pm = r_B \sin(\delta_B \pm \gamma \pm \alpha_{\mathcal{C}\mathcal{P}})$.

Приложение Б

Процедура проведения численных экспериментов методом Монте-Карло

В главе 2 описаны результаты численных экспериментов, полученные с помощью описанной в этом приложении процедуры.

При времяинтегрированных измерениях, наблюдаемой величиной является количество событий N_i , попавших в область фазового пространства с индексом i (будем считать, что индекс i учитывает все дискретные параметры, в том числе, например, аромат). Для нахождения значений физических параметров используется метод максимального правдоподобия с функцией правдоподобия \mathcal{L} :

$$-2 \ln \mathcal{L} = -2 \sum_i \ln P(N_i, \langle N_i \rangle), \quad (\text{Б.1})$$

где $P(N_i, \langle N_i \rangle)$ обозначает функцию распределения Пуассона для N_i наблюдаемых событий при ожидаемой величине $\langle N_i \rangle$. Если целью численного эксперимента является оценка статистической неопределенности, то значения N_i являются случайными величинами, подчиняющимися распределению Пуассона для ожидаемых значений $\langle N_i \rangle$. Среднеквадратичное отклонение найденных значений физических величин при многократном повторении численного эксперимента используется для оценки статистической неопределенности.

В случае изучения систематических смещений во времяинтегрированных измерениях, величины N_i вычисляются с помощью точных формул и фиксируются (что соответствует случаю бесконечной статистики). Величины $\langle N_i \rangle$, используемые при определении значений физических параметров, вычисляются с помощью упрощенных моделей (например, не учитывающих осцилляции D -мезонов). Полученные отличие восстановленных значений физических параметров от используемых при вычислении величин N_i , используются в качестве оценки систематического смещения.

При времязависимых измерениях, мы имеем дело с плотностями вероятности $p_i(t)$ и набором из N событий, причем событие $j \in [1, N]$ представляет

собой пару (t_j, i_j) . Функция правдоподобия в этом случае имеет вид

$$\mathcal{L} = \prod_{j=1}^N p_{i_j}(t_j). \quad (\text{Б.2})$$

Пары (t_j, i_j) всегда генерируются с использованием точных формул. Для оценки статистической неопределенности, значения физических параметров определяются с использованием точных выражения для плотностей вероятности $p_i(t)$. В случае оценки систематического смещения, плотности вероятности, используемые при определении значений физических параметров, записываются с помощью упрощенной модели, аналогично случаю времяинтегрированных измерений. Заметим, что в случае времязависимых измерений нет возможности полностью исключить статистическую неопределенность при изучении систематического смещения.

Приложение В

Кинематическая реконструкция вершин распадов

Алгоритм кинематической реконструкции распадов, упомянутый в пункте 4.1.4, реализован с помощью метода наименьших квадратов. Кинематические ограничения (например, требование на инвариантную массу частиц или требование привязки к области места встречи пучков) учитываются с помощью множителей Лагранжа.

Предполагая, что кинематические ограничения заданы в виде r уравнений в форме $\mathbf{H}(\boldsymbol{\alpha}, \mathbf{v}) = 0$, функцию χ^2 , которую минимизирует искомая вершина распада, в общем виде можно записать в следующем виде [126]:

$$\chi^2 = (\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha}_0)^T \mathbf{V}_{\boldsymbol{\alpha}_0}^{-1} (\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha}_0) + (\mathbf{v} - \mathbf{v}_0)^T \mathbf{V}_{\mathbf{v}_0}^{-1} (\mathbf{v} - \mathbf{v}_0) + \lambda^T \mathbf{H}(\boldsymbol{\alpha}, \mathbf{v}), \quad (\text{B.1})$$

где $\boldsymbol{\alpha} = (\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{\alpha}_2, \dots, \boldsymbol{\alpha}_n)$ обозначает вектор параметров n треков и $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$ обозначает координату искомой точки пересечения всех треков, $\boldsymbol{\alpha}_0$ и \mathbf{v}_0 соответствуют начальным значениям, $\mathbf{V}_{\boldsymbol{\alpha}_0}$ и $\mathbf{V}_{\mathbf{v}_0}$ — матрицы ковариаций.

