

МИНИСТЕРСТВО
ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное агентство
по образованию

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

НОВОСИБИРСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Физический факультет

Квалификационная работа на соискание
степени бакалавра

Тиханович Виталий Сергеевич

Численная оптимизация кильватерного
ускорителя

Научный руководитель:

к.ф.м.н. Лотов К.В.

Новосибирск – 2005 год

Содержание

1	Введение	3
2	Постановка задачи	4
3	Результаты оптимизации	7
4	Допуски по параметрам	9
5	Моделирование неоднородного профиля плотности	12
6	Зависимости от ненастраиваемых параметров	13
6.1	Эмиттанс	14
6.2	Радиус	16
7	Заключение	18

1 Введение

Современные ускорители элементарных частиц имеют ограничение на величину ускоряющего поля порядка 100 МВ/м [1]. Одна из причин – пробой, происходящий на стенках камеры. В связи с этим все более нарастает интерес к новым методам ускорения, в частности, к ускорению частиц в плазме. В плазменных ускорителях могут создаваться очень большие поля. Их характерные величины для плотности плазмы $n_p \sim 10^{15} \text{ см}^{-3}$ имеют порядок величины $E_0 = \sqrt{4\pi n_p m c^2} \sim 3 \text{ ГВ/м}$ [2], где m – масса электрона, c – скорость света. На сегодняшний день существует несколько способов ускорения частиц в плазме [2,3]. Наиболее активно исследуются LWFA (Laser Wakefield Acceleration) и PWFA (Plasma Wakefield Acceleration). В случае LWFA или лазерного кильватерного ускорения возбуждение кильватерных плазменных волн осуществляется пондеромоторной силой лазерного импульса. В случае PWFA раскачка волны осуществляется при помощи релятивистского электронного пучка. Также проводятся исследования с позитронными пучками [4, 5].

Рассмотрим более подробно случай PWFA с электронным пучком. Иллюстрация происходящих процессов представлена на рисунке 1. Плотный электронный сгусток

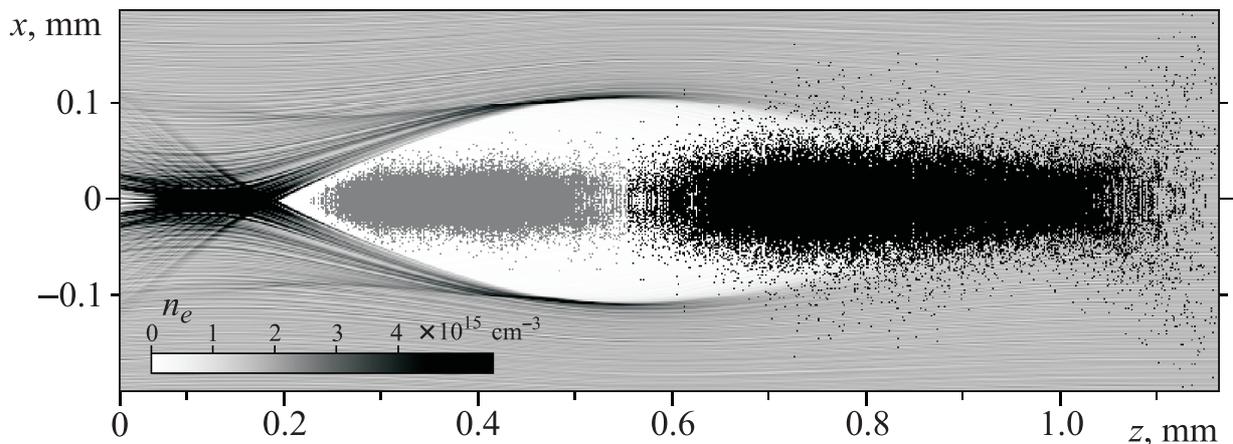


Рис. 1: Профиль плотности плазмы и портрет пучка

(драйвер) влетает в плазму и расталкивает электроны плазмы. При этом ионы также получают толчок, но фактически остаются на месте в силу большой массы. Таким образом в системе происходит разделение зарядов и раскачивается плазменная волна. Важно то, что ее фазовая скорость равна скорости драйвера. Следовательно, если поместить в нужную фазу этой волны второй сгусток (витнесс), то он будет долгое время ускоряться.

В настоящее время в Институте ядерной физики им. Г.И.Будкера СО РАН проектируется экспериментальная установка, основанная на данной схеме ускорения [6].

При проектировании важно знать характерные наборы параметров, при которых будет обеспечиваться наиболее эффективная работа ускорителя. Таким образом, возникает задача определения таких режимов, являющихся одновременно и оптимальными.

Данная работа содержит описание численной оптимизации данного проекта кильватерного ускорителя. Численное моделирование производилось с использованием двумерной, полностью релятивистской, полностью электромагнитной программы LCODE [7]. Раздел 2 настоящей работы описывает постановку задачи оптимизации. Результаты проведенной оптимизации представлены в разделе 3. Расчеты допустимых ошибок при настройке установки содержатся в разделе 4. Зависимость результатов оптимизации от ненастраиваемых параметров представлены в разделе 6. Раздел 7 содержит выводы и заключения.

2 Постановка задачи

План проектируемой установки представлен на рисунке 2. Электронный пучок с инжекционного комплекса ВЭПП-5 попадает в ускоряющую структуру, где он получает скореллированный разброс энергии по продольной координате. Далее он проходит 90-градусный поворот, затем фокусируется и попадает в плазму. В повороте происходит

