Лабораторная работа 1.1

БРОУНОВСКОЕ ДВИЖЕНИЕ

Цель работы: исследование движения взвешенных в эмульсии броуновских частиц; определение коэффициента диффузии.

Оборудование: экспериментальная установка, включающая совмещенный с видеокамерой микроскоп и дисплей (телевизор), датчик временны́х интервалов, микрокювета с эмульсией (слабый водный раствор туши, гуаши, молока и т.п.) и объект-микрометр.

Содержание

1. Открытие броуновского движения

Во второй половине XIX века в научных кругах разгорелась нешуточная дискуссия о природе атомов. На одной стороне выступали неопровержимые авторитеты, такие как Эрнст Мах[1], который утверждал, что атомы суть просто математические функции, удачно описывающие наблюдаемые физические явления и не имеющие под собой реальной физической основы. Им возражали ученые новой волны, в частности, Людвиг Больцман, настаивая на том, что атомы

---

[1] Вам уже посчастливилось или только предстоит измерить число Маха при изучении ударных волн в работе 3.3 данного молекулярного практикума.

представляют собой физические реалии. И ни одна из двух сторон не сознавала, что уже за десятки лет до начала их спора получены экспериментальные результаты, раз и навсегда решающие вопрос в пользу существования атомов как физической реальности, — правда, получены они в смежной с физикой дисциплине естествознания английским ботаником Робертом Броуном.

Роберт БРОУН
Robert Brown, 1773–1858

Летом 1827 года Броун проводил исследования пыльцы растений. Он, в частности, интересовался, как пыльца участвует в процессе оплодотворения. Как-то он разглядывал под обычным микроскопом выделенные из клеток пыльцы североамериканского растения Clarkia pulchella (кларкии хорошенькой) взвешенные в воде удлиненные цитоплазматические зерна. Неожиданно Броун увидел, что мельчайшие твердые крупинки, которые едва можно было разглядеть в капле воды, непрерывно дрожат и передвигаются с места на место. Он установил, что эти движения, по его словам, «не связаны ни с потоками в жидкости, ни с ее постепенным испарением, а присущи самим частичкам». Наблюдение Броуна подтвердили другие ученые. Мельчайшие частички вели себя, как живые, причем «танец» частиц ускорялся с повышением температуры и с уменьшением размера частиц и явно замедлялся при замене воды более вязкой средой. Это удивительное явление никогда не прекращалось: его можно было наблюдать сколь угодно долго. Поначалу Броун подумал даже, что в поле микроскопа действительно попали живые существа, тем более что пыльца – это мужские половые клетки растений, однако так же вели себя частички из мертвых растений, даже из засушенных за сто лет до этого в гербариях. Тогда Броун подумал, не есть ли это «элементарные молекулы живых существ», о которых говорил знаменитый французский естествоиспытатель Жорж Бюффон, автор 36-томной Естественной истории. Это предположение отпало, когда Броун начал исследовать явно неживые объекты; сначала это были очень мелкие частички угля, а также сажи и пыли лондонского воздуха, затем тонко растертые неорганические вещества: стекло, множество различных минералов. Казалось, что очень мелкие частицы пляшут непрерывно. «Активные молекулы» оказались повсюду: «В каждом минерале, – писал Броун, – который мне удавалось измельчить в пыль до такой степени, чтобы она могла в течение какого-то времени быть взвешенной в воде, я находил, в больших или меньших количествах, эти молекулы». Более того, Броун разыскал кусочек природного кварца, внутри которого была заполненная водой полость. Вода попала туда много миллионов лет назад, но и в такой воде соринки всё продолжали свою пляску. В конце концов, всё доподлинно и досконально изучив, Броун честно расписался в собственном бессилии объяснить происхождение этого хаотичного движения.

К началу XX века уже большинство ученых понимали молекулярную природу броуновского движения. Но все объяснения оставались чисто качественными, никакая количественная теория не выдерживала экспериментальной проверки. Кроме того, сами экспериментальные результаты были неотчетливы: фантастическое зрелище безостановочно мечущихся частиц гипнотизировало экспериментаторов, и какие именно характеристики явления нужно измерять, они не знали.

