

На правах рукописи



ГЕРАСИМОВ Роман Евгеньевич

**РАДИАЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ К СЕЧЕНИЮ
ЭЛЕКТРОН-ПРОТОННОГО РАССЕЙНИЯ В
ЭКСПЕРИМЕНТАХ ПО ИЗУЧЕНИЮ ВКЛАДА
ДВУХФОТОННОГО ОБМЕНА И ИЗМЕРЕНИЮ
ЗАРЯДОВОГО РАДИУСА ПРОТОНА**

01.04.02 — теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

**диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук**

НОВОСИБИРСК — 2020

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте ядерной физики им. Г. И. Будкера Сибирского отделения Российской академии наук.

НАУЧНЫЙ РУКОВОДИТЕЛЬ:

ФАДИН — доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН, профессор, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера Сибирского отделения Российской академии наук, г. Новосибирск

ОФИЦИАЛЬНЫЕ ОППОНЕНТЫ:

ДОРОХОВ — доктор физико-математических наук, Международная межправительственная организация Объединенный институт ядерных исследований, г. Дубна, ведущий научный сотрудник

ШЕСТАКОВ — доктор физико-математических наук, доцент, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук, г. Новосибирск, ведущий научный сотрудник

ВЕДУЩАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ: Федеральное государственное бюджетное учреждение «Петербургский институт ядерной физики им. Б. П. Константинова Национального исследовательского центра «Курчатовский институт», г. Гатчина

Защита диссертации состоится « 29 » сентября 2020 г. в « 14:00 » часов на заседании диссертационного совета Д 003.016.02 при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте ядерной физики им. Г. И. Будкера Сибирского отделения Российской академии наук.

Адрес: 630090, г. Новосибирск, проспект Академика Лаврентьева, 11.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института ядерной физики им. Г. И. Будкера Сибирского отделения Российской академии наук и на сайте http://inp.nsk.su/images/diss/Gerasimov_diss.pdf.

Автореферат разослан « 21 » июля 2020 г.

Учёный секретарь диссертационного совета
д. ф.-м. н., член-корр. РАН, профессор



В. С. Фадин

Общая характеристика работы

Актуальность работы

Диссертация посвящена вычислению и анализу радиационных поправок к сечениям процессов упругого рассеяния электронов и позитронов на протонах. Упругое рассеяние является важнейшим процессом лептон-протонного взаимодействия и основным инструментом исследования внутренней структуры протона.

Формфакторы протона — это феноменологические величины, которые вводятся для параметризации вершины взаимодействия реального протона с виртуальным фотоном. Для протона, т. е. частицы со спином $1/2$, данная вершина содержит два независимых формфактора, которые являются функциями квадрата переданного протону импульса q^2 (виртуальности фотона). Обычно из экспериментов по упругому электрон-протонному рассеянию извлекают данные об электрическом G_E и магнитном G_M формфакторах протона. Начальные частицы в традиционной постановке эксперимента не поляризованы, поляризация конечных частиц не измеряется. Дифференциальное сечение такого процесса в борновском приближении определяется формулой Розенблюта [1]. Согласно этой формуле измерение сечения при фиксированном значении передачи импульса протону, но разных энергиях налетающих электронов, позволяет разделить вклады электрического и магнитного формфакторов. Было обнаружено, что отношение $\mu_p G_E/G_M$, где μ_p — магнитный момент протона, практически не меняется с ростом передачи импульса, оставаясь близким к единице, вплоть до значений $Q^2 = -q^2$ порядка 6 (ГэВ/с)². Нужно отметить, что с ростом Q^2 относительный вклад электрического формфактора в дифференциальное сечение уменьшается, и его измерение становится менее надёжным и более чувствительным к процедуре учёта радиационных поправок, которая применяется при обработке эксперимента.

Начиная с 2000 г. стали появляться данные по электрон-протонному рассеянию с использованием поляризованных частиц. В наиболее распространённой постановке экспериментов поляризованные электроны рассеивались на неполяризованных протонах мишени, и измерялись степени поляризации протона отдачи в продольном и поперечном его импульсу направлениях. В борновском приближении отношение степеней поляризации пропорционально отношению формфакторов протона. Это даёт более надёжный метод для измерения отношения формфакторов. В поляризационных экспериментах отношение $\mu_p G_E/G_M$ практически линейно уменьшалось с ростом передачи импульса (отношение падало от значений близких к 1 при малых Q^2 до значений порядка 0.2 при $Q^2 \simeq 6$ (ГэВ/с)²), что оказалось в явном противоречии с предыдущими результатами.

Одним из возможных объяснений этого противоречия является недостаточно аккуратный учёт вклада амплитуды двухфотонного обмена в радиационные поправки к сечению упругого рассеяния. Выражение для этого вклада не может быть найдено из первых принципов, и в стандартной процедуре учёта радиационных поправок он вычислялся в мягкофотонном приближении (один из виртуальных фотонов, которыми обмениваются частицы считается «мягким»). Появилось большое число работ, посвящённых аппроксимации «жёсткой» части амплитуды двухфотонного обмена с использованием различных моделей и подходов. С другой стороны, вклад амплитуды двухфотонного обмена может извлекаться из зарядовой асимметрии (т. е. отличия от единицы отношения сечений упругого рассеяния электронов и позитронов на протонах), и недавно было проведено сразу несколько экспериментов, в которых измерялось это отношение [2, 3, 4]. В данной работе проводится анализ радиационных поправок, которые необходимо учесть при извлечении вклада двухфотонного обмена из данных экспериментов по измерению отношения сечений. Анализ включает сравнение подходов, основанных на мягкофотонном приближении, а также исследование вклада тормозного излучения за рамками традиционного мягкофотонного приближения, в частности учёт возбуждения $\Delta(1232)$ в промежуточном состоянии.

Выше мы говорили о передачах импульса, сравнимых по величине и превышающих значение массы протона. В случае же малых передач импульса измерение дифференциального сечения упругого ep -рассеяния становится инструментом для изучения пространственного распределения заряда внутри протона и извлечению его зарядового радиуса. В настоящее время имеется расхождение в значениях зарядового радиуса протона, извлекаемых из сечения упругого электрон-протонного рассеяния и данных спектроскопических экспериментов с электронным и мюонным водородом. Поразительная разница в результатах экспериментов привела к всплеску интереса теоретиков и экспериментаторов к проблеме, получившей название «загадки протонного радиуса». Недавно был предложен новый эксперимент по измерению зарядового радиуса протона в электрон-протонном рассеянии в постановке с регистрацией протона отдачи [5]. Отдельный раздел диссертации посвящён теоретическому описанию интересного свойства этой постановки эксперимента — сокращения главных вкладов в радиационные поправки к сечению упругого рассеяния.

Цель работы

Целью данной работы является

1. Сравнение расчётов радиационных поправок, основанных на мягкофотонном приближении, между собой и с точным результатом для

бесструктурного протона.

2. Исследование вклада в радиационные поправки тормозного излучения с учётом возбуждения $\Delta(1232)$ для экспериментов по изучению вклада амплитуды двухфотонного обмена в электрон-протонном рассеянии.
3. Описание механизма сокращения главных вкладов в радиационные поправки для экспериментов по измерению зарядового радиуса протона.

