Плазма в космосе

Лекция №3

Основы космологии

Анненков Владимир, с.н.с. лаб. 9-1

23 сентября 2021

Ранее

Ранее

1. Во Вселенной расстояния астрономически велики.
2. На больших масштабах Вселенная однородна.
3. Существует асимметрия вещество/антивещество.
4. Имеет место проблема скрытой массы.
5. Пространство Вселенной расширяется, поэтому **любые** два не гравитационносвязанные объекта удаляются друг от друга.
6. Расширение происходит с ускорением.
7. Вселенная заполнена практически однородным реликтовым излучением с температурой 2.73 градуса.

Основная литература

1. А.В. Засов, К.А. Постнов «Общая астрофизика»
2. Астронет. Лекции по Общей Астрофизике для Физиков. К.А. Постнов

Космология

1. Д.С. Горбунов, В. А. Рубаков «Введение в теорию ранней Вселенной»

2. М.В. Сажин «Современная космология в популярном изложении»

3. В.Н. Лукаш, Е.В. Михеева «Физическая космология»

4. Г.С. Бисноватый-Коган «Релятивистская астрофизика и физическая космология»

Космологическое расширение

- Рассмотренное ранее расширение Вселенной не следует понимать как изменение всех существующих масштабов расстояний и размеров.
- Космологическому расширению не подвержены гравитационно (или иначе) связанные объекты (галактики и их скопления).
- Расширение проявляется как систематическое уменьшение средней плотности вещества.

Выбор системы координат

- Нужна система координат, в которой уравнения выглядели бы максимально просто.
- Условие изотропности диктует необходимость задания такой сетки координат, в которой средние скорости разлёта галактик зависели бы только от расстояния, но не от направления.
- Из этого же следует необходимость того, что в этой системе координат яркость реликтового излучения также не зависела от направления.
- Инерциальная система координат с жесткими, недеформируемыми осями не подходит.
- Не подходит СТО, поскольку она не описывает гравитационные эффекты или связанные с гравитацией изменения топологических свойств безграничного пространства.
- Остаётся только ОТО.

Сопутствующая система координат

- В ОТО изотропно расширяющуюся среду удобно рассматривать в системе координат, расширяющейся вместе с материей.
- Тогда расширение Вселенной формально есть изменение масштаба всей координатной сетки.
- В такой системе можно ввести время, которое будет единым для всех гипотетических наблюдателей, имеющих фиксированные пространственные координаты, с какой бы скоростью они ни удалялись друг от друга.
- Для количественной оценки времени можно использовать:
  1. локальную плотность вещества;
  2. значение постоянной Хаббла;
  3. температуру реликтового фона.
- Возможно существование сверхсветовых скоростей, с которыми очень далекие объекты удаляются друг от друга вследствие расширения Вселенной.

Скорости и расстояния

- В космологии не используют доплеровскую интерпретацию красного смещения.
- Поскольку скорость и расстояние до далёкого объекта зависит как от выбранной системы отсчёта, так и от закона, по которому происходило расширение Вселенной.
- Обычно применяется модельно независимый и непосредственно измеряемый параметр – красное смещение z.
- Значение $z = 0$ соответствует современной эпохе, а $z = \infty$ – моменту начала расширения.

Метрика Фридмана–Робертсона–Уокера

- В современной космологии используются однородные и изотропные модели Вселенной.
- Галактики и крупномасштабная структура – результат развития малых флуктуаций.
- Динамика Вселенной сводится к обыкновенным дифференциальным уравнениям для масштабного фактора $a(t)$.
- $a(t)$ имеет размерность длины и описывает изменение расстояния пространства.
- Для пространства со свойствами поверхности сферы $a(t)$ может интерпретироваться как её «радиус».

Метрика Фридмана–Робертсона–Уокера

- В однородных и изотропных моделях интервал между двумя событиями может быть записан в виде:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) dR^2, \tag{1}$$

где c – скорость света, а dR^2 описывает геометрические свойства, пространства (безразмерный элемент длины).

- Для 3-мерного евклидова пространства

$$dR^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 = dr^2 + r^2 \left(\sin^2\theta d\phi^2 + d\theta^2\right) \tag{2}$$

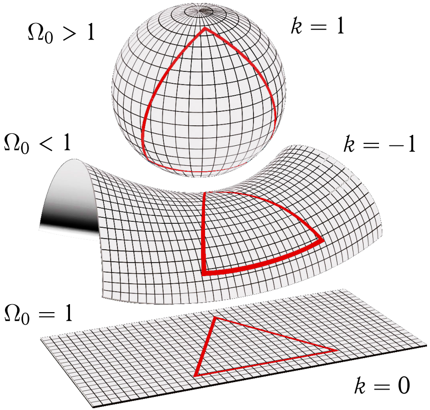
- Можно обобщить (2) на пространства с постоянной положительной (отрицательной) кривизной:

$$dR^2 = \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 \left(\sin^2\theta d\phi^2 + d\theta^2\right) \tag{3}$$

Метрика Фридмана–Робертсона–Уокера

$$dR^2 = \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 \left(\sin^2 \theta d\phi^2 + d\theta^2\right)$$

- $k = +1$ для однородного пространства с положительной кривизной;
- $k = -1$ для однородного пространства с отрицательной кривизной;
- $k = 0$ для плоского (евклидова) пространства с нулевой кривизной.



Метрика Фридмана–Робертсона–Уокера

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) dR^2$$

с элементом длины

$$dR^2 = \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 \left(\sin^2 \theta d\phi^2 + d\theta^2 \right)$$

и единственным зависящим от времени параметром $a(t)$ называют **метрикой Фридмана–Робертсона–Уокера**, по имени ученых, впервые применивших его для построения космологических моделей.

Закон Хаббла

- Безграничное пространство, однородно заполненное обычной материей, не может быть стационарным.
- Для стационарности тяготеющего тела всегда требуется наличие градиента давления, противостоящего гравитационном сжатию, или вращение.
- Свидетельство нестационарности нашей Вселенной было обнаружено Э. Хабблом в 1929 г. по наблюдению красного смещения в спектрах галактик.
- Он нашел, что чем дальше галактика, тем больше в среднем скорость ее удаления – Вселенная расширяется по закону:

$$v = H_0 l$$

Закон Хаббла

В однородных космологических моделях закон Хаббла является простым следствием метрики Фридмана–Робертсона–Уокера

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) dR^2$$

- Рассмотрим физическое расстояние между какими-либо двумя близкими точками, покоящимися в сопутствующей системе координат, есть

$$dl = a(t) dR \tag{4}$$

  где $dR = const$ – элемент безразмерного расстояния.

- Дифференцируя $l = a(t) \int dR = a(t) \cdot R$ по времени, получаем:

$$v = \frac{dl}{dt} = \frac{da}{dt} R = \left(\frac{\dot{a}}{a} \right) aR = Hl \tag{5}$$

- Параметр Хаббла есть зависящая от времени величина

$$H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \tag{6}$$

Пекулярные скорости галактик

- В реальности все тела движутся из-за наличия локальных градиентов гравитационного потенциала.
- Вводят понятие **пекулярной скорости** объекта относительно сопутствующей космической системы отсчета, описываемой метрикой Фридмана.
- Солнечная система движется в сопутствующей системе координат с пекулярной скоростью около 370 км/с.
- Местная группа галактик – со скоростью около 600 км/с.
- Чем дальше отстоят друг от друга галактики, тем менее значимы их относительные пекулярные скорости по сравнению со скоростями хаббловского расширения.

Красное смещение

- Основная информация от космических объектов получается из наблюдения электромагнитных волн.
- В сопутствующей системе координат галактики можно считать покоящимися (с точностью до пекулярных скоростей), а расстояния между ними постоянно возрастающими из-за расширения пространства.
- Покажем, что длины волн колебаний, распространяющихся в таком пространстве, меняются со временем по тому же закону, что и масштабный фактор $a(t)$.

