

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное агентство
по образованию**

**ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**НОВОСИБИРСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

физический факультет

**Квалификационная работа на соискание
степени бакалавра**

Кафедра физики плазмы

Аракчеев Алексей Сергеевич

**ТЕОРИЯ ОБРАЗОВАНИЯ ПАРОВОГО КАПИЛЛЯРА
В МЕТАЛЛЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛЬНОТОЧНОГО
НИЗКОЭНЕРГИЧНОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА**

Научный руководитель:

д-р физ.-мат. наук,

в.н.с. лаб. 9-0 ИЯФ СО РАН

К.В. Лотов

Новосибирск – 2008 год

Содержание

1	Введение	3
2	Вынос вещества	4
3	Транспорт пучка	5
4	Преобразование энергии	7
5	Тепловые процессы	8
6	Гидродинамические процессы	11
7	Плазма в паровом капилляре	14
8	Неустойчивость капилляра	15
9	Заключение	16
10	Благодарности	16

1 Введение

Для сварки металлов используются электронные пучки с поверхностной мощностью 10^4 – 10^5 Вт/мм², энергией 10–100 кэВ, диаметром 1–10 мм и скоростью движения вдоль поверхности 1–10 мм/с [1, 2]. Из-за локального выделения энергии электронного пучка такая сварка проходит без оплавления. Эффективность сварки обеспечивается тем, что пучок доставляет энергию непосредственно туда, где нужно расплавить металл. Отношение глубины получающегося сварочного шва к его ширине может быть очень большим. Исследованию и техническому применению электронной сварки посвящены монографии [1, 2].

Для сварки используется пучок, движущийся вдоль поверхности металла. Поэтому взаимодействие с металлом неподвижного пучка в литературе обычно не обсуждается. Если пучок неподвижен относительно образца, то образуется капилляр, то есть узкий и глубокий канал, заполненный частично ионизованными парами металла. В данной работе исследуются процесс образования и свойства такого капилляра.

При взаимодействии электронного пучка с металлом имеет место множество физических процессов, и первая задача работы — выбрать наиболее важные из них. Вторая задача — найти зависимости параметров получающегося капилляра от характеристик пучка.

Экспериментальная проверка теории проводилась на электронной пушке со следующими параметрами: ускоряющее напряжение 60 кВ, ток до 500 мА, диаметр пучка в фокусе около 2 мм, поверхностная мощность до 10^4 Вт/мм². В качестве образцов использовались стальные пластины. Поэтому в дальнейшем при оценках различных эффектов будем ориентироваться на эти параметры пучка и свойства стали.

В разделе 2 обсуждается образование углубления с точки зрения баланса вещества. Выясняется, куда и как уносится вещество. Раздел 3 написан о прохождении электронного пучка до дна капилляра через частично ионизованные пары металла. Обсуждаются ограничения на предельно достижимую глубину капилляра, связанные с рассеянием и торможением пучка. Достигавшие дна капилляра электроны отдают свою энергию металлу. Преобразованию энергии в зоне действия пучка посвящен четвертый раздел. В пятом говорится о распространении выделившегося тепла вглубь вещества и оценивается толщина жидкого слоя на стенках капилляра. Эта толщина оказывается много меньше радиуса капилляра. Гидродинамические процессы, протекающие в тонком слое расплава на дне, обсуждены в шестом разделе. Выясняются ограничения на скорость углубления

капилляра. Образование плазмы в капилляре рассмотрено в седьмом разделе. Время развития некоторых неустойчивостей в осесимметричном капилляре постоянного радиуса отверстия и расплава вычисляются в восьмом разделе.

2 Вынос вещества

Из практики известно, что неподвижный электронный пучок создает капилляр предельной глубины за время порядка десятков миллисекунд. При этом объем получающегося углубления оказывается на порядок большим, чем мог бы испарить пучок своим энергосодержанием. Пучок может нагреть такой объем вещества только до температуры, не превышающей температуру кипения металла. Капилляр мог бы образоваться в результате раздвижения твердого металла давлением паров, но для этого потребовалось бы давление, превышающее предел текучести металла. При меньших нагрузках деформация металла была бы малой, и обусловленная ей поправка к радиусу капилляра в любом случае оказалась бы много меньше самого радиуса. Предел текучести большинства металлов, в том числе и сталей, выше 1000 атмосфер. Такое давление может достигаться только в зоне прямого действия пучка [3], которая расположена на дне капилляра. Значит, такое давление действует только на область, из которой металл скоро будет удален. Давление же на боковые стенки капилляра меньше этого значения.