Несмотря на кажущийся полный беспорядок, случайные перемещения броуновских частиц оказалось все же возможным описать математической зависимостью. Впервые строгое объяснение броуновского движения дали в 1905 году польский физик Мариан Смолуховский, который в те годы работал в Львовском университете, и не кто иной, как Альберт Эйнштейн, в то время еще мало кому известный эксперт в Патентном бюро швейцарского города Берна. Эйнштейн впервые осознал, что это таинственное, на первый взгляд, явление служит наилучшим экспериментальным подтверждением правоты атомной теории строения вещества. Он объяснил его примерно так: взвешенная в воде спора подвергается постоянной «бомбардировке» со стороны хаотично движущихся молекул воды. В среднем, молекулы воздействуют на нее со всех сторон с равной интенсивностью и через равные промежутки времени. Однако, как бы ни мала была спора, в силу чисто случайных отклонений сначала она получает импульс от молекулы, ударившей её с одной стороны, затем – от молекулы, ударившей её с другой и т. д. В результате усреднения таких соударений получается, что в какой-то момент частица «дергается» в одну сторону, затем, если с другой стороны ее «толкнуло» больше молекул — в другую и т. д. Использовав законы математической статистики и молекулярно-кинетической теории газов, Эйнштейн вывел уравнение, описывающее зависимость среднеквадратичного смещения броуновской частицы от макроскопических показателей. Его статья, опубликованная в мае 1905 г. в немецком журнале «Анналы физики» (*Annalen der Physik*)[2], называлась «О движении взвешенных в покоящейся жидкости частиц, требуемом молекулярно-кинетической теорией теплоты». Этим названием Эйнштейн хотел показать, что из молекулярно-кинетической теории строения материи с необходимостью вытекает существование случайного движения мельчайших твердых частиц в жидкостях.

Любопытно, что в самом начале этой статьи Эйнштейн пишет, что знаком с самим явлением, хотя и поверхностно: «Возможно, что рассматриваемые движения тождественны с так называемым броуновским молекулярным движением, однако доступные мне данные относительно последнего столь неточны, что я не мог составить об этом определенного мнения». Как бы то ни было, а заканчивалась теоретическая статья Эйнштейна прямым призывом к экспериментаторам проверить его выводы на опыте: «Если бы какому-либо исследователю удалось вскоре ответить на поднятые здесь вопросы!» – таким необычным восклицанием заканчивает он свою статью. Ответ на страстный призыв Эйнштейна не заставил себя долго ждать.

---

[2] Интересный факт: в этом томе журнала за 1905 год были опубликованы три статьи Эйнштейна: статья с теоретическим разъяснением броуновского движения, статья об основах специальной теории относительности и, наконец, статья с описанием теории фотоэлектрического эффекта. Именно за последнюю Альберт Эйнштейн был удостоен Нобелевской премии по физике в 1921 году.

В 1908 г. французский физик Жан Батист Перрен[3] начал количественные наблюдения за движением броуновских частиц под микроскопом. Он использовал изобретенный в 1902 г. ультрамикроскоп, который позволял обнаруживать мельчайшие частицы благодаря рассеянию на них света от мощного бокового осветителя. Крошечные шарики почти сферической формы и примерно одинакового размера Перрен получал из гуммигута – сгущенного сока некоторых тропических деревьев (он используется и как желтая акварельная краска). Эти крошечные шарики размером около 1 мкм были взвешены в глицерине, содержащем 12 % воды; вязкая жидкость препятствовала появлению в ней внутренних потоков, которые смазали бы картину. Вооружившись секундомером, Перрен отмечал и потом зарисовывал (конечно, в сильно увеличенном масштабе) на разграфленном листе бумаги положение частиц через равные интервалы, например, через каждые полминуты. Соединяя полученные точки прямыми, он получал замысловатые траектории. Такое хаотичное, беспорядочное движение частиц приводит к тому, что перемещаются они в пространстве довольно медленно: сумма отрезков намного больше смещения частицы от первой точки до последней.

Используя теоретическую формулу и свои результаты, Перрен получил достаточно точное для того времени значение числа Авогадро: $6{,}8\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$. Перрен исследовал также с помощью микроскопа распределение броуновских частиц по вертикали и показал, что, несмотря на действие земного притяжения, они остаются в растворе во взвешенном состоянии.

