

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ ИМ. Г. И. БУДКЕРА
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

ПЕТРЕНКО Алексей Васильевич

**МОДЕЛЬНО-НЕЗАВИСИМЫЙ АНАЛИЗ И
КАЛИБРОВКА МОДЕЛЕЙ ПОПЕРЕЧНОГО
ДВИЖЕНИЯ ПУЧКА В НАКОПИТЕЛЯХ**

01.04.20 – Физика пучков заряженных частиц и ускорительная техника

Диссертация на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук

Научный руководитель
Диканский Николай Сергеевич,
доктор физико-математических наук,
профессор, академик

НОВОСИБИРСК — 2012

Оглавление

Введение	4
Глава 1. Обзор современных методов измерения линейной оптики накопителей	8
1.1 Калибровка модели накопителя методом матрицы откликов .	8
1.1.1 Искажение орбиты тонким дипольным корректором .	9
1.1.2 Протяженный дипольный корректор	13
1.1.3 Отклики частот бетатронных колебаний	16
1.1.4 Оптимизационная функция	19
1.2 Гармонический анализ бетатронных колебаний	22
1.3 Модельно-независимый анализ бетатронных колебаний	24
Глава 2. Решение задачи разделения смешанных мод в модельно-независимом анализе	30
2.1 Связь между пространственными модами МНА и оптическими функциями	30
2.2 Разделение бетатронных мод МНА	34
Глава 3. Результаты анализа экспериментальных данных с разных установок	43
3.1 Пооборотные измерения на Тэватроне	43
3.1.1 Определение положения вибрирующих квадруполей .	54
3.2 Измерение оптики быстроциклического протонного синхротрона (Бустера) в лаборатории им. Ферми	57
3.2.1 Экранирование поля корректора вихревыми токами в вакуумной камере	64

3.3	Измерение ионной оптики накопителя ESR	70
3.4	Измерение электронной оптики накопителя-охладителя Инжекционного комплекса ВЭПП-5	84
3.4.1	Измерение угла инжекции пучка	84
3.4.2	Оптоволоконный датчик потерь пучка	88
3.4.3	Измерения откликов орбиты и частот бетатронных колебаний	88
3.4.4	Скрытые параметры модели накопителя-охладителя .	92
3.4.5	Орбита в секступолях	97
3.4.6	Пооборотные измерения	101
3.4.7	Измерения параметров пучка по расфазировке бетатронных колебаний	103
3.5	Программное обеспечение	108
Глава 4. Возможные применения пучков, выпущенных из накопителя-охладителя, для экспериментов по плазменному ускорению		113
4.1	Установка для исследования плазменного кильватерного ускорения	113
4.2	Продольная коллимация пучка в накопителе	120
Заключение		127
Литература		130

Введение

Современные ускорители и накопители заряженных частиц являются сложными установками, в которых качество пучка зависит от большого числа скрытых параметров. Например, несмотря на то, что характерная точность стабилизации тока в обмотках электромагнитов накопителей $\Delta I/I \sim 10^{-5}$, многочисленные ошибки изготовления и установки магнитных элементов (которые также могут со временем изменяться) приводят к существенному отклонению реальной оптики накопителя от проектных значений. Настройка и последующий контроль электронно- или ионно-оптических параметров накопителя являются важными задачами, для решения которых существует множество подходов, зависящих от конкретного типа установки. Данная работа посвящена методам измерения и контроля оптики накопителей путем наблюдения реакции пучка на различные возмущения его поперечного движения. Целью работы является развитие существующих методик, а также их практическое применение для решения задач диагностики параметров накопителей на следующих установках:

- протон-антипротонном коллайдере Тэватрон (лаборатория им. Ферми, США);
- быстроциклическом синхротроне (Бустере) в лаборатории им. Ферми;
- накопителе ионов ESR (исследовательский центр GSI, Дармштадт, Германия);
- накопителе-охладителе (e^+/e^-) инжекционного комплекса ВЭПП-5 (Институт ядерной физики СО РАН).

Существующие подходы к измерению ускорительной оптики можно разделить на две категории: модельно-независимые и модельно-зависимые

методы. В первом случае интересующие нас характеристики установки измеряются напрямую, тогда как во втором случае измеренные данные используются для калибровки компьютерной модели накопителя и далее по калиброванной модели вычисляются важные для экспериментов параметры установки. Два этих метода выгодно сочетать, используя, например, результаты быстрых модельно-независимых измерений для проверки точности калибровки модели.

В качестве основного модельно-зависимого подхода в последние годы широко используется метод матрицы откликов замкнутой орбиты [1, 2]. Его преимущества заключаются в высокой точности и универсальности — этот метод можно применить практически для любого накопителя, так как требуется измерять только положение замкнутой орбиты пучка. Основным недостатком этого метода следует признать большое время снятия полной матрицы откликов. Например, на Тэватроне эти измерения занимают 2 часа пучкового времени и, очевидно, их нельзя проводить часто. Это послужило мотивацией для нашего исследования возможностей применения модельно-независимого анализа [8, 10] пооборотных сигналов с датчиков положения пучка в Тэватроне (а именно, пооборотных координат пучка, совершающего когерентные бетатронные колебания после удара инфлектора). Подобные измерения, занимающие очень мало пучкового времени, могут быть использованы для определения бетатронных функций и набегов фаз бетатронных колебаний между датчиками. Эта информация может быть важной как сама по себе, так и для проверки правильности предсказаний модели, калиброванной ранее методом матрицы откликов. Особенностью Тэватрона является то, что в этом коллайдере рабочая точка расположена близко к разностному резонансу связи и поэтому синхро-бетатронные сателлиты, со-

ответствующие разным бетатронным частотам, могут перекрываться. Это затрудняет, либо делает невозможным применение традиционного частотного анализа пооборотных данных [11].

В быстроциклическом (15 Гц) Бустере положение орбиты от выстрела к выстрелу оказалось удивительно хорошо воспроизводимым, что неожиданно открыло возможность применить для этого ускорителя метод калибровки модели по матрице откликов замкнутой орбиты. В случае Бустера быстрые пооборотные измерения не обладают требуемой точностью как из-за проблем с синхронизацией между пучком и датчиками, так и по причине быстрой расфазировки когерентных бетатронных колебаний.

С применением метода матрицы откликов замкнутой орбиты для накопителя ESR основная сложность была в неудовлетворительной точности измерений горизонтального положения замкнутой орбиты (горизонтальная апертура вакуумной камеры на ESR очень большая — 20 см) простым решением этой проблемы стали дополнительные измерения бета-функции в квадрупольях накопителя и включение этих измерений в число подгоняемых параметров модели. Разработанный для ESR метод в последствии был успешно применен и для измерения оптики накопителя-охладителя Инжекционного комплекса ВЭПП-5. В случае накопителя-охладителя основная сложность заключалась в том, что данная установка была запущена совсем недавно, поэтому не было доверия к номинальным калибровкам датчиков положения пучка и корректоров.

На защиту выносятся следующие результаты

Новая методика разделения смешанных мод, соответствующих связанным бетатронным колебаниям, в модельно-независимом анализе пооборотных сигналов с датчиков положения пучка накопителей.

Калибровка оптической модели и коррекция оптики быстроциклического протонного синхротрона на протяжении всего цикла ускорения пучка методом матрицы откликов замкнутой орбиты.

Калибровка моделей накопителей комбинированным методом матрицы откликов орбиты и частот бетатронных колебаний пучка.

Новая схема продольной коллимации пучка в накопителе для создания коротких сгустков, необходимых в экспериментах по исследованию плазменного кильватерного ускорения.

Глава 1

Обзор современных методов измерения линейной оптики накопителей

1.1. Калибровка модели накопителя методом матрицы откликов

Электромагнитные поля, направляющие движение заряженных частиц в циклических ускорителях и накопителях, контролируются с высокой точностью (типичная стабильность магнитного поля $\Delta B/B \sim 10^{-5}$). С другой стороны, такие параметры накопителя, как положение замкнутой орбиты, частота обращения пучка и частоты бетатронных колебаний также можно мониторировать с хорошей точностью. Это позволяет провести вариационные измерения ускорительной оптики, например, измерение откликов орбиты пучка на слабое возмущение отклоняющего магнитного поля, либо измерение смещения частот бетатронных колебаний при возмущении фокусирующего поля. По большому количеству таких измерений можно реконструировать точную модель ускорительной оптики [1, 2]. Обычно для этой цели эксперимент воспроизводится в модели и находится оптимальный набор неизвестных модельных параметров (например, распределение ошибок фокусировки), который лучше всего соответствует экспериментальным данным. Полученную таким образом калиброванную модель в дальнейшем удобно использовать для предсказания и коррекции различных параметров ускорителя, в том числе тех, которые не могут быть измерены напрямую.

В этом разделе мы выведем аналитические выражения для откликов замкнутой орбиты на вариацию дипольных корректоров в накопителе. Несмотря на то, что программы расчета ускорительной оптики обычно име-

ют встроенные модули, вычисляющие эти характеристики, всегда полезно иметь аналитическую модель, с помощью которой можно проверить программу. В процессе работы над диссертацией такой подход позволил выявить несколько существенных ошибок и уточнить области корректного использования некоторых функций в программе Elegant [20].

1.1.1. Искажение орбиты тонким дипольным корректором

Сначала рассмотрим искажение замкнутой орбиты непрерывного (т. е. небанчированного) пучка под действием дипольного корректора пренебрежимо малой длины. Искажение орбиты пучка вне корректора можно записать как волну бетатронных колебаний

$$x(s) = \sqrt{J\beta(s)} \cos(\psi_0 + \psi(s)), \quad (1.1)$$

где $\beta(s)$ — бета-функция и

$$\psi(s) = \int_0^s \frac{ds'}{\beta(s')} \quad (1.2)$$

набег фазы бетатронных колебаний. Константы J и ψ_0 находятся из условий

$$\begin{cases} x(s_0 + \delta s) - x(s_0 - \delta s) = 0 \\ x'(s_0 + \delta s) - x'(s_0 - \delta s) = \theta \end{cases} \quad (1.3)$$

где $\delta s \rightarrow 0$ и s_0 — положение корректора в кольце. Результирующее искажение орбиты запишется в виде

$$x(s, s_0) = \theta \frac{\sqrt{\beta(s_0)\beta(s)}}{2 \sin \pi \nu} \cos(|\psi(s) - \psi(s_0)| - \pi \nu). \quad (1.4)$$

где $\nu = \psi(L)/(2\pi)$ — частота бетатронных колебаний (L — периметр кольца). Производная $\partial x / \partial \theta$, зависящая только от β -функции, называется откликом орбиты.

Другими словами, выражение (1.4) является решением неоднородного уравнения Хилла с дельта-функцией в правой части, описывающей приращение x' в корректоре нулевой длины

$$x'' + K(s)x = \theta\delta(s - s_0). \quad (1.5)$$

Это означает, что отклик орбиты на точечный корректор является фундаментальным решением (функцией Грина) уравнения Хилла

$$G(s, s_0) = \frac{\sqrt{\beta(s_0)\beta(s)}}{2 \sin \pi\nu} \cos(|\psi(s) - \psi(s_0)| - \pi\nu). \quad (1.6)$$

Длина искаженной орбиты отличается от длины исходной орбиты на величину

$$\Delta L_c = \theta \oint \frac{G(s, s_0) ds}{\rho(s)}, \quad (1.7)$$

где ρ — радиус поворота в дипольном магните ($\rho = \infty$ вне диполей). Поскольку $G(s, s_0)$ — функция Грина для уравнения Хилла, а дисперсионная функция определяется решением неоднородного уравнения Хилла

$$D'' + K(s)D = \frac{1}{\rho(s)}, \quad (1.8)$$

удлинение орбиты пропорционально дисперсионной функции в корректоре

$$\Delta L_c = \theta D(s_0). \quad (1.9)$$

В случае когда ВЧ-резонатор накопителя включен, принцип автофазировки требует постоянства периода обращения пучка. Поэтому при искажении орбиты банчируемого пучка частицы в нем ускоряются либо замедляются так, чтобы период обращения не изменился. Это приводит к дополнительному смещению замкнутой орбиты, пропорциональному дисперсионной функции

$$x(s) = \theta G(s, s_0) + D(s) \frac{\Delta p}{p}. \quad (1.10)$$

Δp можно определить из условия постоянства периода обращения

$$\frac{L}{v} = \frac{L + \Delta L}{v + \Delta v}, \quad (1.11)$$

где v — скорость частицы. Следовательно,

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{1}{\gamma^2} \frac{\Delta p}{p}, \quad (1.12)$$

где γ — релятивистский Лоренц-фактор частиц пучка. Изменение длины орбиты банчированного пучка ΔL записывается как

$$\Delta L = \Delta L_c + \frac{\Delta p}{p} \oint \frac{D(s)ds}{\rho(s)}. \quad (1.13)$$

Второй интеграл в этом уравнении пропорционален коэффициенту уплотнения орбит

$$\alpha_p = \frac{1}{L} \oint \frac{D(s)ds}{\rho(s)}. \quad (1.14)$$

Подставляя выражение (1.13) в (1.11) найдем смещение импульса

$$\frac{\Delta p}{p} = -\frac{\gamma^2 \gamma_t^2}{\gamma^2 - \gamma_t^2} \frac{\Delta L_c}{L}, \quad (1.15)$$

где $\gamma_t = \alpha_p^{-1/2}$ — релятивистский фактор для критической энергии в накопителе. Наконец, искажение орбиты банчированного пучка

$$x(s, s_0) = \theta G(s, s_0) - \theta \frac{D(s)D(s_0)\gamma^2 \gamma_t^2}{L(\gamma^2 - \gamma_t^2)}. \quad (1.16)$$

Для ультрарелятивистских частиц $\gamma \gg \gamma_t$,

$$x(s, s_0) = \theta G(s, s_0) - \theta D(s)D(s_0)\gamma_t^2/L. \quad (1.17)$$

Используя соотношение (1.9) можно измерить дисперсионную функцию в том месте, где расположен дипольный корректор накопителя ионов с непрерывным пучком. Изменение длины орбиты при варьировании угла

корректора с хорошей точностью можно мониторировать по частоте обращения пучка наблюдая продольный спектр Шоттки. Преимущество данного метода по сравнению с традиционным (по отклику замкнутой орбиты на смещение частоты ВЧ-резонатора) в том, что он не зависит от калибровок пикапов и может применяться даже при $\gamma = \gamma_t$, т. е. в изохронном режиме работы накопителя, когда банчируванный пучок неустойчив.

Приведем также вывод формулы для искажения замкнутой орбиты при помощи матричного формализма. Такой подход можно применить в более общем случае, когда дипольная коррекция вызывает смещение орбиты и в горизонтальной и в вертикальной плоскости. Условия (1.3) запишутся в виде

$$\mathbf{X}(s_0 + \delta s) = \mathbf{X}(s_0 - \delta s) + \Delta \mathbf{X}, \quad (1.18)$$

где $\mathbf{X}(s) = (x, x', y, y', \Delta l, \Delta p/p)^T$ — шестимерные фазовые координаты частицы, движущейся по замкнутой орбите, $\Delta \mathbf{X} = (0, \theta, 0, 0, 0, 0)^T$. Для компактности формул вертикальные координаты y и y' а также соответствующие им элементы матриц будут далее опущены, но все выражения справедливы и в общем случае. Так как точки $s_0 - \delta s$ и $s_0 + \delta s$ отличаются на один оборот,

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \\ \Delta L \\ \frac{\Delta p}{p} \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \\ 0 \\ \frac{\Delta p}{p} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \theta \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (1.19)$$

где M — матрица оборота в точке s_0 , (x_0, x'_0) — поперечные фазовые координаты замкнутой орбиты в точке $s_0 + \delta s$. Подставляя в это выражение

общий вид матрицы оборота

$$M = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & 0 & M_{16} \\ M_{21} & M_{22} & 0 & M_{26} \\ M_{51} & M_{52} & 1 & M_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.20)$$

и используя соотношение (1.12) получим систему линейных уравнений на фазовые координаты банчиrowанного пучка сразу после корректора

$$(M_1 - I - \Lambda) \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \\ \frac{\Delta p}{p} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 0 \\ \theta \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (1.21)$$

где I — единичная матрица,

$$M_1 = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{16} \\ M_{21} & M_{22} & M_{26} \\ M_{51} & M_{52} & M_{56} \end{pmatrix}, \quad (1.22)$$

$$\Lambda = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{L}{\gamma^2} - 1 \end{pmatrix}. \quad (1.23)$$

Для непрерывного пучка $\Delta p/p = 0$ и из системы (1.21) необходимо исключить последнее уравнение. Зная фазовые координаты орбиты в точке s_0 можно найти их в любой другой точке s при помощи транспортной матрицы из s_0 в s .

1.1.2. Протяженный дипольный корректор

Для коррекции горизонтального положения орбиты часто применяются дополнительные обмотки во всех квадруполях и поворотных маг-

нитах. Длиной корректирующего дипольного поля в квадрупольях обычно можно пренебречь и считать эти корректоры точечными, однако, этого уже нельзя сделать, например, в случае 45-градусного поворотного магнита накопителя-охладителя Инжекционного комплекса ВЭПП-5.

В общем виде линеаризованное воздействие протяженного корректора с началом в точке s_0 и концом в точке s_1 можно представить как

$$\mathbf{X}(s_1) = R_c \mathbf{X}(s_0) + \Delta \mathbf{X}, \quad (1.24)$$

где R_c транспортная матрица через выключенный корректор, $\Delta \mathbf{X} = (\Delta x, \Delta x', 0, 0, \Delta l, 0)^T$ — добавка к фазовым координатам частицы, пропорциональная силе корректора. Для протяженного корректора, расположенного в прямолинейном участке накопителя, $\Delta x' = \theta$, $\Delta x = \theta(s_1 - s_0)/2$, $\Delta l = 0$. Аналогичный эффект дают два точечных удара одинаковой величины $\theta/2$ в точке s_0 и s_1 . Таким образом, в прямолинейном участке накопителя протяженный корректор эквивалентен двум точечным. Искажение замкнутой орбиты, посчитанное как сумма искажений от двух бесконечно тонких ударов, будет отличаться от правильного решения только внутри самого корректора.

Коррекцию в поворотном магните удобно характеризовать при помощи $\Delta B/B$ — относительной добавки к полю магнита. Учитывая, что такая добавка к магнитному полю равносильна изменению импульса частицы $\Delta p/p = -\Delta B/B$, воздействие коррекции на пучок можно выразить через элементы матрицы поворотного магнита [40], связывающие x , x' , Δl и $\Delta p/p$

В ТОЧКАХ s_0 И s_1

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \\ \Delta l \end{pmatrix}_{s_1} = \begin{pmatrix} \cos kl & \frac{\sin kl}{k} & \frac{1-\cos kl}{k^2\rho} \\ -k \sin kl & \cos kl & \frac{\sin kl}{k\rho} \\ \frac{\sin kl}{k\rho} & \frac{1-\cos kl}{k^2\rho} & \frac{kl-\sin kl}{k^3\rho^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x' \\ \frac{\Delta p}{p} \end{pmatrix}_{s_0}, \quad (1.25)$$

где $l = s_1 - s_0$ — длина магнита,

$$k = \sqrt{K} = \sqrt{\frac{1}{\rho^2} + \frac{1}{B\rho} \frac{\partial B_y}{\partial x}}. \quad (1.26)$$

Полагая $x(s_0) = x'(s_0) = 0$ и $\Delta p/p = -\Delta B/B$ получим ненулевые компоненты $\Delta \mathbf{X}$

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta x' \\ \Delta l \end{pmatrix} = -\frac{\Delta B}{B} \frac{1}{k^3\rho^2} \begin{pmatrix} k\rho(1-\cos kl) \\ k^2\rho \sin kl \\ kl - \sin kl \end{pmatrix}. \quad (1.27)$$

Так как $\Delta l \neq 0$, поэтому в случае банчируемого пучка для правильного моделирования эффекта от коррекции в диполе понадобятся уже три точечных удара (например, два по краям и один в центре магнита). Практически более удобным оказывается другой вариант — поставить в модели накопителя только два точечных корректора по краям диполя, а ошибку в длине орбиты компенсировать дополнительным слагаемым пропорциональным дисперсионной функции, по аналогии с формулой (1.16). Найдём углы корректоров, которые бы сообщали пучку Δx и $\Delta x'$, посчитанные по формуле (1.27).

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos kl & \frac{\sin kl}{k} \\ -k \sin kl & \cos kl \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \theta_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \theta_1 \end{pmatrix}. \quad (1.28)$$

Откуда выражаем углы

$$\theta_0 = \theta_1 = -\frac{\Delta B}{B} \frac{1 - \cos kl}{k\rho \sin kl}. \quad (1.29)$$

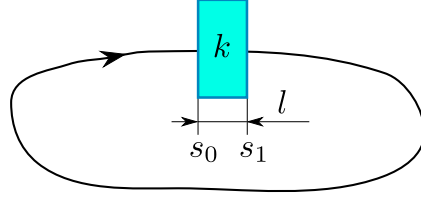


Рис. 1.1. Толстый квадруполь в кольце.

Далее находим разницу между истинным Δl , посчитанным по формуле (1.27), и той добавкой к длине траектории, которая возникнет в случае двух бесконечно тонких корректоров

$$\Delta l - \frac{1 - \cos kl}{k^2 \rho} \theta = \frac{1}{k^3 \rho^2} \left(2 \frac{1 - \cos kl}{\sin kl} - kl \right) \frac{\Delta B}{B}. \quad (1.30)$$

Таким образом, искажение замкнутой орбиты банчируемого пучка при изменении поля в длинном поворотном магните можно записать в виде

$$x(s) = x_b(s, s_0) + x_b(s, s_1) - \frac{\gamma^2 \gamma_t^2}{\gamma^2 - \gamma_t^2} \frac{D(s)}{L k^3 \rho^2} \left(2 \frac{1 - \cos kl}{\sin kl} - kl \right) \frac{\Delta B}{B} \quad (1.31)$$

где $x_b(s, s_0)$ — искажение орбиты от точечного корректора, расположенного в точке s_0 (см. выражение (1.16)), с углом θ , посчитанным по формуле (1.29).

Приведенные формулы подходят как для положительных так и для отрицательных K (в случае $K < 0$, $k = \sqrt{K}$ будет мнимым).

1.1.3. Отклики частот бетатронных колебаний

Сдвиг частоты бетатронных колебаний при изменении силы квадруполья также можно выразить в терминах оптических функций или элементов матрицы оборота. Матрица оборота в параметризации Твисса имеет вид

$$M(s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cos \mu + \begin{pmatrix} \alpha(s) & \beta(s) \\ -\gamma(s) & -\alpha(s) \end{pmatrix} \sin \mu, \quad (1.32)$$

где $\mu = 2\pi\nu$, $\alpha = -\beta'/2$, $\gamma = (1 + \alpha^2)/\beta$. Частота бетатронных колебаний определяется по следу этой матрицы

$$\text{tr}(M) = 2 \cos \mu. \quad (1.33)$$

Вклад какого-либо квадруполь в матрицу M можно выделить следующим образом

$$M(s_1) = R_q(k)R(s_1|s_0), \quad (1.34)$$

где $R(s_1|s_0)$ — транспортная матрица из s_1 в s_0 (см. рис. 1.1) и R_q транспортная матрица квадруполь.

$$R_q(k) = \begin{pmatrix} \cos kl & k^{-1} \sin kl \\ -k \sin kl & \cos kl \end{pmatrix}, \quad (1.35)$$

где $l = s_1 - s_0$ — длина квадруполь, а k характеризует его фокусирующую силу

$$k = \sqrt{K}. \quad (1.36)$$

k — действительное для R_q в плоскости, в которой квадруполь фокусирует, и мнимое для R_q в перпендикулярной плоскости, так как для квадруполь

$$K_x = -K_y = \frac{e}{pc} \frac{\partial B_y}{\partial x}. \quad (1.37)$$

Поскольку матрица $R(s_1|s_0)$ не зависит от k и $R(s_1|s_0) = R_q^{-1}M(s_1)$, выражение для отклика частоты бетатронных колебаний в терминах элементов матрицы оборота запишется в виде

$$\frac{\partial \mu}{\partial k} = -\frac{1}{2 \sin \mu} \text{tr} \left(\frac{\partial R_q}{\partial k} R_q^{-1} M(s_1) \right). \quad (1.38)$$

После перемножения всех матриц получим ту же формулу в терминах параметров Твисса в конце квадруполя:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \nu}{\partial k} = & \beta(s_1) \frac{2kl + \sin 2kl}{8\pi} + \alpha(s_1) \frac{\sin^2 kl}{2\pi k} + \\ & + \gamma(s_1) \frac{2kl - \sin 2kl}{8\pi k^2}. \end{aligned} \quad (1.39)$$

В приближении тонкой линзы, когда

$$R_q(k) \approx \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Kl & 1 \end{pmatrix}, \quad (1.40)$$

выражение (1.39) упрощаются до

$$\frac{\partial \nu}{\partial K} \approx \frac{l\beta}{4\pi}. \quad (1.41)$$

Поэтому бета-функции в квадруполе могут быть приблизительно найдены как

$$\beta \approx \frac{4\pi}{l} \frac{\partial \nu}{\partial K}. \quad (1.42)$$

Характерная точность этого приближения, например, в случае накопителя-охладителя Инжекционного комплекса ВЭПП-5 составляет $5 \div 10$ % (что сопоставимо с изменением величины бета-функции на длине квадруполя). При этом точность измерений откликов частот бетатронных колебаний обычно в несколько раз лучше.

Следует отметить, что приведенные формулы для отклика частоты бетатронных колебаний можно использовать только вдали от линейных резонансов связи. Расстояние от рабочей точки до резонанса связи должно быть много больше ширины этого резонанса. В случае если рабочая точка находится близко к резонансу, необходимо учитывать эффект связи между горизонтальными и вертикальными колебаниями (более подробно см. [41]).

1.1.4. Оптимизационная функция

Некоторые компьютерные программы расчета ускорительной оптики [20, 35] имеют встроенный оптимизационный модуль, который позволяет задавать произвольную целевую функцию, записанную в терминах параметров Твисса и элементов транспортных матриц. Используя выражения для отклика орбиты и частоты бетатронных колебаний (1.16, 1.31, 1.39) можно сконструировать целевую функцию, предназначенную для калибровки модели. Например,

$$\begin{aligned} \chi^2 = & \sum_{i,j} \left[\left(\frac{\partial x_i}{\partial \theta_j} \right)_m - \left(\frac{\partial x_i}{\partial \theta_j} \right)_t \right]^2 \frac{1}{\sigma_{ij}^2} + \\ & + \sum_n \left[\left(\frac{\partial \nu_x}{\partial k_n} \right)_m - \left(\frac{\partial \nu_x}{\partial k_n} \right)_t \right]^2 \frac{1}{\sigma_n^2}, \end{aligned} \quad (1.43)$$

где $(\partial x_i / \partial \theta_j)_m$ — измеренное значение отклика орбиты в i -м датчике на вариацию j -го корректора, $(\partial x_i / \partial \theta_j)_t$ — соответствующее теоретическое значение, σ_{ij} — точность измерения отклика орбиты. Во второй сумме — аналогичные переменные для откликов частоты горизонтальных бетатронных колебаний на вариации квадрупольей. Данную целевую функцию легко расширить для включения любых других измеримых параметров накопителя, которые могут быть вычислены при оптимизации. Оптимизационный алгоритм, снабженный подобной функцией, может найти такой набор неизвестных модельных параметров (ошибки фокусировки, калибровки корректоров и датчиков положения пучка), который соответствует минимальному значению χ^2 .

В процессе работы выяснилось, что сходимость оптимизационного алгоритма значительно улучшается, если ввести ограничение снизу на статистические точности измерения откликов (σ) в выражении для целевой

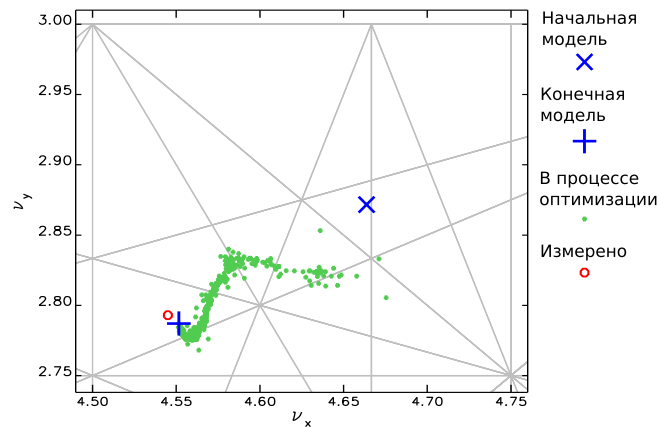


Рис. 1.2. Частоты бетатронных колебаний, предсказываемые моделью в процессе ее калибровки. Измеренные значения бетатронных частот не были включены в оптимизационную функцию для того, чтобы убедиться в правильности полученной модели.

функции. В связи с тем, что статистическая погрешность определения наклона прямой для некоторых измеренных откликов оказывается очень маленькой (меньше 1% от величины отклика), вес таких измерений в целевой функции становится непропорционально большой, и вся оптимизация сводится только к подгонке модели под эти особенно точные измерения. Другими словами, существует предел точности измерений, который адекватен систематическим ошибкам в описания действительности при помощи модели накопителя.

Чтобы убедиться в том, что процесс оптимизации сходится к реалистичному решению, некоторые измеренные параметры, например, частоты бетатронных колебаний, могут быть намеренно не включены в целевую функцию. Калиброванная модель должна предсказывать эти параметры лучше, чем исходная модель (см. рис. 1.2).

Для больших накопителей, в которых много корректоров и датчиков положения пучка, пользоваться встроенным в программы расчета оптики оптимизационным модулем становится неудобно. В этом случае программа расчета оптики используется только для определения модельных откликов орбиты, а вся оптимизация делается в отдельной, специально написанной для этого программе. Для этой цели лучше всего использовать один из вариантов многопараметрической оптимизации, основанной на обращении больших матриц при помощи сингулярного разложения (SVD) [3]. Суть метода состоит в том, чтобы при помощи линеаризации найти решение нелинейного векторного уравнения

$$\mathbf{F}_m = \mathbf{F}(\mathbf{Y}), \quad (1.44)$$

где $\mathbf{F}_m$ — вектор-столбец измеренных параметров (т. е. отношение всех измеренных откликов к точности их измерения), $\mathbf{Y}$ — подгоняемые параметры модели, которые необходимо найти, а $\mathbf{F}(\mathbf{Y})$ — компьютерная модель эксперимента по измерению всех откликов, представленная в виде векторной функции. Предположив, что исходное состояние некалиброванной модели $\mathbf{Y}_0$ достаточно близко к искомому $\mathbf{Y} = \mathbf{Y}_0 + \Delta\mathbf{Y}$, уравнение 1.44 можно линеаризовать

$$\mathbf{F}_m \approx \mathbf{F}(\mathbf{Y}_0) + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{Y}} \Delta\mathbf{Y}, \quad (1.45)$$

где $\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{Y}}$ — матрица Якоби преобразования $\mathbf{F}(\mathbf{Y})$ в точке $\mathbf{Y}_0$. Далее выражаем $\Delta\mathbf{Y}$

$$\Delta\mathbf{Y} \approx \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{Y}} \right)^{-1} (\mathbf{F}_m - \mathbf{F}_0), \quad (1.46)$$

где $\mathbf{F}_0 = \mathbf{F}(\mathbf{Y}_0)$, а $\left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{Y}} \right)^{-1}$ — псевдообратная матрица к $\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{Y}}$. В действительности обычно необходимо применить несколько итераций описанного метода, но вычислять матрицу Якоби достаточно только один раз. Важно отметить, что помимо использования весов в столбце измеренных параметров

(т. е. деления измеренных откликов на точность их измерения) для сходимости алгоритма также необходимо уравновесить производные в матрице Якоби — то есть все параметры модели в $\mathbf{Y}$ надо переопределить таким образом, чтобы разные производные в матрице Якоби имели один и тот же порядок величины. Другими словами, если, например, в векторе подгоняемых параметров модели $\mathbf{Y}$ углы поворота дипольных корректоров заданы в радианах, тогда углы поворота датчиков положения пучка тоже должны задаваться в радианах, а не в градусах.

1.2. Гармонический анализ бетатронных колебаний

Гармонический анализ пооборотных сигналов с датчиков положения пучка [4, 5, 11] является наиболее широко используемым методом измерения частот бетатронных колебаний и оптических функций в накопителях. Точности стандартного дискретного преобразования Фурье часто недостаточно по причине, например, быстрой расфазировки бетатронных колебаний пучка после удара инфлектора. Поэтому в Фурье-анализе пооборотных данных обычно используется один из методов уточнения преобразования Фурье, например, интерполированное преобразование Фурье (т. е. интерполирование формы Фурье-спектра вблизи главного пика). Если для быстрого дискретного преобразования Фурье ошибка определения частоты убывает обратно пропорционально числу записанных оборотов N

$$|\delta Q| \propto \frac{1}{N}, \quad (1.47)$$

то для интерполированного преобразования Фурье

$$|\delta Q| \propto \frac{1}{N^2}. \quad (1.48)$$

Имея точное значение частоты бетатронных колебаний можно вычислить амплитуду и фазу колебаний на каждом датчике положения пучка (если датчики синхронизованы). Если пооборотное положение пучка на датчике с номером m записать в виде

$$x_m(t) = A_m \cos(2\pi\nu t + \psi_m), \quad (1.49)$$

где t — номер оборота, тогда

$$A_m = \frac{2\sqrt{C_m^2 + S_m^2}}{N}, \quad (1.50)$$

$$\psi_m = -\arctg\left(\frac{S_m}{C_m}\right), \quad (1.51)$$

где

$$C_m = \sum_{t=1}^N x_m(t) \cos(2\pi\nu t), \quad (1.52)$$

$$S_m = \sum_{t=1}^N x_m(t) \sin(2\pi\nu t). \quad (1.53)$$

Фаза ψ наиболее чувствительна к ошибке определения частоты бетатронных колебаний.

