ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
СО АН СССР

Б.В.Чириков

ПРИРОДА СТАТИСТИЧЕСКИХ ЗАКОНОВ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

ПРЕПРИНТ И Я Ф 78-66

Новосибирск

ПРИРОДА СТАТИСТИЧЕСКИХ ЗАКОНОВ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ*

Б.В.Чириков

Я расскажу о некоторых исследованиях проблемы устойчивости нелинейных колебаний и вытекающих отсюда весьма общих следствиях, касающихся соотношения динамических и статистических законов в классической механике. Мое сообщение будет состоять из трех частей. Во-первых, я расскажу о том, что мы твердо знаем, во-вторых, - о том, что мы предполагаем, и, наконец, о том, чего мы совсем не знаем.

I. РЕЗУЛЬТАТЫ

Некоторое время тому назад в нашем Институте были начаты исследования условий устойчивости движения заряженных частиц в циклических ускорителях. Движение частицы в ускорителе можно рассматривать как колебание некоторого осциллятора с двумя степенями свободы под действием периодических возмущений вследствие несовершенства магнитного поля ускорителя.

Прежде всего нас интересовал следующий вопрос: при каких условиях частицы колеблются устойчиво и не теряются в процессе ускорения?

В то время исследования устойчивости проводились, как правило, в так называемом линейном приближении, т.е. принималось, что частота колебаний не зависит от их амплитуды. Это справедливо, например, для обычного маятника при достаточно малой амплитуде колебаний. В этом случае наибольшую опасность пред-

---

* Статья написана по материалам выступления автора на философском семинаре Института ядерной физики СО АН СССР и на совместном семинаре отдела философских проблем развития науки Центрального Института философии АН ГДР и отдела философских проблем науки факультета марксистко-ленинской философии унивеситета им.Гумбольта в Берлине.

ставляют резонансы, т.е. совпадение частоты внешнего возмущения с частотой колебаний. Это приводит к линейному нарастанию амплитуды колебаний во времени ($\sim t$) и потерям частиц.

В общем случае, однако, колебания нелинейны: их частота зависит от амплитуды. Частота колебаний маятника, например, уменьшается с ростом амплитуды и стремится к нулю, когда амплитуда достигает максимального значения (180^0). На первый взгляд кажется, что опасность резонансов таким образом ликвидирована, так как изменение частоты выводит осциллятор из резонанса и ограничивает рост амплитуды колебаний. Однако, уже первые исследования показали, что при этом возникает новая, весьма необычная для механики неустойчивость. Колебания становятся нерегулярными, а их амплитуда растет в среднем (с большими флуктуациями) пропорционально $\sqrt{t}$. Получается так, как будто бы на осциллятор действует случайное возмущение, тогда как в действительности возмущение является строго периодическим во времени. Мы называем этот необычный процесс стохастической неустойчивостью нелинейных колебаний.

Исследование этой неустойчивости показало, что движение полностью детерминированной механической системы может быть по крайней мере весьма похожим на случайный процесс. Такого рода движение возникает только в том случае, когда механическая система неустойчива. Мы натолкнулись, таким образом, на некоторый механизм возникновения статистических законов в динамической системе. Ввиду очевидного значения этой старой и вечно новой проблемы взаимосвязи динамических и статистических законов мы решили подробно исследовать феномен стохастической неустойчивости.

Изучение литературы очень быстро показало, что мы были далеко не первыми в этой области - ситуация, типичная сегодня в научной работе. По-видимому, первым, кто обратил внимание на связь между статистическими законами и неустойчивостью механического движения был знаменитый французский математик Пуанкаре /I/. Этой же проблеме посвятил свои основные исследования молодой ленинградский физик Н.С.Крылов. Его ранняя смерть в 1947 году помешала продолжению этих работ, которые, однако, даже в незавершенном виде /2/ представляют чрезвычайный интерес и являются в своем роде единственными. В последнее время исследования в этом направлении интенсивно развивались многими математиками, прежде всего советскими математиками Колмогоровым, Синаем и Аносовым, а также американским математиком Смейлом и многими другими. Появилась современная эргодическая теория.

Попробуем на простом примере понять механизм возникновения стохастического движения и его связь с неустойчивостью динамической системы. Пусть движение системы задается преобразованием:

$$x(t)=\{k\cdot x(t-1)\} \qquad (I)$$

где k - некоторая константа, а фигурные скобки обозначают дробную часть числа. Таким образом мы получаем последовательность состояний (положений) системы в моменты времени t = 0,I,2,3,... Если, например, $x(0)=\pi$ =3,I415926535... и k = I0, это дает:

$x(1) = 0{,}41592653589793238462643383279\ldots$
$$x(2) = 0{,}15926535897932384626433832795\ldots \qquad (2)$$
$x(3) = 0{,}59265358979323846264338327950\ldots$

....