Уравнения $\mathbf{H}(\boldsymbol{\alpha}, \mathbf{v}) = 0$, вообще говоря, нелинейны. Чтобы решения задачи в общем случае, эти уравнения линеаризуют, раскладывая в ряд вблизи текущих значений $\boldsymbol{\alpha}_A$ и \mathbf{v}_A :

$$\begin{aligned} 0 &= \mathbf{H}(\boldsymbol{\alpha}_A, \mathbf{v}_A) + \left. \frac{\partial \mathbf{H}(\boldsymbol{\alpha}, \mathbf{v})}{\partial \boldsymbol{\alpha}} \right|_{\boldsymbol{\alpha}_A, \mathbf{v}_A} (\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha}_A) + \left. \frac{\partial \mathbf{H}(\boldsymbol{\alpha}, \mathbf{v})}{\partial \mathbf{v}} \right|_{\boldsymbol{\alpha}_A, \mathbf{v}_A} (\mathbf{v} - \mathbf{v}_A) \\ &= \mathbf{d} + \mathbf{D}\delta\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{E}\delta\mathbf{v}. \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

При таком разложении функция χ^2 принимает вид

$$\chi^2 = (\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha}_0)^T \mathbf{V}_{\boldsymbol{\alpha}_0}^{-1} (\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha}_0) + (\mathbf{v} - \mathbf{v}_0)^T \mathbf{V}_{\mathbf{v}_0}^{-1} (\mathbf{v} - \mathbf{v}_0) + \lambda^T (\mathbf{d} + \mathbf{D}\delta\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{E}\delta\mathbf{v}). \quad (\text{B.3})$$

Минимум выражения (B.3) находится методом последовательных приближений. Детальное описание процедуры кинематической реконструкции и рассмотрение различных кинематических ограничений приведено в работе [126].

Приложение Г

Параметризация ΔE - M_{bc} распределений

Сигнальные распределения. ΔE - M_{bc} распределения для верно реконструированных событий процессов $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0}\pi^0$, $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0}[\gamma\gamma]_\eta$ и $B^0 \rightarrow \bar{D}^0\eta'$ описываются функцией вида

$$p_{\text{sig}}^{\gamma\gamma}(\Delta E, M_{bc}) = p_{\text{sig1}}^{\gamma\gamma}(\Delta E)p_{\text{sig2}}^{\gamma\gamma}(M_{bc}, \Delta E), \quad (\text{Г.1})$$

Функция $p_{\text{sig1}}^{\gamma\gamma}(\Delta E)$ имеет вид

$$p_{\text{sig1}}^{\gamma\gamma}(\Delta E) = (1 - f_l - f_r)G(\Delta E^0, \sigma) + f_l G_{\text{CB}}(\Delta E_l^0, \sigma_l, n_l, \alpha_l) + f_r G_{\text{CB}}(\Delta E_r^0, \sigma_r, n_r, \alpha_r), \quad (\text{Г.2})$$

где G обозначает функцию Гаусса, а G_{CB} обозначает модифицированную функцию Гаусса, которая впервые была использована в эксперименте Crystall Ball [133]:

$$G_{\text{CB}}(x; x_0, \alpha, n, \sigma) = h_{\text{CB}} \begin{cases} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}}, & x - x_0 > -\sigma\alpha \\ \frac{\left(\frac{n}{|\alpha|}\right)^{-n} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}}}{\left(\frac{n}{|\alpha|} - |\alpha| - \frac{x-x_0}{\sigma}\right)^{-n}}, & x - x_0 \leq -\sigma\alpha \end{cases}, \quad (\text{Г.3})$$

где нормировочная константа

$$h_{\text{CB}} = \frac{1}{\sigma \left[\frac{n}{|\alpha|} \frac{1}{n-1} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} + \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(1 + \text{erf} \left(\frac{|\alpha|}{\sqrt{2}} \right) \right) \right]} \quad (\text{Г.4})$$

и $\text{erf}(x)$ — интеграл вероятности нормального распределения (функция ошибок). Функция $p_{\text{sig2}}^{\gamma\gamma}(M_{bc}, \Delta E)$ имеет вид

$$p_{\text{sig2}}^{\gamma\gamma}(M_{bc}, \Delta E) = G_{\text{Nsk}}(M_{bc}; M_{bc}^0(\Delta E), \sigma(\Delta E), \alpha), \quad (\text{Г.5})$$

где G_{Nsk} обозначает модифицированную функцию Гаусса, впервые опубликованную в работе [134]:

$$G_{\text{Nsk}}(x; x_0, \sigma, \alpha) = h_{\text{Nsk}} e^{-\frac{1}{2\sigma_0^2} \ln^2\left(1 - \frac{\alpha(x-x_0)}{\sigma}\right) - \frac{\sigma_0^2}{2}}, \quad (\text{Г.6})$$

где h_{Nsk} — нормировочная константа,

$$\sigma_0 = \frac{2}{\eta} \sinh^{-1}\left(\frac{\alpha\eta}{2}\right), \quad \eta = 2\sqrt{\ln 4} \approx 2.36. \quad (\text{Г.7})$$

Параметры $M_{\text{bc}}^0(\Delta E)$ и $\sigma(\Delta E)$, введенные в уравнении (Г.5), являются полиномиальными функциями параметра ΔE :

$$\begin{aligned} M_{\text{bc}}^0(\Delta E) &= c_{M_{\text{bc}}^0}^{(0)} + c_{M_{\text{bc}}^0}^{(1)} \Delta E + c_{M_{\text{bc}}^0}^{(2)} \Delta E^2, \\ \sigma(\Delta E) &= c_{\sigma}^{(0)} + c_{\sigma}^{(1)} \Delta E + c_{\sigma}^{(2)} \Delta E^2. \end{aligned} \quad (\text{Г.8})$$

Такая параметризация позволяет учесть корреляцию ΔE - и M_{bc} -распределений.

