

# Новая тема 6

---

**Теоретические модели, используемые  
при исследовании плазмы.  
Магнитная гидродинамика**

# Двухжидкостная магнитная гидродинамика

Кинетическое уравнение с самосогласованным полем

$$\frac{df_a}{dt} = \frac{\partial f_a}{\partial t} + (\vec{v}\nabla) f_a + \frac{q_a}{m_a} \left( \vec{E} + \left[ \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B} \right] \right) \frac{\partial f_a}{\partial \vec{v}} = \sum_b St_{ab}$$

Если рассматриваются большие времена  $\tau \gg \tau_s^a$  и большие масштабы  $L \gg \lambda_a$ , то функция распределения близка к максвелловской

$$f_a \approx f_M(\vec{r}, \vec{v}, t) \equiv n_a \left( \frac{m_a}{2\pi T_a} \right)^{3/2} \exp\left( -\frac{m_a (\vec{v}_a - \vec{u}_a)^2}{2T_a} \right)$$

и данную компоненту плазмы можно характеризовать  $n_a(\vec{r}, t)$ ,  $\vec{u}_a(\vec{r}, t)$ ,  $T_a(\vec{r}, t)$ .

плазма находится в локальном термодинамическом равновесии

# Моменты кинетического уравнения

определим макроскопическую плотность  $n_a \equiv \int f_a d\vec{v}$

потоковую скорость  $\vec{u}_a \equiv \frac{1}{n_a} \int \vec{v} f_a d\vec{v}$   $\vec{v}' \equiv \vec{v} - \vec{u}_a$

и температуру  $\frac{3}{2} T_a \equiv \frac{1}{n_a} \int \frac{m_a (\vec{v}')^2}{2} f_a d\vec{v}$

## Уравнение непрерывности

$$\int \left\{ \frac{\partial f_a}{\partial t} + \frac{\partial \vec{v} f_a}{\partial \vec{r}} + \frac{\partial}{\partial v} \left( \frac{q_a}{m_a} \left( \vec{E} + \left[ \begin{array}{c} \vec{v} \\ c \end{array} \right] \times \vec{B} \right) f_a \right) = \sum_b St_{ab} \right\} d\vec{v}$$

кинетическое уравнение

$$\frac{\partial n_a}{\partial t} + \operatorname{div} n_a \vec{u}_a = 0$$

# Уравнение движения

$$\int \left\{ \frac{\partial f_a}{\partial t} + \frac{\partial \vec{v} f_a}{\partial \vec{r}} + \frac{\partial}{\partial v} \left( \frac{q_a}{m_a} \left( \vec{E} + \left[ \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B} \right] \right) f_a \right) = \sum_b St_{ab} \right\} m_a \vec{v} \cdot d\vec{v}$$

кинетическое уравнение

$$m_a \frac{\partial n_a u_{a,\alpha}}{\partial t} + m_a \frac{\partial}{\partial x_\beta} \int v_\alpha v_\beta f_a d\vec{v} - q_a \int \left( E + \frac{\vec{v} \times \vec{B}}{c} \right)_\beta f_a \underbrace{\frac{\partial v_\alpha}{\partial v_\beta}}_{=\delta_{\alpha\beta}} d\vec{v} = m_a \underbrace{\sum_{b \neq a} \int St_{ab} v_\alpha d\vec{v}}_{R_{a,\alpha}}$$

здесь  $\alpha$  и  $\beta$  – компоненты вектора скорости

☀  $\vec{R}_{ab} \equiv m_a \int St_{ab} \vec{v}_a \cdot d\vec{v}_a$  - сила трения со стороны частиц  $b$ ,  $\vec{R}_a = \sum_{b \neq a} \vec{R}_{ab}$

из свойства интеграла столкновений  $\vec{R}_{ab} = -\vec{R}_{ba}$

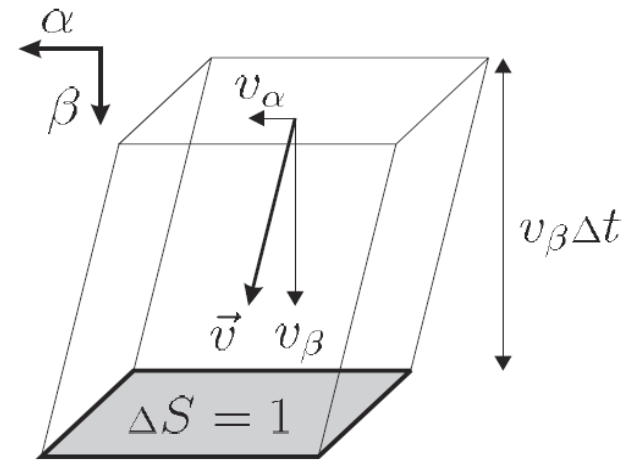
при  $|\vec{u}_a - \vec{u}_b| \ll v_{Ta}, v_{Tb}$   $\vec{R}_{ab} = \left\{ \vec{F} \equiv \frac{d\vec{p}}{dt} \right\} = -v_{ab} m_a n_a (\vec{u}_a - \vec{u}_b)$

