

К теории удержания плазмы в гофрированном магнитном поле

И.А. Котельников



Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера
Новосибирск, 630090, Россия

17 января 2006 г.



Дополнена классификация классических режимов продольного удержания плазмы в открытой ловушке с гофрированным магнитным полем. Получены оценки времени удержания плазмы в многопробочной открытой ловушке в режимах с частично опустошённым конусом потерь, которые реализуются на стадии распада плазмы в установке ГОЛ-3 после окончания инъекции релятивистского пучка электронов.



- 1 Classifications of Multiple Mirror Confinement Regimes
- 2 Corner-stone: Small-Scale Mild Corrugation
- 3 Weak Corrugation
- 4 Strong Corrugation
- 5 Классические времена удержания в ГОЛ-3
- 6 Выводы



Соглашение об обозначениях

- Text typed in English is mainly borrowed from review paper “Multiple Mirror Plasma Confinement” by A.J.Lichtenberg, V.V.Mirnov, Preprint 91-116, Budker Institute of Nuclear Physics, Novosibirsk, 1991; Reviews of Plasma Physics, v.19, p.53, 1996, ed. B.B.Kadomtsev (Consultant Bureau/Plenum Press, New York).

• Текст на русском языке, а также текст и формулы, выделенные синим цветом, содержат новую информацию.

• В скобках даны ссылки на оригиналы, опубликованные в журнале «Известия Академии Наук СССР – Техническая Физика».

• В скобках даны ссылки на оригиналы, опубликованные в журнале «Известия Академии Наук СССР – Физика».

• В скобках даны ссылки на оригиналы, опубликованные в журнале «Известия Академии Наук СССР – Энергетика и Атомная Энергетика».



Соглашение об обозначениях

- Text typed in English is mainly borrowed from review paper “Multiple Mirror Plasma Confinement” by A.J.Lichtenberg, V.V.Mirnov, Preprint 91-116, Budker Institute of Nuclear Physics, Novosibirsk, 1991; Reviews of Plasma Physics, v.19, p.53, 1996, ed. B.B.Kadomtsev (Consultant Bureau/Plenum Press, New York).
- Текст на русском языке, а также текст и формулы, выделенные синим цветом, содержат новую информацию.
- Красным цветом выделены сомнительные или ошибочные сведения и формулы.
- Численные множители на зелёном фоне в формулах получены в рамках более точной теории, нежели излагаемая в данном докладе.



Соглашение об обозначениях

- Text typed in English is mainly borrowed from review paper “Multiple Mirror Plasma Confinement” by A.J.Lichtenberg, V.V.Mirnov, Preprint 91-116, Budker Institute of Nuclear Physics, Novosibirsk, 1991; Reviews of Plasma Physics, v.19, p.53, 1996, ed. B.B.Kadomtsev (Consultant Bureau/Plenum Press, New York).
- Текст на русском языке, а также текст и формулы, **выделенные синим цветом**, содержат новую информацию.
- **Красным цветом** выделены сомнительные или ошибочные сведения и формулы.
- Численные множители на **зелёном фоне** в формулах получены в рамках более точной теории, нежели излагаемая в данном докладе.



Соглашение об обозначениях

- Text typed in English is mainly borrowed from review paper “Multiple Mirror Plasma Confinement” by A.J.Lichtenberg, V.V.Mirnov, Preprint 91-116, Budker Institute of Nuclear Physics, Novosibirsk, 1991; Reviews of Plasma Physics, v.19, p.53, 1996, ed. B.B.Kadomtsev (Consultant Bureau/Plenum Press, New York).
- Текст на русском языке, а также текст и формулы, **выделенные синим цветом**, содержат новую информацию.
- **Красным цветом** выделены сомнительные или ошибочные сведения и формулы.
- Численные множители на **зелёном фоне** в формулах получены в рамках более точной теории, нежели излагаемая в данном докладе.

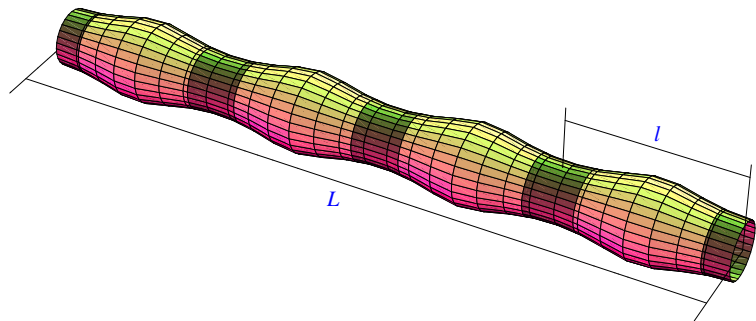


Соглашение об обозначениях

- Text typed in English is mainly borrowed from review paper “Multiple Mirror Plasma Confinement” by A.J.Lichtenberg, V.V.Mirnov, Preprint 91-116, Budker Institute of Nuclear Physics, Novosibirsk, 1991; Reviews of Plasma Physics, v.19, p.53, 1996, ed. B.B.Kadomtsev (Consultant Bureau/Plenum Press, New York).
- Текст на русском языке, а также текст и формулы, **выделенные синим цветом**, содержат новую информацию.
- **Красным цветом** выделены сомнительные или ошибочные сведения и формулы.
- Численные множители на **зелёном фоне** в формулах получены в рамках более точной теории, нежели излагаемая в данном докладе.



Multiple Mirror Geometry



A dramatic improvement in longitudinal confinement can be obtained with a corrugated magnetic field. The longitudinal confinement problem is reduced to specifying initial density and temperature distribution along a magnetic field line and then describing the space and time plasma parameters evolution.

- 1 Classifications of Multiple Mirror Confinement Regimes
- 2 Corner-stone: Small-Scale Mild Corrugation
- 3 Weak Corrugation
- 4 Strong Corrugation
- 5 Классические времена удержания в ГОЛ-3
- 6 Выводы



General Classifications

To explore the complete parameter range, requires investigation of the various limiting case:

$$\lambda \left\{ \begin{array}{l} \leq \\ \geq \end{array} \right\} l, \quad k - 1 \left\{ \begin{array}{l} \leq \\ \geq \end{array} \right\} 1.$$

The intermediate values are approached by extrapolation of the limiting cases.

- Regime of Small scale (Ss) corrugation: $l \ll \lambda$.
- Regime of Large scale (Ls) corrugation: $l \gg \lambda$.
- Regime of Small Corrugation (SC): $l \ll \lambda$.
- Regime of Small Corrugation (SC): $l \ll \lambda$.

These four possibilities are not of equal importance.



General Classifications

To explore the complete parameter range, requires investigation of the various limiting case:

$$\lambda \left\{ \begin{array}{l} \leq \\ \geq \end{array} \right\} l, \quad k - 1 \left\{ \begin{array}{l} \leq \\ \geq \end{array} \right\} 1.$$

The intermediate values are approached by extrapolation of the limiting cases.

- Regime of Small scale (Ss) corrugation: $l \ll \lambda$.
- Regime of Large scale (Ls) corrugation: $l \gg \lambda$.
- Regime of Weak Corrugation (WC): $k - 1 \ll 1$.
- Regime of Strong Corrugation: (SC) $k \gg 1$.

These four possibilities are not of equal importance.



General Classifications

To explore the complete parameter range, requires investigation of the various limiting case:

$$\lambda \left\{ \begin{array}{l} \leq \\ \geq \end{array} \right\} l, \quad k - 1 \left\{ \begin{array}{l} \leq \\ \geq \end{array} \right\} 1.$$

The intermediate values are approached by extrapolation of the limiting cases.

- Regime of Small scale (Ss) corrugation: $l \ll \lambda$.
- Regime of Large scale (Ls) corrugation: $l \gg \lambda$.
- Regime of Weak Corrugation (WC): $k - 1 \ll 1$.
- Regime of Strong Corrugation: (SC) $k \gg 1$.

These four possibilities are not of equal importance.



General Classifications

To explore the complete parameter range, requires investigation of the various limiting case:

$$\lambda \left\{ \begin{array}{l} \leq \\ \geq \end{array} \right\} l, \quad k - 1 \left\{ \begin{array}{l} \leq \\ \geq \end{array} \right\} 1.$$

The intermediate values are approached by extrapolation of the limiting cases.