Спектральный анализ пооборотных данных также широко применяется для диагностики нелинейных колебаний пучка. В частности, уточненное преобразование Фурье позволяет выявить области хаотического движения частиц внутри апертуры накопителя путем сравнения частоты, например, первой и второй сотни оборотов пучка после горизонтального удра. Этот метод, изначально разработанный для анализа динамики планет, применяется как в эксперименте [6] так и в численном моделировании [7] для оптимизации динамической апертуры накопителей.

1.3. Модельно-независимый анализ бетатронных колебаний

Модельно-независимый анализ (МНА) был изначально предложен для обработки данных с датчиков положения пучка в стэнфордском линейном ускорителе [8]. В дальнейшем этот метод был расширен для анализа одномерных [9] и связанных [10] бетатронных колебаний в накопителях. В данной диссертации, придерживаясь установленной традиции, под модельно-независимым анализом подразумевается именно статистический анализ данных с датчиков положения пучка при помощи сингулярного разложения. Гармонический анализ поворотных данных, конечно, также не зависит от модели.

Идея МНА заключается в следующем. Пусть z_{tm} обозначает горизонтальное или вертикальное положение пучка, записанное датчиком с номером m на обороте с номером t . Матрицей истории пучка называется матрица $B_{N \times M} \equiv (z_{tm})$, составленная из одновременно записанных сигналов всех M датчиков положения пучка (каждый сигнал длиной N оборотов представлен одним из столбцов матрицы B). МНА осуществляется при помощи сингулярного разложения матрицы истории пучка

$$B = U \Sigma V^T, \quad (1.54)$$

где $U_{N \times M}$ и $V_{M \times M}$ — ортогональные матрицы (т. е. матрицы со взаимно ортогональными столбцами), а $\Sigma_{M \times M} = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_M)$ — диагональная матрица с быстроубывающими сингулярными значениями. Выражение 1.54, записанное отдельно для каждого сигнала с датчика положения пучка, вы-

глядит как сумма быстроубывающих слагаемых

$$\begin{pmatrix} z_{1m} \\ \vdots \\ z_{Nm} \end{pmatrix} = \sum_{j=1}^M \sigma_j v_{mj} \begin{pmatrix} u_{1j} \\ \vdots \\ u_{Nj} \end{pmatrix}, \quad (1.55)$$

где v_{mj} — элементы матрицы V , а u_{nj} — элементы матрицы U . Сумма небольшого числа первых слагаемых этого ряда дает хорошее приближение исходных сигналов. Таким образом, несколько столбцов матрицы U представляет собой ортогональный базис сигналов, линейная комбинация которых дает любой измеренный сигнал с датчика положения пучка. Эти базисные сигналы (т. е. столбцы матрицы U) называются временными модами МНА. Каждой временной моде в матрице U соответствует пространственная мода, представленная столбцом матрицы V . Пространственная мода показывает вариацию амплитуды временной моды вдоль ускорителя. Сингулярное значение, соответствующее этим двум модам, дает их общую амплитуду в матрице истории пучка.

В линейных ускорителях вместо пооборотных данных записывается положение пучка от выстрела к выстрелу. В линейном ускорителе пучок от выстрела к выстрелу испытывают небольшие поперечные отклонения за счет разного рода нестабильностей в инжекторе, источниках питания магнитов и т. п. Этих отклонений оказывается достаточно, чтобы используя МНА определить элементы транспортных матриц между датчиками положения пучка а также локализовать источники поперечных колебаний пучка. В циклическом накопителе для аналогичных целей приходится возмущать движение пучка, например, возбуждать когерентные бетатронные колебания при помощи удара инфлектора.

Описанный здесь анализ известен в статистике как метод главных компонент (Principal Component Analysis) [12]. Этот метод широко применяется для компрессии данных и подавления шумов. Метод главных компонент используется в качестве первого шага во множестве алгоритмов обработки сигналов, известных под общим именем как анализ независимых компонент (Independent Component Analysis) [13]. Один из этих алгоритмов был ранее успешно применен для анализа пооборотных данных на протонном синхротроне (Бустере) в лаборатории им. Ферми [14].

Важным преимуществом МНА по сравнению с Фурье-анализом пооборотных данных является то, что сингулярный спектр матрицы истории пучка и структура мод МНА слабо зависят от нелинейных эффектов, в частности от хроматического разброса частот бетатронных колебаний. В случае Фурье анализа хроматический разброс частот бетатронных колебаний приводит к уширению Фурье-спектра когерентных бетатронных колебаний (появляются синхробетатронные сателлиты). В случае протон-антипротонного коллайдера Тэватрон, где рабочая точка расположена близко к линейному резонансу связи, перекрытие синхробетатронных сателлитов создает проблемы для применения традиционного Фурье-анализа пооборотных данных.

Например, на рис. 1.3 показаны сингулярные значения и спектр быстрого преобразования Фурье для двух наборов данных, полученных при помощи трекинга в одной и той же структуре но с разными значениями сил секступольных линз (случай малой и большой величины хроматизма). Как видно из рис. 1.3, спектр сингулярных значений в обоих случаях практически один и тот же, тогда как Фурье-преобразование дает сильно различающиеся спектры.

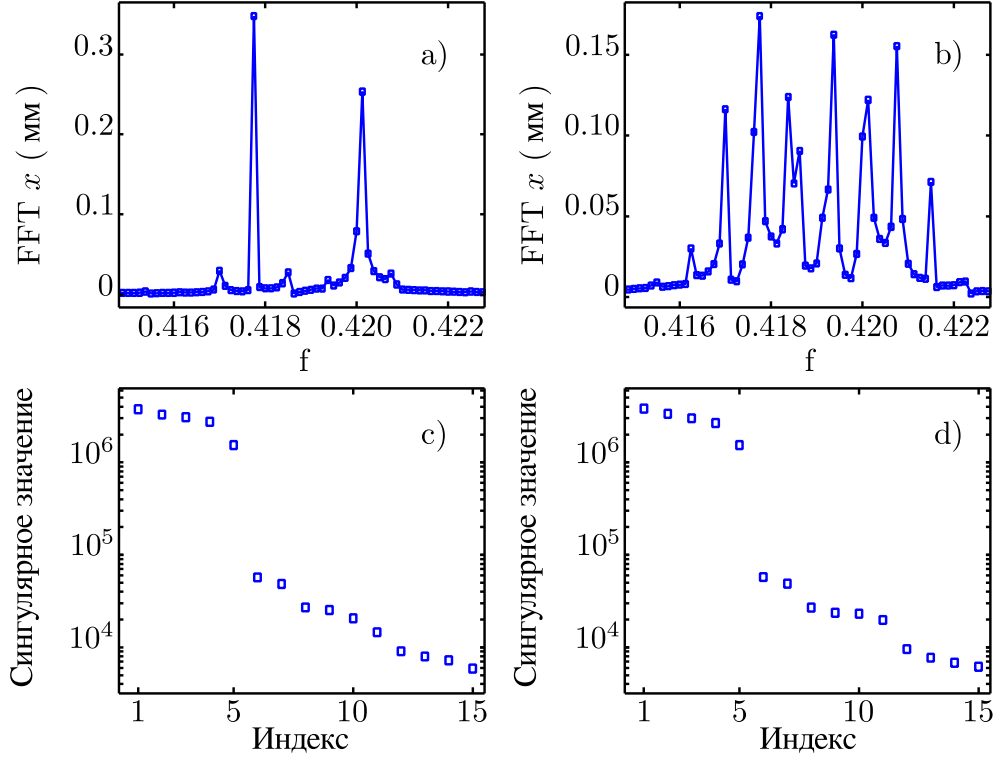


Рис. 1.3. Фурье-спектр и сингулярные значения в случае Тэватрона. Матрица истории пучка B получена при помощи трекинга в программе Elegant [20] одной частицы, испытывающей связанные бетатронные а также синхротронные колебания. Слева — случай малого хроматизма, справа — случай большого хроматизма (различны в этих двух случаях только силы секступольных линз): для a) и c) $\xi_x = -3$, $\xi_y = 3$; для b) и d) $\xi_x = 19$, $\xi_y = 26$. Начальные ненулевые координаты частицы: $x' = 6 \cdot 10^{-6}$ и $\Delta p/p_0 = 4 \cdot 10^{-5}$.

Таким образом, матрица истории пучка B в обоих рассмотренных на рис. 1.3 случаях может быть с одинаковой степенью точности записана в терминах 5 временных и 5 пространственных мод МНА. Это свойство МНА можно понять, если определить физический смысл основных мод МНА.

Движение частицы в накопителе на протяжении одного оборота определяется в основном линейной оптикой (то есть мы считаем, что нелинейные эффекты в динамике движения частицы накапливаются за много оборотов). Поэтому хорошее приближение для пооборотного положения частицы (а также центра масс пучка) можно записать в виде

$$\mathbf{X}(t, s) \approx R(s)\mathbf{X}_0(t) + \mathbf{D}(s)\delta(t), \quad (1.56)$$

где $\mathbf{X} = (x, p_x, y, p_y)^T$ — вектор канонических координат частицы в поперечном фазовом пространстве, $R(s)$ — транспортная матрица (4×4) вдоль кольца из точки 0 в точку s , $\mathbf{D}(s) = (D_x, D_{p_x}, D_y, D_{p_y})^T$ — вектор дисперсионной функции, и $\delta(t) = \Delta p(t)/p_0$ — относительное отклонение импульса частицы, испытывающей медленные синхротронные колебания (т. е. частота синхротронных колебаний $\nu_s \ll 1$).

Несмотря на то, что конкретный вид функции $\mathbf{X}_0(t) \equiv \mathbf{X}(0, t) - \mathbf{D}(0)\delta(t)$ может быть сложным из-за накопления слабых нелинейных возмущений движения на протяжении многих оборотов, выражение 1.56 означает, что поперечные координаты частицы $x(t, s)$ и $y(t, s)$ в любой точке накопителя можно представить в виде линейной комбинации 5 функций $x_0(t)$, $p_{x0}(t)$, $y_0(t)$, $p_{y0}(t)$, и $\delta(t)$. Таким образом, ведущие временные моды МНА в этом случае представляют собой ортогональный базис в пятимерном пространстве всех линейных комбинаций этих пяти функций. Соответствующие пространственные моды МНА представляют собой ортогональный базис в пространстве четырех линейных орбит и дисперсионной функции накопи-

теля. Обратите внимание, что с точностью до 5-мерного вращения данного базиса 5 главных пространственных мод МНА зависят только от линейной оптики накопителя. Поэтому, очевидно, пространственные моды МНА можно использовать для вычисления линейных оптических функций накопителя. Методика вычисления бета-функций и набегов фаз бетатронных колебаний описана в следующем разделе.

Глава 2

Решение задачи разделения смешанных мод в модельно-независимом анализе

2.1. Связь между пространственными модами МНА и оптическими функциями

В этом разделе мы определим соотношение между пространственными модами МНА и оптическими функциями, используемыми для описания бетатронных колебаний со связью.

Рассмотрим линейные бетатронные колебания со связью. Пусть L — это длина периметра кольца. Тогда $R(L)$ — матрица оборота, т. е.

$$R(L)\mathbf{X}(t, 0) = \mathbf{X}(t + 1, 0). \quad (2.1)$$

Матрица $R(L)$ имеет 4 комплексных собственных вектора $\boldsymbol{\nu}_1, \boldsymbol{\nu}_1^*, \boldsymbol{\nu}_2, \boldsymbol{\nu}_2^*$ (где $*$ обозначает комплексное сопряжение) и 4 соответствующих собственных значения $e^{\pm i\mu_1}, e^{\pm i\mu_2}$ [17]. Любой вектор начальных координат частицы $\mathbf{X}(0, 0)$ можно представить в виде линейной комбинации данных собственных векторов

$$\mathbf{X}(0, 0) = \frac{a_1\boldsymbol{\nu}_1 + a_2\boldsymbol{\nu}_2 + a_1^*\boldsymbol{\nu}_1^* + a_2^*\boldsymbol{\nu}_2^*}{2}. \quad (2.2)$$

Поэтому пооборотные значения координат частицы $\mathbf{X}$ можно выразить в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(t, s) &= R(s)\mathbf{X}(t, 0) = R(s)R^t(L)\mathbf{X}(0, 0) = \\ &= \text{Re} \left[a_1 \mathbf{f}_1(s) e^{i\mu_1 t} + a_2 \mathbf{f}_2(s) e^{i\mu_2 t} \right], \end{aligned} \quad (2.3)$$

где $\mathbf{f}_1(s) = R(s)\boldsymbol{\nu}_1$ и $\mathbf{f}_2(s) = R(s)\boldsymbol{\nu}_2$. Для описания связанных бетатронных колебаний удобно ввести амплитудные бетатронные функции и набег фаз

как амплитуды и фазы x и y компонент этих векторных функций. Соответственно для f_{1x} мы имеем

$$f_{1x}(s) = |f_{1x}(s)|e^{i\psi_{1x}(s)}. \quad (2.4)$$

Для простоты выкладок в дальнейшем мы будем предполагать такие начальные условия, для которых $a_1 = a_2 = 1$. В этом случае x или y компонента выражения 2.3 выглядит как

$$\begin{aligned} z(t, s) = & |f_{1z}(s)| \cos(\psi_{1z}(s) + \mu_1 t) + \\ & + |f_{2z}(s)| \cos(\psi_{2z}(s) + \mu_2 t), \end{aligned} \quad (2.5)$$

или в матричной форме

$$z(t, s) = \begin{pmatrix} \cos \mu_1 t \\ \sin \mu_1 t \\ \cos \mu_2 t \\ \sin \mu_2 t \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} |f_{1z}(s)| \cos \psi_{1z}(s) \\ -|f_{1z}(s)| \sin \psi_{1z}(s) \\ |f_{2z}(s)| \cos \psi_{2z}(s) \\ -|f_{2z}(s)| \sin \psi_{2z}(s) \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

Матрица истории пучка тогда запишется в виде

$$B = U_f V_f^T, \quad (2.7)$$

где

$$U_f = \begin{pmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos \mu_1 t & \sin \mu_1 t & \cos \mu_2 t & \sin \mu_2 t \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix}, \quad (2.8)$$

$$V_f^T = \begin{pmatrix} \cdots & |f_{1z}| \cos \psi_{1z} & \cdots \\ \cdots & -|f_{1z}| \sin \psi_{1z} & \cdots \\ \cdots & |f_{2z}| \cos \psi_{2z} & \cdots \\ \cdots & -|f_{2z}| \sin \psi_{2z} & \cdots \end{pmatrix}. \quad (2.9)$$

Выражение 2.7 является точным решением для матрицы истории пучка в случае линейных бетатронных колебаний. Между тем, согласно выражению 1.56 в общем случае нелинейных связанных бетатронных и синхротронных колебаний пооборотные координаты центра пучка в любой точке накопителя можно записать в виде линейной комбинации 5 функций, а именно, $\delta(t)$ и 4-х компонент $\mathbf{X}_0(t)$. Используя Фурье-фильтр можно отфильтровать низкочастотные компоненты сигналов с датчиков положения пучка, пропорциональные $\delta(t)$ и оставить только высокочастотные компоненты этих сигналов, определяемые $\mathbf{X}_0(t)$. Такие отфильтрованные сигналы будут выражаться x или y компонентой $R(s)\mathbf{X}_0(t)$. Как матричные элементы $R_{ij}(s)$ так и столбцы матрицы V_f являются линейными орбитами одной и той же оптической структуры, поэтому любую из функций $R_{ij}(s)$ всегда можно выразить в виде линейной комбинации столбцов матрицы V_f (так как V_f представляет собою полный базис из четырех линейных орбит). Таким образом, фильтрованная версия матрицы B (обозначенная как $\tilde{B}$) может быть записана в виде, аналогичном выражению 2.7:

$$\tilde{B} \approx \tilde{U}_f V_f^T, \quad (2.10)$$

где $\tilde{U}_f$ — обобщенная версия матрицы U_f для случая нелинейных связанных бетатронных и синхротронных колебаний (центра пучка). Матрицу $\tilde{U}_f$ трудно выразить аналитически в общем случае, тем не менее, ее можно получить используя данные численного моделирования (трекинга)

$$\tilde{U}_f \approx \tilde{B}(V_f^\dagger)^T, \quad (2.11)$$

где $V_f^\dagger$ обозначает псевдообратную к матрице V_f (т. е. выражение 2.11 является решением уравнений 2.10 по отношению к $\tilde{U}_f$). Таким образом, мы

можем исследовать свойства матрицы $\tilde{U}_f$ используя численной моделирование.

Важным для нас свойством матрицы U_f является то, что в случае, когда частоты бетатронных колебаний достаточно далеки от целых и полужелых резонансов а также от резонанса связи, в частности, если

$$N|\mu_1 - \mu_2|/2\pi \gg 1, \quad (2.12)$$

тогда U_f пропорциональна ортогональной матрице

$$U_f^T U_f \approx \frac{N}{2} I_{4 \times 4}. \quad (2.13)$$

Данное свойство (с очевидной модификацией для $a_1 \neq 1 \neq a_2$) также верно в общем случае для матрицы $\tilde{U}_f$. Например, для обеих симуляций, представленных на рис. 1.3 произведение $\tilde{U}_f^T \tilde{U}_f$ дает результат очень близкий к ожидаемой диагональной матрице (в частности, недиагональные элементы этой матрицы приблизительно в 100 раз меньше диагональных элементов).

Для больших колец с большим числом датчиков положения пучка произведение $V_f^T V_f$ также имеет тенденцию быть близким к диагональной матрице, однако из-за сильной модуляции $|f_{1,2z}(s)|$ вблизи мест встречи для коллайдеров, и вообще, из-за того, что обычно $N \gg M$, диагональность $U_f^T U_f$ выполняется гораздо лучше, чем диагональность $V_f^T V_f$. Поэтому нам необходимо ортогонализировать матрицу V_f , используя сингулярное разложение

$$V_f = \hat{V}_f \Sigma_f O_f^T. \quad (2.14)$$

Теперь выражение 2.7, и аналогично выражение 2.10, можно переписать в форме сингулярного разложения (см. выражение 1.54)

$$B = \left(\sqrt{\frac{2}{N}} U_f O_f \right) \left(\sqrt{\frac{N}{2}} \Sigma_f \right) \hat{V}_f^T. \quad (2.15)$$

Наконец, мы можем соотнести оптические функции для связанных бетатронных колебаний с сингулярным разложением матрицы истории пучка $\tilde{B}$.

$$U_f \approx \sqrt{\frac{N}{2}} U O_f^T, \quad (2.16)$$

$$V_f \approx \sqrt{\frac{2}{N}} V \Sigma O_f^T, \quad (2.17)$$

здесь мы подразумеваем, что в сингулярном разложении матрицы $\tilde{B}$ оставлены только первые 4 моды. По четырем столбцам матрицы V_f легко вычислить бетатронные функции и набег фаз. Для того чтобы найти матрицу V_f необходимо определить ортогональную матрицу O_f размером 4×4 . Данная матрица определяет смешивание гармонических сигналов с разными бетатронными частотами в столбцах матрицы U . Определение матрицы O_f позволяет разделить эти сигналы, — каждый столбец матрицы U_f соответствует сигналу с одной из частот. В общем случае нелинейных колебаний с широким спектром по результирующей матрице $\tilde{U}_f$ уже не всегда легко понять разделились ли соответствующие моды МНА или нет. В следующем разделе дано описание общего метода определения матрицы O_f , не опирающегося на информацию о Фурье-спектре столбцов матрицы $\tilde{U}_f$.

2.2. Разделение бетатронных мод МНА

Так как матрица O_f является ортогональной, то она описывает некую комбинацию вращений и отражений в 4-мерном пространстве. Преобразования отражений меняют только знаки мод, поэтому их легко определить, если потребовать, чтобы набег фаз бетатронных колебаний $\psi_{1z}(s)$ и $\psi_{2z}(s)$, вычисленные по матрице V_f , возрастали с увеличением s . Любое вращение

в 4-мерном пространстве можно описать в терминах 6 углов, каждый из которых отвечает вращению в плоскости двух базисных векторов. Два из этих углов для нас не важны, так как они описывают перемешивание между бетатронными модами (то есть модам МНА, соответствующим бетатронным колебаниям), отвечающим одной и той же бетатронной частоте — такого рода вращение приводит просто к сдвигу начальной фазы, поскольку

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} \vdots & \vdots \\ \cos \mu_1 t & \sin \mu_1 t \\ \vdots & \vdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} \vdots & \vdots \\ \cos(\mu_1 t + \theta) & \sin(\mu_1 t + \theta) \\ \vdots & \vdots \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Оставшиеся 4 угла в матрице O_f задают смешивание между модами с разными бетатронными частотами, т. е. O_f можно записать в виде произведе-

ния следующих 4-х матриц вращения

$$O_{13} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{13} & 0 & \sin \theta_{13} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \theta_{13} & 0 & \cos \theta_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.19)$$

$$O_{14} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{14} & 0 & 0 & \sin \theta_{14} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_{14} & 0 & 0 & \cos \theta_{14} \end{pmatrix}, \quad (2.20)$$

$$O_{23} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_{23} & \sin \theta_{23} & 0 \\ 0 & -\sin \theta_{23} & \cos \theta_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.21)$$

$$O_{24} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_{24} & 0 & \sin \theta_{24} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\sin \theta_{24} & 0 & \cos \theta_{24} \end{pmatrix}. \quad (2.22)$$

Как было предложено в [10], данные углы можно искать глядя на Фурье-спектры получающихся столбцов матрицы U_f . В случае линейных бетатронных колебаний Фурье-спектры каждого из столбцов в U_f должны содержать единственный пик на одной из частот бетатронных колебаний μ_1 или μ_2 . Данный подход, однако, не всегда работает в общем случае нелинейных бетатронных колебаний с уширенными спектрами, поэтому нами был предложен другой модельно-независимый критерий разделения мод в МНА бетатронных колебаний. Данный критерий использует тот факт, что набег

фазы бетатронных колебаний вдоль всего кольца равен частоте бетатронных колебаний. Идея нашего метода заключается в том, чтобы рассматривать каждый датчик положения пучка как два датчика, разделенных ровно на один оборот. Таким образом мы можем удвоить число анализируемых сигналов в матрице истории пучка B .

$$B = \begin{pmatrix} z_{11} & \cdots & z_{1M} & z_{21} & \cdots & z_{2M} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{N-1,1} & \cdots & z_{N-1,M} & z_{N1} & \cdots & z_{NM} \end{pmatrix}. \quad (2.23)$$

Причем, в действительности не обязательно полностью удваивать число сигналов в матрице B . Если скорость вычисления сингулярного разложения в МНА является приоритетом, то можно удвоить только небольшое число сигналов.

Набег фаз между датчиком с показаниями $(z_{1m}, z_{2m}, \dots)^T$ и его близнецом, смещенным на один оборот $(z_{2m}, z_{3m}, \dots)^T$, не зависит от индекса этого датчика m , и данный набег фаз должен быть равен соответствующей частоте бетатронных колебаний. Действительно, если мы обозначим элементы матрицы V_f как

$$A_{1z}(s) = |f_{1z}(s)| \cos \psi_{1z}(s), \quad (2.24)$$

$$B_{1z}(s) = -|f_{1z}(s)| \sin \psi_{1z}(s), \quad (2.25)$$

$$\overline{A}_{1z}(s) = A_{1z}(s + L) = |f_{1z}| \cos(\psi_{1z} + \mu_1), \quad (2.26)$$

$$\overline{B}_{1z}(s) = B_{1z}(s + L) = -|f_{1z}| \sin(\psi_{1z} + \mu_1), \quad (2.27)$$

тогда следующее выражение может быть вычислено для каждого из датчиков и, очевидно, оно не зависит от положения датчика s :

$$\frac{A_{1z}\bar{A}_{1z} + B_{1z}\bar{B}_{1z}}{A_{1z}^2 + B_{1z}^2} = \cos \mu_1, \quad (2.28)$$

$$\frac{B_{1z}\bar{A}_{1z} - A_{1z}\bar{B}_{1z}}{A_{1z}^2 + B_{1z}^2} = \sin \mu_1. \quad (2.29)$$

Данные выражения дают чувствительный критерий разделения бетатронных мод в МНА. В частности, сперва можно предположить, что смешивания нет, т. е. $O_f = I$, и посчитать частоты бетатронных колебаний на каждом из датчиков положения пучка используя соответствующие элементы матрицы $\sqrt{2/NV\Sigma}$ (см. выражение 2.17). Если результирующий разброс частот от датчика к датчику существенный, тогда его можно минимизировать подбором углов в матрице O_f .

Для того, чтобы объяснить наш алгоритм определения матрицы O_f , предположим, что смешивание бетатронных мод мало, т. е. матрица O_f близка к единичной:

$$\begin{aligned} O_f &= O_{13}O_{14}O_{23}O_{24} \approx \\ &\approx I + \delta O_{13} + \delta O_{14} + \delta O_{23} + \delta O_{24}, \end{aligned} \quad (2.30)$$

где, например,

$$\delta O_{13} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \theta_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\theta_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.31)$$

Теперь мы можем вычислить, как любое вращение влияет на распределение частот бетатронных колебаний, посчитанных на отдельных датчиках

согласно выражениям 2.28 и 2.29, поскольку

$$\delta\mu_1(s) = \frac{\partial\mu_1}{\partial\theta_{13}}\theta_{13} + \frac{\partial\mu_1}{\partial\theta_{14}}\theta_{14} + \frac{\partial\mu_1}{\partial\theta_{23}}\theta_{23} + \frac{\partial\mu_1}{\partial\theta_{24}}\theta_{24}. \quad (2.32)$$

Для этого посчитаем производную от

$$\tan \mu_1 = \frac{B_1\bar{A}_1 - A_1\bar{B}_1}{A_1\bar{A}_1 + B_1\bar{B}_1} \quad (2.33)$$

относительно θ_{13} . Здесь $A_1(s)$ и $B_1(s)$ определены как

$$\begin{pmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_1 & B_1 & A_2 & B_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{1z} & B_{1z} & A_{2z} & B_{2z} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix} O_{13}, \quad (2.34)$$

и аналогичные выражения дают $\bar{A}_1$ и $\bar{B}_1$. Вычислив производную выражения 2.33 получим

$$\frac{|f_{1z}|}{|f_{2z}|} \frac{\partial\mu_1}{\partial\theta_{13}} = \sin(\psi_{1z} + \mu_1) \cos(\psi_{2z} + \mu_2) - \sin \psi_{1z} \cos \psi_{2z}. \quad (2.35)$$

Аналогичная операция для θ_{24} дает

$$\frac{|f_{1z}|}{|f_{2z}|} \frac{\partial\mu_1}{\partial\theta_{24}} = \cos \psi_{1z} \sin \psi_{2z} - \cos(\psi_{1z} + \mu_1) \sin(\psi_{2z} + \mu_2). \quad (2.36)$$

Можно заметить, что если расстояние между частотами $\Delta\mu = \mu_2 - \mu_1$ мало,

$$\frac{\partial\mu_1}{\partial\theta_{13}} + \frac{\partial\mu_1}{\partial\theta_{24}} \approx -\frac{|f_{2z}|}{|f_{1z}|} \cos(\psi_{2z} - \psi_{1z}) \Delta\mu \quad (2.37)$$

тоже мало, тогда как

$$\frac{\partial\mu_1}{\partial\theta_{13}} - \frac{\partial\mu_1}{\partial\theta_{24}} \approx 2\frac{|f_{2z}|}{|f_{1z}|} \cos(\psi_{2z} + \psi_{1z} + \mu_1) \sin \mu_1 \quad (2.38)$$

приблизительно вдвое больше каждой из производных. Аналогичный результат можно получить для θ_{14} и θ_{23} , а именно,

$$\frac{\partial\mu_1}{\partial\theta_{14}} + \frac{\partial\mu_1}{\partial\theta_{23}} \approx -2\frac{|f_{2z}|}{|f_{1z}|} \sin(\psi_{2z} + \psi_{1z} + \mu_1) \sin \mu_1, \quad (2.39)$$

и

$$\frac{\partial \mu_1}{\partial \theta_{14}} - \frac{\partial \mu_1}{\partial \theta_{23}} \approx \frac{|f_{2z}|}{|f_{1z}|} \sin(\psi_{2z} - \psi_{1z}) \Delta \mu. \quad (2.40)$$

Таким образом, для того чтобы найти матрицу O_f , минимизирующую разброс частот бетатронных колебаний $\delta \mu_{1,2}(s)$, вместо $O_{13} - O_{24}$ удобнее использовать следующий набор базовых вращений:

$$O_{f1} = O_{13}(\theta_1) O_{24}^T(\theta_1), \quad (2.41)$$

$$O_{f2} = O_{14}(\theta_2) O_{23}(\theta_2), \quad (2.42)$$

$$O_{f3} = O_{13}(\theta_3) O_{24}(\theta_3), \quad (2.43)$$

$$O_{f4} = O_{14}(\theta_4) O_{23}^T(\theta_4). \quad (2.44)$$

$\delta \mu_{1,2}$ гораздо чувствительнее к вращениям O_{f1} и O_{f2} , чем к O_{f3} и O_{f4} . Обычно большую часть разброса частот бетатронных колебаний от датчика к датчику можно ликвидировать при помощи комбинации первых двух вращений $O_f = O_{f1} O_{f2}$. Поскольку $|f_{2z}/f_{1z}|$ и $\psi_{2z} - \psi_{1z}$ как правило приблизительно постоянны вдоль накопителя, вращения O_{f3} и O_{f4} приводят к постоянному сдвигу $\delta \mu_{1,2}$, причем этот сдвиг имеет разное значение для горизонтальных и вертикальных датчиков. Поэтому, после того как углы θ_1 и θ_2 определены путем минимизации $\delta \mu_{1,2}$ независимо в каждой плоскости, обычно остается некоторая постоянная разность между частотами, посчитанными на горизонтальных и вертикальных датчиках. Эту разность можно минимизировать при помощи углов θ_3 и θ_4 . Если бетатронные моды перемешаны сильно (т. е. углы вращения большие), тогда требуется применить несколько итераций описанного алгоритма. Также в случае сильного смешивания мод бывает полезно в качестве первого шага (перед вращательным разделением мод) кроме сингулярного разложения удвоенной матрицы

В попробовать применить какой-нибудь из методов анализа независимых компонент (ICA).

Малость разницы между частотами бетатронных колебаний $\Delta\mu$ не является критически важной, мы используем ее в выкладках для того, чтобы обосновать выбор нового набора 4-х базовых углов. Описанный алгоритм разделения мод МНА работает также для больших $\Delta\mu \sim 0.1$.

На рис. 2.1 показан результат применения данного метода разделения мод МНА к данным, полученным при помощи численного моделирования в случае большого хроматизма с сильным перекрытием синхробетатронных сателлитов (те же данные использованы на рис. 1.3). Как видно из рис. 2.1, частоты бетатронных колебаний μ_1 и μ_2 , посчитанные на датчиках по результирующей матрице V_f , находятся в хорошем согласии со значениями, известными из трекинга в той же оптической структуре но с малым хроматизмом.

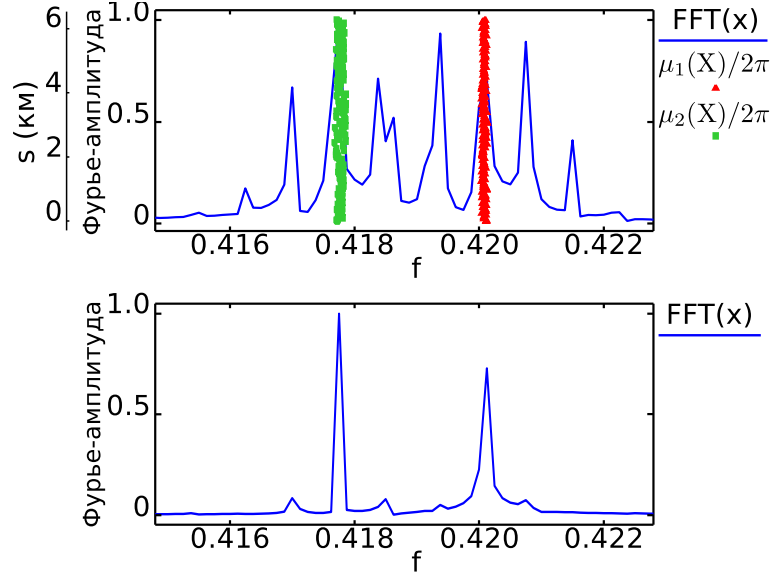


Рис. 2.1. Тестирование метода разделения мод для случая сильного перекрытия синхробетатронных сателлитов. Вверху на фоне Фурье-спектра бетатронных колебаний (сплошная линия) показаны значения частот бетатронных колебаний (точки), полученные по формуле 2.33 (и аналогичной формуле для μ_2) после разделения мод путем последовательных вращений. Исходная матрица истории пучка B взята из того же моделирования, что и на рис. 1.3 для случая большого хроматизма в Тэватроне. Внизу для сравнения показан Фурье-спектр бетатронных колебаний при трекинге в той же оптической структуре но с малым хроматизмом (данные те же, что и на рис. 1.3).