Рассмотрим теперь две соседние траектории этой системы, расстояние между которыми очень мало: $|\delta x(t)| \ll 1$. Посмотрим, как будет изменяться это расстояние с течением времени:

$$\delta x(t) = k\,\delta x(t-1) = k^2 \delta x(t-2) = \ldots = k^t \delta x(0)$$
$$\delta x(t) = \delta x(0)\cdot \exp(t\cdot \ln k) \qquad (3)$$

При $k > 1$ соседние траектории расходятся экспоненциально, т.е. движение системы является сильно неустойчивым.

Но почему такое движение оказывается стохастическим? Это связано с тем, что возможная область движения системы (I) ограничена интервалом (0,I). Следовательно, траектории, разошедшиеся на расстояние $\delta x \sim 1$, начинают перемешиваться. Вследствие этого возникает нерегулярность движения. Можно объяснить это и по другому: сколь угодно малое изменение начального состояния системы $\delta x(0)$ существенно изменяет ее движение через время:

$$t \sim -\frac{\ln|\delta x(0)|}{\ln k} \qquad (4)$$

Это значит, что корреляции между положением системы в разные моменты времени исчезают и мы имеем, таким образом, дело с некоторым случайным процессом.

Величина

$$h = \ln k \qquad (5)$$

называется КС – энтропией (энтропия Крылова-Колмогорова-Синая) и является одной из основных характеристик стохастического движения.

Модель (I) является, конечно, чересчур упрощенной и ее трудно сопоставить с какой-либо реальной механической системой[x)]. Поэтому для наших исследований мы выбрали в качестве основной несколько более сложную модель, задаваемую преобразованием:

$$p(t) = \{p(t-1) + K f(x(t-1))\}\,; \quad x(t) = \{x(t-1) + p(t) - \tfrac{1}{2}\} \qquad (6)$$

При $K \ll 1$ движение этой модели описывается приближенно дифференциальными уравнениями:

$$\frac{dp}{dt} \approx K f(x)\,; \qquad \frac{dx}{dt} = p \qquad (7)$$

В этом предельном случае получаются просто свободные колебания осциллятора с одной степенью свободы, которые, разумеется, устойчивы. При этом x соответствует координате осциллятора, а p – его импульсу.

Если, например, $f(x) = \sin x$, то мы имеем дело с колебаниями маятника. Но наша модель описывается уравнениями (6), а это означает, что сила $Kf(x)$ действует не постоянно, как в случае (7), а короткими толчками с периодом I. В примере с маятником можно себе представить, что его ось периодически "дергается", так что маятник совершает вынужденные колебания.

Мы детально исследовали эти колебания, вычисляя с помощью компьютера траектории системы (6) для различных значений единственного параметра модели K, различных начальных условий, а также различных функций $f(x)$ /3-5/. Мы называем такие исследо-

---
x) Заметим, однако, что преобразование (I) часто используется в качестве так называемого генератора случайных чисел и является в некотором смысле лучшим из таких генераторов/3/.

вания численными экспериментами. Они, действительно, очень близки в некотором смысле к "настоящим" экспериментам. Отметим, что такая точка зрения не является общепринятой и подвергается иногда резкой критике.

На рисунке показан пример движения системы (6) с

$$f(x) = x^2 - x + 1/6 \quad \text{и} \quad K = 3.46.$$

Каждая точка изображает положение системы на фазовой плоскости (x, p) в определенный момент времени для одной и той же стохастической траектории. Видно, что в большой области фазовой плоскости точки расположены нерегулярно, в среднем равномерно, но с ясно выраженными флуктуациями, типичными для случайного процесса. С другой стороны, имеется относительно большая устойчивая область, незанятая стохастической траекторией, что характерно для систем типа(6). Граница между областью устойчивого и стохастического движения кажется относительно простой. Однако детальные исследования показали, что ее структура в действительности необычайно сложна. Оказывается, что она состоит из чередующихся полос устойчивого и стохастического движения все более и более мелкого масштаба /6/. Это не удивительно, так как граница стохастической области сама должна быть стохастической кривой. Удивительно другое – необычайно сложное поведение исключительно простой системы (6). Это так поразило нас, что одну из своих работ мы закончили словами: "Мы бесконечно благодарны Природе за неисчерпаемое разнообразие ее простейших проявлений" /6/.

Заметим, что невероятная сложность структуры фазового пространства стохастических колебаний является главным препятствием для применения современной эргодической теории к подобным системам*).

Определим теперь более точно, что понимается под стохастическим движением. Стохастическое движение характеризуется следующими свойствами:

1. Эргодичность. Это значит, что траектория равномерно покрывает некоторую область фазового пространства. Само по себе это слабое свойство, которое еще не соответствует нашему представлению о случайном процессе. Так, движение луча по экрану телевизора эргодично, но конечно, не случайно.

