НЕУСТОЙЧИВОСТЬ БАУНС КОЛЕБАНИЙ В МНОГОПРОБОЧНОЙ ЛОВУШКЕ

Алексей Беклемишев

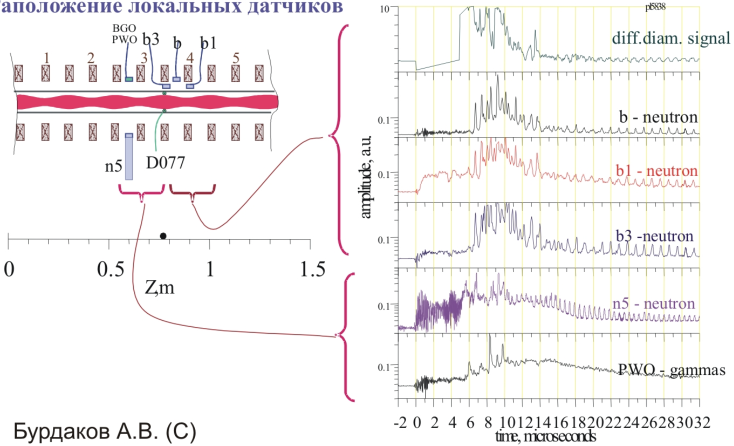
ИЯФ СО РАН, Новосибирск

13 декабря 2005 г.

Постановка задачи

Динамика плазмы в отдельных ячейках ловушки

Раположение локальных датчиков



Waveforms of different signals,
$n_0=1.9\cdot10^{21}$ m^{-3}

Бурдаков А.В. (С)

Модель

- Движение ионов считаем бесстолкновительным, (1keV)
- и одномерным (вдоль с.л.), т.к.
    - $\omega \ll \omega_c$ - работает дрейфовое приближение;
    - предполагается осевая симметрия.
- равновесная функция распределения запертых ионов не зависит от фазы баунс колебаний;
- пролётных ионов мало, и почти все они слабо-пролётные;
- электроны распределены по Больцману;
- ловушка симметрична.

Баунс колебания

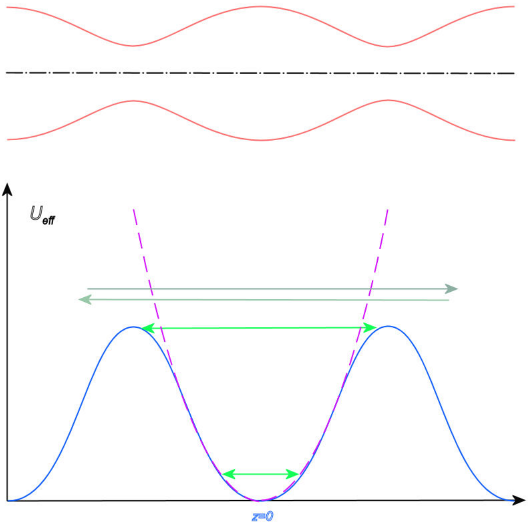
Частицы движутся с эффективной потенциальной энергией

$$\mathrm{U_{eff}} = \mu \mathrm{B(z)} + \mathrm{q}\phi_0(\mathrm{z}).$$

$$\omega_\mathrm{b} = \pi \left[\int_{-\mathrm{z}_0}^{\mathrm{z}_0} \frac{\mathrm{dz}}{|\mathrm{v}_\parallel|} \right]^{-1}.$$

Для большинства ионов $\mathrm{q}\phi_0(\mathrm{z}) \sim \mathrm{T_e}$ - малая поправка, т.к., $\mathrm{T_e} \ll \mathrm{T_i}$.

Баунс колебания



Система координат

Построим с.к. в фазовом пространстве:
$(\mathrm{r}, \mathrm{v}) \rightarrow (\psi, \theta, \mathrm{z}, \mathrm{v}_{\|}, \mu, \phi) \rightarrow (\psi, \theta, \chi, \varepsilon, \mu, \phi)$.
Первая стадия учитывает:

- одномерное движение вдоль силовой линии $(\psi, \theta) = \text{const}$,
- сохраняется адиабатический инвариант, μ,
- а от ларморовской фазы ϕ ничего не зависит.

Вторая стадия: $\mathrm{z}, \mathrm{v}_{\|} \rightarrow \chi, \varepsilon$

- ε - полная энергия частицы (сохраняется),
- χ - фазовый угол на баунс-траектории.
- при невозмущённом движении меняются только фазовые углы χ, ϕ.