Глава 3

Результаты анализа экспериментальных данных с разных установок

3.1. Пооборотные измерения на Тэватроне

Протон-антипротонный коллайдер Тэватрон имеет 118 горизонтальных и 118 вертикальных датчиков, которые могут синхронно записывать положение пучка на протяжении 8200 оборотов. На рис. 3.1 показаны типичные пооборотные сигналы с датчиков Тэватрона в случае, когда по пучку был произведен горизонтальный удар. На рис. 3.2 показаны моды МНА, посчитанные для данного измерения [16]. Первые 4 моды соответствуют бетатронным колебаниям. 5-я мода — низкочастотная мода, вызванная когерентными синхротронными колебаниями пучка (5-я пространственная мода пропорциональна дисперсионной функции). 6-я мода вызвана механическими вибрациями одного из квадруполов финального фокуса (см. раздел 3.1.1). 7-я and 8-я моды вызваны ошибками синхронизации электроники, возникающими с периодичностью 5 оборотов, что соответствует пикам в Фурье-спектре на частотах 0.2 и 0.4. Обратите внимание, что пространственные компоненты этих двух мод имеют четко выраженный случайный характер (в отличие от остальных мод, где пространственные компоненты имеют вид волн). Таким образом, глядя на пространственную компоненту той или иной моды обычно легко понять несет ли данная мода какую-либо информацию о движении пучка, или же она вызвана шумами в электронике датчиков.

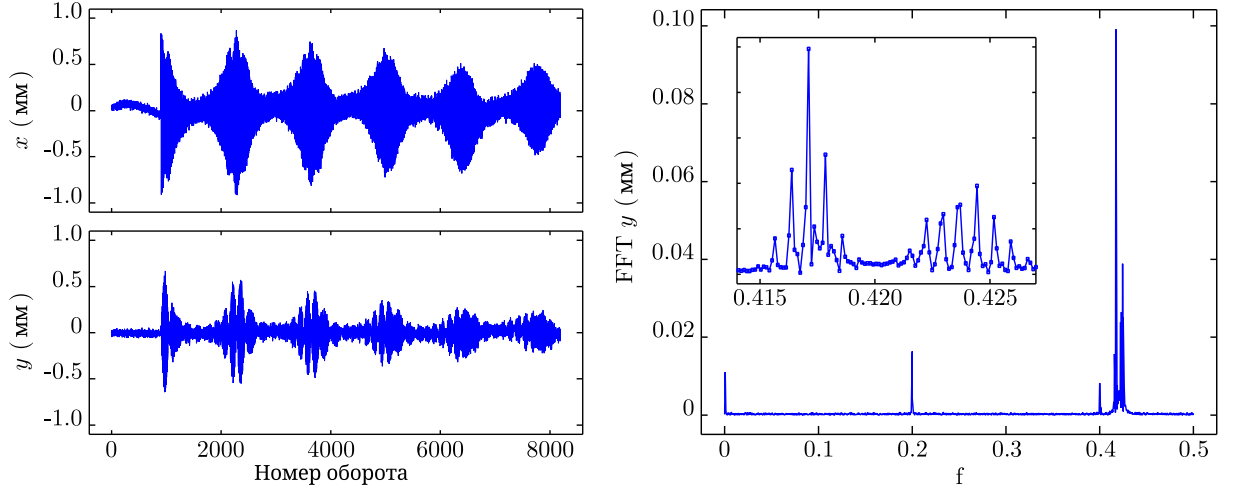


Рис. 3.1. Когерентные поперечные колебания протонного пучка в Тэватроне, записанные горизонтальным и вертикальным датчиком положения пучка (слева). Приблизительно на 900-м обороте при помощи горизонтального удара возбуждены бетатронные колебания. Справа показаны амплитуды дискретного преобразования Фурье от сигнала вертикального датчика. Ошибки синхронизации электроники датчиков, возникающие с периодичностью в 5 оборотов, приводят к помехам с частотами 0.2 и 0.4. Уменьшение амплитуды сигналов связано с нелинейной расфазировкой бетатронных колебаний. Параметры протонного пучка в Тэватроне: энергетический разброс (rms) — $1.2 \cdot 10^{-4}$ (на энергии 980 ГэВ), нормализованный эмиттанс (95%) — $18 \pi \cdot \text{мм} \cdot \text{мрад}$.

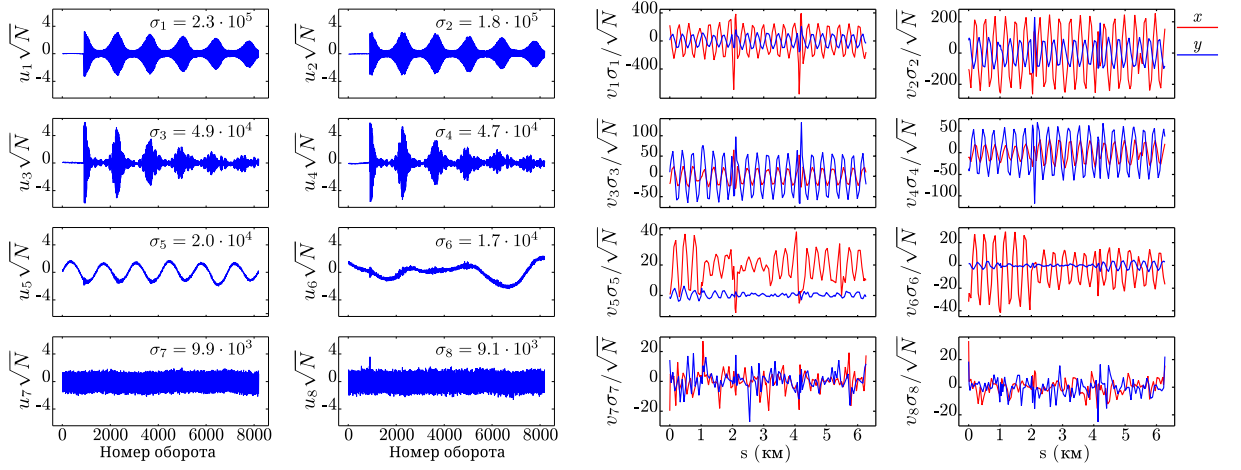


Рис. 3.2. Временные (слева) и пространственные (справа) моды МНА, соответствующие восьми наибольшим сингулярным значениям.

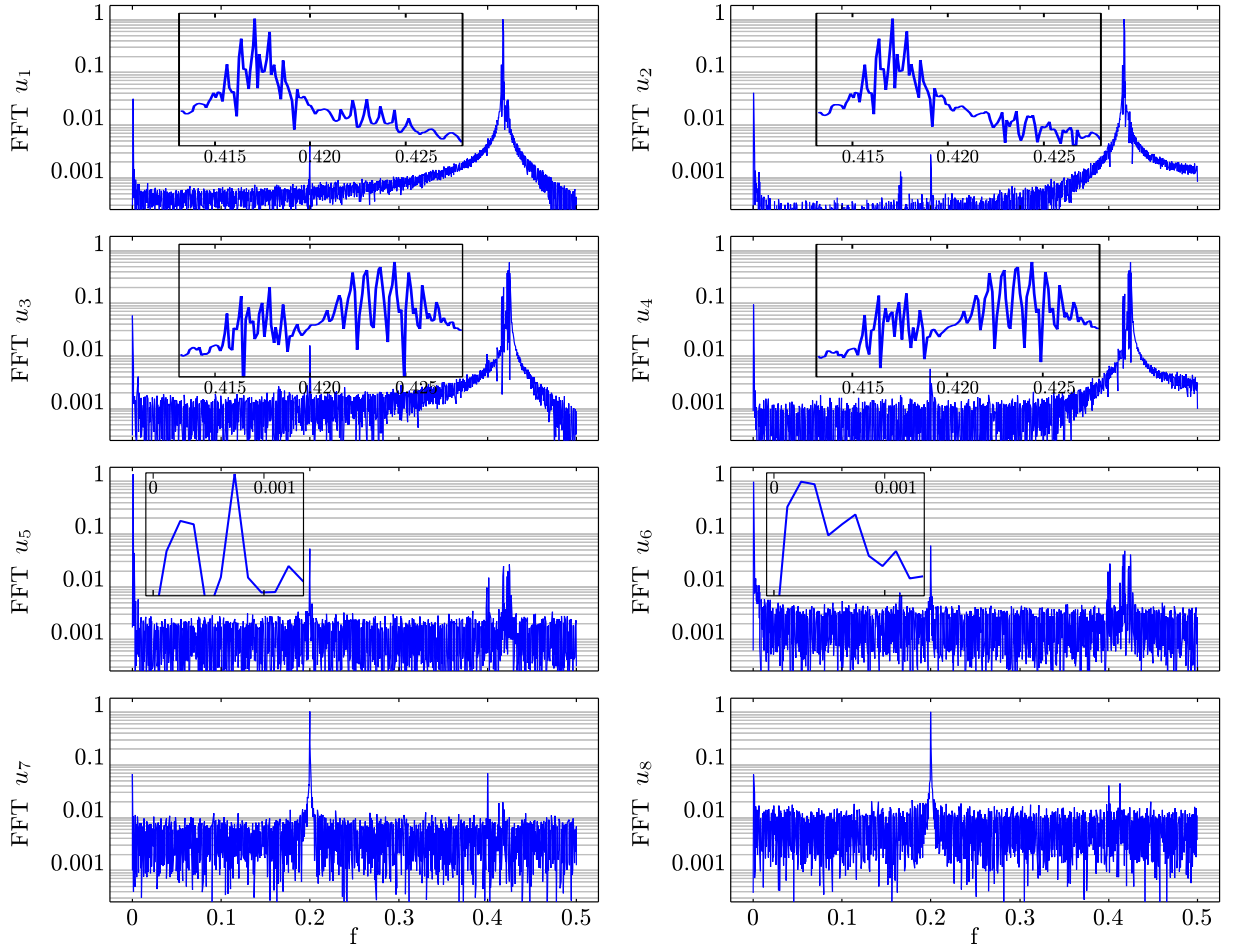


Рис. 3.3. Фурье-спектры временных мод МНА, представленных на рис. 3.2.

Моды МНА, соответствующие еще меньшим сингулярным значениям, в случае этого измерения представляют собой шумы и менее значительные вибрационные моды, аналогичные 6-й моде на рис. 3.2. Например, шум с частотой 0.4 находится ниже выбранного предела сингулярных значений на рис. 3.2.

Фурье-спектры временных мод (см. рис. 3.3) выявляют остаточное «перемешивание» между модами, соответствующими разным физическим процессам, т. е. в каждой временной моде есть гармоники малой амплитуды, которые являются основными гармониками для других мод. Данное перемешивание ограничивает многие практические приложения наблюдаемых мод МНА, такие как вычисление оптических функций. Существует несколько путей борьбы с данным перемешиванием мод. Во-первых, перед сингулярным разложением к измеренным сигналам можно применить Фурье-фильтр, чтобы исключить смешивание низкочастотных и высокочастотных сигналов. Например, низкочастотный Фурье-фильтр делает возможным ясно наблюдать еще одну вибрационную моду (u_3 на рис. 3.7) в измерениях представленных на рис. 3.1.

Если Фурье-фильтр недостаточен, чтобы убрать смешивание между модами МНА, можно использовать вращательное разделение мод, предложенное в [10], т. е. разделенные моды можно выразить как

$$U_{new} = UO, \quad (3.1)$$

где O — матрица вращения в многомерном пространстве. Частный случай этого метода был рассмотрен в разделе 2.2, где описана методика разделения мод, соответствующих бетатронным колебаниям.

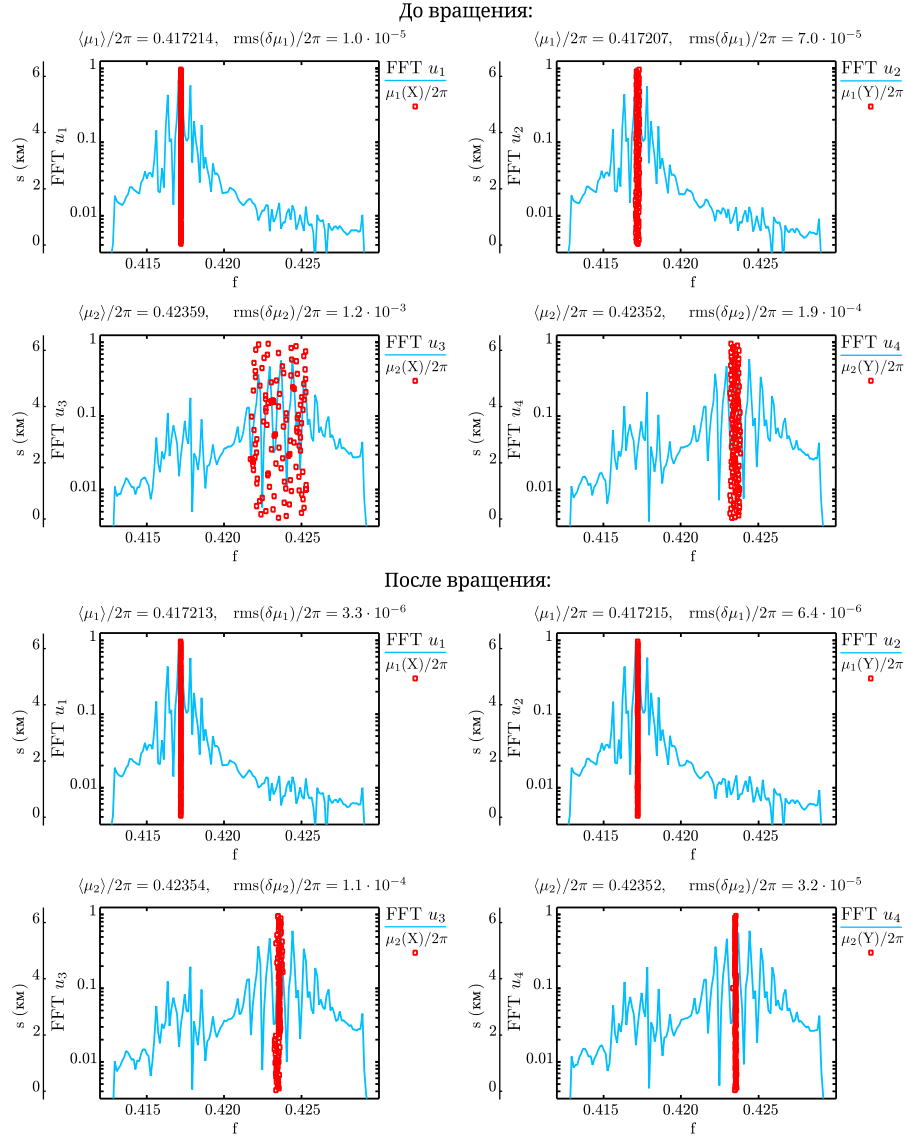


Рис. 3.4. Частоты бетатронных колебаний, посчитанные на каждом датчике положения пучка, согласно выражению 2.33 и аналогичному выражению для μ_2 . $\mu_1(X)$ — частота μ_1 , посчитанная на горизонтальных датчиках, $\mu_1(Y)$ — то же для вертикальных датчиков. Частоты бетатронных колебаний отложены по горизонтальной оси для того, чтобы сравнить результаты с Фурье-спектрами (сплошная линия) временных мод МНА (вертикальная ось s отображает положение датчика вдоль кольца). Полосовой Фурье-фильтр от частоты 0.413 до 0.429 был применен к измеренным сигналам (см. рис. 3.1) перед МНА.

На рис. 3.4 показан результат применения описанного в разделе 2.2 метода для разделения мод МНА, отвечающих бетатронным колебаниям в Теватроне (измеренные данные те же, что и на рис. 3.1). Как видно из рис. 3.4, в данном случае сложно определить насколько хорошо разделились моды судя только по их Фурье-спектрам. С другой стороны, предложенный нами критерий разделения мод дает четкий ответ на этот вопрос и позволяет улучшить разделение мод. На рис. 3.4 изначальное разделение мод, полученное после сингулярного разложения матрицы истории пучка $\tilde{B}$ довольно хорошее, так как Фурье-спектры временных мод перед вращением и после него почти одинаковые. Вообще такая ситуация не типична для измерений с Тэватрона, изначальное смешивание мод МНА обычно сильнее.

Полученные из разделенных пространственных мод МНА (т. е. столбцов матрицы V_f) амплитуды 4-х функций, описывающих связанные бетатронные колебания, хорошо согласуются с моделью линейной оптики Тэватрона (см. рис. 3.5). Данная модель была получена ранее при помощи калибровки на основе измеренной матрицы откликов замкнутой орбиты [25, 26]. В виде меры качества определения оптических функций при помощи МНА мы будем далее использовать среднее квадратичное (по всем датчикам) отклонение оптических функций от модельных значений. рис. 3.5 может служить типичным примером того, как данное среднее квадратичное отклонение (RMS-отклонение) отражает реальное распределение ошибок.

Чтобы сравнить предложенный нами метод разделения мод МНА с альтернативными методами (в особенности с анализом независимых компонент — ICA), было проведено численное моделирование колебаний пучка в Теватроне.

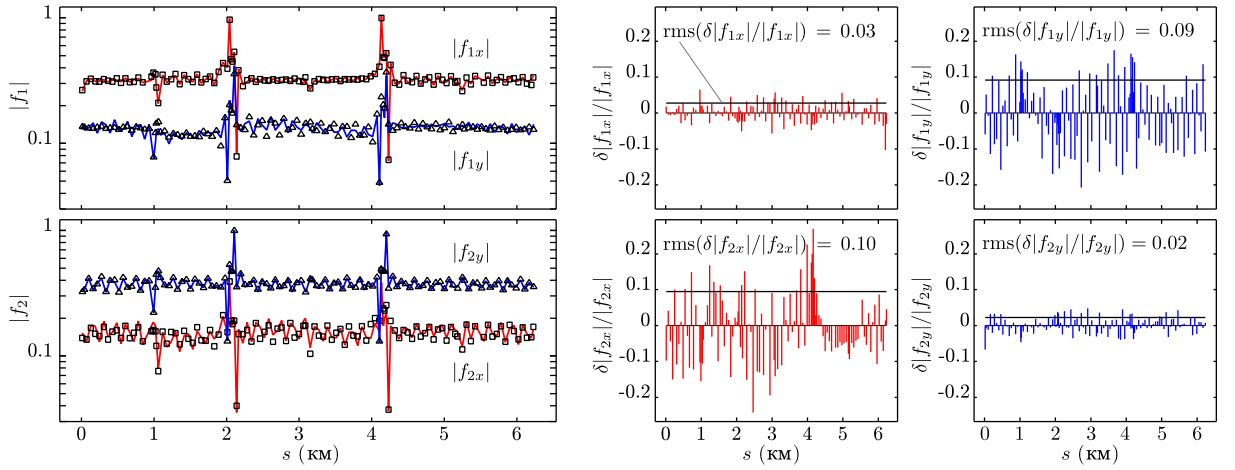


Рис. 3.5. Амплитуды четырех функции, описывающих связанные бетатронные колебания в Тэватроне. Измеренные значения функций на датчиках положения пучка (точки) получены из столбцов матрицы V_f . Для сравнения приведены также значения этих функций в модели (сплошные линии) Тэватрона, полученной ранее методом матрицы отклика замкнутой орбиты [25, 26]. Справа показаны средние квадратичные (по всем датчикам) относительные отклонения измеренных значений от модели ($\delta|f_{1x}| = |f_{1x}|_{\text{измерено}} - |f_{1x}|_{\text{модель}}$). Измерения те же, что и на рис. 3.1.

Параметры этого моделирования были аналогичны приведенному на рис. 3.1 измерению (включая хроматический разброс частот бетатронных колебаний и расфазировку колебаний). В случае моделирования точно известны параметры линейной оптики, и поэтому легко понять, какой из методов дает лучшие результаты. Ошибки определения оптических функций для разных алгоритмов, примененных к анализу данных моделирования, показаны в таблице 3.1. Поскольку в выбранном для моделирования случае нет сильного перекрытия синхробетатронных сателлитов, возможным также оказалось применить традиционный гармонический анализ бетатронных колебаний [11]. Пределом точности МНА в таблице 3.1 мы называем наилучшую возможную точность определения оптических функций по 4-м линейным орбитам (4-м пространственным модам МНА), получающимся при сингулярном разложении матрицы $\tilde{B}$. В случае численного моделирования этот предел точности легко найти, поскольку известны реальные оптические функции кольца, т. е.

$$V_{f, \text{limit}} = VO_{\text{best}} = VV^TV_f, \quad (3.2)$$

где $O_{\text{best}} = V^TV_f$ — наилучшая возможная матрица разделения мод МНА (обратите внимание, что $VV^T \neq I$ тогда как $V^TV = I$). Различие между модельной матрицей V_f и наилучшей возможной «измеренной» матрицей $V_{f, \text{limit}}$ вызвано нелинейностями в движении частиц а также конечностью числа анализируемых оборотов пучка N (которое в нашем случае ограничено расфазировкой когерентных бетатронных колебаний). В реальных измерениях на этот предел точности МНА также повлияет конечная точность измерений с датчиков положения пучка.

Как следует из таблицы 3.1, наш метод в сравнении с другими алгоритмами можно характеризовать следующим образом: нам удастся существен-

но улучшить точность определения одной из амплитудных функций (т. е. f_{2y}) ценой небольшого увеличения ошибок в определении другой функции (f_{1x}).

Ни один из рассматриваемых в таблице 3.1 алгоритмов не смог определить значения оптических функций с большей точностью, чем традиционный гармонический анализ. Однако гармонический анализ становится менее точным, чем МНА, в случае перекрытия между синхробетатронными сателлитами (но когда в спектрах еще можно определить центральные пики).

Для того чтобы выяснить, как расстояние между частотами бетатронных колебаний (т. е. условие 2.12) влияет на точность определения оптических функций, было проведено несколько численных моделирований. В этих численных экспериментах расстояние между частотами бетатронных колебаний регулировалось при помощи тех же семейств обычных и повернутых (skew) квадруполей, которые используются в реальных экспериментах. Сперва ширина резонанса связи (т. е. минимальное возможное расстояние между частотами) корректировалась skew-квадрупольями до минимума, и рабочая точка смещалась при помощи обычных квадруполей как можно ближе к резонансу связи. Затем, используя skew-квадрупольи, ширина резонанса постепенно увеличивалась (что приводит к разведению частот бетатронных колебаний друг от друга) и на каждом шаге выполнялось численное моделирование колебаний пучка после горизонтального удара. Результат обработки полученного набора данных показан на рис. 3.6.

Таблица 3.1.

Method	$\delta f_{1x} / f_{1x} $	$\delta f_{1y} / f_{1y} $	$\delta f_{2x} / f_{2x} $	$\delta f_{2y} / f_{2y} $
JADE	0.0100	0.050	0.194	0.096
PCA	0.0080	0.041	0.225	0.044
Fast ICA	0.0076	0.037	0.133	0.029
AMUSE	0.0073	0.040	0.120	0.027
EVD	0.0078	0.042	0.073	0.014
Наш метод	0.0080	0.042	0.055	0.011
Гармонический анализ	0.0077	0.041	0.050	0.007
Предел точности МНА	0.0005	0.001	0.005	0.001

Сравнение нашего метода разделения мод МНА с другими алгоритмами. В таблице приведены ошибки определения амплитуд оптических функций при помощи разных методов. Например, $\delta|f_{1x}| = |f_{1x}|_{\text{МНА}} - |f_{1x}|_{\text{модель}}$ (среднее квадратичное по всем горизонтальным датчикам). Очень похожие результаты получаются для точности определения набегов фаз. Исходные данные получены при помощи численного моделирования в программе ELEGANT [20] измерения, приведенного на рис. 3.1. Matlab-реализации алгоритмов JADE, AMUSE, и EVD взяты из пакета ICALAB [28]. Алгоритм «Fast ICA» взят из другого пакета [29]. PCA — метод главных компонент (см. раздел 1.3). В гармоническом анализе пооборотных данных [11] использовали точные значения частот бетатронных колебаний, полученные методом Ласкара «Laskar’s Numerical Analysis of Fundamental Frequencies» (NAFF) [24] в пакете SDDS [19].

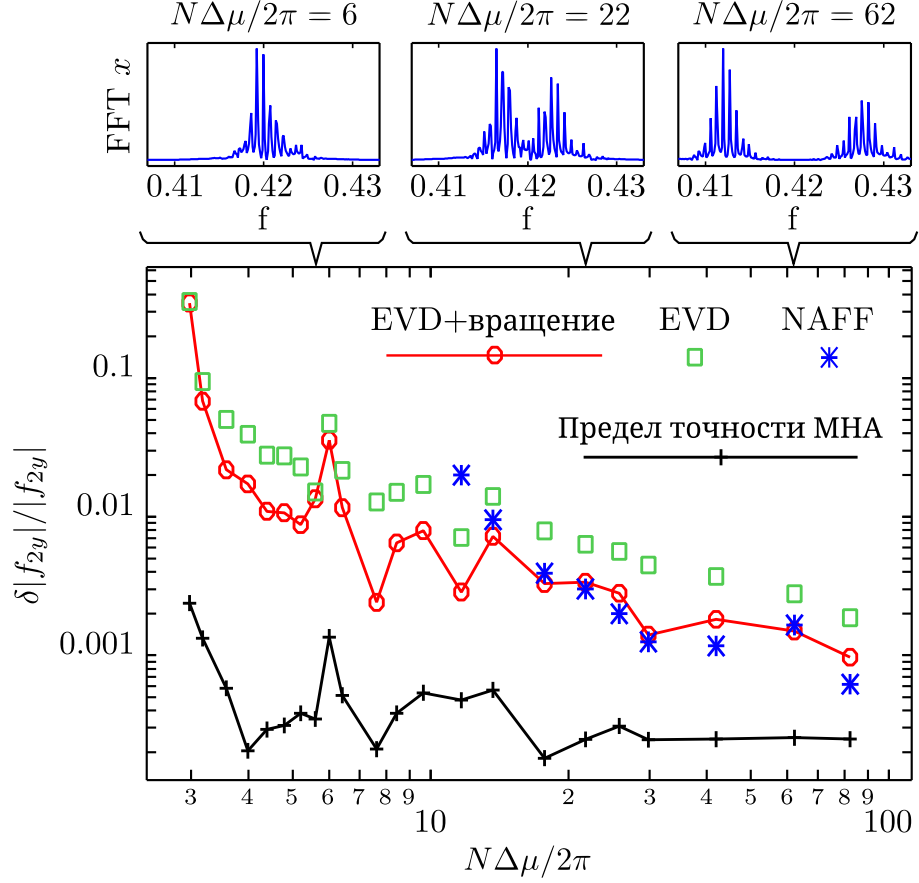


Рис. 3.6. Точность определения амплитуды одной из оптических функции в зависимости от расстояния между частотами бетатронных колебаний. Исходные данные получены при помощи многочастичного численного моделирования при разных настройках skew-квадруполей. Обозначения те же, что и в таблице 3.1. «EVD+вращение» означает, что в качестве первого шага в нашем методе разделения мод МНА использовался алгоритм EVD вместо стандартного сингулярного разложения – такой подход обеспечивает лучшую точность.

3.1.1. Определение положения вибрирующих квадрупольей

Для того чтобы определить источник вибрационной моды (u_6 на рис. 3.2 или u_2 и u_3 на рис. 3.7) мы используем метод, похожий на метод скачка действия и фазы [18]. Поскольку орбита пучка в области, свободной от вибрирующих магнитных элементов, представляет собой свободное бетатронное колебание, такую орбиту можно в этой области представить в виде линейной суперпозиции 4-х линейно-независимых орбит (например, пространственных мод, соответствующих бетатронным колебаниям). Коэффициенты этого разложения (или другими словами 4 начальных условия для орбиты пучка) можно вычислить используя данные с 4-х расположенных рядом датчиков положения пучка (датчики с совмещенными функциями мы рассматриваем здесь как два независимых датчика в разных плоскостях). Эти начальные условия, построенные в виде функции от положения последовательности из 4-х датчиков, должны испытывать скачки в тех местах, где колебания пучка возбуждаются из-за вибраций магнитов. В случае достаточно слабой связи два из четырех упомянутых начальных условий можно вычислить по любой паре близко расположенных датчиков, работающих в одной плоскости. В терминах МНА это можно записать как

$$\begin{cases} v_{\text{vibr}}(s_1) = C_1 v_{b1}(s_1) + C_2 v_{b2}(s_1) \\ v_{\text{vibr}}(s_2) = C_1 v_{b1}(s_2) + C_2 v_{b2}(s_2), \end{cases} \quad (3.3)$$

где v_{vibr} — пространственная компонента вибрационной моды, v_{b1} и v_{b2} — две линейно независимые орбиты в одной плоскости (т. е. моды v_1 и v_2 на рис. 3.2).

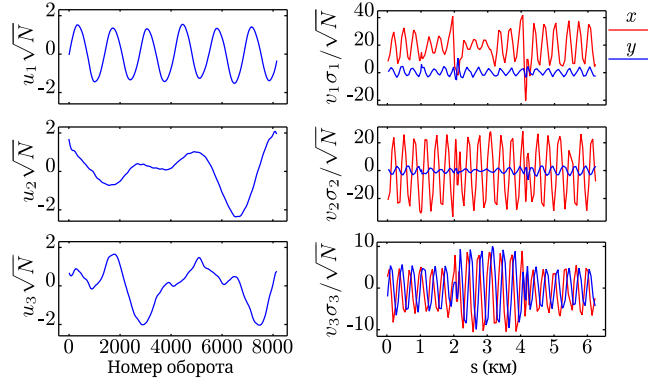


Рис. 3.7. Низкочастотные моды МНА. Низкочастотный Фурье-фильтр ($f < 0.004$) был применен к сигналам с датчиков положения пучка перед сингулярным разложением матрицы B (исходные данные те же, что и на рис. 3.2).

Из выражения 3.3 можно найти оба начальных условия C_1 и C_2 как функцию положения выбранной пары датчиков. Вместо C_1 и C_2 более удобно использовать начальную фазу и амплитуду бетатронных колебаний, определенные как $\arctan(C_1/C_2)/2\pi$ и $C_1^2 + C_2^2$. В случае единственного локального источника вибрационной моды скачек должна испытывать только фаза, в то время как амплитуда колебаний должна оставаться постоянной вдоль всего кольца. На рис. 3.8 показана начальная фаза, посчитанная для моды v_2 на рис. 3.7. Очевидно данная вибрационная мода имеет единственный локальный источник — какой-то из квадруполов финального фокуса.

Если применить аналогичную процедуру для менее значительной моды v_3 на рис. 3.7 мы получим два четко выраженных скачка фазы и амплитуды вблизи двух мест встречи коллайдера. Таким образом мода v_3 является результатом суперпозиции колебаний пучка от двух вибрирующих квадруполов в разных местах встречи. В действительности это уже можно было понять из самого вида пространственной моды v_3 на рис. 3.7: амплитуда моды v_3 изменяется в двух местах, тогда как амплитуда моды v_2 остается

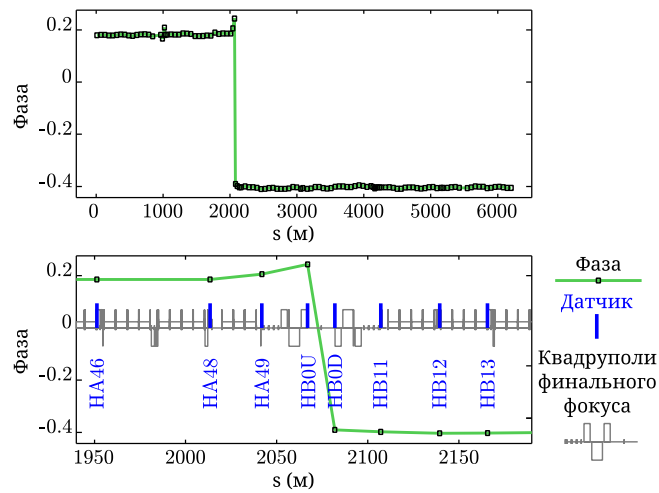


Рис. 3.8. Положение вибрирующего квадруполя. Показана начальная фаза бетатронных колебаний, возбужденных вибрирующим квадруполем. Данная фаза посчитана по всем соседним парам горизонтальных датчиков положения пучка.

постоянной вдоль всего кольца. Обратите внимание, что аналогичное изменение амплитуды вибрационной моды v_6 на рис. 3.2 вызвано остаточным перемешиванием с другими модами — именно поэтому применение низкочастотного фильтра Фурье на рис. 3.7 очень важно для правильного определения положения вибрирующих квадруполей.

3.2. Измерение оптики быстроциклического протонного синхротрона (Бустера) в лаборатории им. Ферми

В ускорительной лаборатории им. Ферми (США) в качестве источника релятивистских протонов используется быстроциклический (15 Гц) протонный синхротрон (Бустер) на энергию 8 ГэВ. В настоящее время (после остановки Тэватрона) ускоренные в Бустере протоны используются для получения пучков нейтрино. Помимо обширной программы экспериментов с нейтрино, протоны из Бустера также предполагается использовать для получения и исследования свойств мюонов, в частности, для измерения аномального магнитного момента мюона. Бустер будет оставаться единственным источником протонов для всех этих экспериментов на протяжении ближайших 10-15 лет, в течение которых планируется построить мощный линейный ускоритель, способный заменить синхротрон.