Из вышесказанного следует, что металл должен удаляться из объема будущего капилляра. Испарить значительную долю вещества не позволяет энергосодержание. Значит, вещество удаляется в жидком виде. Какая-то сила выбрасывает расплав из капилляра. Причем она должна сначала раздвинуть жидкость с оси капилляра, а потом выбросить металл вдоль стенок, удерживая жидкие стенки от схлапывания. Таким образом, эта сила должна создавать повышение давления к оси капилляра. Давление пучка при оговоренных поверхностных мощностях имеет порядок сотен паскалей. Такое гидростатическое давление в расплаве достигается на глубине нескольких миллиметров. Капилляры, получающиеся в эксперименте, имеют значительно большую глубину. Значит, есть сила, намного превышающая давление пучка.

Нужный порядок величины имеет сила упругости пара. Над поверхностью металла при температуре, близкой к температуре кипения, давление насыщенного пара становится порядка атмосферного [1], что вполне достаточно для поддержания жидких стенок на глубине в несколько сантиметров. Таким образом, металл уносится за счет выдавливания жидкости его парами. За эту версию го-

ворят и капли металла, застывшие вокруг капилляра. В случае, если в металле были растворены газы, они тоже могут испаряться и создавать давление. На дне капилляра требования к давлению значительно жестче, но там появляется дополнительное давление за счет реактивной силы, возникающей во время испарения вещества [3].

Увеличение глубины капилляра приводит к тому, что поверхностная мощность на дне падает из-за торможения и рассеяния пучка. При некоторой глубине она становится недостаточной для поддержания дальнейшего выдавливания жидкости. После этого углубление капилляра может происходить только за счет испарения металла. В работе [1] сделана оценка доли испаренного металла от всего удаленного вещества. Эта доля оказывается 0,1–1%. Таким образом, когда жидкость больше не удаляется из капилляра, скорость увеличения глубины должна упасть на 2–3 порядка с метров до сантиметров в секунду.

3 Транспорт пучка

Электронно-лучевая технология эффективна при сварке и создании узких, глубоких отверстий благодаря тому, что энергия выделяется на дне углубления. Но в капилляре пучок теряет энергию и рассеивается на парах металла. В приближении непрерывного замедления пробег электронов с энергией 60 кэВ в парах железа с атмосферным давлением и температурой плавления равен 25 см [4]. Направленный импульс теряется значительно быстрее. Оценка по резерфордовскому рассеянию на малые углы дает следующую оценку для среднеквадратичного угла отклонения электронов пучка от прямой траектории:

$$\frac{\langle \theta^2 \rangle}{l} \sim n \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 W} \right)^2 \ln(Z^{-2/3} a_b/a_p) \sim 7 \text{ м}^{-1},$$

где l — расстояние, пройденное пучком, n — плотность газа, Z — заряд ядра металла, a_b — боровский радиус, a_p — классический радиус протона, e — заряд электрона, ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума, W — кинетическая энергия электрона. Угол отклонения α , необходимый для понижения поверхностной мощности пучка определяется размерами капилляра:

$$\alpha \sim R/h,$$

где R и h — радиус и глубина капилляра. Характерная длина уменьшения поверхностной мощности из-за рассеяния получается $\sqrt[3]{R^2 l / \langle \theta^2 \rangle} \sim 0,5$ см. При более точной оценке угла рассеяния, при котором электрон погибнет на стенке, нужно учитывать, что электрон при падении на поверхность металла может упруго

отразиться. При нормальном падении вероятность отражения порядка 10%, а при скользких углах эта величина близка к 100% [1]. Таким образом, чтобы поглотиться стенкой канала и не донести свою энергию до дна, электрону может понадобиться несколько столкновений со стенкой. Оценка предельной глубины капилляра по рассеянию на газе согласуется с результатами эксперимента.

Из-за выделения энергии на дне капилляра металл испаряется и создается слой с повышенной концентрацией газа (10^{20} см^{-3}). В монографии [2] утверждается, что эта концентрация колеблется на частоте 10^4 – 10^5 Гц. Такие колебания возникают из-за того, что газ рассеивает пучок, уменьшает поверхностную мощность, а следовательно и скорость испарения с концентрацией газа. Остается непонятной причина появления таких колебаний. Время изменения концентрации над поверхностью определяется толщиной слоя газа и тепловой скоростью. Для такого периода колебаний толщина слоя должна быть 5–50 мм, что значительно больше наблюдавшейся в экспериментах. Время реакции температуры поверхности на выделение тепла на глубине проникновения электронов тоже много меньше периода колебаний. Совпадение периода колебаний со временем углубления капилляра на толщину расплава дает основания считать углубление ступенчатым.