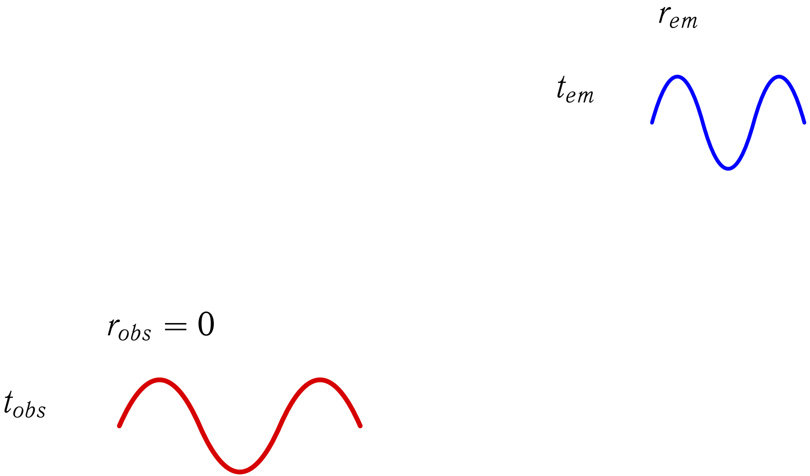
Красное смещение

- Свет в пространстве распространяется по геодезической и для него интервал равен нулю:

$$ds^2 = c^2dt^2 - a^2(t)dR^2 = 0. \tag{7}$$

- Будем считать, что свет распространяется вдоль координаты r ($d\phi = d\theta = 0$).
- Тогда элемент метрики есть просто $dR = dr/\sqrt{1-kr^2}$, где $k = 0, +1, -1$ для пространства с нулевой, положительной или отрицательной кривизной, соответственно.

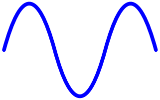
Красное смещение



Красное смещение

r_{em}

t_{em}

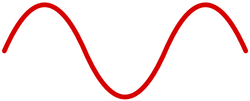


Из $c^2dt^2 = a^2(t)dR^2$ следует

$$\int_{t_{em}}^{t_{obs}} \frac{c\,dt}{a(t)} = \int_{r_{em}}^{0} \frac{dr}{\sqrt{1-kr^2}} = f(r_{em})$$

$$r_{obs} = 0$$

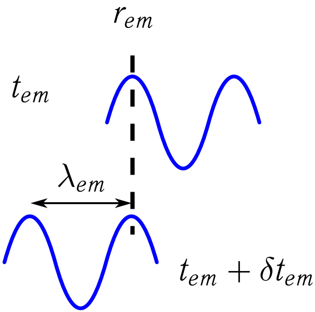
t_{obs}

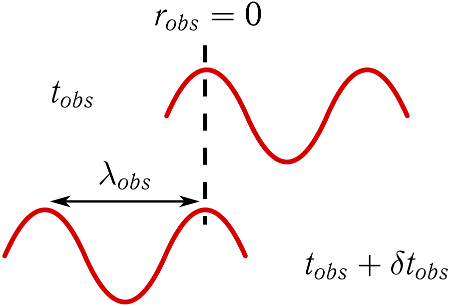


Красное смещение

Из $c^2dt^2 = a^2(t)dR^2$ следует

$$\int_{t_{em}}^{t_{obs}} \frac{c\,dt}{a(t)} = \int_{r_{em}}^{0} \frac{dr}{\sqrt{1-kr^2}} = f(r_{em})$$

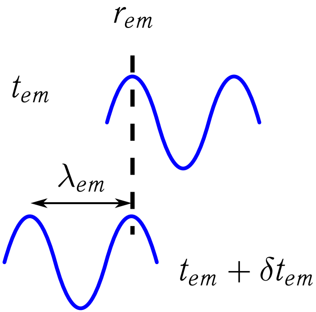


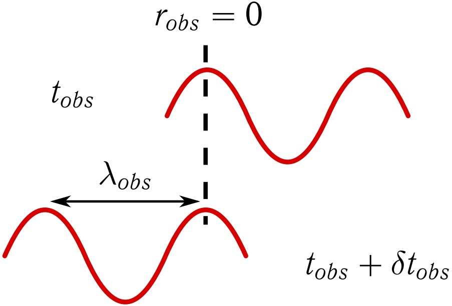


Красное смещение

Из $c^2dt^2 = a^2(t)dR^2$ следует

$$\int\limits_{t_{em}}^{t_{obs}} \frac{cdt}{a(t)} = \int\limits_{r_{em}}^{0} \frac{dr}{\sqrt{1-kr^2}} = f(r_{em})$$

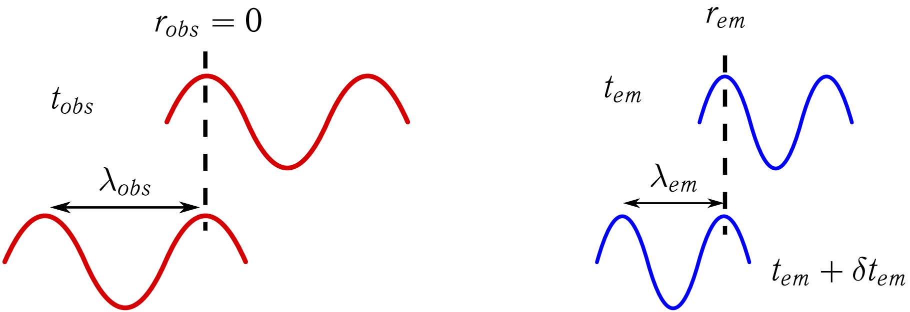




δt_{em} и δt_{obs} малы (расстояние между источником и наблюдателем за время излучения не изменилось), следовательно:

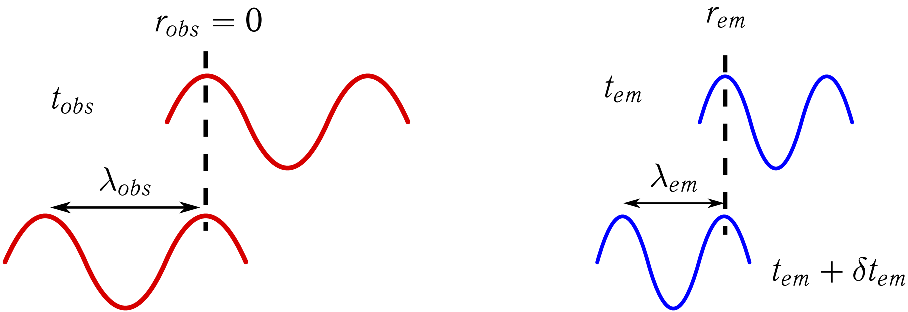
$$\int\limits_{t_{em}+\delta t_{em}}^{t_{obs}+\delta t_{obs}} \frac{cdt}{a(t)} = \int\limits_{t_{em}}^{t_{obs}} \frac{cdt}{a(t)} = f(r_{em})$$

Красное смещение



$$
\begin{aligned}
0 &= \int_{t_{\rm em}}^{t_{\rm obs}} \frac{c dt}{a(t)} - \int_{t_{\rm em}+\delta t_{em}}^{t_{\rm obs}+\delta t_{obs}} \frac{c dt}{a(t)} = \int_{t_{\rm em}}^{t_{\rm em}+\delta t_{em}} \frac{c dt}{a(t)} + \int_{t_{\rm em}+\delta t_{em}}^{t_{\rm obs}} \frac{c dt}{a(t)} - \int_{t_{\rm em}+\delta t_{em}}^{t_{\rm obs}+\delta t_{obs}} \frac{c dt}{a(t)} \\
&= \int_{t_{\rm em}}^{t_{\rm em}+\delta t_{em}} \frac{c dt}{a(t)} - \left(\int_{t_{\rm obs}}^{t_{\rm em}+\delta t_{em}} \frac{c dt}{a(t)} + \int_{t_{\rm em}+\delta t_{em}}^{t_{\rm obs}+\delta t_{obs}} \frac{c dt}{a(t)} \right) \\
&= \int_{t_{\rm em}}^{t_{\rm em}+\delta t_{em}} \frac{c dt}{a(t)} - \int_{t_{\rm obs}}^{t_{\rm obs}+\delta t_{obs}} \frac{c dt}{a(t)}
\end{aligned}
$$