далее разбираемся с ☀

# Уравнение движения (2)

$$\star \Pi_{\alpha\beta} \equiv \int m_a v_\alpha v_\beta f_a d\vec{v}$$

- **тензор плотности потока импульса**, переносимого компонентой  $a$  (поток  $\alpha$ -импульса в направлении  $\beta$  через единичную площадку).



$$\Pi_{\alpha\beta} \equiv \int m_a (u_\alpha + v'_\alpha)(u_\beta + v'_\beta) f_a d\vec{v} = m_a n_a u_\alpha u_\beta + \underbrace{m_a \int v'_\alpha v'_\beta f_a d\vec{v}}_{\text{тензор давления} - P_{\alpha\beta}}$$

тензор давления -  $P_{\alpha\beta}$

при  $f_a = f_M$

$$p_{\alpha\beta} = n_a T_a \delta_{\alpha\beta} \equiv p_a \delta_{\alpha\beta}$$

$p_a$  - **давление** компоненты  $a$  (скалярное)

при  $f_a \neq f_M$

$$p_{\alpha\beta} = n_a T_a \delta_{\alpha\beta} + \pi_{\alpha\beta} = p_a \delta_{\alpha\beta} + \pi_{\alpha\beta}$$

$\pi_{\alpha\beta}$  - **тензор вязких напряжений** для частиц  $a$

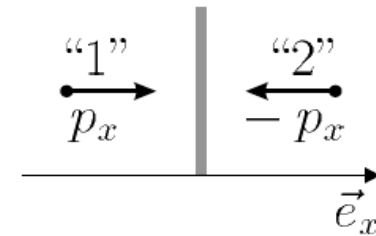
# Уравнение движения (3)

тензор плотности потока импульса не равен нулю даже при  $\vec{u} = 0$ , почему?

“1” переносит  $p_x$  в направлении  $\vec{e}_x$

“2” переносит  $-p_x$  в направлении  $-\vec{e}_x$

“1” + “2” переносят  $2p_x$  в направлении  $\vec{e}_x$   
или  $-2p_x$  в направлении  $-\vec{e}_x$



$$m_a \frac{\partial n_a u_{a,\alpha}}{\partial t} + \frac{\partial \Pi_{\alpha\beta}}{\partial x_\beta} = \underbrace{m_a u_{a,\alpha} \frac{\partial n_a}{\partial t} + m_a u_{a,\alpha} \frac{\partial n_a u_{a,\beta}}{\partial x_\beta}}_{=0} + m_a n_a \frac{\partial u_{a,\alpha}}{\partial t} + m_a n_a u_{a,\beta} \frac{\partial u_{a,\alpha}}{\partial x_\beta} + \frac{\partial p_{\alpha\beta}}{\partial x_\beta} =$$

= 0 (в силу уравнения непрерывности)

$$= m_a n_a \left( \frac{\partial}{\partial t} + (\vec{u}_a \nabla) \right) u_{a,\alpha} + \frac{\partial p_a}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial \pi_{\alpha\beta}}{\partial x_\beta}$$

## Уравнение движения

$$m_a n_a \frac{d\vec{u}_a}{dt} = -\nabla (n_a T_a) + q_a n_a \left( \vec{E} + \frac{\vec{u}_a \times \vec{B}}{c} \right) + \vec{R}_a - \text{div } \pi_{\alpha\beta}$$

# Уравнение теплопереноса

$$\int \left\{ \frac{\partial f_a}{\partial t} + \frac{\partial \vec{v} f_a}{\partial \vec{r}} + \frac{\partial}{\partial v} \left( \frac{q_a}{m_a} \left( \vec{E} + \left[ \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B} \right] \right) f_a \right) = \sum_b St_{ab} \right\} \frac{m_a v^2}{2} \cdot d\vec{v}$$



## Уравнение теплопереноса

$$n_a T_a \frac{ds_a}{dt} = -\operatorname{div} \vec{q}_a - \pi_{\alpha\beta} \frac{\partial u_{a,\alpha}}{\partial x_\beta} + Q_a$$

здесь:

$$s_a \equiv \ln \left( \frac{T_a^{3/2}}{n_a} \right) + const$$

- энтропия на одну частицу

$$\vec{q}_a \equiv \int \frac{m_a (\vec{v}')^2}{2} \cdot \vec{v} f_a d\vec{v}$$

- плотность потока тепла

$$Q_a \equiv \sum_b \int \frac{m_a (\vec{v}')^2}{2} \cdot St_{ab} d\vec{v}_a$$

- источники тепла

# Переход к одножидкостной модели

---

В **двужидкостной МГД-модели** плазма рассматривается как среда, состоящая из двух взаимопроникающих жидкостей (электронов и ионов), имеющих в силу квазинейтральности одинаковую плотность в каждой точке пространства.

Эти две жидкости связаны через интеграл столкновений (силу трения) и тензор вязких напряжений.

С точки зрения уравнения непрерывности обе жидкости ведут себя одинаково. С точки зрения других процессов (электропроводность, перенос тепла) – по-разному.

Модель **одножидкостной магнитной гидродинамики** применяется тогда, когда отличиями в параметрах электронной и ионной жидкостей можно пренебречь. Обычно это почти равновесные системы с маленькими градиентами параметров и со слабыми источниками тепла.