Отдельный вопрос — взаимодействие пучка с плазмой в капилляре. Как показано в разделе 7, плотность плазмы ожидается масштаба 10^{14} см^{-3} , что на три порядка меньше плотности газа. Поэтому парными столкновениями с заряженными частицами можно пренебречь, несмотря на большее (в кулоновский логарифм раз) сечение рассеяния. Влиять на движение пучка плазма может еще через самосогласованное электрическое поле. Потенциал металла, соприкасающегося с плазмой, всегда отрицателен относительно плазмы [5]. Перепад потенциала локализован на расстоянии нескольких дебаевских радиусов от стенки. При плотности плазмы 10^{14} см^{-3} и температуре плавления стали это расстояние имеет порядок 0,1 мкм. Величина перепада составляет от $3,8 T_e$ при холодных ионах до $1,02 T_e$ при бесконечно эмитирующей поверхности, где T_e — температура электронов плазмы. Температура электронов плазмы определяется температурой поверхности металла из-за того, что между ними происходит постоянный обмен электронами. Поверхность можно считать бесконечно эмитирующей, если максимальный ток термической эмиссии больше теплового потока электронов из плазмы. Максимальный ток эмиссии дается формулой Ричардсона [6]. Для металла при температуре 2500 К и концентрации плазмы до 10^{15} см^{-3} это условие выполняется. Значит, электронам мешает попасть на стенку потенциал порядка $T_e \sim 0,25 \text{ эВ}$. При энергии электронов пучка 60 кэВ этот потенциал может

отразить электроны, отклонившиеся от оси не более, чем на $2 \cdot 10^{-3}$ рад.

Кроме того, с плазмой связан эффект компенсации объемного заряда пучка. “Провисание” потенциала в пучке равно $I_b / (16\pi\epsilon_0 V_e)$, где I_b — ток пучка, V_e — скорость электронов пучка. При токе 1 А оно равно 15 эВ. При наличии плазмы “провисание” компенсируется ее зарядом. Таким образом, плазма положительно влияет на проникающие возможности пучка [1, 2].

4 Преобразование энергии

Для обработки материала на большую глубину обычно используют пучки с плотностью потока энергии 10^4 – 10^5 Вт/мм² [2]. С этой величиной нужно сравнивать потоки энергии в этом разделе.

При падении электронов на поверхность металла не вся энергия пучка идет на нагрев. Часть энергии уходит с излучением. Доля энергии пучка, уходящая в рентгеновское излучение, составляет $10^{-9} ZW [\text{эВ}] \lesssim 1\%$ [1]. Подавляющая часть этого излучения — тормозное, то есть энергия фотонов близка к энергии электронов пучка. Тепловое излучение даже у самых тугоплавких металлов не превышает 500 Вт/мм², что составляет не более 5% от потока энергии пучка.

Кроме излучения с поверхности металла энергию уносят еще и электроны: тепловые, вторичные и упруго отраженные. Ток тепловых электронов с металлов не превышает 0,1 А/мм² [6]. Энергия таких электронов в среднем порядка температуры поверхности. Поток энергии с тепловыми электронами не превышает 0,1 Вт/мм². Ток вторичных электронов в общем случае имеет тот же порядок, что и ток пучка. Их энергия менее 50 эВ [1]. Значит, поток энергии вторичных электронов составляет не более 1% от потока энергии в пучке. Упруго отраженные электроны наиболее существенны. Их доля даже при нормальном падении не менее 10%.

Перечисленные потоки энергии от поверхности не уносят энергию из капилляра, а перераспределяют ее внутри него.

Электроны, поглощенные металлом, теряют энергию на некоторой длине, называемой глубиной проникновения. В металле энергия пучка выделяется неравномерно по глубине, но принято описывать этот процесс характерной глубиной. Существует множество моделей, описывающих этот процесс [2]. Большинство из них, как и эксперимент, показывают, что максимальное тепловыделение происходит не на поверхности, а на расстоянии около трети глубины проникновения. Представление о величине и зависимости глубины проникновения δ от энергии

электронов в диапазоне от 10 до 100 кэВ дает формула Шонланда [1, 2, 4]:

$$\delta[\text{см}] = 2.35 \cdot 10^{-12} W[\text{эВ}]^2 / \rho[\text{г/см}^3],$$

где ρ — плотность металла. Для стали и энергии электронов 60 кэВ получаем $\delta = 10$ мкм.

Электроны пучка отдают свою кинетическую энергию, в основном, электронам вещества [4]. Время установления локального температурного равновесия у электронов вещества составляет 10^{-12} – 10^{-14} с. Времена обмена энергией между электронами и решеткой $\sim 10^{-10}$ с [2]. Это намного быстрее почти всех процессов в капилляре, то есть тепловые процессы в металле можно рассматривать как термические.

