

Статус теоретических предсказаний для $(g-2)$ мюона

Леонид Кардапольцев

База отдыха «Разлив»

Выездное собрание «Дискуссионного клуба»

22-25 июля, 2025

Аномальный магнитный момент

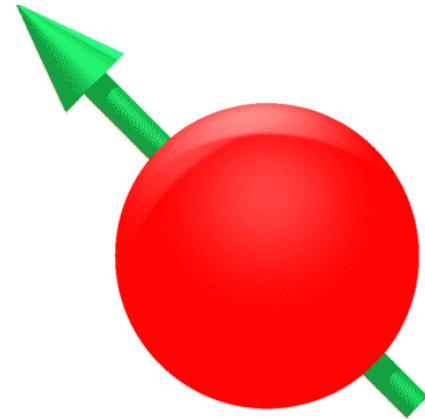
g определяет частоту прецессии спина в магнитном поле

Момент силы

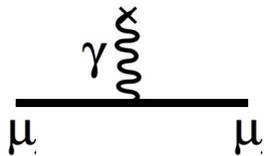
$$\vec{\mu} \times \vec{B}$$

Магнитный момент

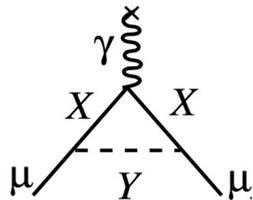
$$\vec{\mu} = g \frac{e}{2m} \vec{S}$$



$g = 2$



$g > 2$



$$a_{\mu} = \frac{g_{\mu} - 2}{2}$$

- Для дираковского фермиона с $s=1/2$, g точно равно 2
- Взаимодействие мюона с виртуальными частицами меняет это значение
- X & Y могут быть частицами СМ или Новой физики

Измерение $g-2$ мюона

Мюон удобен для изучения Стандартной модели

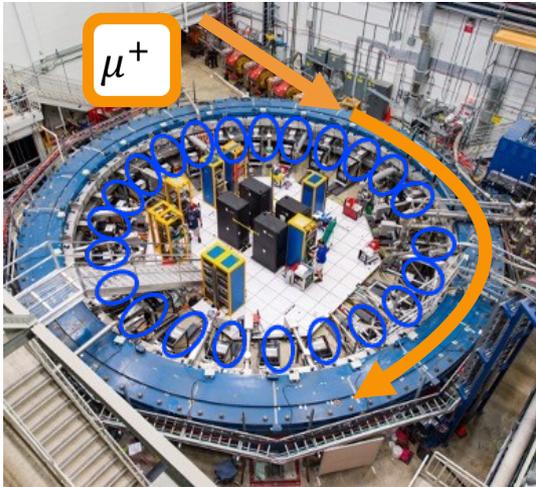
- $(m_\mu / m_e)^2 \sim 43,000$: увеличена чувствительность к тяжелым частицам
- Высоко поляризованный пучок от распадов пионов
- Достаточно большое время жизни (2.2 мкс) для изучения мюона в ускорителе

Publication	Laboratory	Uncertainty
1961	CERN	0.4%
1968		0.02%
1979		7 ppm
2006	Brookhaven National Laboratory	540 ppb
2021 2023 2025	Fermi National Accelerator Laboratory	Goal: 140 ppb

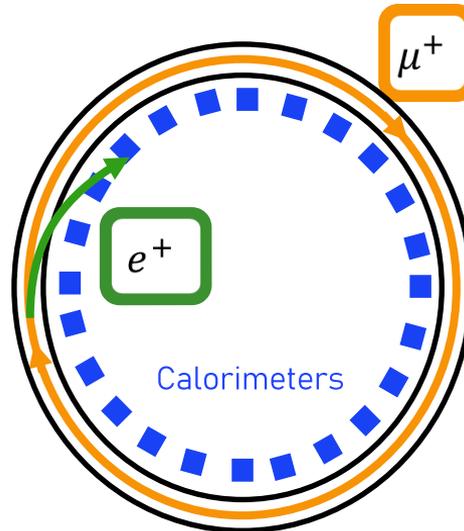
>60 лет изучения a_μ

Измерение $g-2$ мюона

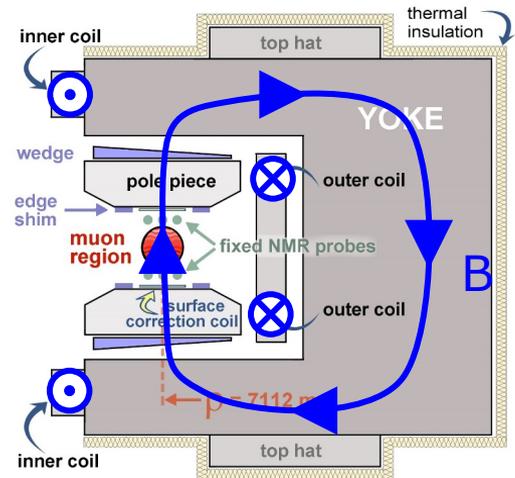
- Положительно заряженные мюоны, 3.09 ГэВ, инжектируются в накопитель
- Мюон вращается в магнитном поле, спин прецессирует
- Распад в позитрон \rightarrow импульс e^+ меньше \rightarrow закручивается к центру кольца



14 м кольцо накопителя мюонов



Вращающиеся мюоны распадаются на позитроны \rightarrow детектируются калориметрами



Поперечный разрез магнита, магнитное поле 1.45 Т

Измерение g-2 мюона

- Мюон вращается по орбите с циклотронной частотой ω_c
- Спин прецессирует с частотой ω_s
- Обе частоты пропорциональны магнитному полю B
- Спин вращается вдоль импульса мюона
- Разница частот ω_a пропорциональна a_μ и B

Измеряем

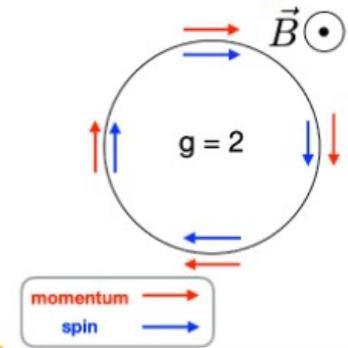
$$\omega_a = \omega_s - \omega_c = a_\mu \frac{eB}{mc}$$

Определяем

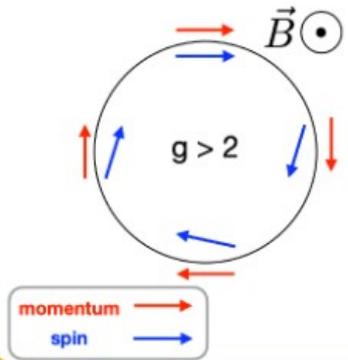
$$\vec{\omega}_c = -\frac{e}{\gamma m} \vec{B}$$