Значения параметров $c_{\{M_{\text{bc}}^0, \sigma\}}^{(i)}$ определяются из событий сигнального моделирования с помощью следующей процедуры: для M_{bc} распределений в узких диапазонах параметра ΔE определялись оптимальные значения параметров M_{bc}^0 и σ ; полученные зависимости аппроксимировались полиномами второго порядка (рисунок Г.1).

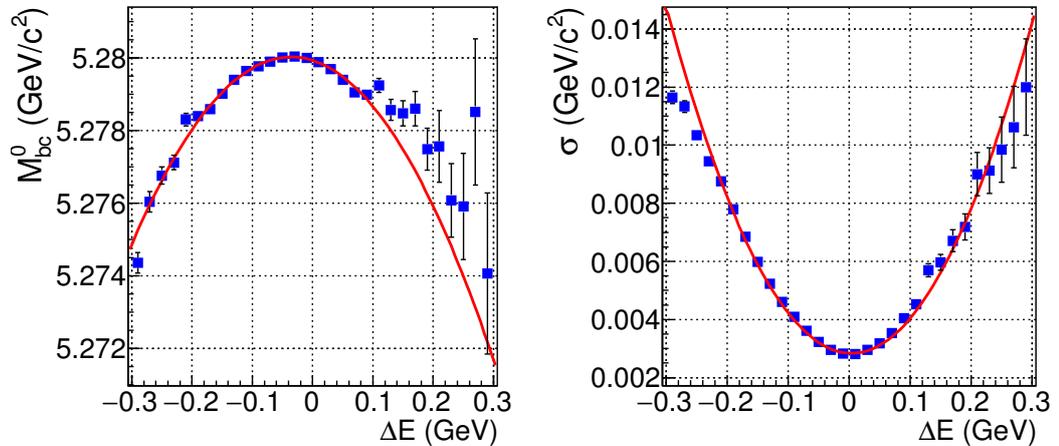


Рисунок Г.1 — Значения параметров M_{bc}^0 (слева) и σ (справа) (уравнение (Г.5)) для различных значений параметра ΔE , полученные из M_{bc} -распределений сигнального моделирования распадов $B^0 \rightarrow \bar{D}^0 \pi^0$.

ΔE - M_{bc} распределения для верно реконструированных событий процессов $B^0 \rightarrow \bar{D}^0[\pi^+\pi^-\pi^0]_\eta$ и $B^0 \rightarrow \bar{D}^0\omega$ описываются функцией

$$p_{\text{sig}}^{\pi\pi\pi^0}(\Delta E, M_{bc}) = (1 - f_{\text{tail}}^{\text{sig}})p_{\text{peak}}^{\pi\pi\pi^0}(\Delta E, M_{bc}) + f_{\text{tail}}^{\text{sig}}p_{\text{tail}}^{\pi\pi\pi^0}(\Delta E, M_{bc}). \quad (\text{Г.9})$$

Функция $p_{\text{peak}}^{\pi\pi\pi^0}$ имеет тот же вид, что приведен в уравнении (Г.1), однако зависимость параметра $M_{bc}^{0,\text{peak}}$ от ΔE описывается иначе:

$$M_{bc}^{0,\text{peak}}(\Delta E) = \mu_0 + \mu_1 G_{\text{erf}}\left(\frac{\Delta E - \varepsilon_0}{\xi}\right), \quad (\text{Г.10})$$

где G_{erf} — функция ошибок, значения параметров μ_0 , μ_1 , ε_0 и ξ определяются с помощью событий сигнального моделирования с использованием процедуры, аналогичной описанной выше (рисунок Г.2).