# Одножидкостная магнитная гидродинамика

Используется для описания медленных процессов, когда

$$n_e = n_i = n, \quad T_e = T_i = T, \quad u_e \ll c, \quad u_i \ll c, \quad P_{\alpha\beta} = P_\alpha \delta_{\alpha\beta}$$

## Макроскопические характеристики:

**плотность плазмы**

$$\rho \equiv (m_e + m_i)n \approx m_i n$$

**потокоская скорость плазмы**

$$\vec{v} \equiv \frac{m_e \vec{u}_e + m_i \vec{u}_i}{m_e + m_i} \approx \vec{u}_i$$

**плотность тока**

$$\vec{j} \equiv n(q_e \vec{u}_e + q_i \vec{u}_i)$$

**давление плазмы**

$$p \equiv p_e + p_i = 2nT$$

*или* **тензор давления**

$$P_{\alpha\beta} \equiv P_{\alpha\beta}^e + P_{\alpha\beta}^i$$

*если  $f_a$  – не максвелловская, но кинетическими эффектами можно пренебречь (бесстолкновительная плазма в магнитном поле)*

# Переход к одножидкостным уравнениям

двухжидкостная МГД  $\longleftrightarrow$  модель Альфвена

## Уравнение непрерывности

$$\frac{\partial n_a}{\partial t} + \operatorname{div} n_a \vec{u}_a = 0 \quad \longleftrightarrow \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \vec{v} = 0$$

## Уравнение движения

$$m_a n_a \frac{d\vec{u}_a}{dt} = -\nabla(n_a T_a) + q_a n_a \left( \vec{E} + \frac{\vec{u}_a \times \vec{B}}{c} \right) + \vec{R}_a - \operatorname{div} \pi_{\alpha\beta} \quad \longleftrightarrow \quad \rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla p + \frac{1}{c} [j \times \vec{B}]$$

## Уравнение теплопереноса

$$n_a T_a \frac{ds_a}{dt} = -\operatorname{div} \vec{q}_a - \pi_{\alpha\beta} \frac{\partial u_{a,\alpha}}{\partial x_\beta} + Q_a \quad \longleftrightarrow \quad \frac{d}{dt} p \rho^\gamma = 0$$

с  $\gamma = 3$  (нет столкновений),  
 $\gamma = 5/3$  (нет теплообмена),  
 или  $\gamma = 1$  (теплообмен хороший)

# Одножидкостные МГД-уравнения

## Уравнение непрерывности

Закон сохранения массы или числа частиц

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \vec{v} = 0$$

## Уравнение движения

Уравнение Ньютона, отнесенное к единичному объему среды

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla p + \frac{1}{c} [\vec{j} \times \vec{B}]$$

## Уравнение теплопереноса

Уравнение адиабаты, сохранение энергии

$$\frac{d}{dt} p \rho^\gamma = 0$$

После введения в уравнения обычной гидродинамики силы Лоренца система уравнений оказалась незамкнутой. Она должна рассматриваться совместно с уравнениями Максвелла.

# Сокращённые уравнения Максвелла

$$\text{div } \vec{E} = 4\pi\rho_q \quad \text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{div } \vec{B} = 0 \quad \text{rot } \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

☀ током смещения можно пренебречь

пусть  $L$ ,  $\tau$  и  $v$  - характерные параметры системы, оценка  $\text{div} \sim \text{rot} \sim 1/L$

$$\text{☀} \quad \frac{E}{L} \sim \frac{B}{c\tau} \Rightarrow E \sim \frac{L}{c\tau} B \sim \frac{v}{c} B \quad \text{☀} \quad \left| \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right| \sim \frac{E}{c\tau} \sim \frac{B v^2}{L c^2} \ll \frac{B}{L} \sim |\text{rot } \vec{B}|$$

различием  $n_e$  и  $n_i$  можно пренебречь при  $v \ll c$

$$\text{☀} \quad j \sim cB/L, \quad \text{из } \text{☀} \text{ следует } \rho_q \equiv \{\text{плотность заряда}\} \sim \frac{E}{L} \sim \frac{v B}{c L}$$

магнитная сила

электрическая сила

$$F_m = \left| \frac{1}{c} [\vec{j} \times \vec{B}] \right| \sim \frac{jB}{c} \sim \frac{B^2}{L} \quad \gg \quad F_e = |\rho_q \vec{E}| \sim \frac{v^2 B^2}{c^2 L}$$

в МГД-приближении магнитная сила много больше электрической !!!