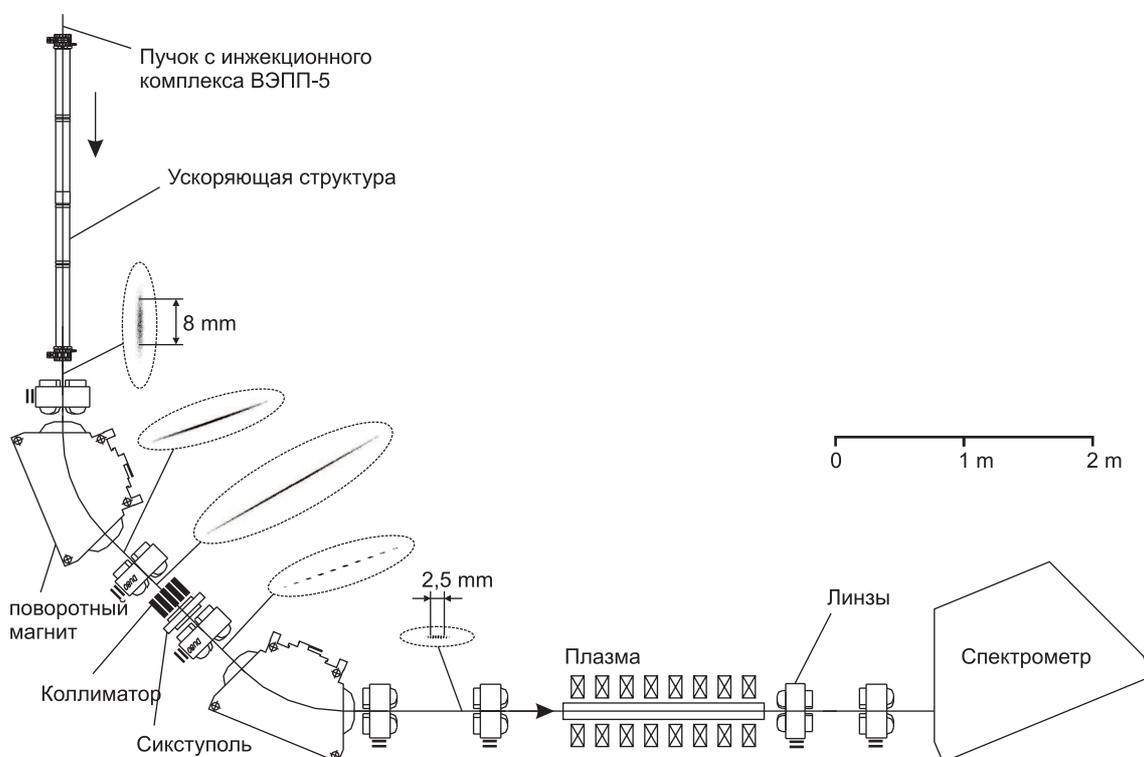


Рис. 2: Схема установки

нарезка пучка шторкой коллиматора и его сжатие. В нашем случае пучок разрезается на две части: драйвер и витнесс (рис. 3).

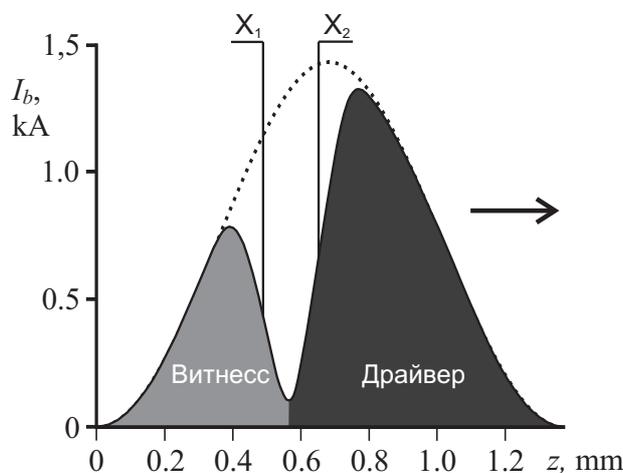


Рис. 3: Профиль пучка

Параметры пучка, выдаваемого инжекционным комплексом, представлены в таблице 1. При этом нарезка пучка может быть произвольной. Наш выбор обусловлен

Начальная энергия	510 МэВ
Число частиц	$(2 - 5) \cdot 10^{10}$
Длина пучка (rms), σ_z	4 мм
Поперечный размер (rms), $\sigma_x \times \sigma_y$	1.5×0.03 мм
x - эмиттанс	$2.3 \cdot 10^{-3}$ мрад · см
y - эмиттанс	$0.5 \cdot 10^{-3}$ мрад · см
Разброс энергии, $\delta E/E_0$	0.05%

Таблица 1: Параметры пучка

тем, что мы ожидаем получить максимальную эффективность именно в случае двух пучков. Ширина и положение выреза на профиле начального пучка являются параметрами оптимизации. Также на установке имеется возможность менять следующие параметры: длину пучка (σ_z), радиус пучка (σ_r), длину (L_p) и плотность (n_p) плазмы. Эти параметры в данном случае служат “ручками” при настройке установки.

Оптимальный режим можно характеризовать следующими величинами: количеством частиц в витнессе на выходе из плазмы (N), энергией, набранной этими частицами за время ускорения (ΔE), их эмиттансом (ϵ) и разбросом энергии относительно

средней ($\delta E = \sqrt{\langle (\tilde{E} - \Delta E)^2 \rangle}$). При этом первые две величины должны быть максимально большими, а две вторые, соответственно, насколько возможно маленькими.

Итак получаем, что задача оптимизации сводится к нахождению всего множества таких режимов. Для ее решения был выбран метод целевой функции. В данном методе значение целевой функции в каждой точке служит мерой качества этой точки. При этом вид функции может оказывать существенное влияние на скорость сходимости к результату. Учитывая эти соображения, из множества вариантов была выбрана следующая функция:

$$\ln\left(\frac{N}{0.05 \cdot N_0}\right) + \ln\left(\frac{\Delta E}{E_0}\right) + \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{\epsilon}{2 \cdot \epsilon_0}\right)^2}\right) + \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{\delta E}{0.1 \cdot \Delta E}\right)^2}\right). \quad (1)$$

Она имеет достаточно простую структуру. Максимизируемые величины стоят под логарифмом и, таким образом, наряду с тем, что мы исключаем малые значения, мы также не акцентируем внимание на больших значениях (логарифм растет медленно), иначе впоследствии нам пришлось бы еще выбирать между множеством плохих значений. Вторая функция также максимизирует, но не различает маленькие значения и минимизирует, но не различает большие значения. Графики соответствующих функций приведены на рисунке 4:

