

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ ИМ. Г. И. БУДКЕРА
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

Юров Дмитрий Викторович

**Численная модель DO_L и расчеты параметров
осесимметричной открытой ловушки**

01.04.08 – Физика плазмы

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Научный руководитель

кандидат физико-математических наук

Приходько Вадим Вадимович

Новосибирск – 2016

Оглавление

Введение	4
Глава 1. Численная модель DOI для описания плазменных процессов в открытой осесимметричной ловушке	12
1.1. Кинетическое уравнение на функцию распределения быстрых ионов	13
1.2. Модель процессов взаимодействия быстрых ионов с плазмой	17
1.3. Взаимодействие заряженных частиц с атомами	22
1.4. Баланс частиц и энергии фоновой плазмы	27
1.5. Расчет интенсивности термоядерных реакций с учетом конечного размера ларморовских орбит быстрых ионов	36
1.6. Выводы к первой главе	41
Глава 2. Тестовые расчеты с помощью кода DOI	43
2.1. Сравнение результатов работы кода DOI с экспериментальными данными установки ГДЛ	43
2.2. Сравнительный анализ параметров источника нейтронов для материаловедческих исследований	50
2.3. Влияние свойств интеграла столкновений на функцию распределения быстрых ионов	55
2.4. Выводы ко второй главе	61
Глава 3. Систематическая оптимизация источника нейтронов на основе открытой ловушки	62
3.1. Необходимое КПД реакций синтеза в ИН для гибридной системы–дожигателя	63
3.2. Постановка численного эксперимента	70

3.2.1.	Базовая схема источника нейтронов	70
3.2.2.	Серии вычислений и применяемые ограничения	73
3.2.3.	Методы оптимизации и варьируемые параметры	76
3.3.	Результаты расчетов	79
3.3.1.	Результаты моделирования базовой конфигурации источника нейтронов (серии GDT-0 и GDMT-0)	79
3.3.2.	Зависимости максимального КПД термоядерных реакций от длины установки и полной мощности нагрева (серии NS-L и NS-P)	88
3.4.	Выводы к третьей главе	93
Заключение		97
Приложение А. Частота потерь нейтралов из плазмы		101
Приложение Б. Зависимость КПД термоядерных реакций от соотношения потоков инжекции дейтерия и трития		105
Приложение В. Оптимизационные алгоритмы		108
Приложение Г. Результаты серий вычислений NS-P и NS-L		112
Список литературы		117

Введение

С конца 70-х годов XX века в ИЯФ СО РАН ведется работа над газодинамической открытой ловушкой (ГДЛ) для удержания высокотемпературной плазмы, концепция которой была впервые изложена в работе [1]. Помимо перспективы создания термоядерного реактора на основе ГДЛ, с самого начала экспериментальных и теоретических исследований также рассматривалась идея ее использования в качестве мощного термоядерного источника нейтронов (ИН).

Разумеется, исследования концепции ГДЛ предполагают в том числе и разработку численных моделей плазменных процессов в ловушке. С конца 80-х годов в рамках исследований концепции ГДЛ был разработан ряд численных моделей, пригодных как для сопровождения экспериментов ГДЛ, так и для оценки параметров ИН на ее основе. В ИЯФ СО РАН на этапе создания “водородного прототипа” источника нейтронов для материаловедческих исследований была создана нуль-мерная (т. е. не принимающая во внимание зависимость параметров плазмы от пространственных координат) полу-аналитическая модель для расчета стационарных состояний ИН [2], а позже — динамический код ITCS (Integrated Transport Code System) [3], учитывавший как аксиальные, так и радиальные зависимости параметров плазмы. Также для расчета параметров плазмы в ИН на основе ГДЛ в работах [4, 5] применялась модель FPC2 (Fokker-Planck Code for 2D velocity space), опять же нуль-мерная. Все перечисленные коды обладают теми или иными недостатками. В случае математической модели [2] это слишком упрощенное приближение интеграла столкновений для кинетического уравнения на функцию распределения быстрых (плещущихся) ионов, согласно которому влияние быстрых частиц учитывается только при вычислении коэффициента угловой диффузии в виде добавки плотности быстрых ионов к плотности фоновой плазмы; помимо этого, данная модель предусматривает расчет только стационарных состояний плазмы в ловушке.

В случае кода ITCS используется упрощенный интеграл столкновений, подразумевающий замену функции распределения быстрых частиц при вычислении коэффициентов торможения и диффузии на максвелловское распределение с $T_f = 2/3 \langle E_f \rangle$, где T_f — эквивалентная температура быстрых частиц, $\langle E_f \rangle$ — средняя энергия их распределения. Помимо этого, в ITCS не учитывается обмен энергии между быстрыми ионами и магнитным полем при изменении последнего, а модель продольного удержания фоновой плазмы ограничена газодинамическим режимом. Модель FPC2 также подразумевает вычисление функции распределения быстрых частиц с учетом взаимодействия только с максвеллизованными компонентами плазмы.

Приближения такого рода допустимы в том случае, если быстрые ионы с существенно немаксвелловским распределением представляют собой малую добавку к фоновой плазме. Однако в современных экспериментах ГДЛ быстрые ионы вносят гораздо более существенный вклад (соотношение плотностей фоновой плазмы n_c и быстрых частиц n_f в центральном сечении ловушки $n_f/n_c \sim 1$), что, по-видимому, будет верным и для мощных ИН на ее основе. Кроме того, при экспериментальных параметрах установки ГДЛ, достигнутых в настоящее время, длина свободного пробега фоновых ионов сравнима по порядку величины с длиной ловушки, и речь идет скорее об удержании фоновых частиц в режиме, переходном между газодинамическим и адиабатическим.

Соображения, описанные выше, привели к задаче разработки новой математической модели и соответствующего кода, учитывающих современное состояние газодинамической ловушки. Дополнительным требованием к коду стали малое время вычислений для возможности проведения оптимизационных расчетов при проектировании модификаций ГДЛ и приложений на ее основе и возможность расчета нестационарных состояний плазмы, что необходимо для моделирования проводимых на установке экспериментов. Наконец, в рамках численной модели требовалось предусмотреть возможность оценки параметров

осесимметричных открытых ловушек с улучшенным продольным удержанием. В частности, речь идет о концепции газодинамической многопробочной ловушки (ГДМЛ) [6], экспериментальная апробация которой планируется в рамках проекта ГОЛ–NB [7].

Целью диссертационной работы стало решение двух задач:

1. Построение численной модели и реализация кода на ее основе с учетом требований, определенных выше.
2. Проведение параметрической оптимизации источника нейтронов на основе открытой осесимметричной ловушки, предназначенного для использования в подкритичной гибридной системе (ГС).

Первая задача, помимо построения модели и ее реализации в программном коде, также подразумевала валидацию созданного кода путем сравнения результатов вычислений с экспериментальными данными установки ГДЛ и данными, полученными с помощью нуль–мерной модели [2] и системы ITCS. Также эта задача включала в себя проведение расчетов, необходимых для объяснения значимости его усовершенствований относительно моделей, ранее использовавшихся для моделирования открытых ловушек, близких к ГДЛ. Вторая задача, с одной стороны, позволяет продемонстрировать возможности модели. С другой стороны, вопрос о возможности применения ИН на основе газодинамической ловушки для генерации первичных нейтронов в гибридной системе актуален ввиду высокой активности исследований гибридных систем и потенциальными преимуществами ГС перед традиционными реакторами в рамках задачи замыкания ядерного топливного цикла. Это, в частности, возможность работы с топливными составами с малой долей запаздывающих нейтронов и возможность достижения предельной скорости дожигания младших актинидов (около 45 кг вещества в расчете на ТВт·ч тепловой энергии, выделяемой в реакторной

сборке) [8]. В рамках решения второй задачи на предварительном этапе были определены требования к ИН гибридной системы. Параметрический анализ проводился с использованием систематических методов оптимизации, причем на искомые конфигурации ИН накладывались ограничения, обеспечивающие их физическое правдоподобие.

Исходя из сказанного выше, **актуальность** построения новой численной модели определяется необходимостью численного сопровождения экспериментов на установке ГДЛ, а также необходимостью оценки параметров плазмы в предполагаемых модификациях и приложениях газодинамической ловушки. Помимо этого, оценка параметров в осесимметричных ловушках с улучшенным продольным удержанием, рассматриваемых в настоящее время в ИЯФ СО РАН, также требует развития новой численной модели. Актуальность параметрической оптимизации ИН для подкритических гибридных систем определяется перспективностью применения ГС в рамках задачи замыкания ядерного топливного цикла.

В результате работы был разработан код DOL (см. главу 1), который позволяет учесть зависимость характеристик плазмы от положения вдоль оси симметрии ловушки в отличие от нуль-мерных кодов [2, 5, 9]. Таким образом, код DOL является одномерным. Как будет показано в главе 2, учет аксиальных зависимостей параметров плазмы критически важен при оценке характеристик источника нейтронов. С другой стороны, в отличие от системы ITCS¹, в DOL предусмотрен расчет потерь частиц и энергии как для газодинамического, так и адиабатического режимов продольного удержания. Наконец, еще одной отличительной особенностью построенной численной модели является более точная

¹ Отметим, что несмотря на возможность расчета параметров фоновой плазмы в ITCS, в большинстве исследований, использовавших это программное обеспечение и посвященных расчету параметров плазмы в газодинамической ловушке и ИН на основе ГДЛ (к примеру, см. работы [10–12]), применялся только модуль MCFIT, предназначенный для моделирования процессов с участием быстрых ионов, а характеристики фоновой плазмы были фиксированы.

аппроксимация взаимодействия быстрых ионов с плазмой, учитывающая влияние энергетического профиля распределения быстрых частиц на коэффициенты торможения и диффузии в пространстве скоростей. Тем не менее, следует сказать, что за рубежом разрабатывались и более точные баунс–усредненные модели, с этапами развития которых можно ознакомиться в монографии [13]. Они, однако, были преимущественно ориентированы на вычисление параметров плазмы в ловушках с адиабатическим режимом удержания частиц.

С другой стороны, рассматривая вторую из целей исследования, параметрическую оптимизацию ИН на основе ГДЛ, нужно отметить следующее. Несмотря на обилие публикаций по данной тематике (в пример можно привести работы [4, 9–12, 14–16]), подавляющее большинство работ не использовало систематических алгоритмов оптимизации для нахождения конфигурации ИН, наилучшим образом отвечающей задаче. В работе [2] (единственной из использовавших систематические методы оптимизации, известной автору настоящей диссертации) для расчета параметров плазмы в ИН применялась упрощенная нуль–мерная модель, не учитывавшая, к примеру, процесс прямого нагрева фоновых ионов быстрыми частицами (сравнение результатов расчетов с помощью кода DOL с данными работы [2] приведено в разделе 2.2). Кроме этого, параметрическая оптимизация была проведена только для одного (“базового”) варианта ИН, при этом в настоящее время уже нельзя достоверно установить использованную методику поиска оптимума. Таким образом, **научная новизна** представляемой диссертационной работы состоит в применении более совершенных средств и методов вычислений для нахождения параметров ИН на основе ГДЛ и, соответственно, уточнении полученных в ранее проведенных исследованиях результатов.

Теоретическая и практическая значимость работы определяется как развитыми средствами моделирования, так и полученными результатами вычислений. Разработанный код DOL был применен для расчета энергетиче-

ского спектра продольного потока ионов из установки ГДЛ и интерпретации соответствующих экспериментальных данных [17], для вычисления параметров установки ГДЛ после предполагаемой модернизации ее системы нагрева [18] и оценки предполагаемых параметров плазмы в установке ГОЛ–NB [7]. Методику параметрической оптимизации, использованную в настоящей работе, также можно использовать при проектировании различных модификаций и приложений ГДЛ. К примеру, методика расчетов и код DOL были использованы в работе [19] для оценки характеристик D–D источника нейтронов, предназначенного для исследований характеристик ториевого топлива. Наконец, результаты расчетов, полученные в настоящей работе, необходимо учитывать при создании ИН на основе ГДЛ или ГДМЛ для приложений атомной энергетики или для материаловедческих задач. Результаты, полученные в разделе 3.3.2, могут быть использованы для быстрой оценки сверху достижимого КПД термоядерных реакций в D–T ИН с длиной порядка нескольких десятков метров и мощностью нагрева плазмы порядка нескольких десятков МВт.

Положения, выносимые на защиту:

- Создана численная нестационарная модель плазмы в осесимметричной открытой ловушке. В модели используются кинетическое уравнение для функции распределения быстрых (плещущихся) ионов с усреднением по баунс–орбитам и уточненным приближением интеграла столкновений для расчета процессов взаимодействия быстрых ионов с плазмой; уравнение для расчета самосогласованного магнитного поля; уравнения баланса частиц и энергии фоновой плазмы, пригодные для расчета параметров фоновой плазмы в газодинамическом, адиабатическом и промежуточном режимах продольного удержания; уравнения для описания взаимодействия атомов с плазмой; уравнения для расчета скорости ядерных реакций синтеза с учетом эффекта конечного размера ларморовских орбит быстрых

ионов. На основе численной модели реализован код DOL.

- Проведен сравнительный анализ приближений, используемых при вычислении коэффициентов торможения и рассеяния быстрых ионов, на примере расчета характеристик плазмы в ловушке, параметрически близкой к установке ГДЛ. Установлено, что использование уточненного вида интеграла приводит к отличию скорости D–D реакции синтеза в 1.3-2 раза от расчета с интегралом столкновений в приближении релаксации пучка быстрых ионов в холодной плазме. Указанное расхождение наблюдается, когда отношение температуры электронов к энергии инжектируемых быстрых частиц превышает 0.05, а плотность быстрых частиц близка к плотности фоновых ионов.
- В результате сравнительного анализа данных, полученных с помощью кода DOL и использовавшейся ранее нуль-мерной модели, уточнены результаты предыдущих расчетов мощности реакций синтеза в материаловедческом источнике нейтронов на основе ГДЛ с использованием нуль-мерной модели. Указанное уточнение получено в коде DOL при учете продольной неоднородности параметров плазмы и влияния эффекта конечного размера ларморовских орбит быстрых ионов на скорость реакций синтеза.
- В результате параметрической оптимизации установлено, что в рамках построенной модели коэффициент полезного действия источника нейтронов на основе газодинамической ловушки достигает 0.05 при длине источника порядка нескольких десятков метров, мощности нагрева плазмы не более 200 МВт, максимальном значении напряженности магнитного поля не более 15 Т, относительном давлении плазмы по вакуумному магнитному полю не более 0.5, соотношении расчетных времен продольного удержания фоновых ионов в газодинамическом и адиабатическом режимах около

единицы. При тех же условиях коэффициент полезного действия реакций синтеза в источнике нейтронов на основе газодинамической многопробочной ловушки с коэффициентом подавления продольных потерь, равным 10, достигает 0.2.

Материалы диссертации опубликованы в четырнадцати печатных работах, из них шесть статей в рецензируемых журналах [7, 8, 17, 20–22] и восемь тезисов докладов. Основные результаты докладывались на ряде всероссийских и международных конференций, в том числе на IX международной конференции по открытым системам для удержания плазмы (9th International Conference on Open Magnetic Systems for Plasma Confinement), Цукуба, Япония; VI всероссийском семинаре “Физические и Технические Аспекты Объемного Источника Нейтронов для Материаловедческих, Технологических Исследований и Решения Задач Ядерной Энергетики” (VNS), Звенигород, Россия; XVII международной конференции по новым системам для атомной энергетики (17th International Conference on Emerging Nuclear Energy Systems), Стамбул, Турция; XI международной конференции по открытым системам для удержания плазмы (11th International Conference on Open Magnetic Systems for Plasma Confinement), Новосибирск, Россия.

Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы, если не оговорено обратное. Подготовка к публикации полученных результатов проводилась совместно с соавторами, причем вклад диссертанта был определяющим. Представленные в диссертации результаты получены лично автором.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и библиографии. Общий объем диссертации 122 страницы, из них 116 страниц текста, включая 19 рисунков, 10 таблиц и 2 процедуры. Библиография включает 49 наименований на 6 страницах.

Глава 1

Численная модель DOL для описания плазменных процессов в открытой осесимметричной ловушке

Математическая задача, рассматриваемая в коде DOL, содержит в себе следующие основные компоненты:

- Моделирование распределения быстрых частиц, создаваемых с помощью нагревных инжекторов, с использованием метода баунс–усреднения
- Вычисление характеристик распределений электронов и фоновых ионов с учетом энергообмена между компонентами плазмы и продольных потерь частиц и энергии
- Моделирование процессов взаимодействия плазмы с атомарным газом
- Вычисление скорости реакций синтеза в установке с учетом конечного размера ларморовских орбит быстрых

Задача расчета параметров распределения быстрых ионов имеет следующий порядок масштабов времени: $\tau_{ci} \ll \tau_{\parallel} \ll \tau_d \sim \tau_s \sim \tau_{ex}$. Здесь τ_{ci} — время циклотронного вращения, τ_{\parallel} — время баунс–колебаний, τ_d , τ_s , τ_{ex} — характерные времена торможения, рассеяния и перезарядочных потерь быстрых (плещущихся) ионов. Меньшее из времен τ_d , τ_s , τ_{ex} обуславливает время релаксации плазмы к стационарному состоянию и нестационарность вычисляемой функции распределения быстрых ионов существенна на временах порядка $\tau_{min} = \min(\tau_d, \tau_s, \tau_{ex})$. Поскольку, как правило, $\tau_{ci}, \tau_{\parallel} \ll \tau_d, \tau_s, \tau_{ex}$, функция распределения быстрых ионов в рамках расчетов усредняется по орбитам циклотронного вращения и баунс–колебаний. Помимо этого, считается, что функция

распределения быстрых ионов слабо меняется на пространственных размерах порядка ларморвского радиуса, а электростатические потенциалы много меньше характерных энергий быстрых частиц. Также используется предположение об аксиальной симметрии задачи.

Описанная в последующих разделах настоящей главы модель основана на более ранней одномерной модели, разработанной Ю. А. Цидулко, которому принадлежит идея использования в модели баунс–усреднения нестационарного кинетического уравнения (см. раздел 1.1) на функцию распределения быстрых ионов и исходная реализация в коде DOL алгоритма решения баунс–усредненного кинетического уравнения. Разделы 1.2 — 1.5 посвящены улучшениям, внесенным в модель автором диссертационной работы. В разделе 1.2 дано описание кинетики быстрых ионов, используемой в модели; в разделе 1.3 изложен подход, применяемый к моделированию взаимодействия плазмы с распределением нейтральных частиц, создаваемых в результате инъекции нагревных атомарных пучков; раздел 1.4 посвящен описанию баланса частиц и энергии фоновой максвеллизованной плазмы; в разделе 1.5 описана процедура расчета интенсивности термоядерных реакций.

1.1. Кинетическое уравнение на функцию распределения быстрых ионов

В результате применения процедуры усреднения по баунс–периоду (подробное описание процедуры усреднения приведено, к примеру, в работе [13]), можно получить кинетическое уравнение вида

$$\partial_t \bar{f} \simeq \overline{\hat{C}f} + \bar{S} - \overline{\hat{L}f}. \quad (1.1)$$

Горизонтальная черта означает усреднение величины по периоду баунс–колебаний, \hat{C} – столкновительный оператор, S – источник, обусловленный ионизацией

и перезарядкой нейтралов и \hat{L} – оператор стока, в простейшем случае равный обратному времени потерь частиц за счет продольных потерь и перезарядки на атомарной компоненте. В правой части уравнения 1.1 опущены члены, соответствующие поправкам второго порядка малости при условии, что характерное время столкновений и потерь много больше времени баунс–осцилляций τ_{\parallel} . Усредненная функция распределения \bar{f} в уравнении 1.1 является функцией адиабатических интегралов движения μ , I_{\parallel} и $\tilde{\Phi}$. Здесь $\tilde{\Phi} = (P_{\phi} - \mu) \frac{2\pi c}{e}$, где $P_{\phi} = mv_{\phi}r - A_{\phi} \frac{e}{c}$ – обобщенный азимутальный импульс, сохраняющийся вследствие азимутальной симметрии. В приближении слабого изменения поля на размере порядка ларморовского радиуса $\tilde{\Phi}$ совпадает с магнитным потоком, окруженным дрейфовой поверхностью ларморовского центра частицы. В дальнейшем будем полагать, что ионы равномерно распределены по $\tilde{\Phi}$ от нуля до заданного значения Φ_p , которому также соответствует заданный радиус плазменного столба r_{pl} в центральном сечении ловушки (под центральным сечением ловушки подразумевается сечение с минимальным магнитным полем $B = B_m$ в магнитной яме).

Для эффективности численного решения кинетического уравнения существенным является переход к переменным

$$X \equiv \mathcal{E}(\tilde{t})/\mathcal{E}_0, \quad Y \equiv \Omega_{cim}(\tilde{t})\mu/\mathcal{E} = \sin^2(\theta)/R, \quad (1.2)$$

где $\mathcal{E}(\tilde{t})$ – энергия иона, \mathcal{E}_0 – фиксированная нормировочная константа порядка энергии инжекции, $\Omega_{cim}(\tilde{t}) \equiv e_f B_m / (m_f c)$ – ионная циклотронная частота (здесь m_f и e_f – соответственно, масса и заряд иона), $R \equiv B(\tilde{z}, \tilde{t})/B_m(\tilde{t})$ – пробочное отношение в точке z по оси ловушки, θ – питч–угол. В рамках расчетов вводятся нормированное время $\tilde{t} \equiv t/\tau_0$ и координата вдоль оси ловушки $\tilde{z} \equiv z/\ell_0$, где τ_0 и ℓ_0 – произвольные нормировочные константы.

Элемент фазового объема в переменных X, Y равен

$$d\Gamma \equiv c_F (m_f/m_p)^{3/2} \frac{B_0}{B_m(\tilde{t})} Z_{\parallel} \sqrt{X} dX dY \frac{d\tilde{\Phi} n_0 \ell_0}{B_0} \frac{d\phi d\phi_{\mu} d\phi_{\parallel}}{(2\pi)^3}. \quad (1.3)$$

В выражении 1.3 использованы следующие обозначения: B_0 — нормировочное магнитное поле порядка B_m ; $n_0 \equiv B_0^2/(8\pi\mathcal{E}_0)$ — нормировочная плотность частиц; $c_F \equiv \pi(2m_p\mathcal{E}_0)^{3/2}/n_0$ — константа фазовой плотности; m_p — масса протона; $\phi_{\mu}, \phi_{\parallel}$ — соответственно, фазы ларморовского вращения и баунс-колебаний; ϕ — азимутальный угол. При этом $Z_{\parallel}(Y, \tilde{t})$ представляет собой эффективную длину баунс-колебания и в переменных X, Y выражается как

$$Z_{\parallel}(Y, \tilde{t}) \equiv \int_{\tilde{z}_{min}}^{\tilde{z}_{max}} d\tilde{z} / \sqrt{1 - YR(\tilde{z}, \tilde{t})}, \quad (1.4)$$

где $\tilde{z}_{min}, \tilde{z}_{max}$ определяются из условия равенства нулю знаменателя подынтегрального выражения.

В дальнейшем будем использовать безразмерную функцию распределения $\mathcal{F} \equiv c_F (m_f/m_p)^{3/2} \bar{f} \sqrt{X} Z_{\parallel} B_0/B_m$ (предполагается, что исходная функция распределения f нормирована таким образом, что $\int_{\Gamma} f d\Gamma = N_f$, где N_f — число быстрых ионов в установке). При использовании такой нормировки полное число быстрых ионов можно выразить как $N_f = N_0 \int dX dY \mathcal{F}$, где $N_0 \equiv \Phi_p n_0 \ell_0 / B_0$ — нормировочная константа числа частиц. Переходя к переменным X, Y в уравнении 1.1, получим кинетическое уравнение на функцию распределения \mathcal{F} :

$$\partial_{\tilde{t}} \mathcal{F} + \partial_X (g_X \mathcal{F}) + \partial_Y (g_Y \mathcal{F}) = \hat{\mathcal{C}} \mathcal{F} + \mathcal{S} - \hat{\mathcal{L}} \mathcal{F}, \quad (1.5)$$

$$\hat{\mathcal{C}} \mathcal{F} \equiv \tau_0 Z_{\parallel} \sqrt{X} \hat{\mathcal{C}} \left(\frac{\mathcal{F}}{Z_{\parallel} \sqrt{X}} \right), \quad (1.6)$$

$$\mathcal{S} \equiv \frac{\tau_0 c_F (m_f/m_p)^{3/2} Z_{\parallel} \sqrt{X} B_0}{B_m} \bar{\mathcal{S}}, \quad (1.7)$$

$$\hat{\mathcal{L}}\mathcal{F} \equiv \tau_0 Z_{\parallel} \sqrt{X} \hat{L} \left(\frac{\mathcal{F}}{Z_{\parallel} \sqrt{X}} \right). \quad (1.8)$$

В координатах X, Y баунс-усреднение любой функции $f(X, \sin^2 \theta, \tilde{z}, \tilde{t})$ выражается следующим образом:

$$\bar{f}(X, Y, \tilde{t}) \equiv \frac{1}{Z_{\parallel}} \int_{\tilde{z}_{min}}^{\tilde{z}_{max}} \frac{f(X, YR(\tilde{z}, \tilde{t}), \tilde{z}, \tilde{t}) d\tilde{z}}{\sqrt{1 - YR(\tilde{z}, \tilde{t})}}. \quad (1.9)$$

Выражения g_X, g_Y представляют собой коэффициенты потоков частиц, обусловленные изменением магнитного поля во времени при сохранении интегралов движения, и записываются как

$$g_X \equiv XY \frac{\overline{\partial_t B}}{B_m}, \quad g_Y \equiv Y \frac{\partial_t B_m}{B_m} - Y^2 \frac{\overline{\partial_t B}}{B_m}.$$

Распределение плотности быстрых ионов записывается как

$$n_f(\tilde{z}, \tilde{t}) = n_0 \cdot \eta_f(\tilde{z}, \tilde{t}) = n_0 R \frac{B_m}{B_0} \int_0^{\infty} dX \int_0^{1/R(\tilde{z})} dY \frac{\mathcal{F}_f}{Z_{\parallel} \sqrt{1 - YR[\tilde{z}]}}. \quad (1.10)$$

Продольное и поперечное относительное давление плазмы $\beta_{\parallel}, \beta_{\perp}$ равны

$$\beta_{\parallel}(\tilde{z}, \tilde{t}) = \frac{2B_0}{RB_m} \int_0^{\infty} dX X \int_0^{1/R(\tilde{z})} dY \frac{(1 - YR)\mathcal{F}}{Z_{\parallel} \sqrt{1 - YR}}, \quad (1.11)$$

$$\beta_{\perp}(\tilde{z}, \tilde{t}) = \frac{B_0}{B_m} \int_0^{\infty} dX X \int_0^{1/R(\tilde{z})} dY \frac{Y\mathcal{F}}{Z_{\parallel} \sqrt{1 - YR}}. \quad (1.12)$$

В том случае, если в установке присутствует несколько сортов быстрых ионов, величины $\beta_{\parallel}, \beta_{\perp}$ вычисляются путем суммирования вклада всех сортов частиц. Обратим внимание, что здесь и далее при обсуждении открытых ловушек величина β_{\perp} определяется как отношение поперечного давления плазмы к давлению возмущенного (вытесненного плазмой) магнитного поля. При условии, что применимо параксиальное приближение (линии магнитного поля направлены

вдоль оси ловушки или под небольшим углом к ней), относительное поперечное давление по вакуумному полю $\beta_{\perp,v}$ можно вычислить как $\beta_{\perp,v} = \beta_{\perp}/(1 + \beta_{\perp})$.

Квазистационарное магнитное поле ловушки определяется из соотношения поперечного равновесия в параксиальном приближении $B_v = B\sqrt{1 + \beta_{\perp}}$. B_v соответствует значению магнитного поля в отсутствии плазмы. Уравнение для релаксации магнитного поля записывается в виде

$$\partial_t B = \gamma_M \left(B_v - B\sqrt{1 + \beta_{\perp}} \right). \quad (1.13)$$

Частота релаксации поля γ_M является внешним параметром модели. При $\gamma_M = 0$ магнитное поле фиксировано, $B = B_v$. В том случае, если $\gamma_M \gg \tau_0/\tau$, где τ — время релаксации плазмы к стационарному состоянию, магнитное поле является самосогласованным, а условие поперечного равновесия выполняется тем точнее (и тем меньше абсолютная величина разности в скобках правой части уравнения 1.13), чем больше значение коэффициента γ_M .

1.2. Модель процессов взаимодействия быстрых ионов с плазмой

В рамках модели DOL учитываются кулоновские взаимодействия быстрых частиц с фоновыми ионами и электронами, а также рассеяние и торможение быстрых ионов на собственном распределении (далее слагаемые интеграла столкновений, отвечающие этим процессам, будут для краткости обозначены как “нелинейные члены”).

Нелинейные члены интеграла столкновений записываются в приближении рассеивающей функции, изотропной в пространстве скоростей. В рамках этого приближения локальная функция распределения рассеивающих частиц зависит только от координаты вдоль оси ловушки $f = f(v, z)$ и модуля скорости. Так как при аппроксимации коэффициентов диффузии и торможения с помо-

щью модельного распределения (например, максвелловского) закон сохранения энергии в общем случае не выполняется¹, это приближение можно назвать наиболее простым из всех, удовлетворяющих закону сохранения энергии и вместе с тем учитывающих процессы торможения и диффузии быстрых ионов за счет их взаимодействия друг с другом.

Изотропная функция распределения быстрых ионов сорта a связана с бунс-усредненной функцией распределения \mathcal{F}_a как

$$f_a^X(X, \tilde{z}) = \frac{B_m R(\tilde{z})}{B_0} \int_0^{1/R(\tilde{z})} \frac{\mathcal{F}_a}{Z_{\parallel} \sqrt{1 - YR}} dY, \quad (1.14)$$

при этом $n_0 \int_0^{\infty} f_a^X(X, \tilde{z}) dX = n_a(\tilde{z})$ согласно выражению 1.10. С использованием выражения 1.14 можно записать производные потенциалов Розенблюта–Трубникова в переменных X, Y для процессов рассеяния и торможения частиц сорта b на рассеивающей функции распределения частиц сорта a :

$$\frac{\partial h_{ba}}{\partial X} = h'_{ba} = \int_0^{\frac{m_a X}{m_b}} f_a^X(X', \tilde{z}) dX', \quad (1.15)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial g_{ba}}{\partial X} = g'_{ba} = & \int_0^{\frac{m_a X}{m_b}} f_a^X dX' - \frac{m_b}{3m_a X} \int_0^{\frac{m_a X}{m_b}} X' f_a^X dX' + \\ & \frac{2}{3} \sqrt{\frac{m_a X}{m_b}} \int_{\frac{m_a X}{m_b}}^{\infty} f_a^X \frac{1}{\sqrt{X'}} dX', \end{aligned} \quad (1.16)$$

¹ Иными словами, если записать выражение для обмена энергией между сортами быстрых частиц 1 и 2, а мощности энергообмена обозначить как $Q_{1 \rightarrow 2}$ (от сорта 1 сорту 2) и $Q_{2 \rightarrow 1}$ (от сорта 2 сорту 1), то окажется, что $Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 1} \neq 0$.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 g_{ba}}{\partial X^2} = g''_{ba} &= \frac{m_b^{3/2}}{m_a^{3/2}} \frac{1}{X^{3/2}} \int_0^{\frac{m_a X}{m_b}} f_a^X(X', \tilde{z}) X' dX' + \\ &\int_{\frac{m_a X}{m_b}}^{\infty} f_a^X(X', \tilde{z}) \frac{1}{\sqrt{X'}} dX' \end{aligned} \quad (1.17)$$

Заметим, что производные, перечисленные выше, являются функциями нормированных энергии X и положения вдоль оси ловушки \tilde{z} .

Окончательную форму баунс-усредненного интеграла столкновений можно представить в виде дивергенции потока в пространстве X, Y :

$$\hat{C}\mathcal{F}_b = -\frac{\partial}{\partial X} j_X - \frac{\partial}{\partial Y} j_Y \quad (1.18)$$

Потоки записываются как

$$j_X = \sum_a G_{ba} \cdot \frac{\mathcal{F}_b}{Z_{\parallel}} + \sum_a D_{ba}^X \frac{\partial}{\partial X} \frac{\mathcal{F}_b}{Z_{\parallel} \sqrt{X}}, \quad j_Y = \sum_a D_{ba}^Y \frac{\partial}{\partial Y} \frac{\mathcal{F}_b}{Z_{\parallel}}, \quad (1.19)$$

с коэффициентами

$$\begin{aligned} G_{ba} &= \frac{\tau_0}{\tau_d^{ba}} \frac{Z_{\parallel}}{\sqrt{X}} \overline{h'_{ba}}, \quad D_{ba}^X = \frac{\tau_0}{\tau_E^{ba}} Z_{\parallel} X^{3/2} \overline{g''_{ba}}, \quad D_{ba}^Y = \frac{\tau_0}{\tau_{\theta}^{ba}} \frac{Z_{\parallel} Y^2}{X^{3/2}} \left(\frac{1}{RY} - 1 \right) \cdot \overline{g'_{ba}} \\ \tau_d^{ba} &= \frac{m_a \mathcal{E}_0^{3/2}}{2\sqrt{2}\pi e_a^2 e_b^2 \Lambda \sqrt{m_b} n_0}, \quad \tau_E^{ba} = \frac{3m_b \mathcal{E}_0^{3/2}}{4\sqrt{2}\pi e_a^2 e_b^2 \Lambda \sqrt{m_a} n_0}, \quad \tau_{\theta}^{ba} = \frac{\sqrt{m_b} \mathcal{E}_0^{3/2}}{2\sqrt{2}\pi e_a^2 e_b^2 \Lambda n_0} \end{aligned}$$

Описанные выше переменные τ_d^{ba} , τ_E^{ba} , τ_{θ}^{ba} обозначают характерные времена торможения, рассеяния по энергии и по углу.