# Уравнение вмороженности

## Сокращённые уравнения Максвелла

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{rot } \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}$$

**Итого:** 11 уравнений, 14 переменных  $(\rho, \vec{v}, \vec{j}, p, \vec{E}, \vec{B})$

## Уравнение вмороженности магнитного поля

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \text{rot} [\vec{v} \times \vec{B}]$$

Связываем ток и электрическое поле: вспоминаем закон Ома

в с.о. плазмы (величины со штрихом):

$$\vec{E}' = \vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v} \times \vec{B}], \quad \vec{j}' = \sigma \vec{E}'$$

в лабораторной системе отсчёта:

$$\vec{j} = \vec{j}' + \rho_q \vec{v} \approx \sigma \left( \vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v} \times \vec{B}] \right)$$

$\uparrow$  мало при  $v \ll c$

$$\star \rightarrow \text{rot } \vec{B} = \frac{4\pi\sigma}{c} \left( \vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v} \times \vec{B}] \right) \rightarrow \vec{E} = \frac{c}{4\pi\sigma} \text{rot } \vec{B} - \frac{1}{c} [\vec{v} \times \vec{B}] \star$$

# Уравнение вмороженности (2)

$$\star \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

☀ из закона Ома

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{B} = -\Delta \vec{B} + \nabla \operatorname{div} \vec{B} = -\Delta \vec{B}$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -c \operatorname{rot} \vec{E} = \operatorname{rot} \left[ \underbrace{\vec{v} \times \vec{B}}_{\text{"1"}} \right] + \underbrace{\frac{c^2}{4\pi\sigma} \Delta \vec{B}}_{\text{"2"}}$$

$$D_m \equiv \frac{c^2}{4\pi\sigma}$$

- коэф. диффузии магнитного поля

поскольку

$$\frac{\text{"1"}}{\text{"2"}} \sim \frac{vB}{L} \bigg/ \frac{c^2 B}{\sigma L^2} \sim \frac{\sigma v L}{c^2}, \text{ то}$$

$$\sigma \ll \frac{c^2}{vL}$$

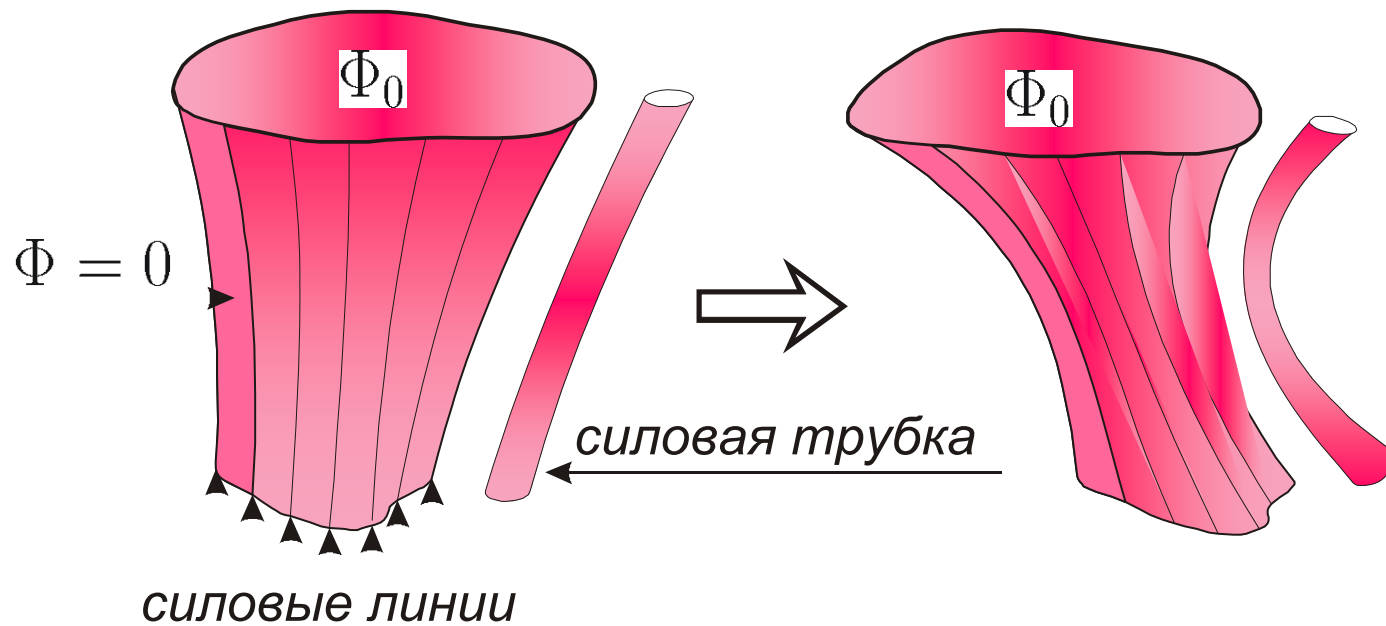
- диффузия магнитного поля в плазму  
(холодная плазма, длительные процессы)

$$\sigma \gg \frac{c^2}{vL}$$

- **вмороженность** магнитного поля в плазму  
(горячая плазма, короткие процессы)

# Почему называется «вмороженность»?

При  $\sigma \rightarrow \infty$  магнитный поток через любой жидкий контур сохраняется  
 $\Rightarrow$  силовые линии «текут» вместе с плазмой.