- Regime of Small scale (Ss) corrugation: $l \ll \lambda$.
- Regime of Large scale (Ls) corrugation: $l \gg \lambda$.
- Regime of Weak Corrugation (WC): $k - 1 \ll 1$.
- Regime of Strong Corrugation: (SC) $k \gg 1$.

These four possibilities are not of equal importance.



General Classifications

To explore the complete parameter range, requires investigation of the various limiting case:

$$\lambda \left\{ \begin{array}{l} \leq \\ \geq \end{array} \right\} l, \quad k - 1 \left\{ \begin{array}{l} \leq \\ \geq \end{array} \right\} 1.$$

The intermediate values are approached by extrapolation of the limiting cases.

- Regime of Small scale (Ss) corrugation: $l \ll \lambda$.
- Regime of Large scale (Ls) corrugation: $l \gg \lambda$.
- Regime of Weak Corrugation (WC): $k - 1 \ll 1$.
- Regime of Strong Corrugation: (SC) $k \gg 1$.

These four possibilities are not of equal importance.

General Classifications

To explore the complete parameter range, requires investigation of the various limiting case:

$$\lambda \left\{ \begin{array}{l} \leq \\ \geq \end{array} \right\} l, \quad k - 1 \left\{ \begin{array}{l} \leq \\ \geq \end{array} \right\} 1.$$

The intermediate values are approached by extrapolation of the limiting cases.

- Regime of Small scale (Ss) corrugation: $l \ll \lambda$.
- Regime of Large scale (Ls) corrugation: $l \gg \lambda$.
- Regime of Weak Corrugation (WC): $k - 1 \ll 1$.
- Regime of Strong Corrugation: (SC) $k \gg 1$.

These four possibilities are not of equal importance.



General Classifications

To explore the complete parameter range, requires investigation of the various limiting case:

$$\lambda \left\{ \begin{array}{l} \leq \\ \geq \end{array} \right\} l, \quad k - 1 \left\{ \begin{array}{l} \leq \\ \geq \end{array} \right\} 1.$$

The intermediate values are approached by extrapolation of the limiting cases.

- Regime of Small scale (Ss) corrugation: $l \ll \lambda$.
- Regime of Large scale (Ls) corrugation: $l \gg \lambda$.
- Regime of Weak Corrugation (WC): $k - 1 \ll 1$.
- Regime of Strong Corrugation: (SC) $k \gg 1$.

These four possibilities are not of equal importance.



Characterization of Confinement Regimes

The axial confinement in the device can be characterized by the local flow velocity $u(z)$ or by the the local diffusion coefficient $D(z)$.

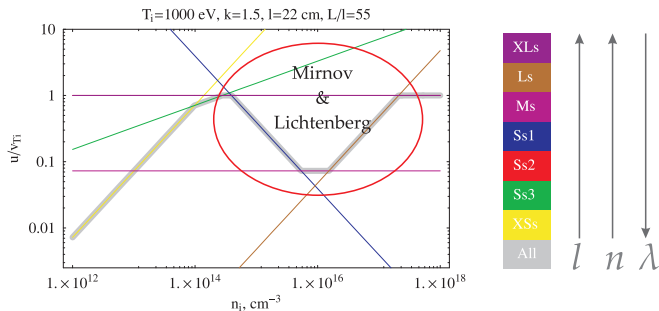
For the purposes of the qualitative examination it is sufficient to express the local properties in terms of

$$u = -\frac{D}{n} \frac{\partial n}{\partial z} \approx \frac{D}{L}.$$

When presenting estimates by the order of magnitude, the z -variation of the quantities will be omitted.



Limits of existing theory



Имеются дополнительные режимы.
Некоторые из них не были ранее изучены теоретически.

- 1 Classifications of Multiple Mirror Confinement Regimes
- 2 Corner-stone: Small-Scale Mild Corrugation**
- 3 Weak Corrugation
- 4 Strong Corrugation
- 5 Классические времена удержания в ГОЛ-3
- 6 Выводы



Small-Scale Mild Corrugation

XSs

Ss3

Ss2

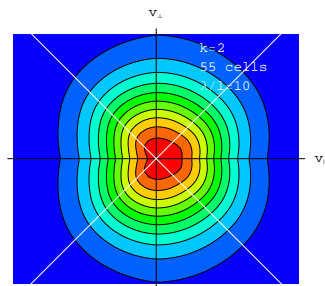
Ss1

Ms

Ls

XLs

Corner-stone case: $l \ll \lambda \ll L$, $k - 1 \sim 1$



In the regime $\lambda \gg l$ it is reasonable to separate particles in each mirror cell into particles *trapped* between mirrors and *transiting* ones. Since the trapped particles complete many bounces between mirrors during the time between two successive collisions they make only a small contribution to the transport, i.e. the plasma flow along the axis z is mostly carried out by the transiting particles.



Small-Scale Mild Corrugation

XSs

Ss3

Ss2

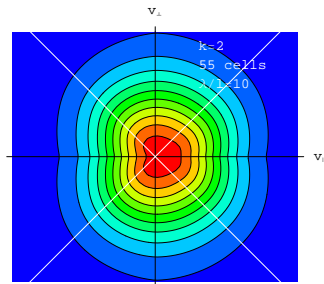
Ss1

Ms

Ls

XLs

Corner-stone case: $l \ll \lambda \ll L$, $k - 1 \sim 1$



Consequently the friction occurs between the transiting particles and the trapped particles and the latter transmit the momentum received to the magnetic field. Therefore one can say that the plasma undergoes friction with the magnetic field.



Small-Scale Mild Corrugation

XSs

Ss3

Ss2

Ss1

Ms

Ls

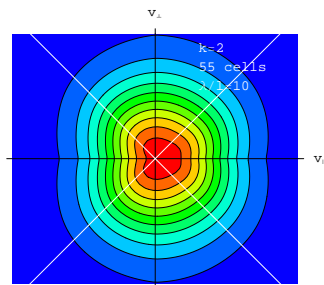
XLs

Corner-stone case: $l \ll \lambda \ll L$, $k - 1 \sim 1$

In the case $k - 1 \sim 1$ the friction force on a particle can be estimated as

$$F_{\text{fr}} = m_i u' \nu_{ii},$$

where m_i is the mass of an ion, ν_{ii} is the ion-ion collision frequency (this determines the time needed for transiting particles to scatter through an angle of the order of unity and to become trapped, i.e. lose its momentum), and u' is the directed velocity of transiting particles, which at $k - 1 \sim 1$ coincides in order of magnitude with the macroscopic flow velocity u of the plasma, $u' \sim u$.



Small-Scale Mild Corrugation

XSs

Ss3

Ss2

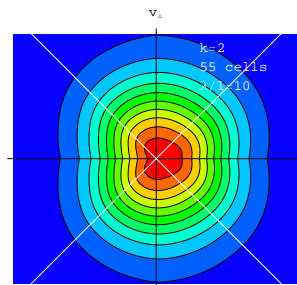
Ss1

Ms

Ls

XLs

Corner-stone case: $l \ll \lambda \ll L$, $k - 1 \sim 1$



Equating nF_{fr} , which is the friction force acting on unity plasma volume, with plasma pressure gradient

$$\partial_z p \sim nT/L,$$

one finds the expansion rate:

$$u \sim v_{Ti} (\lambda/L),$$

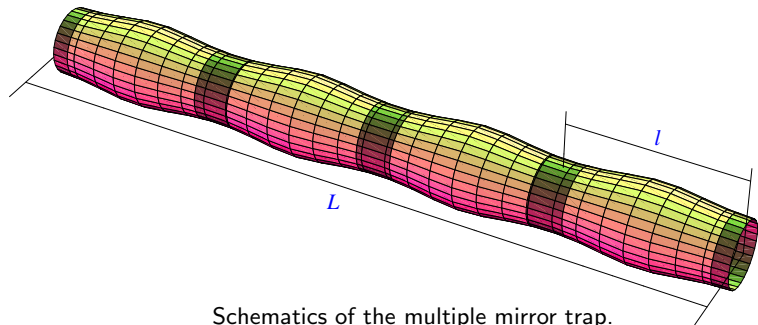
where $\lambda = v_{Ti}/\nu_{ii}$ is the mean free path.