$$\vec{\omega}_s = -\frac{e}{\gamma m} \vec{B} (1 + \gamma a_\mu)$$

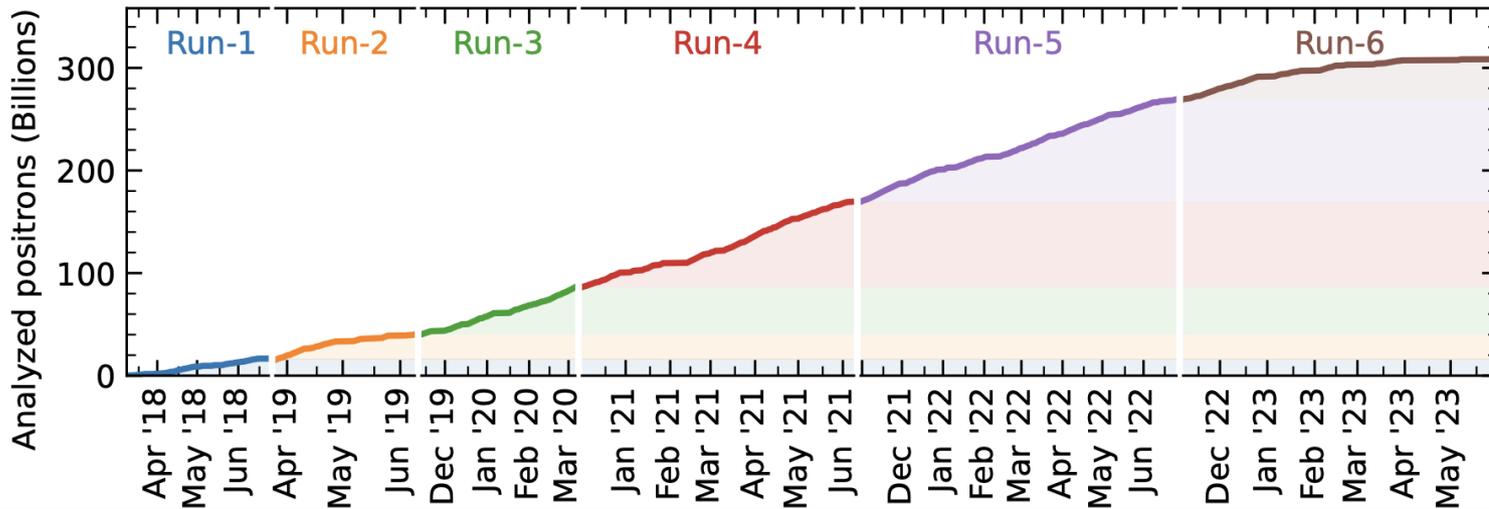
If $g = 2 \Rightarrow \vec{\omega}_a = 0$



$g \neq 2 \Rightarrow \vec{\omega}_a \cong a_\mu \frac{e}{m} \vec{B}$



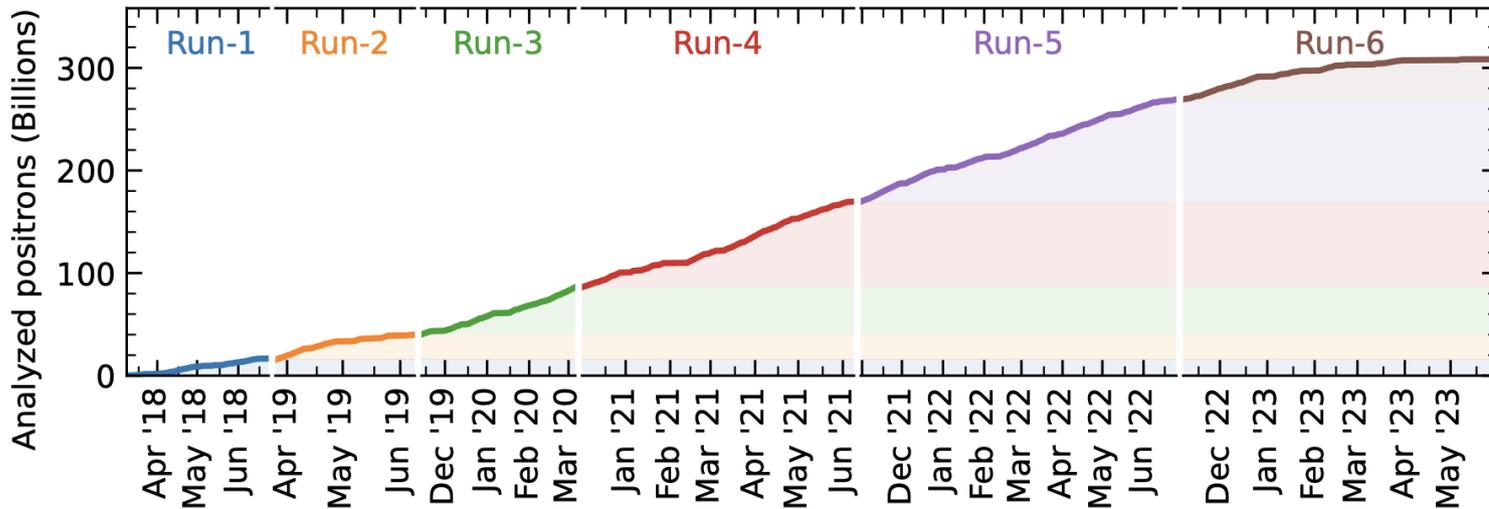
Измерение $g-2$ мюона в Fermilab



Run	Analyzed Positrons (10^9)	Fraction (%)	Stat. Uncertainty (ppb)
Run-1	15.4	5	434
Run-2/3	70.9	23	201
Run-4/5/6	222.2	72	114
Run-1-6	308.5	100	98

TDR goal: 100ppb

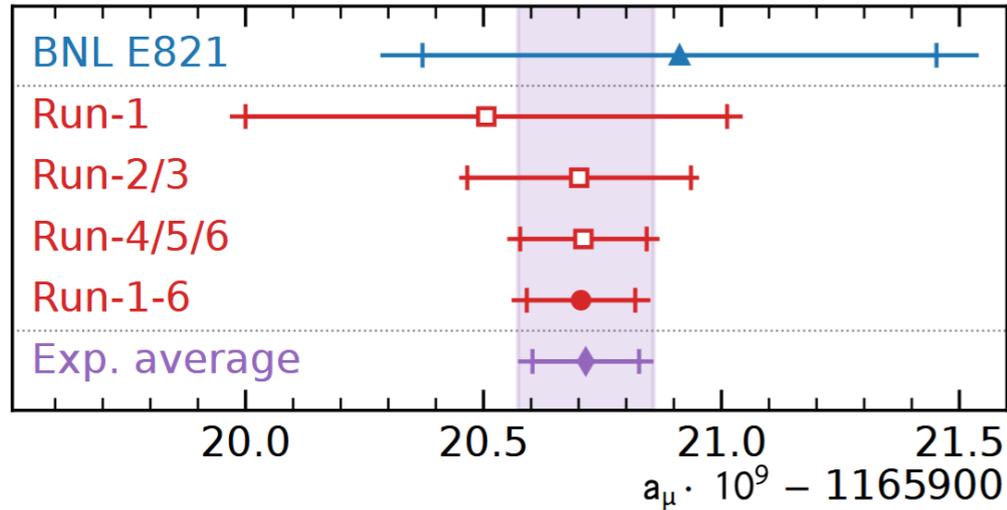
Измерение $g-2$ мюона в Fermilab



	Stat. Uncertainty (ppb)	Syst. Uncertainty (ppb)	Total Uncertainty (ppb)
Run-1	434	159*	462
Run-2/3	201	78*	216
Run-4/5/6	114	76	137
Run-1-6	98	78	125

TDR goal: 140ppb

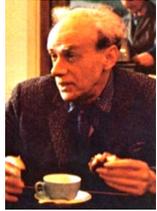
Измерение $g-2$ мюона в Fermilab



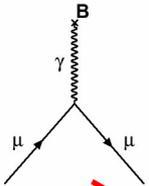
- Run-2/3 (2023) улучшил в 2 раза ошибку по сравнению с Run-1 (2021)
- Run-4/5/6 (2025) улучшил ошибку еще в 1.8 раза
- $a_\mu(\text{FNAL}) = 116\,592\,0705 (148) \times 10^{-12}$ (127 ppb)
- $a_\mu(\text{EXP}) = 116\,592\,0715 (145) \times 10^{-12}$ (124 ppb)