Красное смещение



Масштабный фактор за интервалы времени δt_{em} и δt_{obs} изменился мало (т.е. $a(t_{em} + \delta t_{em}) = a(t_{em}) = \mathrm{const}$, $a(t_{obs} + \delta t_{obs}) = a(t_{obs}) = \mathrm{const}$):

$$\int_{t_{\mathrm{em}}}^{t_{\mathrm{em}}+\delta t_{em}} \frac{c\,dt}{a(t_{em})} = \int_{t_{\mathrm{obs}}}^{t_{\mathrm{obs}}+\delta t_{obs}} \frac{c\,dt}{a(t_{obs})} \Rightarrow$$

$$\frac{t_{em} + \delta t_{em}}{a(t_{em})} - \frac{t_{em}}{a(t_{em})} = \frac{t_{obs} + \delta t_{obs}}{a(t_{obs})} - \frac{t_{obs}}{a(t_{obs})} \Rightarrow \frac{c\delta t_{em}}{a(t_{em})} - \frac{c\delta t_{obs}}{a(t_{obs})} = 0$$

Красное смещение

$$\frac{c\delta t_{em}}{a(t_{em})} - \frac{c\delta t_{obs}}{a(t_{obs})} = 0$$

Но $c\delta t$ есть длина волны излучения, поэтому получаем определение красного смещения z через масштабный фактор $a(t)$:

$$z \equiv \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{em}}{\lambda_{em}} = \frac{a(t_{obs})}{a(t_{em})} - 1$$

Красное смещение

$$\frac{c\delta t_{em}}{a(t_{em})} - \frac{c\delta t_{obs}}{a(t_{obs})} = 0$$

Но $c\delta t$ есть длина волны излучения, поэтому получаем определение красного смещения z через масштабный фактор $a(t)$:

$$z \equiv \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{em}}{\lambda_{em}} = \frac{a(t_{obs})}{a(t_{em})} - 1$$

В расширяющейся Вселенной $a(t_{em}) < a(t_{obs})$, поэтому в спектрах далеких галактик наблюдается именно красное смещение линий.

Эволюция расширения

- Рассмотрим простейшие однородные и изотропные космологические модели без космологической постоянной.
- В силу однородности возьмем в пространстве **произвольную ограниченную сферическую область** и проследим за ее эволюцией.
- Пусть масса заключена внутри выделенного шара радиуса R: $M = (4\pi/3)R^3\rho$. Изменение плотности при расширении по закону $v = HR$ есть

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{3M}{(4\pi/3)R^4}\frac{dR}{dt} = -3H\rho \qquad (8)$$

Эволюция расширения

- Рассмотрим простейшие однородные и изотропные космологические модели без космологической постоянной.

- В силу однородности возьмем в пространстве **произвольную ограниченную сферическую область** и проследим за ее эволюцией.

- Пусть масса заключена внутри выделенного шара радиуса R: $M = (4\pi/3)R^3\rho$. Изменение плотности при расширении по закону $v = HR$ есть
$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{3M}{(4\pi/3)R^4}\frac{dR}{dt} = -3H\rho \qquad (8)$$

- **Ни радиус, ни масса шара в конечный ответ не вошли!**

- Если не было зависимости от координат в начальный момент времени, то не будет и далее.

Эволюция расширения

- Рассмотрим точку на границе области, расширяющейся по закону Хаббла $v = HR$. Уравнение движения:

$$ma = G\frac{mM}{R^2}$$

Эволюция расширения

- Рассмотрим точку на границе области, расширяющейся по закону Хаббла $v = HR$. Уравнение движения:

$$ma = G\frac{mM}{R^2} \Rightarrow \frac{d^2R}{dt^2} = -\frac{GM}{R^2} = -\frac{4\pi}{3}G\rho R \qquad (9)$$

- Умножая (9) на dR/dt и интегрируя, получаем закон сохранения механической энергии:

$$\int \frac{d^2R}{dt^2}\cdot\frac{dR}{dt} = -\int \frac{GM}{R^2}\cdot\frac{dR}{dt}$$

Эволюция расширения

- Рассмотрим точку на границе области, расширяющейся по закону Хаббла $v = HR$. Уравнение движения:

$$ma = G\frac{mM}{R^2} \Rightarrow \frac{d^2R}{dt^2} = -\frac{GM}{R^2} = -\frac{4\pi}{3}G\rho R \qquad (9)$$

- Умножая (9) на dR/dt и интегрируя, получаем закон сохранения механической энергии:

$$\int \frac{d^2R}{dt^2}\cdot\frac{dR}{dt} = -\int \frac{GM}{R^2}\cdot\frac{dR}{dt} \Rightarrow \int \frac{d}{dt}\left(\frac{dR}{dt}\right)\cdot dR = \frac{GM}{R}+C$$

Эволюция расширения

- Рассмотрим точку на границе области, расширяющейся по закону Хаббла $v = HR$. Уравнение движения:

$$ma = G\frac{mM}{R^2} \Rightarrow \frac{d^2R}{dt^2} = -\frac{GM}{R^2} = -\frac{4\pi}{3}G\rho R \qquad (9)$$

- Умножая (9) на dR/dt и интегрируя, получаем закон сохранения механической энергии:

$$\int \frac{d^2R}{dt^2}\cdot\frac{dR}{dt} = -\int \frac{GM}{R^2}\cdot\frac{dR}{dt} \Rightarrow \int \frac{d}{dt}\left(\frac{dR}{dt}\right)\cdot dR = \frac{GM}{R} + C$$

$$\int d\left(\frac{dR}{dt}\right)\cdot\frac{dR}{dt} - \frac{GM}{R} = const$$

Эволюция расширения

- Рассмотрим точку на границе области, расширяющейся по закону Хаббла $v = HR$. Уравнение движения:

$$ma = G\frac{mM}{R^2} \Rightarrow \frac{d^2R}{dt^2} = -\frac{GM}{R^2} = -\frac{4\pi}{3}G\rho R \qquad (9)$$

- Умножая (9) на dR/dt и интегрируя, получаем закон сохранения механической энергии:

$$\int \frac{d^2R}{dt^2}\cdot\frac{dR}{dt} = -\int \frac{GM}{R^2}\cdot\frac{dR}{dt} \Rightarrow \int \frac{d}{dt}\left(\frac{dR}{dt}\right)\cdot dR = \frac{GM}{R}+C$$

$$\int d\left(\frac{dR}{dt}\right)\cdot\frac{dR}{dt} - \frac{GM}{R} = const$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 - \frac{GM}{R} = const \qquad (10)$$

Эволюция расширения

$$\frac{1}{2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 - \frac{GM}{R} = const$$

В момент t_0 имеем $dR/dt|t_0 = H_0 R_0$, тогда

$$const = \frac{1}{2}(H_0 R_0)^2 - \frac{G}{R_0} \cdot \frac{4\pi}{3} R_0^3 \rho_0$$

Эволюция расширения

$$\frac{1}{2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 - \frac{GM}{R} = const$$

В момент t_0 имеем $dR/dt|t_0 = H_0 R_0$, тогда

$$const = \frac{1}{2}(H_0 R_0)^2 - \frac{G}{R_0} \cdot \frac{4\pi}{3} R_0^3 \rho_0$$

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = \frac{2GM}{R} + 2 \cdot const$$

Эволюция расширения

$$\frac{1}{2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 - \frac{GM}{R} = const$$

В момент t_0 имеем $dR/dt|t_0 = H_0R_0$, тогда

$$const = \frac{1}{2}(H_0R_0)^2 - \frac{G}{R_0}\cdot\frac{4\pi}{3}R_0^3\rho_0$$

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = \frac{2GM}{R} + 2\cdot const = \frac{8\pi G\rho_0R_0^3}{3R} + (H_0R_0)^2 - \frac{G}{R_0}\cdot\frac{8\pi}{3}R_0^3\rho_0$$

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = G\frac{8\pi\rho_0R_0^3}{3R} - \frac{8\pi GR_0^2}{3}\left(\rho_0 - \frac{3H_0^2}{8\pi G}\right)$$

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = G\frac{8\pi\rho_0R_0^3}{3R} - (H_0R_0)^2\left(\frac{\rho_{cr}}{\rho_0} - 1\right)$$

Эволюция расширения

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = G\frac{8\pi\rho_0 R_0^3}{3R} - (H_0R_0)^2\left(\frac{\rho_{cr}}{\rho_0} - 1\right) \qquad (11)$$

где

$$\rho_{cr} = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \approx 2\cdot 10^{-29}(\text{г/см}^3)h_{100}^2 \qquad (12)$$

есть так называемая критическая плотность в момент t_0 (численно приведена критическая плотность в настоящее время, нормированная на значение постоянной Хаббла $h_{100} = H_0/100$ км/(с·Мпк)).