- 1 Classifications of Multiple Mirror Confinement Regimes
- 2 Corner-stone: Small-Scale Mild Corrugation
- 3 Weak Corrugation**
- 4 Strong Corrugation
- 5 Классические времена удержания в ГОЛ-3
- 6 Выводы



Weak corrugation geometry

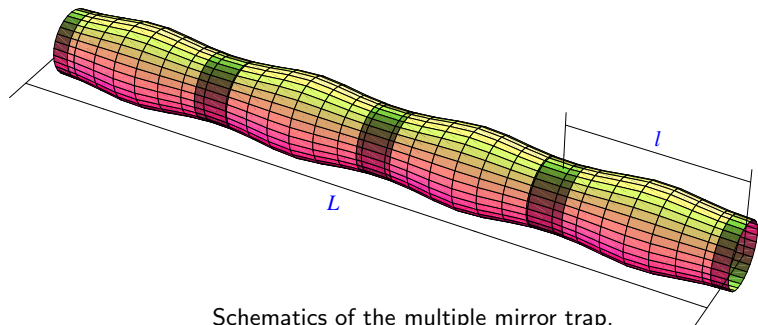


Schematics of the multiple mirror trap.
Number of individual mirror cells is much greater than shown.

The introduction of even relatively small corrugation ($k - 1 \ll 1$) causes a marked reduction of u and a corresponding increase in the plasma expansion time $\tau = L/u$ compared with the case of a smooth field.



Weak corrugation geometry



Schematics of the multiple mirror trap.
Number of individual mirror cells is much greater than shown.

In fact the very character of motion changes: inertial expansion with a velocity $u \sim v_{Ti}$ becomes diffusion of the plasma from one magnetic mirror cell to another and the pressure gradient is counterbalanced by the friction of the plasma with the magnetic field.



- 1 Classifications of Multiple Mirror Confinement Regimes
- 2 Corner-stone: Small-Scale Mild Corrugation
- 3 **Weak Corrugation**
 - Small Scale #1
 - Small Scale #2
 - Small Scale #3
 - Extra Small Scale
 - Summary for Weak Corrugation
- 4 **Strong Corrugation**
 - Small Scale
 - Medium Scale
 - Summary for Strong Corrugation
- 5 Классические времена удержания в ГОЛ-3
- 6 Выводы



Small Scale Weak Corrugation #1

XSs

Ss3

Ss2

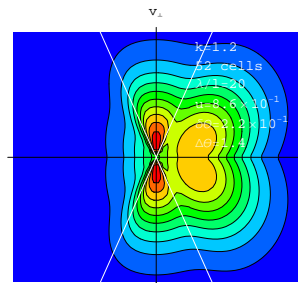
Ss1

Ms

Ls

XLs

$$l/(k-1)^{3/2} \ll \lambda \ll L(k-1)^{1/2}$$



A reduction of the expansion velocity occurs even with very weak corrugation $k - 1 \ll 1$. In this case those particles are trapped for which a pitch-angle θ at the minimum of magnetic field is close enough to $\pi/2$,

$$\vartheta = |\pi/2 - \theta| < \vartheta_{\text{tr}} \approx (k - 1)^{1/2},$$

so *the time of transition* from trapped particles into transiting ones is

$$\tau_{\text{tr}} \approx \vartheta_{\text{tr}}^2 / \nu_{ii}.$$



Small Scale Weak Corrugation #1

XSs

Ss3

Ss2

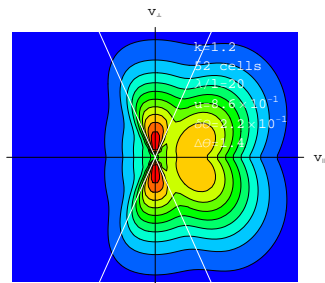
Ss1

Ms

Ls

XLs

$$l/(k-1)^{3/2} \ll \lambda \ll L(k-1)^{1/2}$$



The regime of small cell length, when the transition time τ_{tr} exceeds *the bounce time* of trapped particles in single mirror trap

$$\tau_b \approx l/v_{Ti} \vartheta_{tr},$$

exists when

$$l \ll \lambda(k-1)^{3/2}.$$



Small Scale Weak Corrugation #1

XSs

Ss3

Ss2

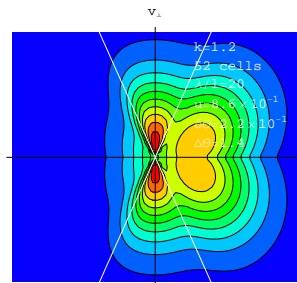
Ss1

Ms

Ls

XLs

$$l/(k-1)^{3/2} \ll \lambda \ll L(k-1)^{1/2}$$



The effect of a weak corrugation can be found by introducing the frictional force related to one particle that can be estimated from reasoning quite similar to that described above for the situation $k-1 \sim 1$.



Small Scale Weak Corrugation #1

XSs

Ss3

Ss2

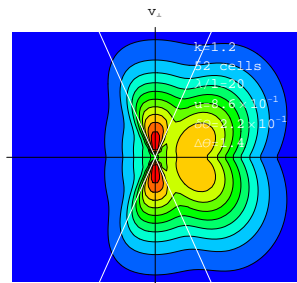
Ss1

Ms

Ls

XLs

$$l/(k-1)^{3/2} \ll \lambda \ll L(k-1)^{1/2}$$



The only difference is that now the characteristic time for the transiting particle to lose its momentum increases correspondingly to the decrease in probability for it to find itself in narrow interval of angles ϑ_{tr} .



Small Scale Weak Corrugation #1

XSs

Ss3

Ss2

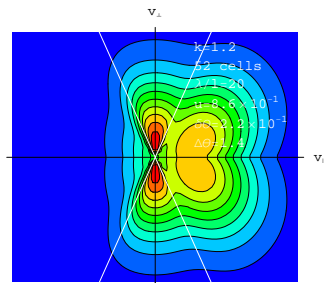
Ss1

Ms

Ls

XLs

$$l/(k-1)^{3/2} \ll \lambda \ll L(k-1)^{1/2}$$



This time increases as $\nu_{ii}^{-1} \vartheta_{tr}^{-1}$ since the probability is evaluated as the ratio of the spacial angle $2\pi \times 2\vartheta_{tr}$ corresponding to trapped particles to the entire spacial angle 4π . Taking this into account one can easily derive the following expression for the friction force:

$$F_{fr} = m_i u \nu_{ii} \vartheta_{tr}.$$



Small Scale Weak Corrugation #1

XSs

Ss3

Ss2

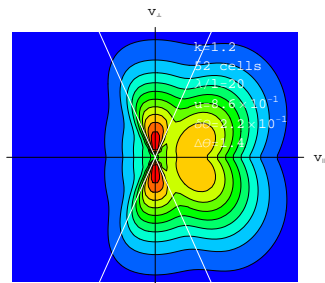
Ss1

Ms

Ls

XLs

$$l/(k-1)^{3/2} \ll \lambda \ll L(k-1)^{1/2}$$



Equating nF_{fr} with the plasma pressure gradient $\partial_z p \sim nT/L$, the expansion velocity is estimated as:

$$u \sim v_{Ti} \frac{\lambda}{L(k-1)^{1/2}}. \quad (1.6)$$



Small Scale Weak Corrugation #1

XSs

Ss3

Ss2

Ss1

Ms

Ls

XLs

$$l/(k-1)^{3/2} \ll \lambda \ll L(k-1)^{1/2}$$

Note that $u \leq v_{Ti}$ provided that

$$\lambda \leq (k-1)^{1/2} L.$$

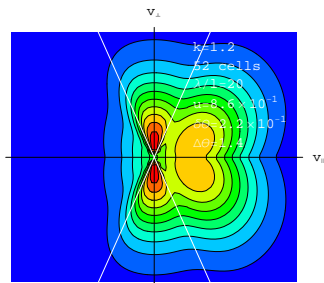
It means that above formula for the mass velocity is valid in the range

$$l/(k-1)^{3/2} < \lambda < (k-1)^{1/2} L.$$

This range exists if

$$l < (k-1)^2 L,$$

т. е. если $k > 1.13$ при полном числе ячеек $L/l = 55$.