Теоретические предсказания для $(g-2)_\mu$

Dirac



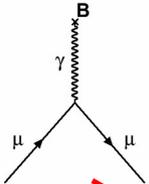
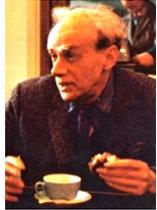
Charged, spin $\frac{1}{2}$



$$g_\mu^{SM} = 2$$

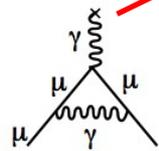
Теоретические предсказания для $(g-2)_\mu$

Dirac



$$g_\mu^{\text{SM}} = 2.0023$$

Schwinger

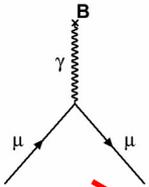
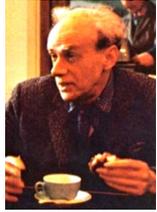


$$\frac{\alpha}{2\pi} = 0.00232$$

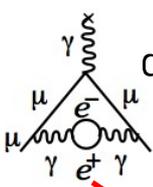
1st Order
QED

Теоретические предсказания для $(g-2)_\mu$

Dirac



Kinoshita

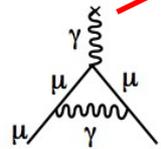


Up to 10th Order QED

+12671 diagrams

$$g_\mu^{\text{SM}} = 2.002331$$

Schwinger

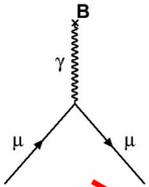
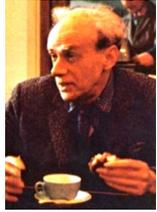


$$\frac{\alpha}{2\pi} = 0.00232$$

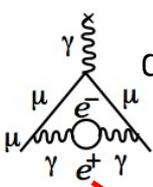
1st Order QED

Теоретические предсказания для $(g-2)_\mu$

Dirac



Kinoshita



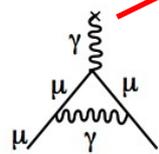
Up to 10th Order QED

+12671 diagrams

$$g_\mu^{\text{SM}} = 2.00233184$$

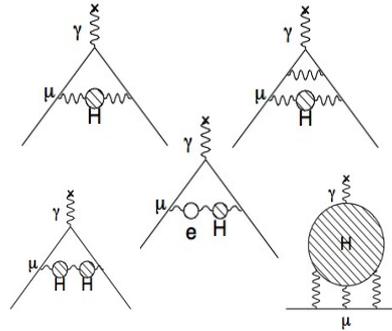
Hadronic

Schwinger



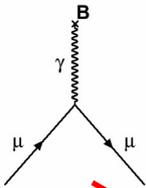
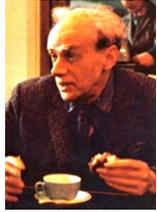
$$\frac{\alpha}{2\pi} = 0.00232$$

1st Order QED

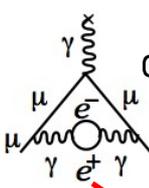


Теоретические предсказания для $(g-2)_\mu$

Dirac

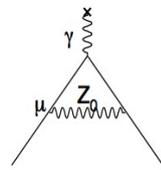
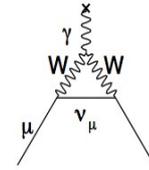
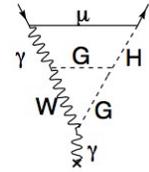
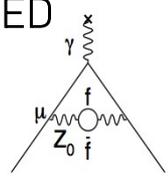


Kinoshita



Up to 10th Order QED

+12671 diagrams

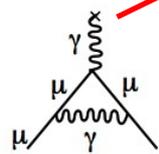


Electroweak

$$g_\mu^{\text{SM}} = 2.0023318407(12)$$

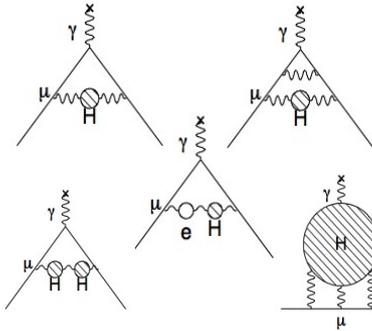
Hadronic

Schwinger



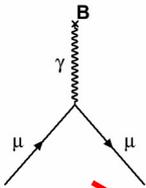
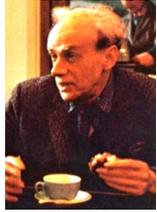
$$\frac{\alpha}{2\pi} = 0.00232$$

1st Order QED

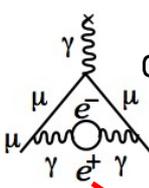


Теоретические предсказания для $(g-2)_\mu$

Dirac

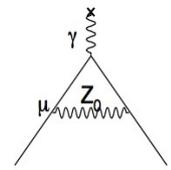
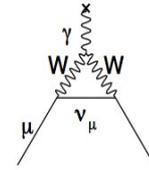
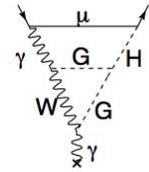
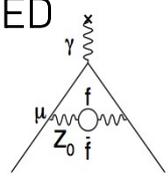


Kinoshita



Up to 10th Order QED

+12671 diagrams



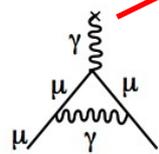
Electroweak

$$g_\mu^{\text{SM}} = 2.0023318407(12)$$

Hadronic

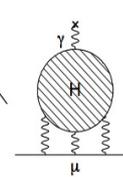
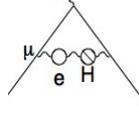
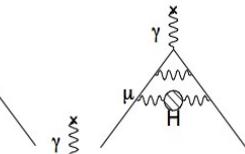
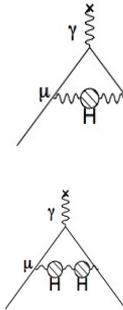
Новая физика?

Schwinger

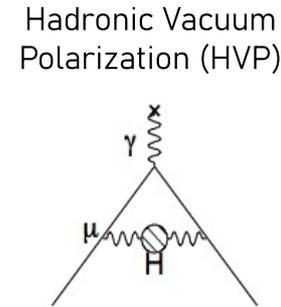
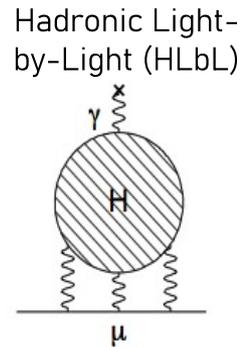
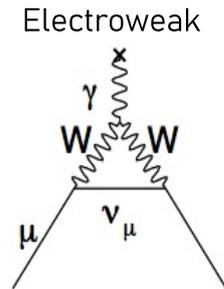
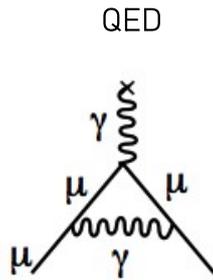
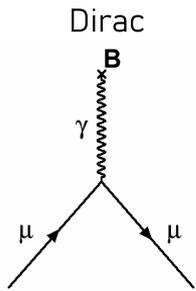