2. Перемешивание. Это свойство как раз существенно для случайности движения. Более точно, свойство перемешивания означает, что любая крупноструктурная**) функция распределения $f(x,p,t)$ релаксирует к равновесному распределению:

$$f(x,p,t) \to f_0 \quad \text{при} \quad t \to \pm\infty$$

причем для системы (6) $f_0 = const$. Подчеркнем, что в пределе $t \to \pm\infty$ релаксация происходит в обе стороны по времени, как в будущее, так и в прошлое, в соответствие с обратимостью динамических уравнений. Обратный процесс в течение конечного интервала времени соответствует возникновению флуктуаций в зависимости от конкретных начальных условий. Однако флуктуации эти в конце концов прекращаются и затухают.

3. Положительная КС-энтропия ($h > 0$), что гарантирует быструю (обычно экспоненциальную) релаксацию.

4. Непрерывный спектр движения, соответствующий апериодическому и в то же время стационарному процессу случайных колебаний.

*) В самое последнее время в этом направлении достигнут существенный прогресс /7/.

**) т.е. усредненная по конечным ячейкам фазового пространства.

Это приводит к апериодической релаксации $f(x,p,t) \to f_0$.

5. Бернуллиевское свойство - самое сильное из стохастических свойств динамической системы, известных в настоящее время. Оно означает, что можно выбрать такие сколь угодно мелкие крупноструктурные функции распределения (так называемые бернуллиевские функции), для которых корреляции строго обращаются в нуль по прошествии конечного времени /8/. Простым примером бернуллиевской последовательности некоррелированных (статистически независимых) величин является последовательность десятичных цифр иррационального числа α. Каждая такая цифра является как раз округленным значением очередного (т.е. через период Т = I) $x(t)$ в преобразовании (I), если $x(0) = \alpha$ и k = I0. При k = I00, или через период Т = 2, независимыми будут не только отдельные цифры, но и пары соседних цифр. Вообще, если $k = 10^n$ (или Т = n), то независимыми будут любые группы из m соседних цифр при $m \leq n$. Такие группы цифр и представляют собой крупноструктурные функции распределения со сколь угодно мелкой ячейкой при $n \to \infty$.

Существенно, что все эти свойства стохастического движения справедливы, как говорят математики, "почти всюду". Это значит, что даже в "самой стохастической" системе существуют такие специальные начальные условия, такие точки на фазовой плоскости (x_0, p_0), для которых движение является не стохастическим, а, скажем, периодическим. Однако площадь (мера) всех этих точек в случае "идеальной" стохастичности равна нулю. Для колебательных систем типа (6) устойчивая область имеет конечную площадь и очень сложную иерархическую структуру как было отмечено выше. С ростом параметра K в (6) общая площадь устойчивых областей фазового пространства убывает, вообще говоря, экспоненциально.

Однако даже в случае "идеальной" стохастичности возникает следующая проблема: можем ли мы быть уверены, что в каждом конкретном случае начальные условия нашей системы не являются исключительными? Неожиданный ответ на этот вопрос связан с тем, что в условиях стохастического движения и, следовательно, экспоненциальной неустойчивости (3) ни одна система - за исключением Всей Вселенной - не может рассматриваться как замкнутая. Это можно пояснить на следующем примере. Рассмотрим движение молекул газа, которое как строго показал Синай для классической модели такого газа /23/, является "идеально" стохастическим. В качестве наиболее слабого внешнего возмущения примем гравитационное взаимодействие молекулы этого газа с протоном на "другом конце Вселенной", т.е. на расстоянии около 10^{10} световых лет. Можно показать /3/, что даже столь ничтожное взаимодействие полностью изменяет движение молекулы всего за ~ 60 ее столкновений с другими молекулами газа (при нормальных условиях), т.е. за время $\sim 10^{-8}$ сек. Таким образом сформулированный выше вопрос приводит к проблеме начальных условий Мира как целого и, конечно, не может быть решен в рамках классической механики /3/.

Нам кажется очень существенным вывод современной эргодической теории о том, что стохастическое движение, а значит, и статистические законы могут возникать в чрезвычайно простых динамических системах вплоть до осциллятора с одной степенью свободы при наличии внешнего периодического возмущения или с двумя степенями свободы для замкнутой системы. Этот вывод существенно отличается от представлений современной статистической физики, где принимается, что статистические законы справедливы лишь в предельном случае бесконечно большого числа степеней свободы.

Не менее важным является и другой вывод: статистические законы являются частным (специальным) случаем законов классической механики при неустойчивости динамического движения. Последняя определяется не только параметрами системы (например, K в (6)), но также и начальными условиями, как это видно из рисунка. В этом случае особенно очевидно, что динамический и статистический режимы движения являются частными случаями единых механических законов.

2. ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ

Перейдем теперь к некоторым общим вопросам, ответ на которые не вытекает непосредственно из рассмотренных выше результатов математических и физических исследований.

Является ли стохастическое движение "настоящим" случайным процессом? "Настоящий" - это такой случайный процесс как он происходит по нашим представлениям в природе. Стохастическое движение, естественно, тоже часть природы. Однако, нет ли в природе "более случайных" процессов? Слово "настоящий" поставлено здесь в кавычки, так как собственно не вполне ясно, что оно означает; то же относится и к понятию "более случайный".