История расширения

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = G\frac{8\pi\rho_0 R_0^3}{3R} - (H_0 R_0)^2 \left(\frac{\rho_{cr}}{\rho_0} - 1\right)$$

- В настоящее время $dR/dt > 0$ (Вселенная расширяется).
- Первое слагаемое в $\sim 1/R$ возрастает с уменьшением R.
- Значит **в прошлом скорость расширения была больше** (т. е. расширение со временем должно замедляться — очевидное свойство движения с учетом тормозящего действия гравитации)
- И рассматриваемой модели в прошлом был такой момент, что $dR/dt \to +\infty$ и $R \to 0$ (сингулярность).
- В этой модели история расширения целиком определяется поведением первого слагаемого.

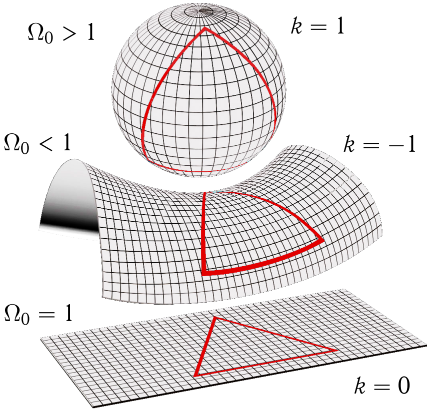
$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = G\frac{8\pi\rho_0 R_0^3}{3R} - (H_0 R_0)^2\left(\frac{\rho_{cr}}{\rho_0} - 1\right)$$

Будущее расширения целиком определяется знаком второго слагаемого (константа в законе сохранения энергии), т. е. соотношением $\Omega_0 \equiv \rho_0/\rho_{cr}$.

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = G\frac{8\pi\rho_0 R_0^3}{3R} - (H_0R_0)^2\left(\frac{\rho_{cr}}{\rho_0} - 1\right)$$

Будущее расширения целиком определяется знаком второго слагаемого (константа в законе сохранения энергии), т. е. соотношением $\Omega_0 \equiv \rho_0/\rho_{cr}$.

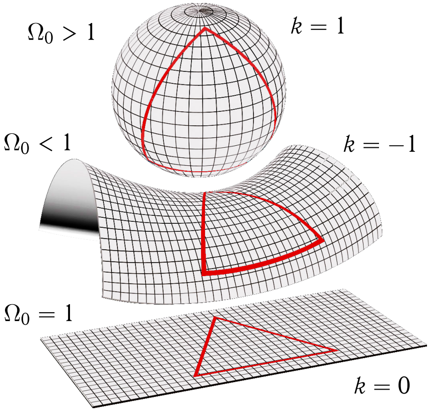
- $\rho_0 > \rho_{cr}$ (т.е. $\Omega_0 > 1$) то второе слагаемое отрицательное, расширение тормозится и сменяется сжатием Это модель **«закрытой Вселенной»**.



$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = G\frac{8\pi\rho_0 R_0^3}{3R} - (H_0R_0)^2\left(\frac{\rho_{cr}}{\rho_0} - 1\right)$$

Будущее расширения целиком определяется знаком второго слагаемого (константа в законе сохранения энергии), т. е. соотношением $\Omega_0 \equiv \rho_0/\rho_{cr}$.

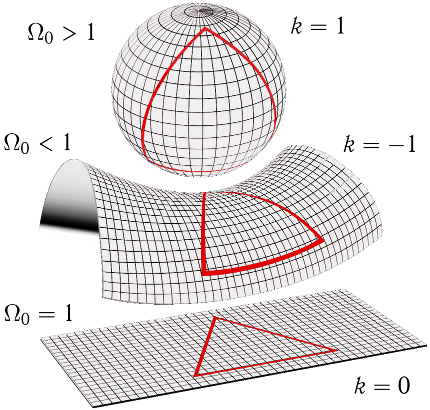
- $\rho_0 > \rho_{cr}$ (т.е. $\Omega_0 > 1$) то второе слагаемое отрицательное, расширение тормозится и сменяется сжатием Это модель **«закрытой Вселенной»**.
- $\rho_0 < \rho_{cr}$ (т.е. $\Omega_0 < 1$) расширение продолжается вечно с асимптотической скоростью $dR/dt = H_0R_0\sqrt{1-\Omega_0}$ при $R \to \infty$. Это модель **«открытой Вселенной»**.



$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = G\frac{8\pi\rho_0 R_0^3}{3R} - (H_0 R_0)^2\left(\frac{\rho_{cr}}{\rho_0} - 1\right)$$

Будущее расширения целиком определяется знаком второго слагаемого (константа в законе сохранения энергии), т. е. соотношением $\Omega_0 \equiv \rho_0/\rho_{cr}$.

- $\rho_0 > \rho_{cr}$ (т.е. $\Omega_0 > 1$) то второе слагаемое отрицательное, расширение тормозится и сменяется сжатием Это модель **«закрытой Вселенной»**.
- $\rho_0 < \rho_{cr}$ (т.е. $\Omega_0 < 1$) расширение продолжается вечно с асимптотической скоростью $dR/dt = H_0 R_0 \sqrt{1 - \Omega_0}$ при $R \to \infty$. Это модель **«открытой Вселенной»**.
- $\rho_0 = \rho_{cr}$ (т.е. $\Omega_0 = 1$), то расширение продолжается неограниченно, в пределе с асимптотически стремящейся к нулю скоростью. Это модель **«плоской Вселенной»**.



$\Omega_0 = 1$ (плоская Вселенная)

В этом случае константа в уравнении энергии точно равна нулю,

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = G\frac{8\pi\rho_0 R_0^3}{3R} \tag{13}$$

$$\rho_0 = \rho_{cr};\ R|_{t_0} = R_0;\ R|_{t=0} = 0. \tag{14}$$

$\Omega_0 = 1$ (плоская Вселенная)

В этом случае константа в уравнении энергии точно равна нулю,

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = G\frac{8\pi\rho_0 R_0^3}{3R} \tag{13}$$

$$\rho_0 = \rho_{cr};\ R|_{t_0} = R_0;\ R|_{t=0} = 0. \tag{14}$$

Для изменения радиуса сферы получаем точное решение

$$R(t) = R_0\left(\frac{t}{t_0}\right)^{2/3} \sim t^{2/3}, \qquad t_0 = \frac{2}{3H_0} \tag{15}$$

$\Omega_0 = 1$ (плоская Вселенная)

В этом случае константа в уравнении энергии точно равна нулю,

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = G\frac{8\pi\rho_0 R_0^3}{3R} \qquad (13)$$

$$\rho_0 = \rho_{cr};\ R|_{t_0} = R_0;\ R|_{t=0} = 0. \qquad (14)$$

Для изменения радиуса сферы получаем точное решение

$$R(t) = R_0\left(\frac{t}{t_0}\right)^{2/3} \sim t^{2/3}, \qquad t_0 = \frac{2}{3H_0} \qquad (15)$$

Из условия $\rho(t)R(t)^3 = const$ получаем для плотности зависимость

$$\rho(t) = \frac{1}{8\pi G t^2} \qquad (16)$$

Эволюция расширения

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = G\frac{8\pi\rho_0 R_0^3}{3R} - (H_0R_0)^2\left(\frac{\rho_{cr}}{\rho_0} - 1\right)$$

- Второе слагаемое, пропорциональное $(\Omega_0 - 1)$, не играет роли при $R \to 0$, т. е. в начале расширения независимо от параметра Ω_0 плотность падала по закону $\rho(t) = 1/8\pi G t^2$, т.е. $\rho \sim 1/t^2$ и во всех случаях в начале расширения средняя плотность уменьшалась со временем по закону для плоской Вселенной.