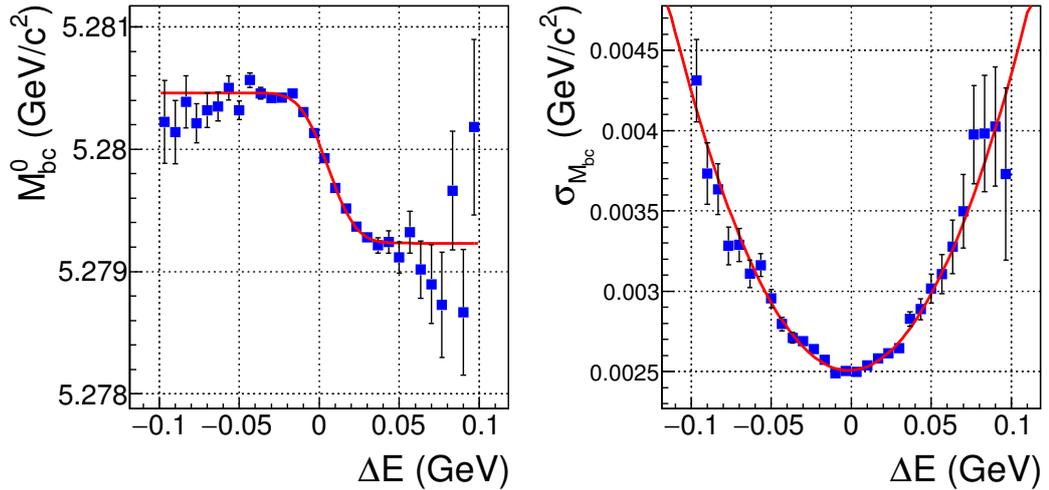


Рисунок Г.2 — Значения параметров M_{bc}^0 (слева) и σ (справа) функции $p_{\text{peak}}^{\pi\pi\pi^0}$ (уравнение (Г.9)) для различных значений параметра ΔE , полученные из M_{bc} -распределений сигнального моделирования распадов $B^0 \rightarrow \bar{D}^0\omega$.

Функция $p_{\text{tail}}^{\pi\pi\pi^0}$ описывает события, в которых один из фотонов конечного состояния не связан с распадом B_{rec} (комбинаторный фотон). Наличие одного комбинаторного фотона не влияет на определение вершин распадов, а значит не влияет на измеряемые параметры \mathcal{CP} -нарушения. Функция $p_{\text{tail}}^{\pi\pi\pi^0}$ имеет следующий вид:

$$p_{\text{tail}}^{\pi\pi\pi^0}(\Delta E, M_{bc}) = p_{\text{tail1}}^{\pi\pi\pi^0}(\Delta E)p_{\text{tail2}}^{\pi\pi\pi^0}(M_{bc}, \Delta E), \quad (\text{Г.11})$$

где

$$p_{\text{tail1}}^{\pi\pi\pi^0}(\Delta E) = (1 - f_l^{\text{tail}})G(\Delta E^{0,\text{tail}}, \sigma^{\text{tail}}) + f_l^{\text{tail}}G_{\text{CB}}(\Delta E_l^{0,\text{tail}}, \sigma_l^{\text{tail}}, n_l^{\text{tail}}, \alpha_l^{\text{tail}}), \quad (\text{Г.12})$$

и $n_l^{\text{tail}} = 2$. Функция $p_{\text{tail2}}^{\pi\pi\pi^0}(M_{\text{bc}}, \Delta E)$ имеет тот же вид, что функция, определенная в уравнении (Г.5). Корреляция между распределениями ΔE и M_{bc} описывается аналогично форме, определенной в уравнении (Г.8).

Комбинаторный фон от $q\bar{q}$ -событий. ΔE - M_{bc} распределения фоновых событий из $q\bar{q}$ -событий описывается функцией

$$p_{\text{cnt}}(\Delta E, M_{\text{bc}}) = T_2(\Delta E) \times p_{\text{Argus}}(M_{\text{bc}}), \quad (\text{Г.13})$$

где T_2 обозначает полином Чебышева первого рода второго порядка и p_{Argus} обозначает функцию, опубликованную группой ARGUS в работе [135]

$$p_{\text{Argus}}(M_{\text{bc}}; \alpha, E_{\text{beam}}^*) = M_{\text{bc}} \sqrt{1 - \left(\frac{M_{\text{bc}}}{E_{\text{beam}}^*}\right)^2} e^{-\alpha \left(1 - \left(\frac{M_{\text{bc}}}{E_{\text{beam}}^*}\right)^2\right)}. \quad (\text{Г.14})$$

Комбинаторный фон от $B\bar{B}$ -событий. ΔE - M_{bc} распределения комбинаторного фона из $B\bar{B}$ -событий, для всех сигнальных процессов, кроме $B^0 \rightarrow \bar{D}^{*0}\pi^0$, описываются функцией

$$p_{\text{cmb}}(\Delta E, M_{\text{bc}}) = p_{\text{exp}}(\Delta E) \times p_{\text{Argus}}(M_{\text{bc}}), \quad (\text{Г.15})$$

где p_{exp} обозначает плотность экспоненциального распределения

$$p_{\text{exp}}(\Delta E) = \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{\Delta E_0 - \Delta E}{\lambda}}. \quad (\text{Г.16})$$