Выделившаяся энергия пучка идет на нагрев и фазовый переход, а потом тепло уносится вместе с веществом по стенкам капилляра и теплопроводностью вглубь вещества.

5 Тепловые процессы

Выделение энергии пучка в металле можно представить в виде движущегося распределенного по пространству источника тепла. От движущегося точечного источника температура успевает распространиться на характерное расстояние χ/U , где χ — температуропроводность металла, а U — скорость источника тепла. Причем температура уменьшается с расстоянием от источника экспоненциально. В нашем случае эта величина составляет ~ 10 мкм. Некоторые модели поглощения электронов веществом предсказывают, что зона выделения энергии электронов, попадающих в одну точку, имеет поперечные размеры, сравнимые с глубиной проникновения δ [2]. Но это не так важно, потому что эти величины много меньше поперечных размеров пучка. Проникновение температуры в продольном направлении определяется большей величиной из δ и χ/U . В любом случае, эта величина имеет порядок не более 10 мкм. Значит, жидкий слой на дне имеет толщину s_0 того же порядка, и характерные расстояния распространения температуры вглубь вещества много меньше радиуса капилляра R .

Можно получить более точную оценку для s_0 при стационарном, установившемся углублении капилляра со скоростью U . В такой ситуации удобно рассматривать процессы на его дне в сопутствующей системе координат (рис. 1). В ней ничто не зависит от времени. Уравнение теплопроводности в металле имеет вид

$$c_p(T) (\mathbf{V}, \nabla) T = (\nabla, \lambda_{s,l}(T) \nabla T) + Q, \quad (1)$$

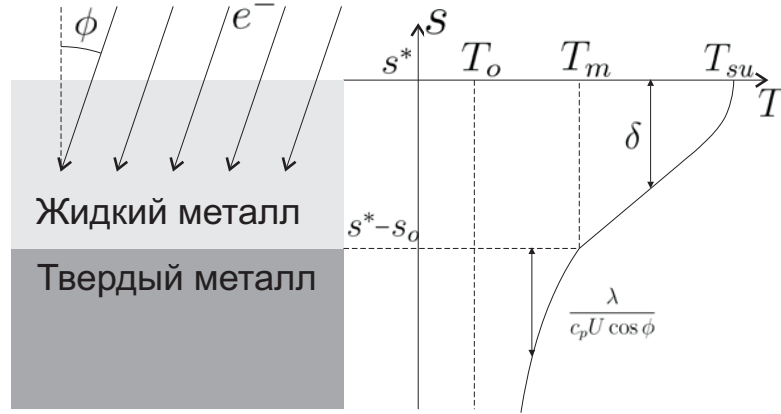


Рис. 1: Зависимость температуры от глубины под поверхностью.

где $c_p(T)$ — теплоемкость металла, \mathbf{V} — скорость вещества, $\lambda_{s,l}(T)$ — теплопроводность твердого или жидкого металла, $Q = qf(z^* - z)$ — объемное тепловыделение, q — поверхностная мощность пучка, $f(x)$ — распределение энерговыведения пучка по глубине при нормальном падении, z — координата вдоль оси пучка, z^* — координата границы газа с жидкостью. В твердом теле скорость вещества постоянна и равна U , поэтому уравнение теплопроводности упрощается:

$$c_p(T) U \frac{\partial T}{\partial z} = (\nabla, \lambda_s(T) \nabla T).$$

Тепловыделения нет, так как мы предполагаем, что вся энергии пучка выделяется в жидкости. Характерная глубина распространения температуры вглубь твердого тела мала по сравнению с радиусом кривизны дна, радиусом капилляра, а следовательно и продольным (вдоль границы) градиентным размером. В таком случае разумно предположить, что температура зависит только от расстояния до границы. Уравнение теплопроводности в этом предположении имеет вид

$$c_p(T) U \cos \phi \frac{\partial T}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial s} \left(\lambda_s(T) \frac{\partial T}{\partial s} \right),$$

где ϕ — угол между осью капилляра и нормалью к границе твердого тела с жидкостью, $\partial/\partial s$ — производная по направлению нормали. Граничными условиями для этого уравнения будут: температура плавления (T_m) на границе с жидкостью и начальная температура (T_0) на бесконечности. Введем внутреннюю энергию металла и будем отсчитывать ее от значения при T_0 :

$$E(T) = \int_{T_0}^T c_p(x) dx.$$

При таком определении уравнение теплопроводности имеет вид

$$U \cos \phi \frac{\partial E(T)}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial s} \left(\lambda_s(T) \frac{\partial T}{\partial s} \right).$$

