

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУНИВЕРСИТЕТ

Препринт

*Дорогому Генуату
от благодарных
носивирских
Г. Заславский
С. С.*

Г.М.Заславский, С.С.Мусеев

ОБ АНОМАЛЬНОЙ ДИФФУЗИИ ПЛАЗМЫ
В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

НОВОСИБИРСК 1963г

ABSTRACTS

Nonuniform two-fluids hydrodynamic plasmas stability was investigated. The influence of viscosity, conductivity, heat conductivity, longitudinal current was taken into account. The coefficients of anomalous diffusion has derived.

§ 1. ВВЕДЕНИЕ

Известно, что диссипативные эффекты очень часто приводят к неустойчивости плазмы, удерживаемой магнитным полем (см. например [1, 2]). В [6] показано, что электрон-ионное трение вызывает неустойчивость в полностью ионизованной плазме с переменной плотностью в магнитном поле. При этом наиболее опасной оказывается область "промежуточных" частот ($\nu_{Ti} \ll \frac{\omega}{k} \ll \nu_{Te}$, ν_{Ti}, ν_{Te} — тепловые скорости ионов и электронов). Результаты работ [1, 2] не охватывают области различных диссипативных факторов двухжидкостного описания плазмы. В настоящей работе проводится исследование устойчивости плазмы с учетом более широкого круга диссипативных эффектов.

§ 2. Дисперсионные уравнения.

Мы будем пользоваться следующей системой уравнений двухжидкостной гидродинамики ^{x)} [3]:

$$Mn \left(\frac{\partial \vec{V}_i}{\partial t} + (\vec{V}_i \cdot \nabla) \vec{V}_i \right) = en \vec{E} + \frac{en}{c} [\vec{V}_i \vec{H}] - \nabla P_i - \nabla \pi_i - \vec{R} \quad (2.1)$$

$$en \vec{E} + \frac{en}{c} [\vec{V}_e \vec{H}] + \nabla P_e - \vec{R} = 0 \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \text{div}(n \vec{V}_i) = 0, \quad \frac{\partial n}{\partial t} + \text{div}(n \vec{V}_e) = 0 \quad (2.3)$$

x) Индексы i, e относятся соответственно к ионам и электронам.

$$\frac{3}{2} n \left(\frac{\partial T_i}{\partial t} + \vec{V}_i \vec{\nabla} T_i \right) + P_i \vec{\nabla} \vec{V}_i = - \operatorname{div} \vec{q}_i - \pi_{i\alpha\beta} \frac{\partial V_\alpha}{\partial x_\beta} \quad (2.4)$$

$$\frac{3}{2} n \left(\frac{\partial T_e}{\partial t} + \vec{V}_e \vec{\nabla} T_e \right) + P_e \vec{\nabla} \vec{V}_e = - \operatorname{div} \vec{q}_e + Q_e \quad (2.5)$$

Здесь

$$R = \frac{en}{\sigma} (\vec{j}_\parallel + 2\vec{j}_\perp) - 0,71 n \vec{\nabla}_\parallel T_e - \frac{3}{2} \frac{n}{\tau_e \Omega_e} [\vec{h} \vec{\nabla} T_e] \quad (2.6)$$

$$Q_e = \frac{1}{\sigma} (j_\parallel^2 + 4j_\perp^2) - \frac{1}{e} \vec{j} \cdot (0,71 \vec{\nabla}_\parallel T_e + \frac{3}{2} \frac{1}{\tau_e \Omega_e} [\vec{h} \vec{\nabla} T_e]) \quad (2.7)$$

$$q_e = -\chi \vec{\nabla}_\parallel T_e - \frac{5}{2} \frac{ncT_e}{eH} [\vec{h} \vec{\nabla} T_e] \quad (2.8)$$

$$q_i = \frac{5}{2} \frac{ncT_i}{eH} [\vec{h} \vec{\nabla} T_i] \quad (2.9)$$

где \vec{j} - ток; σ - проводимость вдоль внешнего магнитного поля $\vec{H} = \vec{h} H$; Ω - ларморовская частота;

τ_e - время столкновения электронов на ионах; $\chi = 3,16 \tau_e T_e / m$ - теплопроводность электронов вдоль поля;

M и m соответственно массы иона и электрона; индексы \parallel и \perp берутся относительно \vec{H} .