Можно попробовать придать этим словам некоторый конкретный смысл, следуя Мизесу /9/. Он постулировал, что "настоящий" случайный процесс должен подчиняться также и требованию иррегулярности, которое можно понимать как отсутствие алгоритма этого

процесса. Это значит, что невозможно предсказать его ход. Для стохастического движения требование иррегулярности нарушается, казалось бы, по определению, так как динамические уравнения и представляют собой запрещенный алгоритм.

Можно думать, однако, что требуемая Мизесем иррегулярность является принципиально ненаблюдаемой, так как мы никогда не можем быть уверены, что кажущийся случайным процесс не подчиняется на самом деле сложному алгоритму. Более того, любой процесс на конечном интервале времени всегда можно с любой степенью точности представить некоторой регулярной функцией, например, с помощью Фурье-разложения. Поэтому мне кажется, что нет никаких оснований считать, что наблюдаемые в природе случайные процессы подчиняются условию иррегулярности Мизеса. Последнее является скорее нашим субъективным представлением, каким должен быть "настоящий" случайный процесс, нежели отражением фактических свойств случайных процессов в природе.

В последнее время интуитивный принцип иррегулярности Мизеса был подвергнут глубокому математическому анализу в новой теории сложности алгоритмов и процессов, разработанной Колмогоровым и его последователями (см., например, /I0, II/). В частности, было сформулировано новое определение случайного процесса как процесса максимальной сложности. Проиллюстрируем этот новый подход на примере преобразования (I) с k = I0. В этом случае каждое из стохастической последовательности действительных чисел $x(0), x(1), x(2), \ldots, x(n), \ldots$ есть просто все более и более далекий "хвост" начального числа $x(0)$, записанного в виде десятичной дроби (2). Можно сказать также, что преобразование (I) с k = I0 эквивалентно сдвигу на один десятичный разряд в последовательности десятичных цифр числа x (0) (так называемый сдвиг Бернулли /8/). Хотя последовательные числа $x(0),\ldots,x(n),\ldots$ коррелированны (общий "хвост"), можно показать, что целые числа $g(n)=[10\,x(n)]$, т.е. первые десятичные цифры $x(n)$, или, что то же самое, округленные до первого десятичного знака числа $x(n)$, являются некоррелированными в силу свойства бернуллиевости, которым обладает преобразование (I) (см.раздел I). Можно ли считать последовательность $g(0),\ g(1),\ldots,g(n),\ldots$ случайной, несмотря на казалось бы исключительно простой алгоритм ее получения (I)? Новая теория Колмогорова отвечает на этот вопрос утвердительно, точнее, указанная последовательность является случайной для почти любого $x(0)$, т.е. за исключением особых $x(0)$, составляющих меру нуль на отрезке (0,I). К последним относятся, например, все рациональные числа, а также некоторые "плохие" иррациональные числа (см.ниже). Таким образом утверждается, что последовательность $g(n)$ является в некотором смысле максимально сложной. Причина, по которой предельно простой алгоритм (I) дает максимально сложную последовательность, заключается в том, что последовательность эта определяется не только простой формулой (I), но и начальным действительным числом $x(0)$. Иначе говоря, чтобы найти достаточно много членов последовательности $g(n)$ нам нужно знать достаточно много знаков числа $x(0)$. Но в рассматриваемом случае $g(n)$ и есть просто знаки $x(0)$. Таким образом, чтобы вычислить последовательность $g(n)$ по алгоритму (I), нам нужно просто знать ее заранее! Это и есть, грубо говоря, понятие максимальной сложности по Колмогорову. Отметим, что знаки числа π, использованного в разделе I для иллюстрации работы алгоритма (I), не образуют, по Колмогорову, случайной последовательности. Это связано с тем, что алгоритм вычисления знаков π может быть задан в конечной форме, т.е. описывается конечной информацией, независимо от числа знаков. Это может быть сделано, например, с помощью функции от целочисленных аргументов:

$$\pi = 16\cdot \mathrm{arctg}(1/5) - 4\cdot \mathrm{arctg}(1/239)$$

Аналогично, не являются случайными и знаки числа $e=\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}$ и любых других вычислимых иррациональных чисел.

Если вспомнить теперь, что траектория любой динамической системы задается начальными условиями, т.е. набором действительных чисел, то из сказанного выше следует любопытный вывод: понятие (строго) <u>определенной</u> динамической траектории уже содержит в себе в некотором смысле понятие <u>случайности</u>. Если движение неустойчиво, то эта скрытая случайность будет проявляться явно, ибо только в этом случае движение существенно зависит от <u>точного</u> значения начальных условий, т.е. от <u>всех</u> разрядов чисел, определяющих траекторию.