Для того чтобы обеспечить потребности всех экспериментов в ближайшие 5-7 лет количество ускоряемых в Бустере протонов предполагается удвоить — в основном это будет достигаться за счет заполнения всех рабочих циклов ускорителя (до сих пор использовалось около половины от всех доступных циклов Бустера). Использовать все циклы Бустера в настоящее время невозможно как из-за недостаточной мощности ВЧ-системы, так и по причине предельно высокого радиационного фона. Уменьшение потерь пучка и следовательно уменьшение радиационной нагрузки на Бустер представляет собой сложную задачу, требующую прецизионного контроля за оптическими параметрами ускорителя на протяжении всего цикла его работы.

Для построения точной оптической модели Бустера нами был применен метод матрицы откликов замкнутой орбиты пучка [15]. Успешное применение этого метода для быстроциклического синхротрона на протяжении

всего цикла ускорения, судя по всему, нами было сделано впервые. Ранее аналогичная методика [34] применялась для протонного синхротрона SIS-18 в лаборатории GSI (г. Дармштадт, Германия), но в этой работе матрица откликов измерялась только при инжекции либо экстракции пучка.

Измерения искажений замкнутой орбиты в Бустере проводились путем изменения токов в дипольных корректорах между отдельными импульсами ускорения. Измерение орбиты осуществлялось в 20 точках вдоль всего цикла ускорения, который занимает 35 мс (20000 оборотов пучка). Для каждого значения тока в корректоре приходилось проводить измерения 6 раз подряд, поскольку из-за неполадок (вероятно проблем с синхронизацией) в системе датчиков положения пучка, измеренные значения орбиты часто испытывают скачки на значительную величину (около 1 мм). В действительности орбита в Бустере при одинаковых настройках коррекции очень стабильная, фактически точности датчиков положения пучка (50 мкм) не хватает, чтобы зарегистрировать разницу орбиты от выстрела к выстрелу. Подобная стабильность наблюдается не только от выстрела к выстрелу, но также на протяжении длительного времени — по меньшей мере 2-х месяцев, в течении которых Бустер неоднократно выключался.

Для ускорительных экспериментов в Бустере выделяются отдельные импульсы (study cycles), обычно следующие через несколько секунд (остальное время ускоритель работает на потребителей). Для измерения матрицы откликов орбиты на вариацию всех дипольных корректоров требуется несколько часов. Например: (5 секунд между измерениями) * (6 точек на одно значение тока в корректоре) * (3 разных значения тока на каждый корректор) * (48 горизонтальных и 48 вертикальных корректоров) = 2,5 часа.

Помимо откликов орбиты на вариацию дипольных корректоров аналогичным образом измерялась дисперсионная функция. Варьируемым параметром в этом случае являлась уставка системы стабилизации радиального положения пучка. Данная система обратной связи стабилизирует горизонтальное положение орбиты на одном из датчиков положения пучка за счет подстройки частоты ВЧ-резонатора.

Также производились несколько пооборотных измерений при помощи всех датчиков положения пучка, — то есть измерения орбиты на каждом из 20000 оборотов, причем во время этих измерений включались горизонтальные и вертикальные инфлекторы, возбуждающие когерентные бетатронные колебаний через каждые 500 оборотов. Это позволяет определить частоты бетатронных колебаний (см. рис. 3.10), а также набег фаз между датчиками положения пучка. Амплитуды бетатронных колебаний часто определяются с большими ошибками, что скорее всего вызвано проблемами в системе синхронизации датчиков с моментом пролета пучка.

Для калибровки модели были использованы только отклики орбиты (включая дисперсионную функцию). Пооборотные данные использовались только для проверки правильности полученной модели.

На рис. 3.9 показаны типичные измеренные отклики замкнутой орбиты а также частоты бетатронных колебаний в сравнении с предсказаниями модели до и после ее калибровки. На рис. 3.10 показано насколько точно калиброванная модель предсказывает частоты бетатронных колебаний на протяжении всего цикла ускорения. До калибровки модели ни о каком согласии говорить не приходилось, как это ясно из разницы между исходной модельной и измеренной рабочей точкой Бустера на рис. 3.9.

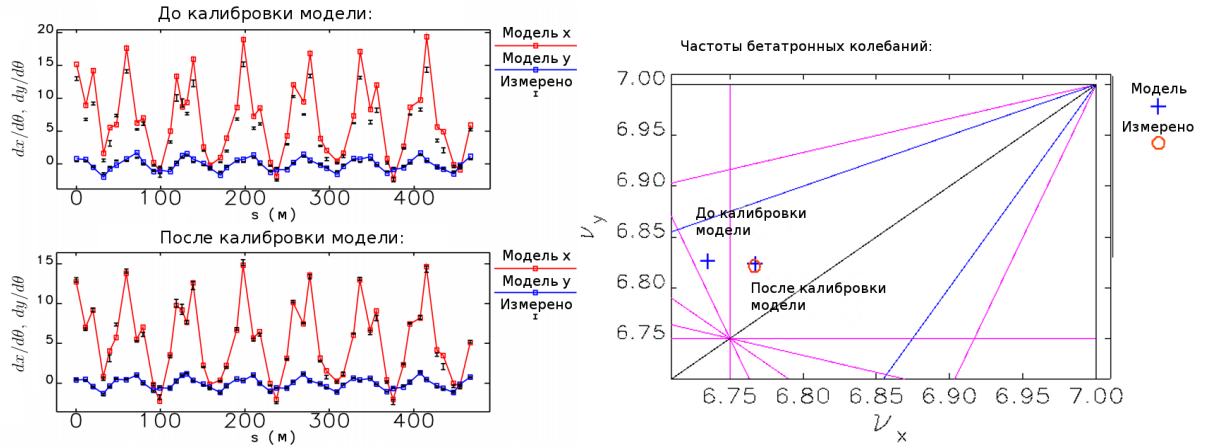


Рис. 3.9. Слева — сравнение измеренного искажения орбиты до и после калибровки модели. Справа — частоты бетатронных колебаний, предсказываемые моделью до и после калибровки (измеренные частоты не использовались для калибровки модели, то есть не были включены в оптимизационную функцию). Данные приведены для момента времени $t = 6$ мс от начала ускорения, что соответствует приблизительно 2000 оборотов. Все время ускорения пучка занимает 35 мс, или 20000 оборотов.

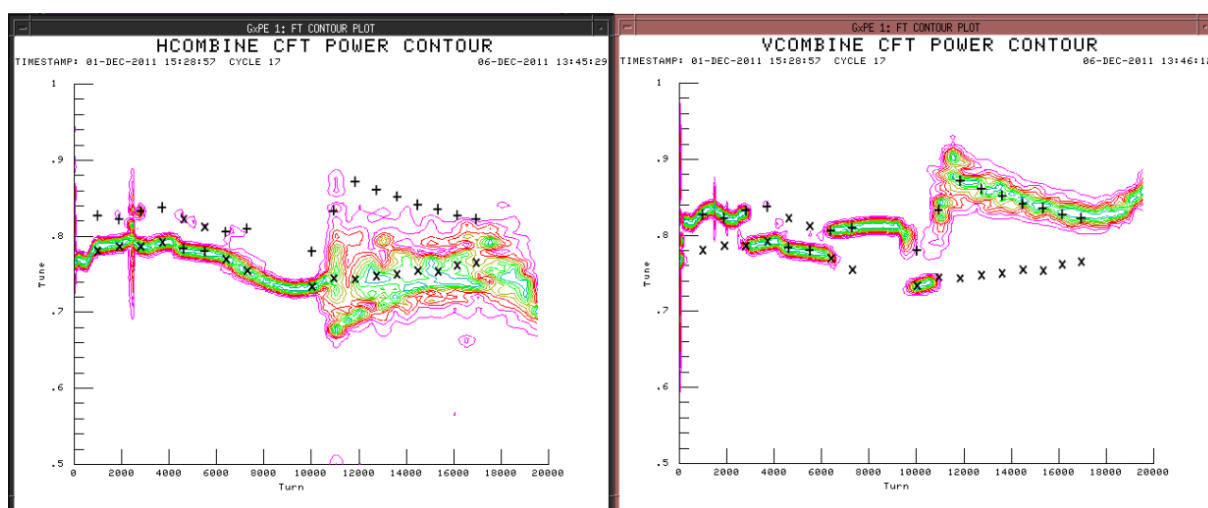


Рис. 3.10. Сравнение измеренных частот бетатронных колебаний (сплошные линии) с предсказаниями модели (крестики) на протяжении всего цикла ускорения пучка в Бустере. Для измерения частот бетатронных колебаний через каждые 500 оборотов при помощи удара инфлектора возбуждаются когерентные бетатронные колебания. Линии постоянной амплитуды интерполированного Фурье-спектра (вблизи пиков) этих колебаний показаны на данном рисунке сплошными разноцветными линиями (слева — сигнал с горизонтального датчика, справа — сигнал с вертикального датчика). Крестиками обозначены предсказания калиброванной модели. Измеренные частоты бетатронных колебаний не использовались при калибровке модели.

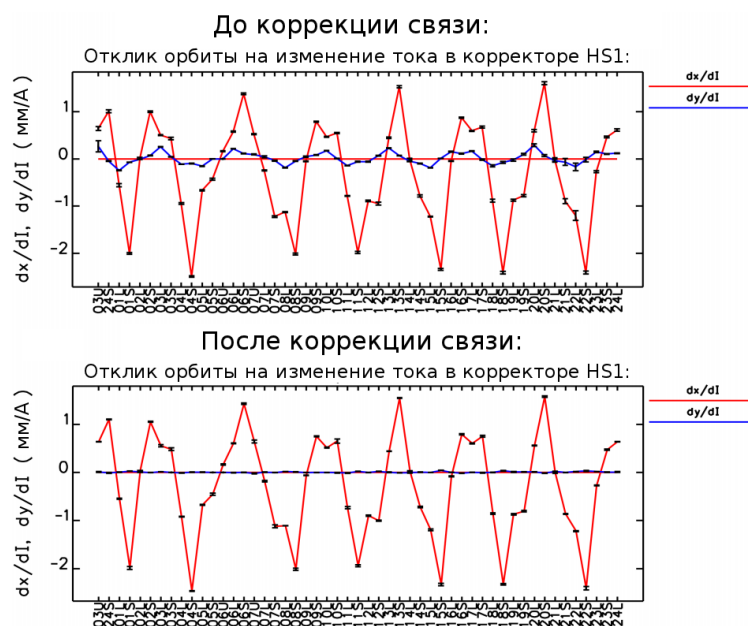


Рис. 3.11. Коррекция связи между горизонтальными и вертикальными бетатронными колебаниями в Бустере. Данные приведены для момента времени $t = 6$ мс от начала ускорения, что соответствует приблизительно 2000 оборотов.

В момент времени 19 мс, соответствующий примерно 10000 оборотам от начала ускорения, пучок в Бустере достигает критической энергии и после перехода через нее в пучке возбуждаются квадрупольные синхротронные колебания, приводящие к резкому увеличению энергетического разброса и затрудняющие измерение частот бетатронных колебаний — так как время расфазировки когерентных бетатронных колебаний становится очень малым. До переходной энергии расфазировка бетатронных колебаний после удара инфлектора происходит приблизительно за 200—300 оборотов пучка.

При калибровке модели было принято допущение, что ошибки фокусировки расположены только в 48 корректорах. В Бустере с 2008 года установлена новая система корректоров, где каждый из 48 корректоров имеет

дипольные, квадрупольные, skew-квадрупольные, а также секступольные и skew-секступольные обмотки. В результате первоначальной калибровки модели были получены значения ошибок фокусировки, которые оказались сопоставимы с полями коррекции. В качестве наглядной проверки правильности полученной модели была проведена коррекция связи между горизонтальными и вертикальными бетатронными колебаниями в Бустере. В skew-квадрупольных корректорах были установлены значения токов, соответствующие модельным skew-квадрупольным ошибкам (с обратным знаком). В результате удалось полностью скомпенсировать бетатронную связь в Бустере (см. рис. 3.11. Это не обязательно говорит о том, что ошибки фокусировки действительно расположены в корректорах, а скорее свидетельствует о том, что корректоры расположены достаточно часто, чтобы адекватно учесть все имеющиеся в Бустере ошибки фокусировки (по крайней мере их skew-квадрупольные компоненты).

Коррекция связи открыла возможность измерения хроматизма бетатронных колебаний. В качестве пробного эксперимента были проведены измерения матриц откликов орбиты при двух разных уставках в системе стабилизации радиального положения пучка — то есть фактически был измерен хроматизм матрицы откликов замкнутой орбиты (см. рис. 3.12). Используя предсказываемые этими двумя калиброванными моделями значения частот бетатронных колебаний можно вычислить значения хроматизма без традиционных пооборотных данных с одного из датчиков положения пучка (после удара кикера). Причем полученные значения достаточно точно соответствуют хроматизму, измеренному традиционным способом (см. рис. 3.13). Следует отметить, что измерив хроматизм матрицы откликов замкнутой орбиты мы получаем не только значения хроматизма частот бе-

татронных колебаний, но также хроматизм бета-функций и набегов фаз бетатронных колебаний. В принципе данный метод можно использовать для калибровки нелинейной модели ускорителя — то есть измерив хроматизм матрицы откликов орбиты можно найти распределение секступольных ошибок (как видно из рис. 3.13 эти ошибки в Бустере существенные).

3.2.1. Экранирование поля корректора вихревыми токами в вакуумной камере

Высокая точность измерения откликов замкнутой орбиты в Бустере позволяет исследовать эффект экранировки полей корректоров за счет вихревых токов, наведенных в вакуумной камере ускорителя. Поворотные магниты Бустера, обеспечивающие также и основную фокусировку, не имеют вакуумной камеры (ламинированный сердечник магнита сам по себе является вакуумной камерой), поэтому эффект экранировки поля важен только для дополнительных корректирующих магнитов, расположенных в прямых промежутках между поворотными магнитами. Для учета эффекта экранировки поля нами были измерены отклики замкнутой орбиты в случае быстрого и медленного изменения тока в дипольном корректоре (см. рис. 3.14).

Используя измеренные данные, представленные на рис. 3.14, можно вычислить степень экранировки поля корректора для произвольного изменения тока. Чтобы понять как это делается, рассмотрим экранировку поля соленоида, надетого на круглую вакуумную камеру — очевидно, этот случай из-за радиальной симметрии легко посчитать аналитически, а отличие от случая с дипольным корректором будет только в геометрических параметрах, которые для нас не существенны, так как нас интересуют относительное изменение калибровки корректора при разных токах в нем.

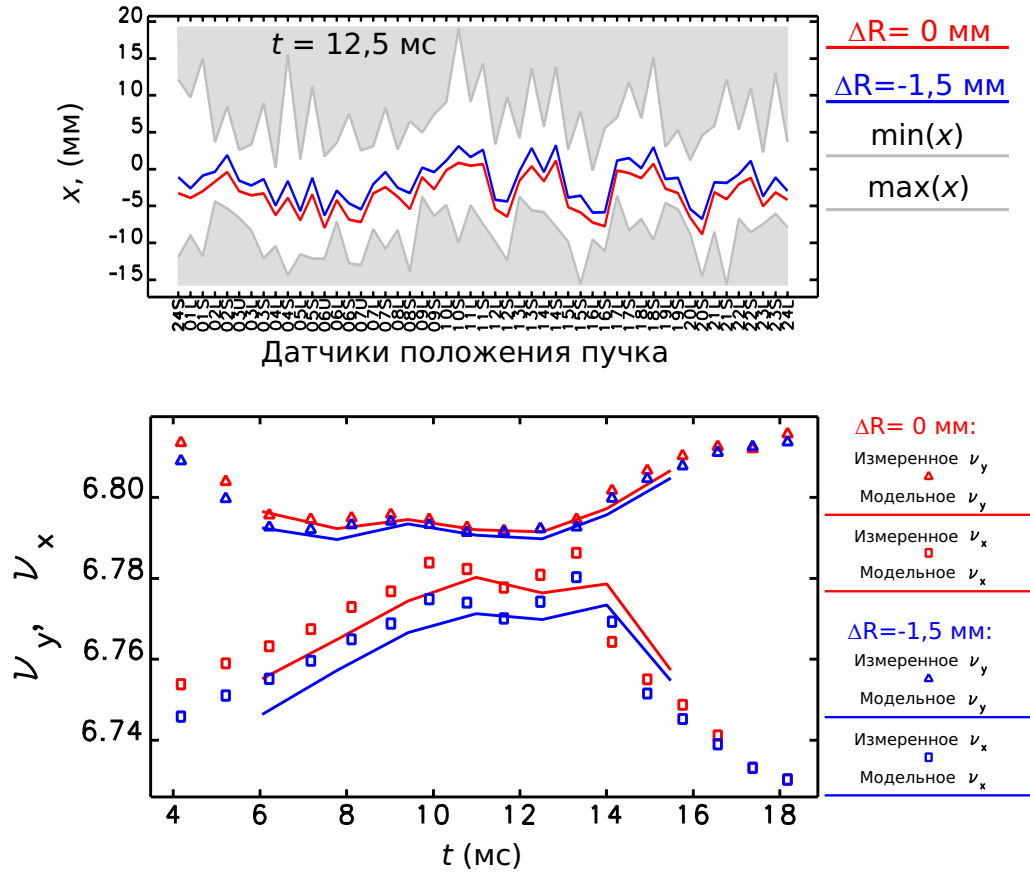


Рис. 3.12. Сверху — орбита пучка в момент времени $t = 12,5$ мс при двух разных уставках ΔR в системе стабилизации радиального положения пучка; серым цветом показаны границы движения пучка в процессе ускорения. Снизу — частоты бетатронных колебаний, предсказываемые двумя калиброванными моделям для разных ΔR ; также приведены значения частот, измеренные традиционным методом — по Фурье-спектру пооборотных данных с одного из датчиков положения пучка (после удара кикера).

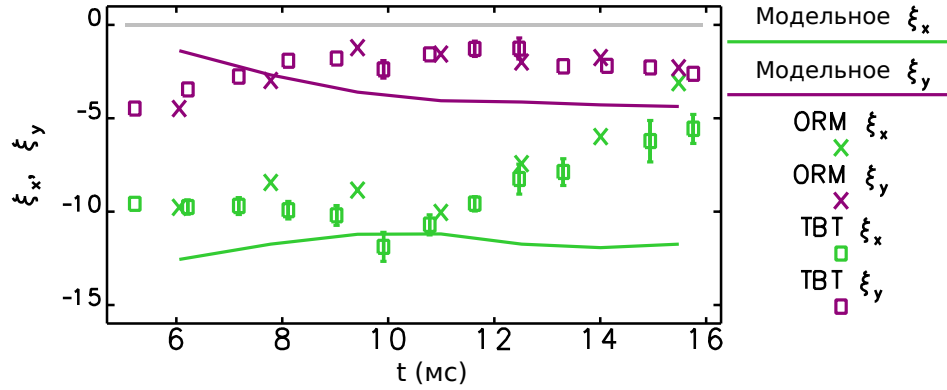


Рис. 3.13. Зависимость хроматизма от времени. TBT — хроматизм, измеренный традиционным методом с использованием пооборотных данных (turn-by-turn). ORM — хроматизм, посчитанный по данным матриц откликов орбиты (Orbit Response Matrix), то есть частоты бетатронных колебаний не измерялись в этом случае напрямую, а вычислялись путем фитирования матрицы откликов орбиты (см. рис. 3.12). Модельные значения хроматизма получены в предположении отсутствия каких-либо неучтенных секступольных компонент (в модели учитываются силы всех секступольных корректоров Бустера) — плохое согласие с измерениями очевидно свидетельствует о наличии неучтенных секступольных ошибок (вероятнее всего в дипольных магнитах).

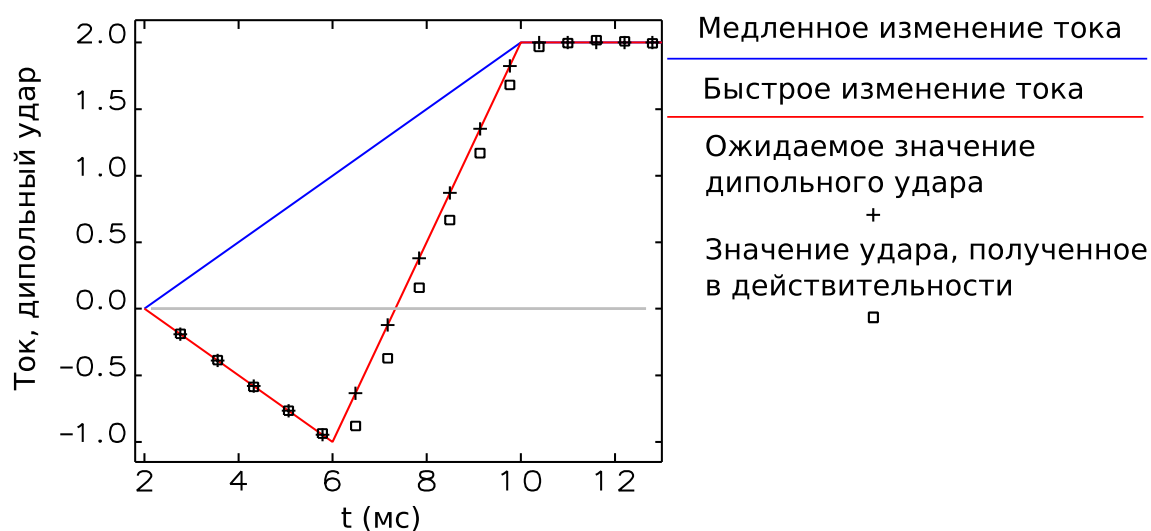


Рис. 3.14. Измерение эффекта экранировки поля корректора за счет вихревых токов, наведенных в вакуумной камере ускорителя. Синяя кривая — медленное изменение тока в корректоре, используемое в качестве эталонного измерения. Ожидаемое значение дипольного удара корректора — значение, которое следовало бы ожидать в случае отсутствия экранировки поля, т. е. значение дипольного удара, измеренное при медленном изменении тока, увеличенное либо уменьшенное пропорционально новой величине тока в корректоре. Из-за того что бета-функция в корректоре изменяется в процессе ускорения, измеренные значения дипольных ударов на этом графике перенормированы в каждой точке так, чтобы ожидаемый удар идеально попадал на кривую тока. Это немного искажает реальную зависимость удара от времени, но так проще сравнивать измерения с разных корректоров.

Также приходится предполагать, что орбита пучка в корректоре смещается на величину много меньшую поперечного размера вакуумной камеры, что в большинстве случаев справедливо (диаметр вакуумной камеры в корректирующих магнитах Бустера равен 10 см, а максимальное смещение орбиты вдоль всего цикла ускорения обычно меньше 1 см).

Таким образом, рассмотрим экранирование соленоидального поля проводящей вакуумной камерой с толщиной h и проводимостью σ . Пусть снаружи вакуумной камеры (но внутри соленоида) поле меняется по закону $B_0(t)$, тогда поле внутри камеры $B(t)$ можно найти решив систему из двух уравнений Максвелла

$$\begin{cases} \oint B dl = BL - B_0 L = \frac{4\pi}{c} E \sigma L h \\ 2\pi R E = -\frac{1}{c} \frac{dB}{dt} \pi R^2, \end{cases} \quad (3.4)$$

где L — длина отрезка вакуумной камеры, соответствующего выбранному замкнутому контуру интегрирования магнитного поля; E — величина вихревого электрического поля в стенке вакуумной камеры, R — радиус вакуумной камеры. Из этой системы следует дифференциальное уравнение на B

$$\frac{4\pi R \sigma h}{2c^2} \frac{dB}{dt} + B = B_0(t). \quad (3.5)$$

Все параметры задачи собрались в коэффициент $\tau = \frac{4\pi R \sigma h}{2c^2}$, имеющий размерность времени. Физический смысл этого параметра — время проникновения поля внутрь вакуумной камеры, при мгновенном изменении внешнего поля.

$$\tau \frac{dB}{dt} + B = B_0(t). \quad (3.6)$$

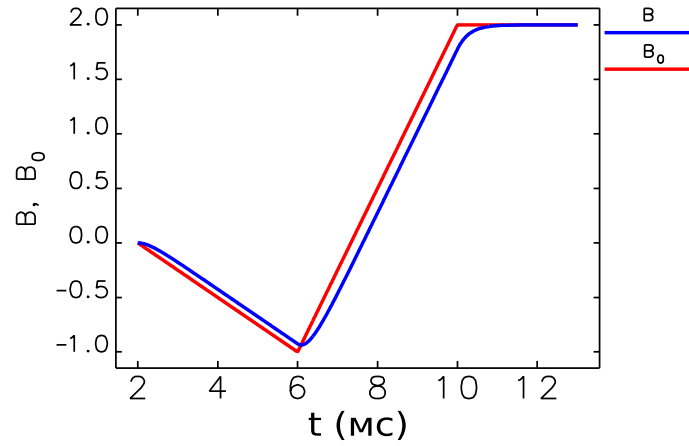


Рис. 3.15. Поле внутри вакуумной камеры B , в сравнении с полем снаружи камеры B_0 . Решение уравнения 3.6 при $\tau = 0,3$ мс.

Далее, учитывая, что в случае дипольного корректора временная зависимость экранировки вихревыми токами также должна описываться уравнением 3.6, коэффициент τ можно вычислить по двум измерениям откликов орбиты с быстрой и медленной вариацией тока в корректоре. Для измерений, приведенных на рис. 3.14, по решениям уравнения 3.6 с двумя разными правыми частями получаем $\tau \approx 0,3$ мс. Зависимость B от B_0 , соответствующая $\tau = 0,3$ мс, показана на рис. 3.15.

Зная τ по уравнению 3.6 легко найти требуемый закон изменения внешнего магнитного поля $B_0(t)$, а следовательно и тока в корректоре, для любого $B(t)$, т. е. для любой необходимой динамической коррекции.

Таблица 3.2.

Периметр	108,36 м
Магнитная жесткость	10 Т·м
Предельная энергия, для U^{92+}	560 МэВ/нуклон
Горизонтальный акцептанс	380 π ·мм·мрад
Вертикальный акцептанс	160 π ·мм·мрад
Энергетический акцептанс	$\pm 2\%$

Параметры накопителя ионов ESR.

3.3. Измерение ионной оптики накопителя ESR

Накопитель ионов ESR [32] (Experimental Storage Ring) расположен в исследовательском центре GSI, в г. Дармштадт (Германия). Основные параметры накопителя ESR приведены в таблице 3.2. ESR используется для экспериментов по взаимодействию ионных пучков с внутренней мишенью, а также для накопления и исследования свойств редких изотопов, получающихся при взаимодействии пучков тяжелых ионов с фиксированной мишенью. Накопитель оснащен системами стохастического и электронного охлаждения пучков.

Несмотря на то, что ESR эксплуатируется уже около 20 лет, за это время не производилось систематического измерения ионной оптики этого накопителя. В частности не ясна была причина сильного расхождения расчетных и измеренных частот бетатронных колебаний.

Для калибровки ионно-оптической модели ESR по матрице откликов орбиты доступны 12 горизонтальных и 8 вертикальных дипольных корректоров, а также 12 двухкоординатных датчиков положения пучка.

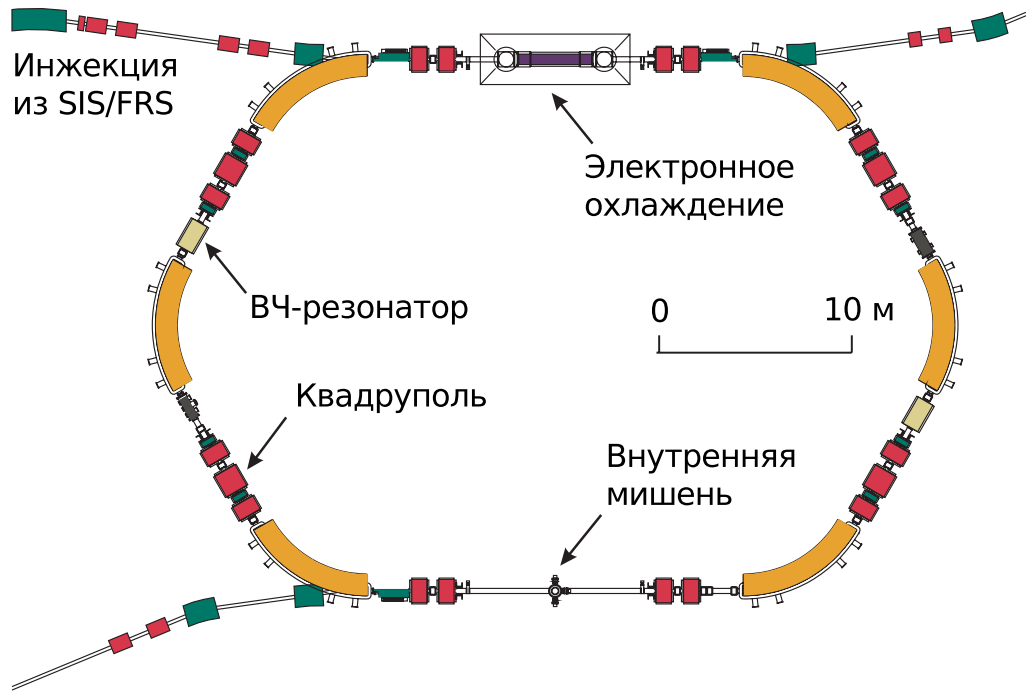


Рис. 3.16. Накопитель ионов ESR (фото любезно предоставлено Г. Отто, g.otto@gsi.de).

Первоначальные попытки калибровки модели по одной только матрице откликов орбиты (включая дисперсионную функцию) не дали однозначного результата — возникли сложности со сходимостью модели к реалистичному решению. Основная проблема, вероятно, заключалась в недостаточной точности датчиков положения пучка, особенно в горизонтальной плоскости (в связи с большой горизонтальной апертурой датчиков). По сравнению с накопителями электронов (и позитронов), для которых изначально был разработан метод калибровки оптической модели по матрице откликов замкнутой орбиты [1], накопители ионов обычно имеют худшую точность датчиков положения пучка. С другой стороны, наличие в ESR системы электронного охлаждения, позволяет получать пучки с очень малым разбросом по частотам обращения и по частотам бетатронных колебаний. Это дает возможность точного измерения откликов частот бетатронных колебаний на изменение сил квадрупольных линз (т. е. измерение средних бета-функций в линзах). Определение частот бетатронных колебаний производится на ESR при помощи измерения передаточной функции небанчируемого пучка [33] (beam transfer function). Все 20 квадрупольей ESR запитаны попарно от 10 независимых источников питания таким образом, чтобы сохранялась симметрия по отношению к отражению оптической структуры накопителя по горизонтали на рис. 3.16. То есть по откликам частот бетатронных колебаний в ESR можно измерить только бета-функции, усредненные по двум симметрично расположенным квадрупольям. Поскольку точность измерения откликов замкнутой орбиты в ESR все равно недостаточна, чтобы судить по ним об асимметрии оптических функций (точнее, асимметрия слишком мала), описанная симметрия была сохранена и в процессе калибровки модели ESR.

Калибровки датчиков положения пучка и дипольных корректоров ESR считались идеальными — точности измерений в данном случае также недостаточно, чтобы найти отличие этих калибровок от идеальных.

Измерения откликов замкнутой орбиты и частот бетатронных колебаний, приведенные в данной работе, были произведены с пучком ионов урана $^{238}\text{U}^{86+}$ с энергией 377 МэВ/нуклон (магнитная жесткость ESR составляла 8,48 Т·м). На рис. 3.19 показаны типичные измеренные отклики замкнутой орбиты на вариацию дипольных корректоров ESR. На рис. 3.20 показаны измеренные и модельные бета-функции.

После включения в оптимизационную функцию измеренных откликов частот бетатронных колебаний и фиксации симметрии оптической структуры ESR, сходимость оптимизационного алгоритма улучшилась и был получен воспроизводимый набор ошибок фокусировки, показанный в верхней части рис. 3.18. Возможные ошибки фокусировки в модели были распределены как в квадрупольях, так и в дипольных магнитах. Диполи в ESR являются магнитами С-типа, где теоретически могла быть существенная квадрупольная компонента, тем более, что дипольные магниты ESR составлены из нескольких сегментов и кроме того имеют множество дополнительных корректирующих обмоток. Однако, полученная в результате калибровки модели квадрупольная компонента в поворотных магнитах, лучше всего соответствующая измерениям, оказалась небольшой — $K_1 l = -1,5 \cdot 10^{-3}$ — что в несколько раз меньше характерных ошибок фокусировки в квадрупольных линзах и вообще находится на уровне погрешностей метода. Таким образом, можно считать, что калибровка модели показала отсутствие значительных интегральных градиентов поля в поворотных магнитах ESR.