Эволюция расширения

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = G\frac{8\pi\rho_0 R_0^3}{3R} - (H_0R_0)^2\left(\frac{\rho_{cr}}{\rho_0} - 1\right)$$

- Второе слагаемое, пропорциональное $(\Omega_0 - 1)$, не играет роли при $R \to 0$, т. е. в начале расширения независимо от параметра Ω_0 плотность падала по закону $\rho(t) = 1/8\pi G t^2$, т.е. $\rho \sim 1/t^2$ и во всех случаях в начале расширения средняя плотность уменьшалась со временем по закону для плоской Вселенной.

- Современные астрономические наблюдения дают основания предполагать ускоренное расширение Вселенной, т. е. $d^2R/dt^2 > 0$.

Эволюция расширения

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = G\frac{8\pi\rho_0 R_0^3}{3R} - (H_0R_0)^2\left(\frac{\rho_{cr}}{\rho_0} - 1\right)$$

- Второе слагаемое, пропорциональное $(\Omega_0 - 1)$, не играет роли при $R \to 0$, т. е. в начале расширения независимо от параметра Ω_0 плотность падала по закону $\rho(t) = 1/8\pi Gt^2$, т.е. $\rho \sim 1/t^2$ и во всех случаях в начале расширения средняя плотность уменьшалась со временем по закону для плоской Вселенной.

- Современные астрономические наблюдения дают основания предполагать ускоренное расширение Вселенной, т. е. $d^2R/dt^2 > 0$.

- Это можно описать, введя в модель силы отталкивания, действующие на больших расстояниях. Такой физический эффект оказывает, например, положительная космологическая постоянная, введенная А. Эйнштейном в 1917 г. для получения стационарных решений ОТО в применении ко всей Вселенной.

Эволюция расширения

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = G\frac{8\pi\rho_0 R_0^3}{3R} - (H_0R_0)^2\left(\frac{\rho_{cr}}{\rho_0} - 1\right)$$

- Второе слагаемое, пропорциональное $(\Omega_0 - 1)$, не играет роли при $R \to 0$, т. е. в начале расширения независимо от параметра Ω_0 плотность падала по закону $\rho(t) = 1/8\pi G t^2$, т.е. $\rho \sim 1/t^2$ и во всех случаях в начале расширения средняя плотность уменьшалась со временем по закону для плоской Вселенной.

- Современные астрономические наблюдения дают основания предполагать ускоренное расширение Вселенной, т. е. $d^2R/dt^2 > 0$.

- Это можно описать, введя в модель силы отталкивания, действующие на больших расстояниях. Такой физический эффект оказывает, например, положительная космологическая постоянная, введенная А. Эйнштейном в 1917 г. для получения стационарных решений ОТО в применении ко всей Вселенной.

- Введение космологической постоянной меняет картину качественно: наблюдаемое сегодня ускоренное расширение Вселенной означает положительную вторую производную по времени от масштабного фактора.

Влияние давления

- До сих пор мы рассматривали модель, в которой Вселенная заполнена материей без давления.

Влияние давления

- До сих пор мы рассматривали модель, в которой Вселенная заполнена материей без давления.
- Для релятивистских частиц (фотоны, маломассивные нейтрино), энергия пропорциональна импульсу $E \sim pc$ (точное равенство имеет место для безмассовых частиц) и давление $P = \epsilon/3$. Для обычного вещества – гораздо меньше.

Влияние давления

- До сих пор мы рассматривали модель, в которой Вселенная заполнена материей без давления.
- Для релятивистских частиц (фотоны, маломассивные нейтрино), энергия пропорциональна импульсу $E \sim pc$ (точное равенство имеет место для безмассовых частиц) и давление $P = \epsilon/3$. Для обычного вещества – гораздо меньше.
- Для обычного вещества плотность падает как куб масштабного фактора, $\rho \sim 1/V = 1/R^3$.

Влияние давления

- До сих пор мы рассматривали модель, в которой Вселенная заполнена материей без давления.
- Для релятивистских частиц (фотоны, маломассивные нейтрино), энергия пропорциональна импульсу $E \sim pc$ (точное равенство имеет место для безмассовых частиц) и давление $P = \epsilon/3$. Для обычного вещества – гораздо меньше.
- Для обычного вещества плотность падает как куб масштабного фактора, $\rho \sim 1/V = 1/R^3$.
- Для релятивистских частиц при адиабатическом расширении плотность падает быстрее, т. к. уменьшается их концентрация ($\sim 1/R^3$) и уменьшается энергия каждого фотона из-за красного смещения ($\sim 1/R$), поэтому $\epsilon \sim 1/R^4$.

Влияние давления

- Температура равновесного излучения в расширяющейся Вселенной падает обратно пропорционально масштабному фактору: $T \sim 1/R$.
- Значит температура равновесного излучения эволюционирует при адиабатическом расширении так же, как и частота, т. е. изменяется пропорционально красному смещению.
- Как было показано Толменом, в рамках ОТО учет давления сводится к замене плотности на плотность энергии ϵ, т. е. на сумму плотности и утроенного давления: (давление как бы создает добавочную плотность и само является источником гравитационного поля в ОТО).
- Тогда уравнение движения (9) запишется как

$$\frac{d^2R}{dt^2} = -\frac{4\pi G}{3} R \left(\rho + \frac{3P}{c^2}\right), \tag{17}$$

а уравнение энергии не изменится.

Влияние давления

$$\frac{d^2R}{dt^2} = -\frac{4\pi G}{3}R\left(\rho + \frac{3P}{c^2}\right),$$

- В ОТО при наличии давления ускорение при расширении зависит от суммы $\rho + 3P/c^2$, а потенциальная энергия по-прежнему определяется только плотностью вещества ρ.

Влияние давления

$$\frac{d^2R}{dt^2} = -\frac{4\pi G}{3}R\left(\rho + \frac{3P}{c^2}\right),$$

- В ОТО при наличии давления ускорение при расширении зависит от суммы $\rho + 3P/c^2$, а потенциальная энергия по-прежнему определяется только плотностью вещества ρ.
- Если $P > 0$, то в ранней Вселенной эффективная плотность была больше из-за огромного давления релятивистских частиц и излучения, поэтому **положительное давление всегда замедляет расширение**.

Влияние давления

$$\frac{d^2R}{dt^2} = -\frac{4\pi G}{3} R \left(\rho + \frac{3P}{c^2}\right),$$

- В ОТО при наличии давления ускорение при расширении зависит от суммы $\rho + 3P/c^2$, а потенциальная энергия по-прежнему определяется только плотностью вещества ρ.
- Если $P > 0$, то в ранней Вселенной эффективная плотность была больше из-за огромного давления релятивистских частиц и излучения, поэтому **положительное давление всегда замедляет расширение**.
- Определяя, константу энергии из условия $dR/dt|t_0 = H_0 R_0$, получаем, что динамика расширения и при наличии давления всецело зависит только от величины полной плотности $\Omega_0 \equiv \rho_0/\rho_{cr}$.

Модели Фридмана с Λ

$$\frac{d^2R}{dt^2} = -\frac{4\pi G}{3}R\left(\rho + \frac{3P}{c^2}\right),$$

- Ускоренное расширение можно описать, если ввести дополнительное положительное слагаемое в уравнение движения или считать, что выражение в скобках в этом уравнении отрицательно.
- Фактически, это две разные интерпретации одного и того же явления.
- Первая возможность реализуется в моделях Фридмана с космологической постоянной.
- Вторая — если предположить, что Вселенная заполнена некоторой субстанцией («темной энергией») с отрицательным давлением.

Модели Фридмана с Λ

Космологическая постоянная Λ, введенная в уравнения ОТО Эйнштейном, представляется простейшей модификацией модели.