так как  $\vec{E}' = 0 \Rightarrow \frac{1}{c} \dot{\Phi}_k = 0$  (ЭДС = 0 на обходе «жидкого» контура  $k$ )

Откуда:  $\Phi_k = \int_{(k)} \vec{B} d\vec{S} = 0$

# Вмороженность поля на Солнце (кино)

---

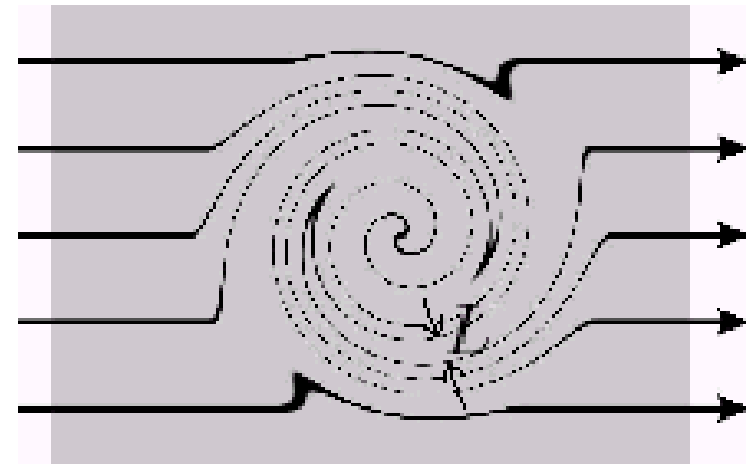
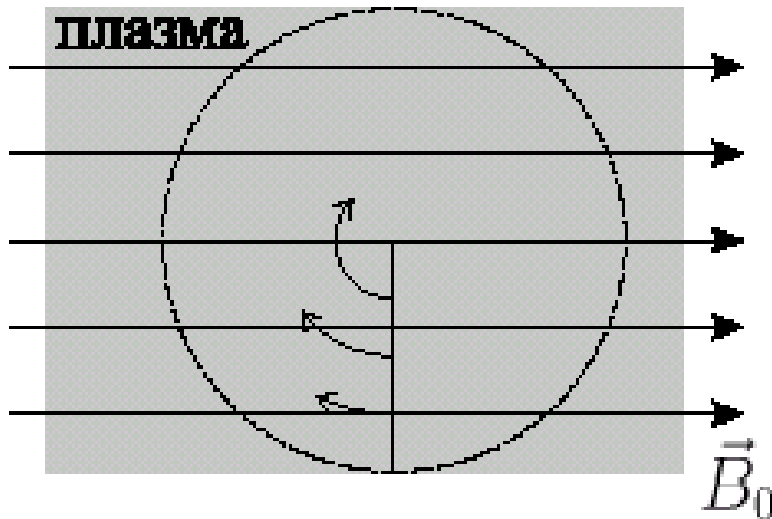
Коронас-Фотон  
ФИ РАН

В этом месте на лекции демонстрировался видеоролик снимков солнечных протуберанцев, снятый спутником Коронас-Фотон – файл Tesis\_20090927.wmv



# Магнитное динамо

в движущейся плазме за счёт вмороженности  
может создаваться и усиливаться магнитное поле



магнитное поле увеличивается при удлинении силовой линии

$$\frac{\vec{B}}{\rho} \propto \vec{l}$$

$\rho = \text{const} \Rightarrow B$  увеличивается

пока остаётся  $L \gg \frac{c^2}{\nu\sigma}$  (включится диффузия) или вращение не прекратится

# Тензор напряжений магнитного поля

Уравнение движения

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla p + \frac{1}{c} [\vec{j} \times \vec{B}]$$

для справки:

магнитную силу  $F$  можно записать в дивергентной форме:

$$\begin{aligned} \vec{j} &= \frac{c}{4\pi} \operatorname{rot} \vec{B}, & \vec{F} &= \frac{1}{c} [\vec{j} \times \vec{B}] = \frac{1}{4\pi} [\operatorname{rot} \vec{B} \times \vec{B}] \\ F_\alpha &= \frac{1}{4\pi} e_{\alpha\beta\gamma} e_{\beta ik} \frac{\partial B_k}{\partial x_i} B_\gamma = \frac{1}{4\pi} (\delta_{\gamma i} \delta_{\alpha k} - \delta_{\gamma k} \delta_{\alpha i}) B_\gamma \frac{\partial B_k}{\partial x_i} = \\ &= \frac{1}{4\pi} \left( B_i \frac{\partial B_\alpha}{\partial x_i} - \frac{1}{2} \frac{\partial B_k^2}{\partial x_\alpha} \right) = -\frac{\partial}{\partial x_\beta} \underbrace{\left( \frac{B^2}{8\pi} \delta_{\alpha\beta} - \frac{B_\alpha B_\beta}{4\pi} \right)} \end{aligned}$$

тензор напряжений магнитного поля  $T_{\alpha\beta}$

тогда уравнение движения:

$$\rho \frac{dv_\alpha}{dt} = -\frac{\partial}{\partial x_\beta} \underbrace{\left( p_{\alpha\beta} + T_{\alpha\beta} \right)}_{\hat{P}_{\alpha\beta}}$$

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla p - \nabla \frac{B^2}{8\pi} + \left( \vec{B} \nabla \right) \frac{\vec{B}}{4\pi}$$