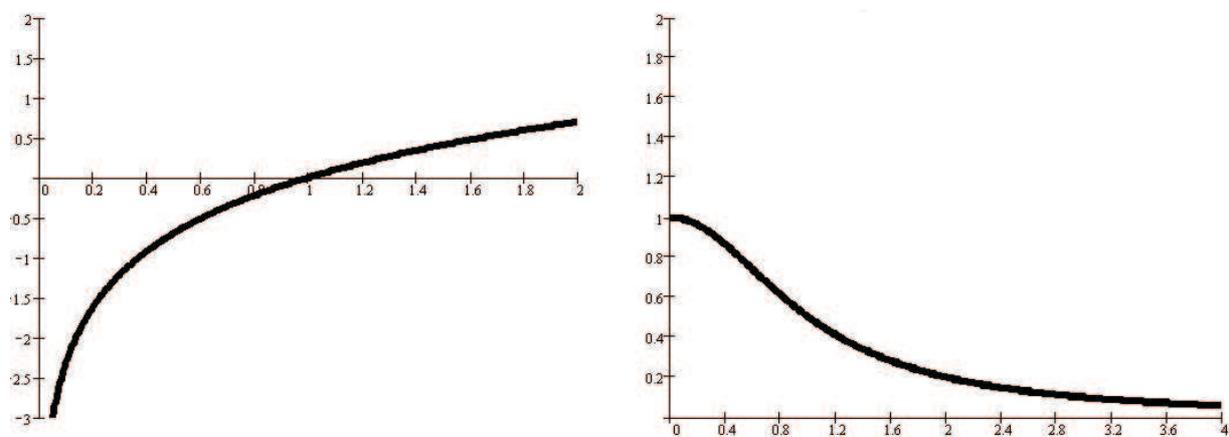


Рис. 4: Поведение слагаемых целевой функции

Изначально при проектировании функции сразу предполагались масштабы величин, которые мы сможем получить. Из вида образующих ее функций видно, что при этих значениях аргументы должны быть порядка единицы, что и достигается введением коэффициентов. Коэффициент $1/20$ для числа частиц складывается из $1/5$ – вырезанные частицы и $1/4$ за счет наложения условий при вычислении функции. Отсутствие коэффициента при ΔE говорит о том, что мы ожидаем получить набор энергии порядка начальной. Аналогично для эмиттанса и разброса энергии.

Вычисление целевой функции является трудоемким процессом, требующим большого количества компьютерного времени. Поэтому для оптимизации был выбран пошаговый алгоритм. Из начальной точки оптимизатор попеременно сдвигается по каждой координате на величину h_i шага, который может быть различным для каждой из координат. Определив, в каком направлении значение целевой функции максимально, он продолжает по нему двигаться. Это продолжается, пока он не достигнет максимума функции. Затем поиск направления повторяется вновь. Величина шага при этом может меняться. Если при поиске нового направления смещения не дают результата, это означает, что найден локальный экстремум. Для борьбы с шумами в этой ситуации производится также проверка значений в окрестности найденного экстремума на расстоянии, гораздо большем величины шага. Начальные стартовые точки произвольно разбрасываются в исходном объеме и, таким образом, поиск осуществляется по всей области.

3 Результаты оптимизации

После проведения оптимизации был получен некоторый набор локальных экстремумов целевой функции. Важным результатом явилось то, что полученные точки выстроились в некоторую кривую в исходном шестимерном пространстве параметров. Получилось некоторое однопараметрическое подмножество, где параметром удобно выбрать плотность плазмы. На рисунке 5 приведено поведение целевой функции. Как видно, на данной кривой она имеет максимум, который соответствует значению

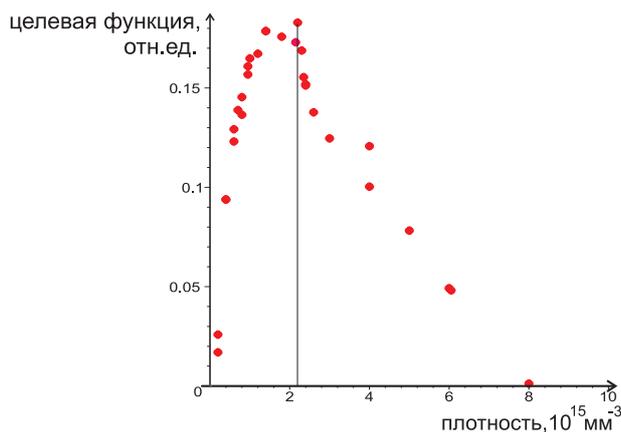


Рис. 5: Поведение целевой функции на найденной кривой

$n_p = 2.2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$. Эту точку в дальнейшем будем считать оптимальной. Здесь стоит оговориться, что на данных графиках представлены не все точки, которые были

получены в результате оптимизации. Некоторое количество точек было отсеяно. Их появление вызвано тем, что некоторый небольшой шум целевой функции присутствует всегда.

Рассмотрим поведение других величин на нашей кривой. На рисунке 6 представлена зависимость для длины пучка. Зависимость имеет вид $A/\sqrt{n_p}$, то есть, без-

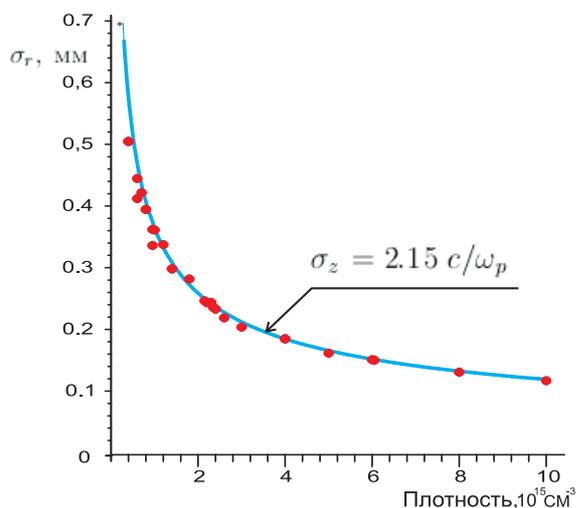


Рис. 6: Оптимальная длина пучка как функция плотности плазмы

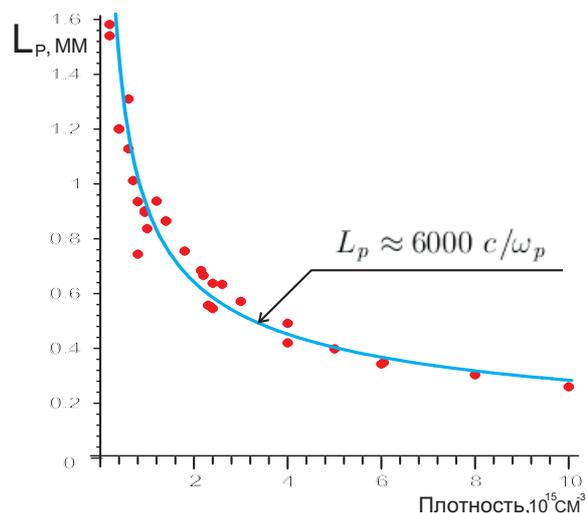


Рис. 7: Оптимальная длина плазмы как функция плотности плазмы

размеренная на c/ω_p длина остается постоянной. Это можно пояснить следующим образом: в нашем случае поперечное движение электронов плазмы не является релятивистским. Таким образом, отклик плазмы на пучок, а следовательно, и безразмерная длина каверны определяются свойствами плазмы. Поэтому безразмерная длина пучка тоже должна быть постоянной.