Значительная доля фона для процесса $B^0 \rightarrow \bar{D}^{*0}\pi^0$ обусловлена процессом $B^+ \rightarrow \bar{D}^0\rho^+$. Вместо заряженного π -мезона из распада ρ^+ -мезона может быть выбран случайный нейтральный π -мезон, необходимый для формирования D^{*0} -кандидата. Распределения ΔE и M_{bc} для таких событий приведены на рисунке Г.3. Форма этого распределения отличается от формы распределений других компонент фона. Кроме того, распределения ΔE и M_{bc} для этих собы-

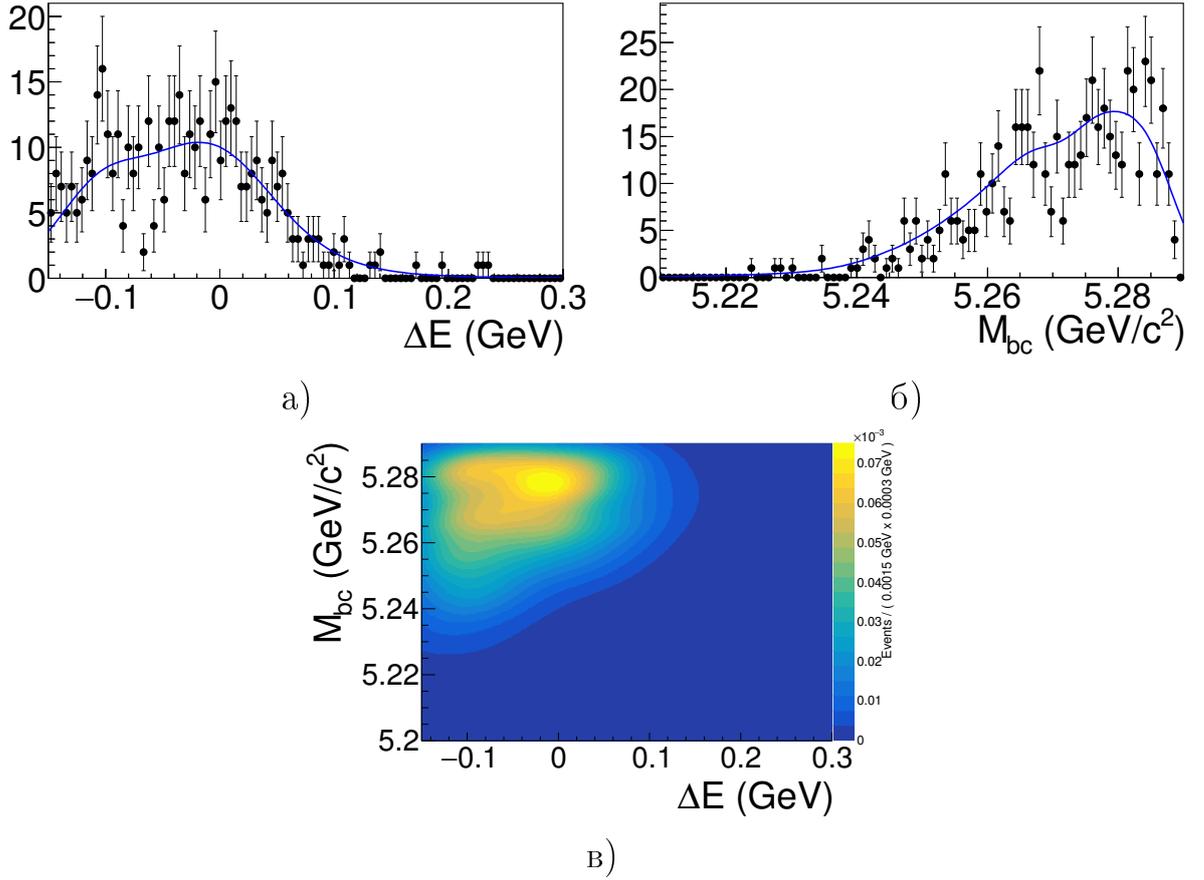


Рисунок Г.3 — События общего моделирования: а) распределение ΔE в сигнальной области параметра M_{bc} , б) распределение M_{bc} в сигнальной области ΔE и в) двумерное ΔE - M_{bc} распределение для событий $B^+ \rightarrow \bar{D}^0 \rho^+$, реконструированных как $B^0 \rightarrow \bar{D}^{*0} \pi^0$. Форма распределения описана с помощью инструмента RooNDKeys [136].