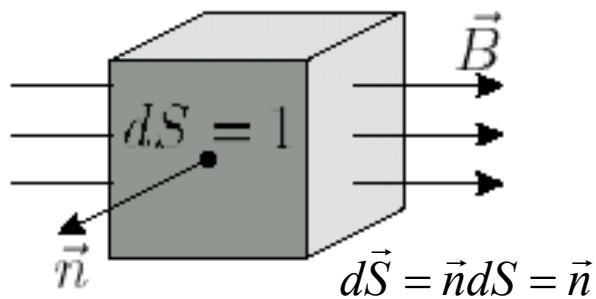
# Направление давления поля

для справки:

$$\text{Если } p_{\alpha\beta} = p \delta_{\alpha\beta}, \quad \vec{h} = \vec{B}/B, \quad \text{то } \hat{P}_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} \left( p + \frac{B^2}{8\pi} \right) - \frac{B^2}{4\pi} h_\alpha h_\beta,$$

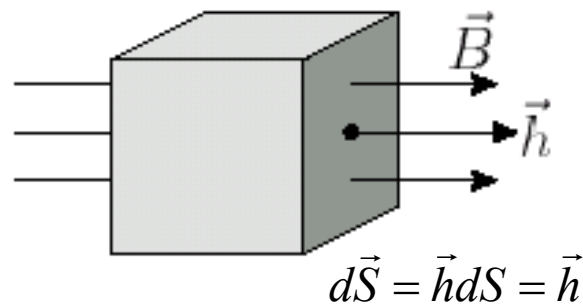
$$\hat{P}_{\alpha\beta} = (\delta_{\alpha\beta} - h_\alpha h_\beta) \underbrace{\left( p + \frac{B^2}{8\pi} \right)}_{\hat{P}_\perp} + h_\alpha h_\beta \underbrace{\left( p - \frac{B^2}{8\pi} \right)}_{\hat{P}_\parallel}.$$

рассмотрим единичный объём, сила на грань:  $F_\alpha = -\hat{P}_{\alpha\beta} dS_\beta$



$$F_\alpha = - \left( p + \frac{B^2}{8\pi} \right) n_\alpha$$

поперёк силовых линий  
магнитное поле давит



$$F_\alpha = - \left( p - \frac{B^2}{8\pi} \right) h_\alpha$$

вдоль силовых линий  
магнитное поле тянет

# Понятие равновесия плазмы

Условие равновесия плазменной границы поперёк магнитного поля:

$$F_{\perp} = 0 \quad \Rightarrow \quad p + \frac{B^2}{8\pi} = \text{const}$$

Статическое равновесие:  $v = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} = 0$

$$\cancel{\rho \frac{d\vec{v}}{dt}} = -\nabla p + \frac{1}{c} [\vec{j} \times \vec{B}] \quad \Rightarrow \quad \nabla p = \frac{1}{c} [\vec{j} \times \vec{B}]$$

линии поля и линии тока лежат на одной поверхности:

$$\vec{j} \cdot \nabla p = \vec{B} \cdot \nabla p = 0$$

*градиент давления перпендикулярен токовой поверхности и силовым линиям !*

# Простейшие равновесия • тэта-пинч

пусть магнитное поле имеет одну компоненту:  $\vec{B} = B_z$

$$\nabla \left( p + \frac{B^2}{8\pi} \right) = 0 \quad \Rightarrow \quad p + \frac{B^2}{8\pi} = const$$

## $\theta$ -пинч

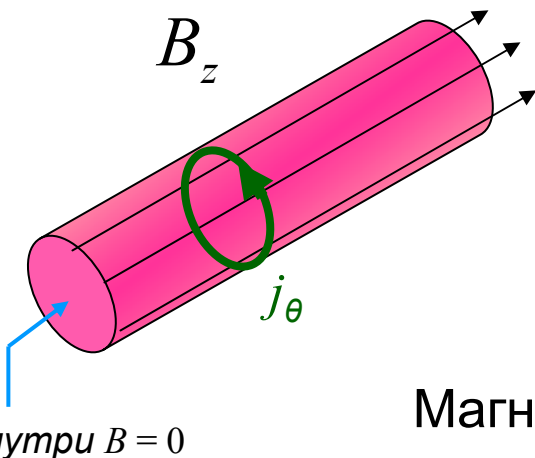
Идея: создаём плазменный шнур внутри камеры, затем включаем продольное магнитное поле.

Плазма адиабатически сжимается нарастающим магнитным полем  $B_z$ ; одновременно она греется в силу уравнения адиабаты.

При этом на границе плазмы возникает ток  $j_\theta$ , компенсирующий внешнее поле.