$$\frac{\alpha}{2\pi} = 0.00232$$

1st Order QED



Теоретические предсказания для $(g-2)_\mu$



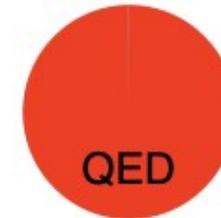
$$a_\mu = \frac{g_\mu - 2}{2}$$

a_μ^{SM} portion ~99.99% ~1 ppm ~59 ppm ~1 ppm

$$a_\mu^{\text{SM}} = a_\mu^{\text{QED}} + a_\mu^{\text{EW}} + a_\mu^{\text{HVP}} + a_\mu^{\text{HLbL}}$$

contribution

- QED
- EW
- HVP
- HLbL



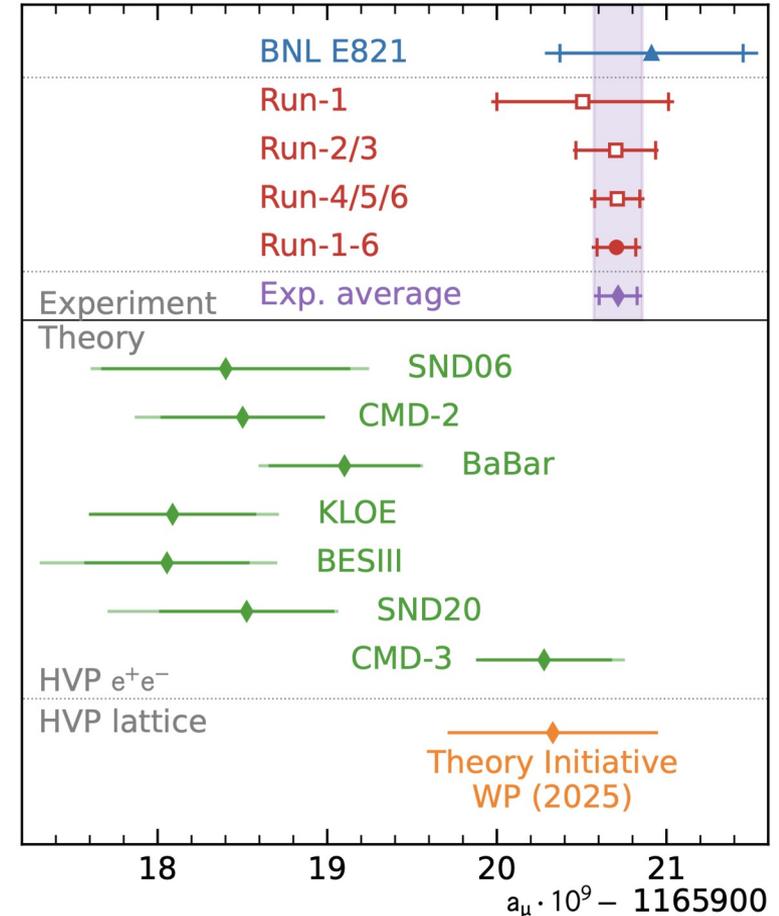
error²



- Доминирующий вклад в ошибку дает HVP

Теоретические предсказания для $(g-2)_\mu$

- The $g-2$ Theory Initiative: новая Белая книга 2025: arXiv:2505.21476
- HVP полученный из e^+e^- данных не был включен в окончательный результат WP25
- Большое разногласие в данных
- Вместо этого для WP25 был использован расчет на решетках для HVP



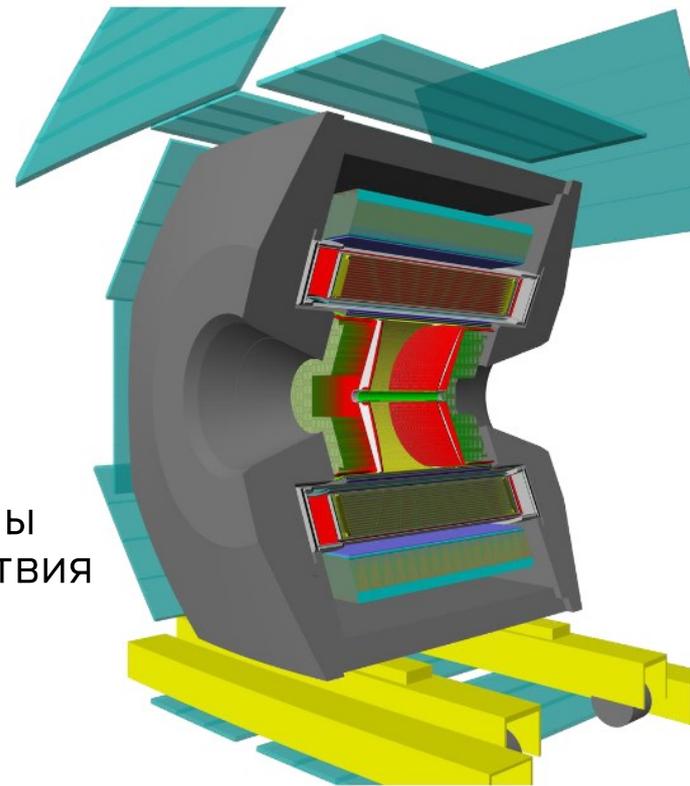
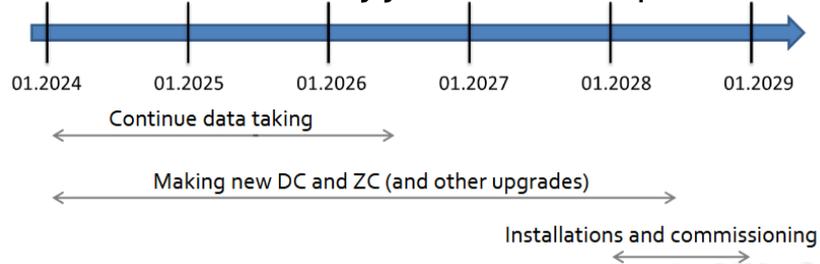
КМД-3: Планы по измерению $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$

Опубликованный анализ:

- 36 млн $\pi^+\pi^-$ при $E < 1$ ГэВ
- Три независимых способа определения числа событий
- Главный вклад в сист. ошибки
 - Определение телесного угла 0.5/0.8%(2018/2013)
- Полная ошибка 0.7%

Планы:

- Анализ данных 2024/2025 (2-3 раза больше статистики)
- Существенная модернизация КМД-3
 - Улучшенное импульсное разрешение
 - Точное и надежное измерение полярного угла и вершины
 - Специальная система по изучению ядерного взаимодействия пионов с вакуумной камерой



СНД: Планы по измерению $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$

Опубликованный анализ (2020):