Кинетическое уравнение

Кинетическое уравнение (с учётом сохранения ψ, θ, μ)

$$\frac{\mathrm{df}}{\mathrm{dt}} = \frac{\partial \mathrm{f}}{\partial \mathrm{t}} + \dot{\chi}\frac{\partial \mathrm{f}}{\partial \chi} + \dot{\varepsilon}\frac{\partial \mathrm{f}}{\partial \varepsilon} = 0.$$

Наиболее просто, если $\dot{\chi}$ не зависит от $\chi \Rightarrow$

$$\chi = \omega_{\mathrm{b}} \int_0^{\mathrm{z}} \frac{\mathrm{dz}}{\mathrm{v}_{\|}} + \begin{cases} 0, & \mathrm{v}_{\|} > 0 \\ \pi, & \mathrm{v}_{\|} < 0 \end{cases}$$

Тогда

$$\dot{\chi} = \omega_{\mathrm{b}}(\varepsilon, \mu).$$

Линеаризация

Пусть появилось возмущение в виде электростатического потенциала $\varphi = \varphi(\psi, z(\chi, \varepsilon, \mu), t)$. Сохраним определение χ, ε по невозмущённому движению. Тогда линеаризованное уравнение имеет вид

$$\frac{\partial \tilde{f}}{\partial t} + \omega_b \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \chi} = q\omega_b \frac{\partial \varphi}{\partial \chi} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}.$$

Решение для запертых частиц - виде ряда Фурье по χ с коэффициентами

$$f_k = -q\varphi_k \frac{k\omega_b}{\omega - k\omega_b} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}.$$

Возмущение плотности

Возмущение плотности запертых ионов:

$$\tilde{n}_t(z,\omega) = -\frac{2\pi qB}{m^2}\int_t \frac{d\mu d\varepsilon}{v_\parallel}\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\sum_k \frac{k\omega_b\varphi_k}{\omega - k\omega_b} g_k(\chi).$$

$$g_k(\chi) = \frac{1}{2}\left[e^{ik\chi} + (-1)^k e^{-ik\chi}\right]$$

- результат суммирования по знаку продольной скорости.

Если принять простейшую модель: электроны распределены по Больцману, а пролётных частиц нет, то из квазинейтральности следует

$$\tilde{n}_e = n_0 e\varphi/T_e = Z\tilde{n}_t,$$

- уравнение определяющее $\varphi(z)$:

Интегральное уравнение

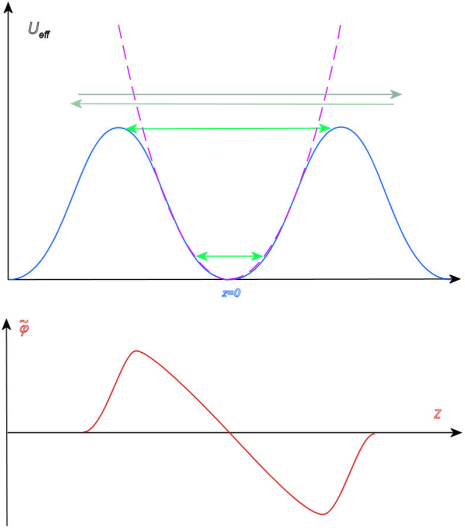
$$\mathrm{H}\varphi(\mathrm{z}) = -\int\int_{\mu_{\min}}^{\mu_{\max}} \frac{\mathrm{d}\mu \mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{v}_{\|}} \frac{\partial \mathrm{f}_0}{\partial \varepsilon} \sum_{\mathrm{k}} \frac{\mathrm{k}\omega_{\mathrm{b}}\varphi_{\mathrm{k}}}{\omega - \mathrm{k}\omega_{\mathrm{b}}} \mathrm{g}_{\mathrm{k}}^{*}(\chi) +$$

$$+\mathrm{i}\omega\pi \int \mathrm{d}\varepsilon \sum_{\mathrm{k}>0} \frac{\varphi_{\mathrm{k}} \mathrm{g}_{\mathrm{k}}^{*}(\chi)}{\mathrm{v}_{\|\mu_{\mathrm{b}}} (\partial\omega_{\mathrm{b}}/\partial\mu)_{\mu_{\mathrm{b}}}} \left(\frac{\partial \mathrm{f}_0}{\partial \varepsilon}\right)_{\mu=\mu_{\mathrm{b}}}.$$

Здесь

$$\mathrm{H} = \frac{\mathrm{n}_0 \mathrm{m}^2}{4\pi \mathrm{Z}\mathrm{T}_{\mathrm{e}}\mathrm{B}}, \quad \mathrm{k}\omega_{\mathrm{b}}(\mu_{\mathrm{b}}) = \omega, \quad \varphi_{\mathrm{k}} \equiv \frac{1}{\pi}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \varphi(\chi)\mathrm{g}_{\mathrm{k}}(\chi)\,\mathrm{d}\chi.$$