Магнитное поле внутри плазмы равно нулю, внутри  $p = const$ , внешнее поле из условия:

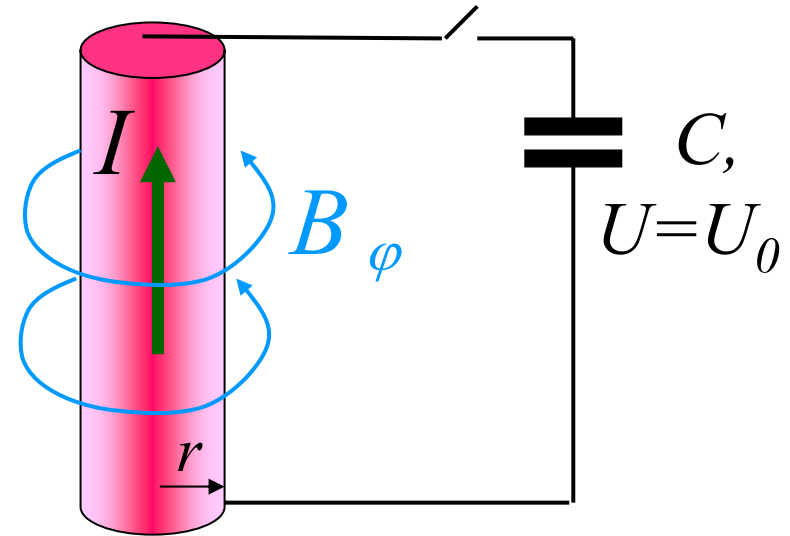
$$p = \frac{B_z^2}{8\pi}$$



# Простейшие равновесия • Z-пинч

## Z-пинч (пинч Беннета)

Идея: по плазменному столбу пропускаем большой ток  $I$ . Этот ток нагревает плазму омически и создаёт магнитное поле  $B_\varphi$ , которое удерживает плазму от разлёта



на границе: 
$$B_\varphi = \frac{2I}{cr}$$

$$p = 2nT = \frac{B^2(r)}{8\pi}$$

↑ ↑  
давление плазмы на оси      давление поля снаружи

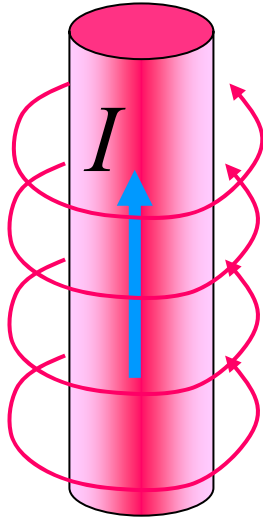
равновесие при: 
$$I = 2cr\sqrt{\pi nT} = 2c\sqrt{NT} \quad (N = \pi r^2 n)$$

Для термоядерной плазмы :  $T = 10$  кэВ,  $n = 4 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ,  $I \sim 1$  МА

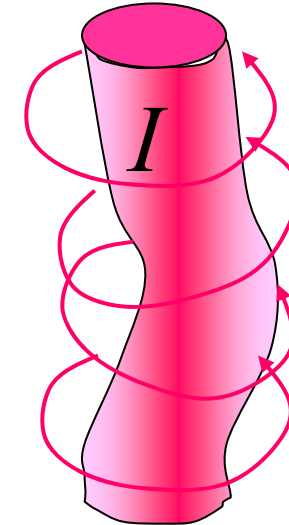
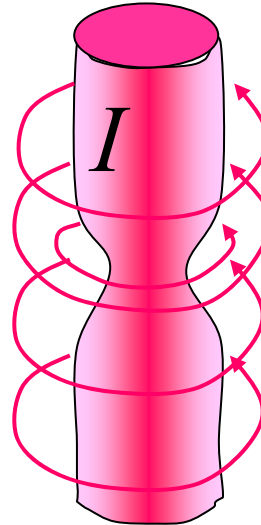
Такая плазма равновесна, но неустойчива.....

# МГД-неустойчивости Z-пинча

желаемая система



а это получается на самом деле



Перетяжка  
( $m = 0$ )

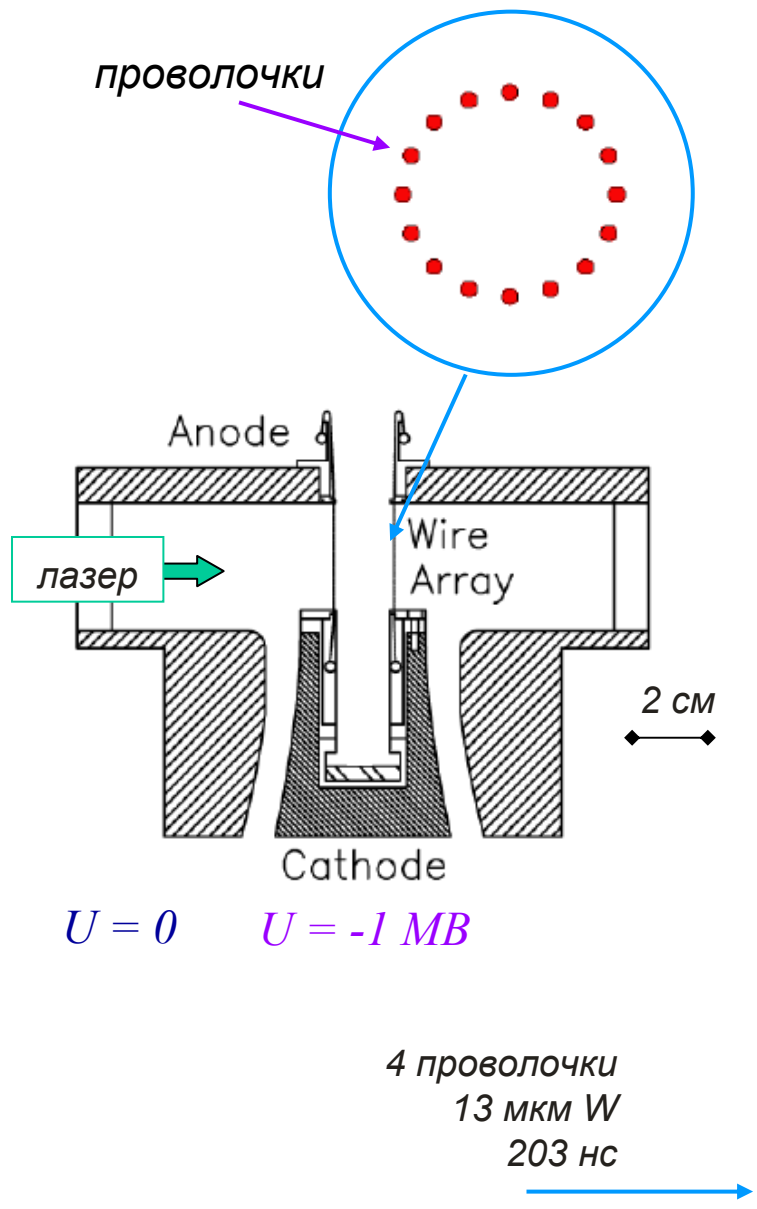
Змейка  
( $m = 1$ )