Далее рассмотрим влияние фоновой максвеллизированных частиц (как электронов, так и ионов) на процессы рассеяния и торможения быстрых частиц. Сначала опишем основные предположения модели. Скорость быстрых ионов полагается конечной относительно тепловой скорости фоновых. Учет конечной скорости быстрых ионов при взаимодействии с максвеллизированными ионами обусловлен тем, что энергообмен между компонентами плазмы должен прекращаться, если быстрые частицы имеют максвелловское распределение с темпера-

турой, равной температуре фоновых ионов T_c . Этому условию нельзя удовлетворить в приближении $v_b \gg v_{T_c}$, где v_b — скорость быстрых ионов, v_{T_c} — тепловая скорость фоновых ионов. С другой стороны, как будет ясно из дальнейшего изложения, предположение $v_b \ll v_{T_e}$, где v_{T_e} — тепловая скорость электронов, не нарушает условие нулевой энергопередачи между максвеллизированными компонентами плазмы; кроме того, само по себе оно неверно разве что на раннем этапе нагрева плазмы. Наконец, будем полагать вклад углового рассеяния на электронах пренебрежимо малым.

Компоненты потоков j_X, j_Y , связанные с взаимодействием быстрых частиц с фоновой плазмой, записываются аналогично выражениям 1.19. Исходя из сделанных в предыдущем абзаце предположений, баунс-усредненные коэффициенты $G_{be}, G_{bc}, D_{be}^X, D_{bc}^X$ и D_{bc}^Y можно записать следующим образом:

$$G_{be} = 2X Z_{\parallel} \overline{\tau_0/\tau_d^{be}}, \quad G_{bc} = \frac{2Z_{\parallel}}{\sqrt{X}} \overline{\tau_0 x_{bc}^{3/2}/\tau_d^{be}} \cdot \Gamma(X/X_{bT_c}, 3/2), \quad (1.20)$$

$$D_{be}^X = 4Z_{\parallel} \frac{4X_{bT_e}}{3\sqrt{\pi}} X^{3/2} \overline{\tau_0/\tau_E^{be}}, \quad D_{bc}^X = 4Z_{\parallel} X_{bT_c}^{5/2} \Gamma(X/X_{bT_c}, 3/2) \overline{\tau_0/\tau_E^{bc}} \quad (1.21)$$

$$D_{bc}^Y = \frac{\tau_0}{\tau_{\theta}^{bc}} \frac{Z_{\parallel} Y^2}{X^{3/2}} \left[\operatorname{erf}(\sqrt{X/X_{bT_c}}) - \frac{X_{bT_c}}{2X} \Gamma(X/X_{bT_c}, 3/2) \right] \overline{\left(\frac{1}{YR} - 1 \right) \eta_c} \quad (1.22)$$

В приведенных формулах были использованы следующие обозначения:

$$\tau_d^{be} = \frac{3m_b T_e^{3/2}}{4\sqrt{2\pi} m_e \Lambda e_e^2 n_e}, \quad (1.23)$$

$$x_{bc} = \frac{m_b v_{T_e}^2}{2\mathcal{E}_0} \left(\frac{3\sqrt{\pi} m_e e_c^2 n_c}{4m_c e_e^2 n_e} \right)^{2/3}, \quad X_{bT_{(c/e)}} = \frac{m_b v_{T_{(c/e)}}^2}{2\mathcal{E}_0},$$

$$\tau_E^{b(c/e)} = \frac{\sqrt{2} m_b^2 T_{(c/e)}^{3/2}}{\pi m_{(c/e)}^{3/2} \Lambda e_{(c/e)}^2 e_b^2 n_{(c/e)}}, \quad \eta_c = \frac{n_c}{n_0}.$$

Определение τ_{θ}^{bc} совпадает с ранее определенным характерным временем рассеяния по углу τ_{θ}^{ba} с точностью до замены последнего индекса. $\Gamma(x, 3/2) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \sqrt{t} e^{-t} dt$ обозначает неполную нормированную гамма-функцию.

Полная мощность энергообмена между быстрыми частицами сорта b и компонентами фоновой плазмы c, e выражается как

$$Q_{b(c/e)} = \int \left(\frac{\partial \mathcal{P}_{b(c/e)}^{drag}}{\partial \tilde{z}} - \frac{\partial \mathcal{P}_{b(c/e)}^E}{\partial \tilde{z}} \right) d\tilde{z}, \quad (1.24)$$

причем удельные мощности энергообмена записываются следующим образом:

$$\frac{d\mathcal{P}_{be}^{drag}}{d\tilde{z}} = \frac{2N_0\mathcal{E}_0}{\tau_d^{be}} \int_0^{1/R(\tilde{z})} \int_0^\infty \frac{X\mathcal{F}_b}{Z_{\parallel}\sqrt{1-RY}} dX dY, \quad (1.25)$$

$$\frac{d\mathcal{P}_{be}^E}{d\tilde{z}} = \frac{8N_0\mathcal{E}_0 X_{bT_e}}{\sqrt{\pi}\tau_E^{be}} \int_0^{1/R(\tilde{z})} \int_0^\infty \frac{\mathcal{F}_b}{Z_{\parallel}\sqrt{1-RY}} dX dY, \quad (1.26)$$

$$\frac{d\mathcal{P}_{bc}^{drag}}{d\tilde{z}} = \frac{2N_0\mathcal{E}_0}{\tau_d^{bc}} x_{bc}^{3/2} \int_0^{1/R(\tilde{z})} \int_0^\infty \frac{\Gamma(X/X_{bT_c}, 3/2)\mathcal{F}_b}{\sqrt{X}Z_{\parallel}\sqrt{1-RY}} dX dY, \quad (1.27)$$

$$\frac{d\mathcal{P}_{bc}^E}{d\tilde{z}} = \frac{8N_0\mathcal{E}_0 X_{bT_c}}{\sqrt{\pi}\tau_E^{bc}} \int_0^{1/R(\tilde{z})} \int_0^\infty e^{-X/X_{bT_c}} \frac{\mathcal{F}_b}{Z_{\parallel}\sqrt{1-RY}} dX dY. \quad (1.28)$$

Верхний предел интегрирования по Y , $1/R(\tilde{z})$, определяется равенством нулю выражения $\sqrt{1-RY} = 0$. При подстановке максвелловского распределения в качестве функции распределения быстрых частиц \mathcal{F}_b можно вычислить, что $Q_{b(c/e)} = 0$ в случае равенства температур быстрых и фоновых частиц.

В приведенной модели кинетики быстрых ионов введено несколько упрощений. Во-первых, она не учитывает влияния амбиполярного потенциала на движение быстрых ионов. Тем не менее, поскольку по порядку величины амбиполярный потенциал φ равен электронной температуре, $e\varphi \approx T_e$, и последняя как правило много меньше энергии E_{inj} инжектируемых быстрых ионов, $T_e/E_{inj} \ll 1$, приведенный недостаток модели не приведет к существенным неточностям в вычислении распределения быстрых ионов на большей части фазового пространства (за исключением области $X \lesssim T_e/\mathcal{E}_0$). Во-вторых, в модели

не учитывается влияние анизотропии функции распределения быстрых ионов в пространстве импульсов на процессы торможения и рассеяния. Перечисленные эффекты не были учтены, поскольку одним из основных требований к рассматриваемой модели была возможность быстрого расчета параметров открытой ловушки без использования специализированных вычислительных систем.

1.3. Взаимодействие заряженных частиц с атомами

В результате взаимодействия плазмы с атомарными пучками нагревных инжекторов в плазме возникает популяция нейтральных частиц, а для ионов (как быстрых, так и фоновых) появляется дополнительный фактор стока за счет их перезарядки и дальнейшего вылета из плазмы. Для учета этих процессов в модели DOI предусмотрено решение уравнений баланса заряженных и нейтральных частиц. Кинетические уравнения для функций распределения атомов и ионов по энергии в точке ввода пучка записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \check{f}_\alpha^X}{\partial \tilde{t}} = \sum_\beta \int & \left[f_\alpha^X(X) \langle \sigma v \rangle_{\alpha\beta}^{ex} (\check{f}_\beta^X(X') + \check{f}_{p\beta}^X(X')) - \right. \\ & \left. - \check{f}_\alpha^X(X) \langle \sigma v \rangle_{\beta\alpha}^{ex,i,e} f_\beta^X(X') \right] dX' - \xi_\alpha \check{f}_\alpha^X, \end{aligned} \quad (1.29)$$

$$\begin{aligned} \Delta j_\alpha^X = \sum_\beta \int & \left[(\check{f}_\alpha^X(X) + \check{f}_{p\alpha}^X(X)) \langle \sigma v \rangle_{\beta\alpha}^{ex,i,e} f_\beta^X(X') - \right. \\ & \left. - f_\alpha^X(X) \langle \sigma v \rangle_{\alpha\beta}^{ex} (\check{f}_\beta^X(X') + \check{f}_{p\beta}^X(X')) \right] dX'. \end{aligned} \quad (1.30)$$

В приведенных выше выражениях \check{f}_α^X — функция распределения вторичных (т.е. полученных в результате перезарядки ионов плазмы) нейтралов сорта α по энергиям; индексы α, β могут соответствовать как быстрым, так и фоновым ионам; $\check{f}_{p\alpha}^X$ обозначает эффективное распределение инжектируемых (первичных) нейтралов сорта α в плазме; f_α^X — функция распределения заряжен-

ных частиц по энергиям²; ξ_α — частота вылета вторичных нейтралов сорта α за границу плазмы³.

$\langle \sigma v \rangle_{\alpha\beta}$ обозначает усредненную по угловым координатам нормированную свертку сечения какого-либо процесса взаимодействия и относительной скорости взаимодействующих частиц $\Delta v = |\mathbf{v}_\alpha - \mathbf{v}_\beta|$:

$$\langle \sigma v \rangle_{\alpha\beta}(X, X') = n_0 \tau_0 \int \sigma(\Delta v) \Delta v f_\alpha^\Omega(X, \Omega) \check{f}_\beta^\Omega(X', \Omega') d\Omega d\Omega', \quad (1.31)$$

где f^Ω , \check{f}^Ω обозначают нормированные на единицу угловые распределения для заряженных и нейтральных частиц в точке ввода пучка. Возможными процессами взаимодействия в модели являются резонансная перезарядка, а также ударная ионизация ионом или электроном (перечисленные процессы в уравнениях 1.29, 1.30 обозначены верхними индексами ex, i, e свертки $\langle \sigma v \rangle_{\alpha\beta}$). Микроскопические сечения процессов взаимодействия вычисляются согласно работе [23]. Заметим, что сорт частиц β в выражениях 1.29, 1.30 может обозначать не только быстрые или фоновые ионы, но и электронную компоненту плазмы в том случае, если возможен процесс взаимодействия с таким типом частиц. Так, $\beta = e$ для случая ударной ионизации атома электроном.

Δj_α^X представляет собой распределение по энергии результирующего потока ионов сорта α за счет взаимодействия со всеми нейтральными частицами. В случае быстрых частиц, как правило, $\int \Delta j_\alpha^X dX > 0$, что соответствует преобладанию потока быстрых ионов в плазму за счет ионизации или перезарядки атомов инжектируемых пучков над перезарядочными потерями заряженных частиц. Для фоновых ионов $\int \Delta j_\alpha^X dX < 0$, поскольку в настоящей модели в

² В случае быстрых ионов f_α^X вычисляется согласно выражению 1.14. В случае фоновых ионов ($\alpha = c$) она получается путем интегрирования максвелловского распределения по углам, причем нормировка функции распределения выбирается таким образом, что $\eta_c(\tilde{z}) = n_c(\tilde{z})/n_0 = \int f_c^X(X, \tilde{z}) dX$.

³ ξ_α является функцией радиуса плазмы в точке инжекции, скорости и длины свободного пробега нейтральной частицы. При этом предполагается, что источник нейтральных частиц распределен равномерно по радиусу плазменного столба. Вычисление ξ_α является достаточно громоздким и вынесено в приложение А.

качестве источника нейтральных частиц рассматриваются только инжекторы быстрых атомов.

В коде DOL при решении уравнений 1.29, 1.30 используются следующие упрощения:

- Времена установления равновесного распределения нейтральных частиц меньше характерных времен протекания плазменных процессов, т.е. в уравнении 1.29 $\frac{\partial \check{f}_\alpha}{\partial t} = 0$. Поскольку по порядку величины время релаксации функции распределения нейтральных частиц не превышает время пролета частицы поперек плазменного столба, такое приближение не вносит существенных искажений в расчет.
- Скорость электронов много больше скоростей ионов и нейтралов
- Скорость быстрых частиц много больше характерных скоростей фоновых ионов и нейтралов
- Быстрые частицы имеют равномерное распределение по полоидальной координате ϕ , а по азимутальному углу распределение описывается дельта-функциональной зависимостью:

$$\check{f}_\alpha^\Omega = f_\alpha^\Omega = \frac{\delta(\theta - \theta_\alpha) + \delta(\theta - \pi + \theta_\alpha)}{4\pi \sin \theta_\alpha}.$$

Взаимодействие нейтралов с плазмой происходит в месте расположения атомарных инжекторов, а значение питч-угла θ_α определяется наклоном атомарного инжектора. Заметим, что в данном предположении угловое распределение не зависит от значения нормированной энергии X .

- Фоновые заряженные и нейтральные частицы имеют максвелловские распределения по скоростям, причем для частиц одного сорта температуры совпадают. Тогда для случая взаимодействия фоновых частиц друг с дру-

гом уравнения 1.29, 1.30 можно проинтегрировать по энергии, а $\langle \sigma v \rangle$ переопределить⁴ как

$$T \langle \sigma v \rangle_{\alpha\beta} = \frac{2n_0\tau_0}{\sqrt{\pi}(v_{T\alpha}^2 + v_{T\beta}^2)^{3/2}} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{\Delta v^2}{v_{T\alpha}^2 + v_{T\beta}^2}\right) \sigma(\Delta v) \Delta v^2 d\Delta v^2. \quad (1.32)$$

Для вычисления распределения первичных нейтралов в плазме $f_{p\alpha}^X$ сначала потребуется определить коэффициент захвата пучка γ_α . Будем считать, что в плазму инжектируется моноэнергетичный (со скоростью атомов v_{inj}) атомарный пучок с гауссовым распределением частиц по радиусу с характерной шириной пучка r_{inj} :

$$i(r) = \frac{I}{\pi r_{inj}^2} \exp(-r^2/r_{inj}^2),$$

где r — координата вдоль радиуса пучка, I — полный ток пучка. Также предположим, что все частицы инжектируются с питч-углом θ_{inj} (на данном этапе пренебрежем угловым разбросом пучка). Как упоминалось ранее в разделе 1.1, частицы в плазме считаются равномерно распределенными вплоть до магнитной поверхности, соответствующей значению магнитного потока Φ_p . Таким образом, плазма однородна по радиусу и имеет четкую границу при радиусе $r_{pl}(\tilde{z}) = \sqrt{\Phi_p/(\pi B(\tilde{z}))}$. В таком случае коэффициент γ отношения захваченного тока к поступающему можно записать как

$$\gamma = \operatorname{erf} x - \frac{2}{\sqrt{\pi}} x \int_0^1 \exp\left(-x^2 \rho^2 - 2y \sqrt{1 - \rho^2}\right) d\rho, \quad (1.33)$$

$$x = \frac{r_{pl}}{r_{inj}}, \quad y = \frac{r_{pl} \sum_\beta \int \langle \sigma v \rangle_{\beta\alpha}(X, X') f_\beta^X(X') dX'}{\tau_0 v_{inj} \sin \theta_{inj}}.$$

⁴ При дальнейшем изложении будет использоваться наиболее общий вид уравнений 1.29, 1.30 и свертки сечений процессов взаимодействия 1.31. При этом подразумевается, что в случае взаимодействия фоновых частиц друг с другом выражения должны представляться в интегральном виде. В программной реализации модели, разумеется, уравнения для фоновых частиц решаются в интегральной форме.

Аналогичное выражение для коэффициента захвата было получено в работе [2]. Предполагая, что плазма однородна на размере порядка продольной ширины инжекции пучка, а магнитное поле и радиус плазменного столба приближенно постоянны, функцию распределения первичных нейтралов сорта α можно записать как

$$\check{f}_{p\alpha}^X = \frac{\gamma_\alpha i_\alpha^X \tau_0 R_{inj} B_m / B_0}{N_0 \Delta \tilde{z} \sum_\beta \int \langle \sigma v \rangle_{\beta\alpha}(X, X') f_\beta^X(X') dX'}.$$

Здесь i_α^X — распределение тока инжектируемых атомов по энергии, причем полный ток нейтральных частиц $I_\alpha = \int i_\alpha^X dX$; $\Delta \tilde{z} \approx 2r_{inj}/l_0$ — характерный продольный размер инжекции пучка; R_{inj} — пробочное отношение в области инжекции. Исходя из постановки задачи очевидно, что $\check{f}_{p\alpha}^X \neq 0$ только в том случае, если α соответствует быстрым частицам.

В результате численного решения уравнений вида 1.29 с зануленной левой частью, можно получить функцию распределения быстрых нейтралов по энергии и плотность фоновых нейтралов. После этого, подставив полученные величины в уравнения вида 1.30, можно вычислить результирующий поток ионов Δj_α^X на единицу объема. Полный поток частиц, очевидно, получается путем интегрирования по пространственным координатам. Обозначим первое (положительное) слагаемое правой части уравнения 1.29 как j_α^S , а второе (отрицательное) — как $j_\alpha^{\mathcal{L}\mathcal{F}}$. Источник быстрых ионов в уравнении 1.5 тогда будет выглядеть как

$$\mathcal{S}_\alpha(X, Y) = \int \frac{j_\alpha^S(X, \tilde{z})}{\tilde{B}_m R(\tilde{z})} G(YR(\tilde{z})) d\tilde{z}, \quad (1.34)$$

где $G(YR)$ — модельное распределение ионов источника по углу, причем $G(YR) = 0$ при $YR > 1$. Сток быстрых ионов в уравнении 1.5 представим в

виде

$$\hat{\mathcal{L}}\mathcal{F}_\alpha = \int \frac{j_\alpha^{\mathcal{L}\mathcal{F}}(X, \tilde{z})}{\tilde{B}_m R(\tilde{z})} d\tilde{z} = \bar{\nu}(X, Y)\mathcal{F}_\alpha, \quad (1.35)$$

$$\nu(X, \tilde{z}) = \sum_\beta \int \langle \sigma v \rangle_{\alpha\beta}^{ex}(X, X') (f_\beta^X(X', \tilde{z}) + f_{p\beta}^X(X', \tilde{z})) dX'.$$

Горизонтальная черта, как и прежде, обозначает процедуру баунс-усреднения (см. выражение 1.9). В конечном представлении стоков быстрых ионов 1.35 появляется зависимость от угловой координаты Y , обусловленная тем, что частицы распределения \mathcal{F} с различными Y дают различный вклад в плотность быстрых ионов в точке инжекции пучка.

Выражения, аналогичные 1.34, 1.35, могут быть получены и для ионов фоновой плазмы с той разницей, что источники и стоки записываются в интегральной форме (т.е. не зависят от энергии и питч-угла), а сток частиц представим только в виде интеграла по пространственным координатам. Дополнительно отметим, что в программной реализации DOL предполагается, что взаимодействие плазмы с нейтралами происходит только в одной точке (т.е. характерный размер области инжекции много меньше всех характерных продольных размеров изменения параметров установки), хотя результирующие выражения были записаны для произвольного профиля инжекции атомарных пучков вдоль оси симметрии ловушки.

1.4. Баланс частиц и энергии фоновой плазмы

Расчет параметров фоновой плазмы подразумевает учет энергообмена между максвеллизированными компонентами плазмы, продольных и перезарядочных

потерь частиц и энергии. В общем виде уравнения баланса можно записать как

$$\frac{dN_c}{dt} = -J_{c\parallel} + J_g + J_{f \rightarrow c} + \Delta J_c^n \quad (1.36)$$

$$\frac{dW_c}{dt} = \sum_i Q_{i \rightarrow c} + Q_{f \rightarrow c} - Q_{c\parallel} + \sum_f Q_{fc} + \Delta Q_c^n \quad (1.37)$$

Здесь N_c — полное количество ионов сорта c в установке, W_c — их энергосодержание, J_{\parallel} — продольные потери частиц, J_g — поток ионов за счет ввода нейтрального газа (для поддержания плотности фоновой плазмы), $J_{f \rightarrow c}$ — поток частиц за счет перехода быстрых ионов в теплую компоненту, $Q_{i \rightarrow c}$ — мощность энергообмена между компонентами фоновой плазмы, $Q_{f \rightarrow c}$ — поток энергии за счет перехода быстрых ионов в теплую компоненту, Q_{\parallel} — мощность продольных потерь, Q_{fc} — мощность энергообмена с быстрыми ионами сорта f в процессе их торможения и рассеяния. Через $\Delta J_c^n = N_0 \iint \Delta j_{\alpha=c}^X / (\tilde{B}_m R(\tilde{z})) dX d\tilde{z}$ обозначен суммарный поток ионов теплой плазмы, возникающий в результате взаимодействия с нейтральными частицами (см. раздел 1.3), а через ΔQ_c^n — соответствующая мощность энергообмена⁵, $\Delta Q_c^n = \frac{3}{2} T_c \Delta J_c^n$. Для электронов записывается только уравнение 1.37 (при этом $Q_{f \rightarrow e} = 0$, $\Delta Q_e^n = 0$), а количество частиц вычисляется из условия квазинейтральности плазмы.

При достижении быстрым ионом заданной энергии в результате торможения (в коде эта энергия определяется пользователем), он более не рассматривается как часть распределения быстрых частиц, а вносит вклад в плотность фоновых ионов и их энергию, т.е. формально становится ”фоновым”. Для учета вклада замедлившихся ионов в плотность и энергосодержание фоновых компонент плазмы вводятся потоки частиц и энергии $J_{f \rightarrow c}$, $Q_{f \rightarrow c}$, которые, по сути, не отвечают какому-либо физическому процессу, и необходимы только для выполнения законов сохранения частиц и энергии.

Обмен энергией между быстрыми ионами и компонентами фоновой плаз-

⁵ Как было указано ранее в разделе 1.3, ΔJ_c^n и ΔQ_c^n имеют отрицательное значение.

мы Q_{fc} определяется процессами торможения и рассеяния быстрых ионов по энергии. Соответствующая полная мощность передачи энергии была представлена выражением 1.24 в разделе 1.2. Полная мощность энергообмена между компонентами теплой плазмы $Q_{i \rightarrow j}$ (от i -сорта к j -сорту) выглядит как

$$Q_{i \rightarrow j} = \frac{4\sqrt{2\pi m_i m_j} e_i^2 e_j^2 \Lambda}{(m_i T_j + m_j T_i)^{3/2}} (T_i - T_j) \int_z n_i n_j \frac{\Phi_p}{B(z)} dz, \quad (1.38)$$

где T — температура, n — плотность компоненты фоновой плазмы.

Квазистационарное распределение плотностей фоновых ионов и электронов, а также электростатического потенциала φ вдоль ловушки находятся из системы уравнений, определяемой бoльцмановским распределением и квазинейтральностью:

$$n_e(\tilde{z}, \tilde{t}) = n_e^0(\tilde{t}) e^{-e_e \varphi(\tilde{z}, \tilde{t})/T_e(\tilde{t})}, \quad (1.39)$$

$$n_c(\tilde{z}, \tilde{t}) = n_c^0(\tilde{t}) e^{-e_c \varphi(\tilde{z}, \tilde{t})/T_c(\tilde{t})}, \quad (1.40)$$

$$e_e n_e(\tilde{z}, \tilde{t}) + \sum_f e_f n_f(\tilde{z}, \tilde{t}) + \sum_c e_c n_c(\tilde{z}, \tilde{t}) = 0. \quad (1.41)$$

За точку отсчета потенциала $\varphi = 0$ выбрана точка центрального сечения ловушки. Плотность $n_c^0(\tilde{t})$ вычисляется из условия

$$\tilde{N}_c(\tilde{t}) = N_c(\tilde{t})/N_0 = \int \frac{\eta_c(\tilde{z}, \tilde{t})}{\tilde{B}(\tilde{z}, \tilde{t})} d\tilde{z}, \quad \tilde{N}_c = N_c/N_0, \quad \eta_c = n_c/n_0, \quad \tilde{B} = B/B_0.$$

Заметим, что описанное предположение о распределении фоновых частиц является серьезным упрощением модели. С одной стороны, в пределе частых столкновений частиц следует учитывать, что распределение фоновых ионов 1.40 вдоль оси ловушки устанавливается за конечное время. Это особенно важно при наличии в области движения фоновых частиц больших пиков амбиполярного потенциала, создаваемых вследствие перепада плотности быстрых ионов. С другой стороны, в пределе слабостолкновительного движения амбиполярный потенциал нельзя определять исходя из бoльцмановского распределения частиц

по энергиям. Таким образом, вычисление параметров распределений фоновых ионов и электронов в модели проводится в нуль-мерном приближении.

В модели возможен расчет параметров плазмы для двух существенно различных режимов удержания фоновых ионов, каждый из которых подразумевает рассмотрение газодинамического и адиабатического приближения движения частиц. В первом из режимов предполагается монотонный спад напряженности магнитного поля и амбиполярного потенциала φ за пробкой. В газодинамическом приближении, $\lambda \frac{\ln R_{max}}{R_{max}} \ll L$ (где λ — длина свободного пробега фонового иона, R_{max} — максимальное пробочное отношение в ловушке), предполагается, что на участке, близком к пробке, реализуется бесстолкновительное движение ионов. Такой режим удержания был ранее описан в работе [24] и соответствует инжекции фоновых ионов за точкой остановки быстрых частиц, так как не учитывает влияния амбиполярного потенциала, создаваемого быстрыми ионами в центральной ячейке ловушки, на темп продольных потерь теплой плазмы. В предельном случае адиабатического движения характерные времена удержания оцениваются согласно формуле Будкера [25].

В рамках развития модели DOI формулы для расчета потоков частиц и энергии из открытой ловушки в газодинамическом режиме были изменены по сравнению с оригинальной работой [24]. В указанной работе предполагалось, что на магнитную пробку налетает поток частиц с максвелловским распределением,двигающихся в пробочном узле с сохранением энергии и магнитного момента. При этом область потерь ограничивалась одной точкой — точкой максимума магнитного поля. В рамках этих предположений можно посчитать поток частиц, покидающих плазму, их плотность в максимуме магнитного поля и среднюю энергию, выносимую ионом:

$$J_{c\parallel} = \frac{\Phi_p}{B_m R_\lambda} \sqrt{\frac{T_c}{2\pi m_c}} n_{c,\lambda} \left[1 - \frac{b}{b+1} \exp\left(-\frac{\xi}{b}\right) \right], \quad (1.42)$$

$$n_{c,mir} = \frac{n_{c,\lambda}}{2} e^{\xi} \left(1 - \Gamma\left(\xi, \frac{3}{2}\right) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\xi}^{\xi \frac{b+1}{b}} e^{-t} \sqrt{\xi(b+1) - tb} dt \right), \quad (1.43)$$

$$\langle E \rangle_{c\parallel} = T_c \left(2 - \frac{\xi}{(b+1) \exp(\xi/b) - b} \right). \quad (1.44)$$

Здесь $b+1 = R_{max}/R_{\lambda}$; $R_{\lambda}, n_{c,\lambda}$ — соответственно, пробочное отношение и плотность в точке старта бесстолкновительного движения⁶, $\xi = \frac{e_c \Delta\varphi_{mir}}{T_c}$ — спад потенциала в пробке, нормированный на температуру ионов (знак ξ выбран положительным для случая, когда перепад потенциала выталкивает ионы из ловушки, т.е. этому случаю соответствует $\Delta\varphi_{mir} > 0$). Разность потенциалов между точкой старта бесстолкновительного движения и пробкой $\Delta\varphi_{mir} = \varphi_{\lambda} - \varphi_{mir}$ определяется из условия квазинейтральности плазмы,

$$\sum_c e_c \cdot n_{c,mir} = n_{e,\lambda} e^{\frac{e \Delta\varphi_{mir}}{T_e}}, \quad (1.45)$$

где $n_{c,mir}$ — плотность ионов сорта c в пробке. Формулы 1.42, 1.43 и 1.44 содержат два типа отличий от работы [24]. Первое состоит в том, что величина ξ/b не предполагается малой. Приближение $\xi/b \ll 1$ нарушается в режимах, когда пробочное отношение не слишком велико, а температура ионов меньше электронной: $b \sim T_e/T_c$. Второе связано с вычислением энергии, уносимой ионом. В оригинальной работе средняя уносимая энергия определялась на срезе пробки. Однако, для уравнения баланса полной энергии ионной компоненты 1.37, из этой величины следует вычесть ту энергию, на которую ион ускорился внутри пробочного узла, то есть $e_c \Delta\varphi_{mir}$. Следует отметить, что если указанное уточнение не делать, то в расчётах возникают парадоксальные режимы, когда

⁶ Поскольку считается, что движение ионов в пробке является бесстолкновительным, в качестве плотности налетающего на пробку потока нужно выбрать плотность ионной компоненты на расстоянии порядка длины λ свободного пробега от пробки. Далее будем обозначать параметры, соответствующие точке старта бесстолкновительного движения индексом λ .

ионная компонента начинает неограниченно охлаждаться. Также отметим, что при разложении формул 1.42, 1.43 и 1.44 (с учётом добавки $e_c \Delta \varphi_{mir}$) до первого порядка малости в приближении $\xi/b \ll 1, b \gg 1$, получаются выражения, совпадающие с работой [24].

В другом режиме удержания предполагается наличие максимумов амбиполярного потенциала, способствующих удержанию фоновых ионов. В целом рассмотрение такого режима аналогично работе [2], в которой использовались аналитические аппроксимации как для адиабатического, так и газодинамического случая движения частиц, описанные в работе [26]. Однако формула для случая газодинамического движения ионов опять же была изменена.

Рассмотрим ловушку с запирающими пробкотронами с пробочным отношением R_a , создающими перепад амбиполярного потенциала $\Delta \varphi_a = \varphi_\lambda - \varphi_a$. Введем следующие величины:

$$b_k = R_{max}/(R_a R_\lambda) - 1,$$

$$\xi_k = \frac{e_c \Delta \varphi_a}{T_c}.$$

Наиболее интересным является частный случай соотношения b, b_k, ξ, ξ_k , удовлетворяющий следующим трем условиям:

$$b_k \leq b, \quad \xi_k \leq 0, \quad \frac{\xi}{b} - \frac{\xi_k}{b_k} \geq 0. \quad (1.46)$$

Первое условие означает, что в запирающем пробкотроне существует магнитная яма, второе условие определяет запирающий характер амбиполярного потенциала относительно точки начала бесстолкновительного движения ионов. Третье условие соответствует такому режиму потерь, когда удержание быстрых частиц определяется пробкой при условии $\frac{v_\perp}{v_T} \geq u_\perp^*$ или амбиполярным запираением в обратном случае. Здесь

$$u_\perp^* = \sqrt{\frac{\xi - \xi_k}{b - b_k}},$$

v_{\perp} — поперечная скорость движения иона вдали от пробочного узла. Невыполнение условий 1.46 приводит к достаточно экзотичным режимам удержания частиц, рассмотрение которых возможно, но малооправданно.

Поток частиц из установки, плотность ионов в пробке и характерная выносимая ионом энергия вычисляются аналогично выражениям 1.42, 1.43 и 1.44:

$$J_{c\parallel} = \frac{\Phi_p R_a}{B_m R_{max}} \sqrt{\frac{T_c}{2\pi m_c}} n_{c,\lambda} e^{\xi_k} (1 - \gamma), \quad (1.47)$$

$$E^* = (b + 1)(u_{\perp}^*)^2 - \xi = \frac{\xi - R_a \xi_k}{R_a - 1}, \quad \gamma = \frac{R_a - 1}{R_a} e^{-(E^* + \xi_k)},$$

$$\begin{aligned} n_{c,mir} = & \frac{n_{c,\lambda}}{2} e^{\xi} \left(1 + \Gamma(E^* + \xi, \frac{3}{2}) - \Gamma(\xi - \xi_k, \frac{3}{2}) - \Gamma(\xi, \frac{3}{2}) - \right. \\ & \left. - \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_{\xi}^{\xi \frac{b+1}{b}} e^{-t} \sqrt{\xi(b+1) - tb} dt \right) + \\ & + \frac{n_{c,\lambda} \sqrt{R_a - 1}}{\sqrt{\pi}} \int_{-\xi_k}^{E^*} \sqrt{E^* - t} e^{-t} dt, \end{aligned} \quad (1.48)$$

$$\langle E \rangle_{c\parallel} = T_c \cdot \left(2 - \frac{\xi_k + E^* \gamma}{1 - \gamma} \right). \quad (1.49)$$

В приведенных формулах E^* — критическая энергия, соответствующая поперечной скорости u_{\perp}^* . При вычислении $n_{c,mir}$ возникает дополнительный вклад в плотность от возвратного потока частиц от концевого пробкотрона к пробке центральной ячейки. При $b = b_k$ выражения 1.47, 1.49 сводятся к формулам Пастухова для газодинамического режима течения, приведенным в [26].

Исходя из полученных выражений, величина потоков энергии и частиц из установки будет зависеть от точки начала бесстолкновительного движения, точно определить которую трудно. По этой причине в рамках программной реализации DO1 используется еще два дополнительных упрощения модели продольных потерь. Во-первых, будем считать, что бесстолкновительное движение

фоновых ионов начинается за точкой остановки быстрых частиц. Такое приближение дает верный результат в случае, если ввод газа для поддержания плотности фоновых частиц происходит в области между точкой остановки и пробкой. В таком случае можно условно положить значение φ_λ равным потенциалу плазмы вне области движения быстрых ионов. Во-вторых, будем предполагать, что $R_\lambda \approx 1$, т.е. магнитная яма имеет приближенно прямоугольный профиль. В том случае, если удержание фоновых ионов обусловлено пиками амбиполярного потенциала, создаваемыми быстрыми частицами в точках остановки, а для поддержания плотности фоновых ионов используется пеллет-инжекция в центральную часть ловушки, первое из перечисленных предположений использовать нельзя, хотя выражения 1.47, 1.49 по-прежнему остаются применимыми. В этом случае можно предположить, что точка старта бесстолкновительного движения находится достаточно близко к центральному сечению установки, и $n_{c,\lambda} \approx n_c^0, \varphi_\lambda \approx 0$.