Кроме того, мы предполагаем квазинейтральность плазмы и потенциальность возмущений, что дает:

$$\operatorname{div} \vec{j} = 0 \quad (2.10)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = 0 \quad (2.11)$$

Мы будем рассматривать возмущения величины α в виде $\delta\alpha \sim \exp i(\vec{k}\vec{r} + \omega t)$, причем выполняется условие квазиклас-

сичности и вместо ik_x следует писать оператор $\frac{\partial}{\partial x}$ (ось x направлена вдоль возможной неоднородности).

Для упрощения системы (2.1)-(2.11) будем пренебрегать величинами V_{iz}, V_{ez} в (2.3) и величиной V_{iz} по сравнению с V_{ez} в (2.2), что справедливо при

$$\frac{k_y^2}{k_z^2} \gg \frac{\Omega_i}{\omega} \gg 1, \quad \sqrt{\frac{T_i}{M}} \ll \frac{\omega}{k_z} \ll \sqrt{\frac{T_e}{m}} \quad (2.12)$$

Перейдем теперь к решению системы в конкретных ситуациях при отсутствии внешнего электрического поля.

I. Рассмотрим случай, когда начальный ток в плазме отсутствует, $T_e' = 0^*$ и $T_e \gg T_i$. Линеаризация уравнения непрерывности для электронов дает:

$$\delta n (\omega + \frac{i}{\tau_e} k_y^2 z_e^2) = i \frac{cn'}{H} \left(1 + i \frac{\omega}{\tau_e \Omega_i \Omega_e} \right) \delta E_y - i \frac{n}{T_e} \frac{1}{\tau_e} k_y^2 z_e^2 \delta T_e \quad (2.13)$$

где мы воспользовались выражением

$$\delta \vec{j}_\perp = -\frac{c}{H} [\vec{\nabla} (n \delta T_e + T_e \delta n) \vec{h}] + i \frac{\omega}{\Omega_i} \frac{enc}{H} \delta \vec{E}_y$$

и Z - ларморовский радиус.

Учитывая (2.13) и выражая δT_e из (2.5):

$$i n \left(\frac{3}{2} \omega - i \chi k_z^2 \right) \delta T_e = i \omega T_e \delta n + \frac{en}{k_y} \omega_e \delta E_y + \\ + 2i \frac{\omega \omega_e}{\tau_e \Omega_i \Omega_e} \frac{en}{k_y} \delta E_y = \frac{n \omega k_y^2 z_e^2 / \tau_e}{\omega + i k_y^2 z_e^2 / \tau_e} + \\ + \frac{en}{k_y} \frac{\omega_e}{\omega + i k_y^2 z_e^2 / \tau_e} \left[i \frac{\omega^2}{\tau_e \Omega_i \Omega_e} + \frac{i}{\tau_e} k_y^2 z_e^2 \left(1 + 2i \frac{\omega}{\tau_e \Omega_i \Omega_e} \right) \right] \delta E_y$$

получаем из (2.2):

$$\frac{1}{\sigma} \delta j_z = \frac{k_z}{k_y} F_e \delta E_y \quad (2.14)$$

* "штрих" означает дифференцирование по x .

где

$$F_e = 1 - \omega_e \frac{1 + \omega / (\tau_e \Omega_i \Omega_e)}{\omega + i k_y^2 z_e^2 / \tau_e} + \quad (2.15)$$

$$+ i \frac{\omega_e}{\tau_e \Omega_i \Omega_e} \cdot \frac{1,71 \omega + 0,71 i k_y^2 z_e^2 / \tau_e}{\omega + i k_y^2 z_e^2 / \tau_e} \cdot \frac{\omega^2 + 2 i \omega k_y^2 z_e^2 / \tau_e + \Omega_i \Omega_e k_y^2 z_e^2}{\frac{3}{2} \omega^2 + \frac{5}{2} i \frac{\omega}{\tau_e} k_y^2 z_e^2 - i \chi k_y^2 (\omega + i \frac{k_y^2 z_e^2}{\tau_e})}$$