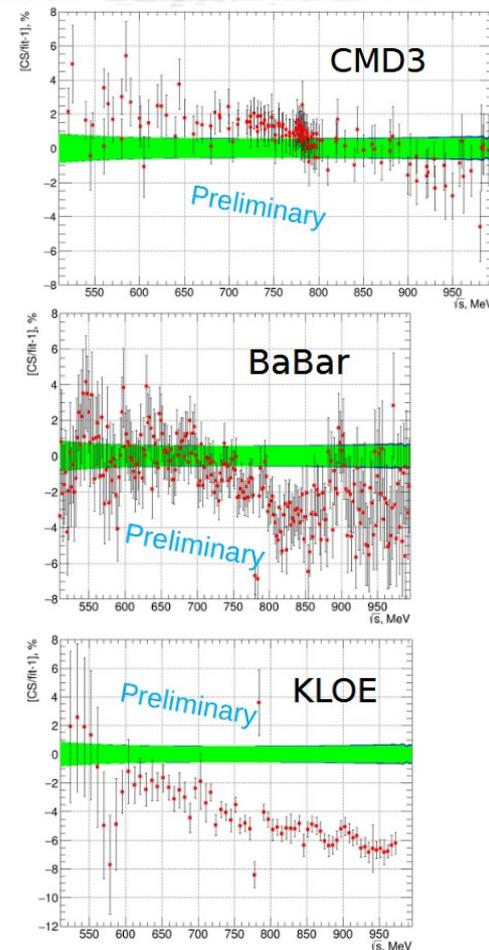
- 4.6 пб⁻¹ данных, набранных в 2013 году
- Разделение e и μ/π по энерговыделению в калориметре
- Главный вклад в сист. ошибки
 - Телесный угол 0.5% и ядерное взаимодействие π 0.5%
- Полная ошибка 0.8%

Планы:

- Анализ данных 2018 (в 10 раз больше статистики)
- Обновленная реконструкция
- Настройка моделирования, лучше описывает данные
- Ожидаемая систематика: 0.6-0.8%

Предварительные результаты показаны на HADRON25:

- Соплосуются с КМД-3, на 1.3% ниже при $E < 770$ МэВ
- Соплосуется с BaBar при $E < 770$ МэВ
- На 2-6% выше измерения KLOE
- Публикация ожидается к концу 2025 года



KLOE: Планы по измерению $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$

Опубликованный анализ (2008, 2010 и 2012):

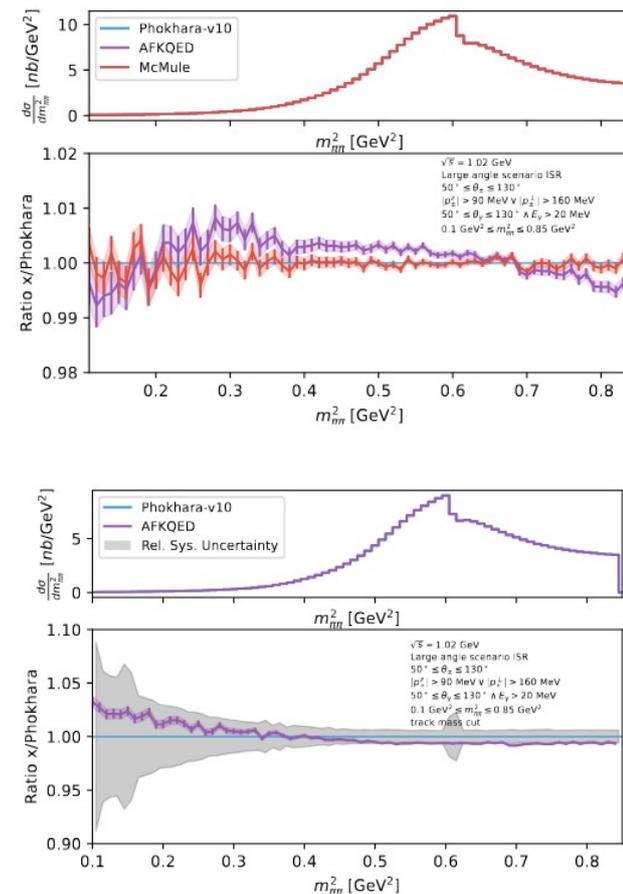
- 232(240) пб⁻¹ набранные в 2002 (2006) году
- Радиационный возврат с регистрацией фотона и без
- Главный вклад в сист. ошибки
 - Вычитание фона 0.6%, теор. ошибки 0.2%
- Полная ошибка 0.7%

Планы:

- Анализ данных 2004–2005 гг (в 7 раз больше статистики)
- Радиационный возврат без регистрации фотона
- Новое программное обеспечение и доп. Проверки
- Цель достичь сист. ошибки: 0.4%

Учет следующих порядков в MC генераторах:

- Неточность описания NNLO в ISR в PHOKHARA
- Детальная проверка различных генераторов не выявила существенных сист. ошибок от этого эффекта



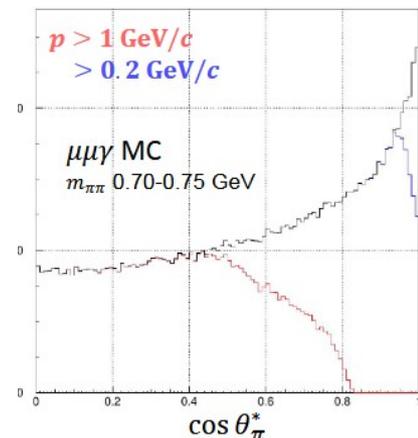
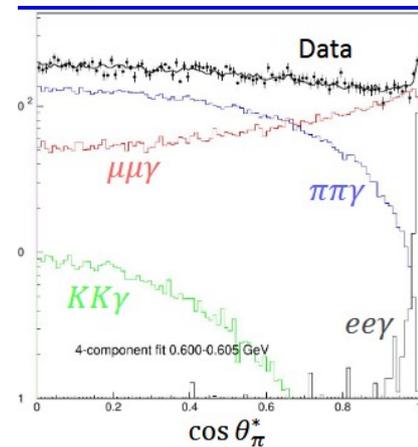
VaVar: Планы по измерению $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$

Опубликованный анализ (2009 и 2012):

- Половина набранной статистики
- Радиационный возврат с регистрацией фотона
- Условие на импульс $p > 1$ ГэВ
- Разделение π/μ используя PID
- Главный вклад в сист. ошибки
 - PID 0.24 % и ISR Lum 0.34 %
- Полная ошибка 0.5 %

Планы:

- Анализ всей набранной статистики
- Разделение π/μ по угловому распределению
 - θ^* = угол между π^- и γ_{ISR} в системе покоя $\pi\pi$
- Нет условия на PID
- Ослабленное условие на импульс
- План опубликовать к 2025 году



Предсказания КХД на решетке

Двухточечный коррелятор

$$C_{\mu\nu}(x) = \langle j_\mu(x) j_\nu(0) \rangle, \quad j_\mu(x) = \sum_{f=1}^{N_f} Q_f \bar{q}_f(x) \gamma_\mu q_f(x),$$

Далее его преобразуют следующим образом

$$C(x_0) = -\frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 \int d^3x C_{kk}(x_0, \mathbf{x}),$$