Мне представляется, что есть все основания принять стохастическое движение в качестве рабочей модели наблюдаемой в природе случайности. Представляется также разумным попробовать расширить область применения этой модели настолько, насколько это возможно без противоречия с опытом.

3. ДОГАДКИ.

В работе /I2/, анализируя современную эргодическую теорию, Рёзеберг пишет: "Показано, что в динамических системах могут возникать статистические законы... Однако это лишь один из механизмов возникновения статистических законов. Это ни в коем случае не доказывает, что статистические законы появляются только в динамических системах".

С точки зрения общего анализа ситуации с совершенно согласен с этим утверждением. Более того, напрашивается казалось бы яркий пример статистических законов совершенно иной природы– в квантовой механике. Однако, как физик, я вижу очень простой и общий механизм возникновения статистических законов вследствие неустойчивости динамического движения, приводящей к перемешиванию. Почему бы не попытаться использовать этот механизм для объяснения как можно более широкого круга статистических явлений в природе?

Итак, можно ли объяснить квантовые статистические законы с помощью механизма перемешивания? Анализ этого вороса привел Крылова /2/ к довольно неожиданному выводу: в квантовой механике перемешивание вообще невозможно, точнее, решение уравнения Шредингера не обладают таким свойством. Это вытекает из твердо установленного математиками факта, что спектр любой квантовой системы с ограниченным в пространстве движением(аналог классической системы частиц в "ящике") всегда дискретный, в то время как перемешивание эквивалентно непрерывному спектру. Таким образом квантовая механика оказывается неожиданно "менее статистической", в некотором смысле, чем классическая. Не доказывает ли это лишний раз, что статистические законы квантовой механики имеют какую-то совсем другую природу?

Прежде всего, откуда берутся статистические законы в квантовой механике? При этом я имею ввиду те универсальные

статистические законы, которые проявляются в любой даже очень простой квантовой системе и связаны с самой интерпретацией квантовой механики.Иными словами, я имею ввиду статистические законы при полном описании в квантовой механике. Всем известно, что они действуют в процессе измерения. Но что такое измерение в квантовой механике, какова его физическая природа? Вряд ли сейчас кто-либо может достаточно полно ответить на этот вопрос. Мы знаем только, что измерение есть некоторое особое взаимодействие микрочастицы с макроскопической системой. Можно лишь догадываться, что существенной чертой этого особого взаимодействия является очень сильная неустойчивость, так как процесс, инициированный микрочастицей, вызывает макроскопические последствия. Но если это так, то налицо условия перемешивания динамического движения макросистемы – "измерительного прибора". Я беру последний термин в кавычки, так как для физики существенно, разумеется, не назначение системы, а лишь ее свойства и состояние. Нельзя ли поэтому выдвинуть гипотезу, что статистические законы квантовой механики объясняются все тем же механизмом перемешивания классической механики, который разрушает фазовые корреляции между компонентами ψ – волны, превращая чистое квантовое состояние в смесь. Это и приводит к необратимой редукции волновой функции.

Во всей этой картине наиболее непонятны условия, при которых в квантовой системе возникает классическое перемешивание. Можно только предполагать, что это какой-то эффект квазиклассического приближения в пограничной между квантовой и классической механикой области. Как это ни странно, эта проблема изучена все еще очень слабо. Даже такое простое понятие как эргодичность движения вызывает в квантовой механике серьезные трудности и дискуссии. Недавние численные эксперименты с простой квантовой системой указывают на существенную роль квантовых эффектов даже глубоко в квазиклассической области /I3/. Возникает серьезный вопрос о возможном влияние этих эффектов на классическую эргодическую теорию.

Другая интересная проблема: законы какого типа являются более фундаментальными - динамические или статистические? Эргодическая теория отдает в этом смысле предпочтение динамическим законам. Однако вопрос этот гораздо сложнее. Сейчас мы знаем или, лучше сказать, поняли, что подобно тому как в динамической системе при определенных условиях могут проявляться статистические законы, в статистической системе могут возникать динамические процессы. Интересно отметить, что это происходит опять таки при условии неустойчивости статистического состояния. Простейшим примером является давно известная неустойчивость Джинса для гравитирующего газа. При определенных условиях, зависящих, в частности, от температуры газа, флуктуации плотности нарастают, что приводит к разбиению однородного газа на сгустки. При этом движение последних под действием гравитационных сил определяется динамическими уравнениями. Джинсовская неустойчивость широко используется в современной астрофизике в различных гипотезах, которые пытаются объяснить происхождение галактик и звезд (см.,например, /I4/).

Аналогичные процессы хорошо известны сейчас и в физике интенсивных пучков заряженных частиц, где они называются коллективными неустойчивостями пучка (см., например, /I5/). В этом

случае речь также идет о неустойчивости квазиравновесного статистического состояния пучка, приводящей к развитию в нем некоторого динамического движения, обычно волны. Одна из таких коллективных неустойчивостей - так называемая неустойчивость "отрицательной массы" - аналогична по механизму джинсовской неустойчивости гравитирующего газа. В сущности, на этом же принципе основано и большинство современных методов генерации СВЧ колебаний.