- 1 Classifications of Multiple Mirror Confinement Regimes
- 2 Corner-stone: Small-Scale Mild Corrugation
- 3 **Weak Corrugation**
 - Small Scale #1
 - **Small Scale #2**
 - Small Scale #3
 - Extra Small Scale
 - Summary for Weak Corrugation
- 4 **Strong Corrugation**
 - Small Scale
 - Medium Scale
 - Summary for Strong Corrugation
- 5 Классические времена удержания в ГОЛ-3
- 6 Выводы



Small Scale Weak Corrugation #2

XSs

Ss3

Ss2

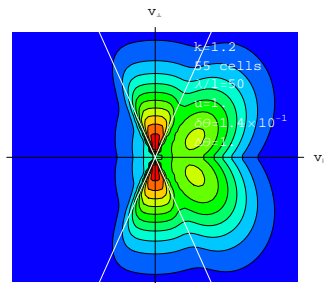
Ss1

Ms

Ls

XLs

$$L(k-1)^{1/2} \ll \lambda \ll L$$



При $\lambda \sim L \times (k-1)^{1/2}$, когда массовая скорость u приближается к скорости звука v_{Ti} , конус потерь заполнен. Действительно, угловое уширение пучка частиц за время пролёта через всю ловушку

$$\tau_{\parallel} \approx L/v_{Ti},$$

оцениваемое как

$$\theta_{\parallel} \approx \sqrt{\nu_{ii}\tau_{\parallel}} \sim \sqrt{L/\lambda},$$

на границе режима формально равно $(k-1)^{-1/4}$, т. е. больше 90 градусов.



Small Scale Weak Corrugation #2

XSs

Ss3

Ss2

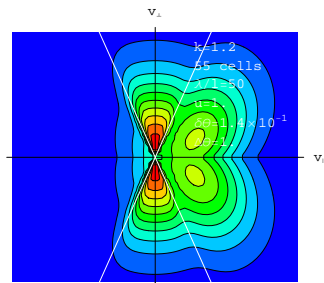
Ss1

Ms

Ls

XLs

$$L(k-1)^{1/2} \ll \lambda \ll L$$



При этом конус потерь полностью заполнен пролётными частицами, причём доля запертых частиц

$$\frac{n_{tr}}{n} \approx \frac{2\pi \times 2\vartheta_{tr}}{4\pi} \sim \sqrt{k-1}$$

мала, поскольку мала угловая ширина зоны захвата в пространстве скоростей:

$$\vartheta_{tr} = \sqrt{k-1}.$$



Small Scale Weak Corrugation #2

XSs

Ss3

Ss2

Ss1

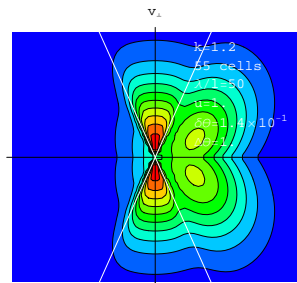
Ms

Ls

XLs

$$L(k-1)^{1/2} \ll \lambda \ll L$$

Конус потерь остается заполненным при дальнейшем увеличении длины пролёта вплоть до $\lambda \sim L$. Во всём диапазоне



$$L(k-1)^{1/2} \ll \lambda \ll L$$

v_{\perp} сила трения пролётных частиц о запертые не существенна, так что массовая скорость плазмы по порядку величины равна скорости звука:

$$u \approx v_{Ti}$$



- 1 Classifications of Multiple Mirror Confinement Regimes
- 2 Corner-stone: Small-Scale Mild Corrugation
- 3 **Weak Corrugation**
 - Small Scale #1
 - Small Scale #2
 - **Small Scale #3**
 - Extra Small Scale
 - Summary for Weak Corrugation
- 4 **Strong Corrugation**
 - Small Scale
 - Medium Scale
 - Summary for Strong Corrugation
- 5 Классические времена удержания в ГОЛ-3
- 6 Выводы



Small Scale Weak Corrugation #3

XSs

Ss3

Ss2

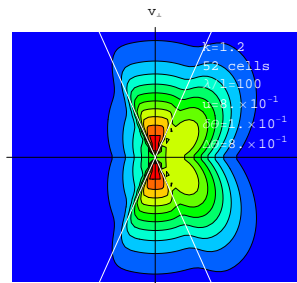
Ss1

Ms

Ls

XLs

$$L \ll \lambda \ll L/(k-1)^{1/2}$$



При $\lambda \geq L$ конус потерь частично опустошается, начиная с области малых питч-углов. Часть конуса потерь, прилегающая к границе захваченной части фазового пространства подпитывается частицами, вываливающимися из области захвата вследствие кулоновских столкновений.



Small Scale Weak Corrugation #3

XSs

Ss3

Ss2

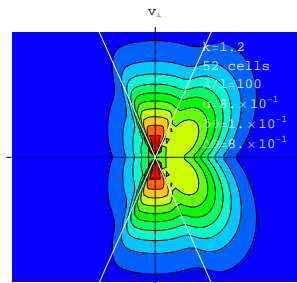
Ss1

Ms

Ls

XLs

$$L \ll \lambda \ll L/(k-1)^{1/2}$$



Пусть $\vartheta \ll 1$ есть граница области, которая опустошена, причём угол ϑ отсчитывается от направления, перпендикулярного магнитному полю. Время пролёта через всю ловушку для частиц на этой границе примерно равно

$$\tau_{\parallel} \approx \frac{L}{v_{Ti}\vartheta}.$$



Small Scale Weak Corrugation #3

XSs

Ss3

Ss2

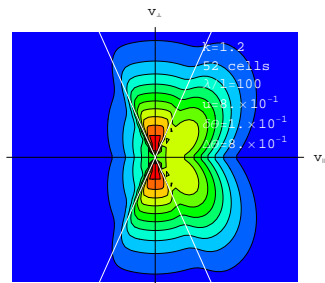
Ss1

Ms

Ls

XLs

$$L \ll \lambda \ll L/(k-1)^{1/2}$$



Границу области ϑ найдем из условия, что за время пролёта τ_{\parallel} частицы рассеиваются как раз на угол порядка ϑ , т. е.

$$\vartheta \approx \sqrt{\nu_{ii} \tau_{\parallel}}$$

Отсюда

$$\vartheta \approx \sqrt[3]{\frac{L}{\lambda}}$$



Small Scale Weak Corrugation #3

XSs

Ss3

Ss2

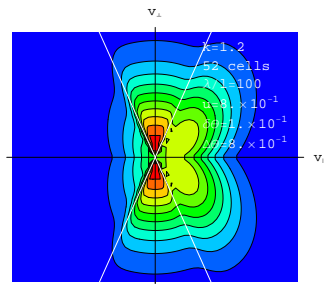
Ss1

Ms

Ls

XLs

$$L \ll \lambda \ll L/(k-1)^{1/2}$$



При

$$\vartheta_{tr} \ll \vartheta$$

запертых частиц всё ещё меньше, чем пролётных:

$$\frac{n_{tr}}{n} \approx \frac{\vartheta_{tr}}{\vartheta} \ll 1.$$



Small Scale Weak Corrugation #3

XSs

Ss3

Ss2

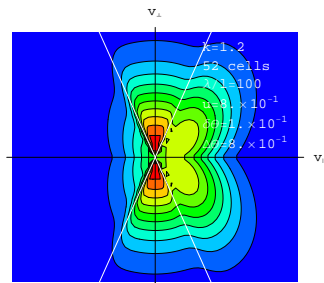
Ss1

Ms

Ls

XLs

$$L \ll \lambda \ll L/(k-1)^{1/2}$$



Чтобы оценить силу трения, нужно исходить из тех же представлений, что и в режиме $l/\vartheta_{tr}^3 < \lambda < L\vartheta_{tr}$, так как время жизни запертых частиц в отдельном пробкотроне

$$\tau_{tr} \approx \vartheta_{tr}^2 / \nu_{ii}$$

по-прежнему значительно больше, чем время одного баунс-колебания

$$\tau_b \approx l / v_{Ti} \vartheta_{tr}.$$

(условие $l/\vartheta_{tr}^3 \ll \lambda$ заведомо выполнено).