Уравнение энергии:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} - \left(\frac{kc^2}{a^2}\right) + \frac{\Lambda c^2}{3} \tag{18}$$

Уравнение движения:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = \frac{4\pi G}{3}\left(\rho + \frac{3P}{c^2}\right) + \frac{\Lambda c^2}{3} \tag{19}$$

Уравнение неразрывности:

$$\frac{d\rho}{dt} = -3H\left(\rho + \frac{P}{c^2}\right) \tag{20}$$

Модели Фридмана с Λ

- В уравнения Фридмана не входят произвольные физические константы, т. е. при заданном знаке кривизны пространства ($k = \pm 1, 0$) и Λ эволюция происходит по определенному закону, зависящему только от связи давления и плотности (уравнения состояния) $P(\rho)$.
- Обозначим $\dot{a}/a \equiv H$ — параметр Хаббла и поделим на H^2 обе части уравнения энергии (18)
- Вводя безразмерные переменные

$$\Omega_m = \frac{8\pi G\rho}{3H^2} = \frac{\rho}{\rho_c r}, \; \Omega_c = -\frac{kc^2}{a^2H^2}, \; \Omega_\Lambda = \frac{\Lambda c^2}{3H^2}. \tag{21}$$

записываем уравнение энергии, верное для любого момента времени, в компактном виде:

$$1 = \Omega_m + \Omega_c + \Omega_\Lambda \tag{22}$$

Модели Фридмана с Λ

$$1 = \Omega_m + \Omega_c + \Omega_\Lambda$$

- $\Omega_m = \frac{8\pi G\rho}{3H^2} = \frac{\rho}{\rho_c r}$ – вещество;
- $\Omega_c = -\frac{kc^2}{a^2 H^2}$ – кривизна пространства;
- $\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda c^2}{3H^2}$ – космологическая постоянная («тёмная энергия»).

Модели Фридмана с Λ

$$1 = \Omega_m + \Omega_c + \Omega_\Lambda$$

- $\Omega_m = \dfrac{8\pi G\rho}{3H^2} = \dfrac{\rho}{\rho_c r}$ – вещество;
- $\Omega_c = -\dfrac{kc^2}{a^2H^2}$ – кривизна пространства;
- $\Omega_\Lambda = \dfrac{\Lambda c^2}{3H^2}$ – космологическая постоянная («тёмная энергия»).

Космологическая постоянная Λ имеет размерность [см$^{-2}$]. Современные наблюдения указывают на значение $\Omega_\Lambda \approx 0.7$. Это значит, что плотность энергии, связанная с современной космологической постоянной,

$$\epsilon_\Lambda = \Omega_\Lambda \rho_{cr} c^2 = \frac{\Lambda c^4}{8\pi G} \sim \rho_{cr} c^2 \sim 10^4 (\text{эВ} \cdot \text{см}^{-3}).$$

При $\Lambda = const$ плотность этой энергии не изменяется при адиабатическом расширении: $\epsilon_\Lambda = const$.

Современная кривизна

- Знак пространственной кривизны (т. е. гауссовой кривизны 3-мерной гиперповерхности в фиксированный момент времени) не изменяется в ходе эволюции Вселенной, хотя величина ее (если кривизна ненулевая) зависит от времени.

Современная кривизна

- Знак пространственной кривизны (т. е. гауссовой кривизны 3-мерной гиперповерхности в фиксированный момент времени) не изменяется в ходе эволюции Вселенной, хотя величина ее (если кривизна ненулевая) зависит от времени.
- Кривизна пространства определяется полной плотностью энергии, которая включает в себя плотность всех видов материи, как види мой (барионной), так и невидимой (небарионной), имеющих положительное давление и являющихся источником гравитации, а так же плотность «темной энергии» с отрицательным давлением, создающей своего рода «антигравитацию» в больших масштабах:

$$\Omega_c = 1 - (\Omega_m + \Omega_\Lambda)$$

Современная кривизна

- Знак пространственной кривизны (т. е. гауссовой кривизны 3-мерной гиперповерхности в фиксированный момент времени) не изменяется в ходе эволюции Вселенной, хотя величина ее (если кривизна ненулевая) зависит от времени.
- Кривизна пространства определяется полной плотностью энергии, которая включает в себя плотность всех видов материи, как види мой (барионной), так и невидимой (небарионной), имеющих положительное давление и являющихся источником гравитации, а так же плотность «темной энергии» с отрицательным давлением, создающей своего рода «антигравитацию» в больших масштабах:
$$\Omega_c = 1 - (\Omega_m + \Omega_\Lambda)$$
- Современные наблюдения далеких сверхновых, а также измерения рентгеновских скоплений галактик, свойств крупномасштабной структуры и реликтового излучения дают $\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$ с точностью, лучше 10%, т. е. кривизна 3-мерного пространства мала.

Плоская Вселенная

В наиболее интересном с точки зрения современных наблюдений случае плоской Вселенной ($k = 0$), заполненной гравитирующей материей (барионная составляющая плюс темная материя) с плотностью

$$\Omega_m = \Omega_b + \Omega_{DM}$$

и космологической постоянной с плотностью Ω_Λ , имеем

$$\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1,$$

а параметр Хаббла $H(z)$ можно переписать в виде:

$$H^2(z) = H_0^2(\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda)$$

Для плоской Вселенной без космологической постоянной, заполненной веществом с уравнением состояния: $P = \omega \rho c^2$ уравнения Фридмана имеют решение

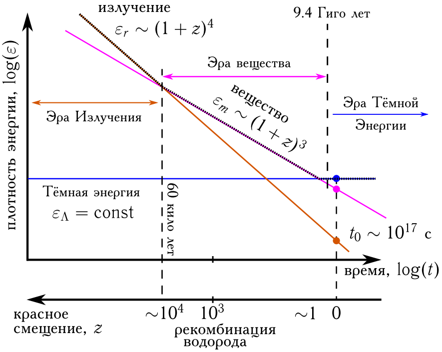
$$a(t) = a_0 \left(\frac{t}{t_0}\right)^{\frac{2}{3(\omega+1)}}$$

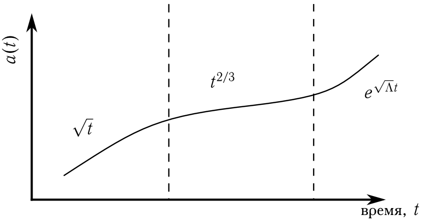
- $\omega = 0$ – расширение с нулевым давлением (пыль), $a(t) \sim t^{2/3}$;
- $\omega = 1/3$ – газ релятивистских частиц, $a(t) \sim t^{1/2}$ – эволюция на радиационно-доминированной стадии;

В плоской модели с $\Lambda > 0$ для пылевидной материи с $P = 0$ есть решение:

$$a(t) \sim \left(\sinh \frac{3}{2}\sqrt{\frac{\Lambda}{3}} ct\right)^{2/3},$$

которое переходит от $a \sim t^{2/3}$ к $a \sim e^{\sqrt{\frac{\Lambda}{3}} t}$





Горячая Вселенная

- Решение Фридмана приводит к $\rho \to \infty$ при $z \to +\infty$, $t \to 0$.
- С физической точки зрения обращение плотности в бесконечность не имеет смысла и говорит о том, что требуется более адекватное описание.

Горячая Вселенная

- Решение Фридмана приводит к $\rho \to \infty$ при $z \to +\infty$, $t \to 0$.
- С физической точки зрения обращение плотности в бесконечность не имеет смысла и говорит о том, что требуется более адекватное описание.

Физическое описание состояния материи при сверхвысоких плотностях и температурах базируется на определенных постулатах:

1. Остаются в силе основные физические принципы: сохранение барионного и лептонного числа и электрического заряда при взаимодействиях частиц, I-е и II-е начала термодинамики.

2. Если время установления равновесия между взаимодействующими частицами много меньше времени расширения, то можно считать, что расширение происходит адиабатически, $TdS = 0$, и энтропия Вселенной не изменяется. Это условие должно выполняться на всех стадиях расширения "ранней" Вселенной из-за высокой концентрации частиц.

3. Состояние равновесия вещества определяется энтропией и другими сохраняющимися величинами и не зависит от путей перехода к равновесию

Горячая Вселенная

- Теория горячей Вселенной (англ. Big Bang, в русском переводе "Большой взрыв") была развита в 1940-х гг. в работах Гамова, Дикке, Алфера и Хермана, рассмотревших состояние вещества, при котором плотность энергии излучения ϵ_r намного больше плотности энергии вещества $\epsilon_m = \rho_m c^2$.
- Их идея состояла в объяснении наблюдаемого в настоящее время химического состава вещества ядерными реакциями в ранней Вселенной.
- Фактически они предсказали наличие реликтового микроволнового излучения с температурой в несколько K, оставшегося от эпохи, когда плазма была непрозрачна для излучения и находилось с ним в состоянии термодинамического равновесия.