Научная новизна

1. Впервые проведён исчерпывающий анализ двух подходов к вычислению радиационных поправок к сечению упругого электрон-протонного рассеяния, основанных на мягкофотонном приближении. Установлено, что и традиционный подход Мо-Тсяя [6], и более современный подход Максимова-Тьена [7] к учёту вклада диаграмм двухфотонного обмена дают адекватное приближение в модели точечного протона, и нельзя отдать предпочтение ни одному из них. В части радиационных поправок, связанных с излучением реального фотона, автором подтверждается результат Максимова-Тьена и установлено место в промежуточных вычислениях традиционной процедуры Мо-Тсяя, в котором была использована необоснованная замена переменных.
2. Исследован вклад тормозного излучения в радиационные поправки с учётом возбуждения $\Delta(1232)$ для экспериментов по измерению отношения сечений электрон-протонного и позитрон-протонного рассеяния. Выполнен расчёт с использованием современных данных для параметризации переходных формфакторов протона и учётом конкретных кинематических ограничений недавнего эксперимента на накопителе ВЭПП-3 в Институте ядерной физики им. Г. И. Будкера Сибирского отделения Российской академии наук.
3. В работе впервые представлено объяснение механизма сокращения радиационных поправок для экспериментов по измерению зарядового радиуса протона. Сокращение получено с использованием различных методов и с разной степенью точности.

Научная и практическая ценность

Теоретическая значимость данной работы заключается в полном объяснении расхождения в результатах известных расчётов радиационных поправок, основанных на мягкофотонном приближении, и устранении обна-

руженных неточностей. Обнаруженная малость вклада $\Delta(1232)$ в реальные радиационные поправки важна для интерпретации результатов экспериментов в терминах вклада «жёсткой» части амплитуд двухфотонного обмена. Эти результаты работы были использованы для обработки данных эксперимента по измерению отношения сечений электрон-протонного и позитрон-протонного рассеяния, выполненного на накопителе ВЭПП-3 в Институте ядерной физики им. Г. И. Будкера Сибирского отделения Российской академии наук (ИЯФ СО РАН). Они применимы и для других экспериментов, выполненных в сходной постановке.

С точки зрения теории сокращение вкладов в радиационные поправки к сечению упругого рассеяния для экспериментов по измерению зарядового радиуса протона представляет особый интерес не только тем, что получило простое и физически прозрачное объяснение с логарифмической точностью, но и тем, что более аккуратными расчётами в однопетлевом приближении удалось показать, что это сокращение происходит с точностью до констант, и вычислить первые поправки, содержащие степени передачи импульса. Кроме того, определены условия, когда с логарифмической точностью сокращение происходит и в более высоких порядках теории возмущений. Это часть исследования важна для выбора конкретных условий постановки эксперимента такого типа и его последующей обработки.

Личный вклад

Все основные результаты, представляемые на защиту, получены автором лично либо при определяющем участии. Автором были вычислены точные значения для вкладов фейнмановских диаграмм двухфотонного обмена в модели точечного протона и проведено сравнение с приближенными выражениями. Автор определил конкретное место в вычислениях реальных радиационных поправок с использованием мягкофотонного приближения, которое приводило к расхождению между традиционным и более современным расчётами. С использованием современных данных по переходным формфакторам им были получены численные оценки значений вклада $\Delta(1232)$ в реальные радиационные поправки для эксперимента на накопителе ВЭПП-3 в ИЯФ СО РАН. Автором дано описание механизма сокращения радиационных поправок в экспериментах по измерению зарядового радиуса с использованием различных подходов. Им также были выполнены вычисления в однопетлевом приближении, подтверждающие сокращение логарифмических и константных вкладов и приводящие к первым ненулевым поправкам.

При работе использовались современные методы численных и аналитических вычислений в рамках квантовой электродинамики. Достоверность результатов подтверждается согласованностью приближенных аналитиче-

ских и численных результатов, а также анализом частных случаев.

Положения, выносимые на защиту

1. Проанализированы точные и приближенные выражения для амплитуды двухфотонного обмена в модели точечного протона. Обнаружено, что явные недостатки существующих подходов, применённых к отдельным диаграммам двухфотонного обмена, компенсируются в полных выражениях для вклада в виртуальные радиационные поправки, и, таким образом, в этой части нельзя отдать предпочтение тому или иному расчёту. В то же время, в вычислениях радиационных поправок, связанных с излучением реального фотона, установлена неточность традиционной процедуры, которая привела к расхождению между предшествующими и более современными результатами.
2. С использованием современных данных по переходным формфакторам получены оценки для вклада $\Delta(1232)$ в реальные радиационные поправки для эксперимента на накопителе ВЭПП-3 в ИЯФ СО РАН. Автором проведены вычисления с использованием приближенных аналитических методов и численного интегрирования и обнаружено, что этот вклад не может повлиять на величину отношения сечений, наблюдаемую в эксперименте ИЯФ.
3. Представлено описание механизма сокращения радиационных поправок в экспериментах по измерению зарядового радиуса с использованием различных подходов. Вычислены первые члены в разложении остаточного электронного вклада в радиационные поправки по степеням отношения передачи импульса к энергии налетающего электрона. Определены условия, когда с логарифмической точностью сокращение происходит и в более высоких порядках теории возмущений.

Апробация

Основные результаты докладывались на нескольких российских и международных конференциях: Olympus Symposium «Experimental and theoretical aspects of the proton form factors» (Gatchina, Russia, 9–11 July 2012), International Workshop «Scattering and annihilation electromagnetic processes» (Trento, Italy, 18–22 February 2013), International Conference on the Structure and the Interactions of the Photon, PHOTON 2015 (Novosibirsk, Russia, 15–19 June 2015), 53-я Зимняя школа НИЦ «Курчатовский институт» (ПИ-ЯФ, Рошино, Ленинградская обл., Россия, 2–7 марта 2019 г.), Сессия-конференция Секции ядерной физики ОФН РАН (Академпарк, Новосибирск, 10–12 марта 2020 г.); включены в труды XXI Международного семинара

«Нелинейные явления в сложных системах» (Минск, 20–23 мая 2014 г.), а также обсуждались на семинарах теоретического отдела в Институте ядерной физике им. Г. И. Будкера СО РАН.

Объем и структура работы

Диссертация состоит из введения, четырёх глав в основной части, заключения и двух приложений. Полный объём диссертации составляет 105 страниц с 13 рисунками и 1 таблицей. Список литературы содержит 88 наименований.

Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, формулируется цели, излагается научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

В **первой главе** приводится описание упругого рассеяния электронов на протонах в борновском приближении. В первом разделе приводится формула Розенблюта [1] для дифференциального по углу рассеяния электрона сечения

$$\frac{d\sigma_B}{d\Omega} = \frac{Z^2 \alpha^2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{4E^2 \eta \sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)} \frac{\tau G_M^2 + \epsilon G_E^2}{\epsilon(1 + \tau)} S, \quad (1)$$

где Z — заряд протона в единицах абсолютного значения заряда электрона $|e|$ ($Z = 1$); α — электромагнитная константа связи ($\alpha \approx 1/137$); параметр η связывает энергии начального (E) и конечного электрона (E'), рассеявшегося под углом θ :

$$\eta = \frac{E}{E'} = 1 + \frac{2E}{M} \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (2)$$

при условии $E, E' \gg m$, где m — масса электрона; M — масса протона; параметр τ зависит только от квадрата переданного протону импульса Q^2 , параметр ϵ — от передачи импульса и угла рассеяния электрона (передачи импульса и энергии начального электрона):

$$\tau = \frac{Q^2}{4M^2}, \quad \epsilon = \left(1 + 2(1 + \tau) \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)^{-1}. \quad (3)$$

Зависимость дифференциального сечения (1) от внутренней структуры протона содержится в «редуцированном сечении»

$$\sigma_R = \tau G_M^2 + \epsilon G_E^2, \quad (4)$$

Значения параметра ϵ ограничены $0 \leq \epsilon \leq 1$, а параметр τ растёт с ростом передачи импульса. Это приводит к тому, что с ростом Q^2 уменьшается относительный вклад в сечение электрического формфактора G_E . Зависимость σ_R (4) от параметра ϵ изображается прямой с наклоном G_E^2 , пересекающей ось ординат в точке τG_M^2 . Отношение G_E^2/G_M^2 методом розенблютовского разделения определяется по наклону этой прямой, который уменьшается с ростом передачи импульса. Поэтому определение отношения G_E/G_M таким способом при больших передачах импульса чрезвычайно чувствительно к радиационным поправкам к сечению, зависящим от ϵ , и становится невозможным, когда вклад G_E в сечение оказывается в пределах точности их вычисления.