Результаты, полученные Перреном, подтвердили теоретические выводы Эйнштейна. Это произвело сильное впечатление. Как написал через много лет американский физик А.Пайс, «не перестаешь удивляться этому результату, полученному таким простым способом: достаточно приготовить взвесь шариков, размер которых велик по сравнению с размером простых молекул, взять секундомер и микроскоп, и можно определить постоянную Авогадро!» Можно удивляться и другому: до сих пор в научных журналах (Nature, Science, Journal of Chemical Education) время от времени появляются

[3] лауреат Нобелевской премии по физике в 1926 г. за работу по дискретной природе материи и, в особенности, за открытие седиментационного равновесия.

описания новых экспериментов по броуновскому движению! После публикации результатов Перрена бывший противник атомизма Оствальд признался, что «совпадение броуновского движения с требованиями кинетической гипотезы… дает теперь право самому осторожному ученому говорить об экспериментальном доказательстве атомистической теории материи. Таким образом, атомистическая теория возведена в ранг научной, прочно обоснованной теории». Ему вторит французский математик и физик Анри Пуанкаре: «Блестящее определение числа атомов Перреном завершило триумф атомизма… Атом химиков стал теперь реальностью».

2. Теория броуновского движения

Теория броуновского движения великолепно описана в Фейнмановских лекциях по физике[4] [1], и при выводе закона броуновского движения будем следовать стилю этого изложения.

Попробуем понять, насколько меняется положение танцующей частицы за время, во много раз большее, чем промежуток времени между ударами. Предположим, что если к частице приложена сила F (она не имеет никакого отношения к броуновскому движению, просто мы подыскиваем выражение для импульса), то частица будет противодействовать силе следующим образом. Прежде всего, появится инерция, причем, поскольку частица при движении увлекает с собой и воду, то под массой m не следует обязательно понимать настоящую массу частицы. Далее подчеркнём, что, если мы толкаем частицу равномерно, она должна тормозиться жидкостью с силой, пропорциональной скорости. Возникает сопротивление течению, вызванное вязкостью и сложным строением жидкости. Для дальнейшего удобства, коэффициент пропорциональности между силой и скоростью мы определим из выражения $v = \mu F$, где коэффициент μ

---

[4] Ричард Фейнман (1918-1988) – выдающийся американский физик-теоретик, лауреат Нобелевской премии. Знаменитой и исторически важной публикацией его являются многотомные "Фейнмановские лекции по физике", прочитанные им всего один раз студентам первого курса Калифорнийского технологического института в 1961/1962 гг. и второго в 1962/1963 гг. Беззаботный подход Фейнмана к жизни вообще и к физике в частности позволил ему прочитать этот курс с неповторимым шармом и неподражаемой смесью неформальности, живости и своеобразного юмора.

– подвижность частиц. Величину μ можно определить экспериментально. Например, мы можем изучить падение капли под действием силы тяжести. Тогда известно, что сила равна mg, а μ – это окончательно установившаяся скорость падения капли, делённая на mg. Или можно поместить каплю в центрифугу, или приложить электрическое поле, если частица заряжена. Таким образом, μ – это измеряемая величина, и её значение известно для коллоидных частиц многих типов. Тогда уравнение движения под действием внешней силы выглядит так:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F - \frac{1}{\mu}\frac{dx}{dt}. \qquad (1)$$

Применим эту формулу также в том случае, когда сила не внешняя, а равна беспорядочным силам броуновского движения. В результате неполной компенсации ударов окружающих молекул на броуновскую частицу появляется результирующая флуктуирующая сила F. Из соображений симметрии ясно, что среднее смещение будет равно нулю. Не будет, однако, равно нулю среднее значение квадрата смещения $\overline{x^2}$. Преобразуем уравнение (1) так, чтобы в него входила величина $\overline{x^2}$, для чего умножим его на x:

$$mx\frac{d^2x}{dt^2} = xF - \frac{x}{\mu}\frac{dx}{dt}. \qquad (2)$$

Используя очевидное тождество

$$\frac{d^2\left(x^2\right)}{dt^2} = 2\,x\,\frac{d^2x}{dt^2} + 2\left(\frac{dx}{dt}\right)^2,$$

выражение (2) приводится к виду:

$$\frac{m}{2}\frac{d^2\left(x^2\right)}{dt^2} - m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = xF - \frac{1}{2\mu}\frac{d\left(x^2\right)}{dt}. \qquad (3)$$