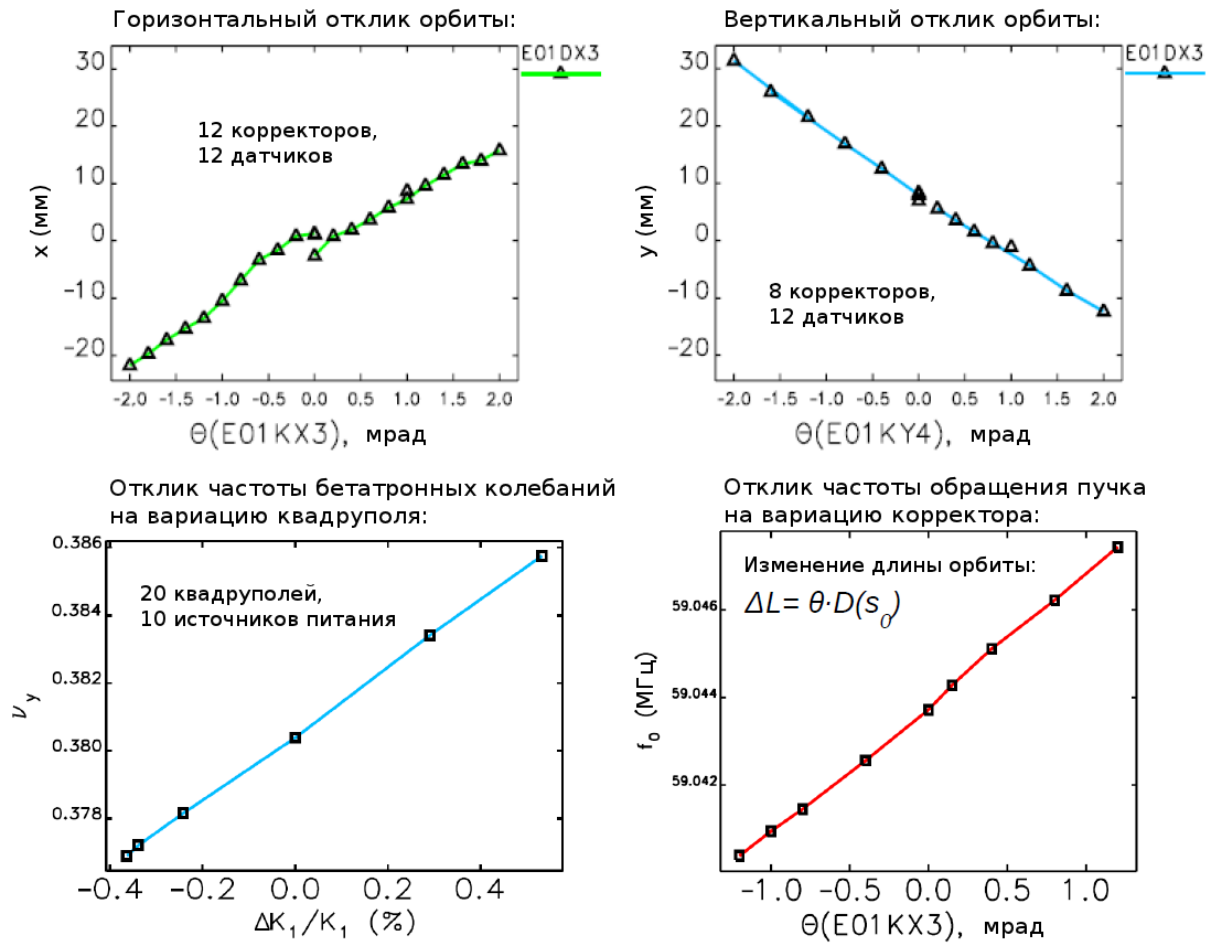


Рис. 3.17. Измеренные отклики орбиты, частот бетатронных колебаний и частоты обращения пучка. Горизонтальная апертура датчиков положения пучка больше, чем их вертикальная апертура, поэтому точность измерения положения пучка по вертикали лучше, чем по горизонтали.

Этот результат не был изначально очевиден, так как дипольные магниты являются наиболее сложными и длинными магнитными элементами ESR, и поэтому было подозрение на большую неучтенную ошибку фокусировки в этих элементах. Вместо этого, большая ошибка фокусировки (+4 % к номинальной силе линзы) выявилась в двух длинных квадрупольных линзах, фокусирующих в вертикальной плоскости (см. рис. 3.18). Сперва в возможность такой большой ошибки фокусировки никто из наших коллег, работающих на ESR, не поверил (возможно просто не обратили на это достаточно внимания), но со временем, через полтора года после работ по калибровке модели ESR, действительно, было обнаружено сильное систематическое отклонение тока (+5,8 % к номиналу) в источнике, питающем именно две указанные линзы — по какой-то причине данная ошибка оставалась долгое время незамеченной.

Как показано на рис. 3.18 кроме большой положительной ошибки в двух квадрупольных линзах, все остальные линзы имели отрицательные ошибки фокусировки (т. е. они слабее, чем должны быть) около 2 % от номинального значения. После повторной оптимизации с учетом обнаруженной положительной ошибки в 5,8 %, уже все линзы имеют отрицательные ошибки фокусировки около 2 % (см. рис. 3.18). Причинами этих отрицательных поправок являются несколько эффектов. Во-первых, в качестве исходных сил квадрупольных линз использовались значения из системы управления ESR, где не учитывается насыщение магнитов. Во-вторых, из-за того, что апертура линз в ESR сопоставима с расстоянием между ними (например, в дублете расстояние между линзами в 2,2 раза больше их апертуры), перекрытие краевых полей соседних линз приводит к их взаимной компенсации.

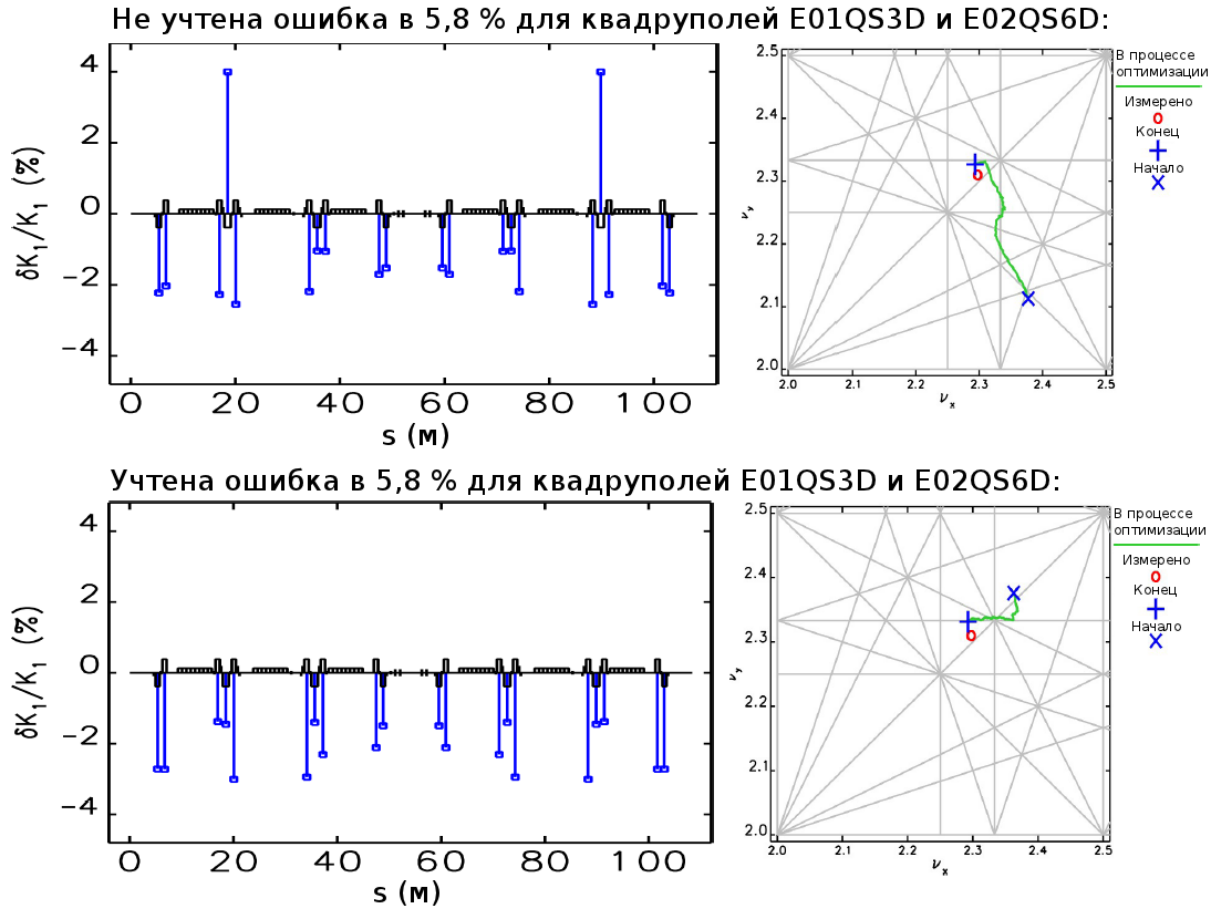


Рис. 3.18. Ошибки фокусировки, полученные в результате калибровки модели. Справа показана модельная рабочая точка ESR в процессе калибровки (оптимизации) модели. Измеренные бетатронные частоты не были включены в оптимизационную функцию для того, чтобы убедиться в правильности полученной модели.

В-третьих, само понятие эффективной длины линзы имеет смысл только с некоторой точностью. Используемая в модели замена реального распределения градиента поля в линзе на прямоугольное распределение с длиной, равной эффективной магнитной длине линзы, точно воспроизводит реальную фокусировку только в случае достаточно тонкой и слабой линзы. В случае ESR данное приближение имеет точность около 1 %, причем точность приближения ухудшается с увеличением силы линзы и также зависит от знака фокусировки.

Оценки для всех трех описанных эффектов дают уменьшение сил квадрупольных линз на величину масштаба 1 %, причем, складываются эти эффекты нетривиальным образом и для их корректного учета требуется усложнить модель, введя более реалистичное распределение фокусирующего градиента поля в линзах. Таким образом, приведенные на нижней части рис. 3.18 ошибки фокусировки следует воспринимать как эффективные поправочные коэффициенты, обеспечивающие хорошее согласие между измеренными и модельными параметрами накопителя, но при этом не обязательно отражающими реальную картину распределения ошибок фокусировки.

На рис. 3.21 показана измеренная разными методами дисперсионная функция. Благодаря тому, что в ESR имеется система электронного охлаждения, в охлажденном пучке можно получить разброс скоростей ионов достаточно малый, чтобы можно было измерить зависимость частоты обращения небанчируемого пучка от силы дипольного корректора (см. рис. 3.17).

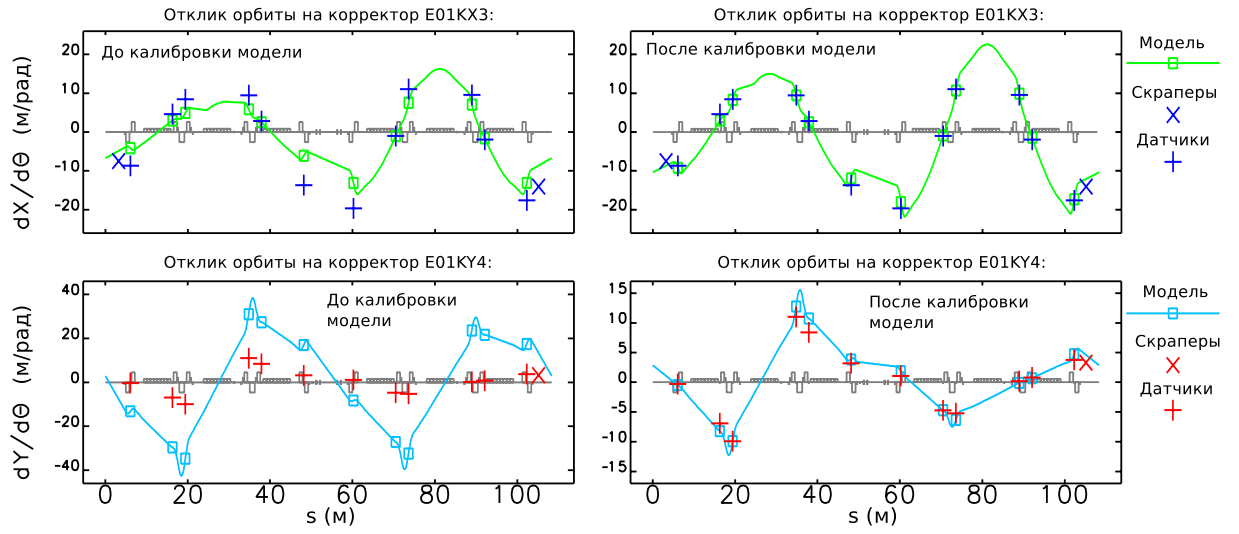


Рис. 3.19. Сравнение измеренных и модельных откликов замкнутой орбиты на вариацию дипольных корректоров.

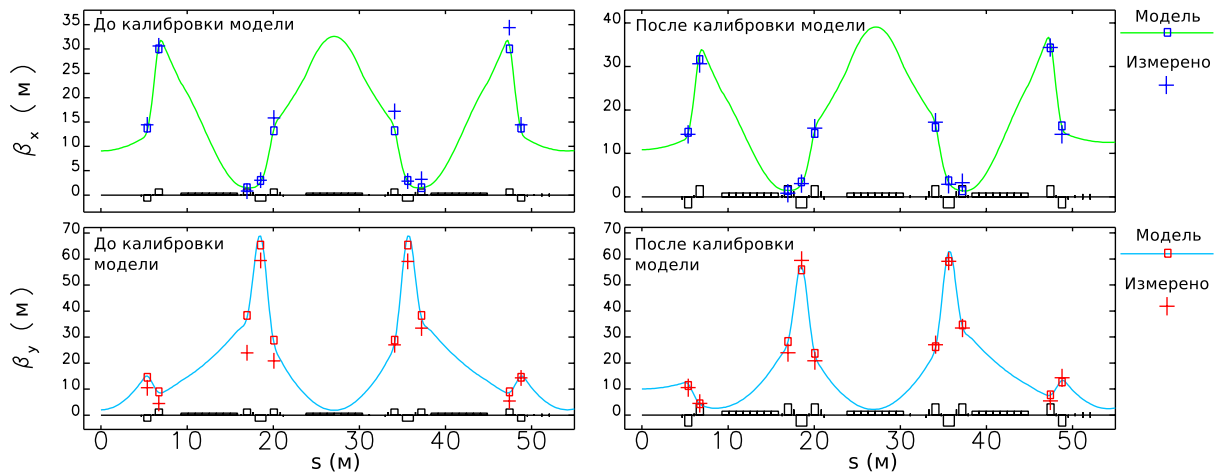


Рис. 3.20. Бета-функции, измеренные по отклику частоты бетатронных колебаний на вариацию силы квадруполей.

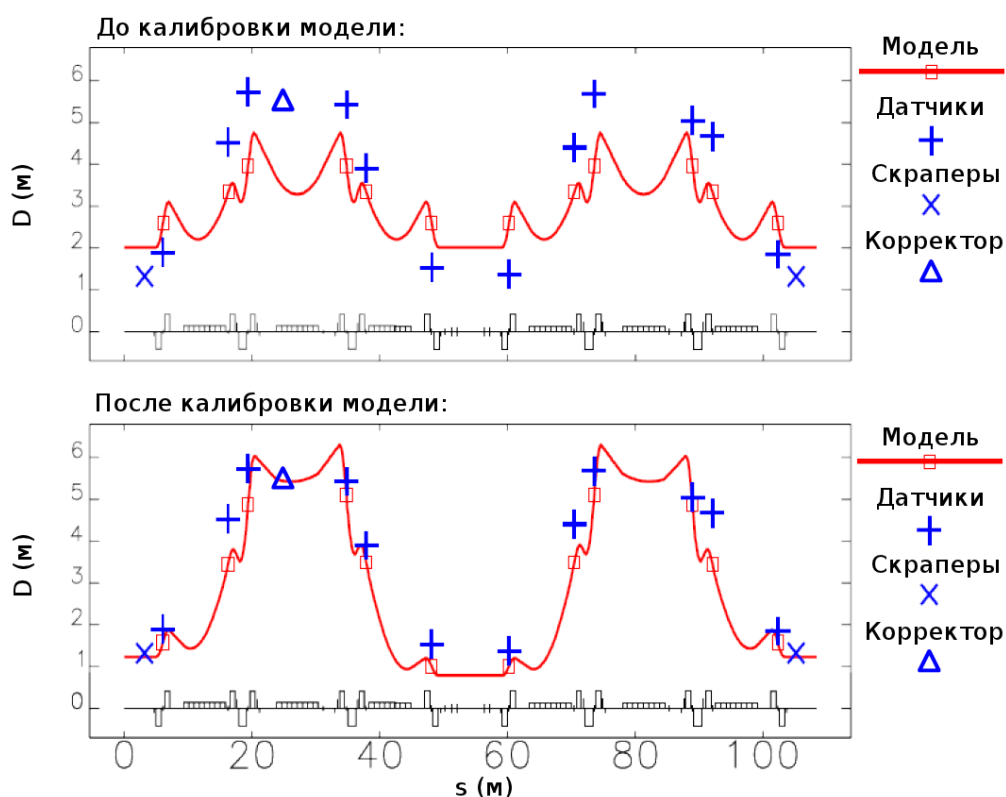


Рис. 3.21. Измеренная разными способами дисперсионная функция в сравнении с исходной и калиброванной моделью ESR. Дисперсионная функция в датчиках положения пучка вычислялась по разнице между их показаниями для пучка на инжекционной орбите и для пучка на центральной орбите. В местах расположения вводимых ограничителей апертуры (скраперов пучка) измерения дисперсионной функции осуществлялись по разнице в положении ограничителя апертуры губящего пучок ионов $^{238}\text{U}^{86+}$ и $^{238}\text{U}^{85+}$. Дисперсионная функция в дипольном корректоре измерена по изменению частоты обращения пучка на вариацию корректора (см. рис. 3.17). В оптимизационную функцию были включены только значения дисперсионной функции в датчиках положения пучка.

Так как согласно выражению 1.9, удлинение искаженной орбиты непрерывного пучка пропорционально величине дисперсионной функции в корректоре, измеренный отклик частоты обращения дает модельно-независимое значение дисперсионной функции в корректоре. На ESR подобное измерение дисперсионной функции было произведено только в одном дипольном корректоре. Полученное значение не было включено в оптимизационную функцию, а вместо этого было использовано для проверки правильности полученной модели.

Другой альтернативный метод измерения дисперсионной функции основан еще на одном уникальном свойстве накопителя ESR, а именно, благодаря большой горизонтальной апертуре в этом накопителе можно одновременно накапливать ионы урана с тремя разными степенями ионизации. Данный режим работы установки обычно реализуется автоматически в случае если включена система электронного охлаждения пучка (из-за захвата электронов ионами в секции электронного охлаждения). При этом на мониторе Фурье-спектра продольного сигнала Шоттки (т. е. суммы сигналов с двух пластин чувствительного пикап-датчика Шоттки) такой режим работы установки выражается в трех пиках, соответствующих частотам обращения трех разных ионов урана. Постепенно вводя ограничитель апертуры в месте с ненулевой дисперсионной функцией можно выборочно удалять из пучка тот или иной тип ионов. По расстоянию между орбитами разных типов ионов легко вычислить значение дисперсионной функции в месте расположения вводимого ограничителя апертуры. Описанный метод измерения дисперсии также использовался для проверки правильности полученной модели (см. рис. 3.21).

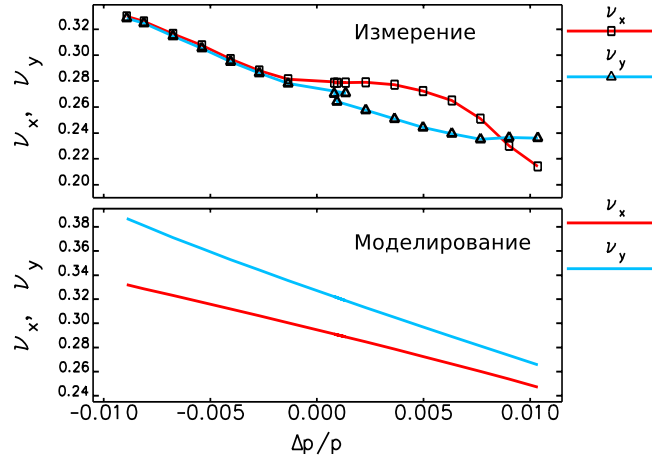


Рис. 3.22. Зависимость частот бетатронных колебаний от энергии пучка в ESR. Измерения проведены для небанчированного пучка, энергия которого плавно менялась подстройкой энергии электронного пучка в секции электронного охлаждения (при этом все секступольные линзы были выключены). Моделирование этого эксперимента произведено с использованием калиброванной модели.

Измерение дисперсионной функции в ESR традиционным способом — при помощи измерения отклика орбиты на изменение частоты ВЧ-резонатора — дает результаты с большими погрешностями, из-за большой горизонтальной апертуры датчиков положения пучка.

Полученная калиброванная модель ионной оптики ESR была использованная в дальнейшем для расчета локальных искажения орбиты пучка. По смещению частоты бетатронных колебаний в зависимости от амплитуды локального искажения орбиты можно судить о неоднородности фокусирующих свойств отдельных магнитных элементов (т. е. о мультипольных компонентах выше чем квадрупольные).

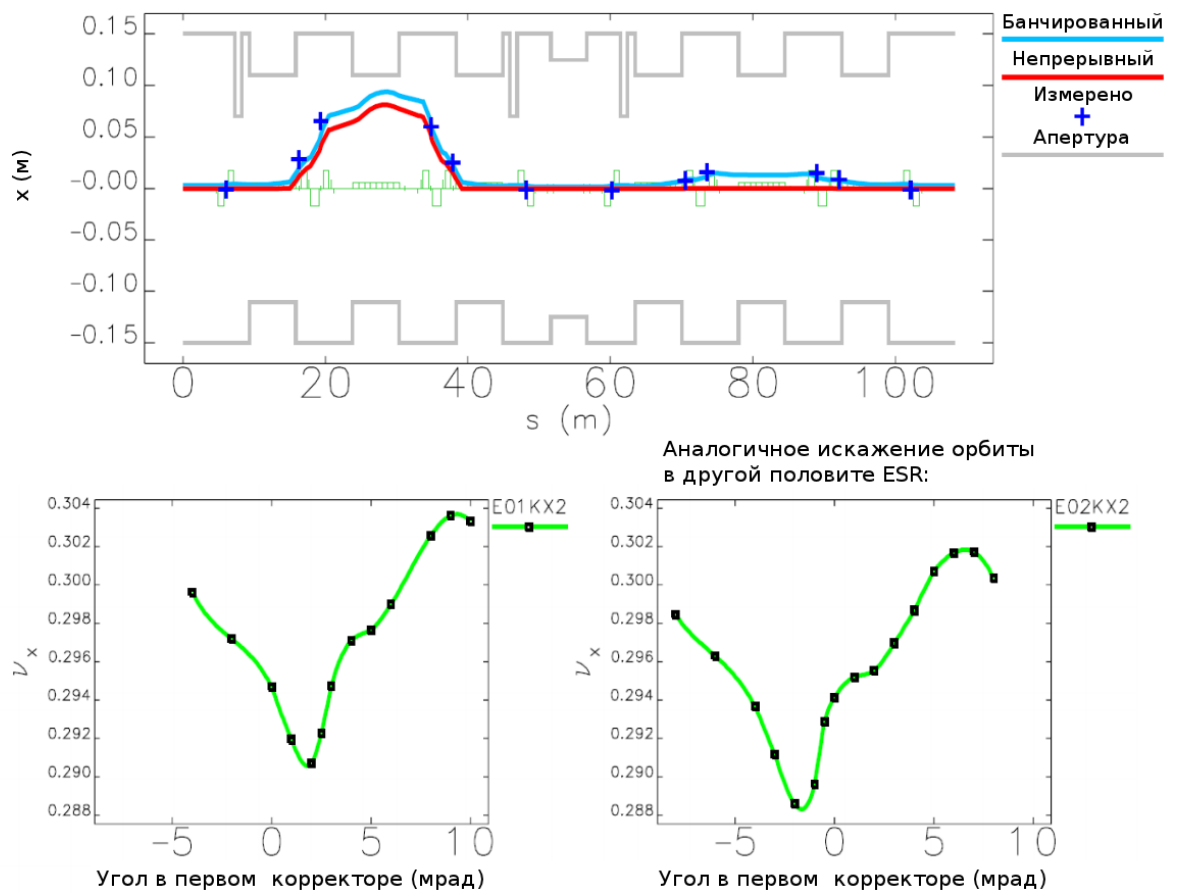


Рис. 3.23. Локальное искажение орбиты в ESR.

ESR обладает довольно сложной нелинейной оптикой, в частности, как показано на рис. 3.22, кривые натурального хроматизма этого накопителя имеют сложный вид, — очевидно, что такой хроматизм невозможно хорошо скомпенсировать одними секступольными линзами (даже в комбинации с октупольными). Показанное на рис. 3.23 искажение орбиты использовалось для проверки предположения о том, что поля поворотных магнитов в ESR обладают значительными неоднородностями, которые и приводят к наблюдаемому сложному виду хроматизма. Были проведены измерения зависимости частот бетатронных колебаний от величины локальных искажений орбиты, симметрично расположенных в двух арках ESR (одно из этих искажений орбиты показано на рис. 3.23). Как показано на рис. 3.23, две измеренные зависимости имеют очень похожий вид, из чего следует, что неоднородности полей в двух соответствующих диполях ESR одинаковые, т. е. эти неоднородности поля имеют систематический характер.

Как видно из рис. 3.23, локальное искажение орбиты банчированного пучка, измеренное пикап-датчиками, хорошо согласуется с расчетами, — это служит дополнительной проверкой правильности калибровки модели (в частности это подтверждает предположение о симметрии оптических функций). Локальное искажение орбиты небанчированного пучка при включении ВЧ-резонатора (что необходимо для измерения орбиты пикап-датчиками) теряет свою локальность из-за того, что энергия пучка подстраивается под новую длину орбиты так, чтобы частота обращения осталась прежней (см. раздел 1.1.1) — этот эффект хорошо виден на рис. 3.23.

3.4. Измерение электронной оптики накопителя-охладителя Инжекционного комплекса ВЭПП-5

Накопитель-охладитель Инжекционного комплекса ВЭПП-5 [37, 38] (см. рис. 3.24) предназначен для накопления электронных и позитронных пучков с энергией 510 МэВ. Позитронные пучки генерируются в электромагнитном ливне при попадании электронного пучка с энергией 280 МэВ на танталовую мишень. В дальнейшем позитронные пучки ускоряются до энергии 510 МэВ в линейном ускорителе и инжектируются в накопитель.

3.4.1. Измерение угла инжекции пучка

В накопителе используется схема инжекции с вертикальным септум-магнитом, выводящим инжектируемый пучок в плоскость кольца. За септум-магнитом расположен дублет квадрупольных линз большой апертуры (80 мм), которые уменьшают отклонение инжектированных частиц от центральной орбиты, после чего пучок направляется в акцептанс накопителя быстрым горизонтальным ударом инфлектора. Накопление происходит в одной ВЧ-сепаратрисе, поэтому чтобы накопленные частицы при инжекции новой порции не были выбиты на стенку, до влета в прорезь септум-магнита по накопленному пучку наносится предварительный удар (предудар), подводящий пучок к носику септума.

Для определения поперечных координат и углов, с которыми пучок влетает в накопитель, можно измерить положение пучка как функцию силы какой-нибудь квадрупольной линзы, установленной в накопителе после септум-магнита. На рис. 3.25 показаны результаты подобных измерений.

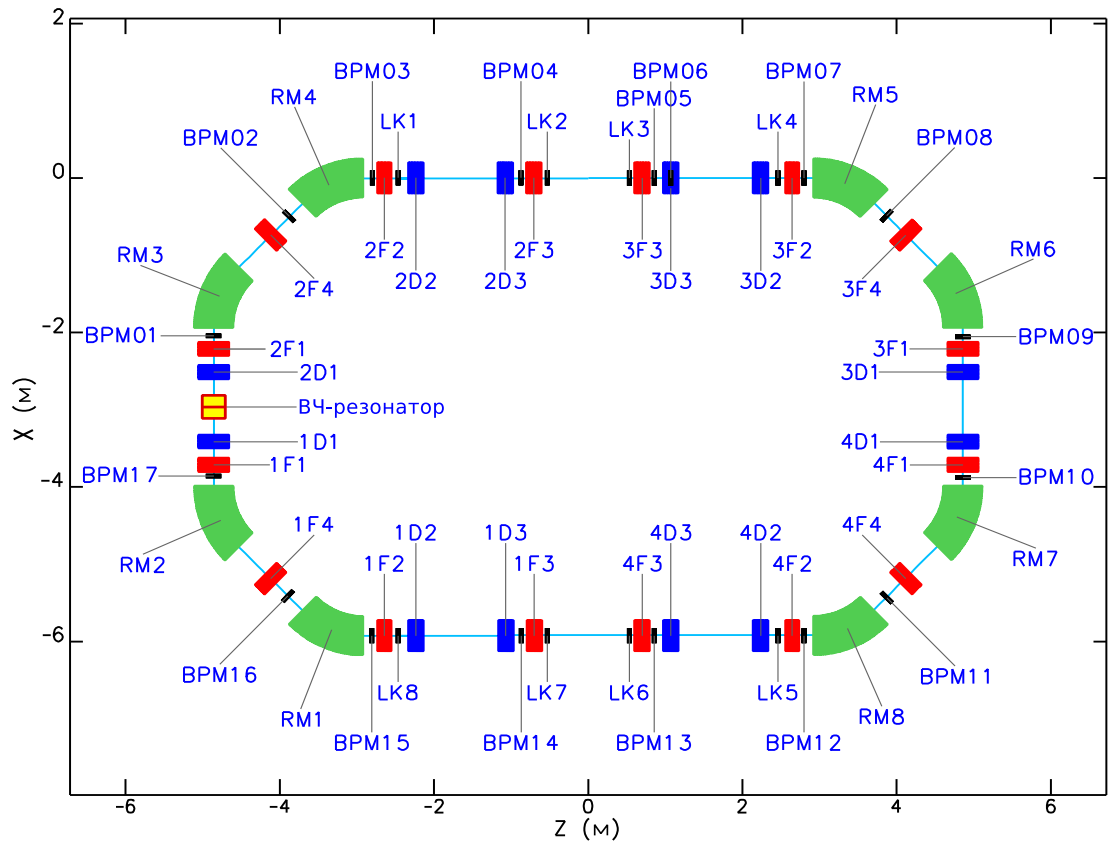


Рис. 3.24. Накопитель-охладитель Инжекционного комплекса ВЭПП-5. RM1 ... RM8 — поворотные магниты; 1F1 ... 1F4 — фокусирующие по горизонтали квадруполь; 1D1 ... 1D4 — дефокусирующие по горизонтали квадруполь. LK1 ... LK8 — выдвижные люминофорные экраны; BPM01 ... BPM17 — датчики положения пучка (пикап-электроды).

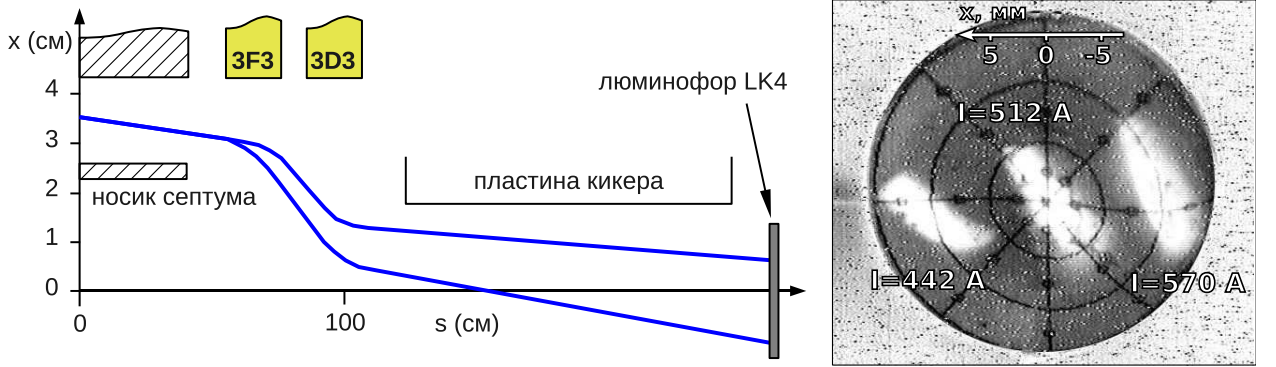


Рис. 3.25. Траектория пучка (слева) и его изображение на датчике LK4 (справа) для разных значений силы квадрупольной линзы 3F3. На фотографии три неперекрывающихся изображения пучка объединены в одно.

Поперечные координаты инжектируемого в накопитель электронного пучка регистрировались при помощи люминофорного экрана, расположенного после впускного инфлектора. Инфлектор и линза 3D2 были выключены, а пучок смещался за счет изменения тока в обмотках квадрупольной линзы 3F3 (см. рис. 3.25).