Промежуточные режимы с $\lambda \lesssim L$, аналогично работе [2], аппроксимируются в модели с помощью простых формул

$$\tau_{c,res} = \sum_k \tau_{c,k}, \quad (1.50)$$

$$\langle E \rangle_{c,res} = \frac{\sum_k \langle E \rangle_{c,k} \cdot \tau_{c,k}}{\tau_{c,res}}, \quad (1.51)$$

где $\tau_{c,k}$, $\langle E \rangle_{c,k}$ — характерные время потерь и средняя выносимая энергия согласно режиму течения⁷ k для частиц сорта c . Продольные потоки частиц и энергии выражаются как $J_{c\parallel} = N_c/\tau_{c,res}$, $Q_{c\parallel} = J_{c\parallel} \langle E \rangle_{c,res}$. Согласно выражениям 1.50, 1.51 в установке реализуется режим с наибольшим временем удержания. Например, для случая пробочного удержания газодинамический режим

⁷ При этом амбиполярный и пробочный режимы удержания в модели рассматриваются отдельно. В программной реализации выбор амбиполярного или пробочного режима удержания задается ключом входного файла.

преобладает при

$$\tau_{gd} \gg \tau_{kin} \iff L \gg \lambda \frac{\ln R_{mir}}{R_{mir}} (1 + \xi),$$

что соответствует условию сильной столкновительности фоновых ионов. Здесь τ_{gd} — время продольного удержания для газодинамического режима, вычисляемое исходя из выражения 1.42 при $\xi/b \ll 1$, τ_{kin} — время продольного удержания в будкеровском режиме продольных потерь. Для случая амбиполярного удержания применимость аппроксимаций 1.50, 1.51 была показана в работе [27].

Вычисление продольных потерь электронов полностью аналогично рассмотрению в работе [2]: результирующее время потерь τ_{res} вычисляется по формуле 1.50, где k может соответствовать либо амбиполярному газодинамическому режиму удержания, либо амбиполярному слабостолкновительному режиму (описание для обоих случаев можно найти в [26]). Пристеночный запирающий потенциал φ_w , определяющий время удержания и характерную выносимую электроном энергию, выбирается из условия равенства электронного и ионного потока на стенку.

Следует сказать, что построенная модель расчета продольных потерь тепловой плазмы основывается на сравнительно простых аппроксимациях. При дальнейшем развитии математической модели предполагается использовать более точные подходы: с одной стороны, возможно использование унифицированного кинетического описания, учитывающего влияние амбиполярного потенциала; другим подходом является интерполяция данных, полученных согласно работе [28], описывающей продольные потери частиц и энергии тепловой плазмы в переходных режимах удержания частиц, на сетке параметров плазмы.

1.5. Расчет интенсивности термоядерных реакций с учетом конечного размера ларморовских орбит быстрых ионов

Интенсивность нейтронной эмиссии в точке z по оси установки вычисляется как восьмимерный интеграл следующего вида:

$$\frac{\partial^2 N_{fus}}{\partial t \partial z}(z) = \int f(\mathbf{v}, r, z) f'(\mathbf{v}', r, z) \sigma_{fus}(|\mathbf{v} - \mathbf{v}'|) |\mathbf{v} - \mathbf{v}'| d\mathbf{v} d\mathbf{v}' r dr d\phi, \quad (1.52)$$

где N_{fus} — количество реакций синтеза, r — расстояние от оси системы, ϕ — полярный угол. При условии, что ведущие центры ларморовских орбит распределены равномерно вплоть до радиуса $r_{pl}(z) = \sqrt{\frac{\Phi_p}{\pi B(z)}}$, функции распределения частиц можно представить как произведения вида

$$f(\mathbf{v}, r, z) = f_v(v_\perp, v_\parallel, z) H(r_{pl} - |\mathbf{r} - \boldsymbol{\rho}|),$$

где H — функция Хэвисайда, ρ — ларморовский радиус, $|\mathbf{r} - \boldsymbol{\rho}|^2 = r^2 + \rho^2 - 2r\rho \cos \varphi$, φ — фаза ларморовского вращения. В таком случае интеграл 1.52 представим как

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{fus}}{\partial t \partial z}(z) &= \frac{4\pi^2 \Phi_p}{B(z)} \int f_v(v_\perp, v_\parallel) f'_v(v'_\perp, v'_\parallel) \langle \sigma_{fus} v \rangle v_\perp dv_\perp dv_\parallel v'_\perp dv'_\perp dv'_\parallel, \\ \langle \sigma_{fus} v \rangle(v_\perp, v'_\perp, \Delta v_\parallel, B(z) r_{pl}) &= \frac{1}{2\pi} \int \sigma_{fus}(|\mathbf{v} - \mathbf{v}'|) |\mathbf{v} - \mathbf{v}'| K(\rho_n, \rho'_n, \Delta\varphi) d\Delta\varphi, \end{aligned} \quad (1.53)$$

$$K(\rho_n, \rho'_n, \Delta\varphi) = \frac{1}{\pi} \iint H(1 - |\mathbf{r}_n - \boldsymbol{\rho}_n|) \cdot H(1 - |\mathbf{r}_n - \boldsymbol{\rho}'_n|) r_n dr_n d\varphi. \quad (1.54)$$

Здесь $\Delta\varphi$ — разность фаз циклотронного вращения взаимодействующих частиц. Квадрат разности скоростей $|\mathbf{v} - \mathbf{v}'|^2 = v_\perp^2 + v'^2_\perp - 2v_\perp v'_\perp \cos \Delta\varphi + \Delta^2 v_\parallel$. $\Delta^2 v_\parallel$ принимает значение либо квадрата суммы продольных скоростей, либо квадрата их разности. K представляет собой нормированную на πr_{pl}^2 эффективную площадь взаимодействия частиц, интегрирование ведется по $r_n = r/r_{pl}$.

Ларморовские радиусы также нормируются на значение радиуса плазменного столба, $\rho_n = \rho/r_{pl}$, $\rho'_n = \rho'/r_{pl}$.

При вычислении значения K для определенности примем, что $\rho_n \leq \rho'_n$. Выражения $1 - |\mathbf{r}_n - \boldsymbol{\rho}_n|$, определяющие значения подынтегральных функций в 1.54, обращаются в нуль при

$$\cos \varphi^*(r_n, \rho_n) = \frac{1 - r_n^2 - \rho_n^2}{2r_n\rho_n}, \quad (1.55)$$

причем $\varphi^* \in [0; \pi]$. Заметив это, в качестве примера рассмотрим задачу с $\rho_n = 0$ и $\rho'_n < 1$ (она соответствует взаимодействию быстрой частицы не слишком большой энергии с фоновым ионом). Тогда

$$K(\rho'_n) = I(0, 1) - II(1 - \rho'_n, 1, \rho'_n).$$

$$I(0, 1) = 2 \int_0^1 r_n dr_n$$

$$II(1 - \rho'_n, 1, \rho'_n) = \frac{2}{\pi} \int_{1-\rho'_n}^1 \varphi^*(r_n, \rho'_n) r_n dr_n$$

Результат в этом случае не зависит от разности фаз циклотронного вращения. Интеграл $I(\alpha, \beta)$ соответствует нормированной площади кольца с минимальным радиусом α и максимальным β . Интеграл $II(\alpha, \beta, \rho_n)$ выражается в элементарных функциях следующим образом:

$$II(\alpha, \beta, \rho_n) = \left[\frac{r_n^2}{\pi} \cdot \varphi^*(r_n, \rho_n) + \rho_n \cos \varphi^{**}(r_n, \rho_n) - 2\varphi^{**}(r_n, \rho_n) \right] \Bigg|_{r_n=\alpha}^{r_n=\beta}, \quad (1.56)$$

$$\sin \varphi^{**}(r_n, \rho_n) = \frac{r_n^2 - (1 + \rho_n^2)}{2\rho_n}.$$

Здесь $\varphi^{**} \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$.

Значение разности фаз циклотронного вращения частиц становится важным при радиусе, большем значения $r_{Min} = \max(|1 - \rho_n|, |1 - \rho'_n|)$, а при радиусе, большем значения $r_{Max} = 1 + \rho_n$ не существует ведущих центров ларморовских окружностей, которые допускали бы взаимодействие в точке.

Для дальнейшего описания также будет важно рассмотрение уравнений

$$\Delta\varphi = |(\varphi^*(r_n, \rho'_n) - \varphi^*(r_n, \rho_n))|, \quad (1.57)$$

$$\Delta\varphi = \varphi^*(r_n, \rho'_n) + \varphi^*(r_n, \rho_n), \quad (1.58)$$

$$\Delta\varphi = 2\pi - \varphi^*(r_n, \rho'_n) - \varphi^*(r_n, \rho_n). \quad (1.59)$$

Им соответствует два решения r_-, r_+ , квадраты которых можно записать как

$$r_{\pm}^2 = 1 + \rho_n \rho'_n \cos \Delta\varphi \pm \frac{\rho_n \rho'_n \sin \Delta\varphi}{|\rho'_n - \rho_n|} \sqrt{4 - |\rho'_n - \rho_n|^2}. \quad (1.60)$$

Здесь $|\rho'_n - \rho_n|^2 = \rho_n'^2 + \rho_n^2 - 2\rho_n \rho'_n \cos \Delta\varphi$. При этом r_+ является решением уравнений 1.57 и 1.59, а r_- — уравнений 1.57 и 1.58. Если разность ларморовских радиусов $|\rho'_n - \rho_n|$ больше двух радиусов плазменного столба, приведенные уравнения не имеют решений при любом значении $\Delta\varphi$. Это соответствует тривиальному случаю равной нулю эффективной площади взаимодействия. В противном случае существует, как минимум, неотрицательное значение r_+ .

Далее будут приведены только результаты вычислений для каждого из возможных случаев соотношений ρ_n, ρ'_n, r_n и $\Delta\varphi$, поскольку сами вычисления являются достаточно громоздкими. В дальнейших выражениях подразумевается, что при $r_-^2 < 0$ значение r_- формально принимается равным $-\infty$, что необходимо для верного определения условий и пределов интегрирования.

1. $0 \leq r_n \leq 1 - \rho'_n$:

$$K_1(\rho'_n) = I(0, 1 - \rho'_n)$$

2. $|1 - \rho'_n| \leq r_n \leq 1 - \rho_n$:

$$K_2(\rho_n, \rho'_n) = I(|1 - \rho'_n|, 1 - \rho_n) - II(|1 - \rho'_n|, 1 - \rho_n, \rho'_n)$$

3. $r_{Min} \leq r_n \leq r_-, 0 \leq \Delta\varphi \leq \varphi^*(r_n, \rho'_n) - \varphi^*(r_n, \rho_n)$:

$$K_3(\rho_n, \rho'_n, \Delta\varphi) = I(r_{Min}, r_-) - II(r_{Min}, r_-, \rho'_n).$$

Для реализации данного случая необходимо, чтобы $\cos \Delta\varphi > \frac{\rho_n}{2\rho'_n} + \frac{\rho_n - \rho_n'^2}{2\rho'_n(1-\rho_n)}$ при $r_{Min} = 1 - \rho_n$, или $\cos \Delta\varphi > \frac{\rho'_n}{2\rho_n} - \frac{\rho'_n - \rho_n'^2}{2\rho_n(\rho'_n - 1)}$ при $r_{Min} = \rho'_n - 1$.

4. $r_+ \leq r_n \leq r_{Max}$, $0 \leq \Delta\varphi \leq \varphi^*(r_n, \rho_n) - \varphi^*(r_n, \rho'_n)$:

$$K_4(\rho_n, \rho'_n, \Delta\varphi) = I(r_+, r_{Max}) - II(r_+, r_{Max}, \rho_n).$$

Для реализации данного случая необходимо, чтобы $\cos \Delta\varphi > \frac{\rho_n}{2\rho'_n} + \frac{\rho_n + \rho_n'^2}{2\rho'_n(1+\rho_n)}$.

5. $\max(r_{Min}, r_-) \leq r_n \leq \min(r_{Max}, r_+)$,

$$|\varphi^*(r_n, \rho'_n) - \varphi^*(r_n, \rho_n)| \leq \Delta\varphi \leq 2\pi - \varphi^*(r_n, \rho_n) - \varphi^*(r_n, \rho'_n):$$

$$r_{min} = \max(r_{Min}, r_-), r_{max} = \min(r_{Max}, r_+),$$

$$K_5(\rho_n, \rho'_n, \Delta\varphi) = \left(1 - \frac{\Delta\varphi}{2\pi}\right) I(r_{min}, r_{max}) - \frac{1}{2} II(r_{min}, r_{max}, \rho_n) - \frac{1}{2} II(r_{min}, r_{max}, \rho'_n).$$

6. $r_{Min} \leq r_n \leq r_-$, $\varphi^*(r_n, \rho_n) + \varphi^*(r_n, \rho'_n) \leq \Delta\varphi \leq \pi$:

$$K_6(\rho_n, \rho'_n, \Delta\varphi) = I(r_{Min}, r_-) - II(r_{Min}, r_-, \rho_n) - II(r_{Min}, r_-, \rho'_n).$$

Данный случай применим только если $r_{Min} = 1 - \rho_n$ и $\cos \Delta\varphi < \frac{\rho_n}{2\rho'_n} + \frac{\rho_n - \rho_n'^2}{2\rho'_n(1-\rho_n)}$.

Полный интеграл, соответствующий эффективной нормированной площади плазменного столба, получается из суммирования всех подходящих случаев⁸:

$$K = \sum_i K_i$$

⁸ То есть таких, для которых выполняются необходимые условия на радиус r и разность фаз $\Delta\varphi$. К примеру, случай 1 из нумерованного списка не дает вклада в интеграл, если больший из ларморовских радиусов превышает радиус плазменного столба, $\rho'_n \geq r_n$. Таким же образом при $r_-^2 < 0$ (напомним, что в этом случае формально принимается $r_- = -\infty$) для случаев 3 и 6 множество значений r_n пустое, т.е. эти случаи также не должны давать вклада в суммарный интеграл.

При известных баунс–усредненных распределениях быстрых частиц $\mathcal{F}(X, Y)$ определим локальную функцию распределения $f_{X,Y}(X, Y R(\tilde{z}), \tilde{z})$ таким образом, что

$$n_0 \int f_{X,Y} dX dY = n_f(\tilde{z}).$$

Воспользовавшись определением $\langle \sigma_{fus} v \rangle$ из 1.53 и обозначениями, введенными в разделе 1.1, можно записать нормированную интенсивность термоядерных реакций как

$$\frac{\partial \tilde{N}_{fus}}{\partial \tilde{t} \partial \tilde{z}}(\tilde{z}) = \frac{n_0 \tau_0}{\tilde{B}(\tilde{z})} \int f_{X,Y}(X, Y R, \tilde{z}) f_{X,Y}(X', Y' R, \tilde{z}) \langle \sigma_{fus} v \rangle dX dX' dY dY' \quad (1.61)$$

Здесь $\tilde{N}_{fus} = N_{fus}/N_0$. В таком виде распределение эмиссии продуктов термоядерных реакций вычисляется для случая взаимодействия быстрых ионов друг с другом. В рамках программной реализации DOL $\langle \sigma_{fus} v \rangle$ вычисляется в переменных $v_{\perp}, v'_{\perp}, \Delta v$ и $\Phi_p \tilde{B}(\tilde{z})$. Для последующего использования в выражении 1.61 применяется трилинейная интерполяция по переменным $v_{\perp}, v'_{\perp}, \Delta v$.

Взаимодействие быстрых ионов с фоновыми рассматривается в предположении, что энергия быстрых ионов много больше средней энергии распределения фоновых частиц. Для взаимодействия фоновых ионов сортов α и β между собой, предполагая, что они обладают максвелловским распределением, можно переопределить выражение 1.61 как

$$\frac{\partial \tilde{N}}{\partial \tilde{t} \partial \tilde{z}} = \frac{\tau_0}{n_0 \tilde{B}(\tilde{z})} \frac{2n_{\alpha}(\tilde{z})n_{\beta}(\tilde{z})}{\sqrt{\pi}(v_{T_{\alpha}}^2 + v_{T_{\beta}}^2)^{3/2}} \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{\Delta v^2}{v_{T_{\alpha}}^2 + v_{T_{\beta}}^2}\right) \sigma_{fus} \Delta v^2 d\Delta v^2 \quad (1.62)$$

аналогично выражению 1.32. Здесь $\Delta v = |\mathbf{v}_{\alpha} - \mathbf{v}_{\beta}|$ — разность скоростей взаимодействующих частиц.

Величина σ_{fus} может соответствовать значениям сечения D–D или D–T реакций, причем каналы D–D реакции с эмиссией протона или нейтрона рассматриваются отдельно. Сечения термоядерных реакций вычисляются с помощью аппроксимаций, приведенных в работе [29].

1.6. Выводы к первой главе

В результате проделанной работы была создана математическая модель открытой осесимметричной ловушки с многокомпонентной плазмой. По сравнению с моделью, ранее развитой в работе [2], DOI обладает следующими достоинствами:

1. Процедура баунс–усреднения функции распределения быстрых ионов, которая позволяет учесть зависимость характеристик взаимодействия быстрых частиц с плазмой от координаты вдоль оси ловушки.
2. Нестационарный характер модели, необходимый для моделирования экспериментов ГДЛ. Хотя это достоинство малозначительно в рамках обсуждаемой работы, оно существенно расширяет рамки применимости разработанного кода. Кроме этого, возможность сравнения с экспериментальными данными упрощает процедуру проверки корректности работы кода.
3. Более точная модель взаимодействия быстрых ионов с плазмой, учитывающая влияние энергетического профиля распределения быстрых частиц на коэффициенты торможения и диффузии в пространстве скоростей. Данный элемент оказывается важен в том случае, если популяция быстрых ионов имеет плотность, сравнимую с плотностью популяции фоновых ионов, что верно для мощных источников нейтронов на основе ГДЛ.
4. Расширенная модель энергобаланса фоновой плазмы, в рамках которой относительно модели [2] было добавлено рассмотрение пробочного режима удержания. При этом выводы работы [24] были обобщены на случай различающихся температур фоновых ионов и электронов и небольших пробочных отношений. В случае газодинамических потерь фоновых ионов через максимумы амбиполярного потенциала было сделано обобщение выводов работы [26] на случай отличных от единицы пробочных отношений

запирающего пробкотрона и небольших (порядка электронной температуры) амплитуд запирающего амбиполярного потенциала.

5. Учет фактора конечного размера ларморовских орбит быстрых частиц при вычислении интенсивности термоядерных реакций, что важно для корректной оценки нейтронного выхода ИН при $r_{pl}/\rho \sim 1$, где ρ — ларморовский радиус быстрого иона.

Сравнение DOI с нуль-мерной моделью [2] обусловлено использованием последней для численного моделирования, во многом похожего на обсуждаемое в главе 3. С этой точки зрения указанные отличия отчасти определяют новизну проведенного в главе 3 численного моделирования и позволяют уточнить результаты, полученные ранее в работе [2]. Как будет показано в разделе 2.2, наиболее существенными для оценки параметров ИН на основе ГДЛ являются учет зависимости характеристик плазмы от продольной координаты, аппроксимация продольных потерь фоновой плазмы и учет конечного размера ларморовских орбит быстрых частиц.

Глава 2

Тестовые расчеты с помощью кода DOL

Представленная в главе 1 численная модель была реализована в рамках кода DOL. Настоящая глава посвящена результатам тестовых расчетов с помощью разработанного кода, необходимых, с одной стороны, для проверки корректности работы кода и, с другой стороны, объяснения значимости его усовершенствований относительно программного обеспечения, использовавшегося ранее для расчета ИН на основе открытых осесимметричных ловушек. В разделе 2.1 приведены результаты сравнения результатов расчетов с помощью кода DOL с экспериментальными данными экспериментов ГДЛ и соответствующими результатами моделирования кодом MCFIT. Раздел 2.2 посвящен рассмотрению отличий численной модели DOL от нуль-мерной модели, использованной в работе [2], с повторным моделированием одной из конфигураций ИН, описанных в упомянутом исследовании. Наконец, в разделе 2.3 проведен анализ условий, при которых становится важным вклад нелинейных членов интеграла столкновений (т. е. членов, соответствующих рассеянию и торможению быстрых ионов на собственном распределении) в процессы формирования функции распределения быстрых частиц.

2.1. Сравнение результатов работы кода DOL с экспериментальными данными установки ГДЛ

Для проверки корректности работы кода DOL помимо аналитических тестов было использовано сравнение с экспериментальными данными установки ГДЛ и результатами расчетов с помощью кода MCFIT, являющегося частью программного обеспечения ITCS [3]. В частности, были проведены вычисления

по данным работы [30], описывающей один из экспериментов ГДЛ с мощностью инжекции $P_{inj} \approx 4$ МВт и достижением температуры электронов $T_e \approx 100$ эВ.

Прежде чем переходить к обсуждению результатов сравнения, следует сказать, что проведенный численный эксперимент подразумевал некоторый произвол выбора входных параметров расчета. Отчасти это связано с одномерностью используемой численной модели, т.е. невозможностью учесть радиальное распределение плазменных параметров, возникающее в реальном эксперименте. С другой стороны, некоторые параметры, необходимые для моделирования, из эксперимента известны не были (к примеру, поток фоновых ионов из плазменной пушки или зависимость их температуры от времени). Поэтому в рамках расчета были сделаны следующие предположения.

- Поток фоновых ионов J_g был постоянным на этапе нагрева плазмы и выбирался таким образом, чтобы обеспечить приблизительное сохранение плотности фоновых ионов $n_c(t) \approx const$ на этапе нагрева плазмы. При этом сама плотность фоновых ионов выбиралась из условия равенства расчетной и экспериментальной захваченных мощностей атомарных пучков P_{cap} . Поскольку момент выключения атомарных инжекторов ($t = 1.1$ мс) совпадал с выключением плазменной пушки, для этапа распадного эксперимента предполагалось, что $J_g = 0$.
- Радиус плазмы r_{pl} определялся из требования равенства расчетного и экспериментального значений мощности торможения на электронах $P_{f \rightarrow e}$, в то время как n_c и r_{pl} были связаны соотношением $n_c r_{pl} \approx const$.
- Как следует из описания эксперимента, использование плазменной пушки и лимитеров приводило к существенным потерям энергии за счет электронной теплопроводности. Они были введены в виде дополнительной частоты потерь энергии электронами ν_e , постоянной на этапе нагрева плазмы. После выключения плазменной пушки значение ν_e снижалось вдвое

(мощность энергостока на плазменную пушку и лимитеры была приблизительно равной).

Результаты моделирования представлены на рисунках 2.1, 2.2 и в таблице 2.1. Как следует из приведенных данных, в рамках численного моделирования удалось с достаточной точностью воспроизвести динамику накопления энергии в популяции быстрых ионов и основные процессы энергообмена. Значения радиуса плазменного столба и плотности фоновых ионов в численном эксперименте составляли $r_{pl} = 12$ см и $n_c \approx 4 \cdot 10^{13}$ см⁻³ соответственно. Согласно данным эксперимента, радиус плазменного столба не превышал 15 см (положение лимитера), а плотность фоновой плазмы менялась от $6 \cdot 10^{13}$ см⁻³ на оси системы до $1 \cdot 10^{13}$ см⁻³ на радиусе 12 см со средним значением по поперечному сечению около $3\text{--}4 \cdot 10^{13}$ см⁻³. Поэтому выбранные значения радиуса и плотности можно условно считать соответствующими экспериментальным значениям. Электронная температура в численном эксперименте достигала максимальной величины $T_e^{max} = 102$ эВ в момент времени $t = 1.2$ мс, что также хорошо согласуется с приведенными в описании эксперимента значениями.

Выявленные отличия результатов расчетов с помощью кода DOI от ранее проведенных расчетов MCFIT и экспериментальных данных были связаны по большей части с необходимостью учета радиальных распределений параметров плазмы. В частности, как видно из рисунка 2.2(б), плотность быстрых ионов на оси ловушки, рассчитанная с помощью кода MCFIT, отличается по абсолютной величине от среднего значения по сечению плазменного столба, полученного в расчетах DOI, приблизительно в 1.5 раза, хотя продольные профили и в том, и в другом случае одинаковы. Также были обнаружены существенные расхождения в значениях относительного поперечного давления плазмы, $\beta_{\perp,v}$. Согласно личному сообщению А. В. Аникеева, расчетные значения $\beta_{\perp,v}$ в работе [30] были переоценены в два раза. Однако даже при учете этого фактора относительное

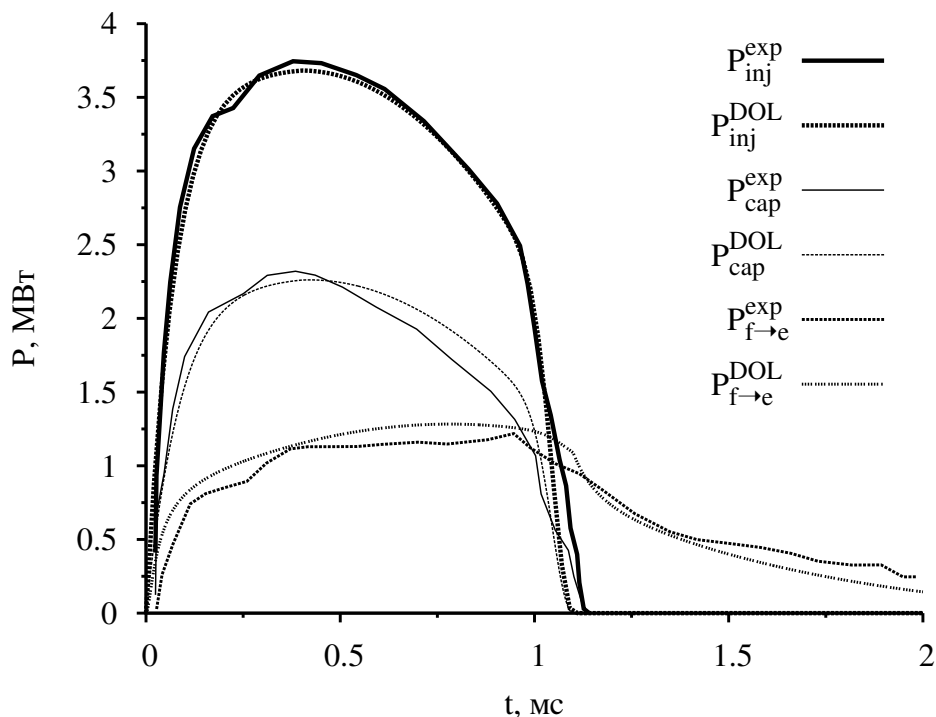


Рис. 2.1. Полная мощность атомарного нагрева (P_{inj}), захваченная мощность (P_{cap}) и мощность, передаваемая электронам от быстрых ионов за счет процесса торможения ($P_{f \rightarrow e}$). Верхний индекс “exp” соответствует экспериментальным данным, индекс “DOL” — результатам расчетов с помощью кода DOL.

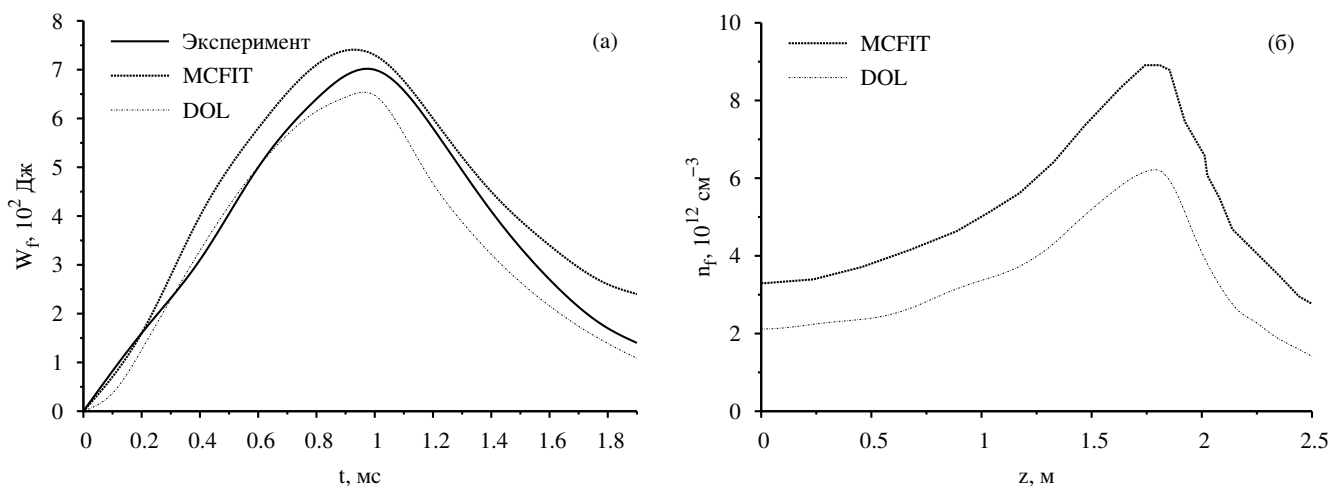


Рис. 2.2. Характеристики популяции быстрых ионов полученные с помощью кодов DOL и MCFIT. а) энергосодержание популяции в зависимости от времени. Погрешность экспериментальных данных $\approx 15\%$. б) распределение плотности быстрых частиц вдоль оси ловушки для момента времени $t = 0.8-0.9$ мс. $z = 0$ соответствует сечению установки в точке минимума поля. В случае кода MCFIT приведено значение плотности на оси установки.

Таблица 2.1. Энергобаланс плазмы для момента времени $t = 0.6$ мс после начала нагрева атомарными пучками. Второй столбец соответствует значениям параметров, полученным в ходе эксперимента, третий — значениям, полученным в результате моделирования кодом DOL.

Параметр	Эксперимент	DOL
P_{inj} , МВт	3.7 ± 0.1	3.54
P_{cap} , МВт	2.2 ± 0.1	2.18
W_f , Дж	520 ± 30	501
$W_c + W_e$, Дж	185 ± 15	172
$P_{f \rightarrow e}$, МВт	1.15 ± 0.1	1.25
$P_{f \rightarrow i}$, кВт	—	94
P_{ex} , кВт	150 ± 30	75
P_{\parallel} , кВт	< 50	1.6
$P_{c\parallel} + P_{e\parallel}$, кВт	490 ± 40	351
P_{ad} , кВт	610 ± 180	507
P_{\perp} , кВт	~ 100	—

давление, полученное в расчетах DOL, значительно ниже давления, рассчитанного с помощью MCFIT. Так, в точке максимума давления для момента времени $t = 0.8\text{--}0.9$ мс были получены значения $\beta_{\perp,v}^{DOL} = 6.5 \cdot 10^{-2}$ и $\beta_{\perp,v}^{MCFIT} \approx 2.8 \cdot 10^{-1}$ соответственно). Еще одним отличием полученных с помощью кода DOL результатов является двукратная недооценка мощности перезарядочных потерь (см. таблицу 2.1), связанная, по-видимому, с необходимостью учета газовых условий в установке (напомним, что в модели DOL учитываются только перезарядочные потери, связанные с взаимодействием атомарного нагревного пучка с плазмой).

Помимо сравнения с работой [30], также был проведен расчет скорости реакции синтеза D(d,p)T для условий эксперимента ГДЛ, описанного в [31]. В рамках указанного эксперимента было проведено измерение поперечного и

продольного профиля эмиссии протонов из установки ГДЛ. По сравнению с работой [30] данный эксперимент описан значительно менее подробно. В частности, не известна зависимость мощности вводимых в плазму атомарных пучков от времени, важная для корректного определения плотности быстрых ионов и скорости протекания термоядерных реакций. Ввиду того, что эксперименты, описанные в [30] и [31], проводились в близкие промежутки времени, а известные детали их постановки (длительность нагрева плазмы атомарными пучками, характерная температура электронов, использование плазменной пушки для создания предварительной плазмы) совпадают или отличаются незначительно, при моделировании был использован профиль мощности атомарной инъекции, приведенный в работе [30] (см. кривую P_{inj}^{DOL} на рисунке 2.1). Помимо вычисления скорости реакции синтеза в рамках расчета требовалось воспроизвести значение электронной температуры, полученное в ходе эксперимента, $T_e \approx 90$ эВ, а также значения плотности быстрых и фоновых ионов ($n_f \lesssim 2 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ и $n_c \approx 6 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ соответственно), известные из описания [31]. Радиус плазменного столба на старте инъекции атомарных пучков выбирался равным $r_{pl} \approx 8$ см согласно описанию эксперимента.

Продольный профиль скорости реакции синтеза D(d,p),T, полученный в результате расчетов с помощью DOL, а также экспериментальные данные и результаты расчетов с помощью MCFIT представлены на рисунке 2.3. Расчетная электронная температура в момент $t = 1.0$ мс от старта инъекции атомарных пучков составила 92 эВ, плотность фоновых ионов в точке минимума поля — $6.3 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, плотность быстрых ионов в точке остановки — $1.6 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$. Профиль интенсивности, представленный на рисунке 2.3 получен при стартовом радиусе плазмы $r_{pl} = 7.5$ см.