Small Scale Weak Corrugation #3

XSs

Ss3

Ss2

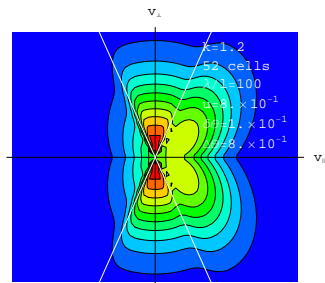
Ss1

Ms

Ls

XLs

$$L \ll \lambda \ll L/(k-1)^{1/2}$$



Поэтому пролётные частицы теряют свой средний направленный импульс, если они захватываются. Время до захвата растет как

$$\tau \approx \frac{1}{\nu_{ii}} \frac{\vartheta_{tr}}{\vartheta}$$

Следовательно, в расчете на одну частицу действует сила трения

$$F_{fr} = m_i u \nu_{ii} \frac{\vartheta_{tr}}{\vartheta}$$



Small Scale Weak Corrugation #3

XSs

Ss3

Ss2

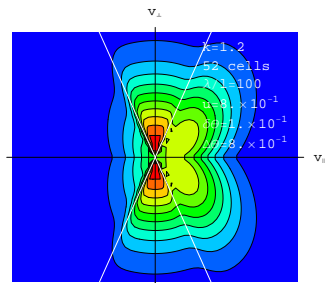
Ss1

Ms

Ls

XLs

$$L \ll \lambda \ll L/(k-1)^{1/2}$$



Приравнивая nF_{tr} к $\partial_z p \sim nm_i v_{Ti}^2/L$, находим потоковую скорость пролётных частиц (т. е. всей плазмы, так как пролётные частицы составляют большинство):

$$u \approx v_{Ti} \frac{\lambda}{L} \frac{\vartheta_{tr}}{\vartheta} \approx v_{Ti} \left(\frac{\lambda}{L} \right)^{2/3} \frac{1}{\vartheta_{tr}}.$$

Эта скорость тем более больше тепловой (она была больше тепловой уже в предыдущем режиме).



Small Scale Weak Corrugation #3

XSs

Ss3

Ss2

Ss1

Ms

Ls

XLs

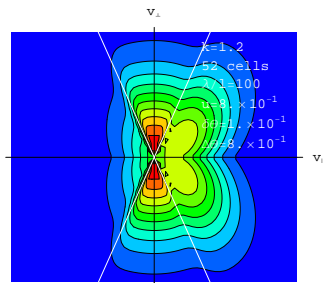
$$L \ll \lambda \ll L/(k-1)^{1/2}$$

Поэтому сила трения пролётных частиц о запертые не существенна, а массовая скорость плазмы по порядку величины равна продольной скорости частиц с питч-углами порядка ϑ :

$$u \approx v_{Ti} \vartheta \approx v_{Ti} \left(\frac{L}{\lambda} \right)^{1/3}.$$

Соответственно время жизни немного подрастает по мере уменьшения плотности:

$$\tau \approx \frac{L}{v_{Ti} \vartheta} \approx \frac{L}{v_{Ti}} \left(\frac{\lambda}{L} \right)^{1/3}.$$



- 1 Classifications of Multiple Mirror Confinement Regimes
- 2 Corner-stone: Small-Scale Mild Corrugation
- 3 **Weak Corrugation**
 - Small Scale #1
 - Small Scale #2
 - Small Scale #3
 - **Extra Small Scale**
 - Summary for Weak Corrugation
- 4 **Strong Corrugation**
 - Small Scale
 - Medium Scale
 - Summary for Strong Corrugation
- 5 Классические времена удержания в ГОЛ-3
- 6 Выводы



Extra Small Scale Weak Corrugation

XSs

Ss3

Ss2

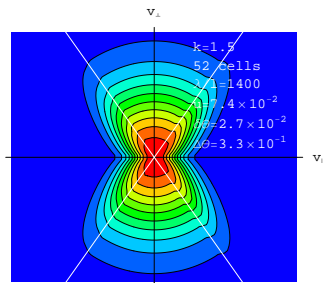
Ss1

Ms

Ls

XLs

$$\lambda \ll L/(k-1)^{3/2}$$



При $\lambda \geq L/(k-1)^{3/2}$ опустошённая зона в конусе потерь достигает его границы, т. е. формально

$$\vartheta = (L/\lambda)^{1/3} \leq \vartheta_{tr},$$

а число пролётных частиц становится меньше числа захваченных. Теперь ϑ имеет смысл угловой ширины зоны вблизи границы конуса потерь, в которой имеются пролётные частицы.



Extra Small Scale Weak Corrugation

XSs

Ss3

Ss2

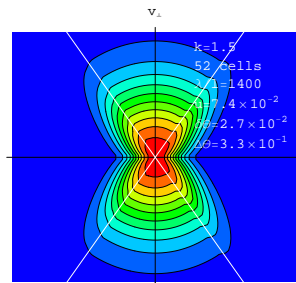
Ss1

Ms

Ls

XLs

$$\lambda \ll L / (k - 1)^{3/2}$$



При оценке времени вылета пролётной частицы из ловушки теперь нужно учитывать, что частица очень медленно движется в некоторых участках ловушки, поскольку находится вблизи сепаратрисы (если пренебречь электрическим амбиполярным полем, то это район магнитных пробок):

$$\tau_{\parallel} \approx \frac{L}{v_{Ti} \vartheta} \approx \frac{L}{v_{Ti}} \left(\frac{\lambda}{L} \right)^{1/3}.$$



Extra Small Scale Weak Corrugation

XSs

Ss3

Ss2

Ss1

Ms

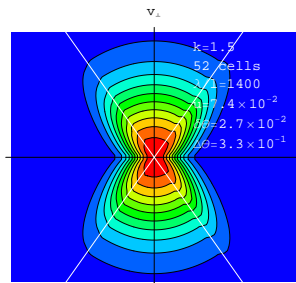
Ls

XLs

$$\lambda \ll L / (k - 1)^{3/2}$$

Это время меньше времени рассеяния на угол области захвата

$$\tau_{tr} \approx \frac{\vartheta_{tr}^2}{\nu_{ii}} = \frac{L}{v_{Ti}} \frac{\lambda \vartheta_{tr}^2}{L}$$



так как $(L/\lambda)^{1/3} = \vartheta \ll \vartheta_{tr}$. Поэтому именно время жизни частицы в отдельном пробкатороне τ_{tr} определяет время жизни плазмы в ловушке в целом. Формально введём скорость истечения:

$$u \approx \frac{L}{\tau_{tr}} \approx v_{Ti} \frac{L}{\lambda \vartheta_{tr}^2}$$



- 1 Classifications of Multiple Mirror Confinement Regimes
- 2 Corner-stone: Small-Scale Mild Corrugation
- 3 **Weak Corrugation**
 - Small Scale #1
 - Small Scale #2
 - Small Scale #3
 - Extra Small Scale
 - **Summary for Weak Corrugation**
- 4 **Strong Corrugation**
 - Small Scale
 - Medium Scale
 - Summary for Strong Corrugation
- 5 Классические времена удержания в ГОЛ-3
- 6 Выводы



Summary for Weak Corrugation

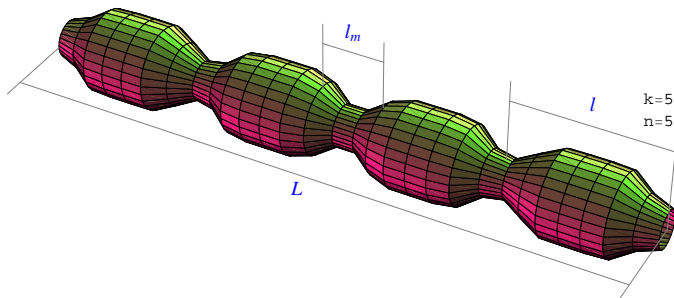
	XLs	Ls	Ms	Ss1	Ss2	Ss3	XSS
λ	$\{0, \frac{L^2}{\Theta_{tr}^4 L}\}$	$\{\frac{L^2}{\Theta_{tr}^4 L}, L\}$	$\{L, \frac{1}{\Theta_{tr}^3}\}$	$\{\frac{1}{\Theta_{tr}^3}, L \Theta_{tr}\}$	$\{L \Theta_{tr}, L\}$	$\{L, \frac{L}{\Theta_{tr}^3}\}$	$\{\frac{L}{\Theta_{tr}^3}, \infty\}$
$\frac{u}{v_{r1}}$	1	$\frac{3.3}{\pi^2} \frac{L^2}{\Theta_{tr}^4 \lambda L}$	$(\frac{2}{\pi})^{\frac{3}{2}} \frac{1}{\Theta_{tr}^4 L}$	1.1 $\frac{\lambda}{\Theta_{tr} L}$	1	$(\frac{L}{\lambda})^{1/3}$	$\frac{L}{\lambda \Theta_{tr}^2}$
Est	□	(1.9)	(1.7)	(1.6)	□	□	□
Exact		(3.10)	(3.27)	(2.38)			
τ	$\frac{L}{v_{r1}}$	$\frac{L^2 \lambda (k-1)^2}{L^2 v_{r1}}$	$\frac{L^2 (k-1)^2}{v_{r1}}$	$\frac{L^2 (k-1)^{1/2}}{\lambda v_{r1}}$	$\frac{L}{v_{r1}}$	$\frac{L^{2/3} \lambda^{1/3}}{v_{r1}}$	$\frac{(k-1)}{v_{i1}}$
Note	Free expansion	∃ if $\frac{L}{\lambda} > \frac{1}{\Theta_{tr}^4}$	Plateau	∃ if $\frac{L}{\lambda} > \frac{1}{\Theta_{tr}^4}$	Free expansion	Partially Empty LC	Empty Loss Cone

Числовые коэффициенты на зелёном фоне заимствованы из обзора Мирнова и Лихтенберга. Номера соответствующих формул также даны на зелёном фоне. В режиме Ls вместо $\frac{3.3}{\pi^2}$, возможно, должен быть коэффициент $\frac{2}{\pi^2}$.