Значения x и x' частицы на люминофоре и за септум-магнитом (x_0 и x'_0) связаны через транспортную матрицу, которая рассчитывается с хорошей точностью, если известны градиенты магнитного поля в линзах а также их магнитные длины

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix}. \quad (3.7)$$

Таким образом, зная положение пучка на люминофоре для двух значений тока в линзе имеем систему уравнений на x_0 и x'_0

$$\begin{cases} R_{11}(I_1)x_0 + R_{12}(I_1)x'_0 = x_1 \\ R_{11}(I_2)x_0 + R_{12}(I_2)x'_0 = x_2 \end{cases}, \quad (3.8)$$

откуда

$$x_0 = \frac{R_{12}(I_2)x_1 - R_{12}(I_1)x_2}{R_{11}(I_1)R_{12}(I_2) - R_{12}(I_1)R_{11}(I_2)}, \quad (3.9)$$

$$x'_0 = \frac{R_{11}(I_1)x_2 - R_{11}(I_2)x_1}{R_{11}(I_1)R_{12}(I_2) - R_{12}(I_1)R_{11}(I_2)}. \quad (3.10)$$

Для приведенных на рис. 3.25 измерений получается $x_0 \approx 3$ см, $x'_0 \approx -3$ мрад. Большой угол наклона пучка после септум-магнита определяется ошибкой в изготовлении вакуумной камеры этого магнита либо ошибкой при его установке. Этот угол не удалось скомпенсировать при помощи горизонтальной дипольной коррекции в инжекционном канале, поэтому для накопления пучка пришлось существенно уменьшить силу линзы F3 по сравнению с проектным значением (в противном случае необходим настолько сильный удар инфлектора, что циркулирующий пучок выбивается из акцептанса кольца). Ослабление линзы F3 привело к смещению частоты горизонтальных бетатронных колебаний от проектного значения $\nu_x = 4,84$ до $\nu_x = 4,54$.

Для работы с интенсивным пучком электронов малого эмиттанса наличие большого угла при инжекции не имело принципиального значения, однако в будущем при накоплении позитронов этой проблеме, вероятно, придется уделить внимание.

Как видно из рис. 3.25, при увеличении тока в обмотках линзы 3F3 кроме смещения пучка происходит его фокусировка по горизонтали и дефокусировка по вертикали. По изменению размеров пучка можно определить область, которую частицы занимают на фазовых плоскостях (x, x') и (y, y') . Эта информация будет иметь большое значение для минимизации потерь позитронного пучка при инжекции в накопитель.

3.4.2. Оптоволоконный датчик потерь пучка

В процессе настройки линейного ускорителя, служащего инжектором для накопителя-охладителя, нами был предложен и протестирован простой метод нахождения мест потерь пучка при помощи датчика на основе оптического волокна. Аналогичный датчик в дальнейшем также будет использован для настройки инъекции пучка в накопитель. Идея данного метода состоит в том, чтобы протянуть снаружи от вакуумной камеры ускорителя оптическое волокно и использовать его в качестве черенковского датчика вторичных электронов и позитронов, рождающихся при попадании пучка на стенку камеры. Для регистрации черенковского излучения, захваченного в оптическое волокно, использовался фото-электронный умножитель (ФЭУ). Осциллограмма сигнала с ФЭУ по сути и представляет собой распределение потерь пучка вдоль ускорителя (см. рис. 3.26).

3.4.3. Измерения откликов орбиты и частот бетатронных колебаний

Для первых измерения оптики накопителя использовался модельно-независимый анализ (МНА) пооборотных данных. В частности с помощью МНА удалось быстро измерить набег фаз между датчиками (т. к. они не зависят от калибровок датчиков, которые были изначально неизвестны) и стало ясно, что целая часть частоты горизонтальных бетатронных колебаний отличается на единицу от проектного значения. В итоге была найдена ошибка в расчете полей линз и после ее исправления целая часть бетатронной частоты стала правильной, что значительно улучшило накопление пучка.

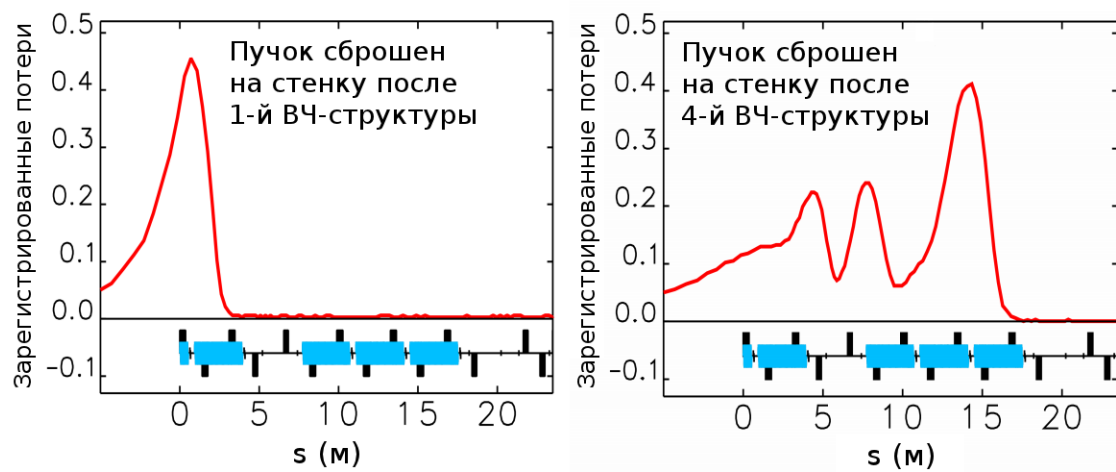
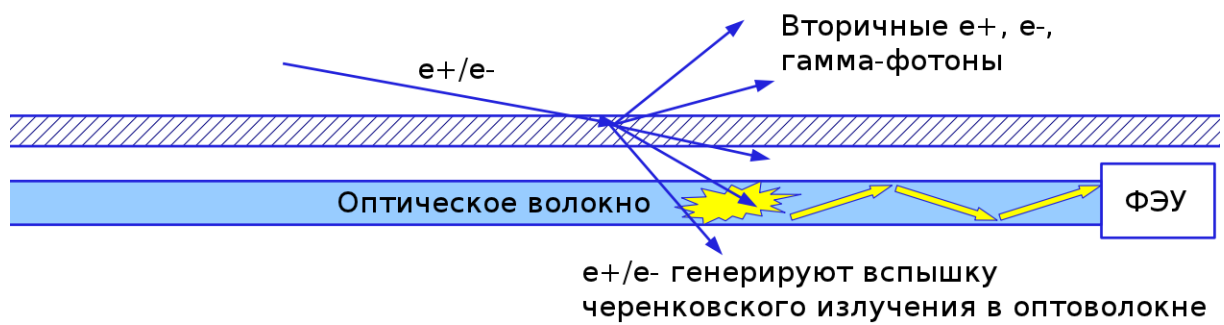


Рис. 3.26. Датчик потерь пучка на основе оптического волокна.

Для более точного измерения оптики накопителя и определения калибровок всех корректоров и датчиков положения пучка был применен метод калибровки модели по матрице откликов [39], разработанный ранее для накопителя ESR.

Накопитель-охладитель имеет 17 электростатических датчиков положения пучка. Один датчик подключен к осциллографу, а для регистрации сигналов с остальных датчиков используются 16 четырехканальных АЦП (по одному каналу на каждый из четырех пикап-электродов соответствующего датчика). Момент измерения каждого АЦП синхронизирован с ВЧ-резонатором накопителя. Всего можно записать 32000 оборотов пучка.

Для определения частот бетатронных колебаний использовалось дискретное преобразование Фурье от сигнала пооборотного положения пучка. При этом когерентные бетатронные колебания возбуждались ударом инфлектора по накопленному пучку. Процесс измерения откликов на вариации всех дипольных и квадрупольных корректоров в накопителе-охладителе занимает около часа. Для каждого корректора последовательно задавались несколько значений и регистрировались показания датчиков положения пучка. Все зависимости оказались с высокой точностью (1—5 %) линейные (см. рис. 3.27), поэтому для их описания можно использовать выведенные в первой главе формулы.

Автоматизация измерений и управление накопителем-охладителем осуществлялось при помощи EPICS [21], а все манипуляции с данными производились в SDDS-формате [19] посредством tcl-скриптов [22]. Расчеты электронно-оптической системы и калибровка модели проводились в программе Elegant [20].

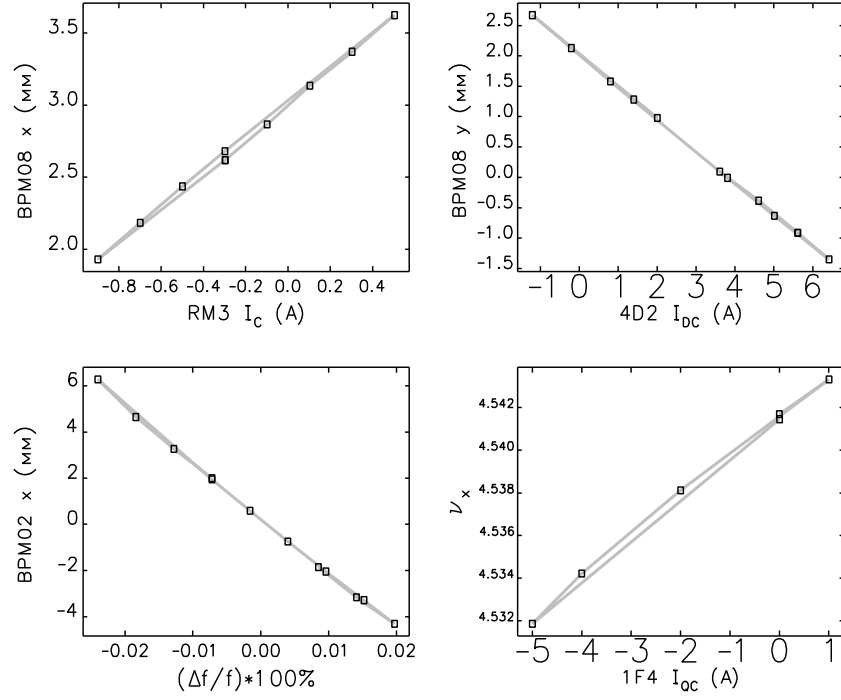


Рис. 3.27. Примеры измеренных откликов: а) смещение горизонтальной орбиты при вариации тока в корректирующих обмотках поворотного магнита, б) смещение вертикальной орбиты при вариации тока в обмотках дипольной коррекции линзы, с) смещение горизонтальной орбиты при вариации частоты ВЧ-резонатора, d) смещение частоты горизонтальных бетатронных колебаний при вариации тока в обмотках квадрупольной коррекции линзы.

Простые tcl-скрипты, обрабатывающие данные в режиме реального времени и сопряженные с программой sddsplot (отображающей эти данные), оказалось также очень удобно использовать для контроля параметров накопителя (интенсивности пучка, положения его орбиты, отображения текущих частот бетатронных колебаний).

3.4.4. Скрытые параметры модели накопителя-охладителя

Неизвестные добавки к фокусирующим полям накопителя-охладителя имеют несколько источников. Во-первых, это неопределенность энергии пучка. В накопителе не предусмотрено измерение энергии частиц, поэтому она известна с точностью до энергетического акцептанса равного 2 %. Во-вторых, квадрупольные линзы и поворотные магниты (в поворотных магнитах есть градиент поля) имеют ошибки изготовления. Магнитные длины однотипных линз согласно проведенным ранее магнитным измерениям отличаются в пределах 1 %. В-третьих, возмущение фокусирующего поля возникает из-за смещения замкнутой орбиты относительно центров секступольных магнитов, используемых в накопителе для компенсации хроматизма. Кроме того не исключены ошибки в калибровках источников питания магнитных элементов. В сумме все перечисленные возмущения фокусировки приводят к существенному искажению электронной оптики. Часто оказывается, что если подставить в программу расчета оптических функций использованные в эксперименте силы линз, полученная система не будет обеспечивать стабильность для вертикальных бетатронных колебаний. Таким образом, калибровка модели является важным этапом в настройке накопителя-охладителя.

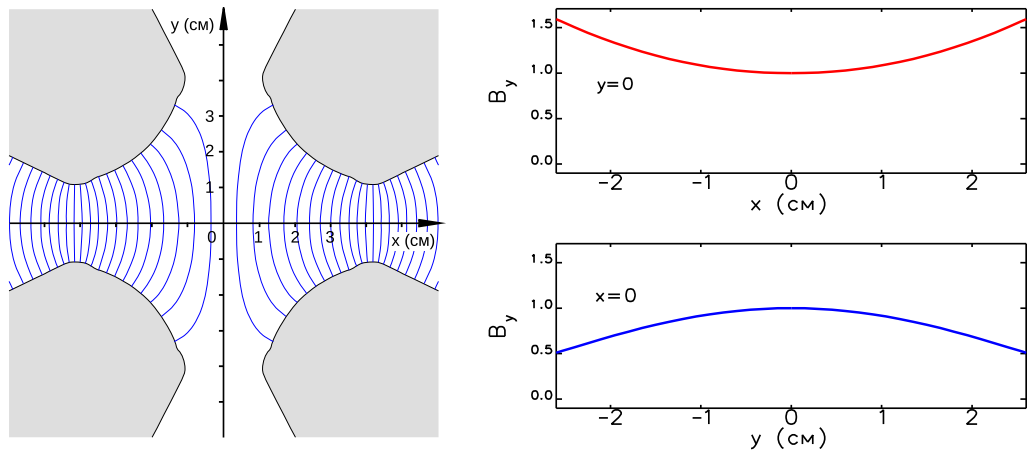


Рис. 3.28. Магнитное поле горизонтальной дипольной коррекции в квадрупольной линзе (расчет в программе Mermaid [36]). Основные компоненты поля коррекции — дипольная и секступольная. Отношение секступольной компоненты к дипольной на радиусе вписанной в квадруполь окружности составляет 0,8.

Конкретный способ распределения ошибок квадрупольной фокусировки не имеет принципиального значения для калибровки модели. Главное — обеспечить достаточную свободу оптимизации фокусирующей структуры кольца. Например, можно потребовать, чтобы ошибки были расположены только в квадрупольных линзах и диполях, добавление к этому возможности варьировать фокусировку за счет смещения центров секступолей практически не повлияет на результирующие оптические функции калиброванной модели.

Помимо распределения ошибок фокусирующего поля неизвестными параметрами в модели являются калибровки дипольных корректоров и датчиков положения пучка. Корректирующее дипольное магнитное поле в квадруполях неоднородно (см. рис. 3.28). Кроме дипольной возникает также сильная секступольная компонента. Поэтому, например, для горизонталь-

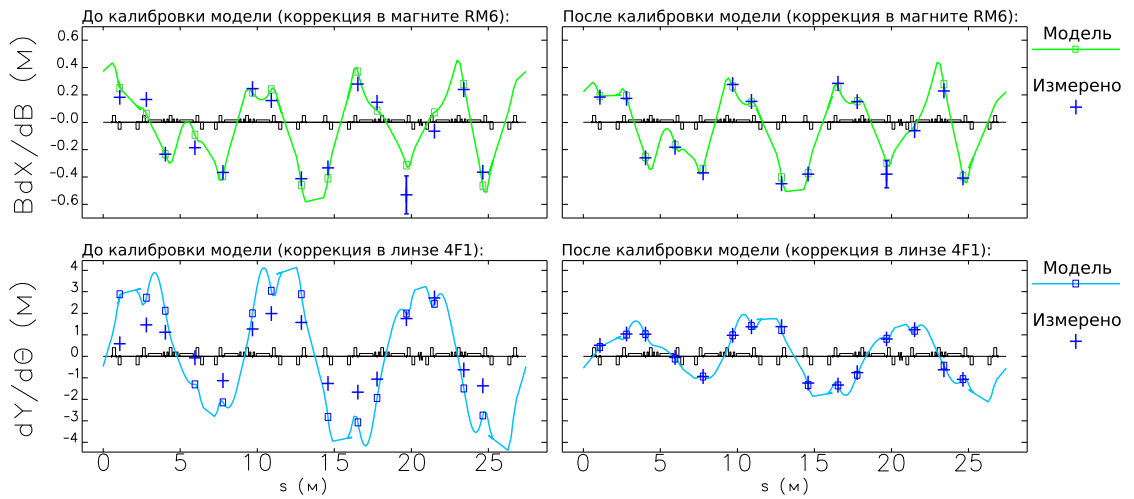


Рис. 3.29. Отклики замкнутой орбиты на вариацию горизонтального и вертикального корректоров.

ной коррекции, если замкнутая орбита смещена по горизонтали относительно центра квадруполя, корректирующее поле будет сильнее, чем в центре линзы, а если орбита смещена по вертикали, то корректор станет, наоборот, слабее. При смещении орбиты от центра на 1,5 см (что соответствует половине апертуры линзы) калибровка дипольного корректора в линзе может измениться на $\pm 30\%$.

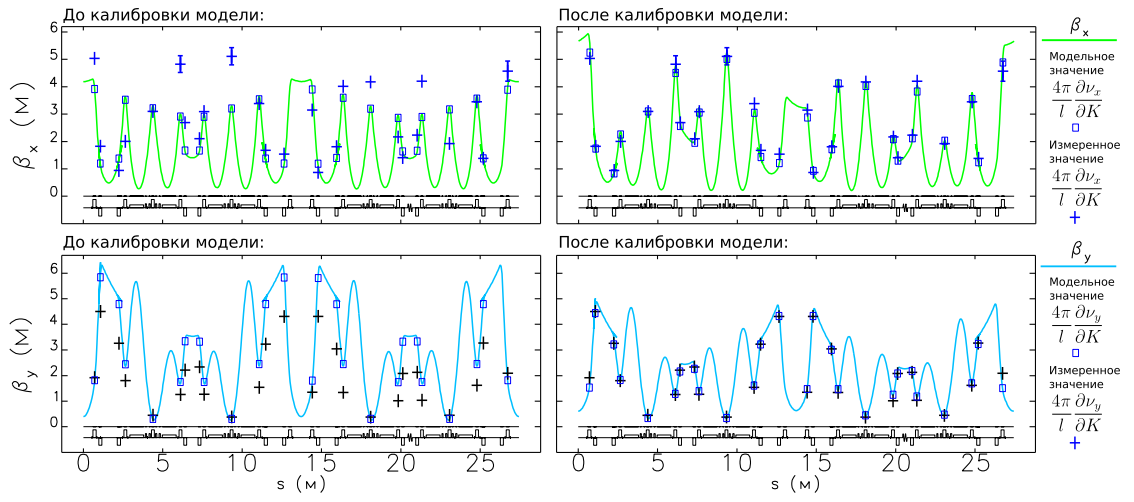


Рис. 3.30. Сравнение измеренных и модельных бета-функций.

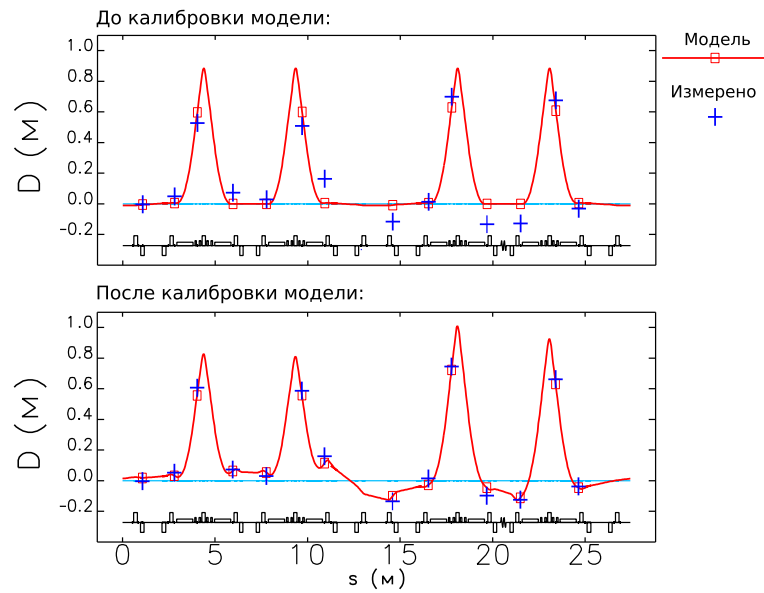


Рис. 3.31. Дисперсионная функция.

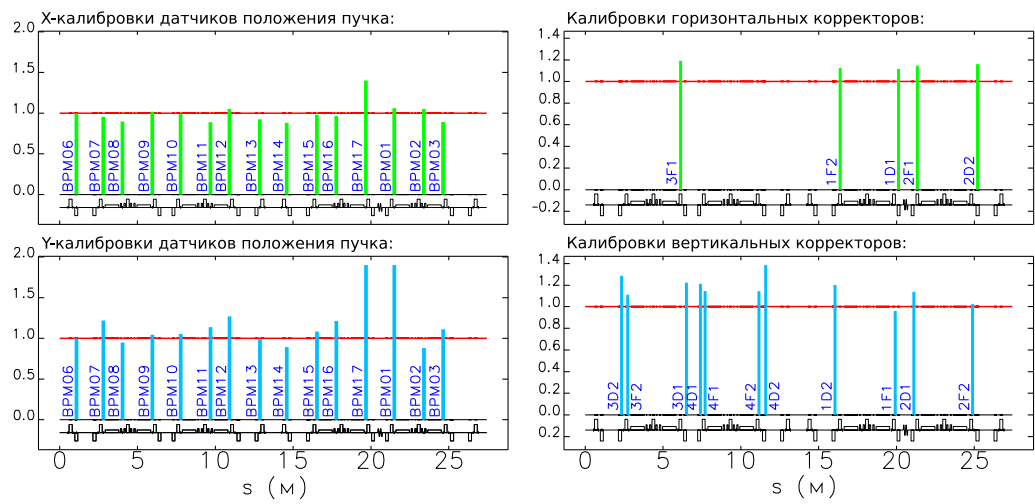


Рис. 3.32. Калибровки корректоров и датчиков положения пучка.

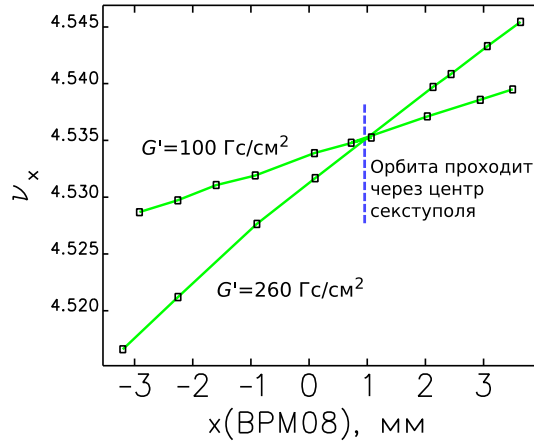


Рис. 3.33. Измеренные отклики частоты бетатронных колебаний на искажение замкнутой орбиты корректором при разных силах секступольной линзы. По горизонтальной оси — показания ближайшего к секступолю датчика положения пучка (расстояние до секступоля равно 12 см).

3.4.5. Орбита в секступолях

Горизонтальное положение замкнутой орбиты пучка в секступоле может быть вычислено по измерениям откликов частот бетатронных колебаний на вариацию силы секступоля. Очевидно, эти отклики равны нулю если орбита пучка проходит через центр секступоля (см. рис. 3.33).

Секступольное поле описывается следующим скалярным потенциалом

$$V(x, y) = \frac{g'}{2} \left(\frac{y^3}{3} - x^2 y \right), \quad (3.11)$$

где $g' = \partial^2 B_y / \partial x^2$, а магнитное поле для такого потенциала $\mathbf{B} = -\nabla V$. В случае когда орбита пучка (x_0, y_0) смещена относительно центра секступоля

$$V(x, y) = \frac{g'}{2} \left(\frac{(y_0 + y)^3}{3} - (x_0 + x)^2 (y_0 + y) \right) \equiv V_0 + V_d + V_q + V_{sq} + V_{sx}, \quad (3.12)$$

где V_0 — несущественная постоянная компонента потенциала в точке (x_0, y_0) ;

$$V_d = \frac{g'}{2} (y_0^2 - x_0^2) y - g' x_0 y_0 x \quad (3.13)$$

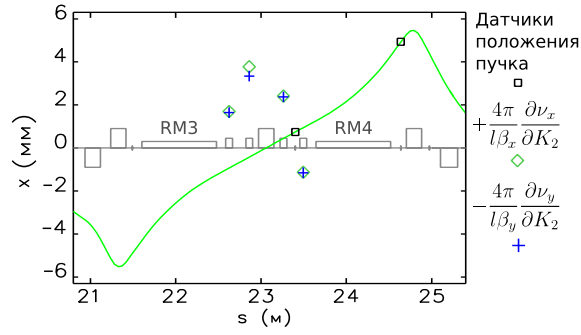


Рис. 3.34. Горизонтальное смещение замкнутой орбиты относительно центров секступолей.

— слагаемое, описывающее дипольное поле;

$$V_q = -g'x_0xy \quad (3.14)$$

— слагаемое, описывающее квадрупольное поле;

$$V_{sq} = \frac{g'y_0}{2}(y^2 - x^2) \quad (3.15)$$

— слагаемое, описывающее поле квадруполя, повернутого на 45° (skew-квадруполя);

$$V_{sx} = \frac{g'}{2} \left(\frac{y^3}{3} - x^2y \right) \quad (3.16)$$

— слагаемое, описывающее секступольную компоненту поля. Вдали от резонанса связи возмущение skew-квадрупольного поля не приводит к смещению частот бетатронных колебаний. Поэтому эффект от вариации секступольной линзы в нашем случае сводится к смещению замкнутой орбиты и смещению частот бетатронных колебаний за счет V_q . Вообще, из-за наличия секступолей в кольце искажение орбиты само по себе приводит к дополнительному смещению частот бетатронных колебаний, однако, для достаточно малых x_0 и y_0 (порядка нескольких миллиметров в случае накопителя) этим эффектом можно пренебречь, так как дипольная компонента квадратична

по смещению орбиты (x_0, y_0) , а квадрупольная линейна по x_0 . В отличие от квадруполей секступольные линзы накопителя-охладителя можно варьировать в широких пределах без потери пучка.

Используя выражение для сдвига частоты бетатронных колебаний в приближении тонкой линзы (1.41) получим

$$x_0 = \frac{4\pi}{l\beta_x} \frac{\partial \nu_x}{\partial K_2} = -\frac{4\pi}{l\beta_y} \frac{\partial \nu_y}{\partial K_2},$$

где K_2 — сила секступольной линзы

$$K_2 = \frac{e}{rc} \frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2}.$$

Таким образом, для вычисления x_0 необходимо знать β_x или β_y в секступоле. Эти величины могут быть взяты из калиброванной модели. Менее точное но модельно-независимое значение бета-функций легко получить экстраполируя измеренное значение в центре ближайшего квадруполя (в этом случае приходится считать, что бета-функция имеет максимум или минимум точно в центре квадруполя).

На рис. 3.34 показаны результаты измерений смещения пучка относительно центров секступолей. Значения β_x и β_y взяты из калиброванной модели. То, что значения x_0 , посчитанные по откликам ν_x и ν_y , с хорошей точностью совпадают, служит подтверждением корректности модели. На рис. 3.34 для сравнения сплошной линией показана модельная орбита в предположении, что два ближайших датчика положения пучка выставлены абсолютно точно. Измеренные смещения не могут быть объяснены только искажением замкнутой орбиты пучка. Если, например, предположить, что два крайних секступоля справа от квадрупольной линзы выставлены идеально точно, из этого будет следовать, что пучок должен в этом месте иметь

x' существенно больше доступного углового акцептанса. Аналогичный вывод можно сделать из рис. 3.33. Следовательно, секступоли имеют большую ошибку выставки, достигающую нескольких миллиметров. По сравнению с апертурой секступоля, равной 68 мм, это не много, но соответствующее возмущение квадрупольной фокусировки от такого смещения секступоля составляет несколько процентов характерной величины силы квадруполь в накопителе-охладителе. Судя по всему основной вклад в ошибки фокусировки дает именно смещение орбиты пучка секступолях. Если внести в модель эти измеренные значения отклонений, тогда ошибки в квадрупольях можно существенно уменьшить.

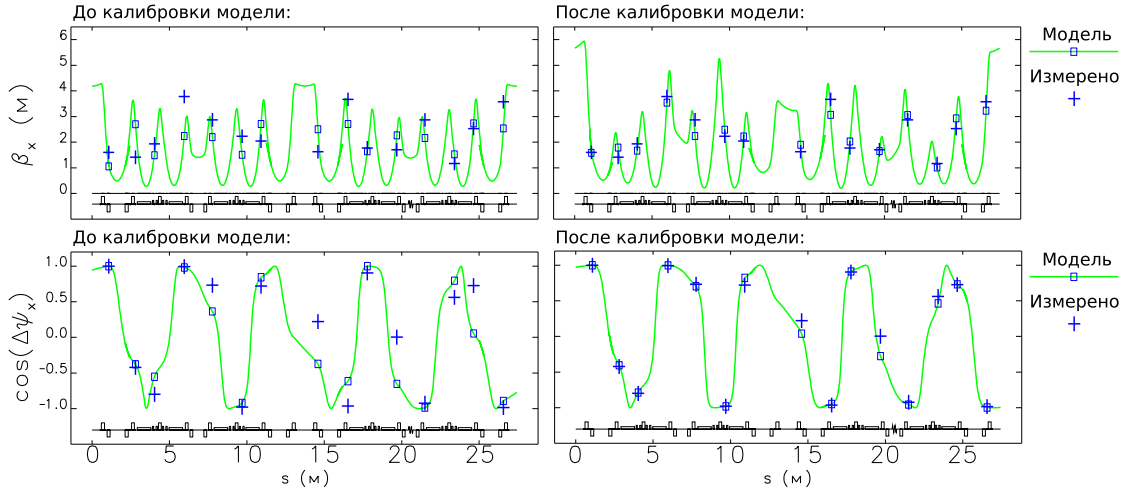


Рис. 3.35. Сравнение модельных и измеренных значений бета-функции и косинуса набега фазы бетатронных колебаний. За начало отсчета по фазе выбран датчик ВРМ06 (первый на этом рисунке). Данные измерения не были включены в оптимизационную функцию, а использовались для проверки правильности калибровки модели.

3.4.6. Пооборотные измерения

Как было показано в первой главе, осциллограммы когерентных бетатронных колебаний, синхронно записанные датчиками положения пучка, можно использовать для определения бета-функций и набегов фаз бетатронных колебаний.

В данном разделе мы опишем один из наиболее простых методов обработки поворотных данных, который был использован для накопителя-охладителя. Этот метод по сути является сильно упрощенной (за счет малости связи) версией корреляционного модельно-независимого анализа, описанного ранее.

Пооборотное значение горизонтальной координаты частицы, совершающей свободные бетатронные колебания, записывается как

$$x(s, t) = \sqrt{J\beta(s)} \cos(\mu t + \psi(s) + \psi_0),$$

где t — номер оборота. Найдем усредненное по t произведение показаний двух датчиков положения пучка, расположенных в точках s_1 и s_2 , т. е. определим корреляцию между сигналами этих датчиков.

$$\langle x(s_1, t)x(s_2, t) \rangle_t = J\sqrt{\beta_1\beta_2} \langle \cos(\mu t + \psi_1) \cos(\mu t + \psi_2) \rangle_t,$$

где $\beta_{1,2} = \beta(s_{1,2})$ и $\psi_{1,2} = \psi(s_{1,2}) + \psi_0$. После усреднения получим

$$\langle x(s_1, t)x(s_2, t) \rangle_t = \sqrt{\beta_1\beta_2} \cos(\psi_2 - \psi_1)/2.$$

Из этой формулы легко выразить бета-функцию (полагая $s_1 = s_2$) и косинус набега фазы бетатронных колебаний между двумя датчиками

$$\beta(s) = 2\langle x^2(s, t) \rangle_t / J, \quad (3.17)$$

$$\cos(\Delta\psi) = \frac{\langle x(s_1, t)x(s_2, t) \rangle_t}{\sqrt{\langle x^2(s_1, t) \rangle_t \langle x^2(s_2, t) \rangle_t}}, \quad (3.18)$$

где $\Delta\psi = \psi(s_2) - \psi(s_1)$.

На рис. 3.35 показаны результаты применения описанного метода к пооборотным измерениям когерентных бетатронных колебаний пучка в накопителе после удара инфлектора. Для подавления шумов перед использованием формул (3.17) и (3.18) измеренные сигналы пропускались через полосовой фильтр на основе быстрого преобразования Фурье. Диапазон пропускаемых фильтром частот (от 0,53 до 0,57) является окрестностью частоты бетатронных колебаний. Подобно пооборотным измерениям на Тэватроне, полученные данные не были включены в оптимизационную функцию, а использовались для проверки правильности калибровки модели.

3.4.7. Измерения параметров пучка по расфазировке бетатронных колебаний

Один из способов определения параметров пучка основан на анализе огибающей когерентных бетатронных колебаний, возбужденных при помощи удара инфлектора. Эта методика годится только для пучка малой интенсивности ($N_e < 10^8$ для накопителя-охладителя) когда можно пренебречь взаимодействием между частицами пучка и зарядами, наведенными на стенках вакуумной камеры. Частицы в этом случае движутся независимо друг от друга и пооборотное положение каждой из них на азимуте с нулевой дисперсионной функцией записывается как

$$x(t) = \sqrt{2I\beta} \cos(2\pi \int_0^t \nu(t) dt + \psi_0), \quad (3.19)$$

где I — действие, ψ_0 — начальная фаза бетатронных колебаний, а частота бетатронных колебаний ν медленно меняется вслед за энергией частицы.

$$\nu = \nu_0 + \xi\delta(t) + aI, \quad (3.20)$$

где ξ — хроматизм, $\delta = \Delta p/p$ — относительное отклонение энергии частицы, испытывающее медленные синхротронные колебания, a — константа, описывающая связь амплитуды и частоты бетатронных колебаний.