Это выражение верно для любой частицы. Если произвести усреднение по большому числу частиц, то можно заметить, что $\overline{xF} = 0$, так как x и F одинаково часто принимают положительные и отрицательные значения. Хоть частица и добралась до точки x, последующие толчки могут быть направлены в любом направлении по отношению к x, ведь случайная сила полностью случайна и ей нет дела, откуда частица начала двигаться. Если координата x положительна, то у средней силы нет никаких оснований направиться в этом же направлении. Для неё оно столь же вероятно, как и любое другое. Случайные силы не могут отправить частицу в определённом направлении. Поэтому произведение x на F равно нулю. В результате получаем уравнение

$$\frac{m}{2}\frac{d^2\overline{x^2}}{dt^2} - m\overline{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2} = -\frac{1}{2\mu}\frac{d\overline{x^2}}{dt}. \tag{4}$$

Учтем также, что $m\overline{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2} = kT$, где k – постоянная Больцмана, T – температура. Если ввести обозначение $\frac{d\,\overline{x^2}}{d\,t} = Z$, выражение (4) приобретает вид

$$m\frac{d\,Z}{d\,t} - 2\,k\,T + \frac{Z}{\mu} = 0. \tag{5}$$

После разделения переменных уравнение (5) преобразуется к виду

$$\frac{d\,Z}{Z - 2\,\mu\,k\,T} = -\frac{d\,t}{m\,\mu}, \tag{6}$$

и его решение, как легко проверить подстановкой, имеет вид

$$Z(t) = 2\,\mu\,k\,T\left(1 - exp\left(-\frac{t}{\mu\,m}\right)\right). \tag{7}$$

За время $t >> \mu m$ второе слагаемое в скобках становится пренебрежимо малым, и мы получаем

$$\frac{d\,\overline{x^2}}{d\,t} = 2\,\mu\,k\,T, \tag{8}$$

или

$$\overline{\Delta x^2} = 2\,\mu\,k\,T\,\Delta t. \tag{9}$$

Разумеется, среднее значение x^2 равно среднему y^2 и среднему z^2, поэтому средний квадрат радиус-вектора частицы к моменту t равен

$$\left\langle r^2 \right\rangle = 6\,\mu\,k\,T\,t.$$

Таким образом, мы и в самом деле смогли выяснить, как далеко уйдет частица! Полученное нами уравнение имеет большую историческую ценность, потому что на нём основан один из первых способов определения постоянной Больцмана k и, соответственно, числа атомов в моле. В то время числа атомов в моле не знали, а моль определяли как сколько-то граммов кислорода–16 (теперь для этой цели используют углерод). Почему так важно определить точное значение k? Потому что по закону $PV = RT$ для моля можно измерить R, которое равно произведению количества атомов в моле на k. Таким образом, одно из самых ранних определений числа атомов свелось к определению того, далеко ли уйдут мельчайшие соринки, пока мы будем терпеливо разглядывать их в микроскоп в течение строго определённого времени. После этого можно было найти и постоянную Больцмана k, и число Авогадро N_A, потому что универсальная газовая постоянная R к этому времени была уже измерена.

Теперь после достаточно вольного исторического экскурса и строго математического рассмотрения, дадим аккуратное определение броуновского движения, приведем несколько примеров броуновского движения из реальной жизни и еще раз, на примере рассмотрения диффузии, получим выражение для его описания.

3. Определение броуновского движения

Броуновское движение — непрерывное, беспорядочное движение малых частиц, взвешенных в жидкости или газе, происходящее под действием ударов молекул окружающей среды. Броуновское движение представляет собой одно из наиболее ярких и доступных наблюдению проявлений молекулярно-кинетической природы хаотического теплового движения атомов и молекул.

Причина броуновского движения — тепловое движение молекул среды и отсутствие точной компенсации ударов, испытываемых частицей со стороны окружающих её молекул, т. е. броуновское движение обусловлено флуктуациями давления (флуктуации — это случайные отклонения физических величин от их средних значений). Удары молекул среды приводят частицу в беспорядочное движение: скорость её быстро меняется по величине и направлению. Если фиксировать положение частицы через небольшие равные промежутки времени, то построенная таким образом траектория оказывается чрезвычайно сложной и запутанной. Если промежуток наблюдения τ достаточно велик, чтобы силы, действующие на частицу со стороны молекул среды, много раз меняли своё направление, то средний квадрат проекции её смещения $\overline{\Delta x^2}$ на какую-либо ось (в отсутствие других внешних сил) пропорционален времени τ (закон Эйнштейна):

$$\overline{\Delta x^2} = 2\, D\, \tau,$$

где D — коэффициент диффузии.