Следует отметить ярко выраженную зависимость профиля скорости реакции синтеза от электронной температуры и стартового радиуса плазмы. Повышение электронной температуры приводило к снижению перепада между ско-

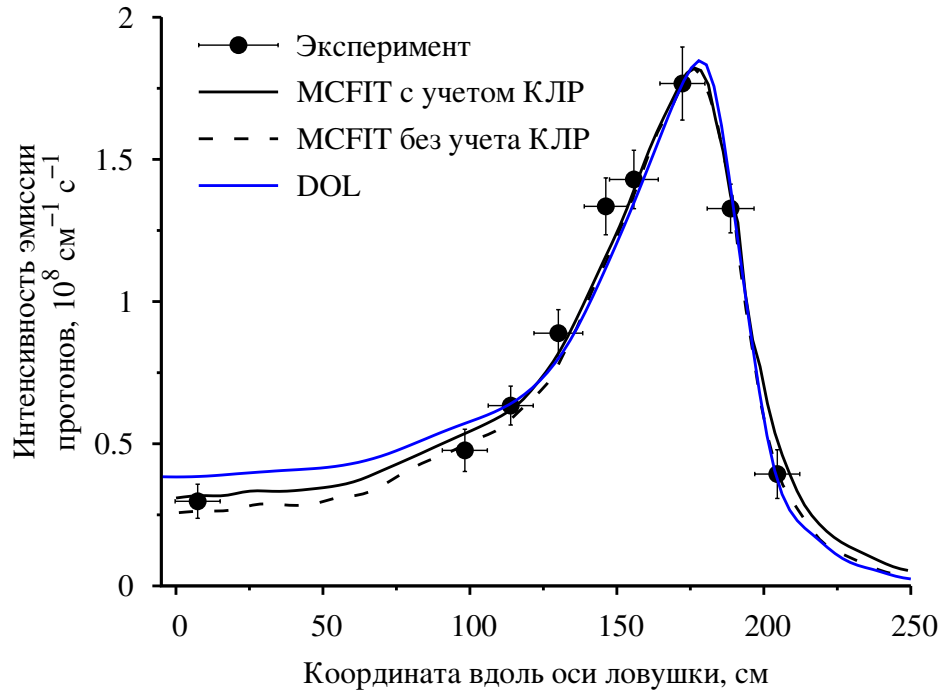


Рис. 2.3. Профили интенсивности реакции синтеза $D(d,p)T$ в расчете на единицу длины вдоль оси открытой ловушки, полученные кодами DOL и MCFIT. Для случая расчетов без учета эффекта конечных ларморовских радиусов (см. пунктирную кривую) профиль нейтронной эмиссии был дополнительно перенормирован для привязки к экспериментальным данным. Нулевое значение по оси абсцисс соответствует сечению установки в точке минимума поля.

ростями реакции синтеза в точке минимума магнитного поля и точке останковки быстрых ионов, что связано с ростом вклада процесса рассеяния быстрых ионов по углам по сравнению с процессом торможения быстрых частиц на электронах. Изменение радиуса плазмы влияло на абсолютную величину интенсивности реакции: при условии, что электронная температура была фиксирована, изменение радиуса плазмы не приводило к искажению профиля интенсивности, хотя увеличение радиуса плазменного столба, к примеру, от 7 до 8 см приводило к росту абсолютных значений интенсивности реакции синтеза в 1.3–1.5 раза. Это объясняется близкими значениями радиуса плазменного столба и ларморовского радиуса дейтонов высоких энергий. Тот факт, что малое изменение одного из параметров численного эксперимента приводит к существенному изменению

основного результата, показывает, что для более корректной оценки интенсивности реакции синтеза в данном случае следует использовать более точные двумерные модели. В том случае, если характерный радиус плазмы много больше ларморовских радиусов быстрых ионов, можно ожидать меньшей неопределенности результатов расчетов с помощью кода DOL.

Стоит сказать, что хорошее соответствие расчетных и экспериментальных данных отчасти объясняется неполнотой последних. К примеру, для описываемого эксперимента не было известно значение энергосодержания популяции быстрых ионов. Исходя из результатов предыдущего расчета, посвященного моделированию эксперимента из работы [30], добиться одновременного совпадения численного и экспериментального значений как для энергосодержания, так и для плотности быстрых частиц с помощью кода DOL не удастся. Тем не менее, отличия экспериментальных и расчетных значений параметров плазмы в рамках проведенных в настоящем разделе сравнений не превышают двух раз, что является весьма неплохим результатом для одномерного кода.

2.2. Сравнительный анализ параметров источника нейтронов для материаловедческих исследований

В настоящем разделе приводятся результаты сравнения параметров источника нейтронов на основе ГДЛ для материаловедческих исследований, полученных в работе [2] и вычисленных с помощью кода DOL. В целом код DOL базируется на ранее разработанной модели, в то время как параметрическая оптимизация ИН в [2] в плане построения численных экспериментов во многом похожа на расчеты, обсуждаемые в главе 3. По этой причине важно, что, как будет видно из этого раздела, преимущества кода DOL перед ранее использовавшейся нуль-мерной моделью существенно влияют на результаты вычислений.

Следует кратко напомнить об особенностях постановки численного экспе-

римента и полученных в [2] результатов. Исходная параметрическая оптимизация проводилась с помощью “упрощенной” модели, не учитывавшей прямого нагрева фоновых ионов быстрыми частицами. В результате такой оптимизации был найден вариант с низкой температурой фоновых ионов, $T_e/T_c \approx 4$. Удержание ионов фоновой компоненты в этом варианте ИН определялось пиками амбиполярного потенциала, создаваемыми быстрыми ионами. В то же время, при учете прямого нагрева впоследствии оказалось, что температура фоновых ионов гораздо выше, $T_e/T_c \approx 1$, а создаваемый амбиполярный потенциал недостаточен для эффективного подавления продольных потерь ионов ($e\varphi/T_c \lesssim 1$) при условии, что из рассмотрения исключались процессы перезарядки быстрых ионов на нейтральной компоненте, создаваемой за счет испарения пеллетов¹. В то же время, использованная численная модель не рассматривала пробочное удержание фоновых частиц.

Для сравнения с результатами работы кода DOL был выбран один из вариантов источника нейтронов, ранее рассчитанного с помощью “полной” модели, учитывавшей процессы перезарядки и прямого нагрева фоновых ионов быстрыми. Профиль магнитного поля был выбран подобным использованному в работе [32] (см. рисунок 2.4), и соответствует длине тестовой зоны 2 м.

Параметры плазмы для исходного и посчитанного с помощью кода DOL вариантов ИН представлены в таблице 2.2. В рамках сравнения расчеты выполнялись для двух вариантов аппроксимации продольных потерь фоновой плазмы. В первом (вариант ИН–А) использовались приближения для пробочного удержания, т.е. приближение газодинамических потерь через короткие пробки

¹ В модели генератора нейтронов [2] для поддержания плотности фоновой плазмы использовалась пеллет–инжекция. При этом предполагалось, что ионизация вещества происходит много быстрее, чем облако нейтралов становится прозрачным для ионов плазмы. По этой причине все приведенные конфигурации ИН за исключением одной предполагали прямую добавку фоновых ионов в установку. В отдельно проведенном расчете было показано, что в случае полной прозрачности облака нейтралов для плазмы параметры ИН радикально ухудшались (в 2–5 раз по термоядерной мощности).

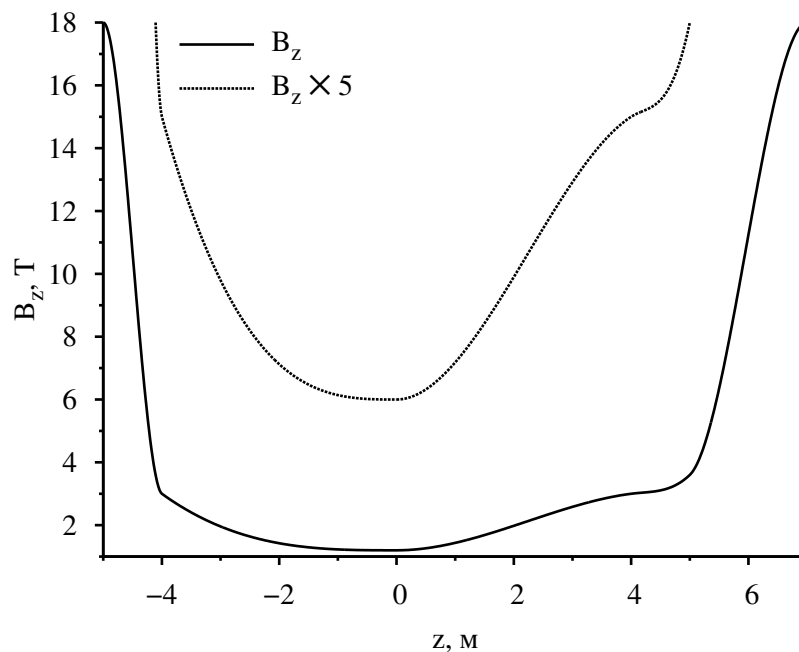


Рис. 2.4. Профиль напряженности магнитного поля, использованный при моделировании ИН для материаловедческих исследований. Пробочные узлы и максимумы поля находятся в точках $z = -5$ м и $z = 7$ м, границы тестовой зоны соответствуют точкам $z = 3$ и $z = 5$ м.

и формула Будкера; во втором варианте (ИН–Б) аппроксимация продольных потерь фоновых частиц была приведена в соответствие с работой [2]. Для всех вариантов предполагалось, что дейтерий и тритий используются в нагревных пучках, а фоновая плазма подпитывается протием.

В таблице использованы следующие обозначения: R^* — пробочное отношение в тестовой зоне (области остановки быстрых ионов); J_c — значение эквивалентного тока, соответствующее вводу нейтрального газа для поддержания плотности фоновой плазмы; r_{beam} — характерный радиус инжектируемого гауссова пучка быстрых ионов; P_n — мощность инжекции быстрых атомов (индексы или добавки D, T обозначают соответственно дейтерий и тритий); φ^{amb} — значение амбиполярного потенциала, использованное для вычисления времен продольных потерь ионов фоновой плазмы; θ_F — питч-угол инжекции; β_{\perp} — значение относительного поперечного давления плазмы в области однородного поля; β_{\parallel} — значение относительного продольного давления плазмы в области

Таблица 2.2. Значения параметров плазмы для конфигураций источника нейтронов, рассчитанных с помощью нуль-мерной модели [2] (ИН-0) и кода DOL (ИН-А, ИН-Б).

Параметр	ИН-0	ИН-А	ИН-Б
Входные параметры			
E_{inj} , кэВ		100	
r_{pl} , см		10.7	
R_{max}		15	
R^*		2.78	
J_c , экв. кА		2.42	
r_{beam} , см		7	
$P_{n,D}$, МВт		16.3	
$P_{n,T}$, МВт		11.8	
$e\varphi^{amb}/T_e$	0.66	0	0.66
L , м		12	
θ_F , град		35	
Параметры плазмы			
r_{pl}/ρ_D		3.5	
r_{pl}/ρ_T		2.8	
β_{\perp}	0.58	0.24	0.25
β_{\parallel}	1.66	0.82	0.86
γ_D , %	82.2	76.7	68.7
γ_T , %	89.8	85.5	78.8
T_e , кэВ	1.0	1.1	1.1
T_c , кэВ	0.88	2.4	0.82
$e\varphi^*/T_e$	0.66	0.51	0.57
$e\varphi_{wall}/T_e$	4.0	4.2	3.9
$n_f(D)$, 10^{13} см $^{-3}$	5.4	2.8	2.8
$n_f(T)$, 10^{13} см $^{-3}$	5.3	2.9	2.8
n_c , 10^{13} см $^{-3}$	5.5	9.0	6.3
$n_f^*(D)$, 10^{13} см $^{-3}$	14.3	8.8	9.3
$n_f^*(T)$, 10^{13} см $^{-3}$	14.3	9.3	10.0
n_c^* , 10^{13} см $^{-3}$	2.6	7.0	2.9
τ_{gd} , мс	0.13	0.17	0.15
τ_{kin} , мс	0.52	1.16	0.67
$\tau_d(D)$, мс	16	8.7	9.5
Энергобаланс быстрых частиц			
P_{cap} , МВт	24	22.6	20.4
$P_{f \rightarrow e}$, МВт	14.8	14.6	14.0
$P_{f \rightarrow i}$, МВт	4.0	5.2	3.7
P_{ex} , МВт	1.9	1.2	1.6
P_{\parallel} , МВт	3.4	1.4	1.1
Нейтронная генерация			
Q_{pl} , %	—	3.7	3.8
P_{l0} , МВт/м	0.16	0.04	0.03
P_l^* , МВт/м	0.51	0.16	0.17

однородного поля; γ — коэффициент захвата атомарных пучков в ионы, вычисленный согласно выражению 1.33; φ_* — значение амбиполярного потенциала в области остановки быстрых ионов (в случае ИН-0 совпадает с φ^{amb}); $\varphi_* n_f, n_c$ — плотность быстрых ионов в области однородного поля; n_f^*, n_c^* — плотность быстрых ионов в тестовой зоне; P_{cap} — захваченная мощность атомарных пучков; P_{ex} — мощность потерь за счет процессов переза-

рядки; P_{\parallel} — мощность продольных потерь быстрых частиц; Q_{pl} — отношение полной мощности термоядерных реакций в установке к мощности атомарного нагрева; P_{l0} — мощность нейтронной генерации² в расчете на погонный метр в области однородного поля; P_l^* — то же в тестовой зоне. Остальные обозначения были введены ранее.

Согласно результатам, полученным с помощью кода DOL, основной параметр ИН — мощность нейтронной генерации в расчете на погонный метр длины установки — для конфигураций ИН–А и ИН–Б оказывается в три–пять раз ниже, чем в исходном варианте источника нейтронов (ИН–0). Причиной расхождения является существенное отличие характерного времени торможения быстрых частиц на электронной компоненте плазмы τ_d , которое определяется методикой вычисления для случая нуль–мерной и одномерной моделей открытой ловушки. В случае нуль–мерной модели характерное время торможения, по–видимому, вычислялось исходя из параметров плазмы на однородном участке магнитного поля, что можно подтвердить прямой подстановкой параметров в выражение 1.23. С другой стороны, в одномерной модели используется банунс–усредненное время торможения, учитывающее вариацию плотности электронов вдоль оси, в то время как в области остановки быстрых частиц процесс торможения протекает более интенсивно за счет большей плотности плазмы. В результате параметр τ_d для конфигураций, рассчитанных с помощью разных моделей, отличается в 1.5–2 раза. Описанный фактор приводит к снижению плотности быстрых частиц в 1.5 раза в области остановки. Большой перепад плотностей быстрых ионов между областью однородного поля (n_f) и областью остановки (n_f^*) также объясняется бóльшим вкладом процесса торможения в формирование функции распределения быстрых ионов. Помимо этого, согласно проведенным расчетам, учет конечного размера ларморовских орбит при вычислении нейтронной эмиссии (см. раздел 1.5) приводит к 25 % снижению

² Параметр вычислен согласно формуле 1.52 с домножением на энергию эмитируемых нейтронов.

нейтронной генерации. Так, в предположении $r_{pl}/\rho_{D,T} \gg 1$ для конфигурации ИН–А можно получить $P_i^* \approx 0.21$ МВт/м.

Хотя мощность нейтронной генерации в конфигурациях ИН–А и ИН–Б оказывается приблизительно одинаковой, они существенно различны в плане температуры и плотности фоновых ионов, причем параметры фоновой плазмы в конфигурации ИН–Б с хорошей точностью повторяют результаты вычислений с помощью нуль–мерной модели. Это обусловлено отличием использованных приближений для вычисления характерных времен продольного удержания и характерных энергий, выносимых фоновыми частицами. В обоих случаях наблюдается преимущественно адиабатическое удержание (т.е. $\tau_{kin} > \tau_{gd}$). В случае ИН–А для вычисления характерного времени продольных потерь использовалась формула Будкера, а в случае ИН–Б — формула Пастухова. При этом, как уже упоминалось ранее, величина запирающего потенциала оказывается недостаточной для эффективного подавления продольных потерь фоновых ионов. Тем не менее, по порядку величины времена удержания в обеих конфигурациях совпадают. По–видимому, для точного определения параметров фоновой плазмы в этом случае недостаточно приближенного описания, приведенного в разделе 1.4 или использованного в работе [2]. Фоновая плазма в приведенных конфигурациях является слабостолкновительной, и расчет ее параметров возможен с помощью модели с унифицированным кинетическим описанием взаимодействия частиц.

2.3. Влияние свойств интеграла столкновений на функцию распределения быстрых ионов

В рамках проделанной работы было проведено сравнение результатов работы кода DOL для различных вариантов расчета взаимодействия быстрых дейтронов с компонентами плазмы. Помимо варианта интеграла столкновений,

предложенного в разделе 1.2 и обозначаемого далее как “СI–E”, в сравнение были включены:

- Упрощенный интеграл столкновений для описания релаксации пучка быстрых ионов в холодной фоновой плазме согласно работе [2], обозначаемый далее как ”СI–0”. Данный вариант не учитывал процесса диффузии быстрых частиц по энергии. Влияние быстрых ионов учитывалось только в процессе угловой диффузии, причем потенциалы Розенблюта–Трубникова вычислялись для рассеивающей функции вида $f_0(v, z) = \frac{n(z)}{4\pi} \frac{\delta(v)}{v^2}$, где $n(z)$ — плотность быстрых ионов в точке z .
- Интеграл столкновений для описания взаимодействия быстрых ионов с максвеллизированной плазмой, обозначаемый далее как “СI–M”. Данный вариант описания предполагал взаимодействие быстрых частиц с фоновой плазмой аналогично варианту СI–E, а вклад быстрых частиц аппроксимировался с помощью модельного максвелловского распределения ионов $f_M(v, z)$. Модельная рассеивающая функция выбиралась таким образом, что

$$n(z) = \int f_M(v, z) d^3v = \int f(\mathbf{v}, z) d^3v,$$

$$\langle E \rangle(z) = \int f_M(v, z) E d^3v = \int f(\mathbf{v}, z) E d^3v,$$

где $\langle E \rangle$ — средняя энергия, $f(\mathbf{v}, z)$ — исходная функция распределения быстрых ионов. Несмотря на то, что интеграл столкновений такого вида учитывает нелинейные члены для всех процессов, он обладает тем недостатком, что для функции распределения общего вида закон сохранения энергии не выполняется. Также отметим, что с точки зрения использования вычислительных ресурсов он не менее затратен, чем “СI–E”.

Расчеты проводились для конфигурации ловушки, представленной в таблице 2.3. Для выявления влияния формы интеграла столкновений на результа-

ты расчетов численный эксперимент был построен следующим образом. Во-первых, параметры фоновой плазмы (плотность при нуле амбиполярного потенциала и температура) в каждом расчете фиксировались. Во-вторых, при расчете интенсивности термоядерных реакций из рассмотрения были исключены эффекты конечного размера ларморовских орбит. Отличия между подходами к учету взаимодействия быстрых ионов с плазмой оценивались по значению мощности термоядерной реакции P^{dd} , отнесенной к значению для интеграла столкновений “СI–E” (т.е. мощность термоядерных реакций для последнего была принята за единицу). Для всех вариантов расчета было справедливым условие $n_c/n_f \ll 1$, а значение T_e/E_{inj} менялось в диапазоне от 0.01 до 0.2.

Таблица 2.3. Основные входные параметры модели для вычисления зависимости характеристик плазмы от электронной температуры в установке. Значение радиуса плазмы (r_{pl}) и плотности фоновых ионов (n_c) соответствуют центральному сечению установки.

Параметр	Значение	Параметр	Значение
L, м	20	T_e , кэВ	1–20
r_{pl} , см	30	n_c , см ⁻³	$1 \cdot 10^{12}$
B_m , Т	1.5	E_{inj} , кэВ	100
R_{max}	10	P_{inj} , МВт	20

Согласно результатам вычислений, представленным на рисунке 2.5, при $T_e/E_{inj} \ll 1$ все три варианта интеграла столкновений приводят к идентичным результатам, так как в этом случае процессом, определяющим стационарное состояние функции распределения, является торможение быстрых частиц на электронах. С другой стороны, при увеличении значения отношения T_e/E_{inj} растет как время установления стационарного состояния, так и разрыв между результатами моделирования для вариантов СI–E, СI–M и СI–0, т.е. начинают сказываться особенности учета вклада быстрых частиц в рассеяние.

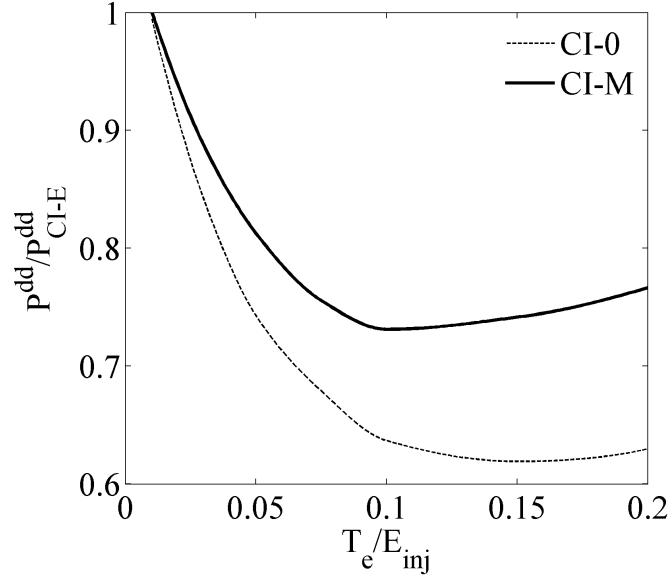


Рис. 2.5. Зависимость нормированной мощности d–d реакции в открытой ловушке $P^{dd}(T_e/E_{inj})/P_{CI-E}^{dd}(T_e/E_{inj})$ от соотношения температуры электронов и энергии инжекции быстрых частиц T_e/E_{inj} . Здесь P_{CI-E}^{dd} — зависимость мощности d–d реакции для случая “CI–E”.

Максимальная относительная разница мощности термоядерных реакций между вариантами CI–E и CI–0 достигается при значении³ $T_e/E_{inj} \approx 0.15$ и составляет 1.6 раз. При дальнейшем увеличении температуры электронов происходит плавное снижение разрыва. Это связано с особенностями реализации кода DOL и конечностью разностной сетки по координате нормированной энергии X , т.е. с потерями частиц на энергиях $E/E_{inj} > 4$, обусловленных ограниченностью сетки на плоскости (X, Y) в коде DOL.

Различия рассмотренных интегралов столкновений приводят также и к существенному видоизменению распределения быстрых частиц по энергии в случае высокой электронной температуры. На рисунке 2.6 рассмотрены профили баунс–усредненной функции распределения ионов $F(E)$ по энергии для $T_e/E_{inj} = 0.2$, причем $F(E)$ определяется как $F(E) = C \int \mathcal{F}(X, Y) dY$. Здесь $E = X \cdot E_{max}$; C — нормировочная константа, общая для случаев CI–0, CI–M,

³ Дополнительно отметим, что при самосогласованных расчетах, учитывающих динамику параметров фоновой плазмы, соотношение T_e/E_{inj} не превышало 0.1.

CI-E ($\mathcal{F}(X, Y)$), а также нормированные координаты X, Y были определены в разделе 1.1).

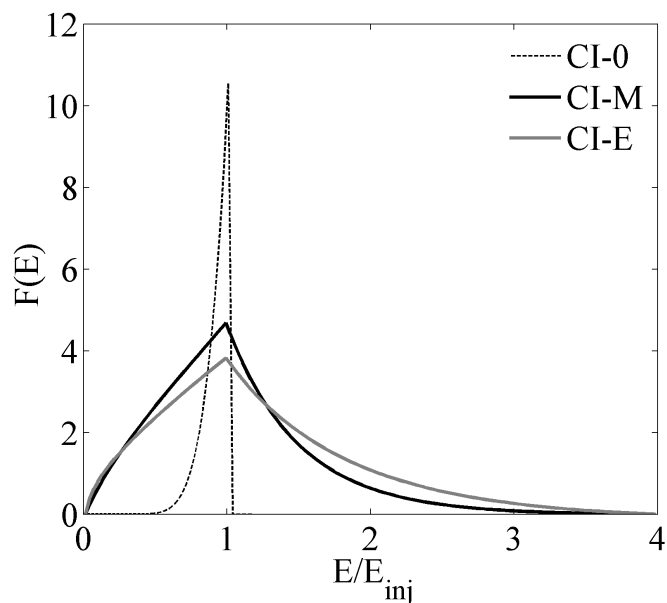


Рис. 2.6. Баунс-усредненные функции распределения по энергии $F(E)$ для случаев CI-0, CI-M, CI-E при $T_e/E_{inj} = 0.2$.

Очевидно, что учет диффузии частиц по энергии и процесса торможения на собственном распределении для рассмотренного случая приводит к существенному уширению энергетического профиля функции распределения. С другой стороны, отличия вариантов CI-E и CI-M не столь велики. Тем не менее, согласно рисунку 2.5, такие отличия дают значительную разницу в мощности термоядерных реакций (в 1.3 раза).

Отличия угловых профилей функций распределения гораздо менее существенны. На рисунке 2.7 представлены баунс-усредненные функции распределения быстрых ионов $F(Y)$ по нормированной угловой координате, определенные как

$$F(Y) = \frac{\mathcal{F}(X_0, Y)}{\int_0^1 \mathcal{F}(X_0, Y) dY},$$

где X_0 — выбранная точка по координате нормированной энергии. В широком диапазоне энергий угловые профили для случаев CI-E, CI-M практически иден-

тичны, т.е. в рассматриваемом численном эксперименте отличия рассеивающей функции распределения от максвелловской не играют существенной роли при оценке угловых характеристик распределения быстрых частиц.

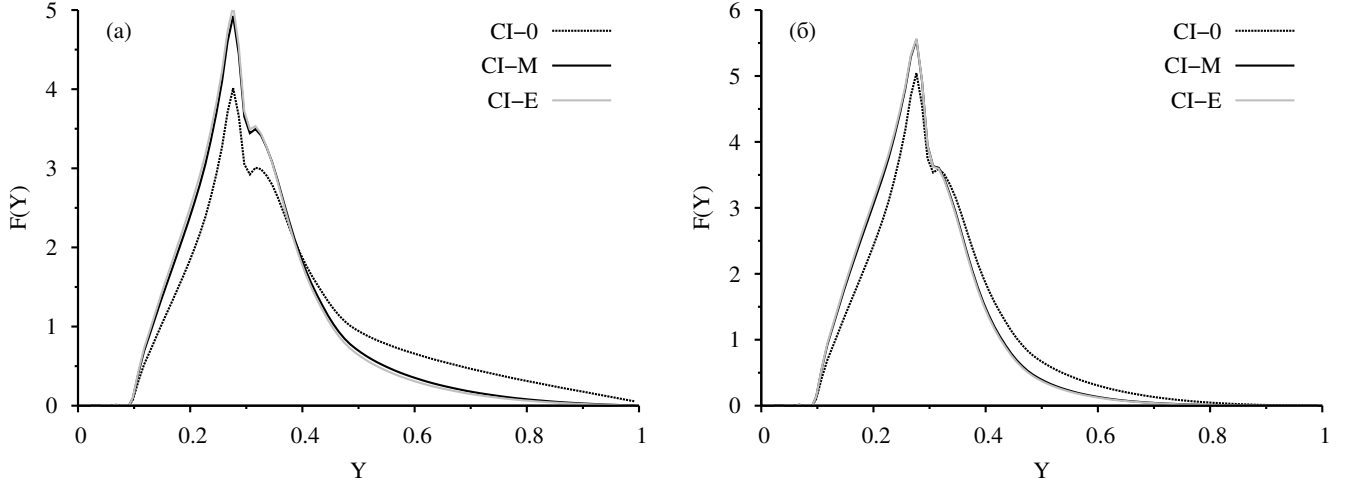


Рис. 2.7. Нормированные угловые профили для баунс-усредненной функции распределения быстрых ионов при а) $E/E_{inj} = 0.75$; б) $E/E_{inj} = 0.25$. Угол инжекции $\theta_F = 30^\circ$ (соответствует нормированной угловой координате $Y = 0.25$).

В качестве выводов к настоящему разделу можно заключить, что нелинейный вклад в рассеяние и торможение быстрых ионов, вычисляемый в коде DOL, существенен для открытых ловушек с высокой плотностью быстрых частиц $n_f/n_e \gtrsim 1$ и достаточно высокой температурой электронной компоненты плазмы $T_e/E_{inj} \gtrsim 0.05$. В то же время, исходя из данных предыдущих исследований (и, забегая вперед, данных главы 3), ИН на основе ГДЛ характеризуется соотношением T_e/E_{inj} в диапазоне 0.01–0.02, поэтому тонкости учета нелинейных слагаемых интеграла столкновений кажутся не столь существенными для моделирования его параметров. С другой стороны, в недавних экспериментах ГДЛ [33, 34] достигались условия, близкие к описанным в начале абзаца. Таким образом, предпринятое уточнение формы интеграла столкновений может оказаться востребованным при дальнейшем моделировании экспериментов ГДЛ с мощным ЭЦР-нагревом. Помимо этого, в главе 3 также будут рассматриваться варианты ИН с режимом удержания фоновых ионов, близким к адиабатическо-

му, и для таких конфигураций источника нейтронов учет нелинейных слагаемых интеграла столкновений опять же становится важным.

2.4. Выводы ко второй главе

По результатам проведенных тестовых расчетов можно сделать следующие выводы. Как следует из раздела 2.1, разработанная численная модель пригодна для расчета параметров открытых осесимметричных ловушек типа ГДЛ. Следует сделать оговорку, что модель не предназначена для вычисления радиальных распределений параметров плазмы и основывается на предположении о равномерном распределении всех параметров внутри задаваемой пользователем магнитной поверхности. Этот фактор необходимо иметь в виду при дальнейшем моделировании источника нейтронов. Как показано в разделе 2.2, учет продольной неоднородности плазмы существенно влияет на результирующие характеристики ИН и позволяет уточнить результаты расчетов, полученные ранее в работе [2]. Также достаточно важным для моделирования ИН фактором оказывается конечный размер ларморовских орбит быстрых ионов. Уточнение нелинейных слагаемых интеграла столкновений, как было продемонстрировано в разделе 2.3, может оказать существенное влияние на параметры установок с $T_e/E_{inj} \gtrsim 0.05$ и $n_f/n_c \gtrsim 1$ (к примеру, конфигураций ИН с мощным ЭЦР-нагревом или с преимущественно слабостолкновительной ионной компонентой плазмы).

Глава 3

Систематическая оптимизация источника нейтронов на основе открытой ловушки

Последняя глава настоящей работы посвящена результатам моделирования параметров источника нейтронов на основе ГДЛ и ГДМЛ. По своему построению численный эксперимент был близок к описанному ранее в работе [2]. Тем не менее, он содержит ряд значимых отличий как от упомянутой работы, так и от других работ, рассматривавших ИН на основе осесимметричных открытых ловушек с газодинамическим режимом удержания фоновой плазмы. Хотя большая часть этих отличий уже была описана в предыдущих разделах, они будут кратко перечислены далее.

Во-первых, как было показано в разделе 2.2, построенная численная модель открытой ловушки уточняет данные о возможностях источника нейтронов, полученные ранее с помощью нуль-мерной модели, поскольку позволяет учесть зависимость характеристик плазмы от положения вдоль оси ловушки. С другой стороны, в отличие от MCFIT, с помощью которого ранее также проводились вычисления параметров ИН для приложений атомной энергетики (см. работы [10, 11, 35]), применяемая численная модель включает в себя уравнения баланса частиц и энергии фоновой плазмы и позволяет рассчитывать ее параметры в случае переходных режимов продольного удержания. Разумеется, код MCFIT обладает тем достоинством перед моделью DOL, что позволяет учесть радиальные зависимости характеристик плазмы. Тем не менее, полученные в настоящей работе значения КПД реакций синтеза в ИН можно полагать оценкой сверху относительно результатов, которые можно получить с помощью более точных двух- или трехмерных кодов.

Во-вторых, проведенный в представляемой работе численный эксперимент

подразумевал использование систематических методов оптимизации параметров ИН, которые обеспечивали высокую надежность нахождения глобального максимума КПД источника нейтронов ИН на допустимой области значений входных параметров модели. С другой стороны, помимо исследования [2], такой подход к определению параметров источника нейтронов на основе ГДЛ не использовался, а для случая ГДМЛ используется впервые.

Целью описываемого численного эксперимента было определение максимально достижимого КПД генерации термоядерных нейтронов Q_{eng} в ИН на основе открытой ловушки с газодинамическим или переходным режимом удержания фоновой плазмы, причем в качестве основного приложения ИН рассматривалась генерация нейтронов для подкритичной гибридной системы для дожигания младших актинидов. Назначение источника нейтронов обуславливало требования к КПД (см. раздел 3.1) и базовую конфигурацию источника нейтронов (см. раздел 3.2.1). Раздел 3.2 посвящен описанию структуры и условий численного эксперимента. Результаты расчетов приведены в разделе 3.3.

3.1. Необходимое КПД реакций синтеза в ИН для гибридной системы–дожигателя

Требования к источнику нейтронов для гибридной системы определяются основным назначением ГС, возможными альтернативами при выборе источника, стоимостью того или иного типа ИН и, наконец, необходимостью поддержания положительного баланса производимой и потребляемой в ГС мощности. В настоящее время трудно дать оценку стоимости гибридных систем с тем или иным типом источника нейтронов ввиду относительной незрелости технологий ГС. Оставшиеся факторы будут кратко рассмотрены в настоящем разделе. Более подробное обсуждение состояния технологий гибридных систем приведено в работе [8]. Библиографические ссылки, касающаяся этой тематики, также

можно найти в указанной работе.

В принципе, ГС могут использоваться для решения задач атомной энергетики, перечисленных далее (с ними, разумеется, может сочетаться производство электроэнергии):

- дожигание трансураниевых элементов отработавшего ядерного топлива;
- трансмутация долгоживущих радиоактивных продуктов деления;
- наработка делящихся изотопов для U–Pu и U–Th ядерных топливных циклов.

Требования к ИН будут определяться в предположении применения ГС для первой из перечисленных выше задач, поскольку она является наиболее актуальной с точки зрения развития атомной энергетики. Кроме того, требования к скорости генерации первичных нейтронов в ИН в этом случае являются наиболее мягкими.

Последнее утверждение связано с зависимостью скорости генерации первичных нейтронов ИН $\frac{\partial N}{\partial t}$ от коэффициента размножения нейтронов гибридной системы k_{eff} и мощности тепловыделения в подкритичной ядерной сборке P_{th} . “Пальцевую” оценку зависимости $\frac{\partial N}{\partial t}$ от k_{eff} и P_{th} можно записать как

$$\frac{\partial N}{\partial t} = P_{th} \cdot \frac{(1 - k_{eff}) \cdot \bar{\nu}_{fis}}{k_{eff}\kappa} \cdot \frac{1}{E_{fis}}. \quad (3.1)$$

Здесь κ — коэффициент использования первичных нейтронов в подкритичной сборке, E_{fis} — характерная энергия (в Дж), выделяемая в акте деления, $\bar{\nu}_{fis}$ — среднее число нейтронов, высвобождаемых в акте деления. Выражение $\frac{k_{eff}\kappa}{(1-k_{eff})\cdot\bar{\nu}_{fis}}$ представляет собой количество актов деления, инициированных одним нейтроном источника. В случае ГС для дожигания долгоживущих трансураниевых элементов значение k_{eff} , как правило, достаточно близко к единице, $k_{eff} \approx 0.95-0.97$, и определяется требованиями безопасности. В случае других

приложений ГС характерные значения k_{eff} значительно ниже, $k_{eff} \lesssim 0.9$, поэтому они потребуют больших значений скорости генерации первичных нейтронов при заданной мощности тепловыделения в подкритичной сборке.