Во втором разделе первой главы описано, как отношение электромагнитных формфакторов G_E/G_M может быть измерено в экспериментах с поляризованными частицами [8, 9, 10]. В наиболее распространённой постановке эксперимента продольно поляризованные электроны упруго рассеиваются на неполяризованных протонах мишени, и измеряется поляризация конечных протонов. Отношение формфакторов может быть извлечено из отношения поперечной \mathcal{P}_x и продольной \mathcal{P}_z импульсу конечного протона степеней поляризации

$$\frac{G_E}{G_M} = -\frac{\mathcal{P}_x}{\mathcal{P}_z} \frac{E + E'}{2M} \tan\left(\frac{\theta}{2}\right). \quad (5)$$

Прецизионные поляризационные эксперименты были проведены в лаборатории Джефферсона (JLab) в 2000-х годах. Поляризация протона отдачи в них измерялась в поляриметре по асимметрии во вторичном рассеянии протонов. Результаты поляризационных экспериментов оказались в явном противоречии с экспериментами по розенблютовскому разделению. Это стимулировало интерес к радиационным поправкам, которым посвящена данная работа.

В следующем разделе первой главы обсуждается упругое рассеяние электронов на протонах при малых (по сравнению с массой протона) передачах импульса. Интерес к этой теме связан с поразительной разницей между значениями радиуса протона, полученными из анализа перехода $2S - 2P$ в мюонном водороде, из электрон-протонного рассеяния и из спектроскопии электронного водорода, которая привела к всплеску интереса теоретиков и экспериментаторов к проблеме, получившей название «загадки протонного радиуса». В настоящее время готовятся новые эксперименты по рассеянию электронов на протоне. Интересной особенностью одного из них [5], который был предложен А. А. Воробьевым в ПИЯФ и будет проведён с пучком электронов низкой интенсивности в МАМІ, является то, что вместо регистрации рассеянного электрона предлагается регистрировать протон отдачи в области низких значений квадрата передачи импульса Q^2 . Цель дан-

ного эксперимента в том, чтобы извлечь радиус протона с точностью, которая может оказаться решающей для загадки протонного радиуса. С учётом связи между углом рассеяния электрона и передачей импульса формула Розенблюта (1) может быть переписана в условиях предложенного эксперимента $m \ll Q \ll E \sim E' \sim M$ в виде

$$\frac{d\sigma_B}{dQ^2} = \frac{4\pi Z^2 \alpha^2}{Q^4} F_1^2(Q^2) \left(1 - \frac{Q^2}{4M^2} \left(\frac{M^2}{E^2} \left(1 + \frac{2E}{M} \right) - (\mu_p - 1)^2 \right) \right), \quad (6)$$

где мы выполнили разложение дифференциального сечения до первых поправок по степеням Q^2 . С указанной точностью в формуле (6) следует считать $F_1(Q^2) = 1 + F_1'(0)Q^2$ и оставить только члены $\propto 1/Q^4$ и $\propto 1/Q^2$. Производная $F_1'(0)$ связана с зарядовым радиусом протона, и измерение дифференциального сечения при малых передачах позволяет определить эту величину в экспериментальной постановке, предложенной в работе [5].

Во **второй** главе подробно описаны расчёты радиационных поправок к сечению упругого ep -рассеяния. Наблюдаемое значение сечения пропорционально сечению упругого процесса, полученному в борновском приближении, а найти коэффициент пропорциональности позволяет процедура учёта радиационных поправок. Важными особенностями этой процедуры является необходимость работы с расходящимися вкладками от «мягких» фотонов, модельная зависимость расчётов, выходящих за рамки мягкофотонного приближения, и зависимость вклада тормозного излучения от конкретной постановки эксперимента. Несколькими группами авторов были получены формулы для постановки эксперимента по розенблютовскому разделению с использованием магнитного спектрометра, в которой измеряется угол вылета и энергия рассеянного электрона. Эти работы основаны на мягкофотонном приближении, инфракрасные расходимости регулируются введением массы фотона и сокращаются в первом порядке теории возмущений, в результате конечный ответ имеет вид

$$\frac{d\sigma_{\text{exp}}}{d\Omega} = (1 + \delta) \frac{d\sigma_B}{d\Omega}, \quad (7)$$

где радиационная поправка δ пропорциональна первой степени электромагнитной константы связи α и вычисляется как сумма виртуальной и реальной части $\delta = \delta_{\text{virt}} + \delta_{\text{real}}$. Виртуальную поправку (δ_{virt}) даёт интерференция борновской амплитуды с однопетлевыми поправками к упругому процессу. Реальная поправка (δ_{real}) обусловлена излучением одного фотона.

Впервые выражение для радиационных поправок к сечению упругого рассеяния электронов на протонах в постановке эксперимента с магнитным спектрометром было найдено в работе Тсая [11]. С небольшими исправлениям, внесёнными в статье Мо и Тсая [6], эта процедура учёта радиационных поправок традиционно использовалась при обработке данных по упругому

рассеянию электронов на протонах с регистрацией рассеянного электрона в большинстве экспериментов вплоть до сравнительно недавних. Улучшением результатов Мо и Тсая считается более современный расчёт радиационных поправок, выполненный Максимом и Тьеном [7]. Наиболее существенны различия двух расчётов для вкладов диаграмм двухфотонного обмена и тормозного излучения. Кроме этого, есть разница в вычислении виртуальной поправки к протонной вершине. Далее мы анализируем расхождения между основанными на мягкофотонном приближении расчётами радиационных поправок Мо–Тсая [6] и Максимова–Тьена [7].

Вклад поправки к электронной вершине хорошо известен в литературе

$$\delta_{\text{vertex}}^e = -\frac{\alpha}{\pi} \left[\left(\ln \left(\frac{Q^2}{m^2} \right) - 1 \right) \ln \left(\frac{m^2}{\lambda^2} \right) + \frac{1}{2} \ln^2 \left(\frac{Q^2}{m^2} \right) - \frac{\pi^2}{6} - \frac{3}{2} \ln \left(\frac{Q^2}{m^2} \right) + 2 \right], \quad (8)$$

она содержит инфракрасную расходимость, которая регуляризуется «массой» фотона λ .

Вклад поправки, связанной с поляризацией вакуума, также хорошо изучен. Он выражается через поляризационный оператор $\delta_{\text{vac}} = 2\mathcal{P}(q^2)$. В однопетлевом приближении вклад лептонов в поляризационный оператор вычисляется точно. Для электронного вклада при $Q^2 = -q^2 \gg m^2$ мы имеем

$$\delta_{\text{vac}}^e = 2\mathcal{P}_e(q^2) = \frac{2\alpha}{3\pi} \left(\ln \left(\frac{Q^2}{m^2} \right) - \frac{5}{3} \right). \quad (9)$$

Мо и Тсай в работе [6] учитывали только этот вклад. Впоследствии (и в работе Максимова и Тьена [7]) наряду с электронным учитывались также мюонный и тау-лептонный вклады, а также вклад адронов в поляризацию вакуума.