Тогда HVP

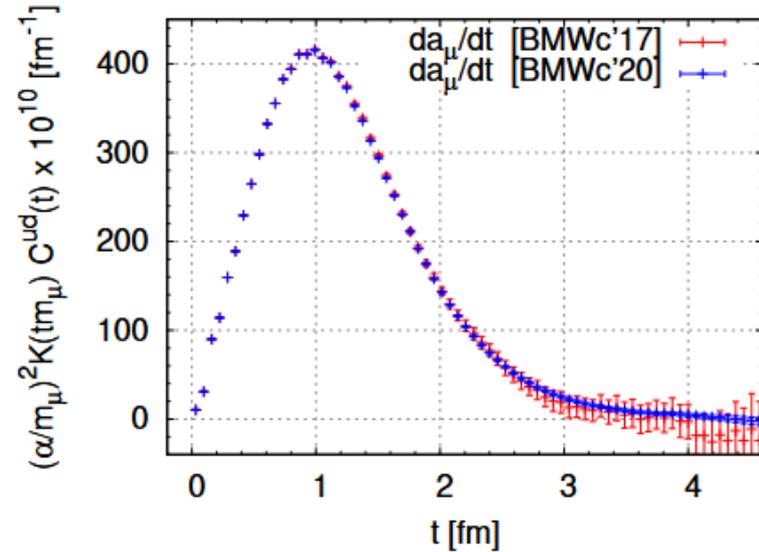
$$a_\mu^{\text{HVP, LO}} = \left(\frac{\alpha m_\mu}{3\pi} \right)^2 \int_{s_{\text{thr}}}^{\infty} ds \frac{\hat{K}(s)}{s^2} R_{\text{had}}(s)$$

$$R_{\text{had}}(s) = \frac{3s}{4\pi\alpha^2} \sigma[e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}(+\gamma)],$$



$$a_\mu^{\text{HVP, LO}} = \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 \int_0^{\infty} dx_0 C(x_0) \tilde{f}(x_0),$$

$$\tilde{f}(x_0) = 8\pi^2 \int_0^{\infty} \frac{d\omega}{\omega} f(\omega^2) \left[\omega^2 x_0^2 - 4 \sin^2 \left(\frac{\omega x_0}{2} \right) \right].$$



КХД на решетке: разбиение на окна

Разбиение на участки (окна)

$\Delta = 0.15$ fm, $t_0 = 0.4$ fm, and $t_1 = 1.0$ fm

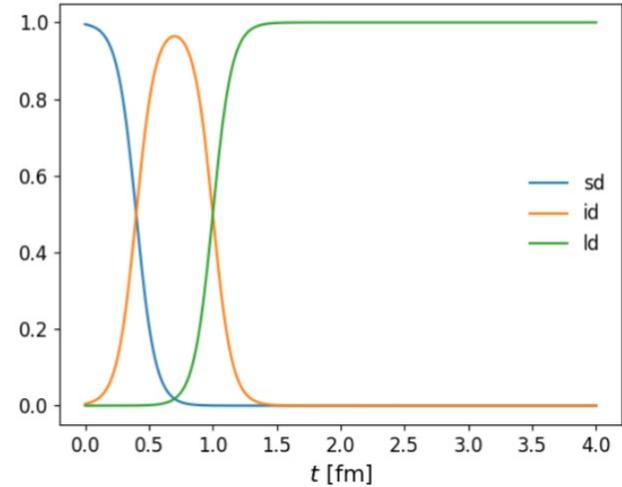
$$a_{\mu}^{\text{HVP, LO}} = a_{\mu}^{\text{SD}} + a_{\mu}^{\text{W}} + a_{\mu}^{\text{LD}},$$

$$a_{\mu}^{\text{SD}} = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \int_0^{\infty} dx_0 C(x_0) \tilde{f}(x_0) [1 - \Theta(x_0, t_0, \Delta)],$$

$$a_{\mu}^{\text{W}} = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \int_0^{\infty} dx_0 C(x_0) \tilde{f}(x_0) [\Theta(x_0, t_0, \Delta) - \Theta(x_0, t_1, \Delta)],$$

$$a_{\mu}^{\text{LD}} = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \int_0^{\infty} dx_0 C(x_0) \tilde{f}(x_0) \Theta(x_0, t_1, \Delta),$$

$$\Theta(t, t', \Delta) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \tanh\left(\frac{t - t'}{\Delta}\right),$$



Разбиение на вклады отдельных кварков, отдельный учет нарушения изоспина

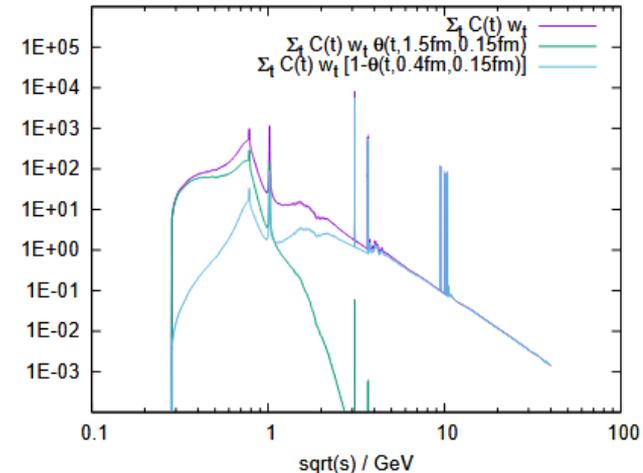
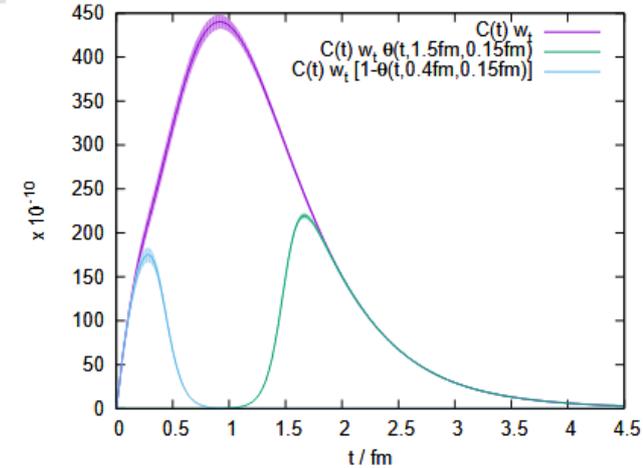
$$a_{\mu}^{\text{HVP, LO}}(\text{iso}) = a_{\mu}^{\text{HVP, LO}}(ud) + a_{\mu}^{\text{HVP, LO}}(s) + a_{\mu}^{\text{HVP, LO}}(c) + a_{\mu}^{\text{HVP, LO}}(b) + a_{\mu}^{\text{HVP, LO}}(\text{disc}).$$

КХД на решетке: связь с $e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}$

Связь с поляризационным оператором

$$a_\mu^{\text{HVP, LO}} = \left(\frac{\alpha m_\mu}{3\pi}\right)^2 \int_{s_{\text{thr}}}^{\infty} ds \frac{\hat{K}(s)}{s^2} R_{\text{had}}(s) = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \int_0^{\infty} dx_0 C(x_0) \tilde{f}(x_0),$$

$$\tilde{\Theta}(s) = \frac{3s^{5/2}}{m_\mu^2 \hat{K}(s)} \int_0^{\infty} dx_0 \Theta(x_0) e^{-x_0 \sqrt{s}} \int_0^{\infty} \frac{d\omega}{\omega} f(\omega^2) \left[\omega^2 x_0^2 - 4 \sin^2\left(\frac{\omega x_0}{2}\right) \right],$$