Длина плазмы также неизменна на нашей кривой (рис. 7).

На рисунке 8 изображено, как ведут себя набор энергии и энергоразброс частиц пучка на полученной кривой. Видно, что можно выделить три основных режима. Первый режим характеризуется маленькой плотностью плазмы и малым набором энергии частицами. Если здесь далее попытаться увеличить длину плазмы, то это приведет к большому росту эмиттанса. Это обусловлено тем, что из-за узкой каверны драйвер касается ее границы на меньшей длине. Второй режим соответствует средним значениям плотности (оптимальный режим). И, наконец, третий соответствует большим плотностям, где получается большой разброс по энергии. Большой разброс вызван невозможностью при больших плотностях получить четкую границу выреза на профиле пучка [6]. Ниже приведены графики для относительного разброса по

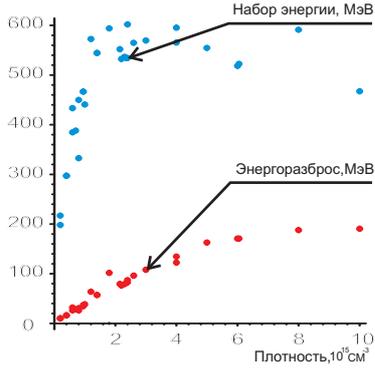


Рис. 8: Набор энергии и энергоразброс

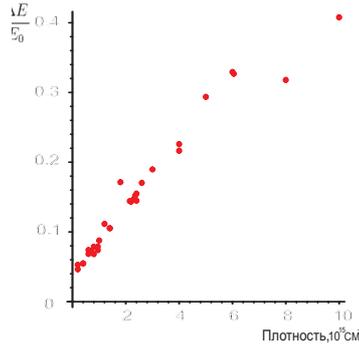


Рис. 9: Относительный разброс энергии

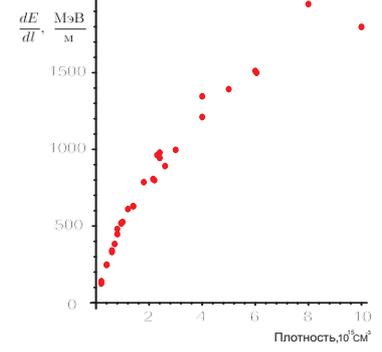


Рис. 10: Темп ускорения

энергии витнесса (рис. 9) и темпа ускорения частиц (рис. 10) Можно заметить, что если немного потерять в наборе энергии, то можно получить разброс порядка 10%.

Вариация координат положения выреза дает следующие результаты:

$$x_1 - x_2 \approx -\frac{\pi}{2} c/\omega_p,$$

x_2 соответствует середине пучка.

4 Допуски по параметрам

Наряду с определением оптимальных режимов работы ускорителя в эксперименте важно знать величину возможных ошибок в установке настроечных параметров. Возможные случаи отклонения по параметрам были промоделированы и представлены ниже.

Результаты вариации длины плазмы приведены на рисунке 11. Здесь изображены четыре графика, соответствующих четырём оптимизируемым величинам. Ниже, на рисунке 12 представлены профили плотности пучка в соответствующие моменты времени. Этот случай также примечателен тем, что показывает эволюцию пучка при пролете плазменной секции. Здесь и далее на каждом из графиков представлена величина допустимой погрешности. Она получается из соображений поведения целевой функции в окрестности оптимального значения. Как видно, число частиц до некоторого момента остается постоянным, после чего резко уменьшается. Это вызвано быстрым разрушением драйвера. При этом наблюдается линейный набор энергии. На малых длинах также виден линейный рост эмиттанса, что обусловлено численными эффектами.

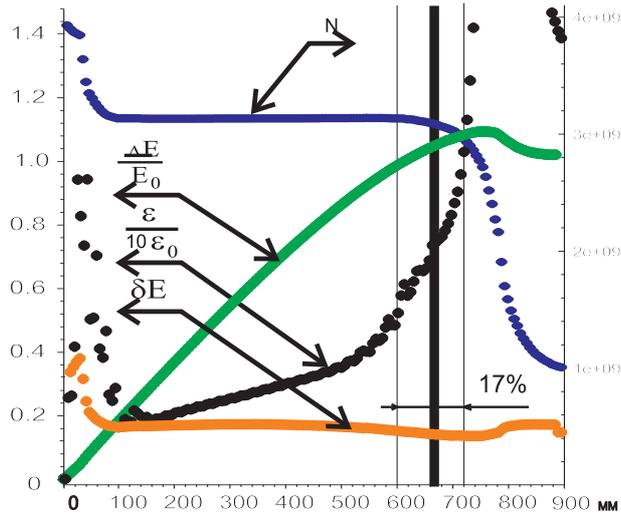


Рис. 11: Вариация длины плазмы



Рис. 12: Профиль плотности пучка для $L_p = 150 c/\omega_p$ и $L_p = 6600 c/\omega_p$

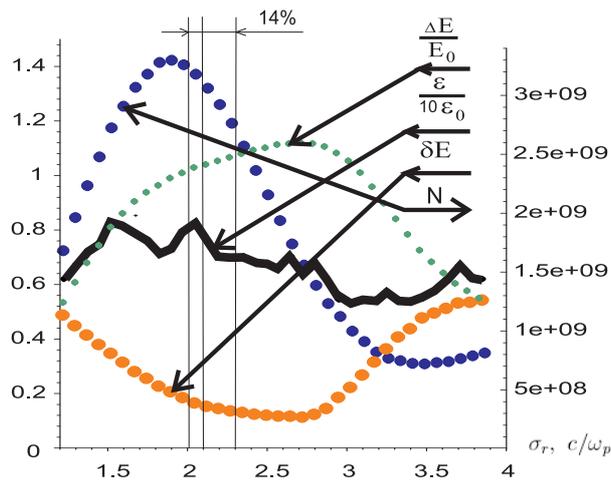


Рис. 13: Вариация длины пучка

При вариации каждого параметра всегда можно указать, изменение каких из оптимизируемых величин при отклонении от оптимального значения оказывает наибольшее влияние. При уменьшении длины плазмы получается малый набор энергии, а увеличение длины плазмы плохо тем, что разрушается витнесс и мы получаем маленькое число ускоренных частиц. Аналогичным образом можно рассмотреть остальные случаи.