Для поправки к протонной вершине мы приводим доводы, в пользу того, чтобы придерживаться стандартного мягкофотонного приближения и соглашения Мо и Тсая для выделения инфракрасно расходящейся части. Тогда дополнительная поправка, которую предложили учесть Максимов и Тьен, оказывается включена в определение формфакторов протона, и нет необходимости явно её вычислять.

Для вклада амплитуды двухфотонного обмена мы сравнили варианты мягкофотонного приближения с тем, что получается для рассеяния электрона на бесструктурном протоне. Мы получили явные выражения для разницы между точными ответами для вкладов box- и xbox-диаграмм двухфотонного обмена, вычисленных при использовании фейнмановской калибровки, и приближениями Максимова–Тьена (МТj) и Мо–Тсая (МоТ). Результаты можно упростить в пределе, когда массы электрона и протона

малы по сравнению с кинематическими инвариантами $m^2, M^2 \ll s, |t|, |u|$, до следующих выражений:

$$\delta_{\text{box}} - \delta_{\text{box}}^{\text{MTj}} = \frac{Z\alpha}{\pi} \left[-\frac{t(s-u)}{2(s^2+u^2)} \ln^2\left(-\frac{s}{t}\right) - \frac{tu}{s^2+u^2} \ln\left(-\frac{s}{t}\right) + \frac{1}{2} \ln^2\left(\frac{-t}{m^2}\right) + \frac{1}{2} \ln^2\left(\frac{-t}{M^2}\right) + \frac{4\pi^2}{3} \right], \quad (10)$$

$$\delta_{\text{xbox}} - \delta_{\text{xbox}}^{\text{MTj}} = \frac{Z\alpha}{\pi} \left[-\frac{t(s-u)}{2(s^2+u^2)} \left(\ln^2\left(\frac{u}{t}\right) + \pi^2 \right) + \frac{ts}{s^2+u^2} \ln\left(\frac{u}{t}\right) - \frac{1}{2} \ln^2\left(\frac{-t}{m^2}\right) - \frac{1}{2} \ln^2\left(\frac{-t}{M^2}\right) - \frac{4\pi^2}{3} \right], \quad (11)$$

$$\delta_{\text{box}} - \delta_{\text{box}}^{\text{MoT}} = \frac{Z\alpha}{\pi} \left[-\frac{t(s-u)}{2(s^2+u^2)} \ln^2\left(-\frac{s}{t}\right) - \frac{tu}{s^2+u^2} \ln\left(-\frac{s}{t}\right) + \ln^2\left(-\frac{s}{t}\right) + \pi^2 \right], \quad (12)$$

$$\delta_{\text{xbox}} - \delta_{\text{xbox}}^{\text{MoT}} = \frac{Z\alpha}{2\pi} \left[-\frac{t(s-u)}{2(s^2+u^2)} \left(\ln^2\left(\frac{u}{t}\right) + \pi^2 \right) + \frac{ts}{s^2+u^2} \ln\left(\frac{u}{t}\right) - \ln^2\left(\frac{u}{t}\right) - \pi^2 \right]. \quad (13)$$

Из этих формул видно, что оба варианта мягкофотонного приближения имеют явные недостатки в промежуточных результатах: приближение Максимова–Тьена плохо работает уже при $|t| \gg m^2$, а приближение Мо–Тсяя в реджевской области $s \sim |u| \gg |t|$, и в работе мы приводим объяснение этому. Но только сумма вкладов box- и xbox-диаграмм имеет физический смысл, а в ней члены, явно нарушающие применимость приближений, сокращаются. В итоге, оба варианта дают адекватное приближение конечного результата, и нельзя отдать предпочтение какому-то одному из них.

Реальные радиационные поправки существенно зависят от экспериментальных условий. Для постановки эксперимента с магнитным спектрометром, мы провели аккуратное сравнение результатов. Оказалось, что обе группы авторов исходили из одних и тех же предположений, но по ходу вычислений в расчёте Мо и Тсяя было сделано преобразование, которое эквивалентно замене $|\mathbf{k}'| \rightarrow \omega'$, где $|\mathbf{k}'| = \sqrt{\omega'^2 + \lambda^2}$ и ω' — модуль импульса и частота мягкого фотона в специальной системе отсчёта. Эта замена $|\mathbf{k}'| \rightarrow \omega'$ не повлияла на сокращение инфракрасных расходимостей, но привела к конечной разнице между правильным результатом (используемым Максимоном и Тьеном) и результатом Мо–Тсяя $\delta_{\text{real}} - \delta_{\text{real}}^{\text{MoT}}$. Эту разницу

можно записать в следующей форме:

$$\begin{aligned}
\delta_{\text{real}} - \delta_{\text{real}}^{\text{MoT}} = & \frac{\alpha}{\pi} \left\{ \left[\text{Li}_2 \left(\cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right) - \frac{\pi^2}{6} \right] \right. \\
& - 2Z \left[\ln \eta \ln \xi - \text{Li}_2 \left(1 - \frac{\eta}{\xi} \right) + \text{Li}_2 \left(1 - \frac{1}{\eta \xi} \right) \right. \\
& + \left. \frac{1}{2} \text{Li}_2 \left(1 - \eta \frac{2E'_p}{M} \right) - \frac{1}{2} \text{Li}_2 \left(1 - \frac{2E'_p}{\eta M} \right) \right] \\
& + Z^2 \left[\frac{E'_p}{|\mathbf{p}'|} \left(\ln \xi - \text{Li}_2 \left(1 - \frac{1}{\xi^2} \right) + \text{Li}_2 \left(-\frac{1}{\xi^2} \right) + \frac{\pi^2}{12} \right) \right. \\
& \left. \left. - \ln \left(\frac{4E'_p}{M} \right) + 1 \right] \right\}, \tag{14}
\end{aligned}$$

где $\xi = (E'_p + |\mathbf{p}'|) / M$, энергия конечного протона $E'_p = M + Q^2/(2M)$, $|\mathbf{p}'|$ — модуль его импульса. Таким образом, в работе Мо и Тсяя оказались пропущены члены, стоящие в правой части (14). Слагаемые, не содержащие Z , были добавлены впоследствии Тсаем и учитывались при обработке экспериментов. Эта добавка, называемая поправкой Швингера, необходима для правильного перехода к рассеянию на кулоновском центре. Тсай в препринте [12] справедливо замечает, что эти слагаемые возникли из инфракрасноконечной части сечения излучения «мягких» фотонов. Однако автор не приводит соответствующих расчётов, а отличия в интерференционных членах и в слагаемых, связанных с излучением с протонной линии не обсуждаются. В работе Максимова и Тьена [7] поправка Швингера возникает в ответе автоматически, и правильная асимптотика считается одним из достоинств их конечного результата. Авторы справедливо связывают факт расхождения своих результатов с результатами Мо и Тсяя с некоторыми математическими допущениями Тсяя, но не конкретизируют их. Мы надеемся, что наше рассмотрение заполнило этот пробел.