Значительно более интересным примером рассматриваемого класса процессов является самопроизвольное возникновение периодических химических реакций в первоначально однородной смеси реагентов. Теория таких процессов, имеющих первостепенное значение для биологии, развита Пригожиным и его сотрудниками /I6/ (см.также /I7,I8/). При определенных условиях такие "химические" колебания могут, в свою очередь,стать стохастическими, порождая статистические законы "второго порядка" (по отношению к исходным статистическим законам). Последний процесс еще недостаточно учитывается в современной теории таких реакций.

Если попробовать представить себе общую картину соотношения динамических и статистических законов, то получится нечто вроде иерархии последовательно чередующихся динамических и статистических законов, так что каждый последующий является частным случаем предыдущего. Мы плохо представляем себе, чем может кончится вся эта иерархия и совсем не знаем, что лежит в ее основе и есть ли она.

Я хотел бы специально подчеркнуть, что возможность возникновения динамического процесса в статистической системе обязательно требует некоторого запаса энергии, например, потенциальной энергии гравитационного взаимодействия в случае джинсовской неустойчивости или кинетической энергии частиц в случае неустойчивости пучка. Динамическое движение в такой системе охватывает, как правило, сравнительно небольшое число ее степеней свободы, тогда как остальные характеризуются, по-прежнему, статистическим поведением. Вследствие этого происходит непрерывная диссипация энергии из динамических степеней свободы в статистические. Отсюда термин Пригожина: "диссипативные структуры".

Возникновение диссипативных структур разрешает, в частности, пресловутую проблему "тепловой смерти Вселенной". По-видимому, впервые четкое решение этой проблемы было сформулировано Зельдовичем и Новиковым /I4/ (Дополнение XШ). Отметим, что более ранние попытки решения этой проблемы, например, флуктуационная гипотеза, неправильно связывали возможность решения с ограничением принципа возрастания энтропии.

Теперь я хочу обсудить, по необходимости очень кратко, еще один чрезвычайно глубокий научный принцип – принцип причинности. Термин этот употребляется в самых разных значениях, но нас будет интересовать сейчас лишь его более узкая физическая формулировка: "причина всегда предшествует следствию". В такой форме принцип причинности задает, казалось бы, определенное направление времени – от причины к следствию, как это предполагал еще Лейбниц (см./I9/). Однако эта выделенность одного направления времени находится в противоречии со всеми элементарными динамическими законами, симметричными по отношению к обращению времени. Откуда же в причинных отношениях появляется несимметрия времени?

Бросается в глаза, что существует еще одна, казалось бы, более узкая группа явлений, которые также характеризуются

несимметрией по отношению к обращению времени. Это – статистические процессы, направление которых определяется принципом возрастания энтропии. Невольно возникает мысль, не связанны ли оба эти принципа?

Посмотрим прежде всего, откуда вытекает принцип причинности? Многие согласны, что главное здесь – неопределенность включения причины, или, иначе, относительная независимость причины*. Проще всего пояснить это на примере человека. Если в действиях человека есть хотя бы незначительный элемент того, что принято называть "свободой воли", то он может включить, а может и не включить ту или иную причину. Представим теперь, что принцип причинности нарушился в том смысле, что при каких-то условиях следствие произошло раньше причины. Но человек, ответственный за это следствие, может "передумать" и не включить причину, в результате чего мы прийдем к противоречию.

По-видимому, совсем не обязательно, чтобы причина включалась непременно человеком, однако, мне представляется существенным, чтобы это включение было случайным – только тогда нарушение принципа причинности приводит к противоречию. Получается довольно парадоксальная ситуация: в строго детерминированном лапласовском мире принцип причинности (в указанной выше узкой формулировке) "не нужен", так как порядок событий во времени здесь несущественен – все они все равно обязательно произойдут. Только в статистических процессах с их вероятностной неопределенностью возникает необходимость в принципе причинности. С этой точки зрения "свобода воли", понимаемая в данном контексте как неопределенность выбора, основана в конечном счете также на статистических законах.

---

*) Гегель, например, пишет: "Как изначальная вещь, причина обладает определением "абсолютной самостоятельности..."/20/. Отметим, что это важное обстоятельство почти не упоминается в современных определениях причины.

Чтобы проиллюстрировать предполагаемую связь между причинностью и статистическими законами, рассмотрим простой пример электромагнитного излучения заряженной частицы. Как известно, именно принцип причинности заставляет нас исключать так называемое опережающее поле излучения и оставлять только запаздывающее. С другой стороны при излучении в замкнутой полости (в "ящике") граничные условия приводят к необходимости учитывать оба поля. Физически это связано с отражением волны от стенок полости. Иначе это можно представлять себе таким образом, что в полости заряженная частица взаимодействует со стоячей волной, тогда как в свободном пространстве - с бегущей. Как же возникает в этом случае принцип причинности, когда движение заряда становится стохастическим? По-видимому, дело обстоит следующим образом. Если размеры полости достаточно велики, так что отраженная волна возвращается к излучившему ее заряду через время много большее времени перемешивания, она уже не будет коррелировать с движением заряда и должна рассматриваться поэтому не как причинно связанное с зарядом поле, а как общий тепловой фон.