Если при настройке системы мы ошибаемся по длине пучка в сторону ее уменьшения, режим ускорения становится плохим вследствие малого набора энергии (рис. 13). Это обусловлено тем, что при пучок создает каверну такой же длины, как в оптимальном режиме. Но так как длина его меньше, то витнесс оказывается в середине каверны, где поля уже значительно меньше.

В случае отклонения длины пучка в сторону больших значений, витнесс оказывается за областью каверны, где большие дефокусирующие поля. Этим объясняется то, что режим плох из-за маленького числа частиц.

При уменьшении ширины выреза, мы получаем большое число ускоренных частиц, но с малым набором энергии. В случае же большого выреза мы лишаемся большей части частиц витнесса (рис. 14).

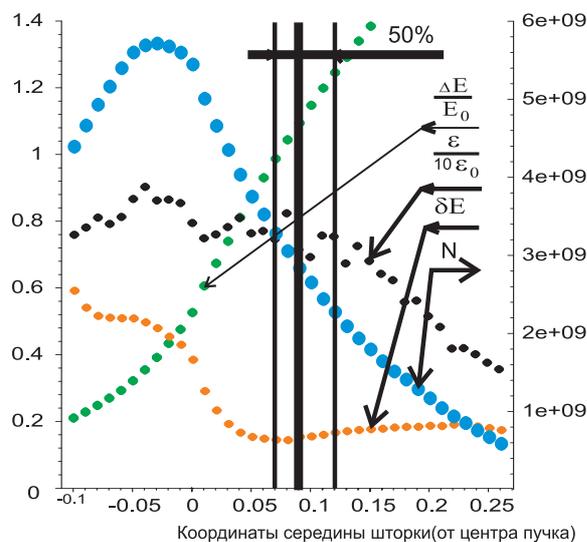


Рис. 14: Вариация ширины шторки

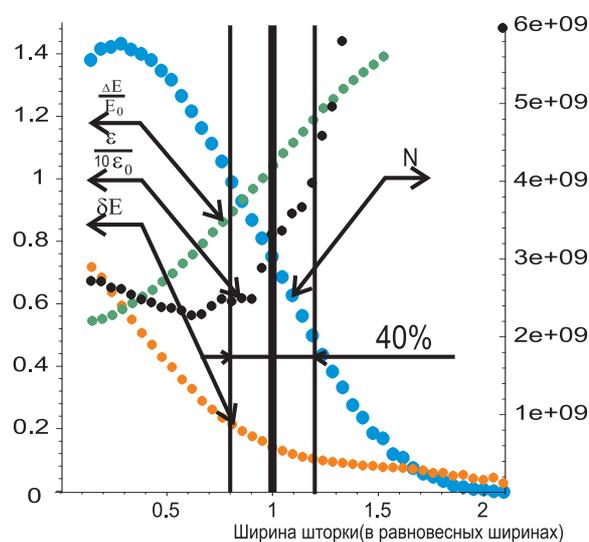


Рис. 15: Вариация координаты середины шторки

Сдвиг выреза по профилю пучка в сторону драйвера приводит к тому, что получается режим с маленьким драйвером, со слабыми полями и с большим витнессом. Как результат, уменьшается набор энергии и увеличивается разброс по энергии. Сдвигая

вырез в сторону витнесса, мы уменьшаем его, и, соответственно, режим ухудшается из-за малого числа ускоренных частиц, несмотря на достаточно большой набор энергии этими частицами (рис. 15)

При изменении плотности плазмы изменяется продольный размер каверны. Поэтому при уменьшении плотности витнесс оказывается в области малого поля и получается малый набор энергии. При увеличении плотности, витнесс оказывается вне каверны и режим становится плохим из-за малого числа частиц. Это отражено на рисунке 16.

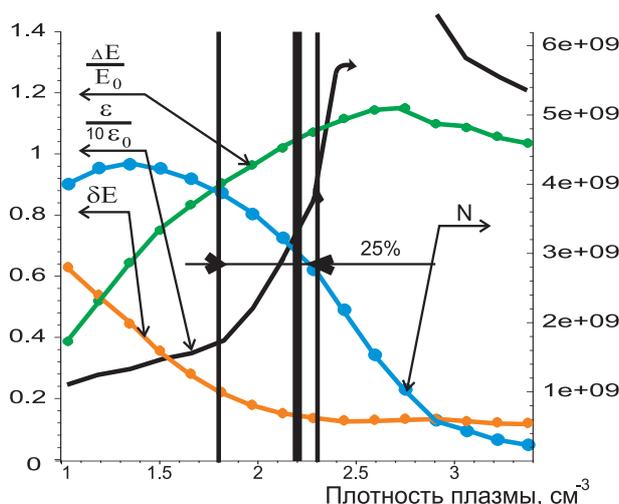


Рис. 16: Вариация плотности плазмы

5 Моделирование неоднородного профиля плотности

Наряду с влиянием неточности установки параметров важное влияние может оказывать также неоднородность профиля плотности плазмы вдоль трубки. Для ее моделирования было выбрано два возможных случая: линейная неоднородность по длине и неоднородность на концах.

Чтобы не учитывать эффектов быстрого разрушения драйвера в конце процесса ускорения, было решено проводить моделирование при уменьшенной длине плазмы. В данном случае длина плазмы была равна 600 мм.

Из результатов для первого случая (рис. 17) видно, что изменения наклона плотности и в ту и в другую стороны ухудшают режим ускорения. При этом величина допустимого отклонения составляет порядка 10%. В случае а) основное разрушение пучка происходит в конце трубки, а в случае б) конец каверны в самом начале ускорения оказывается в передней части витнесса и в дальнейшем весь витнесс теряется. Из