В математике, а точнее в теории случайных процессов, броуновское движение (винеровский процесс) – это гауссовский процесс с независимыми приращениями, у которого математическое ожидание равно нулю, а среднеквадратичное отклонение равно $t\, \sigma$.

4. Броуновское движение в реальной жизни

Конечно, не следует считать, что броуновское движение присуще только малым частицам, взвешенным в жидкости или газе. В реальной жизни можно наблюдать множество примеров броуновского движения. Приведем некоторые из них, опустив броуновское движение студентов.

1. «Сборная России по футболу». Представим себе, что мы издалека наблюдаем, как плотная толпа людей толкает над собой большой мяч. Причём каждый толкает мяч, куда хочет. Мы не видим отдельных игроков, потому что поле далеко от нас, но мяч мы видим и замечаем, что перемещается он очень беспорядочно. Мяч постоянно меняет направление своего движения и пойти в какую-нибудь определённую сторону не желает. Его местоположение через заданное время предсказать нельзя. К сожалению, это движение очень часто приходит на ум для объяснения причины, почему наша сборная по футболу в очередной раз не смогла пробиться в финал чемпионата мира.

2. «Пьяный моряк». Путь броуновской частицы называется случайным блужданием (по-английски random walk). Остряки-физики переиначили это выражение в drunkard's walk – «путь пьяницы». Действительно, перемещение частицы, претерпевающей множество столкновений, напоминает движение нетрезвого человека.

Более того, эта аналогия позволяет также довольно просто вывести основное уравнение такого процесса – на примере одномерного движения, которое легко обобщить на трехмерное. Делают это так.

Шхуна после долгого плавания пришвартовалась в порту, и, естественно, моряки пошли в кабак. Вечером вдрызг пьяный, но ужас какой упрямый моряк решил вернуться на шхуну. Он делал шаг и падал, вставал, делал вновь шаг и снова падал. Причем, когда он вставал, то он не только не помнил откуда пришел, но и не знал, в какой стороне его родная шхуна. Спрашивается, уйдет он когда-нибудь от кабачка, или так и будет бродить около него, то отдаляясь, то приближаясь к нему? Интуитивно кажется, что правилен второй ответ. Но он неверен: оказывается, матрос будет постепенно все более удаляться от кабачка, хотя и намного медленнее, чем если бы он шел только в одну сторону. Вот как это можно доказать.

Сделав первый шаг, матрос окажется на каком-то расстоянии от исходной точки. Обозначим его первое перемещение радиус-вектором $\vec{r}_1$, второе $\vec{r}_2$ и так далее. После N перемещений матрос окажется в точке, задаваемой вектором $\vec{R} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \ldots + \vec{r}_N$. Так как эти все векторы не связаны друг с другом никоим образом, то совсем непонятно, где окажется матрос. Однако, возведя это выражение в квадрат, $R^2 = \left(\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \ldots + \vec{r}_N\right)^2 \approx N\,r^2$, можно обнаружить, что очевидный положительный эффект дают только r_i^2, в то время как сумма всех перекрестных не связанных друг с другом членов дает нулевой результат. Таким образом, после N шагов (то бишь, и падений) матрос окажется от кабачка на расстоянии $R = \sqrt{N}\,r$. Чтобы отойти от кабачка на 10 м, ему придется упасть 100 раз, а упав 10 тысяч раз, ему удастся удалиться только на 100 м!