Другой пример - электродинамика Уилера-Фейнмана /21/, в которой электромагнитное поле заменено дальнодействующими силами, причем обязательно двух типов - как запаздывающие, так и опережающие. Поэтому, в общем случае, принцип причинности не выполняется в этой теории. Однако авторы показали, что если где-то на бесконечности имеет место необратимое поглощение электромагнитной энергии, т.е. в мире действуют статистические законы, это обеспечивает автоматическую компенсацию опережающих сил и, следовательно, выполнение принципа причинности.

Наконец, еще один, популярный сейчас среди некоторых

физиков пример - тахионы - гипотетические частицы, движущиеся всегда быстрее света. Тахионы несомненно нарушают принцип причинности, что известно, но недостаточно учитывается энтузиастами этой идеи, которые продолжают развивать "расширенную теорию относительности" /22/. Тахионы могли бы существовать в чисто динамическом мире, однако, статистические законы приводят к необратимому излучению тахионом электромагнитной энергии и переходу их в "фон", возбуждения которого будут обладать уже свойствами обычных частиц.

Посмотрим теперь, действительно ли принцип причинности и принцип возростания энтропии выделяет некоторое определенное направление времени- так называемая стрела времени. Что касается последнего принципа, то современная эргодическая теория дает отрицательный ответ на этот вопрос. Согласно этой теории статистическая релаксация происходит асимптотически в обе стороны по времени ($t \to \pm\infty$)! Но как же быть с принципом причинности? Откуда здесь появляется асимметрия? Возможно, что ее источник - в самом разделении событий на причины и следствия: причина вызывает следствие, тогда как следствие не влияет на причину или, во всяком случае, влияет на нее каким-то совсем иным образом. Такая асимметрия очевидно связана с подчеркнутой выше независимостью причины и определяется, повидимому, в конечном счете опять таки статистическими законами.

Я довольно бегло перечислил здесь все эти весьма глубокие физические проблемы, надеясь показать, какое обширное поле деятельности открывается исследователю, решившему разгадать тайну случайности.

Я глубоко признателен проф. Г. Гёрцу и д-ру Рёзебергу, а также участникам философского семинара Института ядерной физики за интересные дискуссии по затронутым выше вопросам.

Литература

I. H.Poincaré, Science et méthode (Flammarion, Paris, 1908); перевод: А.Пуанкаре, Наука и метод (Одесса, I9I0).

2. Н.С.Крылов, Работы по обоснованию статистической физики (АН СССР, М., I950).

3. Б.В.Чириков, Исследования по теории нелинейного резонанса и стохастичности (препринт ИЯФ СО АН СССР, Новосибирск, I969).

4. Г.М.Заславский, Б.В.Чириков, УФН I05:I (I97I) 3.

5. Б.В.Чириков, Взаимодействие нелинейных резонансов (НГУ, Новосибирск, I978).

6. B.V.Chirikov, F.M.Izraelev, Some Numerical Experiments with a Nonlinear Mapping: Stochastic Component, Colloques Internationaux du C.N.R.S. "Transformations Ponctuelles et leurs Applicationes" (Toulouse, 1973), p. 409.

7. Я.Б.Песин, УМН 32:4 (I977)55.

8. Д.Орнстейн, Эргодическая теория, случайность и динамические системы (Мир, М., I978).

9. Р.Мизес, Вероятность и статистика (Гостехиздат, М., I930).

I0. Л.А.Левин, ДАН 2I2:3 (I973) 548.

II. В.Н.Агафонов, Сложность алгоритмов и вычислений (НГУ, Новосибирск, I975).

I2. U.Röseberg, Wiss. Zs. Humbold-Universität zu Berlin, Math.-Nat. R., XXII, No 1 (1973) 89.

I3. Ф.М.Израйлев, Дж. Казати, Дж. Форд, Б.В.Чириков, Стохастические колебания квантового маятника под действием периодического возмущения, препринт ИЯФ 78-46, Новосибирск, I978.

I4. Я.Б.Зельдович, И.Д.Новиков, Релятивистская астрофизика (М., Наука, I967).

I5. Сборник "Накопление релятивистских частиц" (М., Госатомиздат, I963).

I6. П.Гланодорф, И.Пригожин, Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций (М., Мир, I973); И.Пригожин, Ж.Николис, УФН I09:3 (I973) 5I7.

I7. М.Эйген, Самоорганизация материи и эволюция биологических макромолекул (М., Мир, I973); УФН I09:3 (I973) 545.