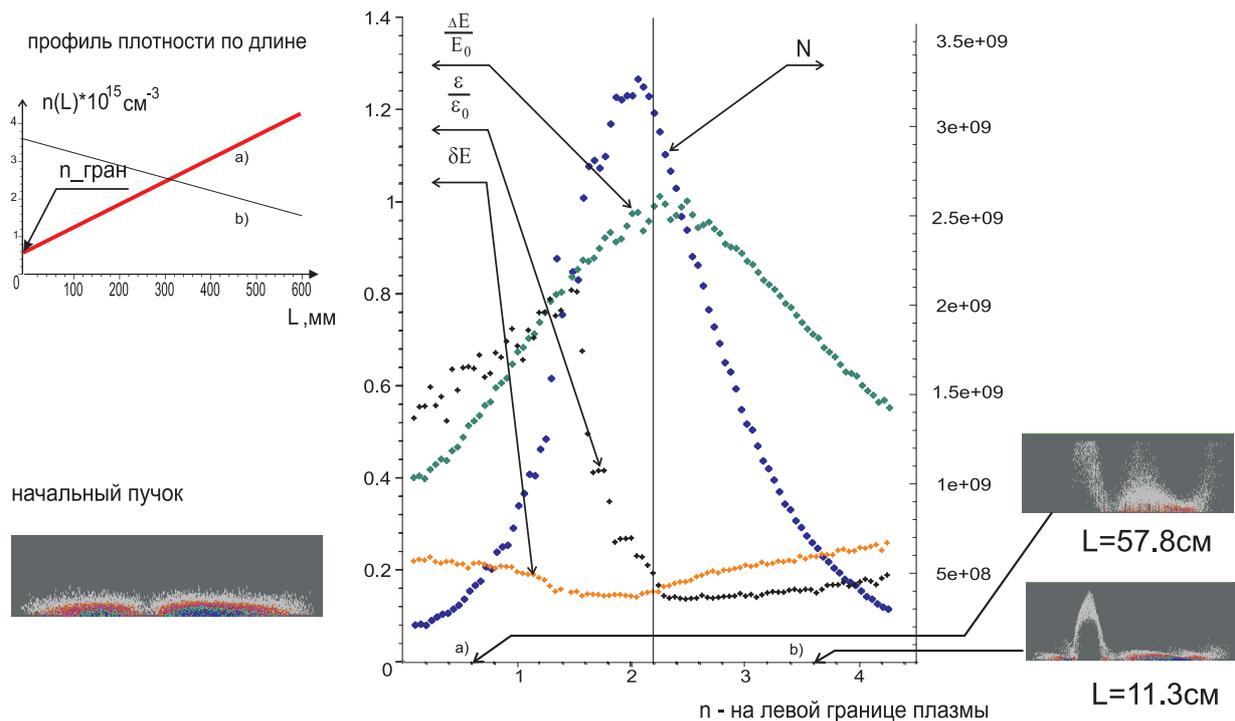


Рис. 17: Линейная неоднородность по длине плазмы

сказанного можно сделать вывод, что главную негативную роль в данном случае играют области с большой плотностью. В этих областях происходит уменьшение длины каверны и часть витнесса оказывается вне ее.

Во втором случае (рис. 18) было рассмотрено уменьшение плотности плазмы на концах плазменной секции. Неоднородность с концов была аппроксимирована экспоненциальным профилем. На рисунке представлена зависимость от длины неоднородности на конце. Из графиков видно, что данный тип неоднородности не оказывает существенного влияния на процесс ускорения.

6 Зависимости от ненастраиваемых параметров

В нашей задаче есть величины, которые выступают как внешние параметры. Их нельзя настроить напрямую. Примером может служить начальный эмиттанс пучка на влете в плазменную секцию. Для нас, безусловно, важно знать, какое влияние оказывают различные их значения на результат оптимизации. Мы рассмотрим два таких параметра: эмиттанс и радиус.

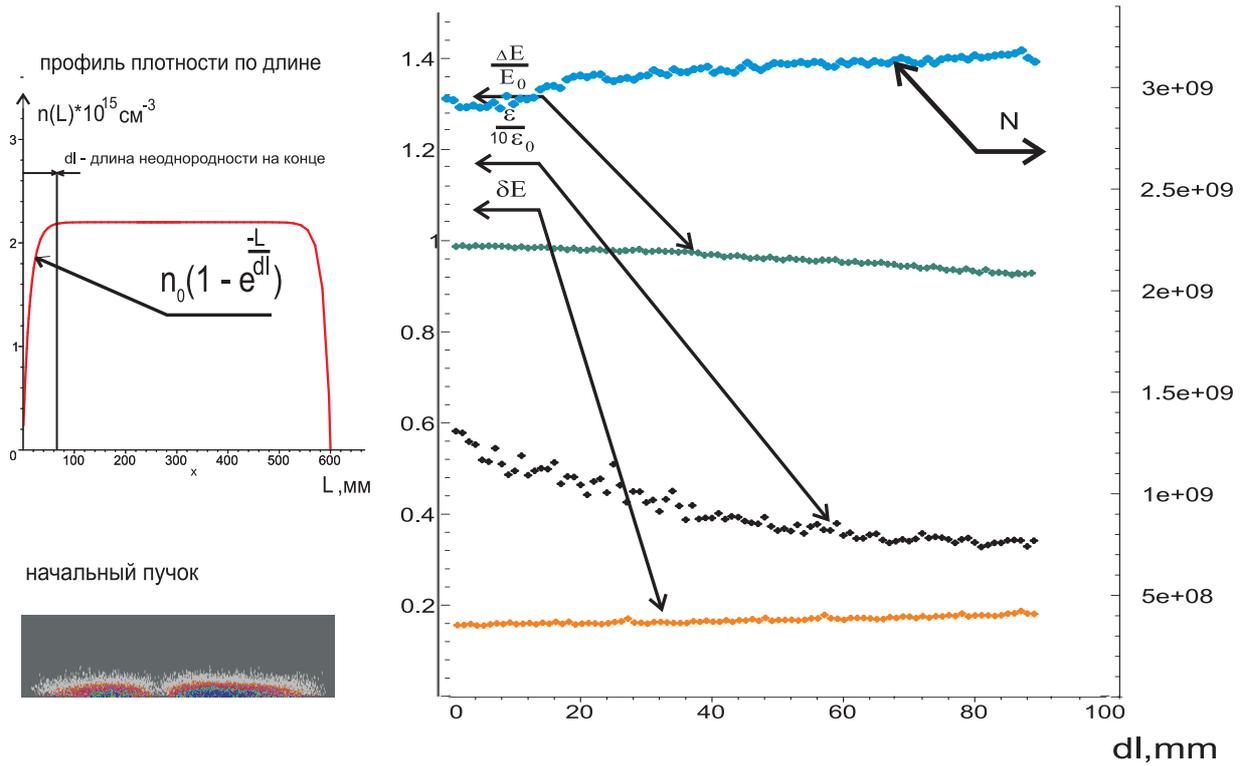


Рис. 18: Неоднородность плотности с концов

6.1 Эмиттанс

Начальный эмиттанс пучка полностью определяется эмиттансом на выходе из инжекционного комплекса и добавкой, получаемой при приготовлении пучка. Таким образом, его величина может быть в некоторых пределах изменена. Результаты раздела 2 получены при начальном значении эмиттанса, равном $2,3 \cdot 10^{-6}$ мм · рад. Здесь имеется в виду ненормализованный эмиттанс. Для исследований были взяты значения эмиттанса, равные: $3 \cdot 10^{-6}$ мм · рад, $5 \cdot 10^{-6}$ мм · рад и $8 \cdot 10^{-6}$ мм · рад. Для каждого значения была проведена полная оптимизация и получены свои наборы локальных экстремумов целевой функции.