В настоящее время рассматривается два основных типа ИН для гибридных систем. Это, во-первых, электроядерные источники нейтронов и, во-вторых, источники с использованием реакций синтеза (к этой категории относятся и открытые ловушки). Электроядерные системы представляют собой сочетание протонного ускорителя и нейтрон-производящей мишени. Генерация нейтронов в ядерной мишени происходит за счет реакции ядерного расщепления, которая инициируется протонами высоких энергий $W > 200$ МэВ. Выход нейтронов в данной реакции зависит материала и геометрии мишени, а также от энергии частиц налетающего пучка. Согласно работе [36], феноменологическая формула, описывающая эффективность нейтронной генерации нейтронов Y в расчете на один протон для мишени из неделящихся тяжелых элементов (к примеру, свинца или вольфрама), выглядит как

$$Y = (W - 120)(A + 20) \cdot 10^{-4}. \quad (3.2)$$

Здесь W — энергия налетающих протонов в МэВ, A — относительная атомная масса ядер мишени. Как следует из формулы 3.2, при увеличении энергии протонов эффективность генерации нейтронов в расчете на джоуль энергии пучка асимптотически приближается к значению $(A + 20) \cdot 10^9 / 1.6$, причем при значении энергии частиц более 1 ГэВ эффективность меняется слабо. Проекты электроядерных ИН для гибридных систем как правило основываются либо на циклотронах, либо на линейных ускорителях. Однако использование последних рассматривается как более предпочтительное в связи с большими значениями тока пучка, которых в них можно добиться: для линейных ускорителей с непрерывной генерацией пучка протонов предполагается достижение токов порядка 100 мА и соответствующей мощности пучка около 100 МВт, в то время как

для циклотронов предполагаемый предельный уровень тока пучка составляет ~ 10 мА [37, 38]. Для оценки КПД генерации непрерывного протонного пучка с энергией протонов ~ 1 ГэВ линейным ускорителем можно воспользоваться оценкой, приведенной в работе [37]:

$$P_{grid} = 1.9 \cdot P_{beam} + P_{aux}. \quad (3.3)$$

Здесь P_{grid} — мощность, потребляемая от электросети; P_{beam} — мощность протонного пучка; $P_{aux} \approx 27$ МВт — затраты мощности не связанные с током пучка. В коэффициент пропорциональности между P_{beam} и P_{grid} входит КПД преобразования переменного/постоянного тока в блоках питания (0.97), КПД генерации высокочастотного излучения клистрономы (0.67), также предполагается 10 % потерь излучения в волноводе и дополнительные 10 % потерь в качестве поправки для неучтенных факторов. Пользуясь формулами 3.2, 3.3, можно вычислить эффективность генерации нейтронов S_{acc} ускорительным источником в расчете на джоуль вкладываемой энергии электросети:

$$S_{acc} = \frac{Y(W, A) \cdot P_{beam}}{P_{grid} \cdot E_p}, \quad (3.4)$$

где $E_p = 10^6 eW$ — энергия протонов пучка в Дж.

Аналогичную S_{acc} величину можно ввести и для источника с генерацией нейтронов посредством реакции D–T синтеза:

$$S_{fus} = \frac{P_{fus}}{P_{grid} \cdot E_{fus}} = Q_{eng}/E_{fus}, \quad (3.5)$$

где E_{fus} — энергия в Дж, выделяемая в реакции синтеза.

Используя выражения 3.4 и 3.5, можно сравнить эффективность генерации нейтронов в электроядерном и термоядерном источниках нейтронов при различных значениях Q_{eng} и тока пучка ускорителя. Как следует из рисунка 3.1, ИН с генерацией нейтронов посредством D–T реакции синтеза достигает эффективности генерации, сравнимой с электроядерными ИН, при $Q_{eng} \approx 0.1$ –0.2.

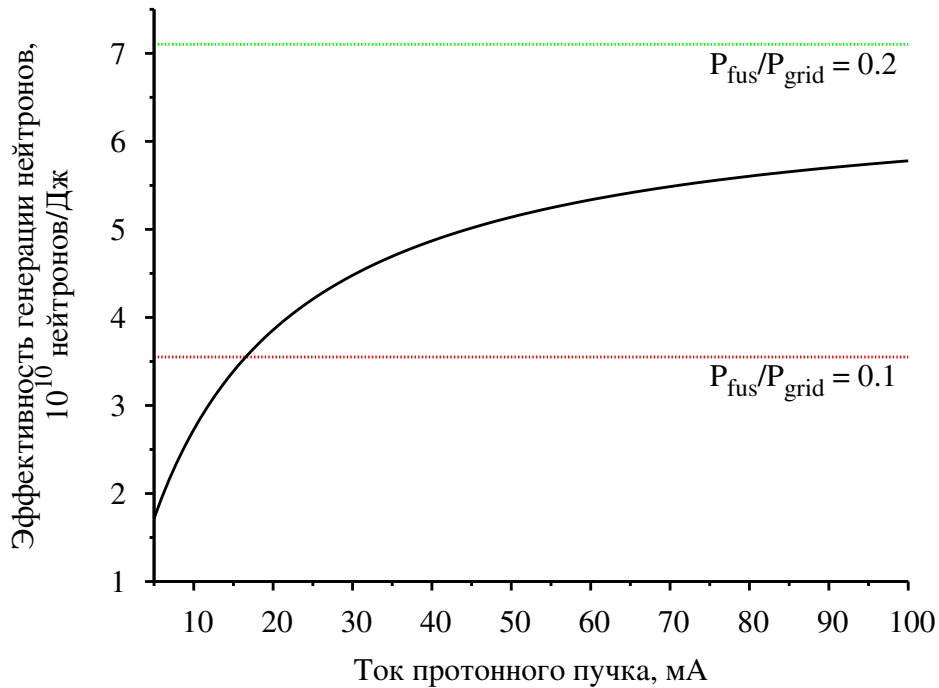


Рис. 3.1. Эффективность производства нейтронов в расчете на единицу энергии электросети для электроядерного ИН с энергией протонов 1 ГэВ и свинцовой мишенью в зависимости от тока пучка. Красной и зеленой линиями обозначены эффективности производства нейтронов для D–T термоядерного источника нейтронов с P_{fus}/P_{grid} 0.1 и 0.2 соответственно.

При сравнении ИН на основе токамака и ИН на основе открытой ловушки, основных типов источников нейтронов с использованием реакций синтеза, очевидно, что ИН на основе токамака способны обеспечить большую эффективность генерации нейтронов и большой нейтронный поток, поскольку в настоящее время КПД термоядерных реакций экспериментальных токамаков, рассчитанное по вложенной в плазму мощности, на несколько порядков выше значений, достигнутых в экспериментах на открытых ловушках. Кроме этого, лишь немногие из современных проектов источников нейтронов на основе открытых ловушек предполагают достижение $Q_{eng} \sim 1$ (что неудивительно ввиду разрыва экспериментально наблюдаемых и проектных параметров для таких ИН). Разумеется, перспективы использования в атомной отрасли для токамаков шире, чем для открытых ловушек: ИН с $Q_{eng} \sim 1$ могут быть использованы для ГС с глубоко подкритичными blankets, к примеру, для систем наработки

делящихся изотопов. Однако, в сравнении с токамаками открытые ловушки обладают следующими преимуществами:

1. Удержание плазмы в режимах с высоким поперечным относительным давлением плазмы;
2. Отсутствие тока в плазме и, как следствие, отсутствие проблем с переходом к неиндуктивным режимам удержания (по той же причине срывы плазмы на первую стенку менее существенны, чем в случае токамаков);
3. Возможность прямого преобразования продольного потока частиц в электроэнергию¹;
4. Цилиндрическая геометрия подкритичной системы и относительно простая адаптация подкритичных сборок, разработанных ранее для ГС с электроядерным ИН, к использованию с компактным ИН на основе открытой ловушки.

В случае ГС для дожигания трансурановых отходов требование высокого кпд термоядерных реакций не является строго необходимым, поскольку коэффициент размножения нейтронов подкритичной сборки будет близок к единице. Минимально допустимый кпд ИН можно определить исходя из условия самообеспечения гибридной системы электроэнергией. Пользуясь формулой 3.1, можно ввести взаимосвязь мощности D–T термоядерных реакций в источнике нейтронов P_{fus} и тепловой мощностью подкритичной ядерной сборки P_{th} :

$$P_{fus} = P_{th} \cdot \frac{(1 - k_{eff}) \cdot \bar{\nu}_{fis}}{k_{eff} \kappa} \cdot \frac{E_{fus}}{E_{fis}}. \quad (3.6)$$

¹ Прямое преобразование энергии продольного потока плазмы было продемонстрировано на установке ТМХ [39], причем достигнутый кпд преобразователя составил 48 %. В недавних экспериментах на открытой ловушке ГАММА–10 было достигнуто кпд преобразования продольного потока частиц ≈ 70 % [40].

Мощность электросети, затрачиваемую на питание ИН, можно определить как $P_{grid} = f \cdot P_{th} \cdot \eta_{th}$, где $\eta_{Th} \approx 0.4$ — КПД преобразования выделяемой в подкритичной сборке тепловой мощности в электроэнергию, $f < 1$ — доля от производимой гибридной системой электроэнергии, затрачиваемой на поддержание работы ИН. Пользуясь выражением 3.6 и подставляя характерные значения $E_{fis} \approx 200$ МэВ, $E_{fus} \approx 17.6$ МэВ, $\nu_{fis} \approx 2.5$, можно построить зависимость Q_{eng} от k_{eff} и f , представленную на рисунке 3.2. Из представленного рисунка видно, что при характерных значениях коэффициента размножения нейтронов $k_{eff} \approx 0.95$ – 0.97 минимально допустимое КПД термоядерных реакций ИН составляет несколько процентов.

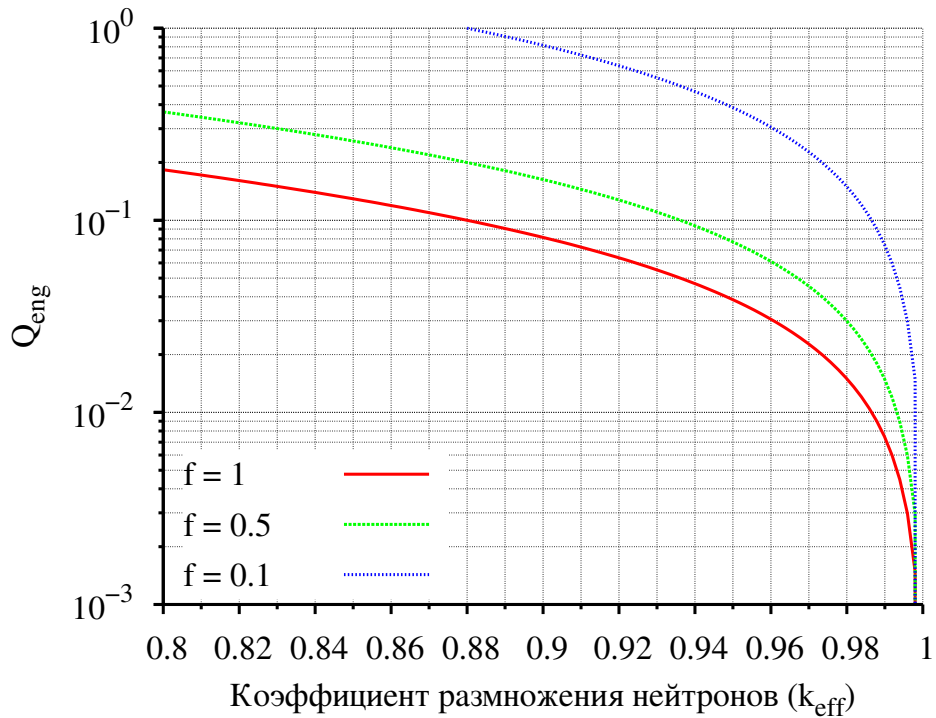


Рис. 3.2. Минимально допустимый КПД термоядерных реакций источника нейтронов в зависимости от коэффициента размножения нейтронов. Значения приведены для следующего набора параметров: $E_{fus} = 17.6$ МэВ, $E_{fis} \approx 200$ МэВ, $\bar{\nu}_{fis} \approx 2.5$, $\eta_{Th} \approx 0.4$, $\kappa \approx 0.75$.

Таким образом, согласно грубой оценке, представленной в этом разделе, ИН на основе открытой ловушки может использоваться в ГС при инженерном КПД $Q_{eng} \gtrsim 0.05$. Конкурентоспособность с мощными электроядерными ИН по

параметру эффективности производства нейтронов в расчете на джоуль затраченной мощности электросети достигается при КПД в диапазоне от 0.1 до 0.2.

3.2. Постановка численного эксперимента

Данный раздел посвящен условиям и предположениям проведенных вычислений. Общая схема конфигурации источника нейтронов, выбранной за основу для всех численных экспериментов, описана в разделе 3.2.1. Сами вычисления были разделены на четыре группы (“серии”), причем в каждом случае на искомую оптимальную конфигурацию источника нейтронов накладывался ряд ограничений. Детально серии вычислений и использованные ограничения описаны в разделе 3.2.2. Наконец, параметры установки, по которым проводилась оптимизация, а также использовавшиеся методы поиска оптимума обсуждаются в разделе 3.2.3.

3.2.1. Базовая схема источника нейтронов

Общая схема источника нейтронов, использованная при вычислениях, соответствовала приведенной на рисунке 3.3. Длина базовой конфигурации ловушки L_0 составляла 20 метров, что было обусловлено возможностью использования ИН такой длины с подкритическими сборками, близкими к ранее разработанным для электроядерных систем. Инжекторы нагревных пучков предполагалось расположить под прямым углом к линиям магнитного поля в точках с пробочным отношением $R_{inj} > 1$, в то время как подкритичная сборка должна была располагаться в области квази-однородного магнитного поля около центральной плоскости ловушки.

Инжекция пучков быстрых атомов, полученных путем перезарядки положительных ионов, и ЭЦР-нагрев рассматривались в качестве основных методов нагрева плазмы, поскольку ранее их эффективность была продемонстрирована

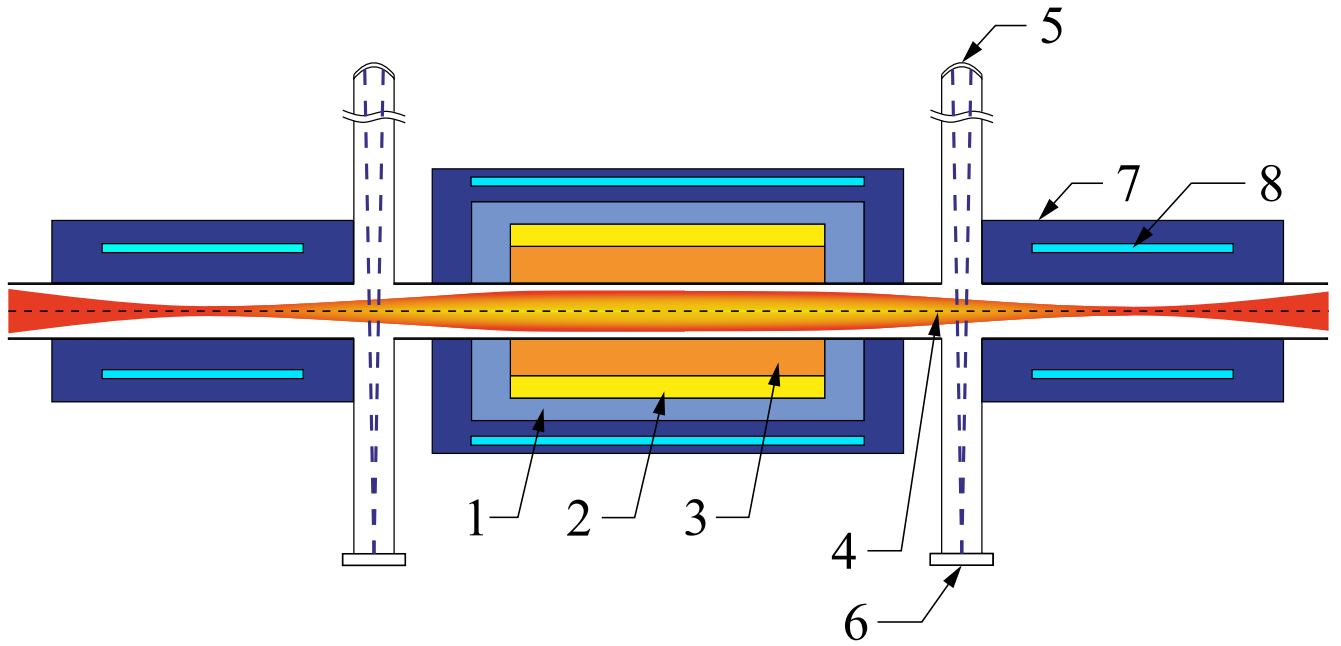


Рис. 3.3. Схема подкритичной системы типа “деление–синтез” с ИН на основе открытой ловушки. 1 — отражатель, 2 — литиевый бланкет для наработки трития, 3 — подкритичная активная зона, 4 — плазма, 5 — нагревательный инжектор, 6 — приемник пучков, 7 — нейтронная защита, 8 — сверхпроводящие магнитные катушки.

в экспериментах ГДЛ. ЭЦР–нагрев учитывался в модели как прямой вклад мощности в электроны, причем предполагалось, что их распределение остается максвелловским в процессе нагрева. Кпд генерации излучения был принят равным 50 %. Данное значение можно рассматривать как достижимое в рамках современного технологического уровня [41].

Инжектируемые атомы дейтерия и трития в рамках численного эксперимента имели одинаковую энергию E_{inj} . Предполагалось, что атомарные инжекторы будут располагаться под углом друг к другу для того, чтобы обеспечить более широкое угловое распределение инжектируемых частиц и, соответственно, более равномерное распределение интенсивности нейтронной эмиссии вдоль оси ИН. В рамках моделирования это учитывалось заданием полуширины инжектируемого гауссова пучка равной 10° . Что касается пространственных характеристик пучков быстрых атомов, их профиль также предполагался гауссовым с характерным радиусом $r_{inj} = 10$ см. Для простоты полный кпд генерации

пучков инжекторами был принят равным $\eta_{inj} \approx 80\%$. Значение КПД генерации атомарных пучков, разумеется, зависит от значения E_{inj} . Тем не менее, согласно работе [42], использование рекуперации пучков позволяет достичь КПД генерации уровня 70–80 % при условии, что энергия инжектируемых частиц не превышает 200 кэВ. В качестве примера проекта системы инжекции высокой мощности с большим КПД производства пучка нейтралов можно привести работу [43]. В данном проекте предполагалась генерация пучков атомов дейтерия и трития суммарной мощностью 225 МВт, с энергией частиц 100 и 150 кэВ (для атомов дейтерия и трития соответственно). При этом расчетный КПД генерации составлял 75 %.

Суммарная мощность питания систем нагрева $P_{grid,0}$, необходимая для поддержания работы источника, была выбрана равной 125 МВт. Данное значение было определено исходя из предполагаемого значения КПД термоядерных реакций источника нейтронов² $Q_{eng} = P_{fus}/P_{grid,0} \approx 0.1$, причем необходимая мощность термоядерных реакций P_{fus} определялась из характерных параметров подкритичного реактора для дожигания младших актинидов согласно оценке 3.6. Предполагая, что тепловая мощность подкритичной сборки $P_{th} \approx 1$ ГВт, коэффициент размножения нейтронов в подкритичной системе $k_{eff} \approx 0.96$, энерговыделение в расчете на одну (D–T) термоядерную реакцию $E_{fus} = 17.6$ МэВ, энерговыделение в одной реакции деления $E_{fis} \approx 200$ МэВ, коэффициент использования первичных нейтронов в подкритичной сборке $\kappa = 0.75$, а среднее количество эмитируемых нейтронов в расчете на одну реакцию деления $\bar{\nu}_{fis} \approx 2.5$, пользуясь упомянутой оценкой можно получить значение $P_{grid,0} \approx 122$ МВт.

² Вообще говоря, в определении Q_{eng} необходимо учитывать не только суммарную мощность питания систем нагрева, но и мощность питания электромагнитов. В последующем рассмотрении мы будем предполагать использование сверхпроводящих соленоидов для генерации магнитного поля, а долю электроэнергии, необходимой для их питания, пренебрежимо малой.

Наконец, напряженность магнитного поля в ловушке была ограничена значением 15 Т, причем данное значение можно рассматривать как достижимое в рамках существующих технологий производства сверхпроводящих электромагнитов.

3.2.2. Серии вычислений и применяемые ограничения

Проводимые вычисления были разделены на четыре серии. В каждой из них использовались следующие ограничения на параметры плазмы. Во-первых, поперечное относительное давление плазмы β_{\perp} не должно было превышать единицу, т.е. должно было находиться в диапазоне относительных давлений, достигнутых в экспериментах на установке ГДЛ³. Во-вторых, коэффициент захвата атомарного пучка в плазму γ , вычисляемый согласно выражению 1.33, был ограничен уровнем 0.9. Более высокий коэффициент захвата мог бы привести к формированию кольцеобразного радиального распределения быстрых ионов, чего нельзя было бы отследить используемой одномерной численной моделью.

Помимо этого, во всех вычислительных сериях использовалось ограничение на параметры фоновой плазмы, связанное с необходимостью стабилизации системы относительно микронеустойчивостей. Как было указано в [44], наиболее опасным типом микронеустойчивостей является дрейфово-конусная неустойчивость (ДКН), подавления которой можно добиться путем заполнения конуса потерь в области фазового пространства с $v \approx 0$, где v — скорость частиц, т.е. добавкой максвеллизированной фоновой плазмы, как это реализовано в ГДЛ. В рамках проведенных расчетов в качестве сепаратрисы между адиабатическим и газодинамическим режимами удержания фоновых ионов использо-

³ Напомним, что β_{\perp} обозначает относительное поперечное давление плазмы по возмущенному (вытесненному) магнитному полю (см. раздел 1.1).

валось условие

$$\tau_{kin} = k \cdot \tau_{gd}. \quad (3.7)$$

Хотя точное значение коэффициента k , при котором плазма в установке становится неустойчивой относительно ДКН, неизвестно, однако в случае установки ГДЛ $k \lesssim 1$ не приводит к развитию ДКН. Поэтому условие 3.7 с $k = 1$ было принято в качестве основного варианта ограничений параметров фоновой плазмы как для случая расчетов ИН на основе ГДЛ, так и ИН на основе ГДМЛ. Аналогичное условие использовалось при упрощенных расчетах источника нейтронов в работе [2].

Первая из серий расчетов, GDT-0, была посвящена выяснению зависимости КПД термоядерных реакций от условий, налагаемых на теплую плазму, для ИН на основе ГДЛ. Она включала в себя четыре расчета с коэффициентами k выражения 3.7, равными 1, 2, 5 и ∞ . Хотя с формальной точки зрения фоновая плазма при $k > 1$ находится в адиабатическом режиме удержания, время рассеяния в конус потерь для некоторой части распределения фоновых ионов с энергиями $E_c < \frac{3}{2}T_c$ остается меньшим относительно характерного времени продольных потерь, а конус потерь остается заполненным в области малых скоростей частиц. Исключением является предельный случай с $k = \infty$, который соответствует классической ловушке Будкера–Поста с адиабатическим удержанием ионов и использованный только для полноты сравнения параметров ИН.

В серии вычислений “GDMT-0” были проведены оптимизационные расчеты параметров ИН на основе ГДМЛ. Влияние многопробочных секций вводилось посредством увеличенного эффективного пробочного отношения

$$R_{eff} = N \cdot R_{max}, \quad (3.8)$$

используемого вместо R_{max} для расчета характерного времени удержания фоновых ионов в газодинамическом режиме (см. выражения 1.42, 1.44). Серия

включала в себя расчеты с параметром N , равным 5, 10 и 20. Остальные параметры соответствовали базовой конфигурации ИН, описанной в разделе 3.2.1, а граница между адиабатическим и газодинамическим режимами удержания фоновых ионов определялась с помощью выражения 3.7 с $k = 1$.

Две оставшиеся серии расчетов, “NS–L” и “NS–P”, были связаны между собой и предназначались для оценки зависимости КПД термоядерных реакций от длины ИН и полной мощности нагрева плазмы (таким образом, в перечисленных сериях варьировались параметры базовой конфигурации источника нейтронов) как в случае ГДЛ, так и в случае ГДМЛ. Также, как и в серии GDMT–0, для разграничения между газодинамическим и адиабатическим режимом удержания фоновых ионов использовалось условие 3.7 с $k = 1$. При расчетах ИН на основе ГДМЛ использовался запирающий коэффициент N , равный 10 (см. выражение 3.8). В результате расчетов предполагалось получить скейлинг зависимости максимального КПД термоядерных реакций ИН вида

$$Q_{eng} = Q_0 \cdot P_{grid}^\alpha \cdot L^\beta \quad (3.9)$$

для ИН с пучково–плазменным режимом генерации нейтронов и фиксированным максимальным магнитным полем в пробках $B_{max} = 15$ Т. В серии NS–P полная мощность питания систем нагрева менялась в диапазоне от 25 до 175 МВт, в то время как остальные параметры базовой конфигурации источника нейтронов оставались неизменными. В расчетах серии NS–L длина ловушки варьировалась в диапазоне от 10 до 100 м. При этом предполагалось, что мощность нагрева P_{grid} пропорциональна корню из длины ловушки, $P_{grid}/P_{grid,0} \propto \sqrt{L/L_0}$ (значения $P_{grid,0}$, L_0 соответствуют приведенным в разделе 3.2.1). Для нахождения показателей степени α, β в формуле 3.9 можно было провести вычисления с фиксированным значением P_{grid} и вариацией значения L . Но сама по себе задача нахождения степенных коэффициентов в зависимости 3.9 подразумевает произвольность выбора точек на плоскости (L, P_{grid}) , поэтому проведен-

ные вычисления вполне пригодны для нахождения указанных коэффициентов.

Для проверки правильности скейлинга 3.9 при произвольных значениях мощности нагрева и длины установки были также выполнены оптимизационные расчеты ИН на основе ГДЛ и ГДМЛ для длины $L = 40$ м и мощности $P_{grid} = 250$ МВт. Помимо перечисленных основных серий вычислений, было проведено несколько дополнительных расчетов для уточнения полученных результатов. Результаты этих расчетов и соответствующая постановка численных экспериментов будут описываться далее по мере необходимости.

3.2.3. Методы оптимизации и варьируемые параметры

Для проведения расчетов использовалось два оптимизационных алгоритма — метод дифференциальной эволюции [45] и упрощенный вариант метода Хука–Дживса [46]. Оба выбранных оптимизационных алгоритма относятся к так называемым прямым методам оптимизации, которые не требуют вычисления производных целевой функции (т.е. функции, для которой требуется определить максимальное/минимальное значение), поэтому они оказываются удобными в использовании для недифференцируемых или зашумленных функций. В качестве основного алгоритма параметрической оптимизации использовался метод дифференциальной эволюции, поскольку, согласно тестовым задачам, рассмотренным в работе [45], он достаточно надежен при определении глобальных экстремумов целевой функции (в нашем случае целевой функцией является Q_{eng}). С другой стороны, оптимизация методом Хука–Дживса является менее требовательной к вычислительным ресурсам и обеспечивает большую скорость сходимости. Поэтому она использовалась в серии вычислений NS–L, в которой использование исключительно алгоритма дифференциальной эволюции привело бы к неоправданным затратам времени и компьютерных ресурсов. Реализации алгоритмов, использованные в расчетах, приведены в приложении В.

В набор варьируемых параметров были включены: энергия инжектируемых частиц, E_{inj} (предполагалось, что инжектируемые быстрые дейтоны и тритоны имеют одну и ту же энергию); максимальное пробочное отношение в центральной ячейке установки, R_{max} ; пробочное отношение в точке инжекции, R_{inj} ; интенсивность ввода нейтрального газа для поддержания плотности фоновой плазмы и, наконец, радиус плазменного столба в центральном сечении ловушки r_{pl} . В представленных расчетах, если не оговорено особо, значения оптимизируемых параметров ограничивались следующими интервалами: $E_{inj} \in [2 \cdot 10^4; 2 \cdot 10^5]$ эВ, $r_{pl} \in [1; 100]$ см, $R_{max} \in [5; 50]$, $R_{inj} \in [1.01; 4]$, $J_g \in [0; 20]$ экв. кА.

Напряженность магнитного поля в пробке была равна 15 Т во всех вычислениях основных серий, в то время как варьирование R_{max} производилось путем подстройки минимального магнитного поля в области центрального сечения пробкотрона. Профиль магнитного поля генерировался с помощью алгоритма кусочно-монотонной кубической интерполяции [47]. Примеры профилей пробочного отношения приведены на рисунке 3.4.

Значения R_{max} и R_{inj} , а также радиус плазменного столба r_{pl} относятся к стационарному состоянию системы, поскольку в рамках проведенных вычислений влияние плазмы на магнитное поле не учитывалось. Вакуумное магнитное поле B_v и соответствующий профиль пробочного отношения можно восстановить из соотношения поперечного равновесия в параксиальном приближении, $B_v(z) = B(z)\sqrt{1 + \beta_{\perp}(z)}$, где z — координата вдоль оси ловушки. Аналогичным образом, используя значения магнитного поля $B_v(z)$ и магнитного потока в плазме $\Phi = \pi r_{pl}^2 B_m$ (здесь $B_m = B(z = 0)$ — минимальное магнитное поле в ловушке), можно вычислить значение радиуса плазмы на старте инжекции атомарных пучков, $r_{pl,v} = \sqrt{\frac{\Phi}{\pi B_v(z=0)}}$. Согласно проведенным тестовым расчетам, стационарные параметры плазмы, полученные в результате такого упрощенного рассмотрения, совпадают с полученными в результате прямых численных

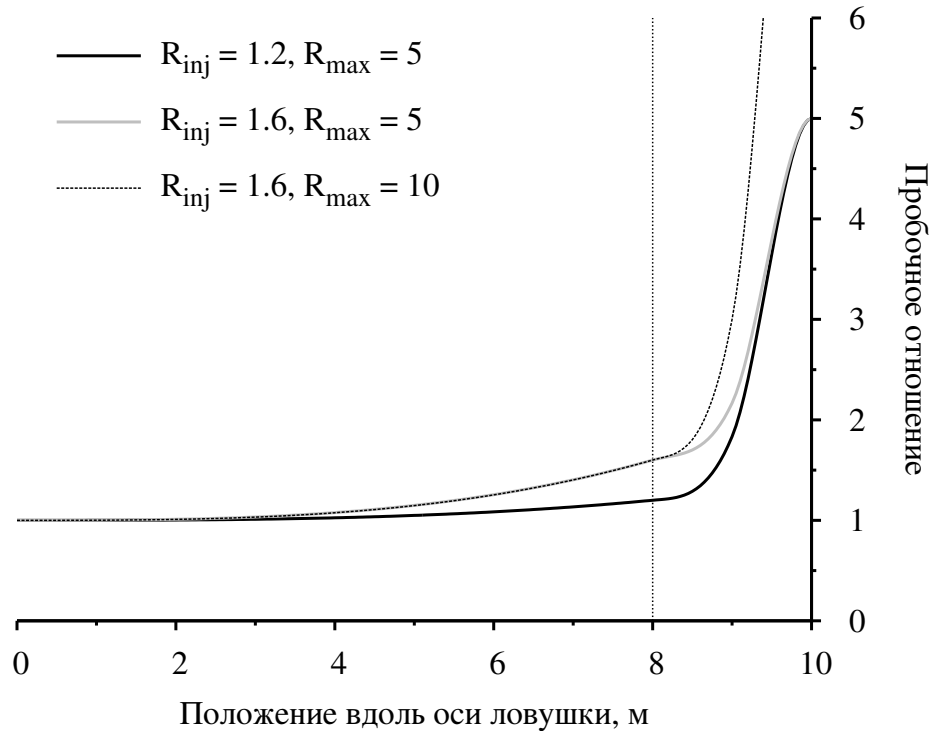


Рис. 3.4. Примеры профиля пробочного отношения в зависимости от положения вдоль оси ловушки для нескольких значений R_{inj} и R_{max} . Нуль оси абсцисс соответствует центральному сечению ловушки. Пунктирная вертикальная линия соответствует точке инъекции атомарных пучков.

экспериментов с магнитным полем, вытесняемым плазмой, если исходное вакуумное поле является монотонной функцией z на промежутке от центрального сечения до пробки, т.е. имеет только один минимум, $B_{m,v} = B_v(z = 0)$. В случае немонотонного профиля магнитного поля соответствие результатов двух типов численных экспериментов проверить не удалось из-за ограничений используемой численной модели.

Помимо перечисленных выше оптимизируемых параметров, в расчетах, дополнительных к серии GDT-0, использовалось варьирование мощности ЭЦР-нагрева плазмы⁴. При этом мощность питания системы ЭЦР-нагрева P_{ECR} варьировалась в пределах от 0 до 125 МВт с сохранением значения полной мощности питания, $P_{grid,0} = P_{ECR} + P_{inj}$. Наконец, отметим, что во всех расчетах исполь-

⁴ Во всех основных сериях расчетов значение мощности ЭЦР нагрева принималось равным нулю, $P_{ECR} = 0$.

зовалось соотношение потоков инжектируемых в установку атомов дейтерия и трития $J_{inj,D}/J_{inj,T} = 1$ (такое же соотношение использовалось и в случае потоков частиц для поддержания плотности фоновой плазмы, $J_{g,D}/J_{g,T} = 1$), поскольку, как показано в приложении Б, с помощью варьирования этого параметра можно было добиться лишь незначительного (около одного–двух процентов) повышения КПД термоядерных реакций.