Горячая Вселенная

- При адиабатическом расширении Вселенной температура равновесного излучения $T \sim 1/a \sim (1+z)$
- Плотность обычного нерелятивистского (барионного) вещества $\rho_b \sim 1/a^3 \sim (1+z)^3$,
- Поэтому в ходе расширения выполняется отношение

$$T^3/\rho_b = const.$$

- Это важнейшая сохраняющаяся величина в расширяющейся Вселенной, т. к. она пропорциональна отношению концентрации равновесных фотонов $n_\gamma \sim T^3$ к концентрации барионов n_b , и с точностью до численного коэффициента это отношение можно принять в качестве энтропии излучения, приходящейся на один барион.

Горячая Вселенная

- Выражая n_b через критическую плотность и долю барионов в общей плотности Ω_b,

$$n_b = \frac{\rho_{cr}}{m_p} = 1.124 \cdot 10^{-5} \Omega_b h_{100}^2 \text{ см}^{-3},$$

(где h_{100} – современное значение постоянной Хаббла в единицах 100 км/(с · Мпк)) и учитывая, что для реликтового излучения с $T \approx 2.73$ K

$$n_\gamma \approx 411(1+z)^3 \text{ см}^{-3},$$

получаем

$$\eta \simeq n_b/n_\gamma \approx 2.7 \cdot 10^{-8} \Omega_b h_{100}^2. \qquad (23)$$

- Высокое значение удельной энтропии $1/\eta \sim 10^9$ объясняет термин "горячая Вселенная".

- До эпохи рекомбинации, т. е. когда излучение сильно взаимодействовало с веществом, вещество должно было принимать температуру равновесного излучения, а значит спектр излучения оставался очень близким к чернотельному.

Горячая Вселенная

- Состояние материи, при котором преобладающую роль в плотности энергии играют релятивистские частицы, а плотность энергии тяжелых частиц (барионов) пренебрежимо мала, описывается формулой для давления релятивистских частиц, $P = \epsilon/3$.

- Плотность энергии при расширении падает как $\epsilon(t) \sim t^{-2}$, а плотность энергии излучения есть $\epsilon_r = a_r T^4$.

- Плотность энергии релятивистских частиц, находящихся в равновесии с излучением $\epsilon = \xi a_r T^4$, где $\xi > 1$ – численный коэффициент, учитывающий число различных сортов релятивистских частиц, вносящих вклад в полную плотность энергии.

- Поскольку суммарная плотность энергии падает как t^{-2} , можно получить зависимость температуры материи как функцию времени, прошедшего с начала расширения:

$$T \approx \frac{1.3\,\text{МэВ}}{\xi^{1/4}\sqrt{t}} \Rightarrow t \approx \frac{1.7\ \text{с}}{(t/1\ \text{МэВ})^2 \xi^{1/2}}. \tag{24}$$

Последняя формула неплохо описывает ситуацию до $T \sim 10^{12}$ K (при более высоких температурах число сортов частиц точно не известно).

Барионная асимметрия

- Во Вселенной отсутствуют и наблюдаемые проявления антивещества.
- О барионной асимметрии также свидетельствует большая величина наблюдаемого от ношения $n_\gamma/n_b \sim 10^9$.
- В модели горячей Вселенной реликтовые фотоны образовались в основном при аннигиляции частиц и античастиц в эпоху бариогенезиса, после чего каждый фотон многократно рассеивался, поглощался и переизлучался, а энергия фотонов постепенно падала до современных значений, соответствующих температуре реликтового излучения.
- Если бы число частиц и античастиц было одинаковым, при падении температуры они бы все проаннигилировали в фотоны, и вещества в природе не было бы.
- Однако наличие одной лишней частицы на миллиард пар частица-античастица привело к "выживанию" барионной материи.
- По предложению А. Д. Сахарова (1967), барионная асимметрия Вселенной должна быть связана с нарушением закона сохранения барионного числа, идентичности свойств частиц и античастиц (CPT-инвариантность) и условий полного ТДР в расширяющейся Вселенной.

Первичный нуклеосинтез

- При температуре $T > 1$ МэВ сложные атомные ядра существовать не могли, т. к. они эффективно разрушались при столкновениях с фотонами, электронами и позитронами.

- Вместо них существовали лишь свободные протоны и нейтроны (а еще раньше — кварки и антикварки, из которых и образовались устойчивые барионы).

- По мере расширения Вселенной и снижения температуры ($T \sim t^{-1/2}$) равновесная концентрация нейтронов уменьшалась в соответствии с распределением Больцмана в равновесном газе:

$$n_n/n_p \sim \exp\left(-\Delta mc^2/kT\right), \tag{25}$$

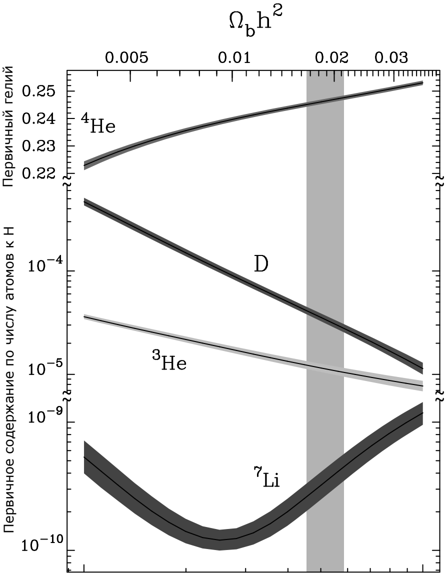
  где разность масс покоя нейтрона и протона $\Delta mc^2 = 1.293$ МэВ.

- Равновесие обуславливалось реакциями слабого взаимодействия.

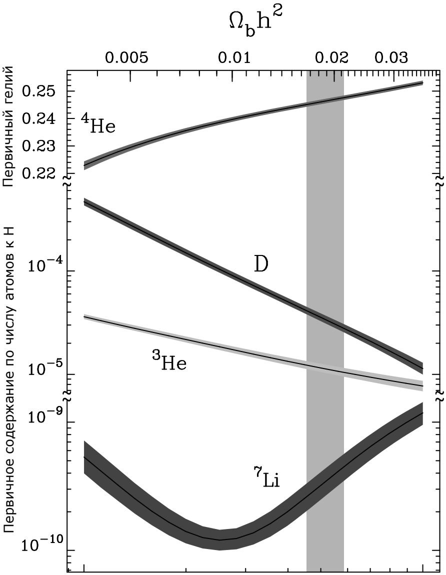
Первичный нуклеосинтез

- Если бы термодинамическое равновесие поддерживалось по мере остывания и дальше, то относительная концентрация нейтронов экспоненциально стремилась бы к нулю, и ни о каком нуклеосинтезе не могло быть и речи.
- Однако остывание приводит к нарушению равновесия при такой температуре ($T_f \simeq 0.7$ МэВ), при которой отношение концентраций протонов и нейтронов «застывает» на значении 0.19.
- Нейтроны соединяются с протонами с образованием ядер дейтерия $n + p \to D + \gamma$, а энергии и концентрации фотонов уже недостаточно для разрушения образовавшихся ядер дейтерия. Происходит накопление ядер и идут дальнейшие реакции:
$$\mathrm{D} + \mathrm{D} \to {}^3\mathrm{H} + p; \qquad \mathrm{D} + \mathrm{D} \to {}^3\mathrm{He} + n;$$
$${}^3\mathrm{He} + \leftrightarrow {}^3\mathrm{H} + p; \qquad {}^3\mathrm{H} + \mathrm{D} \to {}^4\mathrm{He} + n.$$
- Из-за расширения Вселенной эпоха первичного нуклеосинтеза завершается к моменту $t \approx 200$ с

- Важнейший параметр расчетов относительного содержания первичных элементов – удельная энтропия $1/\eta$ (определяемая как n_γ/n_b – отношение концентраций фотонов и барионов), которая не меняется в ходе расширения.
- Эта величина также может быть выражена через относительную плотность барионов Ω_b и современное значение параметра Хаббла h_{100}
- Первичный химический состав дозвездного вещества предсказывается в теории горячей Вселенной состоящим из $H(75\%)$, $^4He(25\%)$ — по массе и $D(3 \cdot 10^{-5})$, $^3He(2 \cdot 10^{-5})$, $^7Li(10^{-9})$ – по числу атомов относительно водорода.