В каждом случае аналогично разделу 2 точки, отвечающие локальным экстремумам, выстроились в некоторые линии – однопараметрические подмножества. Рассмотрим поведение основных величин, характеризующих пучок, на этой прямой.

Величина безразмерной длины пучка постоянна и не зависит от величины эмиттанса. Это объясняется тем, что длина каверны не определяется эмиттансом.

Длина плазмы также оказалась слабо зависящей от эмиттанса. Соответствующие графики приведены на рис. 19. Здесь и далее на некоторых графиках проведены соединительные линии. Эти линии не связаны с каким-либо методом аппроксимации,

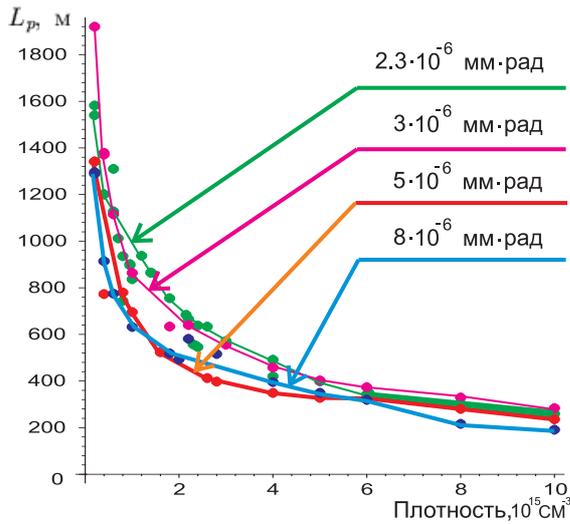


Рис. 19: Длина плазмы (размерная)

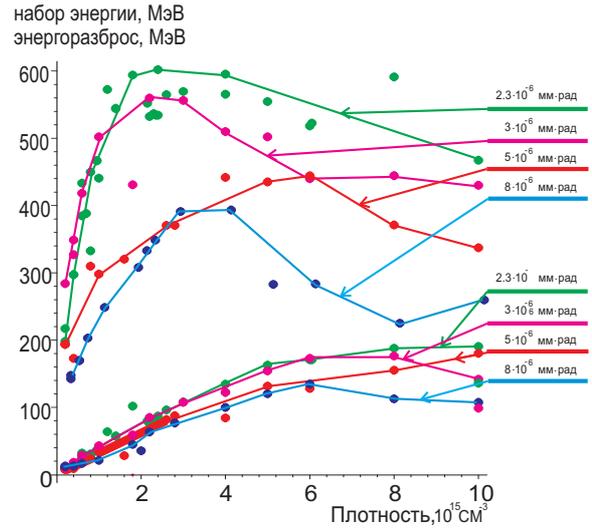


Рис. 20: Набор энергии и энергоразброс

а проведены исключительно для облегчения восприятия графиков.

Набор энергии уменьшается при увеличении эмиттанса (рис. 20), что является следствием уменьшения темпа ускорения (рис. 22). При этом растет относительный разброс энергии (рис. 21).

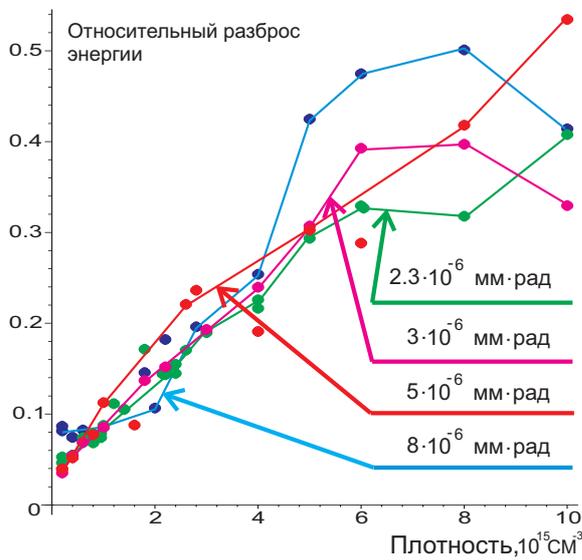


Рис. 21: Относительный разброс энергии

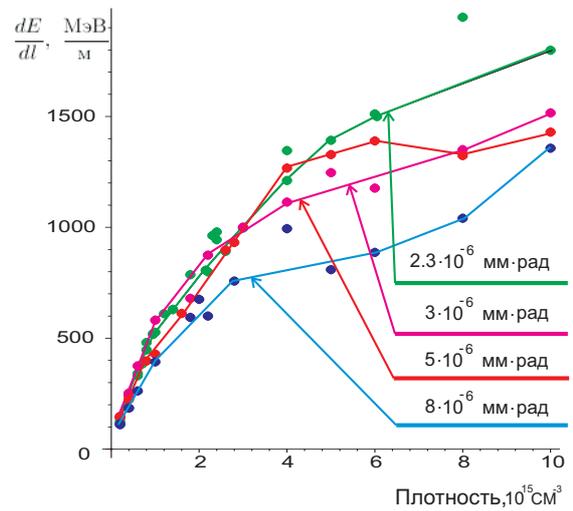


Рис. 22: Темп ускорения

6.2 Радиус

Начальный радиус пучка на влете в плазму оказался важным параметром по следующей причине. В процессе поиска программа-оптимизатор всегда приходила к минимально возможному значению радиуса, которое в программе было ограничено снизу величиной 20 мкм. Таким образом, все предыдущие результаты получены при этом значении радиуса. Чтобы проследить зависимость от минимального радиуса, была проведена полная оптимизация для следующих его значений: 30 мкм, 50 мкм и 100 мкм. Аналогично предыдущему для каждого случая был получен свой набор локальных экстремумов целевой функции.

Длина пучка, равно как и длина плазмы получились практически не зависящими от радиуса (рис. 23). Для длины пучка верно объяснение, представленное для случая с изменением эмиттанса.