тий имеют значительную корреляцию. Эта компонента ($p_{D\rho}(\Delta E, M_{bc})$) описывается отдельно, непараметрически, с помощью инструмента RooNDKeys [136]. Таким образом, ΔE - M_{bc} распределение комбинаторного фона из $B\bar{B}$ -событий для процесса $B^0 \rightarrow \bar{D}^{*0} \pi^0$ описывается функцией

$$p_{\text{cmb}}^{B^0 \rightarrow \bar{D}^{*0} \pi^0}(\Delta E, M_{bc}) = (1 - f_{D\rho}) p_{\text{cmb}}(\Delta E, M_{bc}) + f_{D\rho} p_{D\rho}(\Delta E, M_{bc}), \quad (\text{Г.17})$$

где $f_{D\rho}$ — доля комбинаторного фона из $B\bar{B}$ -событий, обусловленная процессом $B^+ \rightarrow \bar{D}^0 \rho^+$.

Фон от не полностью реконструированных распадов B -мезонов. Процесс $B^- \rightarrow D^0 \rho^-$, при потере заряженного π -мезона из распада ρ^- , может быть

реконструирован как $B^0 \rightarrow \bar{D}^0\pi^0$. Аналогично, процесс $B^- \rightarrow D^{*0}\rho^-$ может быть реконструирован как $B^0 \rightarrow \bar{D}^{*0}\pi^0$. В обоих случаях энергия реконструированного B -кандидата будет меньше верного значения. Фон от таких событий приводит к структуре в распределении ΔE в диапазоне $[-0.3 \text{ ГэВ}, -0.1 \text{ ГэВ}]$ с резким спадом в диапазоне $[-0.15 \text{ ГэВ}, -0.10 \text{ ГэВ}]$. События $B^- \rightarrow D^{*-}h^0$, реконструированные как $B^0 \rightarrow \bar{D}^0h^0$, приводят к схожему ΔE - M_{bc} распределению, однако их доля невелика. С учетом данных особенностей, распределение ΔE для $B^+ \rightarrow \bar{D}^{(*)0}\rho^+$ событий можно параметризовать функцией

$$p_{\text{peak}}(\Delta E) \propto 1 + \zeta_1 (\Delta E - \Delta E_0) + s \ln \left(1 + be^{\frac{(\zeta_r - \zeta_l)(\Delta E - \Delta E_0)}{s}} \right), \quad (\text{Г.18})$$

которая определена в интервале $[-0.15 \text{ ГэВ}, 0.30 \text{ ГэВ}]$ и описывает две прямые линии, гладко соединенные вблизи точки ΔE_0 .

В распределении M_{bc} такие события дают широкий пик около массы B -мезона. Для процессов $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0}\pi^0$, $B^0 \rightarrow \bar{D}^{(*)0}[\gamma\gamma]_\eta$ и $B^0 \rightarrow \bar{D}^0\eta'$ фоновое распределение M_{bc} от процессов $B^+ \rightarrow \bar{D}^{(*)0}\rho^+$ описывается функцией

$$p_{\text{peak}}^{\gamma\gamma}(\Delta E, M_{bc}) = G_{\text{Nsk}}(M_{bc}^0(\Delta E), \sigma(\Delta E), \alpha), \quad (\text{Г.19})$$

где параметры M_{bc}^0 и σ являются линейными функциями ΔE . В случае процессов $B^0 \rightarrow \bar{D}^0[\pi^+\pi^-\pi^0]_\eta$ и $B^0 \rightarrow \bar{D}^0\omega$, соответствующие M_{bc} распределения не имеют значительной корреляции с ΔE распределениями и параметризованы функцией

$$p_{\text{peak}}^{\pi\pi\pi^0}(M_{bc}) = (1 - f_G)p_{\text{Argus}}(M_{bc}) + f_G G(M_{bc}). \quad (\text{Г.20})$$

Приложение Д

Параметризация временного разрешения в эксперименте Belle

Введенная в уравнении (4.17) (пункт 4.4.2) функция $\mathcal{R}(\Delta t)$, описывающая временное разрешение для верно реконструированных событий, имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{R}(\Delta t) = & \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{R}_{\text{det}}^{\text{rec}}(\Delta t - \Delta t') \mathcal{R}_{\text{det}}^{\text{asc}}(\Delta t' - \Delta t'') \\ & \times \mathcal{R}_{\text{np}}(\Delta t'' - \Delta t''') \mathcal{R}_{\text{k}}(\Delta t''') d\Delta t' d\Delta t'' d\Delta t'''. \end{aligned} \quad (\text{Д.1})$$

Функции $\mathcal{R}_{\text{det}}^{\text{rec}}$ и $\mathcal{R}_{\text{det}}^{\text{asc}}$ описывают детекторное разрешение при измерении вершин сигнального и помечающего B -мезонов, соответственно. Функция \mathcal{R}_{np} описывает смещение при определении вершины помечающего B -мезона, возникающее из-за использования заряженных частиц из распадов долгоживущих частиц, таких как K_S^0 - или D -мезоны. Функция \mathcal{R}_{k} описывает искажение распределения Δt , возникающее в результате использования приближения о том, что B -мезоны покоятся в СЦМ.