Проинтегрировав его, получаем

$$\frac{\partial T}{\partial s} = \frac{U \cos \phi}{\lambda_s(T)} E(T).$$

Вдали от границы температура монотонно уменьшается до T_0 , значит $\partial T/\partial s = 0$. Выбранное определение $E(T)$ соответствует этому граничному условию. Таким образом, можно найти выражение для градиента температуры на границе с жидкостью со стороны твердого металла:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_s = \frac{U \cos \phi}{\lambda_s(T_m)} E(T_m).$$

На границе жидкость-твердое тело разность потоков энергии равна энергии, идущей на фазовый переход в единицу времени на единице площади:

$$\lambda_s(T_m) \left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_s + U \Delta H = \lambda_l(T_m) \left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_l,$$

где $\lambda_l(T)$ — теплопроводность жидкого металла, $(\partial T/\partial s)_l$ — градиент температуры со стороны жидкости, ΔH — удельная теплота плавления. Подставив $(\partial T/\partial s)_s$, получаем выражение для $(\partial T/\partial s)_l$:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_l = \frac{U \cos \phi}{\lambda_l(T_m)} (\Delta H + E(T_m)). \quad (2)$$

В жидкости уравнение теплопроводности не упрощается из-за наличия тепловыделения и зависимости скорости вещества от координат. Поэтому сравним решение этого уравнения со случаем, когда левая часть уравнения (1) отсутствует. Эта часть отвечает переносу тепла при движении жидкости в область с другой температурой. На дне капилляра жидкость движется от границы с твердым телом в сторону границы с газом, в направлении увеличения температуры. Получается, что жидкость нагревается, и на это требуется энергия. Таким образом, при наличии у жидкости нормальной компоненты скорости поток энергии вглубь вещества убывает быстрее, чем без нее. Поток энергии, переносимый электронами пучка, не зависит от скорости жидкости, а поток энергии, обусловленный теплопроводностью, пропорционален градиенту температуры. Градиент температуры на границе с твердым телом фиксирован. Поэтому температура по мере удаления от этой границы тоже растет быстрее при подвижной жидкости, и температура кипения достигается на меньшем расстоянии. Следовательно, движение жидкости уменьшает толщину жидкого слоя. Считая нормальную компоненту скорости жидкости равной нулю, получим оценку сверху для толщины жидкого слоя. Поскольку толщина жидкости мала по сравнению с радиусом капилляра, уравнение (1) становится одномерным:

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(\lambda_l(T) \frac{\partial T}{\partial s} \right) = -qf \left(\frac{s^* - s}{\cos \phi} \right).$$

Проинтегрировав его, получаем

$$\lambda_l(T) \frac{\partial T}{\partial s} = \int_0^{s^*-s} qf \left(\frac{y}{\cos \phi} \right) dy. \quad (3)$$

По известному градиенту $(\partial T/\partial s)_l$ находим поверхностную мощность:

$$q = \frac{\lambda_l(T_m) (\partial T/\partial s)_l}{\int_0^{s_0} f \left(\frac{y}{\cos \phi} \right) dy} = \frac{\lambda_l(T_m) (\partial T/\partial s)_l}{\cos \phi}. \quad (4)$$

Во втором равенстве мы воспользовались тем, что вся энергия пучка выделяется в жидкости, и нормировкой функции f . Подчеркнем, что это — только оценка поверхностной мощности, необходимая для оценки s_0 . Введем функцию

$$\Lambda(T) = \int_{T_m}^T \lambda_l(x) dx.$$

Проинтегрировав уравнение (3) от границы жидкости с твердым металлом до границы с газом, получаем

$$\Lambda(T_{su}) = \int_0^{s_0} \int_0^x qf \left(\frac{y}{\cos \phi} \right) dy dx, \quad (5)$$

где T_{su} — температура поверхности жидкого металла. Подставив (2) и (4) в (5) получаем соотношение, в котором не известны только U , ϕ , T_{su} и s_0 . По данным экспериментов [2] форма дна капилляра близка к сферической с радиусом капилляра. По данным экспериментов [3] по облучению металлов с поверхностной мощностью 10^4 – 10^5 Вт/мм² температура поверхности в таких условиях близка к температуре плавления. Таким образом, получаем соотношение между U и s_0 . Для приближенной функции $f(z) = \frac{4}{3} \left(1 - \frac{9}{4} \left(\frac{z}{\delta} - \frac{1}{3} \right)^2 \right)$ [1] можно явно выразить s_0 :

$$s_0 = \frac{5}{12} \delta \cos \phi + \frac{\Lambda(T_{su})}{U \cos \phi (\Delta H + E(T_m))}.$$

В нашем случае $s_0 \approx 25$ мкм при $\phi = 0$.