Вычисления во второй главе были основаны на мягкофотонном приближении. Существует предположение, что более аккуратный учёт амплитуды двухфотонного обмена (учёт вклада «жёстких» фотонов) сможет уменьшить расхождение между поляризационными экспериментами и розенблютовским разделением электромагнитных формфакторов протона. Исследование эффектов двухфотонного обмена с теоретической точки зрения выполнялись с использованием различных моделей. Например, в рамках адронной модели амплитуда двухфотонного обмена может быть аппроксимирована последовательным рассмотрением виртуального протона, $\Delta(1232)$ и более высоких резонансов в промежуточном состоянии. Соответствующие вычисления были выполнены несколькими группами авторов с помощью параметризации упругих и переходных формфакторов и вычисления петле-

вых интегралов, или с помощью дисперсионных соотношений для протона и $\Delta(1232)$ в промежуточном состоянии, а также рассмотрением резонансов в πN промежуточном состоянии. Все работы сходятся в том, что учёт вклада промежуточного протона и резонансов в «жесткую» часть амплитуды двухфотонного обмена существенен и приближает результаты по розенблютовскому разделению формфакторов протона к результатам поляризационных экспериментов. С экспериментальной точки зрения эффекты двухфотонного обмена могут изучаться в сравнении упругих сечений рассеяния электронов и позитронов на протонах. За последнее время было проведено три эксперимента [2, 3, 4], нацеленных на то, чтобы измерить с высокой точностью отношение этих сечений. В **третьей** главе мы обсуждаем возможный вклад $\Delta(1232)$ в радиационные поправки, связанные с излучением реального фотона, для различных постановок экспериментов.

Очень грубая оценка вклада в реальные радиационные поправки без учёта экспериментальных условий даёт существенное значение

$$\delta_{\Delta} \simeq \frac{d\sigma_{\Delta}/d\Omega}{d\sigma_B/d\Omega} \frac{\Gamma_{\Delta \rightarrow p\gamma}}{\Gamma_{\Delta}} \simeq 0.5\%, \quad (15)$$

где отношение дифференциальных по углу вылета конечного электрона сечения рождения $\Delta(1232)$ к сечению упругого рассеяния электрона на протоне умножено на бранчинг распада $\Delta(1232)$ на протон и фотон. Однако более аккуратное вычисление поправки для экспериментов с магнитным спектрометром приводит к оценке, основанной на вкладе квадрата амплитуды излучения фотона при переходе из промежуточного состояния $\Delta(1232)$ в конечное состояние протона:

$$\begin{aligned} \delta_{\Delta}^{(1)} &\approx \frac{d\sigma_{\Delta}/d\Omega}{d\sigma_B/d\Omega} \frac{\Gamma_{\Delta \rightarrow \gamma p}}{\Gamma_{\Delta}} \\ &\times \frac{1}{\pi} \int_0^{2M\eta\Delta E} \frac{\Gamma_{\Delta} M_{\Delta}}{(x - M_{\Delta}^2 + M^2)^2 + \Gamma_{\Delta}^2 M_{\Delta}^2} \frac{x^3 dx}{(M_{\Delta}^2 - M^2)^3}, \end{aligned} \quad (16)$$

где $x = W^2 - M^2$, W^2 — квадрат инвариантной массы протона и фотона в конечном состоянии. Здесь учтено ограничение $E'_{el} - E' < \Delta E$ на отличие энергии рассеянного электрона E' от его энергии в упругом процессе E'_{el} . Типичное ограничение на ΔE в экспериментах с магнитным спектрометром ($W_{\max}^2 = M^2 + 2M\eta\Delta E < (M + m_{\pi})^2$, т. е. ниже порога рождения пиона) приводит к фактору, который сильно подавляет результат грубой оценки (15).

Для эксперимента на накопителе ВЭПП-3 оценка вклада $\Delta(1232)$ в реальные радиационные поправки осложнена сложностью интегрирования по доступному фазовому объёму конечных частиц при одновременной регистрации конечных электрона и протона и тем, что главный вклад даёт интерференция излучения с электронной и протонной линии. Результат может

быть получен только численно. Полученное значение $\delta_{\Delta}^{(\text{int})} < 0.01\%$ убеждает нас в том, что этот вклад в радиационные поправки не может повлиять на результаты эксперимента на накопителе ВЭПП-3, где вклад «жёсткой» части амплитуды двухфотонного обмена был обнаружен на уровне 1%.

В **четвертой** главе мы обращаемся к рассмотрению радиационных поправок в экспериментах по измерению зарядового радиуса протона. Эти эксперименты отличаются от обсуждаемых ранее тем, что ставятся при малых передачах импульса протону. Наибольший вклад в радиационные поправки к сечению электрон-протонного рассеяния при высоких энергиях даёт излучение реальных и виртуальных фотонов электроном. В этой главе мы обсуждаем только вклады однопетлевой поправки к электронной вершине и испускания тормозного фотона электроном:

$$\delta^e = \delta_{\text{vertex}}^e + \delta_{\text{brem}}^e. \quad (17)$$

Эти вклады содержат большие логарифмы, возникающие от «мягких» фотонов низкой энергии и «коллинеарных» фотонов, испущенных вдоль направления движения электронов.

Фотоны, излучённые в процессе рассеяния электроном, удобно разделить на «мягкие», не влияющие на упругую кинематику процесса, и «жёсткие». «Мягкие» фотоны могут быть определены как те, которые имеют энергию, не превышающую ω_0 в системе покоя начального протона, тогда

$$\delta_{\text{soft}}^e = \frac{\alpha}{\pi} \left(\left(\ln \left(\frac{Q^2}{m^2} \right) - 1 \right) \left(\ln \left(\frac{\omega_0^2}{\lambda^2} \right) - \ln \left(\frac{EE'}{m^2} \right) \right) + \frac{1}{2} \ln^2 \left(\frac{Q^2}{m^2} \right) - \frac{\pi^2}{6} - \frac{1}{2} \ln^2 \left(\frac{E}{E'} \right) + \text{Li}_2 \left(1 - \frac{Q^2}{4EE'} \right) - \frac{\pi^2}{6} \right). \quad (18)$$

Сумма поправки к электронной вершине, которая не зависит от экспериментальной постановки и уже была выписана выше (8), и поправки от излучения «мягких» фотонов свободна от инфракрасных расходимостей

$$\delta_{\text{vertex}}^e + \delta_{\text{soft}}^e = \frac{\alpha}{\pi} \left(- \left(\ln \left(\frac{Q^2}{m^2} \right) - 1 \right) \ln \left(\frac{EE'}{\omega_0^2} \right) + \frac{3}{2} \ln \left(\frac{Q^2}{m^2} \right) - 2 - \frac{1}{2} \ln^2 \left(\frac{E}{E'} \right) + \text{Li}_2 \left(1 - \frac{Q^2}{4EE'} \right) - \frac{\pi^2}{6} \right). \quad (19)$$

Сокращение инфракрасных расходимостей является следствием общего утверждения о сумме виртуальных поправок и поправок за счёт излучения «мягких» фотонов. Но в сумме (19) содержится член $\ln \left(\frac{Q^2}{m^2} \right)$, который связан с коллинеарными расходимостями по массе электрона. В общем случае, этот член останется и после учёта вклада излучения «жёсткого» фотона.

Однако, далее нам удаётся показать, что в условиях эксперимента [5] этот вклад сокращается.