После удара первое время пучок осциллирует как целое, но постепенно происходит расфазировка колебаний разных частиц и, следовательно, затухание амплитуды колебаний центра масс сгустка из-за разброса бетатронных частот в пучке. Предполагая, что пучок в продольном и поперечном направлении имеет гауссовское распределение, можно выразить пооборотное положение центра масс сгустка, регистрируемое при помощи пикап-

электродов (см. [40] стр. 91, [42]):

$$\langle x(t) \rangle = \sqrt{2I(t)\beta} \cos(\psi(t) + \psi_0), \quad (3.21)$$

где

$$\sqrt{I(t)} = \sqrt{I_{max}} \frac{1}{1 + \theta^2} \exp \left[-\frac{Z^2}{2} \frac{\theta^2}{1 + \theta^2} - 2 \left(\frac{\xi \sigma_\delta}{\nu_s} \right)^2 \sin^2(\pi \nu_s t) \right], \quad (3.22)$$

$$\psi(t) = 2\pi \nu_0 t + \frac{Z^2}{2} \frac{\theta}{1 + \theta^2} + 2 \arctan \theta, \quad (3.23)$$

$\theta = 2\pi a \epsilon t$, ϵ — эмиттанс, $Z = \sqrt{2I_{max}/\epsilon}$, σ_δ — разброс по импульсам в пучке и ν_s — частота синхротронных колебаний. Таким образом, огибающая когерентных бетатронных колебаний $\sqrt{I(t)}$ определяется двумя величинами $\xi \sigma_\delta$ и $a \epsilon$. Измерив предварительно коэффициенты ξ и a можно определить энергетический разброс и эмиттанс пучка путем подгонки приведенных формул под измеренные сигналы. I_{max} легко определить по начальной амплитуде колебаний, если известна бета-функция в датчике положения пучка. То есть подгоняемыми параметрами будут только σ_δ и ϵ .

На рис. 3.36 показаны результаты измерений для двух режимов работы накопителя-охладителя: с включенными и выключенными секступолями. При выключенных секступолях хроматизм имеет большое отрицательное значение, что упрощает измерение σ_δ . Из приведенных на рис. 3.36 данных следует, что $\sigma_\delta \approx 3.6 \cdot 10^{-4}$ и $\epsilon \approx 1.5 \cdot 10^{-8}$ м (точность измерения около 5 %). Это хорошо совпадает с предсказываемыми по калиброванной модели параметрами пучка, установившимися в результате равновесия процессов радиационного затухания и раскачки колебаний в пучке за счет квантовых флуктуаций синхротронного излучения на энергии 380 МэВ (что служит дополнительным независимым подтверждением правильности калибровки модели накопителя-охладителя).

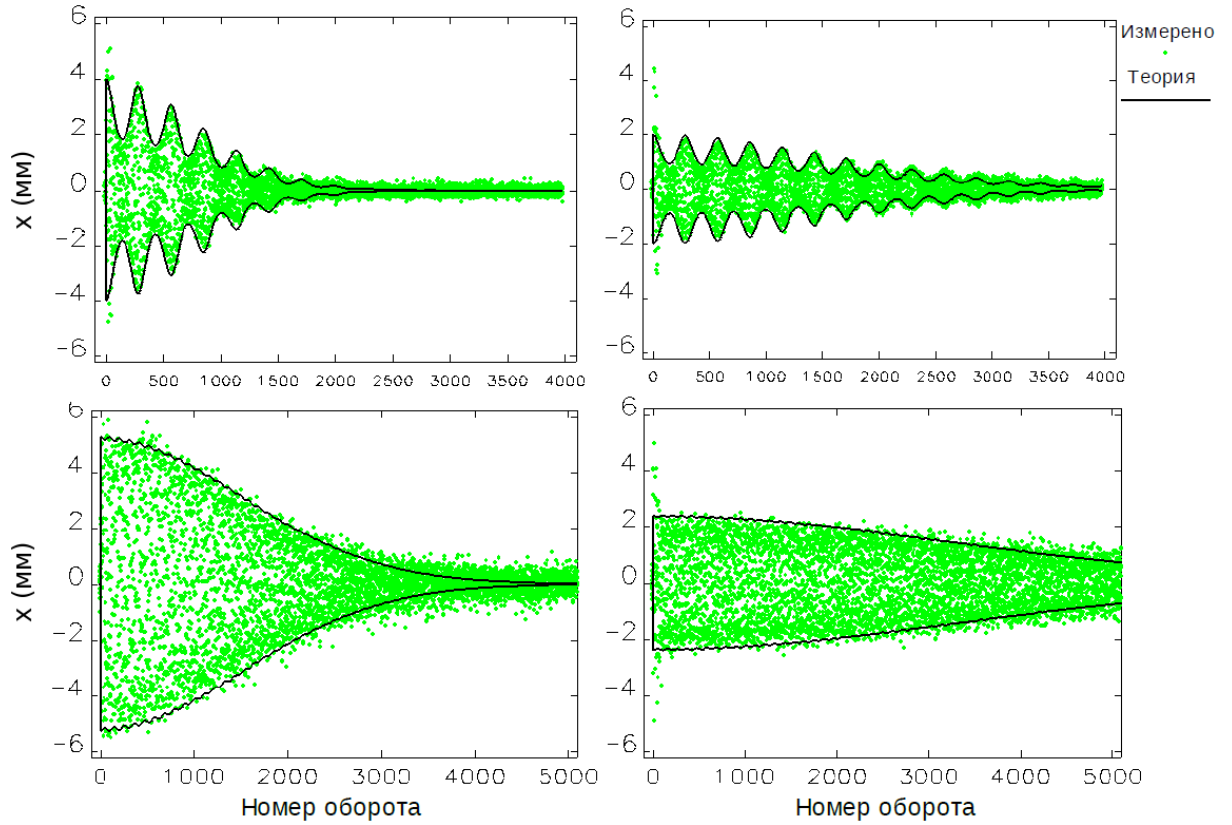


Рис. 3.36. Когерентные бетатронные колебания пучка в накопителе после удара инфлектора. Сплошной линией показана теоретическая кривая огибающей, точками обозначены пооборотные измерения датчика положения пучка. На двух верхних графиках показаны измерения для случая некомпенсированного хроматизма $\xi = -6$ (все секступоли выключены). На двух нижних графиках хроматизм $\xi = +2,8$ и частота синхротронных колебаний существенно выше чем на верхних графиках. Сильные расхождения измерений с теорией на нескольких первых оборотах вызваны помехами от срабатывания импульсного инфлектора.

Так как интенсивность пучка низкая, квантовые флуктуации синхротронного излучения являются доминирующим эффектом нагрева пучка. Влияние внутривпучкового рассеяния и взаимодействие с наведенными на стенках вакуумной камеры зарядами в этом случае пренебрежимо мало, однако данные эффекты должны приводить (см. [37]) к двукратному увеличению эмиттанса и энергетического разброса при возрастании интенсивности пучка до проектной ($2 \cdot 10^{10}$ электронов).

Интересно отметить, что расфазировка бетатронных колебаний пучка за счет хроматизма приводит к развороту сгустка в плоскости колебаний, — этот эффект может быть использован для продольной коллимации сгустка (см. раздел 4.2 следующей главы). Здесь мы выведем простую аналитическую формулу для расчета максимального угла наклона пучка, соответствующего локальным минимумам огибающей на рис. 3.36.

Если представить энергию частицы в виде

$$\delta(t) = \delta_0 \cos(2\pi\nu_s t + \psi_s), \quad (3.24)$$

где δ_0 — амплитуда и ψ_s — фаза синхротронных колебаний, тогда продольное положение частицы в сгустке можно записать как

$$s(t) = s_0 \sin(2\pi\nu_s t + \psi_s), \quad (3.25)$$

где $s_0 = \delta_0 L \alpha_p / (2\pi\nu_s)$, т. к. в накопителе $ds = L \alpha_p \delta dt$. Следовательно, из уравнений 3.19 и 3.20 получаем, что

$$x(t) = x_{max} \cos \left(\psi_0 + 2\pi \int_0^t [\nu_0 + aI + \xi \delta_0 \cos(2\pi\nu_s t + \psi_s)] dt \right), \quad (3.26)$$

где $x_{max} = \sqrt{2I\beta}$ — амплитуда бетатронных колебаний. При $t = 1/(2\nu_s)$, т. е. через половину периода синхротронного колебания с момента удара

инфлектора,

$$x = x_{max} \cos \left(\psi_0 + \frac{\pi(\nu_0 + aI)}{\nu_s} - \frac{2\xi\delta_0}{\nu_s} \sin \psi_s \right). \quad (3.27)$$

Поскольку продольное положение частицы в этот момент $s(t = 1/(2\nu_s)) = -s_0 \sin \psi_s$, следовательно, мы имеем линейную корреляцию между фазой бетатронного колебания частицы и ее продольным положением в сгустке:

$$x = x_{max} \cos \left(\psi_0 + \frac{\pi(\nu_0 + aI)}{\nu_s} + \frac{4\pi\xi}{L\alpha_p} s \right). \quad (3.28)$$

Изначально мы предполагали, что синхротронные колебания медленные, поэтому полученная линейная корреляция между фазой бетатронного колебания и продольным положением частицы в сгустке будет сохраняться на протяжении нескольких оборотов вблизи $t = 1/(2\nu_s)$. Так как бетатронные колебания гораздо более быстрые, чем синхротронные, то вблизи $t = 1/(2\nu_s)$ можно выбрать такой оборот пучка, на котором не зависящая от s добавка к фазе бетатронных колебаний будет близка к $\pi/2 + \pi n$, где n — любое целое число. Пусть, например,

$$\psi_0 + 2\pi\nu_0 t \approx \frac{3\pi}{2} + 2\pi n. \quad (3.29)$$

В этом случае

$$x \approx x_{max} \sin \left(\frac{4\pi\xi}{L\alpha_p} s \right). \quad (3.30)$$

Для накопителя ($L = 27$ м, $\xi = -6$, $\alpha_p = 0.028$, $s \sim 1$ см) синус можно заменить его линейным приближением, следовательно,

$$x \approx x_{max} \frac{4\pi\xi}{L\alpha_p} s. \quad (3.31)$$

Таким образом, наклон пучка зависит только от амплитуды удара инфлектора и от хроматизма.

3.5. Программное обеспечение

Общий подход к обработке данных, успешно применявшийся нами на разных накопителях, заключается в том, чтобы наиболее широко использовать скриптовые языки программирования (в основном tcl-скрипты [22]) в сочетании с мощным пакетом обработки данных SDDS-toolkit [19]. SDDS-toolkit, разработанный в Аргонской лаборатории как раз для нужд ускорительных установок (в частности для источника синхротронного излучения APS), представляет собой набор отдельных программ, работающих из командной строки с файлами в SDDS-формате. SDDS-формат (Self Describing Data Sets) представляет собой таблицы из нескольких колонок данных (например, траектории пучка) с встроенным в начале файла описанием. Использование файлов данных с встроенным описанием позволяет формализовать процедуру обработки данных. В этом случае вычисление, например, преобразования Фурье от поворотных данных можно сделать прямо в командной строке, с помощью следующей команды:

```
sddsfft signal.sdds fft.sdds -column=time,x
```

Что означает: посчитать дискретное преобразование Фурье от сигнала, записанного в файле signal.sdds (колонок time — независимая переменная, колонка x — зависимая переменная), и поместить результат в файл fft.sdds. Подобные команды можно объединять в длинные последовательности, реализованные при помощи потоков. Например, составная команда

```
sddsfft signal.sdds -pipe=output -column=time,x |  
sddspeakfind -pipe=input peaks.sdds -column=FFTx
```

считает Фурье-преобразование и после этого находит пики в Фурье-спектре.

Подобные последовательности команд объединяются в tcl-скрипты, с помощью которых уже можно решить более сложные задачи обработки данных. Использование SDDS-формата данных в сочетании с tcl-скриптами позволяет создавать достаточно сложные, но при этом легко читаемые и легко модифицируемые программы обработки данных. SDDS-toolkit включает в себя программу графического отображения данных `sddsplot`. Данная программа представляет собой сильно переработанную и улучшенную версию известной в unix-среде программы `gnuplot`. Почти все графики в данной диссертации были получены при помощи программы `sddsplot` (включая схему накопителя-охладителя — рис. 3.24). Программа `sddsplot` позволяет сохранять графики как в растровом, так и в векторном формате (eps). В дальнейшем eps-файлы легко модифицировать в любом редакторе векторной графики (в нашем случае это была программа Inkscape).

Tcl-скрипты позволяют быстро создавать сложные графические пользовательские интерфейсы, вроде тех, которые показаны на рис. 3.37 и рис. 3.38. Как показала практика, удобно отделять графический интерфейс от скрипта, отвечающего за обработку данных. Лучше всего сперва написать и отладить скрипт, обрабатывающий данные без какого-либо графического интерфейса, а уже затем добавить графический интерфейс.

Важным дополнительным преимуществом tcl-скриптов в сочетании с пакетом SDDS-toolkit является практически полная независимость разрабатываемых программ от операционной системы. Перенос программ с одного компьютера на другой заключается просто в копировании директории, содержащей файлы исходных данных и tcl-скриптов. При этом, конечно, на компьютере должен быть установлен tcl-интерпретатор и SDDS-toolkit, которые доступны как для Unix так и для Windows.

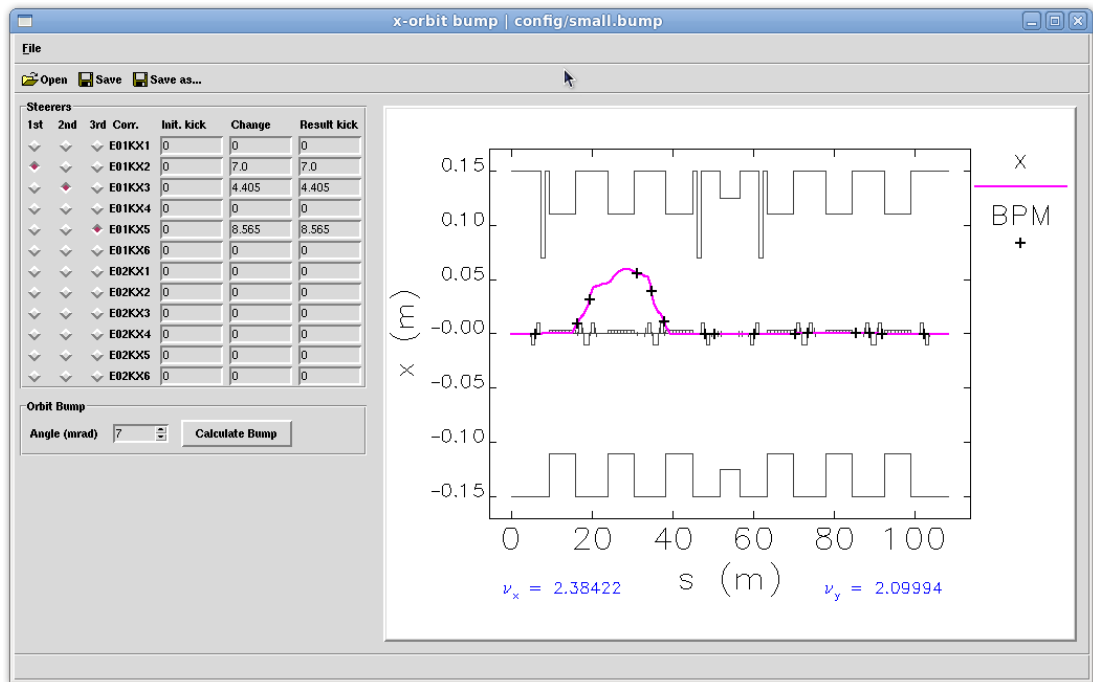


Рис. 3.37. Графический интерфейс (tcl-скрипт) для вычисления параметров локального искажения орбиты в ESR.

Описанная идеология применялась не только для создания программ обработки данных, но также и для управляющих программ, работающих в режиме реального времени при запуске и настройке накопителя-охладителя Инжекционного комплекса ВЭПП-5.

Численное моделирование ускорителей (расчет оптических функций, трекинг) производилось в SDDS-совместимой программе Elegant [20]. Для некоторых сложных матричных вычислений применялись отдельные скрипты для программы Octave [23] — свободно распространяемого аналога программы Matlab.

Для наглядного отображения сложных транспортных каналов впуска-выпуска из накопителя-охладителя был написан tcl-скрипт, конвертирующий оптическую структуру программы Elegant в формат x3d.

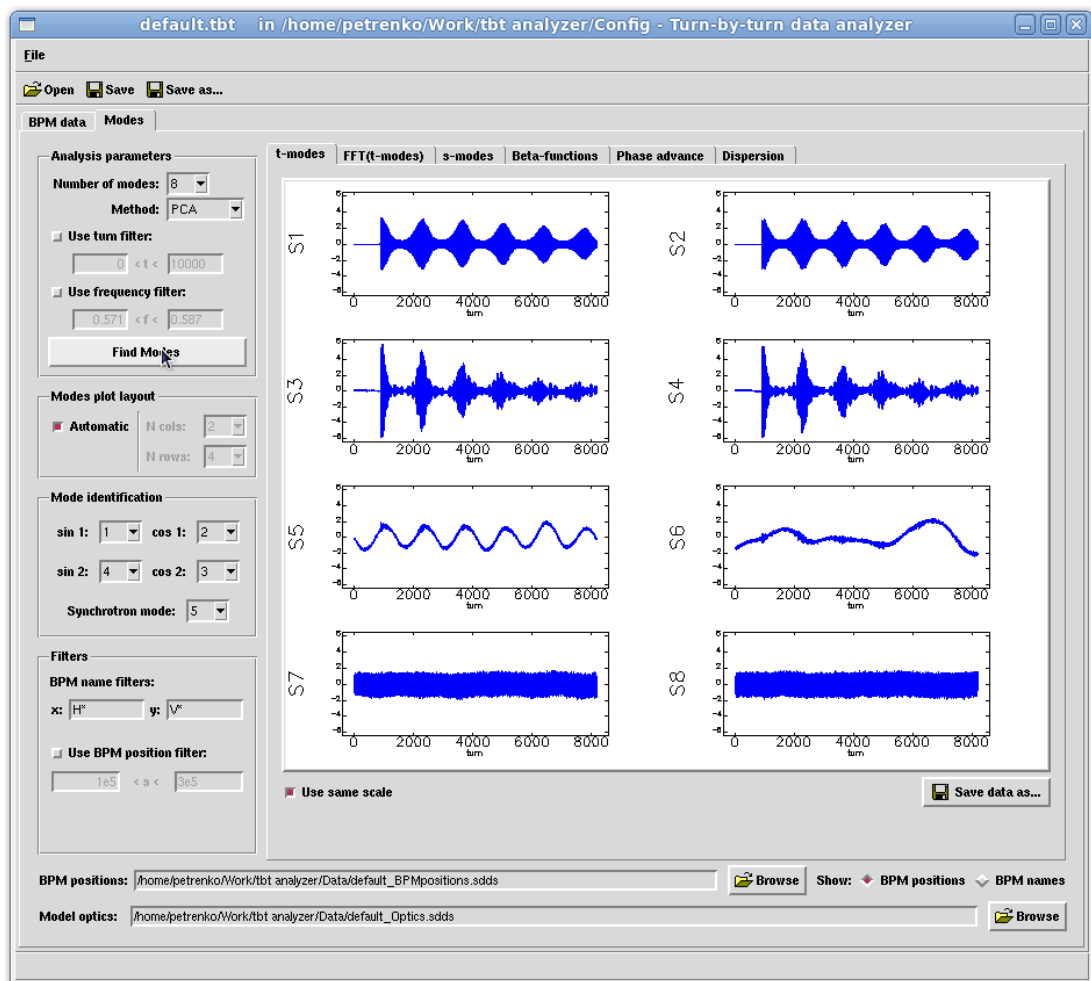


Рис. 3.38. Графический интерфейс (tcl-скрипт) для разных методов обработки пооборотных данных с Тэватрона при помощи модельно-независимого анализа.

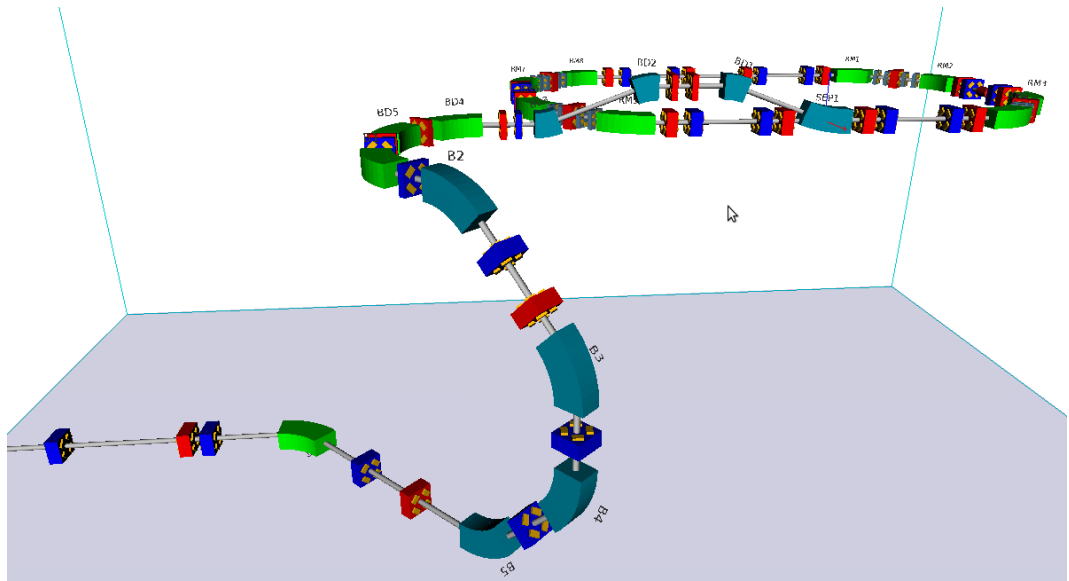


Рис. 3.39. 3d-визуализация выпускного канала из накопителя-охладителя.

Этот скрипт оказался очень полезным и был включен в стандартный дистрибутив программы Elegant под именем view3dGeometry. На рис. 3.39 показана 3d-визуализация выпускного канала для электронов из накопителя-охладителя.

Все используемое в работе программное обеспечение является свободно распространяемым (включая исходные коды).

Глава 4

Возможные применения пучков, выпущенных из накопителя-охладителя, для экспериментов по плазменному ускорению

4.1. Установка для исследования плазменного кильватерного ускорения

Главное предназначение Инжекционного комплекса ВЭПП-5 — служить источником электронных и позитронных пучков для коллайдеров Института ядерной физики им. Г. И. Будкера. В дополнение к этому пучки накопителя-охладителя (см. таблицу 4.1) предполагается использовать для экспериментов по плазменному кильватерному ускорению [43, 44].

В настоящее время в соседнем с накопителем-охладителем зале строится установка для исследования плазменного ускорения. Эта установка представляет из себя дополнительную транспортную линию для электронных и позитронных пучков, выпущенных из накопителя. Ключевая часть данной установки (см. рис. 4.1) — это система продольного сжатия пучка, где сантиметровый сгусток, выпущенный из накопителя-охладителя, сжимается до длины около 1 мм (чтобы получить пиковый ток масштаба 1 кА, требуемый для эффективного кильватерного ускорения). Для этого сгусток частиц пропускается сперва через ускоряющую ВЧ-структуру так, чтобы хвостовые частицы замедлились, а головные — ускорились, а затем в ахроматическом 90-градусном повороте происходит сжатие пучка за счет разницы длин траекторий частиц с разной энергией.

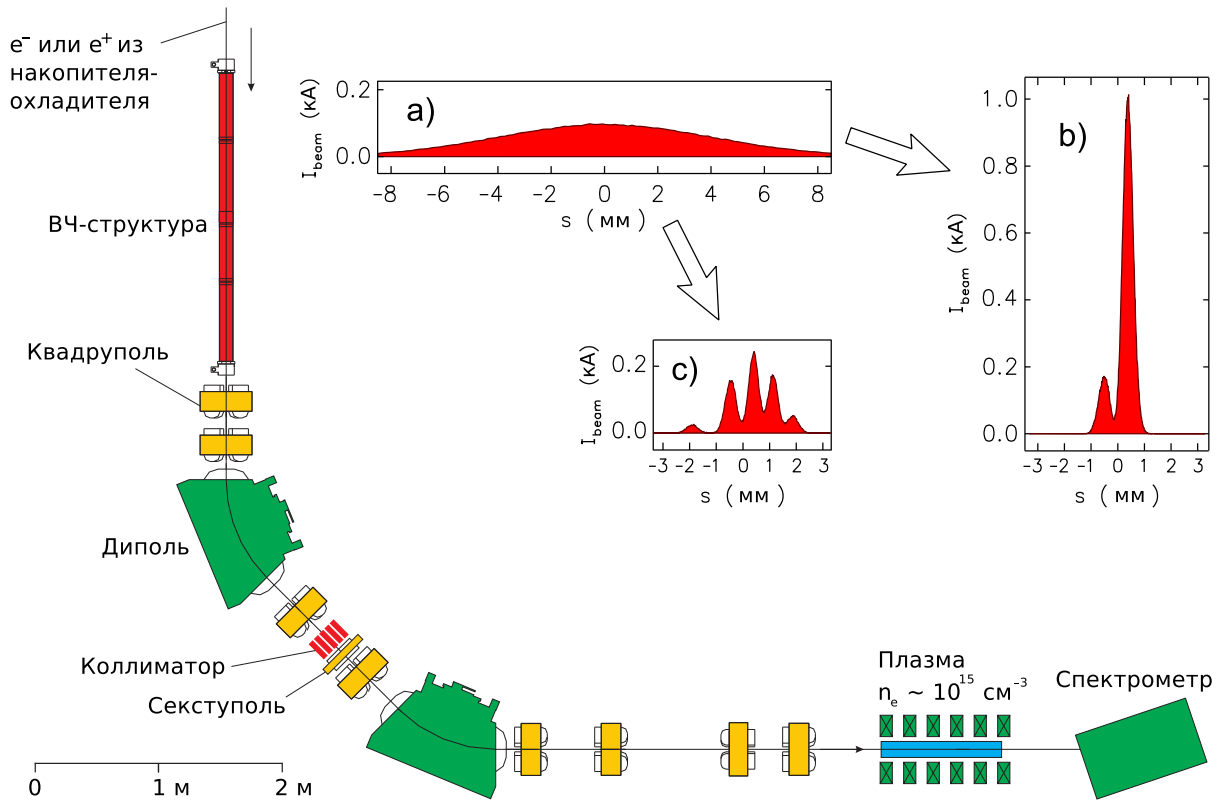


Рис. 4.1. Схема установки для исследования плазменного кильватерного ускорения. На вставках показаны расчетные продольные профили пучка а) в накопителе-охладителе, б) и с) перед инжекцией в плазму. Расчет (трекинг) произведен в программе Elegant [20] с учетом хроматических эффектов, а также взаимодействия частиц с когерентным синхротронным излучением.

Таблица 4.1.

Параметр	Проектное значение	Достигнуто (e^-)
Напряжение ВЧ	700 кВ	230 кВ
Энергия пучка	510 МэВ	200—380 МэВ
Интенсивность пучка	$2 \cdot 10^{10} e^+ / e^-$	$2 \cdot 10^{10} e^-$
Разброс энергий ($\sigma_{\Delta p/p}$)	0.07 %	0.1 %
Эмиттанс пучка		
горизонтальный	$2.3 \cdot 10^{-8}$ м	$3 \cdot 10^{-8}$ м
вертикальный	$0.5 \cdot 10^{-8}$ м	
Длина пучка (σ_z)	4 мм	8 мм

Параметры накопителя-охладителя Инжекционного комплекса ВЭПП-5.

Эффективность этого метода сжатия пучков ограничена отношением случайного разброса частиц по энергиям ($\delta E = 0,1\%$) к полученному в ВЧ-структуре регулярному разбросу энергий ($\Delta E = 5\%$). Минимальная конечная длина сгустка выражается как

$$\delta z \sim \frac{\delta E}{\Delta E} 2\sigma_z \approx 0,2 \text{ мм.} \quad (4.1)$$

В области с максимальной дисперсионной функцией предполагается установить коллиматор, вырезающий произвольные части пучка. Поскольку дисперсионная функция обращается в ноль после второго поворотного магнита, заданное коллиматором поперечное распределение частиц перейдет в продольное. Таким образом можно получить произвольный профиль продольного распределения частиц в сгустке (выражение 4.1 определяет точность задания продольного профиля).

Детальное моделирование в программе Elegant [20] (с учетом хроматических эффектов и когерентного синхротронного излучения) показал, что вблизи максимума компрессии $\delta z \approx 0,3$ мм, т. е. минимальная длина пучка $\sigma_z \approx 0,3$ мм и максимальный пиковый ток $I_{peak} \approx 2$ кА, для пучка $2 \cdot 10^{10}$ e^- или e^+ . Когерентное синхротронное излучение в нашем случае приводит к значительному увеличению эмиттанса пучка только для пиковых токов больше 3 кА, которые могут быть получены, если удастся накопить в кольце пучок с интенсивностью больше проектных $2 \cdot 10^{10}$ частиц.

Система фокусировки пучка квадрупольными линзами рассчитана на получение поперечного размера пучка $\sigma_x = \sigma_y = 30$ мкм перед инжекцией в плазму. Фокусировка пучка ограничена хроматическими эффектами из-за большого разброса по энергиям ΔE . Хроматические эффекты также приводят к многократному увеличению эмиттанса пучка: перед плазмой эмиттанс пучка оказывается в $2 \div 5$ раз (в зависимости от ΔE) больше эмиттанса в накопителе-охладителе.

Минимальный масштаб продольной модуляции пучка δz определяет минимальную длину плазменной волны, а следовательно, и максимальную плотность плазмы $n_p = 10^{16}$ см $^{-3}$. Плазму с такой плотностью и длиной $L \sim 1$ м планируется создавать при помощи прямого разряда в соленоидальном магнитном поле. Аналогичная система на протяжении многих лет используется для создания предварительной плазмы на установке ГОЛ-3 [48] в ИЯФ СО РАН.

Типичные плазменные волны, возбуждаемые сжатыми пучками в нашей установке, могут иметь электрические поля величиной от нескольких сотен МВ/м до 1 ГВ/м.

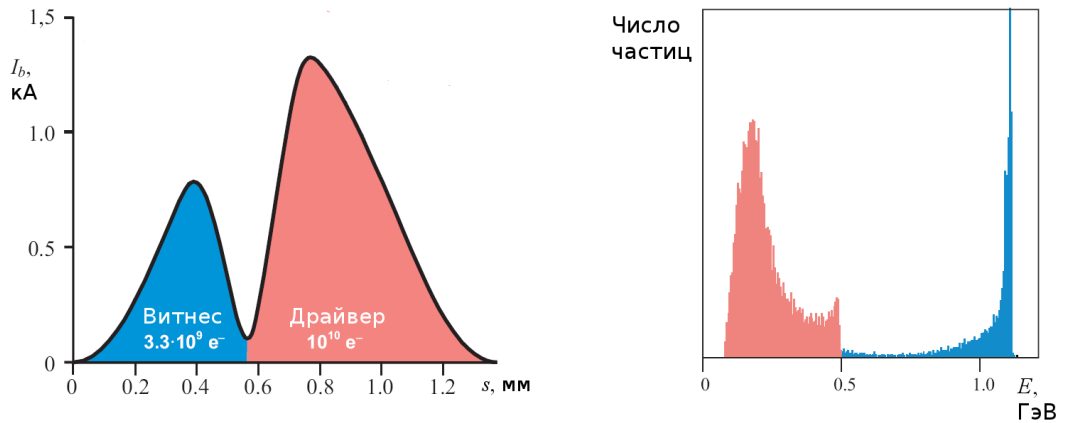


Рис. 4.2. Эффективный режим кильватерного ускорения [45] (результат моделирования в программе LCODE [46, 47]): а) продольный профиль пучка перед плазмой, б) энергетическое распределение в пучке после прохождения плазмы длиной 1 м и плотностью $1.7 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$.

На рис. 4.2 показан пример моделирования одного из возможных экспериментов по кильватерному ускорению, приводящему в результате к малому разбросу энергий электронов в ускоренном сгустке.

Для того чтобы провести предварительные тесты системы диагностики пучка и плазмы, в первую очередь планируется запустить упрощенную версию экспериментальной установки по исследованию кильватерного ускорения. В этом эксперименте пучки из накопителя-охладителя будут инжектироваться в плазму без предварительного продольного сжатия (см. рис. 4.3, рис. 4.4), но даже в таком случае можно наблюдать существенное изменение энергетического и углового разброса в пучке за счет развития поперечной двухпотоковой неустойчивости (см. рис. 4.5).

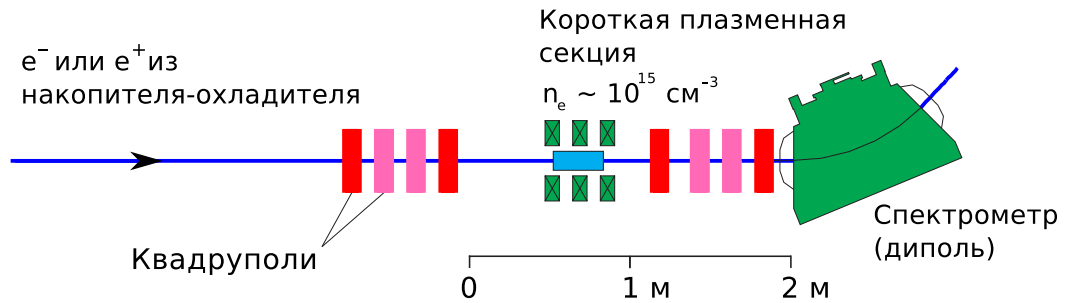


Рис. 4.3. Схема упрощенной версии установки для исследования взаимодействия пучков с плазмой (без продольного сжатия сгустка).