и обозначено:

$$\omega_e = k_y \frac{c T_e}{e H} \frac{n'}{n} \quad (2.16)$$

Для ионов имеем [3], если в π_i сохранить только "магнитную вязкость":

$$\operatorname{div}_y \delta(n v_{iy} - n v_{ey}) = -k_y (\omega + \omega_i) \frac{M n c^2}{e H^2} \delta E_y \quad (2.17)$$

$$\omega_i = k_y \frac{c T_i}{e H} \frac{n'}{n} \quad (2.18)$$

(при $T_i \ll T_e$ с величиной ω_i ; можно пренебречь). Подставляя (2.14) и (2.17) в (2.10) получаем:

$$\frac{d^2}{dx^2} \delta E_y - k_y^2 \left\{ 1 - i \frac{\omega_s}{\omega + \omega_i} F_e \right\} \delta E_y = 0 \quad (2.19)$$

где

$$\omega_s = \frac{k_y^2}{k_y^2} \tau_e \Omega_i \Omega_e \quad (2.20)$$

В случае существования локальных решений (последнее для исследуемых случаев рассмотрено в § 4) дисперсионное урав-

нение имеет вид [4]:

$$i \frac{\omega + \omega_i}{\omega_s} + F_e = 0 \quad (2.21)$$

2. Пусть теперь в плазме имеется начальный ток j_0 вдоль \vec{H} и $T_e = T_e(x)$. Считая $\sigma = \sigma(T_e)$, как и в [1], и пренебрегая перпендикулярной силой трения в (2.2), критерием чего является условие

$$\frac{\omega_e}{\omega_s} \ll \frac{k_y^2}{k_z^2} \quad (2.22)$$

получаем следующее уравнение для δE_y :

$$\frac{d^2}{dx^2} \delta E_y - k_y^2 \left\{ 1 - i \frac{\omega_s}{\omega + \omega_i} \left(1 - \frac{\omega_p}{\omega} - \frac{1,71 \omega_T - i \omega_0}{\omega - \frac{2}{3} i \chi k_z^2} \right) \right\} \delta E_y = 0, \quad (2.23)$$

где

$$\omega_T = k_y \frac{c T'}{e H}; \quad \omega_0 = \frac{k_y}{k_z} \frac{j_0}{\sigma^2} \frac{c \sigma'}{H} \quad (2.24)$$

При выводе (2.23) мы пренебрегаем также джоулевым теплом и квадратами токов.

3. Если ионы не считать холодными, то следует, вообще говоря, учесть также и ионную вязкость. Будем считать, что $T_i' = 0$. Воспользовавшись известным выражением для тензора вязкости [3]

$$\pi_{zz} = -\eta_0 w_{zz}$$

$$\pi_{xx} = \pi_{yy} = -\frac{1}{2} \eta_0 (w_{xx} + w_{yy}) - \frac{1}{2} \eta_1 (w_{xx} - w_{yy})$$

$$\pi_{xy} = \pi_{yx} = -\eta_1 W_{xy}; \quad \pi_{xz} = \pi_{zx} = \pi_{yz} = \pi_{zy} = -\eta_2 W_{yz}$$

$$w_{\alpha\beta} = \frac{\partial V_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{\partial V_\beta}{\partial x_\alpha} - \frac{2}{3} \delta_{\alpha\beta} \frac{\partial V_\gamma}{\partial x_\gamma}$$

$$\eta_0 = n T_i \tau_i; \quad \eta_1 = 0,3 \frac{n T_i}{\tau_i \Omega_i^2}; \quad \eta_2 = 4 \eta_1$$

и удерживая первые не исчезающие члены по степеням $1/\tau_i \Omega_i (\tau_i -$ время столкновения ионов) можно получить:

$$\begin{aligned} \operatorname{div}_y \delta(n V_{iy} - n V_{ey}) = \\ = -(\omega + \omega_i) \frac{k_y M n c^2}{e n^2} \delta E_y + 0,3 i \frac{k_y^2 n e T_i}{M^2 \Omega_i^4 \tau_i} \left(1 + \frac{\omega_i}{\omega}\right) \delta E_y \end{aligned} \quad (2.25)$$

Комбинируя (2.25), (2.14) и (2.10) имеем окончательно:

$$\begin{aligned} i \cdot 0,3 \frac{z_i^2}{\tau_i \omega} \frac{d^4}{dx^4} \delta E_y + \frac{d^2}{dx^2} \delta E_y - \\ - k_y^2 \left\{ 1 - 0,3 i \frac{k_y^2 z_i^2}{\tau_i \omega} - i \frac{\omega_s}{\omega + \omega_i} F_e \right\} \delta E_y = 0 \end{aligned} \quad (2.26)$$

Следует заметить в заключение этого параграфа, что вывод полученных уравнений, несмотря на сделанные упрощения, является уже очень громоздким и поэтому решение системы (2.1)-(2.11) в общем виде не представляется разумным. Найденные уравнения (2.19), (2.23) и (2.26) позволяют выяснить роль изучаемых здесь эффектов, рассматриваемых в отдельности.