- Измерения первичного химсостава, налагают независимые ограничения на плотность барионного вещества во Вселенной $\Omega_b \simeq 0.04$.
- Для сравнения: вклад светящегося вещества (звезды, газ) по результатам наблюдений составляет $\Omega_b \simeq 0.005$.
- Отсюда следует важный вывод: во Вселенной должно существовать невидимое барионное вещество, масса которого существенно превышает массу непосредственно наблюдаемого вещества.
- Большая часть барионного вещества, по-видимому, сосредоточена в межгалактическом газе, где его трудно обнаружить из-за низкой плотности.



Реликтовое излучение

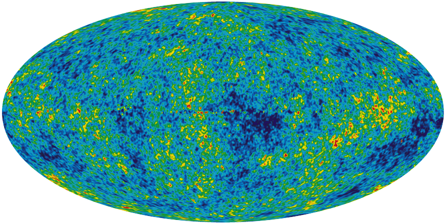
- На радиационно-доминированной стадии в условиях полного термодинамического равновесия спектр излучения был спектром АЧТ с температурой, падающей обратно пропорционально масштабному фактору: $T \sim 1/a(t)$.

- Как только время взаимодействия фотонов с веществом (в основном, за счет томсоновского рассеяния на электронах) $\tau = 1/(n_\gamma \sigma_T c) \sim (1+z)^{-3}$ стало больше характерного времени расширения $a/\dot{a}$ (то есть длина свободного пробега фотона начала превышать размер причинно-связанной области $ct \sim (1+z)^{-3/2}$), фотоны перестали обмениваться энергией с плазмой, однако спектр излучения при однородном расширении остался чернотельным с температурой
$$T(z) = T_0(1+z),$$
$T_0 \simeq 2.73$ K – современное значение температуры реликтового излучения.

Рекомбинация

- Вселенная стала прозрачной для излучения при понижении температуры плазмы до $T_r \approx 3000$ K.
- При такой температуре происходит рекомбинация свободных электронов с протонами с образованием атомов водорода (гелий рекомбинирует несколько раньше).
- Эпоха рекомбинации таким образом наступает при $1 + z \simeq 3000/2.76 \sim 1100$, т. е. формально на стадии доминантности вещества, когда роль излучения в динамике расширения уже пренебрежимо мала.
- Время расширения до эпохи рекомбинации составляет $t_r \simeq 3.7 \cdot 10^5$ лет.

- Важнейший космологический результат, полученный по измерениям реликтового фона, относится к измерениям флуктуаций его температуры на различных угловых масштабах.
- Существование флуктуаций температуры (а значит и интенсивности) реликтового излучения является обязательным в модели горячей Вселенной.
- Поскольку на стадии рекомбинации должны были существовать флуктуации плотности, из которых впоследствии из-за гравитационной неустойчивости смогла образоваться вся наблюдаемая крупномасштабная структура.



Панорама анизотропии реликтового излучения с исключённым изображением Галактики, изображением радиоисточников и изображением дипольной анизотропии. Красные цвета означают более горячие области, а синие цвета — более холодные области. По данным спутника WMAP

Трудности классической космологии

- Теория классической космологии (метрика Фридмана-Робертсона-Уокера, уравнения Фридмана на основе ОТО), модель горячей Вселенной (первичный нуклеосинтез, объяснение реликтового излучения), подтвержденная астрономическими наблюдениями, довольно быстро столкнулась с рядом трудностей.
- Самые главные из них:
  - Проблема причинности.
  - Проблема нулевой кривизны (плоского мира).

Проблема причинности

- Реликтовое излучение приходит изотропно со всех направлений на небе.
- После эпохи рекомбинации ($z_r \approx 1100$, $t_r \sim 10^{13}$ с) оно практически не взаимодействует с веществом в расширяющейся Вселенной.
- Размер горизонта на момент рекомбинации $l_h \approx ct_r$, поэтому в настоящее время ($t_0 \approx 3 \cdot 10^{17}$ с) участки неба с угловыми размерами, превышающими $\theta \sim (1 + z_r)(ct_r/ct_0) \approx 2^o$ оказываются причинно не связанными между собой.
- Почему же тогда наблюдается столь изотропное распределение вещества и реликтового излучения?

Проблема причинности

- Проблема заключается в объяснении того, как отдельные области успели «обменяться» информацией в прошлом до эпохи рекомбинации.

- Предполагая рост масштабного фактора $a(t) \approx \sqrt{t}$ в соответствии с уравнениями Фридмана с самого начала расширения Вселенной, этого объяснить нельзя, поскольку при расширении с замедлением размер горизонта частиц растет пропорционально времени, прошедшего с начала расширения, а физическое расстояние между двумя произвольными точками увеличивается медленнее, пропорционально масштабному фактору.

- При таком законе расширения (расширение с замедлением), если какие-либо области в настоящее время области причинно не связаны, они не были причинно-связанными и в прошлом.

Проблема нулевой кривизны

- Другая проблема была связана с близостью современной средней плотности к критической.

- Уравнение Фридмана для масштабного фактора можно переписать через $\Omega = \rho/\rho_{cr}$ и постоянную Хаббла $H = \dot{a}/a$ в виде:
$$\frac{|\rho - \rho_{cr}|}{\rho_{cr}} = |\Omega - 1| = \frac{c^2|k|}{a^2H^2}, \tag{26}$$
где $k = 0$ для плоской модели или $k = \pm 1$ для закрытой или открытой модели.

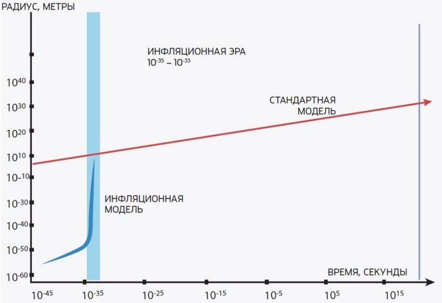
- При замедленном росте масштабного фактора ($\ddot{a} < 0$) величина $|\Omega - 1| \sim 1/\dot{a}^2$ в прошлом была ближе к нулю.

- На фридмановской стадии расширения $a(t) \sim t^\alpha$, $\alpha < 1$, и $|\Omega - 1| \sim t^{2(1-\alpha)}$, непрерывно возрастая с t.

- Поэтому близость Ω к 1 в настоящее время (с точностью 0.1 означает, что в прошлом плотность практически точно совпадала с критической (с точностью $3 \cdot 10^{-5}$ в эпоху рекомбинации).

Инфляция

- Основная идея модели инфляционной Вселенной (А. Д. Линде, А. Гус, А. А. Старобинский) состоит в том, что в очень ранней Вселенной существовала необычная форма материи, которая создавала своего рода «антигравитацию», заставляя Вселенную расширяться с ускорением $\ddot{a} > 0$.
- В рамках ОТО источником гравитационного поля является не только вещество, но и давление (поток импульса).
- Нет физического закона, который бы запрещал иметь отрицательное давление.



$$a(t) = a_0 \exp\left[\sqrt{\frac{8\pi G\rho}{3}}t\right] \qquad (27)$$

Инфляция

- Если в прошлом существовала эпоха, когда масштабный фактор рос экспоненциально, то любые изначально причинно связанные области быстро «расходились» на расстояния много больше горизонта частиц.
- Значит, нет ничего удивительного в том, что эти когда-то причинно-связанные области на стадии более медленного роста масштабного фактора видны как причинно-несвязанные, но имеющие те же свойства.
- При экспоненциальном расширении, при котором постоянная Хаббла оказывается постоянным или медленно меняющимся параметром, Ω будет оставаться близкой к 1 в процессе расширения, а кривизна пространства, соответственно, будет стремиться к нулю независимо от начального значения. Это снимает парадокс «плоского» мира.