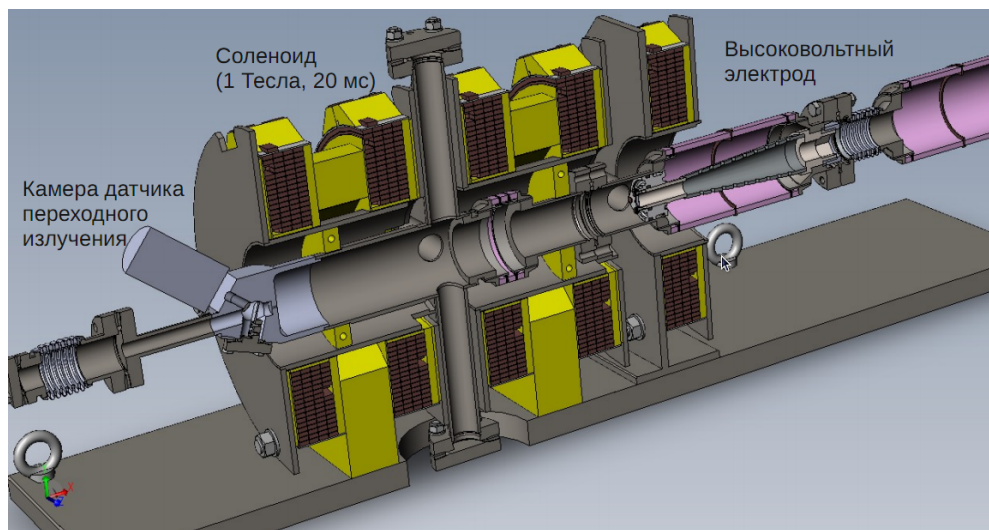


Рис. 4.4. Короткая (30 см) версия плазменной секции для экспериментов с несжатым пучком, выпущенным из накопителя-охладителя.

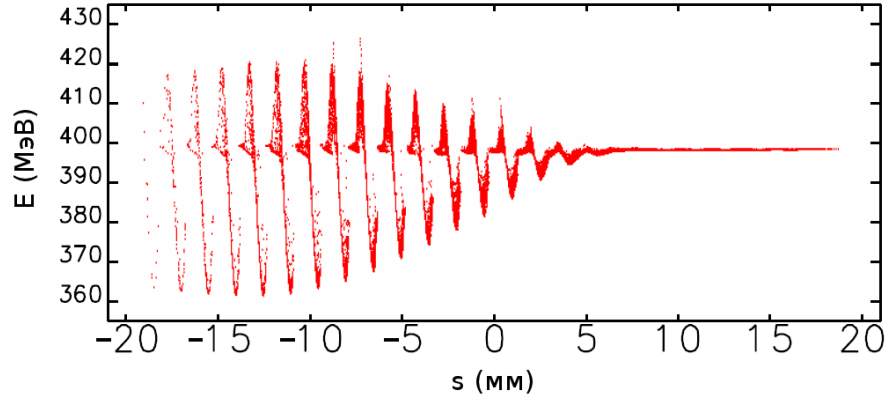


Рис. 4.5. Зависимость энергии электронов от их продольного положения в пучке после прохождения 30 см плазмы плотностью $5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ (результат моделирования в программе LCODE [46,47]). Из-за сильной поперечной фокусировки ($\sigma_x = \sigma_y = 20 \text{ мкм}$) электронный пучок даже с малым пиковым током ($\sigma_z = 8 \text{ мм}$, $I_{peak} = 60 \text{ А}$) возбуждает в плазме волну большой амплитуды в результате развития поперечной двухпотоковой неустойчивости, что приводит в конечном итоге к разбиению длинного пучка на последовательность коротких сгустков.

Упрощенная версия установки также может быть использована для изучения некоторых других интересных аспектов взаимодействия пучка с плазмой в режиме малых пиковых токов. В частности, поскольку в накопителе-охладителе можно одновременно накопить (а также одновременно выпустить) электронные и позитронные пучки, имеется возможность исследовать двухпотоковую неустойчивость, генерируемую различными комбинациями электронных и позитронных пучков, движущихся на небольшом расстоянии друг от друга (либо компенсирующих друг друга). Кроме того, как будет показано ниже, существует принципиальная возможность провести модуляцию продольного профиля сгустка прямо в

накопителе-охладителе. Это может позволить получить последовательность коротких сгустков (с низким пиковым током) для резонансного возбуждения кильватерной волны в плазме. Создание резкого фронта в длинном сгустке также важно для саомодуляции пучка под действием поперечной двухпотоковой неустойчивости.

4.2. Продольная коллимация пучка в накопителе

Изложенный здесь метод продольной коллимации пучка основан на работе [49], в которой описан простой способ получения коротких (пикосекундных) импульсов синхротронного излучения в накопителе APS при помощи инфлектора и коллиматора для рентгеновского излучения. Идея метода состоит в том, чтобы развернуть пучок в накопителе за счет хроматической расфазировки бетатронных колебаний, возбужденных ударом инфлектора, и в момент максимального разворота пропустить пучок через поперечный коллиматор. Максимальный наклон пучка наблюдается через половину периода синхротронных колебаний после горизонтального удара. Максимальный наклон пучка соответствует локальным минимумам когерентной составляющей бетатронных колебаний, регистрируемым датчиками положения пучка (например, см. рис. 3.36). Поскольку синхротронное движение периодическое, описанный наклон пучка уменьшится до нуля через полный период синхротронного колебаний с момента поперечного удара. Таким образом, если в момент максимального наклона пропустить пучок через поперечный коллиматор, тогда через половину периода синхротронного колебания после этой коллимации поперечная модуляция профиля плотности пучка перейдет в продольную (см. рис. 4.6).

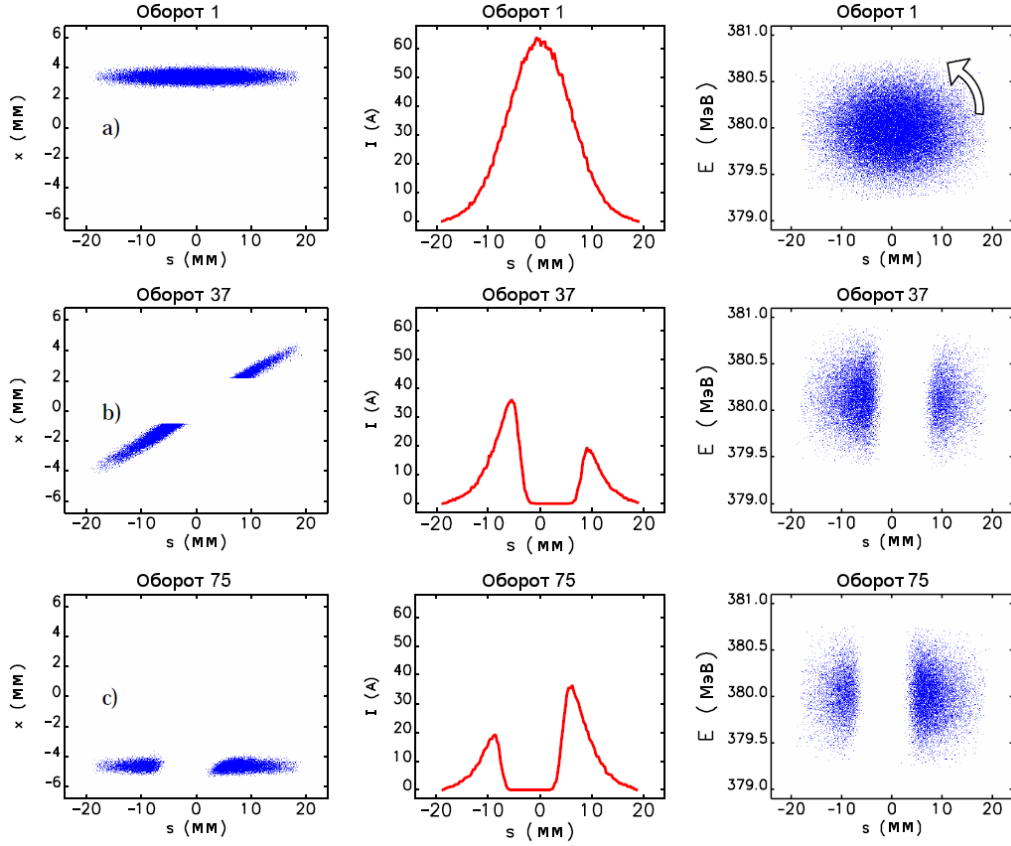


Рис. 4.6. Манипуляции с продольным профилем пучка в накопителе-охладителе (моделирование в программе Elegant [20]). а) пучок делает один оборот после поперечного удара горизонтальным инфлектором. б) пучок спустя 37 оборотов после удара (прошла приблизительно половина периода синхротронных колебаний) — на этом обороте при помощи двух инфлекторов организуется локальное искажение орбиты, и повернутый пучок выбрасывается на коллиматор (в данном случае — носик выключенного позитронного септум-магнита). в) спустя одно синхротронное колебание после исходного удара инфлектора пучок можно выпускать из накопителя и инжектировать в плазму. Стрелка показывает направление синхротронного движения. Горизонтальный хроматизм $\xi_x = +3$. Токовые эффекты, т. е. взаимодействие частиц с наведенными на стенках зарядами, в этом моделировании не учитываются.

Для того, чтобы выбросить наклоненный сгусток на коллиматор в накопителе-охладителе идеально подходит пара из выпускного и впускного инфлектора — эти инфлекторы расположены как раз таким образом, чтобы можно было создать на одном из оборотов локальное искажения орбиты, необходимое для впуска очередной порции частиц в циркулирующий пучок. Это же локальное искажение орбиты можно использовать для пропускания пучка через коллиматор. На первых порах в качестве коллиматора можно использовать носик обесточенного септум-магнита системы инжекции позитронов (если нужно осуществить коллимацию электронного пучка) — такой эксперимент как раз и промоделирован на рис. 4.6. Для такого эксперимента потребуется изменить коммутацию инфлекторов системы инжекции позитронов — перенести нагрузку на противоположный конец инфлектора — что вполне осуществимо так как конструкция инфлекторов симметричная.

Для исследования плазменного ускорения интерес представляет даже просто наклоненный пучок — такой пучок можно пропустить через коллиматор уже после выпуска из накопителя, а наклон перед плазменной секцией подавить более сильной поперечной фокусировкой. Для этой цели лучше подходит наклон пучка в вертикальной плоскости, так как его вертикальный размер в накопителе существенно меньше горизонтального. К сожалению, в накопителе-охладителе предусмотрены только горизонтальные инфлекторы, но при необходимости их можно доработать для нанесения вертикального удара. Также вместо удара инфлектора когерентные бетатронные колебаний можно возбуждать резонансной раскачкой. Для системы резонансной раскачки требуется длина пластин существенно меньшая, чем у инфлектора, поэтому эту систему можно установить в одном из пустых промежутков,

либо внутри одной из линз накопителя-охладителя (вертикальная апертура в поворотных магнитах для этого слишком мала).

В представленном на рис. 4.6 моделировании не учитывается взаимодействие частиц пучка с зарядами, наведенными на стенках вакуумной камеры. Это взаимодействие является главным фактором, ограничивающим интенсивность того пучка, к которому можно применять описанный метод продольной коллимации. Взаимодействие с наведенными зарядами приводит к более быстрой расфазировке бетатронных колебаний, что в конечном итоге ведет к увеличению эмиттанса и ухудшению точности продольной коллимации выпущенного пучка. Количественно оценить данный эффект для накопителя-охладителя пока трудно, так как на этой установке еще не проведено измерение поперечных импедансов (из-за отсутствия датчика тока пучка). Поэтому нами была исследована зависимость расфазировки бетатронных колебаний пучка от его интенсивности на установке ВЭПП-4 (см. рис 4.7). Согласно полученным данным, описанный метод продольной коллимации пучка можно применять на ВЭПП-4 вплоть до интенсивности пучка равной $8 \cdot 10^9$ электронов. Пучки такой интенсивности представляют интерес для исследования плазменного ускорения.

Накопитель-охладитель инжекционного комплекса ВЭПП-5 существенно меньше коллайдера ВЭПП-4, а также обладает вакуумной камерой большего диаметра (для накопления позитронных пучков с большим эмиттансом). В связи с этим можно ожидать, что эффекты, связанные со взаимодействием пучка с наведенными на стенках зарядами, окажутся для накопителя слабее и поэтому продольную коллимацию можно будет проводить с пучками большей интенсивности, чем это возможно для ВЭПП-4.

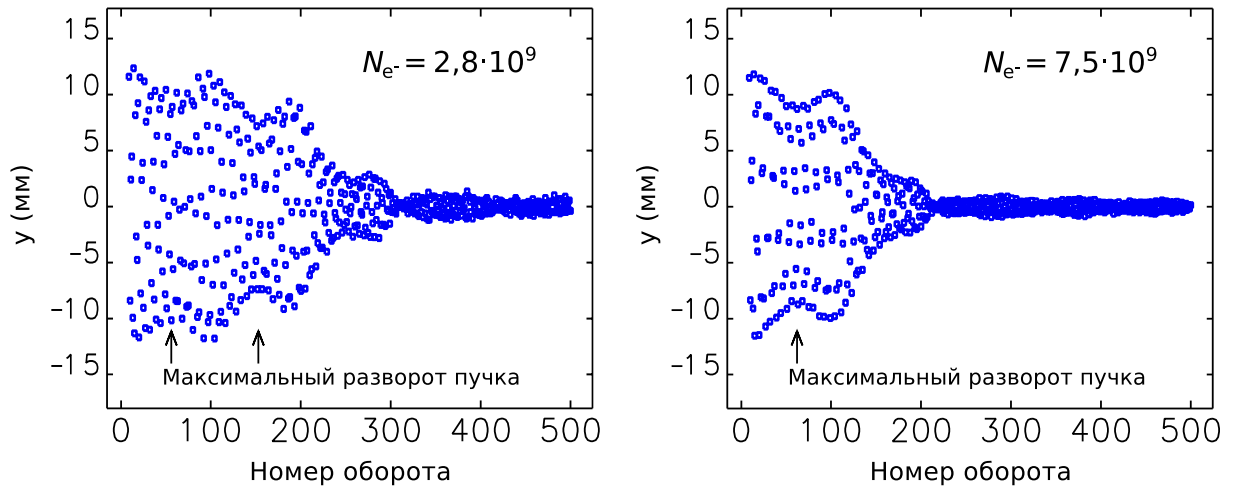


Рис. 4.7. Зависимость расфазировки вертикальных бетатронных колебаний от интенсивности пучка на ВЭПП-4 (данные с датчика положения пучка). Стрелками обозначены моменты максимального разворота пучка в плоскости $y-s$. Расстояние между двумя стрелками на левом рисунке равно периоду синхротронных колебаний.

Следующим шагом при вводе накопителя-охладителя в эксплуатацию должно стать построение модели импедансов на основе пучковых измерений и численного моделирования. В частности, метод матрицы откликов замкнутой орбиты может оказаться очень полезным для исследования импеданса накопителя-охладителя (аналогично работе [27]) в вертикальной плоскости, где нет возможности возбудить когерентные бетатронные колебания ударом инфлектора.

Следует также отметить важную особенность накопителя-охладителя, заключающуюся в том, что в этом кольце легко изменять коэффициент пространственного уплотнения орбит α_p . Для этого необходимо варьировать силу 4-х линз семейства F4, которые отвечают за ахроматичность поворотов в накопителе, а для возвращения частот бетатронных колебаний

на проектные значения можно использовать линзы F1 и D1 (при этом не изменится фокусировка между инфлекторами в инжекционных промежутках). Например, для зануления α_p необходимо увеличить силу линз F4 на 12 % и при этом линзы F1 ослабить на 7 %, а линзы D1 усилить на 1,5 %. Оптические функции, соответствующие этому режиму работы накопителя, показаны на рис. 4.8. Оптика накопителя с малым α_p интересна тем, что в этом режиме в накопителе можно получить короткий, хотя и менее интенсивный сгусток. Этот режим заслуживает подробного исследования как ввиду экспериментов по плазменному ускорению, так и для целей получения коротких позитронных пучков, требующихся для инжекции в проектируемый коллайдер $c - \tau$ фабрики — в этом случае не обязательно накапливать пучок до большой интенсивности, достаточно его охладить, и поэтому нет проблем с устойчивостью пучка при малом α_p .

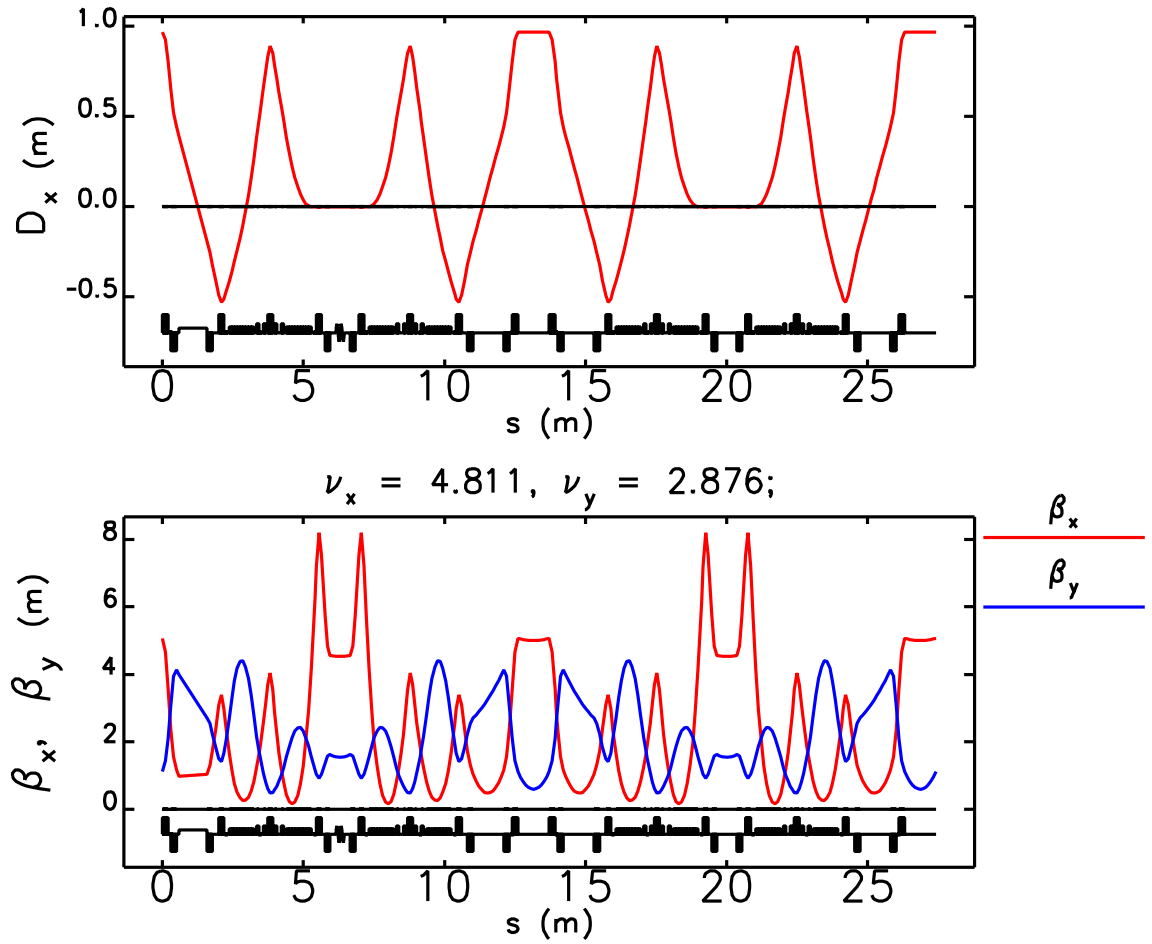


Рис. 4.8. Изохронная оптика накопителя-охладителя ($\alpha_p = 0$). Силы линз F4 увеличены на 12 % от проектного значения, линзы F1 ослаблены на 7 %, а линзы D1 усилены на 1,5 %.

Заключение

В диссертации рассмотрены различные методы измерения и контроля оптики накопителей и циклических ускорителей заряженных частиц. Особое внимание уделено двум методикам: модельно-независимому анализу быстрых пооборотных измерений бетатронных колебаний пучка, а также более универсальному, но медленному методу калибровки модели накопителя на основе измерения множества откликов пучка на изменения тока в обмотках корректирующих магнитов (метод матрицы откликов).

В модельно-независимом анализе пооборотных данных предложен простой критерий разделения мод, отвечающих связанным бетатронным колебаниям. На основе данного критерия разработана методика разделения мод, успешно применявшаяся на протон-антипротонном коллайдере Тэватрон (Лаборатория им. Ферми, США) для модельно-независимого определения оптических функций коллайдера. Также предложен основанный на модельно-независимом анализе способ определения положения вибрирующих квадруполь в накопителях.

Методом матрицы откликов впервые проведено измерение оптики и локальная коррекция связи между горизонтальными и вертикальными бетатронными колебаниями в быстроциклическом протонном синхротроне (Бустере в Лаборатории им. Ферми) на протяжении всего цикла ускорения пучка.

Методом матрицы откликов также получены калиброванные модели оптики накопителя тяжелых ионов ESR (исследовательский центр GSI, Германия) и накопителя-охлаждителя Инжекционного комплекса ВЭПП-5 (Ин-

ститут ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН). Определены источники ошибок фокусировки в этих накопителях.

В накопителе-охладителе Инжекционного комплекса ВЭПП-5 получен пучок электронов с параметрами, близкими к проектным.

В диссертации также рассмотрена возможность использования пучков накопителя-охладителя Инжекционного комплекса ВЭПП-5 для экспериментов по исследованию плазменного кильватерного ускорения. Для целей данного эксперимента предложена новая методика продольной коллимации пучка в накопителе.

В заключение автор хотел бы выразить свою признательность В. А. Лебедеву и А. А. Валишеву за пояснение многих особенностей калибровки моделей накопителей на основе пучковых измерений, а также П. В. Логачеву и Н. С. Диканскому за помощь при запуске накопителя-охладителя. Отдельное спасибо Майклу Борланду (Michael Borland), автору программы Elegant, а также его коллегам из Аргонской лаборатории за отличное программное обеспечение и оперативные ответы на все возникшие по ходу работы вопросы. Также автор благодарен Ксении Астрелиной за помощь в составлении файла электронно-оптической структуры накопителя-охладителя Инжекционного комплекса ВЭПП-5 и Тимофею Золкину — за помощь в составлении файла оптической структуры Бустера в Лаборатории им. Ферми, а Meghan McAteer — за помощь в проведении пучковых измерений на Бустере. Большое спасибо Алексею Киселеву за текст его диссертации в формате LaTeX. Этот текст очень пригодился в качестве шаблона. Хочется поблагодарить всех сотрудников лаборатории 5-1 ИЯФ СО РАН, а в особенности,

Федора Еманова за помощь в работе с Инжекционным комплексом ВЭПП-5. Также спасибо Вячеславу Присекину за помощь с испытанием оптоволоконного датчика потерь пучка. Большое спасибо Е. Б. Левичеву, В. В. Смалюку, А. Н. Журавлеву, О. И. Мешкову и Е. В. Старостиной за возможность экспериментально исследовать хроматическую декогеренцию бетатронных колебаний пучка на ВЭПП-4. Автор также благодарен Маркусу Штеку (Markus Steck), Кристине Димополу (Christina Dimopoulou), Сергею Литвинову, Алексею Горде, Виталию Гостищеву и Александру Черному за помощь в проведении экспериментов на накопителе ESR, а также за доброжелательные обсуждения результатов работы. Также автор благодарен В. А. Лебедеву, П. В. Логачеву, Н. С. Диканскому и Дитеру Крэмеру (Dieter Krämer) за возможность получить уникальный опыт экспериментальной работы с накопителями в ускорительной лаборатории им. Ферми в США и в исследовательском центре GSI в Германии.

Литература

1. J. Safranek. “Experimental determination of storage ring optics using orbit response measurements”. Nucl. Instrum. Methods A 388, p. 27 (1997).
2. International Committee for Future Accelerators. Beam Dynamics Newsletter No. 44. THEME SECTION — LOCO. Editors: A. Ghodke, W. Chou (2007). <http://www-bd.fnal.gov/icfabd/Newsletter44.pdf>
3. Голуб Дж., Ван Лоун Ч. «Матричные вычисления». Москва, Мир, 1999.
4. Michiko G. Minty, Frank Zimmermann. “Measurement and control of charged particle beams”. Springer, 2003.
5. В. В. Смалюк. «Диагностика пучков заряженных частиц в ускорителях». Издательство «Параллель», 2009.
6. D. Robin, C. Steier, J. Laskar and L. Nadolski. “Global Dynamics of the Advanced Light Source Revealed through Experimental Frequency Map Analysis”. Phys. Rev. Lett. 85, 558–561 (2000).
7. Y.-R. E. Tan, M. J. Boland and G. LeBlanc. “Applying Frequency Map Analysis to the Australian Synchrotron Storage Ring”. Proceedings of 2005 Particle Accelerator Conference, Knoxville, Tennessee.
8. J. Irwin, C. X. Wang, Y. T. Yan, K. L. F. Bane, Y. Cai, F.-J. Decker, M. G. Minty, G. V. Stupakov, and F. Zimmermann. “Model-Independent Beam Dynamics Analysis”. Phys. Rev. Lett. 82(8), 1684 (1999).
9. Chun-xi Wang, Vadim Sajaev, and Chih-Yuan Yao. “Phase advance and β -function measurements using model-independent analysis”. Phys. Rev. ST Accel. Beams 6, 104001 (2003).

10. Chun-xi Wang, “Untangling mixed modes in model-independent analysis of beam dynamics in circular accelerators”. *Phys. Rev. ST Accel. Beams* 7, 114001 (2004).
11. J. Borer, C. Bovet, A. Burns and G. Morpurgo. “Harmonic Analysis of Coherent Bunch Oscillations In LEP”. *Proc. of the 3rd European Part. Accel. Conf., EPAC; Berlin, March 1992*, p. 1082.
12. I. T. Jolliffe. “Principal Component Analysis”. Springer New York, 2002.
13. Aapo Hyvarinen, Juha Karhunen, and Erkki Oja. “Independent Component Analysis”. John Wiley & Sons, New York, 2001.
14. Xiaobiao Huang, S.Y. Lee, Eric Prebys, and Ray Tomlin. “Application of independent component analysis to Fermilab Booster”. *Phys. Rev. ST Accel. Beams* 8, 064001 (2005).
15. M. McAteer, S. Kopp, A. Petrenko, V. Lebedev, E. Prebys. “Model Calibration and Optics Correction Using Orbit Response Matrix in the Fermilab Booster”, *Proceedings of IPAC’2012, New Orleans, Louisiana, USA*.
16. A. V. Petrenko, A. A. Valishev and V. A. Lebedev. “Model-independent analysis of the Fermilab Tevatron turn-by-turn beam position monitor measurements”, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* 14, 092801 (2011)
17. A. Kolomensky and A. Lebedev, “Theory of Cyclic Accelerators”, North-Holland Publishers Company, Amsterdam (1966).
18. J. F. Cardona and S. G. Peggs. “Linear and nonlinear magnetic error measurements using action and phase jump analysis”. *Phys. Rev. ST Accel. Beams* 12, 014002 (2009).

19. M. Borland and L. Emery. “The Self-Describing Data Sets File Protocol and Program Toolkit”. Proc. ICALEPCS 1995, Chicago, Illinois, pp. 653-662 (1996). <http://www.aps.anl.gov/asd/oag/software.shtml>
20. M. Borland, “elegant: A Flexible SDDS-Compliant Code for Accelerator Simulation”, Advanced Photon Source LS-287, September 2000.
21. EPICS (Experimental Physics and Industrial Control System) <http://www.aps.anl.gov/epics/>
22. Tcl (Tool Command Language) <http://www.tcl.tk>
23. <http://www.octave.org>
24. J. Laskar, C. Froeschle, and A. Celletti. “The measure of chaos by the numerical analysis of the fundamental frequencies. Application to the standard mapping”, *Physica D: Nonlinear Phenomena* (Amsterdam) Volume 56, p. 253 (1992).
25. V. Sajaev, V. Lebedev, V. Nagaslaev, A. Valishev. “Fully Coupled Analysis of Orbit Response Matrices at the FNAL Tevatron”, Proceedings of 2005 Particle Accelerator Conference, Knoxville, Tennessee.
26. V. Lebedev, V. Nagaslaev, A. Valishev, V. Sajaev. “Measurement and correction of linear optics and coupling at tevatron complex”, *Nucl. Instrum. Meth.*, A558, 299-302, 2006.
27. V. Sajaev. “Transverse Impedance Distribution Measurements Using Response Matrix Fit at APS”, Proceedings of PAC 2003.
28. A. Cichocki, S. Amari, K. Siwek, T. Tanaka, Anh Huy Phan et al., ICALAB Toolboxes, <http://www.bsp.brain.riken.jp/ICALAB>
29. Hugo Gavert, Jarmo Hurri, Jaakko Sarela, and Aapo Hyvarinen. Laboratory of Information and Computer Science in the Helsinki University of Technology, <http://www.cis.hut.fi/projects/ica/fastica/>

30. Y.T. Yan, Y. Cai. "Precision PEP-II optics measurement with an SVD-enhanced Least-Square fitting", Nucl. Instrum. Methods A 558, p. 336 (2006).
31. Y.T. Yan, Y. Cai, W. Colocho, F-J. Decker, J. Seeman, M. Sullivan, J. Turner, U. Wienands, M. Woodley, G. Yocky. "Precision Measurement and Improvement of e^+ , e^- Storage Rings". Proceedings of EPAC 2006, Edinburgh, Scotland, p. 2065
32. B. Franzke. "The Heavy Ion Storage and Cooler Ring Project ESR at GSI". Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B24/25 (1987) 18-25.
33. D. Boussard. "Schottky noise and beam transfer function diagnostics". CERN Accelerator School: 5th Advanced Accelerator Physics Course.
34. A. Parfenova. "Linear and nonlinear Response Matrix and its application to the SIS-18 synchrotron". PhD Thesis, Frankfurt, 2008.
35. R. de Maria, F. Schmidt and P. K. Skowronski. "Advances in Matching with MAD-X". Proceedings of ICAP 2006, Chamonix, France, pp. 213—215 (WEPPP14).
36. A. Dubrovin, E. Simonov. "MERMAID, Computer Code for Magnetic Field Computation" preprint. Budker Institute of Nuclear Physics, Novosibirsk, 1993.
37. В. Анашин и др. «Накопитель-охладитель для инжекционного комплекса ВЭПП-5». Препринт ИЯФ СО РАН, 92-44. <http://l5.inp.nsk.su/injector/docs/DampingRing.pdf>
38. К. В. Астрелина и др. «Получение интенсивных позитронных пучков на инжекционном комплексе ВЭПП-5». Журнал экспериментальной и теоретической физики, 2008, Т. 133, вып. 1.

39. А. В. Петренко. «Калибровка электронно-оптической модели накопителя-охладителя Инжекционного комплекса ВЭПП-5». Приборы и техника эксперимента, 2011, Вып. 1.
40. “Handbook of Accelerator Physics and Engineering”. Edited by A. Chao and M. Tigner, World Scientific, 1999.
41. F. Willeke, G. Ripken. “Methods of Beam Optics”. Deutsches Elektronen-Synchrotron DESY, Hamburg (2000).
42. Chun-xi Wang. “Measurement and Application of Betatron Modes with MIA”, Proceedings of PAC 2003.
43. А. В. Бурдаков, А. М. Кудрявцев, П. В. Логачев, К. В. Лотов, А. В. Петренко, А. Н. Скринский. «Проект эксперимента по кильватерному ускорению на инжекционном комплексе ВЭПП-5». Физика плазмы, 2005, том 31, N4, стр. 327—335.
44. A. V. Petrenko, K. V. Lotov, P. V. Logatchov, and A. V. Burdakov. “The Facility for 500 MeV Plasma Wake-Field Acceleration Experiments at Budker INP”. 14th Advanced Accelerator Concepts Workshop. AIP Conf. Proc. November 4, 2010, Volume 1299, pp. 467-471.
45. K. V. Lotov. “Efficient operating mode of the plasma wakefield accelerator”. Phys. Plasmas 12, 053105 (2005).
46. K. V. Lotov. “Fine wakefield structure in the blowout regime of plasma wakefield accelerators”. Phys. Rev. ST Accel. Beams 6, 061301 (2003).
47. K. V. Lotov. “Simulation of ultrarelativistic beam dynamics in plasma wake-field accelerator”. Phys. Plasmas 5, 785 (1998).
48. A. V. Burdakov et al. “Characterization of long magnetized linear discharge in a metallic chamber”. ICPIG’93 proceedings, p. 139 (1993).

49. W. Guo et al. “Generating picosecond x-ray pulses in synchrotron light sources using dipole kickers”. *Phys. Rev. ST Accel. Beams* 10, 020701 (2007).