Детекторное разрешение. Детекторное разрешение для вершин, реконструированных с использованием *двух и более треков*, параметризовано следующим образом:

$$\mathcal{R}_{\text{det}}^{\text{q,mult}}(\delta z_{\text{q}}) = G(\delta z_{\text{q}}; (s_{\text{q}}^0 + s_{\text{q}}^1 h) \sigma_{z_{\text{q}}}), \quad \text{q} \in \{\text{rec, asc}\}. \quad (\text{Д.2})$$

Здесь $\delta z_{\text{q}} = z_{\text{q}}^{\text{fit}} - z_{\text{q}}^{\text{gen}}$ обозначает ошибку при реконструкции вершины распада B -мезона; G обозначает функцию Гаусса; $\sigma_{z_{\text{q}}}$ обозначает оценку неопределенности определения вершины распада, которую возвращает алгоритм кинематической реконструкции; h обозначает величину χ^2 , возвращаемую алгоритм кинематической реконструкции, из которой изъято слагаемое, отвечающее за привязку к области взаимодействия пучков; s_{q}^0 и s_{q}^1 — коэффициенты. Заметим, что параметры $\sigma_{z_{\text{q}}}$ и h определяются независимо для каждого события на основе результата алгоритма кинематической реконструкции. Ес-

ли вместо величины h использовать полное значение χ^2 , то возникает нежелательная корреляция между χ^2 и измеренным значением Δt . При определении функций $\mathcal{R}_{\text{det}}^{\text{q,mult}}$ согласно выражению (Д.2), коэффициенты s_{q}^0 и s_{q}^1 не зависят от конечного состояния и могут быть определены с помощью экспериментальных данных.

Характерное пространственное разрешение при определении координаты многотрековой вершины сигнального B -мезона составляет приблизительно 70 мкм. Для помечающего B -мезона (без учета влияния треков из вторичных вершин) эта величина составляет приблизительно 100 мкм.

Если вершина распада восстанавливается с использованием единственного трека (посредством проецирования траектории на область взаимодействия пучков), то величина h не имеет смысла, а детекторное разрешение параметризуется следующим образом:

$$\mathcal{R}_{\text{det}}^{\text{q,sing}}(\delta z_{\text{q}}) = (1 - f_{\text{q}}^{\text{tail}}) G(\delta z_{\text{q}}; s_{\text{q}}^{\text{main}} \sigma_{z_{\text{q}}}) + f_{\text{q}}^{\text{tail}} G(\delta z_{\text{q}}; s_{\text{q}}^{\text{tail}} \sigma_{z_{\text{q}}}). \quad (\text{Д.3})$$

Влияние вторичных вершин. Вид функции \mathcal{R}_{np} определялся с помощью событий специального моделирования. При генерировании этих событий время жизни долгоживущих частиц в продуктах распада B -мезонов было установлено равным нулю. Изучение полученного разрешения и сравнение его с разрешением при обычной процедуре моделирования позволило определить вид функции \mathcal{R}_{np} :

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{\text{np}}(z_{\text{asc}}) = f_{\delta} \delta^{\text{Dirac}}(z_{\text{asc}}) + (1 - f_{\delta}) \left[f_{\text{p}} E_{\text{p}}(z_{\text{asc}}; c(\beta\gamma) \Upsilon(4S) \tau_{\text{np}}^{\text{p}}) \right. \\ \left. + (1 - f_{\text{p}}) E_{\text{n}}(z_{\text{asc}}; c(\beta\gamma) \Upsilon(4S) \tau_{\text{np}}^{\text{n}}) \right], \end{aligned} \quad (\text{Д.4})$$

где δ^{Dirac} обозначает функцию Дирака, f_{δ} и f_{p} — постоянные коэффициенты и

$$E_{\text{p}}(x; \tau) = \begin{cases} \frac{1}{\tau} e^{-\frac{x}{\tau}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}, \quad E_{\text{n}}(x; \tau) = \begin{cases} 0, & x > 0 \\ \frac{1}{\tau} e^{\frac{x}{\tau}}, & x \leq 0 \end{cases}. \quad (\text{Д.5})$$

Значения коэффициентов f_{δ} и f_{p} различаются для случаев, когда при определении аромата B -мезона используется высокоэнергичный лептон и когда такого лептона нет.