§ 3. Исследование дисперсионных уравнений.

I. Рассмотрим сначала уравнение (2.21). Условия применимости дрейфового приближения приводят к тому, что

$$\omega \ll \tau_e \Omega_i \Omega_e \quad (3.1)$$

Пусть роль электронной теплопроводности мала и

$$\tau_e \omega \ll k_y^2 z_e^2 \quad (3.2)$$

(случай обратного неравенства рассмотрен в [6] при $\chi=0$) Это дает дисперсионное уравнение:

$$i \frac{\omega}{\omega_s} + 1 + \frac{1}{4} \frac{\omega_e}{\omega} = 0, \quad \omega^2 \ll \Omega_i \Omega_e k_y^2 z_e^2 \quad (3.3)$$

со следующими корнями:

$$\omega \cong -\frac{1}{4} \omega_e - \frac{i}{16} \omega_e^2 / \omega_s, \quad \omega_e \lesssim \omega_s \quad (3.4)$$

$$\omega = \pm \frac{1}{4} (1+i) \sqrt{\omega_e \omega_s}, \quad \omega_e \gg \omega_s \quad (3.5)$$

Неустойчивость имеет место независимо от знака n'/n . Влияние теплопроводности исследуем при

$$\omega \ll \chi k_z^2 \quad (3.6)$$

Если выполняется (3.2), то

$$\omega = i \omega_s \left(1 + i \frac{\tau_e \omega_e}{k_y^2 z_e^2} + i \frac{\omega_e}{\chi k_z^2} \right), \quad \frac{\omega^2}{k_y^2 z_e^2} \ll \Omega_i \Omega_e \quad (3.7)$$

В случае

$$\tau_e \omega \gg k_y^2 z_e^2 \quad (3.8)$$

имеем при $\omega_e \gg \omega_s$:

$$\omega^2 = -i\omega_e\omega_s / \left(1 + \frac{i\omega_e\omega_s}{\chi k_z^2 \tau_e \Omega_i \Omega_e}\right); \quad \frac{\omega^2}{k_y^2 z_e^2} \gg \Omega_i \Omega_e \quad (3.9)$$

$$\omega^2 = -i\omega_e\omega_s \left(1 + \frac{k_y^2 z_e^2}{\tau_e \chi k_z^2}\right), \quad \frac{\omega^2}{k_y^2 z_e^2} \ll \Omega_i \Omega_e \quad (3.10)$$

Как видно из написанного, теплопроводность меняет инкременты и частоты.

2. Перейдем к исследованию неустойчивостей, связанных с наличием начального продольного тока. Из (2.23) имеем дисперсионное уравнение:

$$i \frac{\omega}{\omega_s} + 1 - \frac{\omega_e}{\omega} - \frac{2\omega_T - i\omega_0}{\omega - \frac{2}{3}i\chi k_z^2} = 0, \quad (\omega \gg \omega_i) \quad (3.11)$$

которое дает в пренебрежении теплопроводности

$$\omega = \frac{1}{2}i\omega_s \left(1 \pm \sqrt{1 + 4\omega_0/\omega_s}\right), \quad \omega_e, \omega_T \ll \omega_0 \quad (3.12)$$

В частности

$$\omega = \pm i\sqrt{\omega_0\omega_s} \quad \omega_0 \gg \omega_s \quad (3.13)$$

Если $\omega_0 \ll \omega_s$, то

$$\omega = \omega_e + 2\omega_T - i\omega_0. \quad (3.14)$$

3. Учтем теперь влияние ионной вязкости. Ограничиваясь случаем (3.8) и $\chi = 0$, получаем согласно (2.26)

X) Заметим, что этот корень может быть получен из дисперсионного уравнения работы [1], если в последнем положить $\omega_0 \gg \omega_s$.