Чтобы оценить точность проделанных оценок, рассмотрим другой предельный случай, когда нормальная скорость жидкости равна U и вся энергия пучка выделяется на поверхности ($\delta = 0$). В этом случае температура зависит от расстояния экспоненциально и толщина жидкого слоя оказывается на 30% меньше.

6 Гидродинамические процессы

Образование капилляра за счет выдавливания жидкого металла ставит вопрос о гидродинамических процессах в расплаве. На жидкую фазу действуют несколько

сил: давление пучка, упругость пара металла, гравитация, поверхностное натяжение, вязкие силы. Из этих сил давление пучка и упругость паров способствуют выбросу жидкого металла в области его дна.

Давление пучка вычисляется как импульс приносимый им на единицу поверхности в единицу времени:

$$p_b = \frac{I_b m_e V_e \gamma}{\pi r_b^2 e},$$

где r_b — радиус пучка, m_e — масса электрона. Для тока 1 А и радиуса пучка 1 мм эта величина не превышает сотни паскалей. Упругость паров чистых металлов в стационарной ситуации зависит от температуры их поверхности [1]. В капилляре температура стенок может меняться со временем. Время реакции упругости пара на изменение температуры можно оценить временем, необходимым для заполнения капилляра газом, испаряющимся со стенок:

$$\tau \sim \frac{rMp}{a_v kT} \sim \frac{R}{V_T},$$

где R — радиус капилляра, M — масса атома, p — давление в капилляре, a_v — скорость испарения, k — постоянная Больцмана, V_T — тепловая скорость атомов. Для стали при температуре плавления это время меньше микросекунды. Коэффициент вязкости у жидких металлов при температуре плавления порядка 10^{-3} кг/м·с [7]. Гидростатическое давление в металлах на глубине 1 см порядка 1000 Па. Давление поверхностного натяжения на границу жидкость-газ зависит от формы этой поверхности:

$$p_\sigma = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где σ — коэффициент поверхностного натяжения, $R_{1,2}$ — главные радиусы кривизны. В капилляре с глубиной много больше радиуса для почти всей поверхности жидкости, кроме области рядом с дном, $p_\sigma = \sigma/R$. Коэффициент поверхностного натяжения у жидких металлов имеет порядок 1 Дж/м². Так для капилляра радиусом 1 мм в стали давление поверхностного натяжения около 1000 Па. Для поддержания жидких стенок капилляра от схлопывания давление паров металла должно быть по крайней мере не меньше суммы гидростатического давления и давления поверхностного натяжения. Так для капилляра радиусом 1 мм и глубиной 1 см в стали такое давление соответствует температуре около 2500 К. При такой температуре концентрация равновесных паров около 10^{17} см⁻³.

Дно капилляра является тонким слое жидкого металла (~ 20 мкм), который давление все время выбрасывает наружу. Оценим это давление, считая,

что жидкость расталкивается к боковым стенкам. Из уравнения непрерывности можно оценить скорость жидкости вдоль границы фаз по известной из экспериментов скорости углубления U :

$$V_r \sim U \frac{R}{s_0}.$$

Она оказывается такой, что в уравнении Навье-Стокса вязкостью можно пренебречь. Оценка перепадов давления между границами фаз и центром дна и боковой стенкой капилляра дает выражения:

$$\Delta p_z \sim \frac{\rho U^2}{2}, \Delta p_r \sim \frac{\rho U^2}{2} \left(\frac{R}{s_0} \right)^2.$$

Последнее имеет порядок 1000 атмосфер. Такое давление не может быть создано равновесным паром металла при испарении в вакуум. Появление такого высокого давления можно объяснить испарением газов, растворенных в металле, или испарением самого металла. При плотности энергетического потока на поверхность 10^4 – 10^5 Вт/мм² из-за быстрого испарения возникает волна сжатия, максимальное давление в которой пропорционально поверхностной мощности [3]:

$$p_{max} = \frac{\Gamma q}{c_0},$$

где Γ — коэффициент Грюнайзена (для металлов 1–2), c_0 — скорость звука. Для стали при поверхностной мощности 10^4 Вт/мм² оно около тысячи атмосфер.

В системе координат, движущейся со скоростью углубления капилляра, в установившемся режиме углубления течение жидкости стационарное, поэтому вдоль линий тока:

$$\frac{\rho V^2}{2} + p = const.$$

Используя то, что радиальное изменение давления много больше его же перепада от твердого металла до газа и радиальная скорость вдоль границ фаз много больше, чем поперек, можно получить соотношение между давлением и толщиной жидкого слоя.