3.3. Результаты расчетов

3.3.1. Результаты моделирования базовой конфигурации источника нейтронов (серии GDT–0 и GDMT–0)

Параметры конфигураций, полученных в результате расчетов серии GDT–0, представлены в таблице 3.1. Расчеты, соответствующие различным значениям k из условия 3.7, обозначаются как “GDT–0– k ”. Все расчеты проведены с помощью метода дифференциальной эволюции. Параметры, помеченные буквами D или T относятся к дейтериевой или тритиевой ионной компоненте соответственно. $\langle E \rangle$ обозначает среднюю энергию распределения быстрых ионов. n_f^0, n_c^0 соответствуют плотностям быстрых или фоновых ионов в центральном сечении ловушки. P_{fe} обозначает энергию, передаваемую от быстрых ионов электронам, P_{fc} — энергию, передаваемую от быстрых ионов фоновым, P_{ex} — мощность энергопотерь быстрых ионов за счет процесса перезарядки на нейтральной компоненте, создаваемой инжекцией быстрых атомов, $P_{||}$ — мощность продольных потерь быстрых частиц. ρ_T обозначает Ларморовский радиус тритона на энергии инжекции в точке минимума магнитного поля, $\rho_T = \sqrt{2m_T E_{inj} c} / (e_p B_m \sqrt{R_{inj}})$ (здесь e_p — заряд протона, c — скорость света). P_{\uparrow} соответствует энергии, уносимой в единицу времени высокоэнергичными ча-

стицами⁵.

Таблица 3.1. Параметры результирующих конфигураций ИН для серии расчетов GDT-0.

Параметр	GDT-0-1	GDT-0-2	GDT-0-5	GDT-0-∞
Варьируемые параметры				
E_{inj} , кэВ	122.1	122.8	119.9	229.9
ΔE_{inj} , кэВ	[100.6; 126.5]	[97.3; 137.1]	[102.7; 140.0]	[184.8; 272.6]
J_{inj} , кА	0.82	0.81	0.83	0.43
r_{pl} , см	35.0	28.2	24.6	84.6
Δr_{pl} , см	[25.7; 47.2]	[20.3; 42.6]	[19.3; 37.3]	[73.5; 99.8]
R_{max}	35.4	21.6	16.3	5.7
ΔR_{max}	[20.0; 50.0]	[14.3; 40.2]	[12.8; 25.8]	[5.3; 7.3]
R_{inj}	2.6	1.6	1.4	1.1
ΔR_{inj}	[1.2; 4.0]	[1.1; 3.5]	[1.1; 2.1]	[1.0; 1.3]
J_g , экв. кА	9.0	8.4	6.6	0.0
ΔJ_g , экв. кА	[8.0; 11.2]	[7.0; 9.5]	[6.1; 7.3]	—
Параметры плазмы				
r_{pl}/ρ_T	2.7	2.8	3.1	19.1
β_{\perp} , %	94.2	87.3	82.0	87.0
γ_D , %	59.0	63.4	69.1	82.9
γ_T , %	69.6	74.3	79.6	90.0
$\langle E \rangle_D$, кэВ	48.6	49.8	51.9	222.9
$\langle E \rangle_T$, кэВ	52.2	53.2	55.0	232.6
T_e , кэВ	1.0	1.1	1.3	21.2
T_D , кэВ	0.8	1.1	2.1	70.3
T_T , кэВ	0.8	1.1	2.1	76.3
$n_f^0(D)$, 10^{13} см ⁻³	0.9	1.4	2.0	3.1
$n_f^0(T)$, 10^{13} см ⁻³	1.3	2.1	2.9	4.7
$n_c^0(D)$, 10^{13} см ⁻³	1.7	1.8	2.2	0.3
$n_c^0(T)$, 10^{13} см ⁻³	2.2	2.4	3.2	0.5
$\tau_{gd}(D)$, мс	1.4	0.9	0.6	0.0
$\tau_{kin}(D)$, мс	1.2	1.5	2.4	322.4
$\tau_{gd}(T)$, мс	1.8	1.1	0.7	0.0
$\tau_{kin}(T)$, мс	1.8	2.2	3.6	519.4
Показатели энергобаланса				
P_{fe} , МВт	47.7	50.9	52.3	43.6
P_{fc} , МВт	8.0	9.2	11.9	6.7
P_{ex} , МВт	7.2	7.3	7.6	13.2
P_{\parallel} , МВт	1.3	1.2	1.8	20.9
P_{\uparrow} , МВт	0.1	0.2	0.8	1.6
$10^2 Q_{eng}$	3.2	4.1	6.1	108.3
$10^2 \sigma_Q$	0.04	0.08	0.15	5.86

Величины ΔE_{inj} , Δr_{pl} , ΔR_{max} , ΔR_{inj} , ΔJ_g соответствуют разбросу параметров выборки конфигураций с Q_{eng} не менее 95 % от максимальной величины, полученной в заданном расчете. σ_Q обозначает среднеквадратичное отклонение значений Q_{eng} в выборке конфигураций, полученных на последней проделанной

⁵ Значение P_{\uparrow} определяется скоростью рассеяния быстрых частиц по энергии и соотношением E_{max}/E_{inj} , используемом в коде DOL в качестве границы сетки фазового пространства. Как упоминалось в разделе 2.3, граница E_{max}/E_{inj} должна выбираться таким образом, чтобы значение P_{\uparrow} оставалось малым.

итерации вычислений метода дифференциальной эволюции. Остальные обозначения были введены ранее.

Особенности полученных конфигураций будут рассмотрены на примере расчета GDT-0-1, хотя все сказанное ниже также верно и для расчетов GDT-0-2 и GDT-0-5. Исходя из полученных данных, максимум термоядерного КПД достигается на пересечении двух гиперповерхностей в пространстве значений оптимизируемых параметров, задаваемых уравнениями $\tau_{gd} = k \cdot \tau_{kin}$ и $\beta_{\perp} = 1$. Это легко объяснимо, поскольку относительное давление пропорционально квадрату плотности быстрых частиц, $\beta_{\perp} \propto n_f^2$, а отношение времен удержания $\tau_{kin}/\tau_{gd} \propto T_c^2/n_c$, причем повышение температуры фоновой плазмы и снижение ее плотности приводит к увеличению характерного времени торможения быстрых частиц на электронах.

Переходя к обсуждению зависимости целевой функции от R_{max} , R_{inj} , отметим, что итеративный процесс оптимизации с помощью метода дифференциальной эволюции пришлось остановить из-за неприемлемо низкой скорости сходимости, поскольку после 138 итераций (каждая включала в себя сорок вычислений целевой функции) относительное стандартное отклонение по параметрам R_{inj} и R_{max} оставалось соответственно на уровне 15 и 11 процентов, однако относительное стандартное отклонение по значению Q_{eng} составляло 1.4 %, в то время как для входных параметров за исключением R_{inj} и R_{max} оно не превышало пяти процентов. Более того, как это следует из рисунка 3.5, конфигурации с отклонением Q_{eng} не более 5 % от максимального значения, найденного в расчете GDT-0-1, располагаются вдоль прямой в плоскости (R_{max}, R_{inj}) . Вероятно, этот результат является следствием избыточности набора оптимизируемых параметров. Другими словами, Q_{eng} в данном случае, по-видимому, является функцией комбинации $(R_{inj} + const)/R_{max}$, хотя это никак не следует из простейших оценок.

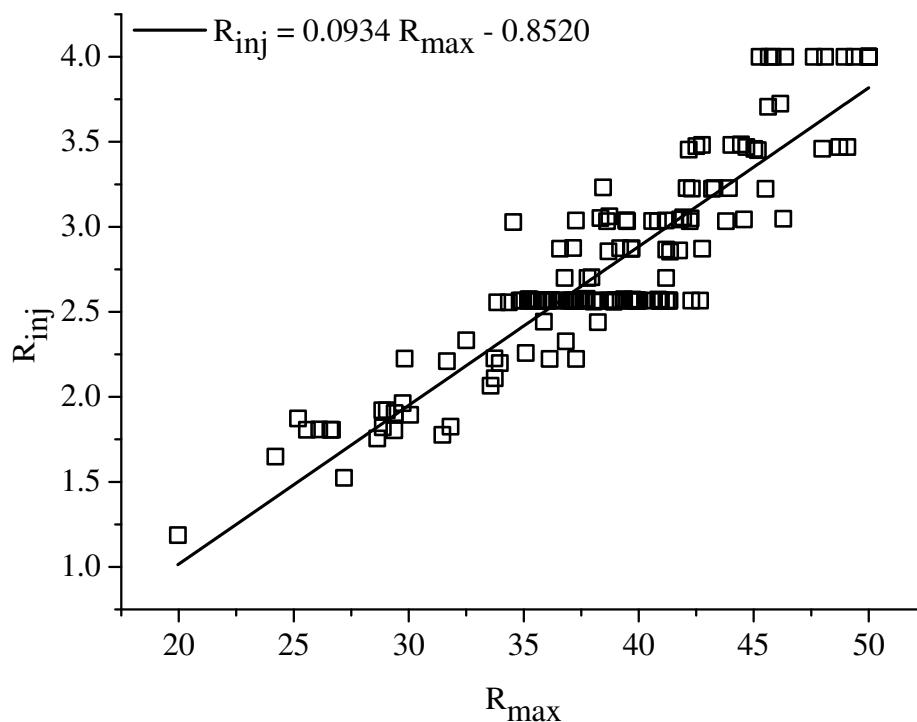


Рис. 3.5. Распределение в плоскости (R_{max}, R_{inj}) конфигураций ИН, полученных в результате расчета GDT-0-1, с отклонением Q_{eng} от максимального полученного значения не более 5 %. Прямая соответствует фиттингу линейной зависимости по полученным численным данным.

Конфигурации с высоким кпд⁶, найденные в рамках расчета GDT-0-1, также обладают рядом общих свойств, перечисленных далее. Во-первых, во всех таких конфигурациях ИН максимальное значение поперечного относительного давления ($\beta_{\perp} \approx 1$) достигается в области однородного поля около центрального сечения установки⁷. Во-вторых, для них приблизительно одинаково отношение r_{pl}/ρ_T . В-третьих, плотность плещущихся ионов зависит от пробочного отношения почти линейно вплоть до точки инжекции, что иллюстрируется рисунком 3.6.

Необходимо отметить, что даже в том случае, если R_{inj} можно варьировать

⁶ Будем считать таковыми конфигурации ИН с отклонением Q_{eng} не более 5 % от максимального значения.

⁷ Помимо конфигураций с $R_{inj} \approx 1$, в которых β_{\perp} имеет плоский профиль со слабовыраженными максимумами около точек инжекции.

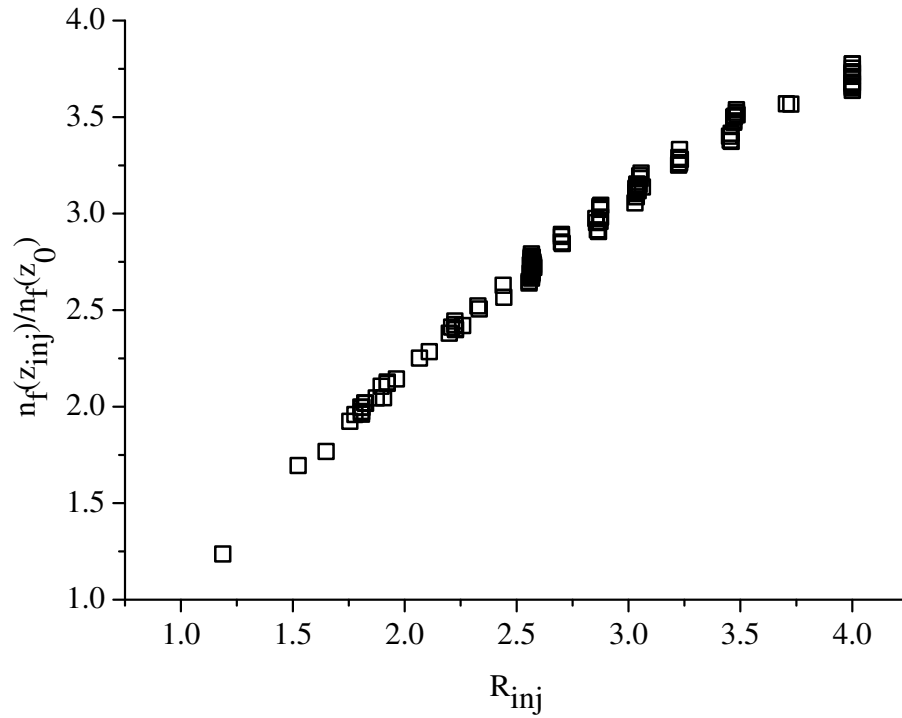


Рис. 3.6. Зависимость соотношения плотностей быстрых ионов в точке инжекции и центре ловушки, $n_f(z_{inj})/n_f(z_0)$, от значения пробочного отношения в точке инжекции, R_{inj} , для конфигураций ИН с высоким кпд термоядерных реакций, полученных в расчете GDT-0-1. z_{inj} соответствует точке инжекции, а z_0 — центральной плоскости ловушки ($z_0 = 0$).

в широких пределах без существенного влияния на термоядерное кпд, конфигурации с $R_{inj} \approx 1$ оказываются более подходящими с точки зрения их применения в качестве нейтронного драйвера для подкритичного гибрида. Поскольку предполагается, что подкритичная сборка будет размещаться в центральной части ловушки (см. рис. 3.3), наиболее важной является интенсивность эмиссии нейтронов около центрального сечения установки, в то время как высокая скорость нейтронной генерации в области инжекции нежелательна из-за увеличения нейтронной нагрузки на инжекционную систему. Как следует из рисунка 3.7, относительная разница между интенсивностями генерации нейтронов в центральной части ловушки составляет около 40 % для случаев ИН с $R_{inj} = 4$ и $R_{inj} = 1.19$ даже при условии приблизительно равных термоядерных кпд.

Другим результатом проведенных вычислений стало относительно неболь-

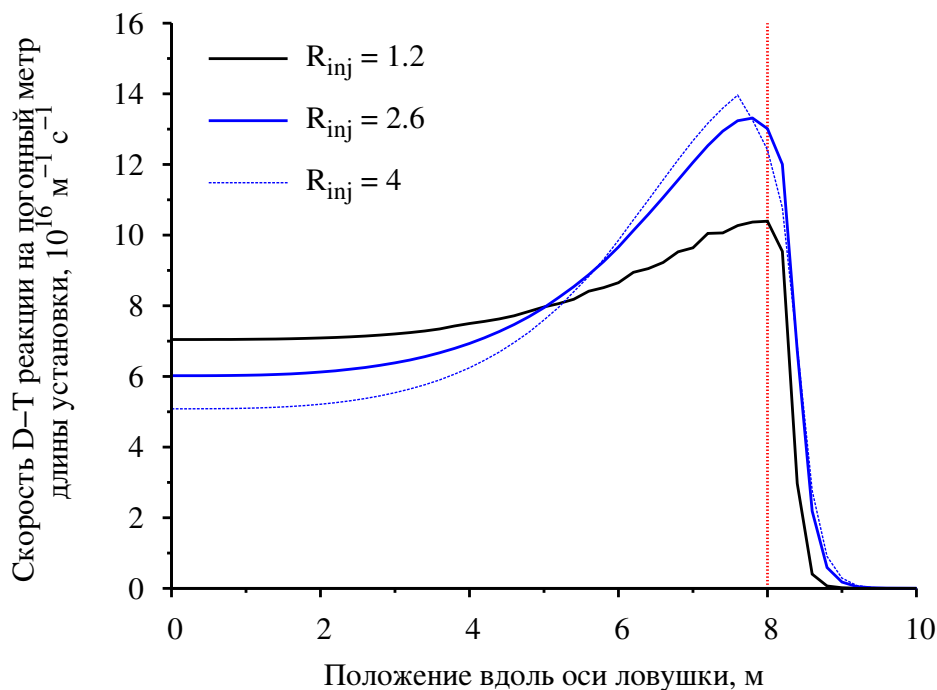


Рис. 3.7. Зависимость удельной скорости термоядерной реакции от положения вдоль оси ловушки для нескольких конфигураций ИИ с высоким КПД и различным пробочным отношением в точке инжекции, полученных в расчете GDT-0-1. Нуль оси абсцисс соответствует центральному сечению установки. Вертикальная пунктирная линия обозначает точку инжекции.

шое значение захвата атомарных пучков в плазму для конфигураций, полученных в расчетах GDT-0-1. С другой стороны, сравнивая результаты расчетов GDT-0-2 — GDT-0- ∞ , можно заметить, что доля пучка, захваченная в плазму, возрастает по мере повышения допустимого соотношения τ_{kin}/τ_{gd} , достигая предельного значения 90 % в результате расчета GDT-0- ∞ .

Согласно рисунку 3.8, для высокопроизводительных конфигураций ИИ максимальное допустимое соотношение характерных времен удержания достигается раньше предела по захвату атомарных пучков. Вероятной причиной слабого захвата является относительно низкая плотность как быстрых, так и фоновых ионов вблизи точки равенства характерных времен адиабатического и газодинамического режимов удержания. Плотность фоновых ионов обратно пропорциональна потоку газа J_g для поддержания плотности фоновой плазмы

(или, что то же самое, отношению τ_{kin}/τ_{gd}). С другой стороны, плотность быстрых частиц растет вместе с электронной температурой (при том условии, что основным процессом взаимодействия быстрых ионов с плазмой является торможение на электронах). Таким образом, больший процент захвата, по-видимому, характерен для конфигураций либо с плотной, либо с редкой фоновой плазмой, причем в последнем случае электроны должны быть достаточно горячими для обеспечения накопления быстрых ионов. Промежуточные случаи с $\tau_{gd} \sim \tau_{kin}$, напротив, характеризуются относительно небольшой долей захваченной мощности.

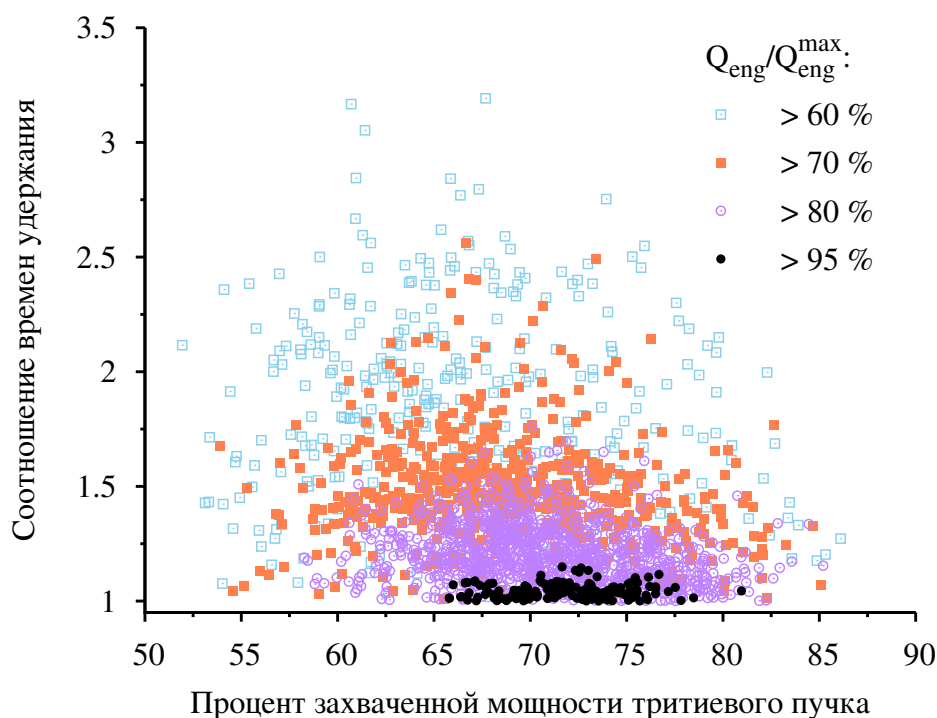


Рис. 3.8. Относительные значения Q_{eng} , полученные в результате расчета GDT-0-1 в зависимости от процента захватываемой мощности атомарных пучков, γ , и соотношения времен продольного удержания фоновой плазмы, τ_{gd}/τ_{kin} (оба параметра относятся к атомам/ионам трития). Q_{eng}^{max} обозначает наибольшее значение КПД термоядерных реакций, полученное в расчете GDT-0-1.

Дополнительно в расчетах серии GDT-0 была проведена оптимизация ИН с варьированием мощности ЭЦР-нагрева плазмы, как было указано в разделе 3.2.3. Постановка численного эксперимента была идентична таковой в расчете

GDT-0-1 с той разницей, что значение пробочного отношения в точке инъекции атомарных пучков было фиксировано, $R_{inj} = 2.6$. В результате расчетов была получена оптимальная мощность ЭЦР-нагрева, равная нулю. Изначально предполагалось, что полученный результат объясняется меньшей величиной заданного КПД генерации излучения по сравнению с КПД генерации атомарного пучка (50 % и 80 % соответственно). Однако при равных КПД различных методов нагрева результат оказался тем же.

В заключение обсуждения серии GDT-0 кратко опишем результаты расчетов GDT-0-∞. В этом расчете значение эквивалентного тока, соответствующее интенсивности ввода газа для поддержания плотности фоновой плазмы, изначально полагалось равным нулю, т.е. не был включен в набор оптимизируемых параметров, поскольку из предыдущих расчетов было очевидно, что величина КПД термоядерных реакций определяется темпом продольных потерь и максимальна при наименьшей плотности фоновой плазмы⁸. Особенностью полученной конфигурации является одновременное достижение предельно допустимого процента захвата нагревных пучков и максимального относительного давления плазмы. Результирующее значение энергии инжектируемых атомов⁹ в 1.5–2 раза превышает значения полученные в расчетах GDT-0-1 — GDT-0-5, что объясняется низкой прозрачностью плазмы для пучков, т.е. ее высокой плотностью и большим радиусом. Само значение КПД термоядерных реакций $Q_{eng} \approx 1$ близко к теоретическому пределу КПД для ловушки Будкера–Поста [44].

Параметры оптимальных конфигураций источника нейтронов на основе

⁸ В том случае, если бы в рассмотренных конфигурациях реализовывался режим генерации нейтронов преимущественно на фоновой плазме, то было бы необходимо достижение ее максимальной плотности и температуры. Однако все конфигурации, полученные в этой и других вычислительных сериях, обладают пучково-плазменным режимом генерации нейтронов.

⁹ По-видимому, в этом случае потребуются применение атомарных инжекторов на основе отрицательных ионов в виду снижения эффективности конверсии положительных ионов в атомы и соответствующего понижения КПД генерации атомарных пучков.

ГДМЛ, определенные в рамках серии GDMT-0, представлены в таблице 3.2. Последняя цифра в названиях расчетов обозначает “коэффициент подавления” продольных потерь, $N = R_{eff}/R_{max}$ (см. соотношение 3.8), использованный при моделировании. Согласно проведенным расчетам, физические особенности ГДМЛ по большей части совпадали с ранее наблюдавшимися в численных экспериментах с ГДЛ (что не удивительно, поскольку и в том, и в другом случае моделировалось поведение только центральной ячейки). Тем не менее, необходимо отметить, что предсказываемое термоядерное КПД в случае ГДМЛ повышается вплоть до 0.18 благодаря подавлению продольных потерь.

Последнее замечание касается результатов, полученных в сериях GDT-0 и GDMT-0, связано с ранее упомянутой немонотонностью восстановленного вакуумного магнитного поля (см. раздел 3.2.3). Формальный критерий монотонности вакуумного поля можно выразить как

$$\frac{\partial}{\partial B} \left[(\beta_{\perp}(B) + 1) \cdot \frac{B^2}{8\pi} \right] > 0, \quad (3.10)$$

где B — возмущенное магнитное поле. Оказалось, что в рассчитанных конфигурациях представленное неравенство нарушается при R_{inj} менее 1.4–1.5. К сожалению, используемая численная модель DO1 неприменима для расчета конфигураций открытой ловушки с множественными минимумами магнитного поля, поэтому в рассматриваемом случае соответствие стационарных параметров плазмы, полученных в результате расчетов настоящего раздела, результатам прямых численных экспериментов с магнитным полем, вытесняемым плазмой, остается под вопросом. Интересно, что нарушение критерия 3.10 также может приводить к формированию “магнитных полостей”, как ранее было показано в работе [48], хотя этот эффект и не наблюдался в обсуждаемых численных экспериментах, поскольку их постановка гарантировала гладкость возмущенного магнитного поля.

Таблица 3.2. Параметры конфигураций ИН, полученные в расчетах серии GDMT-0.

Параметр	GDMT-0-5	GDMT-0-10	GDMT-0-20
Варьируемые параметры			
E_{inj} , кэВ	134.6	128.8	143.8
ΔE_{inj} , кэВ	[104.3; 154.2]	[127.6; 156.1]	[133.7; 143.8]
J_{inj} , кА	0.74	0.78	0.70
r_{pl} , см	23.6	23.0	35.6
Δr_{pl} , см	[20.5; 40.0]	[16.5; 29.8]	[23.1; 35.6]
R_{max}	15.7	11.4	13.8
ΔR_{max}	[11.8; 27.6]	[9.2; 14.9]	[10.7; 13.8]
R_{inj}	1.5	1.0	1.1
ΔR_{inj}	[1.0; 2.7]	[1.0; 1.4]	[1.1; 1.5]
J_g , экв. кА	4.8	3.8	3.1
ΔJ_g , экв. кА	[4.4; 6.0]	[3.2; 4.2]	[2.5; 3.2]
Параметры плазмы			
r_{pl}/ρ_T	3.0	3.4	4.3
β_{\perp} , %	92.7	99.6	99.6
γ_D , %	67.2	76.6	77.5
γ_T , %	77.9	86.3	87.1
$\langle E \rangle_D$, кэВ	60.1	61.7	69.7
$\langle E \rangle_T$, кэВ	64.0	65.2	73.1
T_e , кэВ	1.7	2.1	2.5
T_D , кэВ	2.1	3.3	4.3
T_T , кэВ	2.1	3.3	4.3
$n_f^0(D)$, 10^{13} см $^{-3}$	2.2	3.2	2.1
$n_f^0(T)$, 10^{13} см $^{-3}$	3.1	4.4	3.0
$n_c^0(D)$, 10^{13} см $^{-3}$	2.8	3.0	2.3
$n_c^0(T)$, 10^{13} см $^{-3}$	3.8	4.0	3.1
$\tau_{gd}(D)$, мс	2.7	3.7	7.9
$\tau_{kin}(D)$, мс	2.1	3.1	6.6
$\tau_{gd}(T)$, мс	3.3	4.5	9.7
$\tau_{kin}(T)$, мс	3.0	4.5	9.6
Показатели энергобаланса			
P_{fe} , МВт	49.8	52.9	53.2
P_{fc} , МВт	13.3	17.4	20.1
P_{ex} , МВт	7.2	8.8	5.8
$P_{ }$, МВт	2.2	2.2	3.0
P_{\uparrow} , МВт	0.0	0.2	0.2
$10^2 Q_{eng}$	8.3	13.0	18.2
$10^2 \sigma_Q$	0.24	0.30	0.66

3.3.2. Зависимости максимального КПД термоядерных реакций от длины установки и полной мощности нагрева (серии NS-L и NS-P)

В отличие от других серий вычислений, в основном предназначенных для оценки максимального КПД термоядерных реакций, достижимого для базовой конфигурации ИН (см. раздел 3.2.1) при условии применения тех или иных ограничений на параметры плазмы, серии NS-L и NS-P ставили своей целью выявление зависимости Q_{eng} от длины и мощности нагрева плазмы. При этом

рассматривались как конфигурации ГДЛ, так и конфигурации ГДМЛ. Большая часть вычислений серии NS–L проводилась с помощью алгоритма Хука–Дживса, в то время как метод дифференциальной эволюции использовался для уточнения и проверки результатов в связи с относительной ресурсоемкостью этого метода. В расчетах серии NS–P использовался только метод дифференциальной эволюции. Поскольку, как это следует из раздела 3.3.1, исходный набор варьируемых параметров оказался избыточным для определения максимального термоядерного КПД, в случае расчета методом дифференциальной эволюции значение пробочного отношения в точке инжекции было фиксировано. В виду обширности полученных данных, настоящий раздел посвящен обсуждению только основных результатов, в то время как подробное описание полученных конфигураций ИН приводится в приложении Г.

Значения Q_{eng} , вычисленные в результате расчетов серии NS–L, представлены на рисунке 3.9. Полученные значения КПД термоядерных реакций с достаточной точностью можно аппроксимировать с помощью простой степенной зависимости

$$Q_{eng}(L) \approx Q'_0 \cdot L^X, [L] = \text{м} \quad (3.11)$$

Нахождение неизвестных коэффициентов выражения 3.11 проводилось с помощью метода наименьших квадратов. В результате были получены следующие значения коэффициентов: $Q'_0 = 1.25 \cdot 10^{-2} \pm 6 \cdot 10^{-4}$, $X = 2.7 \cdot 10^{-1} \pm 1 \cdot 10^{-2}$ для результатов оптимизации ИН на основе ГДЛ методом Хука–Дживса (черная кривая на рисунке 3.9, а); $Q'_0 = 1.53 \cdot 10^{-2} \pm 3 \cdot 10^{-4}$, $X = 2.38 \cdot 10^{-1} \pm 6 \cdot 10^{-3}$ для результатов оптимизации ИН на основе ГДЛ методом дифференциальной эволюции (серая кривая на рисунке 3.9, а); $Q'_0 = 5.8 \cdot 10^{-2} \pm 2 \cdot 10^{-3}$, $X = 2.6 \cdot 10^{-1} \pm 1 \cdot 10^{-2}$ для результатов оптимизации ИН на основе ГДМЛ (черная кривая на рисунке 3.9, б). В последнем случае при нахождении коэффициентов использовались точки, полученные с помощью обоих оптимизационных методов.

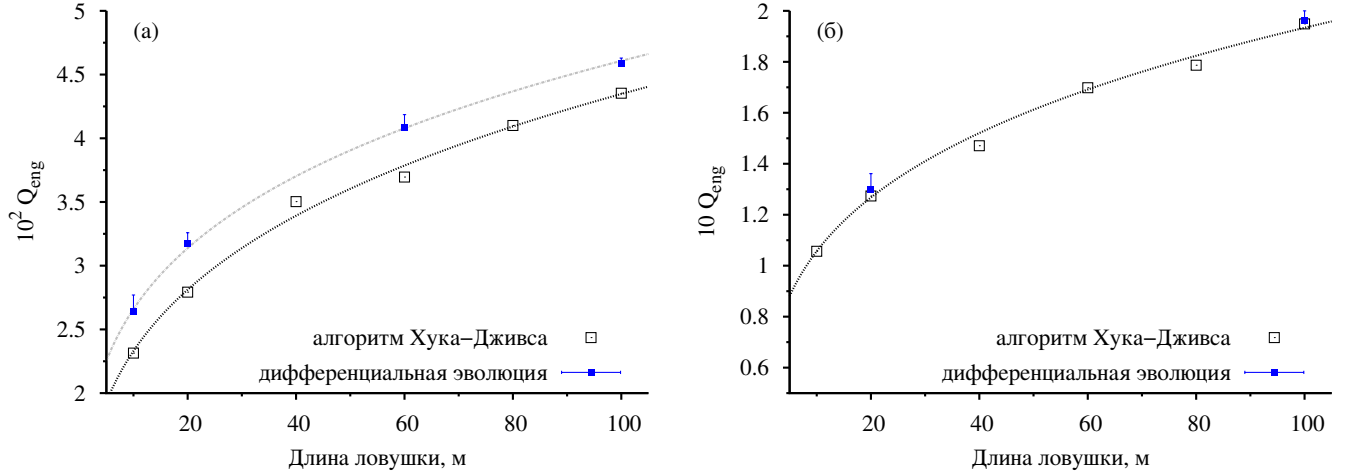


Рис. 3.9. Зависимости кпд термоядерных реакций Q_{eng} от длины установки при условии $P_{grid} \propto \sqrt{L}$ для случаев (а) ГДЛ и (б) ГДМЛ. Маркеры соответствуют результатам оптимизации при заданных длине и мощности, сплошные кривые — аппроксимации полученных данных соотношением 3.11 по методу наименьших квадратов.

Результаты вычислений серии NS–P представлены на рисунке 3.10. Для всех вычисленных конфигураций серий NS–L и NS–P характерны предельно допустимые значения относительного поперечного давления плазмы, $\beta_{\perp} \approx 1$, и соотношения характерных времен удержания в газодинамическом и кинетическом режимах, $\tau_{kin}/\tau_{gd} \approx 1$.

Исключение составляют ИН на основе ГДЛ с малой мощностью $P_{grid} \lesssim 50$ МВт в серии NS–P, для которых значения поперечного давления оказались несколько меньше, $\beta_{\perp} \approx 0.8$. Отчасти это связано с тем, что для конфигураций с малой мощностью нагрева максимальное кпд реакций синтеза было определено с меньшей точностью относительно расчетов с большим значением P_{grid} (относительная ошибка вычисления максимального Q_{eng} для вариантов ИН с $P_{grid} < 50$ МВт составляла $\sigma_Q/Q_{eng} \approx 10\%$). Обращаясь к таблицам данных серии NS–P (см. приложение Г), можно заметить, что по мере снижения мощности нагрева максимальное пробочное отношение конфигураций ИН, полученных в результате оптимизации, растет (что благоприятно с точки зрения снижения продольных потерь в газодинамическом режиме). С другой стороны, малым

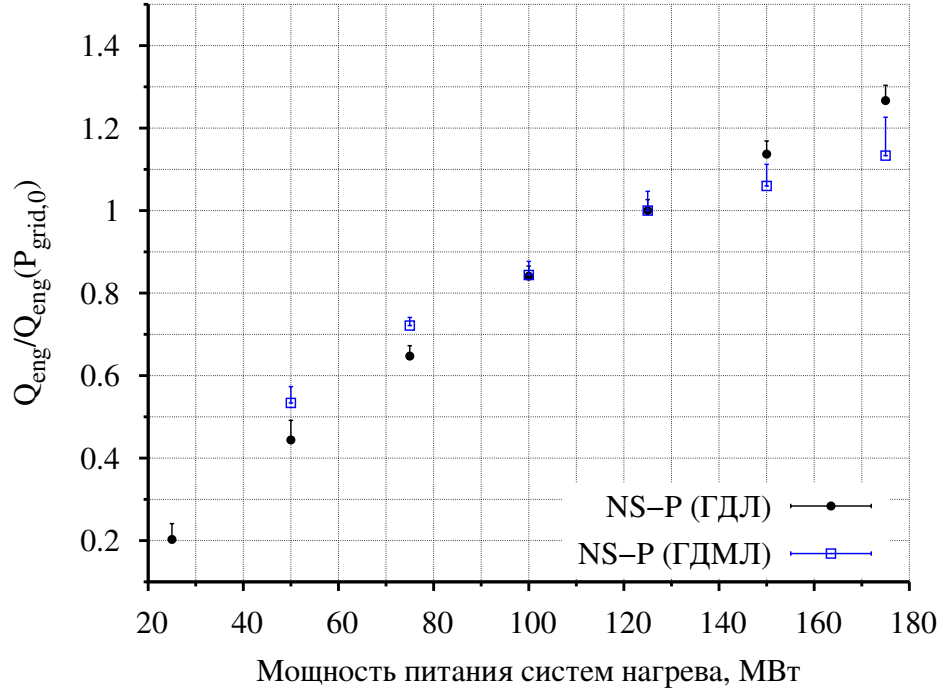


Рис. 3.10. Зависимости нормированного кпд термоядерных реакций $Q_{eng}/Q_{eng}(P_{grid,0})$ от мощности питания систем нагрева P_{grid} для ИН длиной $L_0 = 20$ м на основе ГДЛ и ГДМЛ. Единица по оси ординат соответствует термоядерному кпд ИН с мощностью питания $P_{grid,0} = 125$ МВт.