С логарифмической точностью поправка, связанная с излучением «жёсткого» фотона, имеет простую физическую интерпретацию. Она состоит из двух частей, соответствующих излучению фотона начальным и конечным электронами, которые могут быть вычислены с использованием метода квазиреальных электронов [13]. Для излучения фотона конечным электроном этот метод даёт

$$d\sigma^{f.e.e.} = \frac{\alpha}{\pi} \ln\left(\frac{Q^2}{m^2}\right) \left(\ln\left(\frac{E'}{\omega_0}\right) - \frac{3}{4} \right) d\sigma_B. \quad (20)$$

Сравнивая это с (19) мы видим, что вклад (20) сокращает коллинеарно расходящийся член с коэффициентом $\ln\left(\frac{E'}{\omega_0}\right)$ и половину вклада с независимым от энергии коэффициентом. Для поправки за счёт излучения начальным электроном мы имеем с той же точностью после интегрирования по углу вылета фотона

$$d\sigma^{i.e.e.} = \frac{\alpha}{2\pi} \int_{w_0/E}^1 \frac{dx}{x} (1 + (1-x)^2) d\sigma_B|_{1 \rightarrow 1(1-x)}, \quad (21)$$

где $x = \omega/E$, 1 — импульс начального электрона. Излучение фотона начальным электроном изменяет его энергию, и поэтому оно меняет и сечение процесса индуцированного электроном после излучения (квазиреальным электроном). Это является причиной, по которой виртуальные поправки не сокращаются с реальными в большинстве экспериментов. Но в эксперименте, предложенном А. А. Воробьевым [5], планируется измерить сечение дифференциальное по передаче импульса конечному протону $d\sigma/(dQ^2)$ в области $m \ll Q \ll E \approx E' \sim M$, где, отбросив поправки, содержащие дополнительные степени Q^2 , мы имеем

$$\frac{d\sigma_B}{dQ^2} \simeq \frac{4\pi Z^2 \alpha^2}{Q^4} F_1^2(Q^2), \quad (22)$$

т. е. $d\sigma_B/(dQ^2)$ не зависит от энергии электрона E при фиксированном Q^2 , так что $d\sigma^{i.e.e.}$ равно $d\sigma^{f.e.e.}$ и в сумме они сокращают все члены, содержащие $\ln\left(\frac{Q^2}{m^2}\right)$ в (19).

Оказывается, что в однопетлевом приближении сокращение имеет место не только с логарифмической точностью, но сокращаются также и члены, которые не содержат коллинеарных расходимостей (константные члены). Конечно, такое сокращение не может быть доказано каким-либо приближенным методом и требует более строгих вычислений.

Следуя методу, описанному в книге [14], мы можем получить выражения для дифференциального сечения тормозного излучения по передаче импульса протону Q^2 и частоте фотона ω в лабораторной системе отсчёта без использования предположений о малости массы электрона и передачи импульса. Далее мы приводим результаты, которые позволяют вычислить вклад в радиационные поправки с точностью до членов $\propto (Q/E)$. При вычислении дифференциального сечения тормозного излучения выделяется три области по частоте фотона:

$$(I) : \omega_0 \leq \omega \leq \omega_-, \quad (II) : \omega_- \leq \omega \leq \omega_+, \quad (III) : \omega_+ \leq \omega \leq \omega_{\max}, \quad (23)$$

где $\omega_- = \frac{Q}{2} - \frac{Q^2}{4M}$, $\omega_+ = E' - \omega_-$, и $\omega_{\max} = E' -$ максимальная частота тормозного фотона, совпадающая с энергией рассеянного электрона в упругом процессе $E' = E - \frac{Q^2}{2M}$. Выражение для дифференциального сечения в этих областях:

$$\left[\frac{d\sigma_{\text{hard}}^e}{d\omega dQ^2} \Big/ \frac{d\sigma_B}{dQ^2} \right]^{(I)} = \frac{\alpha}{\pi} \frac{\ln \frac{Q^2}{m^2} - 1}{\omega} \frac{E^2 + (E - \omega)^2}{E^2}, \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{d\sigma_{\text{hard}}^e}{d\omega dQ^2} \Big/ \frac{d\sigma_B}{dQ^2} \right]^{(II)} &= \frac{\alpha}{\pi} \left\{ \frac{\ln \frac{Q^2}{m^2} - 1}{\omega} \frac{E^2 + (E - \omega)^2}{E^2} + \frac{\omega}{E^2} \right. \\ &+ \frac{1}{2\omega} \ln \left[\frac{E(E - \omega)}{(E - \omega_-)(E - \omega + \omega_-)} \right] \frac{E^2 + (E - \omega)^2}{E^2} \\ &\left. - \frac{\omega_-}{E^2} - \frac{\omega\omega_-}{2E^2} \left(\frac{1}{E - \omega} - \frac{1}{E} \right) - \frac{Q^2}{4E} \frac{\frac{1}{2} \ln \left[\frac{4(E - \omega)^2 \omega_-}{m^2(E + \omega_- - \omega)} \right] - 1}{(E - \omega)^2} \right\}, \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{d\sigma_{\text{hard}}^e}{d\omega dQ^2} \Big/ \frac{d\sigma_B}{dQ^2} \right]^{(III)} &= \frac{\alpha}{2\pi} \left\{ \frac{\ln \frac{Q^2}{m^2} + 1}{E} + \frac{1}{E} \ln \left[\frac{4(E' - \omega)^2}{Q^2} \right] \right. \\ &\left. - \frac{1}{E} \left(1 - \frac{Q^2}{4(E' - \omega)^2} \right) \ln \left[\frac{4(\omega_-^2 - (E' - \omega)^2)}{Q^2} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (26)$$

В итоге, вклад «жесткого» тормозного излучения получается интегрированием приведённых выше выражений по частоте фотона. С точностью до членов $\propto \frac{Q}{E}$ этот вклад имеет вид

$$\begin{aligned} \delta_{\text{hard}}^e &= \frac{\alpha}{\pi} \left[\left(\ln \frac{Q^2}{m^2} - 1 \right) \ln \frac{E^2}{\omega_0^2} - \frac{3}{2} \ln \frac{Q^2}{m^2} + 2 \right. \\ &\left. - \frac{Q}{4E} \left(\ln \frac{Q^2}{m^2} + \ln \frac{4E^2 Q^2}{m^4} + 1 \right) \right] \end{aligned} \quad (27)$$

Прибавляя к этому выражению вклад «мягких» и виртуальных фотонов (19), мы получаем с точностью до первых поправок пропорциональных передаче $\propto Q$

$$\delta_{\text{vertex}}^e + \delta_{\text{soft}}^e + \delta_{\text{hard}}^e = -\frac{\alpha}{\pi} \frac{Q}{4E} \left(\ln \frac{4E^2 Q^2}{m^4} + 1 \right), \quad (28)$$

т. е. происходит сокращение главных вкладов в радиационные поправки не только с логарифмической точностью, но и с точностью до константных членов.

Результат (28) можно получить альтернативным способом, используя метод структурных функций. Сечение электрон-протонного рассеяния с учётом радиационных поправок за счёт только взаимодействия электрона с электромагнитным полем можно рассматривать как сечение «глубоко-неупругого протон-электронного рассеяния». Следуя этому подходу мы получим

$$\frac{d\sigma}{dQ^2 dx} = \frac{\pi\alpha^2}{2x^2 Q^2 ((p \cdot l)^2 - m^2 M^2)} \left[(2Q^2 G_M^2 - 4M^2 G_E^2) f_1 + \left(-G_M^2 (m^2 Q^2 + (l \cdot q)^2) + \frac{4M^2 G_E^2 + Q^2 G_M^2 (P \cdot l)^2}{4M^2 + Q^2} \right) \frac{f_2}{(l \cdot q)} \right], \quad (29)$$

где l — 4-импульс начального электрона, $P = p + p'$ — сумма 4-импульсов начального и конечного протонов, $q = p - p'$ — передача импульса протоном электрону ($Q^2 = -q^2$), x — бьеркеновская переменная $x = \frac{Q^2}{2(l \cdot q)}$, $f_{1,2}(x, Q^2)$ — структурные функции электрона. Для вычисления радиационных поправок необходимо вычислить вклады в структурные функции электрона $f_{1,2}$ от виртуальных и реальных состояний, которые могут появляться в фотон-электронных столкновениях, и проинтегрировать эти вклады по бьеркеновской переменной x .