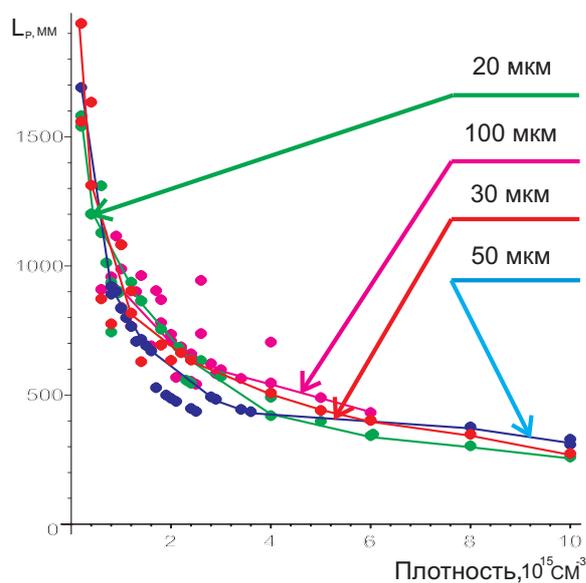


Рис. 23: Длина плазмы (размерная)

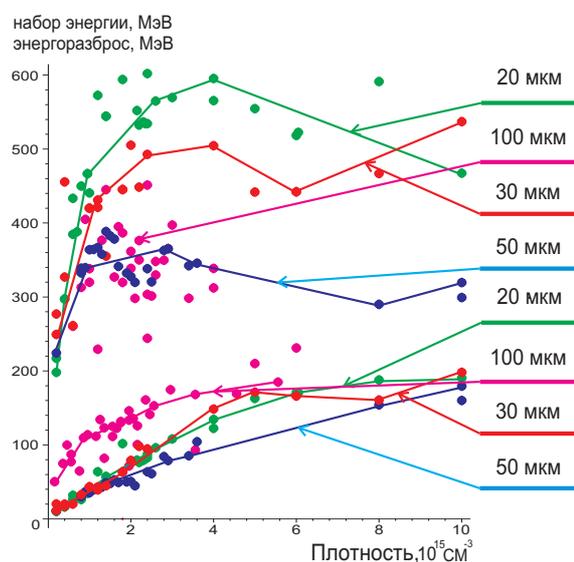


Рис. 24: Набор энергии и энергоразброс

При увеличении радиуса также уменьшается набор энергии (рис. 24) и увеличивается относительный разброс энергии (см. рис 25). Темп ускорения соответственно уменьшается (рис. 26).

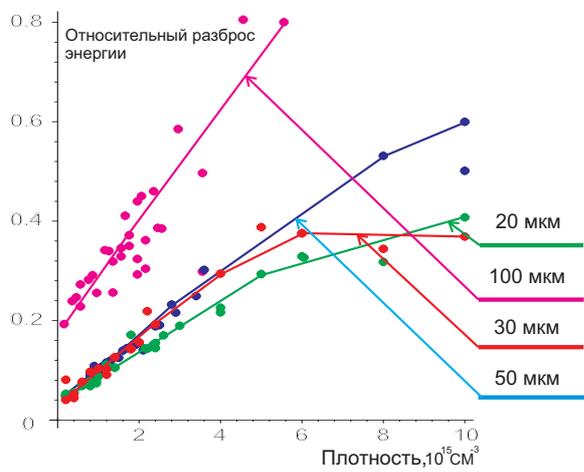


Рис. 25: Относительный разброс энергии

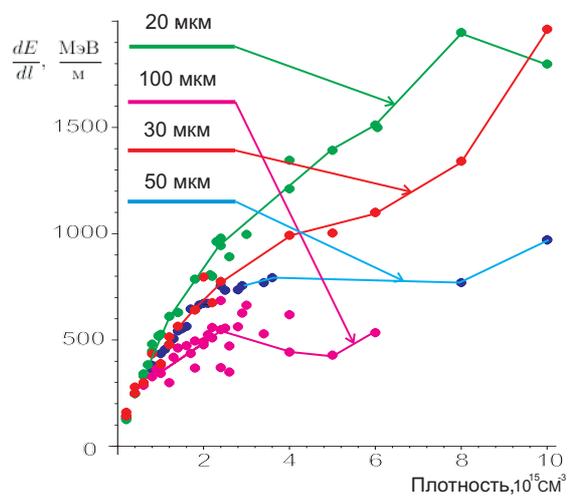


Рис. 26: Темп ускорения

7 Заключение

В результате проделанной работы была произведена численная оптимизация кильватерного ускорителя. Были получены допуски по настраиваемым параметрам, а также зависимости от ненастраиваемых параметров. Было исследовано влияние неоднородности профиля плотности плазмы в плазменной секции.

При этом были найдены следующие оптимальные характеристики пучка:

Радиус пучка	20 мкм
Длина пучка	0.24 мм
Координата выреза x_1	0
Координата выреза x_2	$-\frac{\pi}{2} c/\omega_p$
Длина плазмы	670 мм
Плотность плазмы	$2.2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$

В режиме с данными значениями параметров были достигнуты следующие результаты:

Набор энергии	600 МэВ
Темп ускорения	900 МэВ/м
КПД	40 %

Литература

- [1] *S. Tazzari. M. Ferrario.* Trends in high energy particle accelerators. Rep. Prog. Phys. 66 (2003) 1045–1094
- [2] *E. Esarey. P. Sprangle. J. Kroll. A. Ting.* Overview of Plasma-Based Accelerator Concepts. IEEE Transactions on plasma science, vol 24, NO 2, april 1996.
- [3] *R Bingham, J T Mendonça and P K Shukla* Plasma based charged-particle accelerators. Plasma Phys. Control. Fusion 46 (2004) R1–R23
- [4] *B. E. Blue et al.* Plasma-Wakefield Acceleration of an Intense Positron Beam. Phys. Rev. Lett. 90, 214801 (2003)
- [5] *S. Lee et al.* Plasma-wakefield acceleration of a positron beam. Phys. Rev. E, 64, 045501 (2001)
- [6] *Бурдаков А. В. и др.* Проект эксперимента по кильватерному ускорению на инжекционном комплексе ВЭПП-5. Физика Плазмы, 2005, том 31, N 4, Т. 327–335
- [7] *K.V.Lotov* Fine wakefield structure in the blowout regime of plasma wakefield accelerators. Phys. Rev. ST – Accel. Beams, 2003, v.6, p.061301