- 1 Classifications of Multiple Mirror Confinement Regimes
- 2 Corner-stone: Small-Scale Mild Corrugation
- 3 Weak Corrugation
- 4 Strong Corrugation**
- 5 Классические времена удержания в ГОЛ-3
- 6 Выводы



Strong corrugation geometry



Plasma column in a multiple mirror trap with $k = 3$.
Number of individual mirror cells is much greater than shown.



- 1 Classifications of Multiple Mirror Confinement Regimes
- 2 Corner-stone: Small-Scale Mild Corrugation
- 3 Weak Corrugation
 - Small Scale #1
 - Small Scale #2
 - Small Scale #3
 - Extra Small Scale
 - Summary for Weak Corrugation
- 4 Strong Corrugation
 - Small Scale
 - Medium Scale
 - Summary for Strong Corrugation
- 5 Классические времена удержания в ГОЛ-3
- 6 Выводы



Small Scale Strong Corrugation

XSs

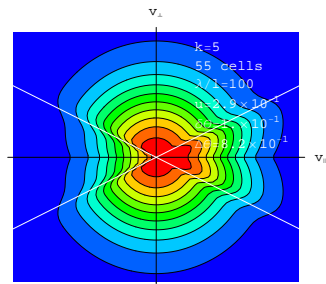
Ss

Ms

Ls

XLs

$$lk \ll \lambda \ll Lk/\ln(k)$$



A larger mirror ratio further limits the expansion rate by reducing

- (i) the number of transiting particles, $n_{\text{pass}} \sim n/k$, and
- (ii) their effective free path $\lambda_{\text{eff}} = \lambda/k$.



Small Scale Strong Corrugation

XSs

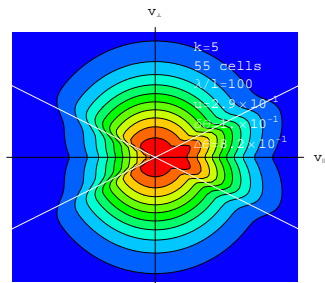
Ss

Ms

Ls

XLs

$$lk \ll \lambda \ll Lk/\ln(k)$$



The first effect results from the fact that since the trapped particles, the number of which is k times greater than of the transit ones, on average are not in motion, the mass velocity u as a whole is smaller than the velocity u' by a factor k :

$$u = u'/k.$$



Small Scale Strong Corrugation

XSs

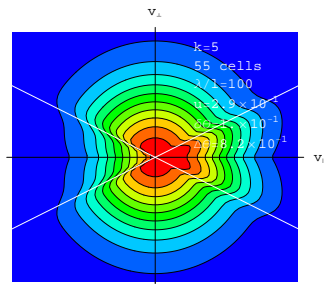
Ss

Ms

Ls

XLs

$$lk \ll \lambda \ll Lk/\ln(k)$$



The second effect results from the fact that, when $k \gg 1$, for capture in a cell to occur it is sufficient for a transiting particle to be scattered through a small angle $\theta_K \approx 1/\sqrt{k}$. Therefore effective collision frequency, that determine the time of the momentum loss of the transiting particles, become of the order of $\nu_{eff} = \nu_{ij}k$. For this reason “smallness” of a magnetic mirror trap must be taken to mean

$$l \ll \lambda/k.$$



Small Scale Strong Corrugation

XSs

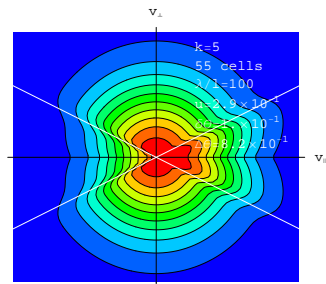
Ss

Ms

Ls

XLs

$$lk \ll \lambda \ll Lk/\ln(k)$$



As a result of these two effects the expansion velocity decreases with high mirror ratio by a factor k^2 :

$$u \approx v_{Ti} \frac{\lambda}{Lk^2}. \quad (1.3)$$

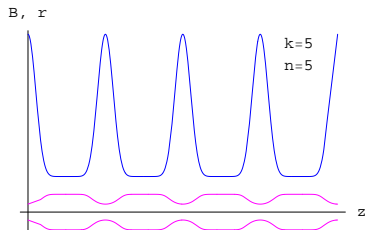
- 1 Classifications of Multiple Mirror Confinement Regimes
- 2 Corner-stone: Small-Scale Mild Corrugation
- 3 Weak Corrugation
 - Small Scale #1
 - Small Scale #2
 - Small Scale #3
 - Extra Small Scale
 - Summary for Weak Corrugation
- 4 Strong Corrugation**
 - Small Scale
 - Medium Scale**
 - Summary for Strong Corrugation
- 5 Классические времена удержания в ГОЛ-3
- 6 Выводы



Medium Scale Strong Corrugation

XSs Ss Ms Ls XLs

$$l_m \ll \lambda \ll lk$$



The classification given above is related to the geometry of a magnetic force line with a single scale, that is, when areas with weak and strong magnetic field have approximately the same length. A better geometry from a **practical** point of view has narrow mirrors, i. e. a scale length $l_m \ll l$. In this case of two-scale field geometry there is an intermediate range of mean free path $l_m \ll \lambda \ll kl$, when the plasma flow inside the individual mirror cells is pure gas dynamic but particles move without collisions through the mirrors.



Medium Scale Strong Corrugation

XSs

Ss

Ms

Ls

XLs

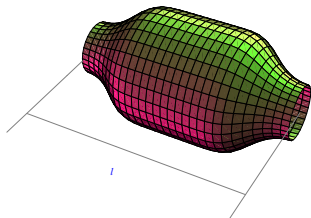
$$l_m \ll \lambda \ll lk$$

Let us consider an individual mirror cell with $l_m \ll l$. The rate of plasma losses through a mirror throat can be estimated as

$$nv_{Ti}S_{\min},$$

where $S_{\min} = S/k$ is the plasma cross section at the throat. Dividing the total amount of ions in the mirror cell n/S by the loss rate, one obtains an estimate of the particle lifetime in the individual mirror cell

$$kl/v_{Ti}.$$



Medium Scale Strong Corrugation

XSs Ss Ms Ls XLs

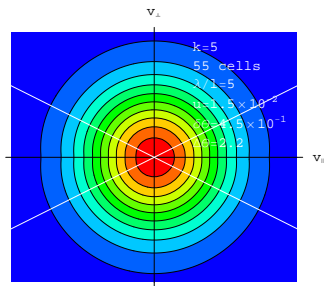
$$l_m \ll \lambda \ll lk$$

After this time the ion leaves one of the mirror traps in a random direction and becomes trapped in an adjacent cell such that the space step of this random motion is equal to l and time interval is equal to kl/v_{Ti} . The diffusion coefficient then can be estimated as

$$D \sim v_{Ti}l/k.$$

An estimation of plasma expansion velocity is then

$$u \approx \frac{D}{L} \approx v_{Ti} \frac{l}{Lk}. \quad (1.10)$$



- 1 Classifications of Multiple Mirror Confinement Regimes
- 2 Corner-stone: Small-Scale Mild Corrugation
- 3 Weak Corrugation
 - Small Scale #1
 - Small Scale #2
 - Small Scale #3
 - Extra Small Scale
 - Summary for Weak Corrugation
- 4 Strong Corrugation**
 - Small Scale
 - Medium Scale
 - **Summary for Strong Corrugation**
- 5 Классические времена удержания в ГОЛ-3
- 6 Выводы