Вклад однопетлевой поправки к электронной вершине в структурные функции электрона $f_{1,2}$ при $m^2 \ll Q^2$ факторизуется и пропорционален $\delta(1-x)$. Конечный результат для радиационной поправки уже выписан в формуле (8).

При вычислении вклада тормозного излучения условное разбиение на «мягкие» и «жёсткие» фотоны удобнее выполнить, поставив ограничение на скалярное произведение $(k \cdot l') \leq \kappa'_0$, где κ'_0 много меньше всех остальных инвариантов ($\kappa'_0 \ll m^2$), l' — 4-импульс конечного электрона, k — 4-импульс фотона. Фактически мы ставим ограничение на частоту фотона в системе покоя конечного электрона, при условии, что влиянием излучения на кинематику можно пренебречь. Мы получаем следующее выражение для вклада

«мягких» фотонов в радиационную поправку:

$$\delta_{\text{SF, soft}}^e = \frac{\alpha}{\pi} \left[\left(\ln \frac{Q^2}{m^2} - 1 \right) \ln \frac{4\kappa_0'^2}{\lambda^2 Q^2} - \frac{\pi^2}{6} + 1 \right]. \quad (30)$$

Используя разложение формулы (29) с точностью до членов порядка $Q^2/\{M^2, E^2, ME\}$ (отметим, что с этой точностью в ответ не входят величины, связанные с разложением протонных формфакторов), для вклада излучения «жесткого» фотона мы имеем

$$\delta_{\text{SF, hard}}^e = \int_{x_{\min}}^{1 - \frac{2\kappa_0'}{Q^2}} dx \left[\frac{f_2}{x} - \frac{f_1}{x^2} \frac{Q^2}{2E^2} - \frac{f_2}{x^2} \frac{Q^2}{2ME} \left(1 - x \left(1 + \frac{M}{2E} \right) \right) \right], \quad (31)$$

где минимально возможное значение $x_{\min} \simeq \frac{Q}{2E}$ близко к 0 в условиях эксперимента, а максимальное к 1. Подставив выражения для вклада тормозного излучения в структурные функции электрона $f_{1,2}$, мы получаем

$$\begin{aligned} \delta_{\text{SF, hard}}^e &= \frac{\alpha}{\pi} \left\{ \left(\ln \frac{Q^2}{m^2} - 1 \right) \ln \frac{Q^4}{4\kappa_0'^2} - \frac{1}{2} \left(\ln \frac{Q^2}{m^2} + 1 \right) \ln \frac{Q^2}{m^2} + 1 \right. \\ &\quad - \frac{Q}{4E} \left[\ln \frac{4E^2 Q^2}{m^4} + 1 \right] \\ &\quad - \frac{Q^2}{8E^2} \left[\frac{1}{4} \ln \frac{4E^2 Q^2}{m^4} + \ln \frac{Q^2}{4E^2} + 1 \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{2E + M}{M} \left(\frac{1}{8} \left(\left(\ln \frac{4E^2 Q^2}{m^4} + 1 \right)^2 - 1 \right) - \frac{1}{2} \ln^2 \frac{Q^2}{m^2} + \frac{\pi^2}{6} - \frac{3}{2} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (32)$$

Суммируя все вклады, мы не только воспроизводим формулу (28), но получаем и следующую поправку $\sim \frac{Q^2}{E^2}$:

$$\begin{aligned} \delta_{\text{vertex}}^e + \delta_{\text{SF, soft}}^e + \delta_{\text{SF, hard}}^e &= \frac{\alpha}{\pi} \left\{ -\frac{Q}{4E} \left[\ln \frac{4E^2 Q^2}{m^4} + 1 \right] \right. \\ &\quad - \frac{Q^2}{8E^2} \left[\frac{1}{4} \ln \frac{4E^2 Q^2}{m^4} + \ln \frac{Q^2}{4E^2} + 1 \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{2E + M}{M} \left(\frac{1}{8} \left(\left(\ln \frac{4E^2 Q^2}{m^4} + 1 \right)^2 - 1 \right) - \frac{1}{2} \ln^2 \frac{Q^2}{m^2} + \frac{\pi^2}{6} - \frac{3}{2} \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (33)$$

Продемонстрированное выше сокращение, не ограничивается однопетлевым приближением. Оно имеет место также и в более высоких порядках теории возмущений, по крайней мере, с логарифмической точностью. Это можно показать в партонной картине, развитой для теоретического описания глубоконеупругого электрон-протонного рассеяния [15, 16,

17, 18], но применённой к «глубококонепругому протон-электронному рассеянию». При фиксированном Q^2 оно может быть написано с логарифмической точностью в терминах «партонных функций распределения» $f_e^e(x, Q^2)$ и $f_e^{\bar{e}}(x, Q^2)$. В условиях предложенного эксперимента с логарифмической точностью мы получаем из (29)

$$\frac{d\sigma}{dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} F_1^2(Q^2) \int_{x_0}^1 \frac{dx}{x} f_2(x, Q^2), \quad (34)$$

где $x_0 = \frac{Q}{2E} \ll 1$. В партонной картине структурные функции выражаются через партонные распределения в начальном электроне. Заряженные партоны в этом случае — это электроны и позитроны, так что

$$f_2 = x (f_e^e + f_e^{\bar{e}}), \quad (35)$$

где f_e^e и $f_e^{\bar{e}}$ — распределения электронов и позитронов в начальном электроне. Позитронное распределение $f_e^{\bar{e}}$ появляется только в двухпетлевом приближении, поэтому в однопетлевом приближении вклад даёт только f_e^e . Более того, в этом приближении f_e^e совпадает с распределением валентных электронов, f_e^v , которое несингулярно при малых x , так что нижний предел интегрирования x_0 может быть принят равным 0. Поэтому сокращение логарифмических вкладов в радиационные поправки, имеет простое объяснение на языке партонных распределений: оно имеет место, т. к.

$$\int_0^1 dx f_e^v(x, Q^2) = 1 \quad (36)$$

независимо от значений Q^2 является следствием сохранения заряда.

Начиная с двухпетлевого приближения ситуация становится более сложной. Радиационные поправки сильно зависят от того, что реально измеряется в эксперименте, и, если измеряется полностью инклюзивное сечение, они становятся большими. Причина в том, что в этом приближении протон мишени может взаимодействовать не только с рассеянным электроном, но и с одной из компонент электрон-позитронной пары, рождаемой этим электроном. В этом случае полное сечение взаимодействия виртуального фотона излучённого протоном мишени с налетающим электроном не падает с энергией, в противовес тому, как ведёт себя однопетлевое приближение, и большие вклады идут от области малых $(l \cdot q)$, или малых x , в формуле (34). На языке партонных распределений это означает, что f_e^e и $f_e^{\bar{e}}$ становятся сингулярными при $x = 0$ и нижний предел нельзя брать равным 0. Очевидно, такие экспериментальные условия не самые лучшие. Кажется, что более предпочтительны условия, в которых рождение электрон-позитронных пар запрещено. В этом случае в уравнении (35) только f_e^e

даёт вклад и благодаря свойству (36) основные вклады в радиационные поправки сокращаются и в более высоких порядках теории возмущений.