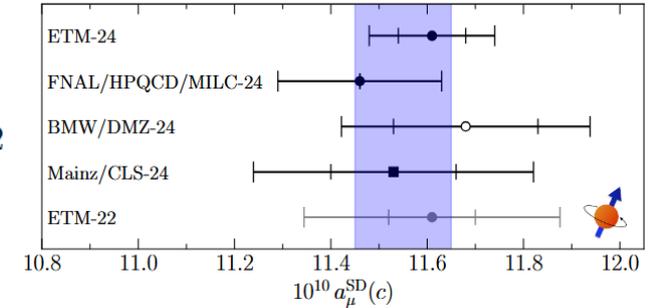
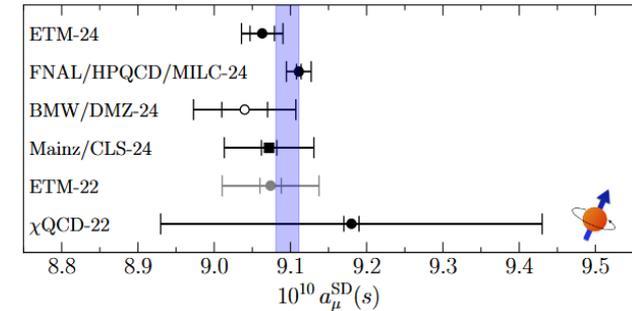
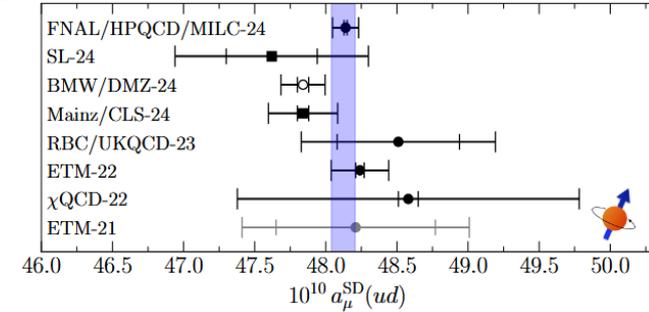
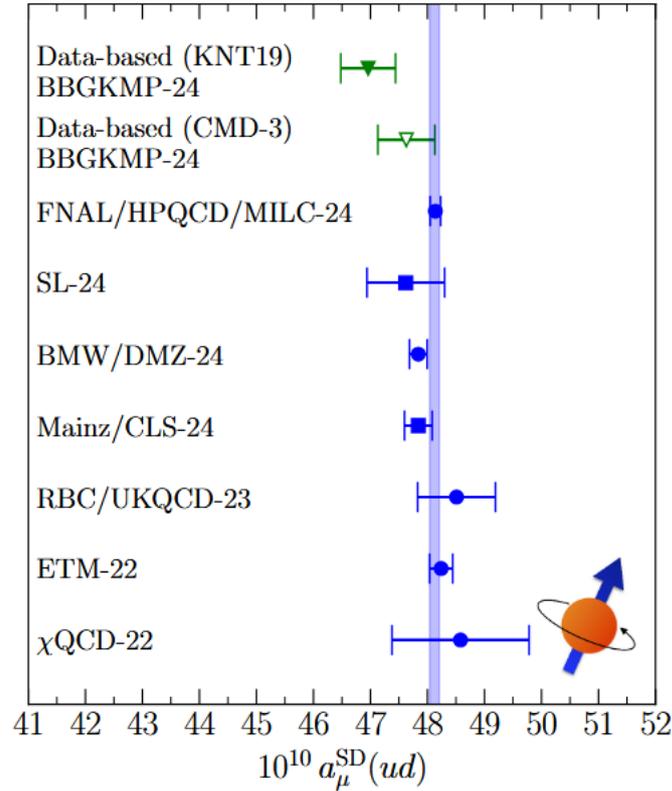
КХД на решетке: *shot distance*

$t < 0.4$ fm:

- Дает 10% от полного LO HVP
- Ошибка 0.4%
 - Главный вклад $a \rightarrow 0$
- Легкие кварки 70%
- Странные кварки 13%
- Очарованные кварки 17%

Хорошее согласие между
вычислениями разных групп

Наблюдается неплохое
согласие со значением,
полученным из $e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}$



КХД на решетке: *intermediate window*

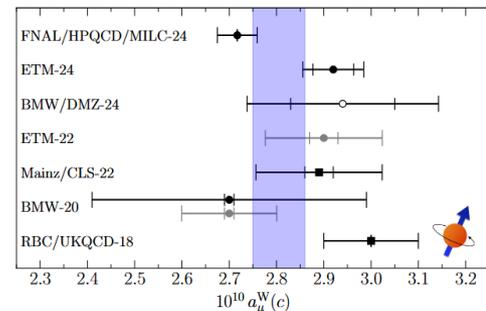
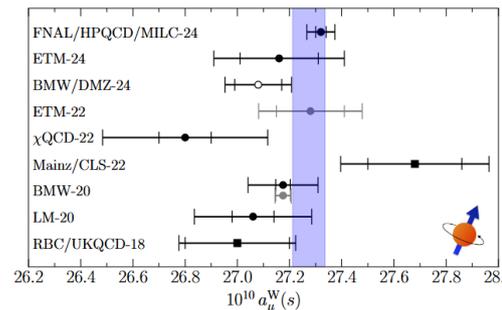
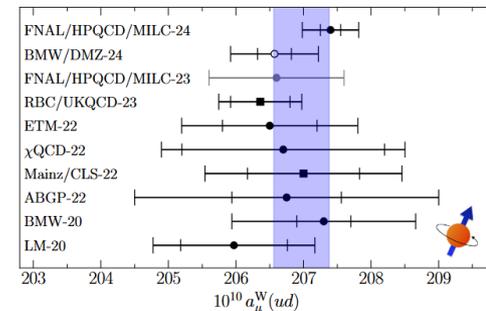
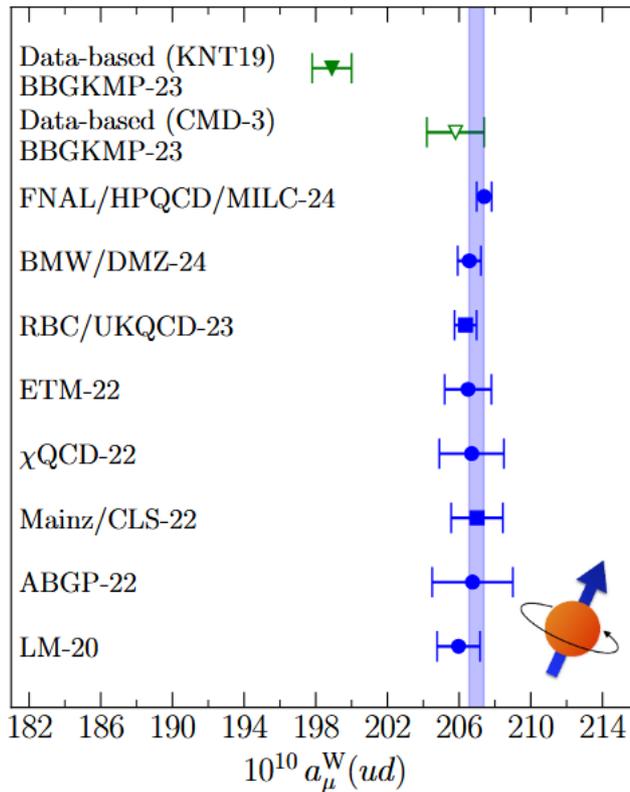
$t = 0.4-1.0$ fm:

- Дает 33% от полного LO HVP
- Ошибка 0.18%
 - Главный вклад: выбор масштаба
- Легкие кварки 87%
- Странные кварки 11.5%
- Очарованные кварки 1%

Хорошее согласие между вычислениями разных групп

Наблюдается значимое отличие со значением, полученным из $e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}$