*$m$  – номер азимутальной моды возмущения*

тема неустойчивостей может быть стабилизирована, например,  
внешним продольным магнитным полем

# Установка MAGPIE – теньевые диагностики

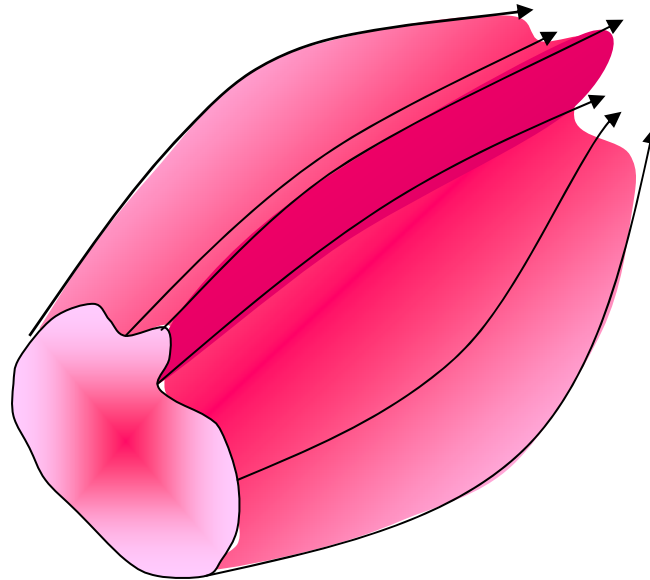
Цилиндр от нескольких до десятков тонких проволочек сжимается током ~1 МА





# Желобковая неустойчивость

---



Желобковая (или перестановочная) неустойчивость плазмы: возмущение формы поперечного сечения плазмы («желобок») является неустойчивым, если магнитное поле уменьшается от оси системы наружу; плазма как бы «всплывает» поперёк магнитного поля на стенку установки.

Одна из основных проблем линейных (открытых) магнитных ловушек.

Основная причина, вызывающая развитие МГД-неустойчивостей - диамагнетизм плазмы: плазма стремится распространиться в сторону ослабевающего магнитного поля.

# Метод малых колебаний

## Метод исследования плазменных неустойчивостей - метод малых колебаний

- вводим в изучаемую систему малое медленное возмущение вида:

$$F \propto F_0 \cdot \exp(i\vec{k}\vec{r} - i\omega t)$$

например: 
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \vec{v} = 0 \quad \rightarrow \quad -i\omega \cdot \delta\rho + i\vec{k}\vec{v}\rho_0 = 0$$

здесь  $\delta\rho$  обозначает возмущение величины

- малость возмущения обычно означает, что можно оставлять в уравнениях только члены нулевого и первого порядка малости (линеаризация уравнений)

решаем уравнение и находим спектр частот

- если частота действительная – колебания, система устойчива
- если частота мнимая – неустойчивые колебания (рост или затухание)

# Типы плазменных неустойчивостей

---

существует большое количество различных неустойчивостей плазмы  
разные конфигурации подвержены разным неустойчивостям

- **кинетические**

*(микро-)*

чувствительны к деталям  
функции распределения

- **гидродинамические**

*(макро-)*

распределение частиц по  
скоростям несущественно

- **абсолютные**

возмущение неограниченно нарастает  
в некоторой точке пространства

- **сносовые (конвективные)**

в конкретной точке амплитуда  
конечна (волновой пакет бежит  
быстрее, чем растёт)

# Конец темы

---

**Магнитная гидродинамика.** МГД-приближение. Двухжидкостная магнитная гидродинамика. Макроскопические характеристики плазмы. Одножидкостная МГД: уравнения непрерывности, движения, теплопереноса, сокращенные уравнения Максвелла. Вмороженность силовых линий магнитного поля. Магнитное динамо. Плазма как диамагнетик. Равновесие плазмы. Понятие неустойчивости. Примеры МГД-неустойчивостей.