В **заключении** приведены основные результаты работы, которые заключаются в следующем:

1. Выполнено сравнение между собой расчётов радиационных поправок к сечению упругого электрон-протонного рассеяния, основанных на мягкофотонном приближении. Проанализированы точные и приближенные выражения для амплитуды двухфотонного обмена в модели точечного протона. Обнаружено, что явные недостатки существующих подходов, применённых к отдельным диаграммам, компенсируются в полных выражениях для вклада в виртуальные радиационные поправки, и сделан вывод о том, что нельзя отдать предпочтение тому или иному расчёту. В то же время, в вычислениях радиационных поправок, связанных с излучением реального фотона, установлена неточность традиционной процедуры, которая привела к расхождению между предшествующими и более современными результатами.
2. Для анализа данных эксперимента на накопителе ВЭПП-3 в Институте ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН потребовалось решение второй задачи: вычисления возможного вклада в радиационные поправки от тормозного излучения с учётом возбуждения $\Delta(1232)$. Этот вклад проанализирован с использованием приближенных аналитических методов и численного интегрирования. Обнаружено, что он не может повлиять на величину отношения сечений рассеяния электронов и позитронов на протонах, наблюдаемую в эксперименте ИЯФ.
3. Исследовано важное свойство экспериментов по измерению зарядового радиуса протона при регистрации протона отдачи: сокращение главных вкладов в радиационные поправки к дифференциальному по передаче импульса протону сечению упругого рассеяния. Представлено теоретическое описание механизма этого сокращения с помощью различных методов и с различной степенью точности. В однопетлевом приближении получено сокращение не только членов, усиленных коллинеарными логарифмами, но и следующих (константных) членов. Двумя способами (с использованием спектра тормозного излучения и методом структурных функций) показано, что остаточный вклад в радиационные поправки от взаимодействия электрона с электромагнитным полем подавлен первой степенью отношения Q/E . Сделано заключение об экспериментальных условиях, при которых сокращение с логарифмической точностью имеет место и в более высоких порядках теории возмущения.

Основные результаты по теме диссертации изложены в 4 печатных изданиях, 3 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК, 1 — в тезисах докладов:

1. Герасимов, Р. Е. и Фадин, В. С. Анализ приближений, используемых при вычислении радиационных поправок к сечению электрон-протонного рассеяния // Ядерная физика. - 2015. - т. 78, № 1/2. - С. 73–96.
2. Gerasimov, R. E. and Fadin, V. S. Contribution of $\Delta(1232)$ to real photon radiative corrections for elastic electron-proton scattering // Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics. - 2016. - V. 43, I. 12. - P.:125003.
3. Fadin, V. S. and Gerasimov, R. E. On the cancellation of radiative corrections to the cross section of electron-proton scattering // Physics Letters, Section B: Nuclear, Elementary Particle and High-Energy Physics. - 2019. - V. 795. - P. 172–176.
4. Gerasimov R. E. Approximations used in calculations of radiative corrections to electron-proton scattering cross section // Nonlinear Dynamics and Applications: Proceedings of the Twenty first Annual Seminar, NPC'S'2014, Minsk, 20-23 May 2014. - 2014. - V. 20. - P. 56-63.

Список литературы

- [1] Rosenbluth, M. N. High energy elastic scattering of electrons on protons // Phys. Rev. – 1950. – Vol. 79. – P. 615–619.
- [2] Measurement of the two-photon exchange contribution to the elastic $e^\pm p$ scattering cross sections at the VEPP-3 storage ring / I. A. Rachek et al. // Phys. Rev. Lett. – 2015. – Vol. 114, I. 6. – P. 062005.
- [3] Towards a resolution of the proton form factor problem: new electron and positron scattering data / D. Adikaram et al. // Phys. Rev. Lett. – 2015. – Vol. 114, I. 6. – P. 062003.
- [4] Hard Two-Photon Contribution to Elastic Lepton-Proton Scattering: Determined by the OLYMPUS Experiment / B. S. Henderson et al. // Phys. Rev. Lett. – 2017. – Vol. 118, I. 9. - P. 092501.
- [5] Vorobyev, A. A. Precision measurement of the proton charge radius in electron proton scattering // Proceedings of the 8th Workshop on Hadron Structure and QCD: From Low to High Energies (HSQCD 2018): Gatchina, Russia, August 6–10, 2018. – 2019. – Vol. 16. – P. 624–529.

- [6] Mo, L. W. and Tsai, Y.-S. Radiative corrections to elastic and inelastic ep - and μp -scattering // Rev. Mod. Phys. – 1969. – Vol. 41. – P. 205–235.
- [7] Maximon, L. C. and Tjon J. A. Radiative corrections to electron-proton scattering // Phys. Rev. C. – 2000. – Vol. 62. – P. 054320.
- [8] Dombey, N. Scattering of polarized leptons at high energy // Rev. Mod. Phys. – 1969. – Vol. 41. – P. 236–246.
- [9] Akhiezer, A. I. and Rekalov M. P. Polarization effects in the scattering of leptons by hadrons // Sov. J. Part. Nucl. – 1974. – Vol. 4. – P. 277.
- [10] Arnold, R. G., Carlson, C. E. and Gross, F. Polarization transfer in elastic electron scattering from nucleons and deuterons // Phys. Rev. C. – 1981. – Vol. 23. – P. 363.
- [11] Tsai, Y.-S. Radiative corrections to electron-proton scattering // Phys. Rev. – 1961. – Vol. 122. – P. 1898–1907.
- [12] Tsai, Y.-S. Radiative corrections to electron scatterings // SLAC report. – 1971.
- [13] Baier, V. N., Fadin, V. S. and Khoze, V. A. Quasireal electron method in high-energy quantum electrodynamics // Nucl. Phys. B. – 1973. – Vol. 65. – P. 381–396.
- [14] Байер, В. Н., Фадин, В. С., Катков, В. М.. Излучение релятивистских электронов, – М.: Атомиздат, 1973.
- [15] Gribov, V. N. and Lipatov, L. N. Deep inelastic ep scattering in perturbation theory // Sov. J. Nucl. Phys. – 1972. – Vol. 15. – P. 438–450.
- [16] Gribov, V. N. and Lipatov, L. N. e^+e^- pair annihilation and deep inelastic ep scattering in perturbation theory // Sov. J. Nucl. Phys. – 1972. – Vol. 15. – P. 675–684.
- [17] Lipatov, L. N. The parton model and perturbation theory // Sov. J. Nucl. Phys. – 1975. – Vol. 20. – P. 94–102.
- [18] Altarelli, G. and Parisi, G. Asymptotic freedom in parton language // Nucl. Phys. B. – 1977. – Vol. 126. – P. 298–318.

ГЕРАСИМОВ Роман Евгеньевич

**Радиационные поправки к сечению электрон-
протонного рассеяния в экспериментах по изучению
вклада двухфотонного обмена и измерению зарядового
радиуса протона**

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

дано в набор 06.07.2020 г. Подписано в печать 07.07.2020 г.

Формат 60x90 1/16 Объем 1.0 усл. печ.л., 0.8 уч.-изд.л.

Тираж 100 экз. Бесплатно. Заказ № 7

Обработано на РС и отпечатано

на ротапринте ИЯФ СО РАН,

Новосибирск, 630090, пр. Академика Лаврентьева, 11