мощностям нагрева соответствуют относительно небольшие энергии инжекции, что связано со снижением плотности плазмы и необходимостью увеличения сечения захвата инжектируемых атомов.

Как было указано в разделе 3.2.2, в результате вычислений серий NS-L и NS-P предполагалось получить зависимость максимального кпд термоядерных реакций ИН на основе ГДЛ и ГДМЛ от мощности нагрева и длины установки вида 3.9. Учитывая, что значения Q_{eng} , полученные в вычислениях серии NS-L, удовлетворяют зависимости вида 3.11, выражение 3.9 можно переформулировать как

$$Q_{eng} \approx Q_0 \cdot \left(\frac{P_{grid}}{\sqrt{L}} \right)^Y \cdot L^X, [L] = \text{м}, [P_{grid}] = \text{МВт}, \quad (3.12)$$

где X совпадает с ранее найденным для аппроксимации 3.11. Определение неизвестных коэффициентов аппроксимации 3.12 также проводилось методом наи-

меньших квадратов, причем были использованы результаты обеих серий вычислений NS–L, NS–P. Показатель степени X был вычислен повторно. В результате вычислений были получены значения параметров аппроксимации, представленные на рисунке 3.11.

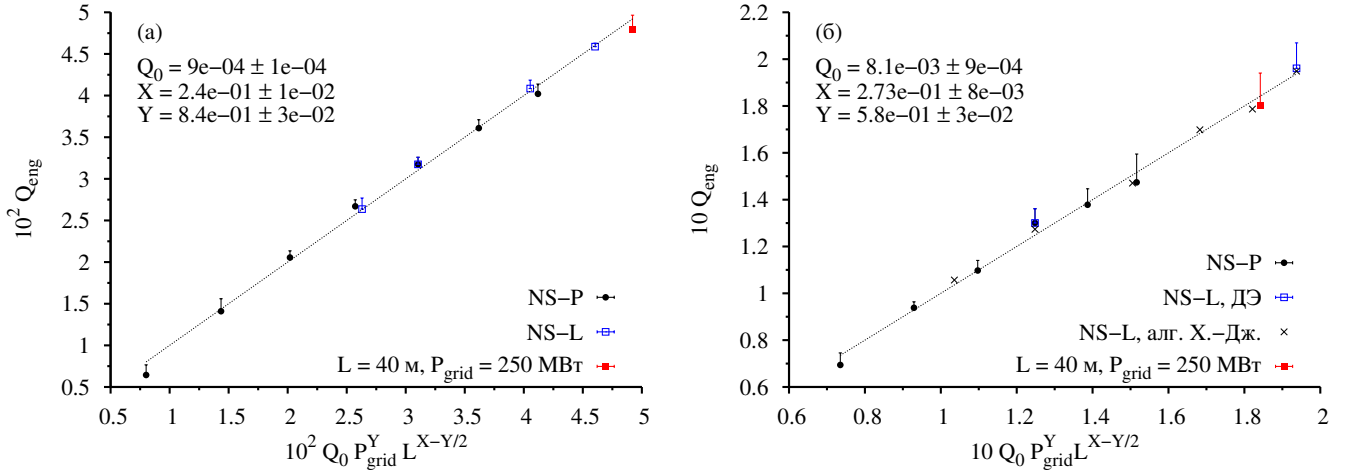


Рис. 3.11. Соответствие результатов серий оптимизационных расчетов NS–L, NS–P феноменологическому ограничению кпд термоядерных реакций 3.12 для случаев ИН на основе ГДЛ (а) и ГДМЛ (б). Красные маркеры соответствуют проверочным точкам с $L = 40$ м и $P_{grid} = 250$ МВт. Черные пунктирные линии соответствуют равенству в выражении 3.12.

Для проверки правильности приведенной аппроксимации были проведены дополнительные оптимизационные расчеты для ИН на основе ГДЛ и ГДМЛ с длиной установки $L = 40$ м и мощностью питания систем нагрева $P_{grid} = 250$ МВт. Значения кпд термоядерных реакций, полученные в результате этих расчетов, отмечены на рисунке 3.11 красными маркерами. Как следует из приведенного рисунка, проверочные значения находятся в хорошем согласии с ранее найденной аппроксимацией.

Вообще говоря, построенные аппроксимационные зависимости не несут глубокого физического смысла и приведены скорее для возможности быстрой оценки максимально возможного кпд ИН с мощностью нагрева порядка нескольких десятков мегаватт и длиной порядка нескольких десятков метров. Также необходимо заметить, что все ИН, рассмотренные в настоящей главе, находи-

лись в пучково–плазменном режиме генерации нейтронов, т.е. вклад термоядерного взаимодействия фоновых ионов между собой в полное кпд термоядерных реакций был пренебрежимо мал. К примеру, в случае ИН на основе ГМДЛ с $L = 100$ м и $P_{grid} = 280$ МВт, обладающего наибольшей среди всех рассчитанных конфигураций ИН температурой фоновых ионов, вклад термоядерных реакций в фоновой плазме в полное Q_{eng} не превышал 3 %.

3.4. Выводы к третьей главе

В настоящей главе был проведен анализ возможностей ИН на основе ГДЛ и ГМДЛ с пучково–плазменным режимом генерации нейтронов. Оценивая результаты проведенных вычислений, следует заключить, что рассмотренные конфигурации ИН продемонстрировали эффективность генерации нейтронов, достаточную для их использования в качестве нейтронных драйверов подкритичных гибридных систем для дожигания младших актинидов. С учетом того, что для конфигураций источника нейтронов на основе ГДМЛ расчетный кпд термоядерных реакций варьируется в диапазоне 0.1–0.2, такие ИН кажутся наиболее пригодными для указанной задачи. Что касается ИН на основе ГДЛ, по–видимому, более целесообразно рассматривать их приложение к материаловедческим задачам или к задаче создания пилотного проекта подкритичного гибрида с ИН на основе открытой ловушки, поскольку полученные кпд термоядерных реакций недостаточны для достижения эффективности генерации нейтронов, большей по сравнению с электроядерными системами сравнимой мощности. Более того, в случае наиболее консервативных конфигураций ГДЛ, рассмотренных в расчетах GDT–0–1 (см. раздел 3.3.1), эффективность производства нейтронов источником достаточна для замыкания энергобаланса ГС только в том случае, если коэффициент размножения нейтронов в подкритичной сборке $k_{eff} \gtrsim 0.96$.

Рассматривая полученные результаты, следует сделать три замечания.

Во-первых, как уже было замечено в разделе 3.1, конкурентоспособность ИН определяется не только эффективностью генерации нейтронов, но и стоимостью источника. Поэтому ИН на основе ГДЛ может оказаться востребованным несмотря на небольшое КПД в том случае, если стоимость производимых нейтронов окажется меньше относительно электроядерных систем или ИН на основе токамаков. Во-вторых, при вычислении КПД термоядерных реакций в настоящей главе не учитывалась возможность прямого преобразования продольных потоков заряженных частиц в электричество, являющаяся одним из отличительных достоинств открытых ловушек¹⁰. Согласно работе [40], для плазмы с характерной температурой $T \gtrsim 1$ кэВ можно добиться КПД преобразования продольного потока частиц $\eta_{DEC} \approx 70$ %. Будем предполагать, что энергия заряженных частиц преобразуется в электроэнергию с указанным КПД η_{DEC} , в то время как энергия нейтральных частиц (помимо нейтронов, используемых далее в подкритичной сборке) рекуперирована в тепловом цикле с КПД $\eta_{Th} \approx 40$ %. В этом случае можно записать КПД ИН с учетом рекуперации энергии как

$$Q'_{eng} = \frac{Q_{eng}}{1 - \eta_{inj}[\eta_{Th} + \gamma(\eta_{DEC} - \eta_{Th})] - Q_{eng}f_c\eta_{DEC}}.$$

Здесь γ — доля атомарного пучка, захватываемого в плазму, η_{inj} — КПД генерации атомарного нагревного пучка (напомним, что в рамках настоящей главы данный коэффициент был принят равным 80 %), f_c — доля мощности, уносимой заряженными продуктами термоядерной реакции. В случае D–T реакции, рассматриваемой в настоящей работе, $f_c \approx 0.2$. Используя параметры ИН, полученные в расчетах GDT–0–1 и GDMT–0–10 методом дифференциальной эволюции, можно получить оценки $Q'_{eng} \approx 6 \cdot 10^{-2}$ и $2.7 \cdot 10^{-1}$ соответственно. Эти значения соответствуют эффективности генерации нейтронов $2.1 \cdot 10^{10}$ н/Дж в

¹⁰ При этом в электроядерных системах предполагается теплосъем из мишени протонного пучка, в то время как в ИН на основе токамака также возможно прямое преобразование энергии потока плазмы на дивертор. Кроме того, применение преобразователей неизбежно приведет к удорожанию источника нейтронов.

случае расчета GDT-0-1 и $9.7 \cdot 10^{10}$ н/Дж в случае GDMT-0-10. Для сравнения, эффективность генерации нейтронов в электроядерном ИН с мощностью протонного пучка 100 МВт, энергией протонов 1 ГэВ и свинцовой мишенью составляет $7 \cdot 10^{10}$ н/Дж согласно формуле¹¹ 3.4 при условии, что энергия пучка, диссипирующая в мишени, рекуперирована с КПД η_{Th} . Таким образом, с учетом оценки минимального КПД ИН, необходимого для функционирования гибридной системы (см. рисунок 3.2 в разделе 3.1), возможностей “базовой” и наиболее консервативной конфигурации ИН на основе ГДЛ, полученной в расчете GDT-0-1, достаточно для ее использования в подкритичном реакторе-дожигателе с коэффициентом размножения нейтронов в подкритичной сборке $k_{eff} \gtrsim 0.95$, хотя ИН на основе ГДЛ по-прежнему остается менее эффективным с точки зрения генерации нейтронов по сравнению с мощными электроядерными ИН.

Третьим контраргументом является то, что для вычисления параметров ИН использовалась достаточно простая одномерная модель, и оцененные значения КПД термоядерных реакций могут оказаться выше при использовании более точных (к примеру, двух- или трехмерных) численных моделей. С одной стороны, в модели, описанной в главе 1, не рассматриваются процессы радиального переноса частиц и энергии. Учет этих процессов привел бы к возникновению дополнительных стоков частиц и энергии поперек линий магнитного поля, т.е. к ухудшению энергобаланса плазмы. С другой стороны, в рамках проведенных расчетов на параметры плазмы в искомым конфигурациях ИН накладывались определенные ограничения. В частности, относительное поперечное давление плазмы было ограничено уровнем $\beta_{\perp} \leq 1$, причем предельный уровень давления достигался практически во всех найденных конфигурациях ИН. В том случае, если распределение частиц по радиусу неравномерно, предельное давление достигалось бы лишь в некоторой точке по радиусу, что при идентичных

¹¹ Мощность питания ускорителя P_{grid} , используемую в формуле 3.4, в данном случае необходимо вычислять с учетом рекуперации энергии, рассеиваемой в мишени ИН.

ограничениях на параметры плазмы означало бы снижение мощности нейтронной эмиссии. По-видимому, единственным уточнением, которое могло бы привести к существенному росту максимального достижимого КПД термоядерных реакций, является более корректный подход к моделированию распределения фоновых частиц. Поскольку ограничения на параметры фоновой плазмы накладывались исходя из предполагаемой границы устойчивости относительно ДКН, в перспективе требуется изучение характеристик распределения фоновых частиц в переходных режимах удержания и определение темпа продольных потерь частиц и энергии в этом случае. Однако, поскольку проведенные вычисления включали в себя моделирование конфигураций ИН с диапазоном режимов удержания от близкого к наблюдающемуся в ГДЛ до преимущественно адиабатического, кажется маловероятным, что расчеты по уточненным моделям приведут к значениям КПД, существенно большим полученных в настоящем исследовании.

Заключение

В представленной работе были получены следующие результаты:

1. На основе более раннего одномерного кода, построенного Ю. А. Цидулко, создана численная модель DO1 открытой осесимметричной ловушки, также одномерная. В рамках модели разработан и реализован алгоритм расчета взаимодействия быстрых ионов друг с другом и фоновой плазмой, причем в использованной аппроксимации интеграла столкновений учитывается процесс диффузии быстрых частиц по энергии, а в случае расчета процессов торможения и рассеяния на быстрых частицах используются потенциалы Розенблюта–Трубникова неравновесной изотропной в пространстве скоростей рассеивающей функции. Также DO1 включает в себя алгоритм расчета баланса частиц и энергии фоновой плазмы в промежуточных режимах продольного удержания и кинетическую модель взаимодействия плазмы с нейтральной компонентой, создаваемой за счет системы атомарной инжекции. Наконец, разработана и реализована модель для расчета скорости термоядерных реакций с учетом конечного размера ларморовских орбит быстрых ионов.
2. Как результат тестовых расчетов подтверждены пригодность кода DO1 для моделирования процессов в открытых осесимметричных ловушках и соответствие производимых данных наблюдаемым экспериментальным результатам. Продемонстрирована значимость учета зависимости параметров плазмы от положения вдоль оси ловушки и влияние этой зависимости на результаты моделирования источника нейтронов. Определено, что при соотношении плотностей быстрых и фоновых ионов $n_f/n_c \gtrsim 1$ и отношении электронной температуры к энергии инжекции быстрых ионов $T_e/E_{inj} \gtrsim 0.05$ становится существенным корректный учет процессов вза-

имодействия быстрых ионов между собой.

3. Реализован алгоритм параметрической оптимизации на основе метода дифференциальной эволюции для нахождения конфигурации источника нейтронов на основе открытой ловушки с максимально возможным КПД термоядерных реакций. В качестве вспомогательного средства реализован аналогичный алгоритм на основе метода оптимизации Хука–Дживса.
4. Определены характеристики источника нейтронов на основе открытой газодинамической ловушки, необходимые для его использования в рамках гибридной системы для дожигания трансурановых элементов. В частности, установлено, что эффективность генерации нейтронов, сравнивая или большая таковой у электроядерных установок, достигается при инженерном КПД термоядерных реакций $Q_{eng} \gtrsim 0.1$. Уровень КПД, достаточный для замыкания энергобаланса гибридной системы зависит от коэффициента размножения нейтронов k_{eff} , и при $k_{eff} \gtrsim 0.95$ составляет $Q_{eng} \gtrsim 5 \cdot 10^{-2}$.
5. Проведена параметрическая оптимизация источников нейтронов на основе ГДЛ и ГДМЛ с диапазоном расстояний между пробочными узлами от 10 до 100 м, диапазоном мощности питания систем нагрева от 25 до 280 МВт и предельным магнитным полем 15 Т. На искомые конфигурации были наложены ограничения по предельному относительному давлению плазмы ($\beta_{\perp,v} \leq 0.5$), доле захваченной мощности атомарных нагревных пучков ($\gamma \leq 90\%$) и режиму удержания фоновых ионов. В набор варьируемых параметров были включены энергия инжектируемых быстрых атомов, максимальное пробочное отношение в ловушке, пробочное отношение в точке ввода атомарных нагревных пучков, радиус плазмы и эквивалентный ток поддува газа для поддержания плотности фоновой плазмы.

6. Установлено, что КПД термоядерных реакций источника нейтронов на основе ГДЛ с длиной порядка нескольких десятков метров, мощностью систем нагрева порядка ста мегаватт и магнитным полем в пробке не более 15 Т не превышает уровня $Q_{eng} \lesssim 0.05$ без применения систем прямого преобразования продольного потока частиц в электричество при условии ограничения относительного давления плазмы и захвата пучков таким образом, как это было описано в предыдущем пункте, а также условии преимущественно газодинамического режима продольного удержания фоновых ионов, $\tau_{gd} \geq \tau_{kin}$, где τ_{gd} — характерное время удержания в газодинамическом режиме, τ_{kin} — характерное время удержания в адиабатическом режиме.
7. В условиях предыдущего пункта и при коэффициенте подавления продольного потока частиц 10 для источника нейтронов на основе ГДМЛ получено ограничение КПД термоядерных реакций $Q_{eng} \lesssim 0.2$.
8. По результатам проведенного анализа сделан вывод, что оба рассмотренных типа источников нейтронов пригодны для использования в гибридных системах для дожигания младших актинидов, однако источник нейтронов на основе ГДЛ в рамках исследованного диапазона длин и мощностей систем нагрева обладает меньшей эффективностью генерации нейтронов по сравнению с электроядерными системами.

В заключение я хотел бы выразить благодарность всем, кто тем или иным образом участвовал в работе над диссертацией. Это касается В. В. Приходько, моего научного руководителя, П. А. Багрянского, руководителя лаборатории 9–1, и Ю. А. Цидулко, без которых исследование не было бы проведено; А. Д. Беклемишеву, И. А. Котельникову, Д. И. Сквородину и А. В. Аникееву за плодотворные обсуждения и комментарии; жене, Ортман Э. Э., сыну, Юрову

К. Д., и моим родителям, Юровой В. А. и Юрову В. Д., за поддержку и любовь на протяжении лет учебы и исследований.

Приложение А

Частота потерь нейтралов из плазмы

Будем считать известными скорость u и длину свободного пробега нейтрала λ . Сначала рассмотрим задачу определения потока атомов из плазмы в одномерном случае. Источник нейтралов q будем считать точечным и расположенным в начале координат. Плотность нейтралов n тогда можно определить с помощью стационарного уравнения непрерывности:

$$u \frac{\partial n}{\partial x} = q \delta(x) - \frac{u}{\lambda} n$$

Приведенное уравнение описывает распределение плотности нейтралов с заданной скоростью вдоль луча их движения. Его решение выглядит как

$$n(x) = \frac{q}{u} \exp -\frac{x}{\lambda}$$

Пусть граница плазмы находится на координате $x = l$. Тогда поток нейтралов через границу плазмы можно найти как

$$\Phi_n(l) = n(l)u = q \exp -\frac{l}{\lambda},$$

а суммарное количество частиц N_n на отрезке $0 \leq x \leq l$ как

$$N_n(l) = \int_0^l n dx = q \frac{\lambda}{u} (1 - e^{-l/\lambda})$$

Теперь применим найденные выражения к нахождению потока атомов из плазменного столба радиусом a . Будем считать, что все параметры (темп рождения атомов, их плотность) не зависят от положения вдоль радиуса столба r и азимутального угла φ . При этом будем рассматривать два варианта зависимости источника атомов от pitch-угла: в первом варианте источник нейтралов распределен равномерно по углу $Q(\theta, \varphi) = \frac{q}{4\pi}$ (этот случай соответствует нейтралам,

генерируемым из фоновых ионов), во втором нейтралы генерируются на заданном питч-угле θ_0 , $Q(\theta, \varphi) = q \frac{\delta(\theta - \theta_0)}{2\pi \sin(\theta_0)}$. Поток атомов, покидающих плазму, и суммарное количество атомов в плазме в расчете на единицу длины плазменного столба можно вычислить следующим образом:

$$\Phi_\Sigma = \int_0^a 2\pi r dr \int d\Omega \Phi_n(l(r, \theta, \varphi)) = \pi a^2 q P \quad (\text{A.1})$$

$$N_\Sigma = \int_0^a 2\pi r dr \int d\Omega N_n(l(r, \theta, \varphi)) = \pi a^2 q \frac{\lambda}{u} (1 - P) \quad (\text{A.2})$$

Здесь P — усредненная вероятность покинуть плазменный столб для нейтрала:

$$P = \begin{cases} P_\Omega = \int_0^a \frac{2\pi r dr}{\pi a^2} \int \exp(-l/\lambda) \frac{\sin \theta d\theta d\varphi}{4\pi}, & Q(\theta, \varphi) = \frac{q}{4\pi} \\ P_\varphi = \int_0^a \frac{2\pi r dr}{\pi a^2} \int \exp(-l(\theta_0)/\lambda) \frac{d\varphi}{2\pi}, & Q(\theta, \varphi) = q \frac{\delta(\theta - \theta_0)}{2\pi \sin(\theta_0)} \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

С другой стороны, количество атомов на единицу длины плазменного столба $N_\Sigma = \pi a^2 n$ (считаем, что плотность нейтралов не зависит от положения вдоль радиуса). В таком случае из уравнения A.2 можно выразить плотность источника нейтралов q , и, подставив ее в выражение A.1, окончательно получим:

$$\Phi_\Sigma = \pi a^2 n \frac{u}{\lambda} \frac{P}{1 - P} \quad (\text{A.4})$$

В этом случае нормированная частота потерь нейтралов сорта α из плазмы может быть определена как

$$\xi_\alpha = \frac{P_\alpha}{1 - P_\alpha} \sum_\beta \omega^{\alpha\beta} \quad (\text{A.5})$$

В данном выражении с помощью $\omega^{\alpha\beta}$ обозначается нормированная на τ_0 частота потерь нейтралов в ионы, $\omega^{\alpha\beta} = \int \langle \sigma v \rangle_{\beta\alpha}(X, X') f_\beta^X(X') dX'$ (обозначения $\langle \sigma v \rangle_{\beta\alpha}$, f_β^X , X соответствуют введенным в разделе 1.3).

Для вычисления вероятности нейтрала покинуть плазму P необходимо найти расстояние между точкой рождения нейтрала и местом вылета. Пусть поперечная (относительно оси установки) скорость частицы составляет угол φ с радиальным направлением от оси установки к точке рождения частицы (то есть угол $\varphi = 0$ соответствует случаю, когда поперечная скорость частицы направлена по радиусу наружу плазмы, а $\varphi = \pi$ — движению частицы к оси). В этом случае поперечное расстояние l_{\perp} между точкой рождения частицы и точкой вылета из плазмы может быть записано как

$$l_{\perp} = \sqrt{a^2 - (r \sin \varphi)^2} - r \cos \varphi$$

Полная длина пути нейтрала, очевидно, $l = l_{\perp} / \sin \theta$.

Для случая теплой плазмы ξ_{α} нужно усреднить по максвелловскому распределению. Вводя безразмерную переменную $x = \frac{a \sum_{\beta} \omega^{\alpha\beta}}{u}$, можно записать

$$\xi_f = \frac{P_{\varphi}(x / \sin \theta_0)}{1 - P_{\varphi}(x / \sin \theta_0)} x \frac{u}{a} = \frac{u \sin \theta_0}{a} R_{\varphi}(x / \sin \theta_0) \quad (\text{A.6})$$

$$\xi_c \approx \frac{4u_T}{a\sqrt{\pi}} x_T^4 \int_0^{\infty} \exp(-x_T^2/x^2) \frac{P_{\Omega}(x)}{x^4(1 - P_{\Omega}(x))} dx = \frac{4u_T}{a\sqrt{\pi}} R_{\Omega}(x_T) \quad (\text{A.7})$$

$$x_T = \frac{a \sum_{\beta} \omega^{\alpha\beta}}{u_T}, \quad u_T = \sqrt{\frac{2T_c}{m_c}}.$$

ξ_f и ξ_c соответствуют частотам потерь из плазмы быстрых и фоновых нейтралов. Заметим, что для выражения A.7 в безразмерную переменную x подставляется частота взаимодействия, усредненная по максвелловскому распределению, и при дальнейшем интегрировании предполагается, что данная частота не зависит от скорости частиц распределения (этим объясняется знак приближительного равенства при определении ξ_c). Функции R_{Ω} , R_{φ} являются монотонно убывающими ограниченными функциями, причем они всюду положительны на промежутке $x \in [0, \infty)$. Для снижения времени счета в коде они аппроксимиру-

ются с помощью рациональных функций вида

$$R_{(\Omega/\varphi)} = \frac{\sum_{i=0}^4 A_i x^i}{\sum_{i=0}^4 B_i x^i} \quad (\text{A.8})$$

Коэффициенты аппроксимации A.8 приведены в таблице A.1. Относительная ошибка аппроксимации в обоих случаях не превышает $2 \cdot 10^{-4}$.

Таблица A.1. Константы для вычисления R_φ, R_Ω .

Коэффициент	R_φ	R_Ω
A_0	1.17774E + 00	3.82817E - 01
A_1	6.02558E - 01	7.06519E - 01
A_2	2.76340E - 01	3.43875E - 01
A_3	6.76887E - 02	6.62919E - 02
A_4	2.54796E - 02	1.84027E - 02
B_0	1.00000E + 00	1.00000E + 00
B_1	7.66189E - 01	1.79037E + 00
B_2	3.69402E - 01	1.24707E + 00
B_3	8.12054E - 02	2.14791E - 01
B_4	4.00158E - 02	7.36479E - 02

Приложение Б

Зависимость КПД термоядерных реакций от соотношения потоков инжекции дейтерия и трития

Исходно в набор варьируемых параметров, приведенный в разделе 3.2.3 и использованный при нахождении конфигурации ИН с максимальным значением КПД термоядерных реакций, предполагалось также включить соотношение поступающих в установку потоков дейтронов и тритонов J_D/J_T , однако влияние этого параметра на термоядерное КПД оказалось несущественным.

Для демонстрации верности этого утверждения был проведен численный эксперимент с использованием конфигураций ИН, полученных в результате расчетов GDT-0-1 и GDT-0- ∞ (см. таблицу 3.1). В рамках эксперимента все входные параметры модели были фиксированы, за исключением соотношения потоков инжектируемых атомов дейтерия и трития, J_D/J_T (одно и то же соотношение использовалось как для потоков системы атомарной инжекции, так и для потоков поддержания плотности фоновой плазмы). Ограничения на параметры плазмы, приведенные в разделе 3.2.2, в описываемом эксперименте не учитывались.

Результаты расчетов зависимости КПД термоядерных реакций от соотношения J_D/J_T приведены на рисунке Б.1. Согласно полученным данным, увеличение КПД за счет изменения потоков дейтерия/трития не превышает 1 % относительно уровня, полученного при $J_D/J_T = 1$ (данное значение соотношения потоков использовалось во всех расчетах главы 3). Интересно отметить, что во всех случаях точка наибольшего расчетного КПД не совпадает с точкой равенства плотностей дейтерия и трития в установке, достигаемого при

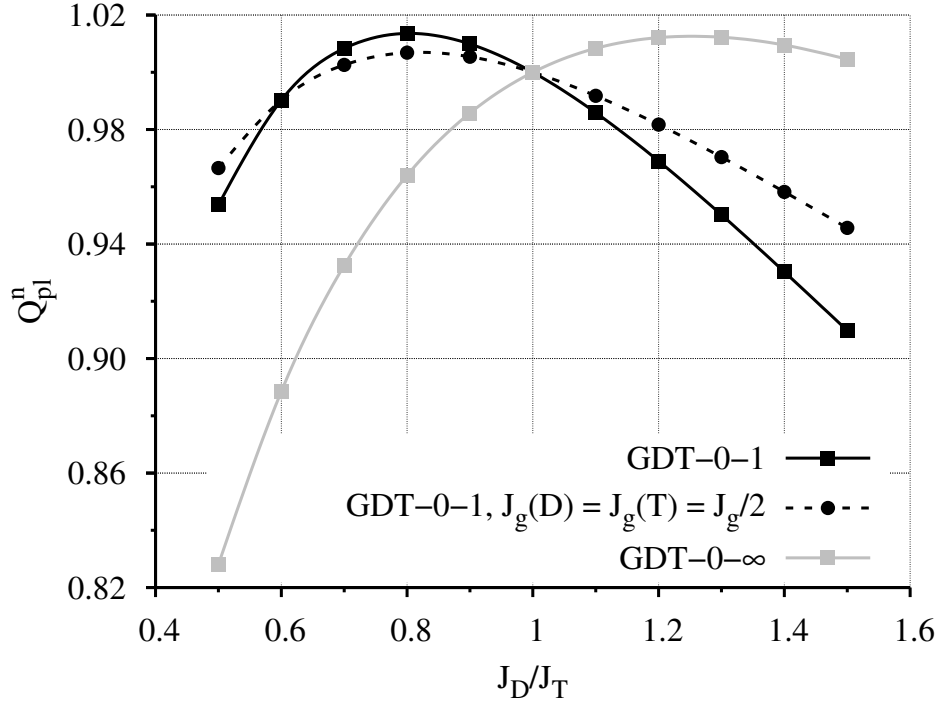


Рис. Б.1. Зависимость нормализованного КПД термоядерных реакций $Q_{eng}^n = Q_{eng}/Q_{eng}(J_D/J_T = 1)$ от соотношения вводимых потоков атомарного дейтерия и трития J_D/J_T для конфигураций ИН, полученных в расчетах GDT-0-1 and GDT-0- ∞ . Единица на оси ординат соответствует значению КПД термоядерных реакций при соотношении J_D/J_T , равном единице. Пунктирная линия с круглыми маркерами обозначает вариант расчетов с фиксированным соотношением потоков атомарного дейтерия и трития $J_{g,D}/J_{g,T} = 1$ и варьируемым соотношением токов инжекции быстрых атомов дейтерия и трития.

$J_D/J_T \approx 1.4-1.5$. Это можно объяснить тем, что характерные времена потери частиц и энергии выше для трития, поэтому меньшие отношения J_D/J_T приводят к большим суммарным плотностям. К примеру, в конфигурации, полученной в результате расчетов GDT-0-1, потери энергии популяции быстрых ионов определяются торможением на электронах, а потери энергии фоновой плазмы — временем продольного удержания в газодинамическом режиме. При этом $\tau_d(D)/\tau_d(T) \propto m_D/m_T$, а $\tau_{gd}(D)/\tau_{gd}(T) \propto \sqrt{m_D/m_T}$ (обозначения совпадают с введенными в главе 1). Что же касается случая GDT-0- ∞ , стационарное состояние определяется временем рассеяния быстрых ионов в конус потерь τ_θ ,

$$\tau_{\theta}(D)/\tau_{\theta}(T) \propto \sqrt{m_D/m_T}.$$

Наконец, в рамках дополнительных расчетов, которым посвящено настоящее приложение, было проведено вычисление Q_{eng} для различающихся соотношений потоков атомов дейтерия и трития из системы атомарной инжекции и системы напуска газа. Необходимость такого расчета обусловлена тем, что при отсутствии системы сепарации изотопов водорода, равном соотношении дейтерия и трития во вспомогательных системах ИН и равной энергии инжектируемых быстрых частиц¹ E_{inj} нельзя ожидать равного потока атомов дейтерия и трития из системы инжекции в виду разницы коэффициентов нейтрализации пучков ионов. В поставленном численном эксперименте рассматривалась конфигурация ИН, полученная в расчете GDT-0-1, при этом соотношение потоков дейтерия и трития для системы напуска газа было равно единице, а соотношение потоков из атомарных инжекторов варьировалось в диапазоне от 0.5 до 1.5. Результаты вычислений приведены на рисунке Б.1 и обозначены пунктирной кривой с круглыми маркерами. Как видно из представленного рисунка, снижение Q_{eng} не превышает 2 % от максимального значения в диапазоне соотношения токов инжекции от 0.8 до 1.4.

¹ Перечисленным условиям соответствуют все проведенные расчеты главы 3.

Приложение В

Оптимизационные алгоритмы

В качестве основного алгоритма параметрической оптимизации использовался метод дифференциальной эволюции [45]. Реализация метода, использованная в рамках работы, представлена в процедуре В.1. Здесь $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ обозначает целевую функцию, для которой требуется определить максимальное значение, в то время как \mathbf{x} соответствует вектору значений оптимизируемых параметров: $\mathbf{x} = \{x_1, \dots, x_n\} \in \mathbb{R}^n$. Верхние индексы соответствуют различным векторам параметров, а нижние — частным параметрам в заданном векторе. Входными аргументами процедуры являются количество “образцов” в поколении N_s (каждый из них представляет собой вектор параметров \mathbf{x}^i с соответствующим значением целевой функции v_i), базовый дифференциальный вес F_{base} , постоянная кроссовера CR , векторы границ области определения параметров установки, \mathbf{a} и \mathbf{b} , а также значение дисперсии σ_0 , определяющее остановку вычислений. Функции $randR(b1, b2)$, $randI(b1, b2)$ возвращают случайные числа (соответственно, действительные или целые), равномерно распределенные в заданном интервале $[b1, b2]$. Значение функции $H(\mathbf{x})$ равно единице, если параметры плазмы (как входные, так и результирующие) находятся в допустимом диапазоне¹, и равно нулю в противном случае. Функция Σ используется для вычисления стандартного отклонения от среднего значения целевой функции на выборке образцов текущей итерации оптимизационного цикла. Для того, чтобы сократить время оптимизации и улучшить сходимость метода, в приведенной реализации алгоритма применяется техника, описанная в [49], и заключающаяся в случайном изменении дифференциального веса F при определении

¹ “Допустимость” определяется ограничениями, налагаемыми на параметры пользователем. Данные ограничения подробно описаны в разделе 3.2.

параметров каждого из образцов.