I8. А.М.Жаботинский, Концентрационные автоколебания (М., Наука, I974).

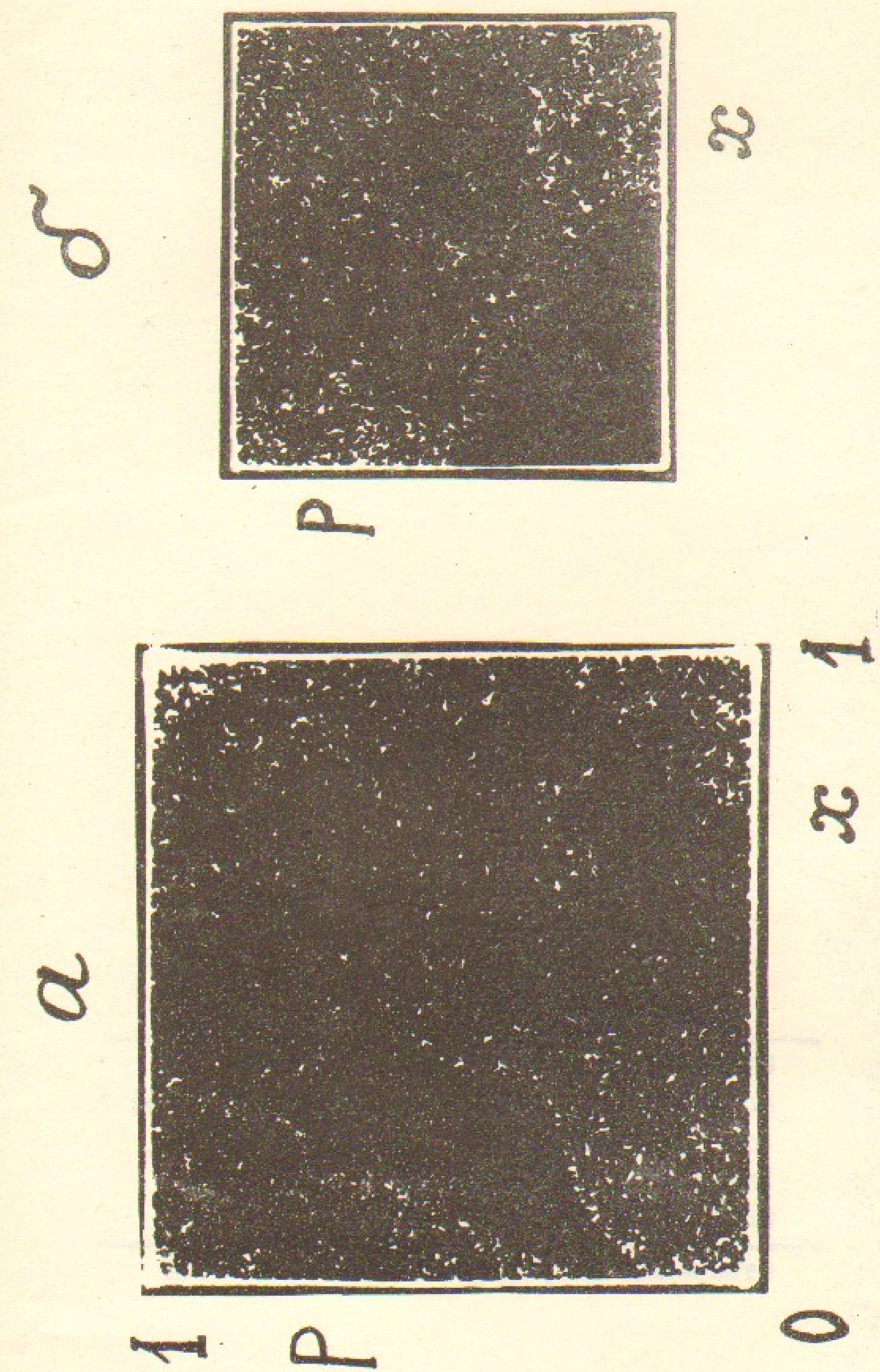
I9. Г.Рейхенбах, Направление времени (М., ИИЛ, I962), с. 4I.

20. Г.В.Ф.Гегель, Наука логики, § I53, в кн.: Энциклопедия философских наук, т. I (М., Мысль, I975).

2I. J.A.Wheeler, R.P.Feynman, Rev. Mod. Phys. 21:3 (1949) 425.

22. P.Caldirola, E.Recami, Causality and Tachyons in Relativity, Preprint INFN/AE-77/4, Frascati (Italy) 1977.

23. Я.Г.Синай, ДАН I53 (I963) I26I.



Картина движения системы (6) с $f(x) = x^2 - x + 1/6$ и $K = 3.46$ на фазовой плоскости (x, p): a – полный фазовый квадрат системы 1×1; δ – часть фазового квадрата с увеличением x4. Точки изображают последовательные положения системы на фазовой плоскости.