3. «Ежик в тумане». Говорят, что в отсутствие ориентиров (солнце, звезды, шум шоссе или железной дороги и т.п.) человек бродит в лесу или по полю, в буране или в густом тумане кругами, всё время возвращаясь на прежнее место. На самом деле он ходит не кругами, а примерно так, как движутся молекулы или броуновские частицы. На прежнее место он вернуться может, но только случайно. А вот свой путь он пересекает много раз. Рассказывают также, что замерзших в пургу людей находили «в каком-нибудь километре» от

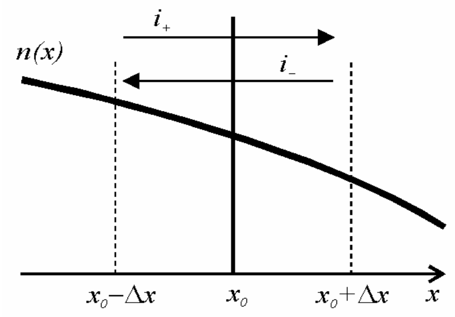
ближайшего жилья или дороги, однако на самом деле у человека не было никаких шансов пройти этот километр, и вот почему.

Чтобы рассчитать, насколько сместится человек в результате случайных блужданий, надо знать величину l, т.е. расстояние, которое человек может пройти по прямой, не имея никаких ориентиров. Оказалось, что в среднем студент с завязанными глазами проходил по прямой всего лишь около 20 метров (отклонение от идеальной прямой не превышало 5°), а потом начинал все более отклоняться от первоначального направления. Пусть теперь человек идет (вернее, блуждает) в лесу со скоростью 2 километра в час (для дороги это очень медленно, но для густого леса – очень быстро), тогда, если величина l равна 20 метрам, то за час он пройдет 2 км, но сместится всего лишь на 200 м, за два часа – примерно на 280 м, за три часа – 350 м, за 4 часа – 400 м и т. д. А двигаясь по прямой с такой скоростью, человек за 4 часа прошел бы 8 километров, поэтому в инструкциях по технике безопасности полевых работ есть такое правило: если ориентиры потеряны, надо оставаться на месте, обустраивать убежище и ждать окончания ненастья (может выглянуть солнце) или помощи.

4. «Шанель № 5». Как вы уже знаете, молекулы в газах движутся очень быстро – со скоростью пули, но далеко «улететь» не могут, так как очень часто сталкиваются с другими молекулами. Например, молекулы кислорода и азота в воздухе, двигаясь в среднем со скоростью примерно 300 м/с, испытывают каждую секунду более миллиарда столкновений. Поэтому путь молекулы, если бы могли за ним проследить, представлял бы собой сложную ломаную линию. Именно благодаря броуновскому движению молекул[5] у физиков появляется уникальная возможность насладиться ароматом духов прекрасной незнакомки, за которой невольно устремляется взгляд, когда она (незнакомка) проходит мимо.

[5] Если уж быть совсем аккуратным, то хаотичное тепловое движение молекул отличается от броуновского тем, что молекулы в газах движутся по прямой, пока не столкнутся с другими молекулами, после чего меняют направление движения. Броуновская же частица никаких «свободных полетов», в отличие от молекулы, не совершает, а испытывает очень частые мелкие и нерегулярные «дрожания», в результате которых она хаотически смещается то в одну, то в другую сторону.

5. Диффузия



Вывод закона Эйнштейна легко показать ещё и на примере диффузии[6] — взаимного проникновения соприкасающихся веществ друг в друга вследствие теплового движения частиц вещества. Диффузия происходит в направлении уменьшения концентрации вещества и ведёт к его равномерному распределению по занимаемому объёму. Пусть в некотором объёме жидкости или газа находятся посторонние частицы и их плотность $n(x)$ меняется только в некотором направлении x (см. рисунок). Пусть каждая частица за время τ между двумя столкновениями смещается с равной вероятностью вправо или влево на расстояние Δx. Через плоскость $x = x_0$ в положительном направлении (слева направо) за время τ пройдёт половина тех частиц, которые испытают столкновения в слое от $x_0 - \Delta x$ до x_0, другая половина пойдёт после столкновений налево. Считая, что $n(x)$ мало меняется на расстоянии Δx, так что $n(x) = n(x_0) + (\partial n/\partial x)\cdot(x - x_0)$, получим, что односторонний поток слева равен

$$i_+ = \frac{1}{2}\int_{x_0-\Delta x}^{x_0} \frac{1}{\tau}\, n(x)\, dx = \frac{1}{2}\left[n(x_0) - \frac{\partial n}{\partial x}\frac{\Delta x}{2} \right]\frac{\Delta x}{\tau}.$$