Согласно результатам тестовых расчетов, опубликованным в работе [45], примененный метод обладает высокой надежностью при поиске глобальных максимумов/минимумов целевых функций. При этом его использование связано с экстенсивным использованием компьютерных ресурсов, поскольку оптимальное количество образцов в поколении приблизительно на порядок больше количества аргументов целевой функции. По этой причине для части расчетов серии NS-L (см. разделы 3.2.2 и 3.3.2) вместо метода дифференциальной эволюции использовался упрощенный алгоритм Хука–Дживса, представленный в процедуре В.2 (обозначения совпадают с ранее введенными для процедуры В.1). Входными аргументами процедуры являются начальные значения оптимизируемых параметров \mathbf{x}_{st} , вектор шагов оптимизации Δ_{st} и количество редукций шага до остановки оптимизационного процесса N .

Принцип, лежащий в основе метода, можно сформулировать как последовательное изменение каждого из аргументов целевой функции на величину шага оптимизации и последующий выбор наилучшей конфигурации из набора тестовых вариантов. В случае, если наибольшему значению целевой функции соответствует исходный вариант, значение шага оптимизации снижается, после чего процедура повторяется. Очевидно, что приведенный метод пригоден для поиска локальных максимумов целевой функции, причем количество тестовых конфигураций параметров на каждой итерации равно $2n$. Помимо этого, результирующая конфигурация системы сильно зависит как от выбора шагов оптимизации, так и начальных значений векторов параметров. По этой причине метод Хука–Дживса использовался только при возможности сравнения полученных данных с результатами расчетов методом дифференциальной эволюции.

Процедура В.1. Реализация алгоритма дифференциальной эволюции.

```

procedure DESEARCH( $N_s, F_{base}, CR, \mathbf{a}, \mathbf{b}, \sigma_0$ )
  for  $i = 1 : N_s$  do
    for  $j = 1 : n$  do
       $x_j^i = a_j + randR(0, 1) \cdot (b_j - a_j)$ 
    end for
     $v_i = f(\mathbf{x}^i) \cdot H(\mathbf{x}^i)$ 
  end for
   $\sigma = \Sigma(\mathbf{v})$ 
  while  $\Sigma > \sigma_0$  do
    for  $i = 1 : N_s$  do
       $F = F_{base} + randR(0, 1) \cdot (1 - F_{base})$ 
       $k = randI(1, n)$ 
      repeat
        repeat
           $l = randI(1, N_s)$ 
        until  $l \neq i$ 
        repeat
           $m = randI(1, N_s)$ 
        until  $m \neq i \wedge m \neq l$ 
        repeat
           $p = randI(1, N_s)$ 
        until  $p \neq i \wedge p \neq l \wedge p \neq m$ 
        for  $j = 1 : n$  do
           $r = randR(0, 1)$ 
          if  $r < CR \vee j = k$  then
             $x_j^t = x_j^l + F \cdot (x_j^m - x_j^p)$ 
          else
             $x_j^t = x_j^i$ 
          end if
        end for
        until  $\mathbf{x}^t \in [\mathbf{a}; \mathbf{b}]$ 
         $v_t = f(\mathbf{x}^t) \cdot H(\mathbf{x}^t)$ 
        if  $v_i \leq v_t$  then
           $v_i = v_t$ 
           $\mathbf{x}^i = \mathbf{x}^t$ 
        end if
      end for
       $\sigma = \Sigma(\mathbf{v})$ 
    end while
  return  $\{\mathbf{x}^1, \dots, \mathbf{x}^{N_s}, \mathbf{v}\}$ 
end procedure

```

Процедура В.2. Реализация упрощенного варианта оптимизационного алгоритма Хука–Дживса.

```

procedure HJSEARCH( $\mathbf{x}_{st}, \Delta_{st}, N$ )
   $\mathbf{x} = \mathbf{x}_{st}$ 
   $\Delta = \Delta_{st}$ 
   $\mathbf{x}^m = \mathbf{x}$ 
   $k = 0$ 
   $v = f(\mathbf{x}) \cdot H(\mathbf{x})$ 
  while  $k \leq N$  do
     $flag = \text{False}$ 
    for  $i = 1 : 2n$  do
       $j = i > n ? i - n : i$ 
       $sign = i > n ? 1 : -1$ 
       $\mathbf{x}^t = \mathbf{x}$ 
       $x_j^t = x_j + sign \cdot \Delta_j$ 
       $v_t = f(\mathbf{x}^t) \cdot H(\mathbf{x}^t)$ 
      if  $v < v_t$  then
         $v = v_t$ 
         $\mathbf{x}^m = \mathbf{x}^t$ 
         $flag = \text{True}$ 
      end if
    end for
    if  $\neg flag$  then
       $\Delta = \Delta/2$ 
       $k = k + 1$ 
    else
       $\mathbf{x} = \mathbf{x}^m$ 
    end if
  end while
  return  $\{\mathbf{x}, v\}$ 
end procedure

```

Приложение Г

Результаты серий вычислений NS–P и NS–L

Таблица Г.1. Параметры результирующих конфигураций ИН на основе ГДЛ для серии расчетов NS–P.

Параметр	Серия NS–P (ИН на основе ГДЛ)						
	25.0	50.0	75.0	100.0	125.0	150.0	175.0
P_{grid} , МВт	25.0	50.0	75.0	100.0	125.0	150.0	175.0
L , м	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0
Варьируемые параметры							
E_{inj} , кэВ	74.7	92.4	113.2	112.6	122.1	122.8	118.2
ΔE_{inj} , кэВ	[74.7; 79.6]	[87.7; 98.4]	[87.8; 125.4]	[92.3; 132.5]	[100.6; 126.5]	[103.1; 142.1]	[105.6; 142.7]
J_{inj} , кА	0.27	0.43	0.53	0.71	0.82	0.98	1.18
r_{pl} , см	34.7	39.8	33.0	32.6	35.0	36.3	32.3
Δr_{pl} , см	[33.9; 35.2]	[34.6; 41.3]	[28.1; 39.0]	[28.3; 42.9]	[25.7; 47.2]	[27.1; 43.4]	[27.5; 46.2]
R_{max}	73.7	54.8	44.5	38.7	35.4	34.0	29.9
ΔR_{max}	[65.3; 73.7]	[52.4; 59.2]	[36.4; 47.7]	[34.0; 45.8]	[20.0; 50.0]	[26.5; 38.9]	[24.6; 36.7]
R_{inj}	2.6	2.6	2.6	2.6	2.6	2.6	2.6
ΔR_{inj}	—	—	—	—	[1.2; 4.0]	—	—
J_g , экв. кА	1.4	3.3	4.6	6.9	9.0	11.5	13.1
ΔJ_g , экв. кА	[1.3; 1.4]	[3.1; 3.5]	[4.1; 5.5]	[6.0; 7.9]	[8.0; 11.2]	[9.7; 12.8]	[12.4; 14.7]
Параметры плазмы							
r_{pl}/ρ_T	1.7	2.3	2.1	2.4	2.7	2.9	3.0
β_{\perp} , %	81.6	79.2	97.8	97.5	94.2	97.1	99.6
γ_D , %	34.7	44.3	47.6	56.3	59.0	64.2	68.5
γ_T , %	42.9	54.2	57.9	66.9	69.6	74.8	78.5
$\langle E \rangle_D$, кэВ	32.8	38.9	45.6	45.6	48.6	48.9	48.8
$\langle E \rangle_T$, кэВ	35.6	42.1	49.1	49.0	52.2	52.4	52.1
T_e , кэВ	0.7	0.8	0.9	0.9	1.0	1.0	1.0
T_D , кэВ	0.7	0.7	0.8	0.8	0.8	0.8	0.9
T_T , кэВ	0.7	0.7	0.8	0.8	0.8	0.8	0.9
n_D^0 , 10^{13} см $^{-3}$	0.3	0.4	0.6	0.8	0.9	1.0	1.3
n_T^0 , 10^{13} см $^{-3}$	0.4	0.6	0.9	1.2	1.3	1.4	1.9
n_D^0 , 10^{13} см $^{-3}$	0.6	0.8	1.3	1.6	1.7	1.9	2.3
n_T^0 , 10^{13} см $^{-3}$	0.8	1.1	1.7	2.2	2.2	2.5	3.0
$\tau_{gd}(D)$, мс	3.6	2.6	1.9	1.6	1.4	1.4	1.2
$\tau_{kin}(D)$, мс	3.1	2.2	1.6	1.4	1.2	1.1	1.0
$\tau_{gd}(T)$, мс	4.5	3.1	2.3	2.0	1.8	1.7	1.4
$\tau_{kin}(T)$, мс	4.4	3.1	2.3	1.9	1.8	1.6	1.4
Показатели энергобаланса							
P_{fe} , МВт	5.2	14.1	22.8	35.6	47.7	62.0	74.9
P_{fc} , МВт	1.0	2.5	3.9	6.4	8.0	10.6	13.2
P_{ex} , МВт	1.4	2.7	4.3	6.1	7.2	8.9	10.9
$P_{ }$, МВт	0.1	0.3	0.6	1.0	1.3	1.7	3.6
P_{\uparrow} , МВт	0.0	0.0	0.1	0.1	0.1	0.2	0.3
$10^2 Q_{eng}$	0.6	1.4	2.1	2.7	3.2	3.6	4.0
$10^2 \sigma_Q$	0.06	0.08	0.04	0.04	0.04	0.05	0.06

В таблицах настоящего раздела приведены характеристики ИН на основе ГДЛ и ГДМЛ, полученные в сериях вычислений NS–P и NS–L. Во всех случаях предполагается 80 % эффективность генерации атомарных пучков в системе

инжекции и равенство поступающих в установку потоков атомов дейтерия и трития. Все обозначения соответствуют ранее использованным в таблицах 3.1 и 3.2. P_{grid} и L обозначают мощность питания систем нагрева и длину ИН соответственно. В таблице Г.4 указан алгоритм, использованный при оптимизации: обозначение “Х.–Дж.” соответствует упрощенному алгоритму Хука–Дживса, “ДЭ” — методу дифференциальной эволюции. Во всех остальных таблицах раздела представлены результаты оптимизации с помощью метода дифференциальной эволюции. В расчете ИН на основе ГДЛ с мощностью питания систем нагрева $P_{grid} = 25$ МВт серии NS–P использовался диапазон допустимых значений максимального пробочного отношения $R_{max} \in [5; 80]$. В расчете ИН на основе ГДЛ с мощностью питания систем нагрева $P_{grid} = 50$ МВт той же серии использовался диапазон $R_{max} \in [5; 70]$.

Таблица Г.2. Параметры результирующих конфигураций ИН на основе ГДМЛ для серии расчетов NS-P.

Параметр	Серия NS-P (ИН на основе ГДМЛ)					
	50.0	75.0	100.0	125.0	150.0	175.0
P_{grid} , МВт	50.0	75.0	100.0	125.0	150.0	175.0
L , м	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0
Варьируемые параметры						
E_{inj} , кэВ	97.1	129.4	123.7	128.8	148.2	151.8
ΔE_{inj} , кэВ	[92.6; 127.1]	[89.1; 142.8]	[116.3; 152.8]	[127.6; 156.1]	[118.5; 170.2]	[127.1; 167.0]
J_{inj} , кА	0.41	0.46	0.65	0.78	0.81	0.92
r_{pl} , см	34.8	28.4	28.5	23.0	24.6	24.3
Δr_{pl} , см	[22.9; 52.6]	[21.4; 36.7]	[21.0; 44.4]	[16.5; 29.8]	[19.6; 35.1]	[21.2; 31.1]
R_{max}	27.9	20.1	17.8	11.4	13.1	11.4
ΔR_{max}	[20.6; 34.4]	[16.8; 24.2]	[14.5; 23.0]	[9.2; 14.9]	[11.4; 16.8]	[10.5; 14.3]
R_{inj}	1.5	1.5	1.5	1.0	1.5	1.5
ΔR_{inj}	—	—	—	[1.0; 1.4]	—	—
J_g , экв. кА	1.6	2.1	3.0	3.8	4.2	5.0
ΔJ_g , экв. кА	[1.3; 1.9]	[1.9; 2.6]	[2.5; 3.5]	[3.2; 4.2]	[3.9; 4.9]	[4.6; 5.7]
Параметры плазмы						
r_{pl}/ρ_T	2.9	2.9	3.3	3.4	3.6	4.0
β_{\perp} , %	99.4	99.0	96.6	99.6	93.8	82.7
γ_D , %	65.8	62.9	71.6	76.6	71.9	73.9
γ_T , %	76.9	74.2	82.0	86.3	82.0	83.6
$\langle E \rangle_D$, кэВ	48.4	60.5	59.4	61.7	70.2	71.6
$\langle E \rangle_T$, кэВ	51.1	64.1	62.6	65.2	74.1	75.5
T_e , кэВ	1.7	1.9	2.0	2.1	2.2	2.3
T_D , кэВ	2.8	3.0	3.2	3.3	3.3	3.3
T_T , кэВ	2.8	3.0	3.2	3.3	3.3	3.2
$n_{\pm}^0(D)$, 10^{13} см^{-3}	0.9	1.4	1.8	3.2	2.8	3.2
$n_{\pm}^0(T)$, 10^{13} см^{-3}	1.3	2.1	2.6	4.4	3.9	4.5
$n_{\pm}^0(D)$, 10^{13} см^{-3}	1.6	2.1	2.6	3.0	3.3	3.5
$n_{\pm}^0(T)$, 10^{13} см^{-3}	2.2	2.9	3.5	4.0	4.4	4.7
$\tau_{gd}(D)$, мс	9.4	6.2	5.4	3.7	3.7	3.2
$\tau_{kin}(D)$, мс	7.2	5.2	4.4	3.1	3.1	2.7
$\tau_{gd}(T)$, мс	11.5	7.6	6.6	4.5	4.5	3.9
$\tau_{kin}(T)$, мс	10.5	7.6	6.4	4.5	4.5	3.9
Показатели энергобаланса						
P_{fe} , МВт	17.8	26.6	38.9	52.9	60.7	73.6
P_{fc} , МВт	7.2	9.2	13.8	17.4	18.8	21.8
P_{ex} , МВт	2.6	4.2	6.1	8.8	8.4	9.5
P_{\parallel} , МВт	1.0	1.2	2.5	2.2	4.4	5.2
P_{\uparrow} , МВт	0.1	0.0	0.1	0.2	0.1	0.1
$10^2 Q_{eng}$	6.9	9.4	11.0	13.0	13.8	14.7
$10^2 \sigma_Q$	0.26	0.13	0.22	0.30	0.34	0.60

Таблица Г.3. Параметры результирующих конфигураций ИН на основе ГДЛ для серии расчетов NS-L.

Параметр	Серия NS-L (ИН на основе ГДЛ)			
	88.8	125.0	216.2	280.0
P_{grid} , МВт	88.8	125.0	216.2	280.0
L , м	10.0	20.0	60.0	100.0
Варьируемые параметры				
E_{inj} , кэВ	114.0	122.1	121.8	113.2
ΔE_{inj} , кэВ	[99.3; 135.3]	[100.6; 126.5]	[97.1; 127.9]	[98.1; 128.3]
J_{inj} , кА	0.62	0.82	1.42	1.98
r_{pl} , см	30.3	35.0	33.7	35.1
Δr_{pl} , см	[25.3; 42.3]	[25.7; 47.2]	[27.1; 41.1]	[28.7; 48.2]
R_{max}	32.6	35.4	36.8	39.5
ΔR_{max}	[26.5; 39.7]	[20.0; 50.0]	[33.2; 41.3]	[34.1; 47.7]
R_{inj}	2.6	2.6	2.6	2.6
ΔR_{inj}	—	[1.2; 4.0]	—	—
J_g , экв. кА	8.5	9.0	9.0	9.4
ΔJ_g , экв. кА	[7.8; 9.9]	[8.0; 11.2]	[8.3; 10.8]	[8.3; 10.7]
Параметры плазмы				
r_{pl}/ρ_T	2.6	2.7	2.5	2.5
β_{\perp} , %	100.0	94.2	94.9	98.6
γ_D , %	64.4	59.0	52.1	52.5
γ_T , %	74.5	69.6	62.9	63.5
$\langle E \rangle_D$, кэВ	44.9	48.6	52.7	51.6
$\langle E \rangle_T$, кэВ	47.9	52.2	56.5	55.1
T_e , кэВ	0.8	1.0	1.3	1.5
T_D , кэВ	0.6	0.8	1.5	2.0
T_T , кэВ	0.6	0.8	1.5	2.0
$n_f^0(D)$, 10^{13} см $^{-3}$	1.2	0.9	0.7	0.7
$n_f^0(T)$, 10^{13} см $^{-3}$	1.8	1.3	1.1	1.0
$n_c^0(D)$, 10^{13} см $^{-3}$	2.0	1.7	1.6	1.5
$n_c^0(T)$, 10^{13} см $^{-3}$	2.7	2.2	2.1	2.0
$\tau_{gd}(D)$, мс	0.7	1.4	3.8	6.3
$\tau_{kin}(D)$, мс	0.6	1.2	3.2	5.4
$\tau_{gd}(T)$, мс	0.9	1.8	4.7	7.8
$\tau_{kin}(T)$, мс	0.8	1.8	4.7	7.7
Показатели энергобаланса				
P_{fe} , МВт	37.0	47.7	67.6	82.1
P_{fc} , МВт	5.1	8.0	16.4	25.0
P_{ex} , МВт	5.7	7.2	11.9	16.4
P_{\parallel} , МВт	1.4	1.3	2.7	4.2
P_{\uparrow} , МВт	0.1	0.1	0.7	2.2
$10^2 Q_{eng}$	2.6	3.2	4.1	4.6
$10^2 \sigma_Q$	0.07	0.04	0.05	0.02

Таблица Г.4. Параметры результирующих конфигураций ИН на основе ГДМЛ для серии расчетов NS-L.

Параметр	Серия NS-L (ИН на основе ГДМЛ)							
	Х.-Дж.	Х.-Дж.	ДЭ	Х.-Дж.	Х.-Дж.	Х.-Дж.	Х.-Дж.	ДЭ
P_{grid} , МВт	88.8	125.0	125.0	176.2	216.2	250.0	280.0	280.0
L , м	10.0	20.0	20.0	40.0	60.0	80.0	100.0	100.0
Варьируемые параметры								
E_{inj} , кэВ	131.2	121.2	128.8	101.2	110.0	100.0	107.5	123.7
ΔE_{inj} , кэВ	—	—	[127.6; 156.1]	—	—	—	—	[105.9; 147.2]
J_{inj} , кА	0.54	0.82	0.78	1.39	1.57	2.00	2.08	1.81
r_{pl} , см	27.2	26.1	23.0	23.9	24.9	23.7	24.6	26.5
Δr_{pl} , см	—	—	[16.5; 29.8]	—	—	—	—	[21.2; 44.9]
R_{max}	15.0	15.0	11.4	15.0	15.0	15.0	15.0	16.0
ΔR_{max}	—	—	[9.2; 14.9]	—	—	—	—	[13.5; 23.1]
R_{inj}	1.4	1.4	1.0	1.4	1.3	1.3	1.3	1.5
ΔR_{inj}	—	—	[1.0; 1.4]	—	—	—	—	—
J_g , экв. кА	3.8	3.8	3.8	3.6	3.6	3.4	3.4	3.5
ΔJ_g , экв. кА	—	—	[3.2; 4.2]	—	—	—	—	[3.2; 4.4]
Параметры плазмы								
r_{pl}/ρ_T	3.6	3.5	3.4	3.5	3.5	3.4	3.4	3.5
β_{\perp} , %	99.9	98.4	99.6	99.9	97.5	99.7	99.3	94.6
γ_D , %	78.1	77.0	76.6	79.0	73.7	75.2	71.4	65.4
γ_T , %	87.3	86.5	86.3	87.9	83.9	84.9	81.9	76.6
$\langle E \rangle_D$, кэВ	62.1	61.6	61.7	56.7	62.1	58.9	63.2	67.9
$\langle E \rangle_T$, кэВ	65.6	64.8	65.2	58.6	64.1	59.9	64.4	70.0
T_e , кэВ	1.7	2.1	2.1	2.5	2.8	3.0	3.3	3.3
T_D , кэВ	2.4	3.6	3.3	5.4	6.2	7.3	7.9	7.3
T_T , кэВ	2.4	3.5	3.3	5.4	6.3	7.4	8.0	7.3
$n_f^0(D)$, 10^{13} см $^{-3}$	2.5	2.4	3.2	2.6	2.3	2.4	2.2	1.9
$n_f^0(T)$, 10^{13} см $^{-3}$	3.5	3.3	4.4	3.5	3.1	3.3	3.0	2.7
$n_c^0(D)$, 10^{13} см $^{-3}$	3.3	3.2	3.0	3.3	2.9	2.9	2.6	2.4
$n_c^0(T)$, 10^{13} см $^{-3}$	4.4	4.3	4.0	4.5	3.9	3.9	3.6	3.3
$\tau_{gd}(D)$, мс	2.5	4.5	3.7	8.0	11.2	14.1	17.1	17.7
$\tau_{kin}(D)$, мс	2.1	3.8	3.1	6.5	9.2	11.4	14.0	14.2
$\tau_{gd}(T)$, мс	3.1	5.5	4.5	9.7	13.7	17.3	20.9	21.6
$\tau_{kin}(T)$, мс	3.1	5.5	4.5	9.6	13.7	16.9	20.9	21.1
Показатели энергобаланса								
P_{fe} , МВт	41.0	52.0	52.9	64.0	73.0	78.2	84.1	84.6
P_{fc} , МВт	12.1	19.9	17.4	34.0	40.2	49.4	53.0	45.9
P_{ex} , МВт	3.8	6.5	8.8	11.6	13.0	15.3	16.4	17.9
P_{\parallel} , МВт	1.8	3.2	2.2	5.9	7.1	9.0	9.5	10.5
P_r , МВт	0.0	0.2	0.2	2.2	3.1	8.0	8.6	0.0
$10^2 Q_{eng}$	10.6	12.7	13.0	14.7	17.0	17.9	19.5	19.6
$10^2 \sigma_Q$	—	—	0.30	—	—	—	—	0.54

Список литературы

1. Mirnov V. V., Ryutov D. D. Linear gas–dynamic system for plasma confinement // Soviet Technical Physics Letters. 1979. Vol. 5. P. 279–280.
2. И. А. Котельников, Д. Д. Рютов, Ю. А. Цидулко и др. *Математическая модель источника нейтронов на основе газодинамической ловушки*: Тех. доклад. 90–105: Институт Ядерной Физики СО АН СССР, 1990. URL: http://www.inp.nsk.su/activity/preprints/files/1990_105.pdf.
3. Anikeev A. V., Karpushov A. N., Collatz S. et al. An integrated transport code system for the calculation of multi–component, high– β plasmas in the gas dynamic trap // Transactions of Fusion Science and Technology. 2001. Vol. 39, no. 1T. P. 183–186.
4. Chirkov A. Y., Ryzhkov S. V., Bagryansky P. A., Anikeev A. V. Fusion modes of an axially symmetrical mirror trap with the high power injection of fast particles // Plasma Physics Reports. 2012. Vol. 38, no. 13. P. 1025–1031.
5. А. Ю. Чирков. Численное решение уравнения Фоккера–Планка для моделирования модифицированных газодинамических режимов плазмы в магнитной ловушке с нагревом интенсивными атомарными пучками // Физико–химическая кинетика в газовой динамике. 2011. Т. 11. URL: <http://chemphys.edu.ru/issues/2011-11/articles/190/>.
6. Beklemishev A. D., Anikeev A. V., Astrelin V. T. et al. Novosibirsk Project of Gas–Dynamic Multiple–Mirror Trap // Fusion Science and Technology. 2013. Vol. 63, no. 1T. P. 46–51. URL: http://www.ans.org/pubs/journals/fst/a_16872.
7. В. В. Поступаев, Д. В. Юров. Моделирование референсного сценария работы многопробочной ловушки ГОЛ–NB // Физика Плазмы. 2016. Т. 42, № 11. Статья принята к публикации.
8. Д. В. Юров, В. В. Приходько. Гибридные системы для дожигания трансура-

- НОВЫХ ОТХОДОВ АТОМНЫХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСТАНОВОК: СОСТОЯНИЕ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПЕРСПЕКТИВЫ // [Успехи физических наук](#). 2014. Т. 184, № 11. С. 1237–1248.
9. Yurov D. V., Anikeev A. V., Bagryansky P. A. et al. Parameters optimization in a hybrid system with a gas dynamic trap based neutron source // [Fusion Engineering and Design](#). 2012. Vol. 87, no. 9. P. 1684–1692.
 10. Anikeev A. V., Dagan R., Fischer U. Numerical Model of the Fusion-Fission Hybrid System Based on Gas Dynamic Trap for Transmutation of Radioactive Wastes // [Fusion Science and Technology](#). 2011. Vol. 59, no. 1T. P. 162–165.
 11. Anikeev A. V. Optimisation of the neutron source based on gas dynamic trap for transmutation of radioactive wastes // [AIP Conference Proceedings](#). 2012. Vol. 1442, no. 1. P. 153–158.
 12. Anikeev A. V., Bagryansky P. A., Beklemishev A. D. et al. Progress in Mirror-Based Fusion Neutron Source Development // [Materials](#). 2015. Vol. 8, no. 12. P. 5471.
 13. Killeen J., Kerbel G. D., McCoy M. G., Mirin A. A. [Computational Methods for Kinetic Models of Magnetically Confined Plasmas](#) / Ed. by J.-L. Armand, H. Cabannes, M. Holt et al. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1986. ISBN: 978-3-642-85954-0.
 14. Simonen T. C., Moir R. W., Molvik A. W., Ryutov D. D. A 14 MeV fusion neutron source for material and blanket development and fission fuel production // [Nuclear Fusion](#). 2013. Vol. 53, no. 6. P. 063002.
 15. Ryutov D. D., Molvik A. W., Simonen T. C. Axisymmetric Mirror as a Driver for a Fusion–Fission Hybrid: Physics Issues // [Journal of Fusion Energy](#). 2010. Vol. 29, no. 6. P. 548–552.
 16. Du H., Chen D., Duan W. et al. Physics Analysis and Optimization Studies for a Fusion Neutron Source Based on a Gas Dynamic Trap // [Plasma Science and Technology](#). 2014. Vol. 16, no. 12. P. 1153.
 17. А. В. Аникеев, П. А. Багрянский, К. В. Зайцев и др. Энергетический спектр

- продольных потерь ионов в ГДЛ при развитии Альфвеновской ионно-циклотронной неустойчивости // *Физика Плазмы*. 2015. Т. 41, № 10. С. 839–849.
18. Kolesnikov E., Bragin A., Mezentsev N. et al. Project of GDT-based steady-state experiment. Доклад на конференции “11th International Conference on Open Magnetic Systems for Plasma Confinement”, ИЯФ СО РАН, Новосибирск, 2016. URL: <https://indico.inp.nsk.su/event/5/session/19/contribution/101>.
 19. Arzhannikov A., Anikeev A., Beklemishev A. et al. Subcritical assembly with fusion neutron source as a device for studies of neutron-physical characteristics of thorium fuel. Доклад на конференции “11th International Conference on Open Magnetic Systems for Plasma Confinement”, ИЯФ СО РАН, Новосибирск, 2016. URL: <https://indico.inp.nsk.su/event/5/session/6/contribution/140>.
 20. Yurov D. V., Brednikhin S. A., Frolov S. A. et al. Recent Calculation Results for a Fission-Fusion System with Gas Dynamic Trap Neutron Source // *Fusion Science and Technology*. 2013. Vol. 63, no. 1T. P. 313–315. URL: http://www.ans.org/pubs/journals/fst/a_16939.
 21. Д. В. Юров, В. В. Приходько, Ю. А. Цидулко. Нестационарная модель для описания осесимметричной открытой ловушки с неравновесной плазмой // *Физика Плазмы*. 2016. Т. 42, № 3. С. 217–233.
 22. Yurov D. V., Prikhodko V. V. Optimization of a mirror-based neutron source using differential evolution algorithm // *Nuclear Fusion*. 2016. Vol. 56, no. 12. P. 126003.
 23. Janev R. K., Smith J. J. Cross sections for collision processes of hydrogen atoms with electrons, protons and multiply charged ions // ATOMIC AND PLASMA-MATERIAL INTERACTION DATA FOR FUSION (Supplement to the journal Nuclear Fusion). Vienna, Austria: IAEA, 1993. Vol. 4. URL: http://www-pub.iaea.org/MTCD/Publications/PDF/Pub23vol4_web.pdf.

24. В. В. Мирнов, Д. Д. Рютов. Газодинамическая ловушка // Вопросы атомной науки и техники, серия “Термоядерный синтез”. 1980. Т. 1, № 5. С. 57–66.
25. Д. В. Сивухин. Кулоновские столкновения в полностью ионизованной плазме // Вопросы теории плазмы / Под ред. М. А. Леонтовича. Москва: Атомиздат, 1964. Т. 4. С. 81–187.
26. В. П. Пастухов. Классические продольные потери плазмы в открытых адиабатических ловушках // Вопросы теории плазмы / Под ред. Б. Б. Кадомцева. Москва: Энергоатомиздат, 1984. Т. 13. С. 160–204.
27. Rognlien T., Cutler T. Transition from Pastukhov to collisional confinement in a magnetic and electrostatic well // [Nuclear Fusion](#). 1980. Vol. 20, no. 8. P. 1003–1012.
28. Skovorodin D. I., Beklemishev A. D. Numerical Kinetic Model of Axial Confinement in a Mirror Trap // [Fusion Science and Technology](#). 2011. Vol. 59, no. 1T. URL: http://www.ans.org/pubs/journals/fst/a_11608.
29. Miley G. H., Towner H., Ivich N. [Fusion Cross Section and Reactivities](#): Tech. Rep. C00-2218-17. Illinois: University of Illinois, 1974. URL: <http://www.osti.gov/scitech/servlets/purl/4014032>.
30. Anikeev A. V., Bagryansky P. A., Ivanov A. A. et al. Fast ion relaxation and confinement in the gas dynamic trap // [Nuclear Fusion](#). 2000. Vol. 40, no. 4. P. 753–766.
31. Maximov V. V., Anikeev A. V., Bagryansky P. A. et al. Spatial profiles of fusion product flux in the gas dynamic trap with deuterium neutral beam injection // [Nuclear Fusion](#). 2004. Vol. 44, no. 4. P. 542–547.
32. Andriyash A., Grebyonkin K., Emelyanov S. et al. Source of thermonuclear neutrons based on gas dynamic trap: Status of conceptual design and alternative applications // [Fusion Engineering and Design](#). 1998. Vol. 41, no. 1–4. P. 485–490.
33. Bagryansky P. A., Shalashov A. G., Gospodchikov E. D. et al. Threefold Increase

- of the Bulk Electron Temperature of Plasma Discharges in a Magnetic Mirror Device // [Physical Review Letters](#). 2015. — May. Vol. 114. P. 205001.
34. Bagryansky P., Anikeev A., Denisov G. et al. Overview of ECR plasma heating experiment in the GDT magnetic mirror // [Nuclear Fusion](#). 2015. Vol. 55, no. 5. P. 053009.
35. Noack K., Rogov A., Anikeev A. V. et al. The GDT-based fusion neutron source as driver of a minor actinides burner // [Annals of Nuclear Energy](#). 2008. Vol. 35, no. 7. P. 1216–1222.
36. С. М. Полозов, А. Д. Фертман. Ускорители протонного пучка большой мощности для подкритических ядерных установок // [Атомная Энергия](#). 2012. Т. 113, № 3. С. 155–162.
37. [Accelerator and Spallation Target Technologies for ADS Applications \(A Status Report\)](#): Tech. Rep. 5421. Paris: OECD/NEA, 2005. URL: <https://www.oecd-nea.org/science/docs/pubs/nea5421-accelerator.pdf>.
38. И. М. Капчинский. Сильноточные линейные ускорители ионов // [Успехи Физических Наук](#). 1980. Т. 132. С. 639–661.
39. Barr W. L., Moir R. W. Test Results on Plasma Direct Converters // [Fusion Science and Technology](#). 1983. Vol. 3, no. 1. P. 98–111. URL: http://www.ans.org/pubs/journals/fst/a_20820.
40. Yasaka Y., Goto K., Taniguchi A. et al. Studies on plasma direct energy converters for thermal and fusion-produced ions using slanted cusp magnetic and distributed electric fields // [Nuclear Fusion](#). 2009. Vol. 49, no. 7. P. 075009.
41. Krasilnikov A., Abdyuhanov I., Aleksandrov E. et al. Progress with the ITER project activity in Russia // [Nuclear Fusion](#). 2015. Vol. 55, no. 10. P. 104007.
42. Hovingh J., Moir R. W. [Efficiency of injection of neutral beams into thermonuclear reactors](#): Tech. Rep. UCRL–51419. Livermore, USA: Lawrence Livermore National Laboratory, 1973. URL: http://www.iaea.org/inis/collection/NCLCollectionStore/_Public/05/099/5099376.pdf.

43. Fink J. H., Barr W. L., Hamilton G. W. A 225-MW neutral injection system for a mirror fusion-fission hybrid reactor // *Nuclear Fusion*. 1975. Vol. 15, no. 6. P. 1067–1081.
44. Д. Д. Рютов. Открытые ловушки // *Успехи физических наук*. 1988. Т. 154, № 4. С. 565–614.
45. Storn R., Price K. Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for global Optimization over Continuous Spaces // *Journal of Global Optimization*. Vol. 11, no. 4. P. 341–359.
46. Hooke R., Jeeves T. A. “Direct Search” Solution of Numerical and Statistical Problems // *Journal of the Association for Computing Machinery*. 1961. Vol. 8, no. 2. P. 212–229.
47. Fritsch F. N., Carlson R. E. Monotone Piecewise Cubic Interpolation // *SIAM Journal on Numerical Analysis*. 1980. Vol. 17, no. 2. P. 238—246.
48. Kotelnikov I. A., Bagryansky P. A., Prihodko V. V. Formation of a magnetic hole above the mirror-instability threshold in a plasma with sloshing ions // *Physical Review E*. 2010. — Jun. Vol. 81. P. 067402.
49. Differential Evolution homepage. URL: <http://www1.icsi.berkeley.edu/~storn/code.html>.