Если вершина помечающего B -мезона восстанавливается с использованием нескольких треков, что эффективные времена жизни $\tau_{\text{np}}^{\text{p}}$ и $\tau_{\text{np}}^{\text{n}}$ задаются с использованием результатов кинематической реконструкции:

$$\begin{aligned} \tau_{\text{np,mult}}^{\text{p}} &= s_{\text{np}}^{\text{global}} \left[\tau_{\text{p}}^0 + \tau_{\text{p}}^1 \frac{\sigma_{z_{\text{asc}}}}{c(\beta\gamma)\Upsilon(4S)} + \tau_{\text{p}}^2 h_{\text{asc}} + \tau_{\text{p}}^3 \frac{\sigma_{z_{\text{asc}}}}{c(\beta\gamma)\Upsilon(4S)} h_{\text{asc}} \right], \\ \tau_{\text{np,mult}}^{\text{n}} &= s_{\text{np}}^{\text{global}} \left[\tau_{\text{n}}^0 + \tau_{\text{n}}^1 \frac{\sigma_{z_{\text{asc}}}}{c(\beta\gamma)\Upsilon(4S)} + \tau_{\text{n}}^2 h_{\text{asc}} + \tau_{\text{n}}^3 \frac{\sigma_{z_{\text{asc}}}}{c(\beta\gamma)\Upsilon(4S)} h_{\text{asc}} \right]. \end{aligned} \quad (\text{Д.6})$$

В случае однотрековых вершин используется упрощенная модель с постоянными эффективными временами $\tau_{\text{np}}^{\text{p,sing}}$ и $\tau_{\text{np}}^{\text{n,sing}}$.

Все параметры, описывающие влияние треков из вторичных вершин распада помечающего B -мезона, определяются с помощью событий моделирования. Влияние треков из вторичных вершин приводит к увеличению характерного разрешения для многотрековых вершин помечающего B -мезона приблизительно до 130 мкм. Характерное разрешение для однотрековых вершин составляет приблизительно 270 мкм.

Учет кинематического приближения. Предположение о том, что B -мезоны в СЦМ покоятся, позволяет использовать приближение (1.52), однако приводит к необходимости учитывать это приближение в функции разрешения. Отличие Δt , полученного с помощью этого приближения от верного значения разности собственных времен распадов B -мезонов задается выражением

$$\begin{aligned} x &= \Delta t - \Delta t_{\text{true}} = \frac{z_{\text{rec}} - z_{\text{asc}}}{c(\beta\gamma)\Upsilon(4S)} - (t_{\text{rec}} - t_{\text{asc}}) \\ &= \frac{(\beta\gamma)_{B_{\text{rec}}}}{(\beta\gamma)\Upsilon(4S)} t_{\text{rec}} + \frac{(\beta\gamma)_{B_{\text{asc}}}}{(\beta\gamma)\Upsilon(4S)} t_{\text{asc}} = (a_{\text{k}} + c_{\text{k}} - 1) t_{\text{rec}} - (a_{\text{k}} - c_{\text{k}} - 1) t_{\text{asc}}, \end{aligned} \quad (\text{Д.7})$$

где

$$a_{\text{k}} = \frac{E_{B_{\text{rec}}}^{\text{СЦМ}}}{m_B}, \quad c_{\text{k}} = \frac{p_{B_{\text{rec}}}^{\text{СЦМ}} \cos \theta_{B_{\text{rec}}}^{\text{СЦМ}}}{(\beta)\Upsilon(4S) m_B} \quad (\text{Д.8})$$

и $E_{B_{\text{rec}}}^{\text{СЦМ}} \approx 5.292$ ГэВ, $p_{B_{\text{rec}}}^{\text{СЦМ}} \approx 0.340$ ГэВ/с и $\theta_{B_{\text{rec}}}^{\text{СЦМ}}$ обозначают энергию, импульс и угол относительно оси пучков реконструированного B -мезона в СЦМ.

Дальнейшее рассмотрение позволяет получить выражение для функции \mathcal{R}_k [138]:

$$\mathcal{R}_k(x) = \begin{cases} E_p(x - (a_k - 1)\Delta t_{\text{true}} + c_k|\Delta t_{\text{true}}|; \tau_B|c_k|), & \cos \theta_{B_{\text{rec}}}^{\text{СИМ}} > 0, \\ \delta^{\text{Dirac}}(x - (a_k - 1)\Delta t_{\text{true}}), & \cos \theta_{B_{\text{rec}}}^{\text{СИМ}} = 0, \\ E_n(x - (a_k - 1)\Delta t_{\text{true}} + c_k|\Delta t_{\text{true}}|; \tau_B|c_k|), & \cos \theta_{B_{\text{rec}}}^{\text{СИМ}} < 0. \end{cases} \quad (\text{Д.9})$$

Свертка точной плотности вероятности $\mathcal{P}(\Delta t_{\text{true}})$ с функцией $\mathcal{R}_k(x = \Delta t - \Delta t_{\text{true}})$ позволяет получить ожидаемую плотность вероятности для параметра Δt .

Функция \mathcal{R}_k не содержит свободных параметров, однако использование кинематического приближения (1.52) приводит к увеличению пространственного разрешения приблизительно на 35 мкм.