Summary for Strong Corrugation

	XLs	Ls	Ms	Ss1	XSS
λ	$\{0, \frac{l^2}{L}\}$	$\{\frac{l^2}{L}, 1\}$	$\{1, 1 \frac{k}{2}\}$	$\{1 \frac{k}{2}, \frac{Lk/2}{\sqrt{\text{Log}[\frac{k\epsilon}{2}]}}\}$	$\{\frac{Lk/2}{\sqrt{\text{Log}[\frac{k\epsilon}{2}]}} , \infty\}$
$\frac{u}{v_{Ti}}$	$\frac{2}{k}$	$\frac{5}{6 \ln[k]} \cdot \frac{2 l^2}{L \lambda k}$	$(\frac{2}{\pi})^{1/2} \cdot \frac{2 l}{L k}$	0.9 $\frac{4 \lambda}{L k^2}$	$\frac{L}{\lambda \text{Log}[k\epsilon/2]}$
Est	□	(1.9')	(1.10)	(1.3)	□
Exact		(3.10)	(3.23)	(2.28)	
τ	$\frac{L k}{2 v_{Ti}}$	$\frac{L^2 \lambda k}{2 l^2 v_{Ti}}$	$\frac{L^2 k}{2 l v_{Ti}}$	$\frac{L^2 k^2}{4 \lambda v_{Ti}}$	$\frac{\text{Log}[k\epsilon/2]}{v_{ii}}$
Note	GD expans.	Viscous Friction	Plateau	□	Empty Loss Cone

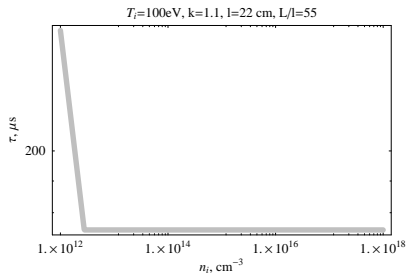
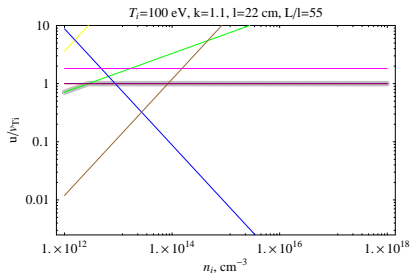
Числовые коэффициенты на зелёном фоне заимствованы из обзора Мирнова и Лихтенберга. Номера соответствующих формул также даны на зелёном фоне. В режиме Ls коэффициент $5/6 \ln k$ вычислен для абстрактного профиля магнитного поля вблизи магнитных пробок и должен быть заменен на $25/12$. Красным цветом показаны коэффициенты, использованные далее при расчете зависимости времени удержания плазмы в ГОЛ-3 вместо **точных**.



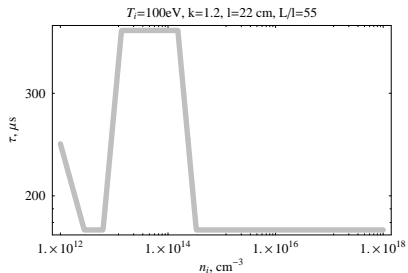
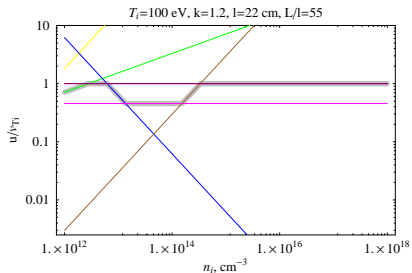
- 1 Classifications of Multiple Mirror Confinement Regimes
- 2 Corner-stone: Small-Scale Mild Corrugation
- 3 Weak Corrugation
- 4 Strong Corrugation
- 5 Классические времена удержания в ГОЛ-3
- 6 Выводы



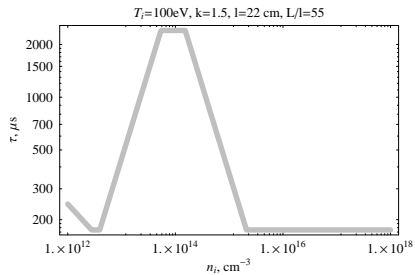
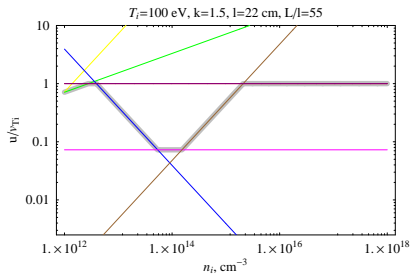
Продольное удержание плазмы в ГОЛ-3



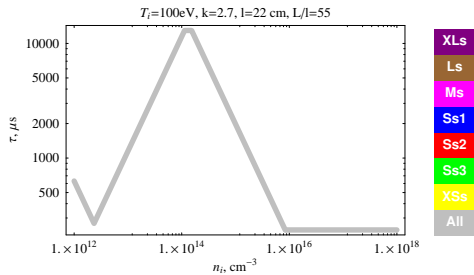
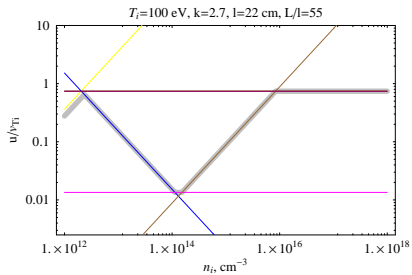
Продольное удержание плазмы в ГОЛ-3



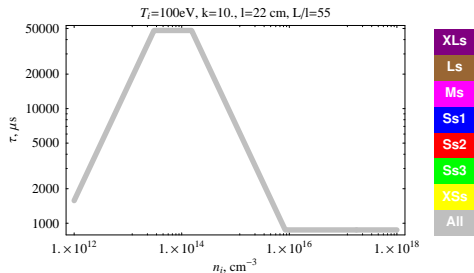
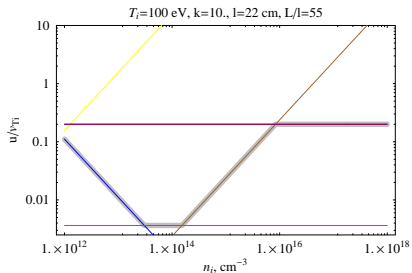
Продольное удержание плазмы в ГОЛ-3



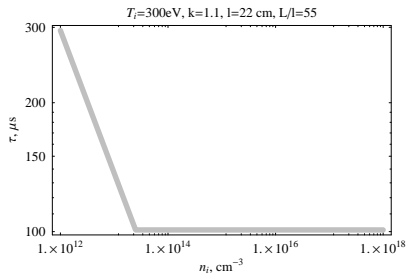
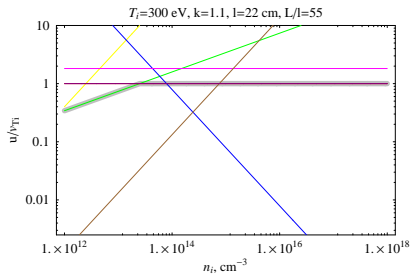
Продольное удержание плазмы в ГОЛ-3



Продольное удержание плазмы в ГОЛ-3



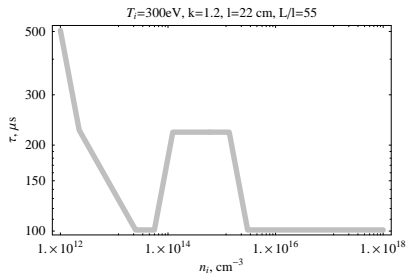
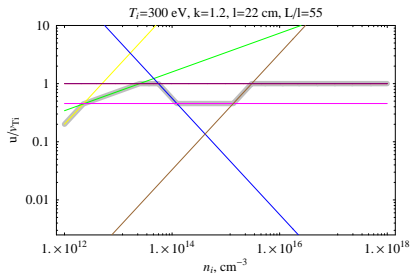
Продольное удержание плазмы в ГОЛ-3