Аналогично получим односторонний поток справа:

$$i_- = \frac{1}{2}\int_{x_0+\Delta x}^{x_0} \frac{1}{\tau}\, n(x)\, dx = \frac{1}{2}\left[n(x_0) + \frac{\partial n}{\partial x}\frac{\Delta x}{2} \right]\frac{\Delta x}{\tau}.$$

Диффузионный поток возникает из-за отсутствия баланса левого и правого потоков $i = i_+ - i_-$; он равен

---

[6] Диффузию легко можно наблюдать дома, если аккуратно опустить в стеклянный стакан с горячей водой пакетик чая; диффузии объясняется и эффект «Шанель № 5».

$$i = -\frac{(\Delta x)^2}{2\,\tau}\frac{\partial n}{\partial x}\,.$$

С другой стороны, очевидно, что поток пропорционален градиенту концентрации и может быть записан как $i = -D\cdot(\partial n/\partial x)$, где D – коэффициент диффузии. Эта "очевидная" зависимость была открыта в 1855 году немецким учёным А. Фиком (A. Fick) и называется законом Фика. Сравнивая приведённые выше выражения, видим, что

$$\overline{\Delta x^2} = 2\,D\,\tau\,.$$

6. Экспериментальная часть

6.1. Наблюдение броуновской частицы

Препарат для исследования представляет собой эмульсию со взвешенными броуновскими частицами размером в несколько микрон (слабый раствор красителя или молока в дистиллированной воде). На предметное стекло нанóсите каплю эмульсии, накрываете покровным стеклом, включаете телевизионную часть установки и настраиваете микроскоп. С помощью ручки грубой настройки микроскопа объектив опускается почти до соприкосновения с покровным стеклом. Эту операцию, чтобы не разбить стекло, следует делать осторожно. Затем с помощью микровинта тонкой настройки микроскопа поднимают объектив, наблюдая картину на экране телевизора. Поднятие осуществляется до тех пор, пока не исчезнет последнее четкое изображение. После этого медленно опускаем объектив с помощью микровинта до получения резкого изображения частиц и царапин на верхней поверхности покровного стекла. При продолжении опускания рисунок размывается, и следующая резкая картинка будет соответствовать нижней поверхности покровного стекла и движущимся вплотную к ней броуновским частицам. Очевидно, для наблюдений следует выбрать частицы еще более глубоких слоев эмульсии, чтобы на их движение не влияли силы трения о поверхность стекла.

Добиваетесь того, чтобы на экране телевизора было отчетливо видно несколько подвижных частиц. Убеждаетесь, что броуновские частицы двигаются лишь под воздействием молекул воды, а не взаимодействуют друг с другом (в противном случае уменьшите плотность раствора). Необходимо внимательно рассмотреть движение частиц, убедиться в хаотичности их движения. Кроме хаотичного движения частиц обычно наблюдается их направленное движение, которое попытайтесь минимизировать.

Укрепляете на экране телевизора целлофановую пленку, которая удержится за счет статического заряда, и включаете счётчик интервалов времени. Отмечаете на пленке положение одной частицы через равные промежутки времени. Интервал времени выберите такой, чтобы успевать проставлять номера точек и чтобы частица за время 30 – 40 последовательных "шагов" не топталась на месте, но и не сместилась за пределы экрана. При выполнении этой части работы можете воспользоваться помощью товарища. Обязательно зарисуйте контур броуновской частицы и определите ее размер.

Пленка с точками, отражающими положение броуновской частицы через интервалы времени в одну, или, если не успеваете, то две секунды или десять секунд, является основным экспериментальным материалом и должна быть обязательно представлена преподавателю. Желательно иметь не менее шести траекторий движения броуновской частицы с достаточно большим количеством измерений положения (~ 30). Постарайтесь выбирать для регистрации частицы как можно более близкого размера.

Также зарисуйте траекторию броуновских частиц, отличающихся в размере.

Для определения необходимого в дальнейшем увеличения системы микроскоп–телевизор поместите на предметном столике микроскопа стеклянную пластинку с нанесёнными через 0,01 мм параллельными рисками и измерьте расстояние между рисками на экране телевизора.

6.2. Обработка результатов

Для обработки результатов измерений удобно воспользоваться предлагаемой ниже таблицей (τ – временной интервал регистрации положения точек). Из начальной точки движения каждой частицы постройте декартовую прямоугольную систему координат.