Возмущение потенциала



Дисперсионное соотношение

Пусть почти вся яма - параболическая, а возмущение - нечётное. Тогда, из условия выполнения интегрального уравнения вблизи $z = 0$ получим

$$\int\int_{\mu_t}^{\mu_{max}} \frac{\omega_b^2}{\omega_b^2 - \omega^2} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \frac{d\varepsilon d\mu}{v_\parallel} + i\omega^2 \frac{\pi}{2} \int^{\varepsilon_t} d\varepsilon \left(\frac{1}{v_\parallel \partial\omega_b^2/\partial\mu} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right)_{\mu_b} = H,$$

В параболической яме

$$\omega_b^2 = \left(\mu B'' + q\varphi_0''\right)/m.$$

Отсюда

$$\mu_b = \left(m\omega^2 - q\varphi_0''\right)/B'',$$

$$\left(\partial\omega_b^2/\partial\mu\right)_{\mu_b} = B''/m.$$

Оценка частоты и инкремента

При $T_e \ll T_i$ попытки найти решения с $\omega \gg \omega_b$ или $\omega \ll \omega_b$ приводят к противоречию, и единственное решение $\omega \sim \omega_b$:

$$\omega^2 = \bar{\omega}_b^2 + \frac{ZT_e}{ml^2} \sim \frac{c_s^2}{l^2}.$$

Эта мода становится неустойчивой если

$$\int_{\varepsilon_{min}}^{\varepsilon_t} d\varepsilon \left(\frac{1}{v_\parallel} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right)_{\mu_b} > 0$$

с инкрементом

$$\gamma \sim \omega_b \frac{\Delta f}{f} \left(\frac{ZT_e}{T_i} \right)^2.$$

Почему нет затухания на электронах

Из-за полупустого конуса потерь пробки заряжаются отрицательно $\Rightarrow$ есть минимальная баунс-частота для глубоко запертых электронов: $\omega_{\mathrm{be}} > \omega_{\mathrm{b\,min}}$,

$$\omega^2_{\mathrm{b\,min}} = \phi_0'' \mathrm{e}/\mathrm{m_e} \sim \mathrm{T_e}/(\mathrm{m_e l^2}).$$

Пока $\omega < \omega_{\mathrm{b\,min}}$ в резонансе могут быть только электроны вблизи сепаратрисы .

Пролётные частицы

Возмущение ф-ии распределения

$$\tilde{f}_{\pm} = q\frac{\partial f_{0\pm}}{\partial \varepsilon} e^{i\omega\chi/\omega_b} \int_{\mp\pi/2}^{\chi} e^{-i\omega\chi'/\omega_b} \frac{\partial \varphi}{\partial \chi'} d\chi'.$$

Для слабо-пролётных $\omega/\omega_b \gg 1$ и

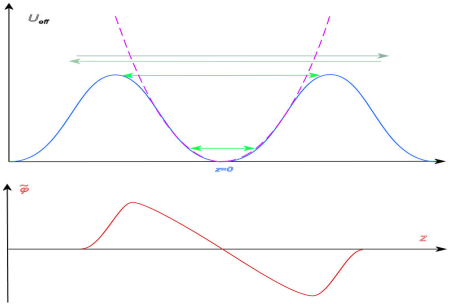
$$\int_{\mp\pi/2}^{\chi} e^{i\omega(\chi-\chi')/\omega_b} \frac{\partial \varphi}{\partial \chi'} d\chi' \simeq \frac{i v_\parallel}{\omega}\frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{v_\parallel^2}{\omega^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}.$$

Возмущение плотности

$$\tilde{n}_p(z,\omega) = -\frac{2\pi q B}{m^2}\sum_{\pm}\int \frac{d\mu d\varepsilon}{|v_\parallel|}\frac{\partial f_{0\pm}}{\partial \varepsilon}\left(\frac{i v_\parallel}{\omega}\frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{v_\parallel^2}{\omega^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}\right).$$

Интерпретация

Ионы летящие налево тормозятся $\Rightarrow$ их концентрация растёт. Концентрация летящих направо - падает. Если потоки не скомпенсированы (только для пролётных!), результат - модуляция плотности.



Заключение

- Найдена неустойчивость продольных электростатических колебаний с $\omega \sim \omega_b$ обусловленная неравновесностью функции распределения запертых ионов в открытой осесимметричной ловушке;
- Условия в гофрированной ловушке типа ГОЛ-3 подходят для развития этой неустойчивости;
- Неустойчивость приводит к периодическому "запиранию" течения сквозь ловушку (гофру) и модуляции концентрации пролётных ионов;
- Осцилляции нейтронного потока должны наблюдаться если температура ионов потока выше локальной;
- По-видимому, развитая неустойчивость уменьшает эффективную длину рассеяния продольной скорости слабо-пролётных ионов до длины гофра.