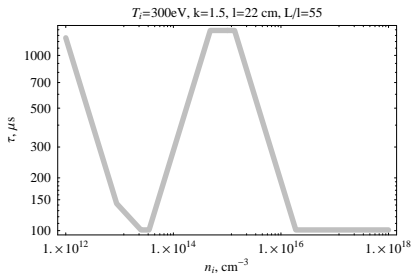
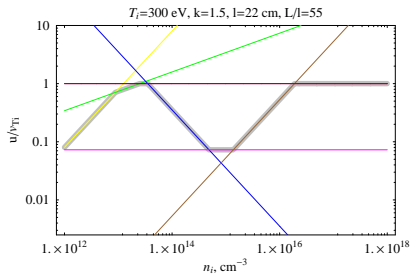
- XLs
- Ls
- Ms
- Ss1
- Ss2
- Ss3
- XSs
- All



Продольное удержание плазмы в ГОЛ-3



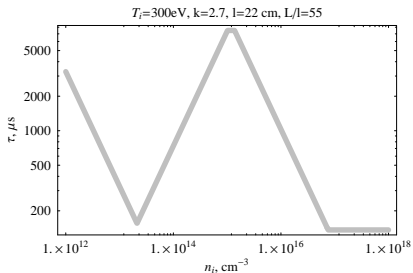
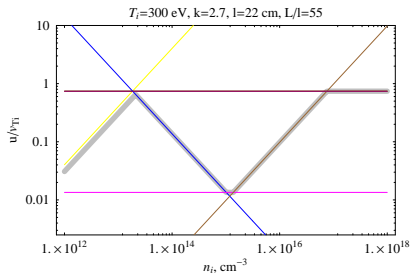
Продольное удержание плазмы в ГОЛ-3



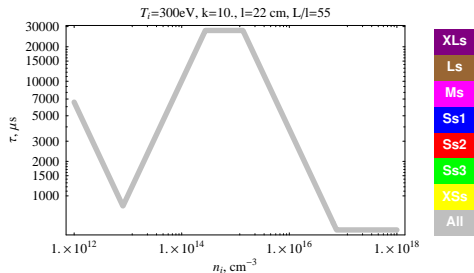
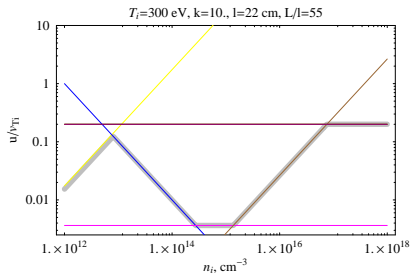
- XLs
- Ls
- Ms
- Ss1
- Ss2
- Ss3
- XSs
- All



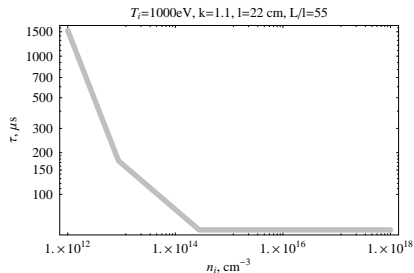
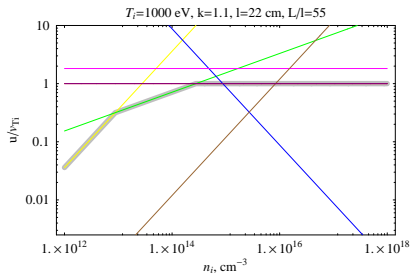
Продольное удержание плазмы в ГОЛ-3



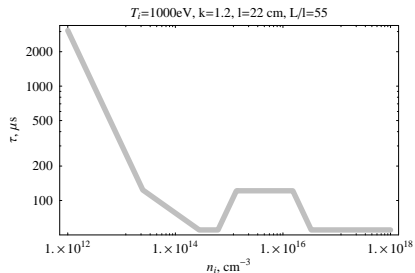
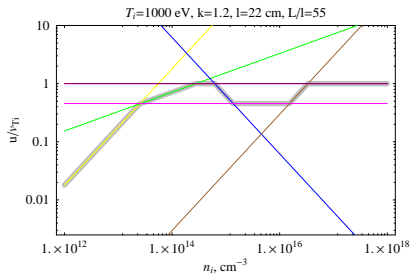
Продольное удержание плазмы в ГОЛ-3



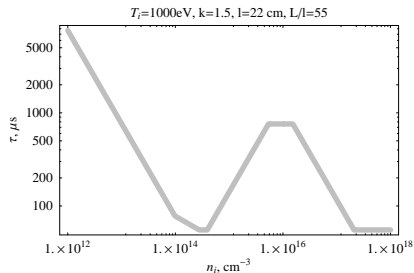
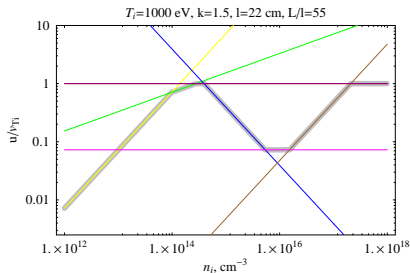
Продольное удержание плазмы в ГОЛ-3



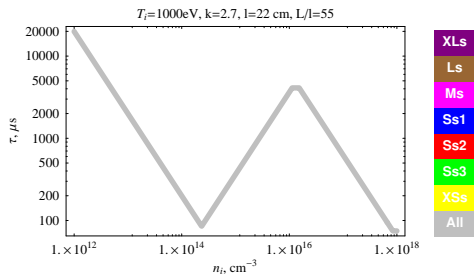
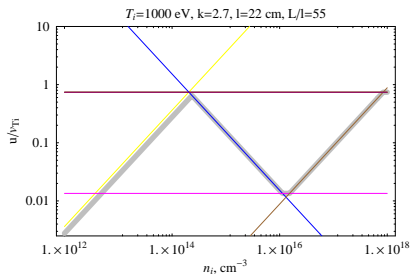
Продольное удержание плазмы в ГОЛ-3



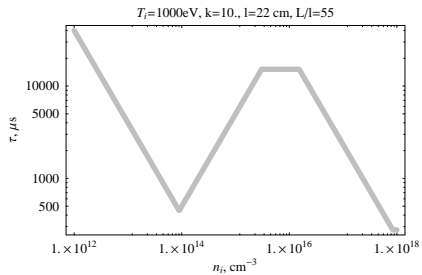
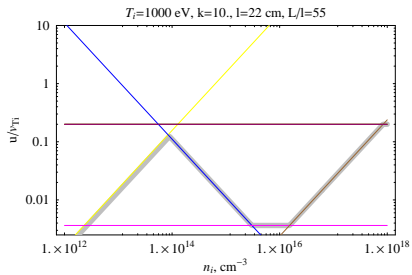
Продольное удержание плазмы в ГОЛ-3



Продольное удержание плазмы в ГОЛ-3



Продольное удержание плазмы в ГОЛ-3



- XLs
- Ls
- Ms
- Ss1
- Ss2
- Ss3
- XSs
- All



- 1 Classifications of Multiple Mirror Confinement Regimes
- 2 Corner-stone: Small-Scale Mild Corrugation
- 3 Weak Corrugation
- 4 Strong Corrugation
- 5 Классические времена удержания в ГОЛ-3
- 6 Выводы**



- Выделены новые режимы продольного удержания плазмы в многопробочной ловушке, ранее не изученные в теории. Гипотетически эти режимы должны наблюдаться на установке ГОЛ-3 в режиме распада плазмы после прекращения инъекции релятивистского пучка электронов.
- Для большей достоверности полученные оценки времени удержания плазмы во вновь обнаруженных режимах следует подтвердить более точным расчетом.
- Вероятно, такой расчет может быть сделан в аналитическом или полуаналитическом виде.



- Выделены новые режимы продольного удержания плазмы в многопробочной ловушке, ранее не изученные в теории. Гипотетически эти режимы должны наблюдаться на установке ГОЛ-3 в режиме распада плазмы после прекращения инъекции релятивистского пучка электронов.
- Для большей достоверности полученные оценки времени удержания плазмы во вновь обнаруженных режимах следует подтвердить более точным расчетом.
- Вероятно, такой расчет может быть сделан в аналитическом или полуаналитическом виде.



- Выделены новые режимы продольного удержания плазмы в многопробочной ловушке, ранее не изученные в теории. Гипотетически эти режимы должны наблюдаться на установке ГОЛ-3 в режиме распада плазмы после прекращения инъекции релятивистского пучка электронов.
- Для большей достоверности полученные оценки времени удержания плазмы во вновь обнаруженных режимах следует подтвердить более точным расчетом.
- Вероятно, такой расчет может быть сделан в аналитическом или полуаналитическом виде.



Спасибо за внимание!