Приравняв поток жидкости с границы жидкости с твердым металлом с радиуса r_1 , к потоку, протекающему в трубке тока, начинающейся на радиусе r_1 , на радиусе r_2 получим $2\pi r_1 U dr_1 = 2\pi r_2 V ds$. Проинтегрировав левую часть от 0 до r , а левую от 0 до s_0 получаем

$$s_0 = \frac{U}{r} \sqrt{\frac{\rho}{2}} \int_0^r \frac{x}{\sqrt{p(x) - p(r)}} dx.$$

Давление на стенке капилляра не обеспечивается поверхностной мощностью, а значит много меньше давления на оси. С другой стороны мы знаем, как зависит максимальное давление от поверхностной мощности.

Выясним качественный характер зависимости U от q . При малой δ по сравнению с χ/U $s_0 \sim 1/U$, при обратной ситуации s_0 не зависит от U . Скорость движения жидкости вдоль границ фаз $\sim \sqrt{2p_{max}} \sim q$. Приравнивая поток жидкости, идущий с границы с твердым металлом к потоку через жидкости вдоль границ фаз получаем: $U \sim \sqrt[4]{1/q}$ при $\delta \ll \chi/U$ и $U \sim \sqrt[2]{1/q}$ при $\delta \gg \chi/U$. В эти оценки для скорости увеличения глубины капилляра поверхностная мощность пучка входит под корнем, в отличие от оценки по энергозатратам на плавление

$$U = \frac{q}{\Delta H + E(T_m)}, \quad (6)$$

куда она входит линейно [1]. Таким образом, при повышении поверхностной мощности скорость углубления сначала растет линейно, а потом переходит на корневую зависимость. Переход от одного ограничения к другому при энергии электронов 60 кэВ происходит при поверхностной мощности больше 10^4 Вт/мм². Таким образом, скорость углубления капилляра определяется выражением (6). По экспериментальным данным из работы [2] эта оценка для экспериментов со сталью выполняется с точностью 10–20%. Для других металлов энергозатраты на единицу массы удаленного металла значительно больше. Значит, выведенное ограничение на скорость может быть проверено в экспериментах с другими металлами.

7 Плазма в паровом капилляре

Ионизация газа в капилляре происходит в следствии облучения рентгеновским тормозным излучением и столкновений электронов пучка с атомами. Тепловые электроны и фотоны имеют слишком маленькую энергию для ионизации.

Для сечение ионизации фотонами в рентгеновском диапазоне есть формула [8]:

$$\sigma = 7 \cdot 10^{-18} N_K Z^4 (Ry/h\nu)^3,$$

где σ в см², N_K — число электронов на уровне энергии K , $h\nu$ — энергия фотона. При таком сечении для того, чтобы длина пробега фотонов с энергией 10 кэВ стала порядка сантиметра плотность паров стали должна быть порядка 10^{20} см⁻³, что много больше, чем у пара в капилляре.

Для диапазона энергий электронов 10–100 кэВ сечение ионизации электронным ударом приближенно может быть записано в виде $\sigma_i(W) = AW^{-1}$, где константа $A \sim 10^{-13} - 10^{-14}$ см²·эВ [2]. Таким образом, пучок ионизует газ со скоростью:

$$\frac{I_b \sigma_i n}{\pi r^2 e}.$$

Потеря плазмы происходит за счет потока плазмы на стенку капилляра и рекомбинации. Потеря ионов на стенку идет обычным тепловым потоком ионов $n_i V_T/4$ [5]. Из рекомбинаций существенными являются тройная и фоторекомбинация. Выражения для них можно найти в [9]. Из-за низкой температуры потеря плазмы за счет тройной рекомбинации оказывается много больше остальных. В этом случае равновесная плотность плазмы равна

$$n_e = \sqrt[3]{\frac{A I_b \sigma_i n}{e r^2 a_b^5} \sqrt{\frac{m_e}{T}} \left(\frac{T}{Ry}\right)^5},$$

где A — численный коэффициент порядка единицы. При токе пучка 1 А, концентрации газа 10^{17} см⁻³, температуре плавления стали и радиусе капилляра и пучка 1 мм и энергии электронов пучка 10 кэВ плотность плазмы 10^{14} см⁻³. При такой плотности плазмы она может компенсировать объемный заряд пучка с плотностью $n_b = \frac{I_b}{V_e \pi r_b^2 e} \sim 10^{10}$ см⁻³.