Занесите во второй столбец таблицы данные о проекции положения частицы на выбранную ось, н-р, x. В третий столбец внесите значения смещений через промежуток времени τ, определяемый как разница положений между соседними точками. В следующий столбец внесите вычисленные значения квадрата смещений. Определите $\overline{\Delta x}$ и $\overline{\Delta x^2}$ и запишите их внизу таблицы. Не забудьте оценить точность их определения. Затем проделайте то же для промежутка времени 2τ, определяя значения Δx последовательно между точками 1-3, 2-4, 3-5, и т. д. Проделайте данную процедуру для нескольких времен (не менее десяти).

Траектория № 1. Координата x.									
№ точки	положение вдоль x	τ		2τ		3τ		и. т. д.	
		Δx	Δx^2	Δx	Δx^2	Δx	Δx^2	Δx	Δx^2
1									
2									
3									
4									
5									
и т.д.									
Средние значения									

Если вы видите, что $\overline{\Delta x}$ всегда одного знака и линейно растет со временем, вероятно, у вас присутствует направленный поток жидкости. Вам необходимо оценить скорость направленного потока и вновь заполнить скорректированную таблицу, прибавляя (или отнимая) к смещению Δx постоянную величину, равную произведению потоковой скорости на промежуток времени. На выбор значения потоковой скорости обратите особое внимание, поскольку неправильное предположение может возвести вас до уровня сотворителя мира, т.е. привести к странному результату при определении среднего квадрата смещения частицы за большие промежутки времени.

Далее перейдите к заполнению таблицы для координаты y траектории № 1. Затем проделайте аналогичные вычисления для других траекторий.

Как нетрудно понять, данные вычисления имеют характер громадной рутинной работы. Чтобы облегчить вычисления, постарайтесь их провести, воспользовавшись компьютерными программами Microsoft Excel или Mathcad. Сделайте так, чтобы вам приходилось заносить в таблицу только данные о проекции положения частицы и оцененную вами потоковую скорость, а все вычисления и построение графика производил компьютер.

7. Задания

1. Постройте графики зависимости $\overline{\Delta x^2}$ и $\overline{\Delta y^2}$ от времени (τ, 2τ, 3τ, … $0{,}8 \cdot N \cdot \tau$, где N – количество точек на траектории движения броуновской частицы). Используйте максимально возможный диапазон времени. Убедившись в броуновском движении частицы, определите коэффициент диффузии D, построив по экспериментальным точкам прямую методом наименьших квадратов.

2. Известно, что сила сопротивления, испытываемая твердым шаром радиусом a при его медленном поступательном движении со скоростью v в неограниченной вязкой жидкости даётся, законом Стокса: $F = 6\pi\eta a v$, где η — коэффициент вязкости жидкости (у воды при температуре 20°C $\eta = 0{,}001$ кг м$^{-1}$ с$^{-1}$ [3, стр. 458][7]). Выше пропорциональность между скоростью и силой определялась через подвижность частиц μ как $v = \mu F$. Используя результат измерения размера броуновской частицы, определите её подвижность, а затем и число молекул воды в 18 граммах воды. Как ни странно, вы, как и Перрен, действительно можете определить число Авогадро, поскольку $N_A = \dfrac{R}{k} = \dfrac{2\,\mu\, T\, R}{D}$, где $R = 8{,}31$ Дж г$^{-1}$ моль$^{-1}$ – универсальная газовая постоянная.

3. Убедитесь, что подвижность частиц μ обратно пропорциональна радиусу частиц.

---

[7] Учтите, что в [4, стр. 281] допущена опечатка в значении η.

Автор благодарит авторов предыдущего описания работы [5], взятой за основу, неизвестного автора (авторов) статьи про броуновское движение, представленной в Wikipedia – свободной энциклопедии в интернете, и Р.Фейнмана за его замечательные лекции.

8. Литература

1. Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. Фейнмановские лекции по физике. М.: Мир, 1976. Том 4.
2. Справочник по математике для научных работников и инженеров. Корн Г., Корн Т. – М.: Наука, 1984.
3. Х. Кухлинг. Справочник по физике: Пер. с нем. 2-е изд. М.: Мир, 1985.
4. Таблицы физических величин. Справочник. Под ред. акад. И. К. Кикоина. М., Атомиздат, 1976.
5.