Хорошее согласие если заменить 2π на КМД-3



КХД на решетке: long distance

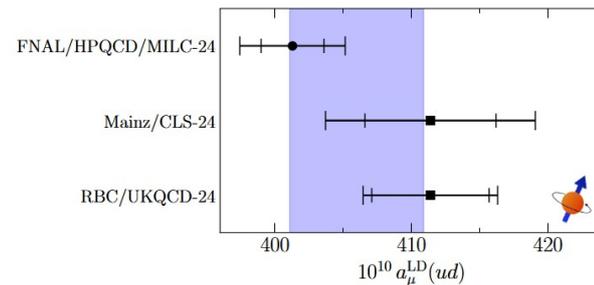
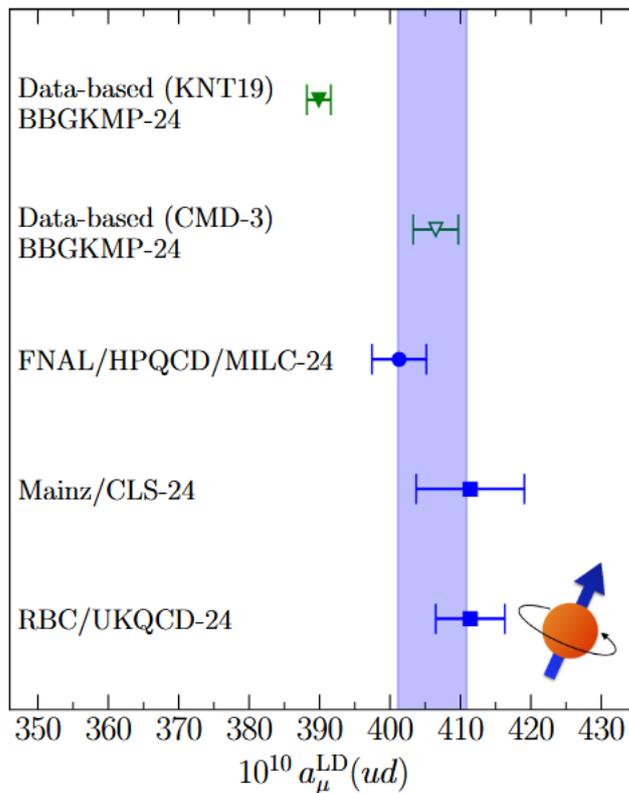
$t = 1.0$ -inf. fm:

- Дает 57% от полного LO HVP
- Ошибка 1.2%
 - Главный вклад: стат.ошибка МС вычислений
- Легкие кварки доминируют

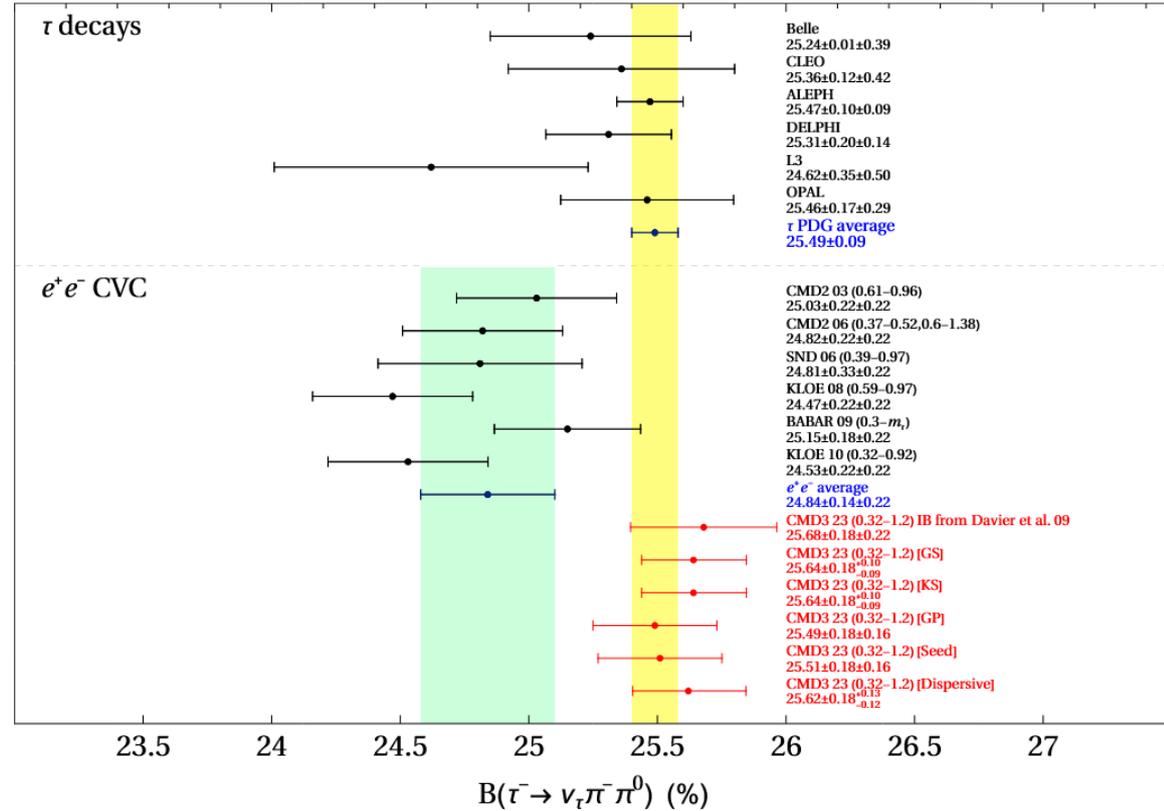
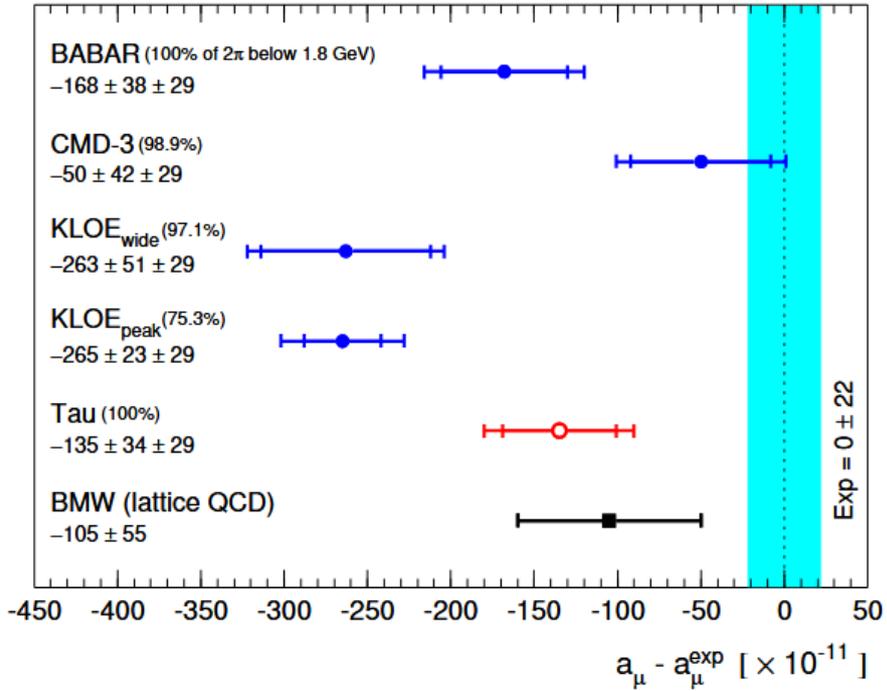
Вычислительно наиболее сложная часть. Нет вычислений для изоспин-нарушающих вкладов

Наблюдается значимое отличие со значением, полученным из $e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}$

Хорошее согласие если заменить 2π на КМД-3



Использование данных по распадам τ



Спасибо за внимание