8 Неустойчивость капилляра

Цилиндрический капилляр с жидкими стенками гидродинамический неустойчив даже в стационарной ситуации. Потому что при уменьшении радиуса капилляра уменьшается радиус кривизны его поверхности и увеличивается давление поверхностного натяжения, а давление газа остается постоянным. В результате капилляр стремится схлопнуться. Увеличение радиуса капилляра тоже самоподдерживающийся процесс. Но при наличии пучка радиус не будет уменьшаться, так как при приближении границы жидкости к оси на ней будет выделяться большая мощность и увеличиваться давление газа. Таким образом, капилляр расширяется до тех пор, пока его радиус не сравняется с радиусом пучка. За счет этого, пока пучок не рассеялся, капилляр имеет постоянный размер сечения. В эксперименте часто наблюдается еще и сохранение формы сечения капилляра.

Для расчета инкремента неустойчивости возьмем невозмущенную ситуацию, в которой границы газ-жидкость и жидкость-твердый металл представляю собой коаксиальные цилиндры с радиусами r_1 и r_2 соответственно. Будем рассматривать возмущения с выбранной зависимостью от времени и цилиндрических координат: $e^{ikz+im\phi-i\omega t}$. Решая уравнение Эйлера для идеальной жидкости и считая жидкость несжимаемой, получаем модифицированное уравнение Бесселя на радиальную зависимость возмущения давления. Из граничного условий равенства нулю радиального смещения на границе жидкость-твердое тело нахо-

дим возмущение давления δp :

$$\delta p = \left(I_m(kr) - \frac{I'_m(kr_2) K_m(kr)}{K'_m(kr_2)} \right) e^{ikz+im\phi-i\omega t},$$

где I_m и K_m — модифицированная функция Бесселя и функция Макдональда. Подставляя смещение в уравнение Эйлера и используя равенство давления поверхностного натяжения скачку давления на границе жидкость-газ получаем дисперсионное соотношение:

$$\omega^2 = k\sigma \frac{k^2 r_1^2 + m^2 - 1}{r_1^2 \rho} \frac{I'_m(kr_1) - \frac{I'_m(kr_2) K'_m(kr_1)}{K'_m(kr_2)}}{I_m(kr_1) - \frac{I'_m(kr_2) K_m(kr_1)}{K'_m(kr_2)}} - igk.$$

Для капилляра радиусом 1 мм минимальное время нарастания неустойчивости порядка 10 мс, что много меньше времени прохода жидкости от дна до выхода из капилляра. Значит, гидродинамические неустойчивости не влияют на форму капилляра во время углубления капилляра.

9 Заключение

Определена предельно достижимая глубину капилляра. Она ограничена рассеянием пучка на газе в капилляре. Найденные соотношения согласуются с экспериментами.

Получено гидродинамическое ограничение скорости углубления капилляра, связанное с малой толщиной расплава на дне. Для эксперимента со сталью оно несущественно. Таким образом, обоснована оценка скорости углубления по энергозатратам на плавление металла. Проверка гидродинамического ограничения скорости углубления может быть проделана в экспериментах с другими металлами.

Вычисленная концентрация плазмы в капилляре около 10^{14} см⁻³.

10 Благодарности

Туру С.В., Щепихину В.А., Семенову Ю.И., Петеневу Ю.В., Кузнецову Г.И., Логачеву П.В., Суродину Г.С. и молодежи лаборатории 5-1, работающей с электронной пушкой, за снабжение экспериментальными данными. Сковородину Д.И., Резниченко А.В., Тимофееву И.В. за помощь в математике и компьютерных программах. Судникову А.В., служившему объектом для испытания новых гипотез.

Список литературы

- [1] *Siegfried Schiller, Ullrich Heisig, Seigfrid Panzer* Elektronenstrahltechnologie. Forschungsinstitut Manfred von Adrenne, Dresden VEB Verlag Technik, 1976.
- [2] *Н.Н.Рыкалин, И.В.Зуев, А.А.Углов.* Основы электронно-лучевой обработки материалов. Москва. Машиностроение, 1978.
- [3] *И.Ф.Жариков, И.В.Немчинов, М.А,Цикулин.* Исследование воздействия на твердое тело светового излучения, полученного при помощи источника взрывного типа. — “Журнал прикладной механика и технической физики”, 1967, ϵ 1, с.31–44.
- [4] Тормозная способность электронов и позитронов. Доклад 37 МКРЕ. Под редакцией И.Б.Киерим-Маркуса. Москва. Энергоатомиздат, 1987.
- [5] *В.И.Давыденко, А.А.Иванов и др.* Экспериментальные методы диагностики плазмы. Новосибирск. 1999.
- [6] Таблицы физических величин. Под редакцией И.К.Кикоина. Москва. Атомиздат, 1976.
- [7] *Н.И.Кошкин, М.Г.Ширкевич.* Справочник по элементарной физике. Издание пятое. Москва. Наука, 1972.
- [8] <http://www.astronet.ru/db/msg/1188640>
- [9] *И.А.Котельников.* Лекции по физике плазмы. Новосибирск. 2006.