уравнение в лабораторной системе отсчета:

$$i \frac{a}{k_y^2 \omega^*} \frac{d^4}{dx^4} \delta E_y + \frac{d^2}{dx^2} \delta E_y - k_y^2 \left\{ 1 - i \frac{a}{\omega^*} - i \frac{\omega_s}{\omega^* + \omega_i} \left(1 - \frac{\omega_e}{\omega}\right) \right\} \delta E_y = 0 \quad (3.15)$$

где $a = 0,3 k_y^2 z_i^2 / \tau_i$, $\omega^* = \omega - \omega_i$

При условии квазиклассичности [4] дисперсионное уравнение имеет вид:

$$1 - i \frac{a}{\omega - \omega_i} - i \frac{\omega_s}{\omega} \left(1 - \frac{\omega_e}{\omega - \omega_i}\right) = 0 \quad (3.16)$$

Роль ионной вязкости легко выяснить, если учесть, что $a \ll \omega_i$. Пользуясь этим неравенством находим следующий корень:

$$\omega = \omega_i + i \left(a - \frac{\omega_e \omega_s}{\omega_i}\right), \quad \omega_s \ll \omega_i \quad (3.17)$$

Из (3.17) видно, что ионная вязкость стабилизирует неустойчивость.

4. Рассмотрим слабоионизованную плазму. Для этого в (2.2) положим $R=0$, а в (2.1) запишем силу трения ионов с нейтралами:

$$\vec{R}_{1i} = -Mn\vec{v}_i \nu_{oi}, \quad (3.18)$$

где ν_{oi} - частота столкновений ионов с нейтралами. В случае холодных ионов, отсутствия начального продольного тока и $T_e = \text{const}$ получаем следующее дисперсионное уравнение:

$$1 - \frac{\omega_e}{\omega} + \frac{i(\omega + \nu_{oi})}{\omega_s} = 0,$$

откуда

$$\omega = \frac{i}{2} (\omega_s + \nu_{oi}) \pm \frac{i}{2} \sqrt{(\omega_s + \nu_{oi})^2 + 4i\omega_e\omega_s} \quad (3.19)$$

и неустойчивость существует при $n' \neq 0$ также и при наличии нейтрального газа.

При $(\omega_s + \nu_{oi})^2 \gg \omega_e\omega_s$

$$\omega = \frac{\omega_e}{1 + \nu_{oi}/\omega_s} - i \frac{\omega_e^2}{\omega_s (1 + \nu_{oi}/\omega_s)^3} \quad (3.20)$$

4. Исследование локальности.

Влияние "shear" a.

Как уже отмечалось, полученные в § 3 решения справедливы, если выражения в фигурных скобках ($\equiv u$) уравнений (2.19), (2.23), (2.26) допускают в принципе локальные решения [4].

Случай, аналогичные (3.4), (3.5), рассматривались в [6] и мы на них подробно останавливаться не будем.

Если плотность меняется медленно, а температура постоянна, то нетрудно с хорошей степенью точности найти собственные значения и собственные функции уравнения (3.3). Считаем ω_s постоянной, а ω_e разложим вблизи максимума n' :

$$\omega_e = \omega_{e0} - \beta x^2$$

где β - параметр разложения.

После этого (2.21) для случая (3.3) приводится к виду:

$$\frac{d^2}{dx^2} \delta E_y - k_y^2 \left\{ 1 - i \frac{\omega_s}{\omega} \left(1 + \frac{1}{4} \frac{\omega_{e0}}{\omega} \right) - i \frac{\omega_s}{\omega^2} \beta x^2 \right\} \delta E_y = 0$$

Полученное уравнение аналогично уравнению Шредингера для линейного гармонического осциллятора и имеет следующее решение:

$$\delta E_y(x) \sim e^{-\gamma^2 x^2} H_n(\gamma x)$$

$$F = \gamma^2 (2n + 1)$$

где $H_n(\gamma x)$ - полиномы Эрмита, а

$$F = -k_y^2 \left[1 - i \frac{\omega_s}{\omega} \left(1 + \frac{1}{4} \frac{\omega_{e0}}{\omega} \right) \right]$$

$$\gamma^2 = \frac{k_y \sqrt{\beta \omega_s}}{\omega'^2 + \omega''^2} \cdot \omega \frac{1+i}{\sqrt{2}}; \quad \omega' \equiv \text{Re } \omega, \quad \omega'' \equiv \text{Im } \omega$$

Условие квазиклассичности означает малость β , а следовательно, и γ . Тогда собственные значения определяются просто из уравнения

$$F = 0$$

что совпадает с (3.3) при $\omega^2 \ll \Omega_i \Omega_e k_y^2 \tau_e^2$.

Для (3.11) имеем при $\omega_{i,e} \ll \omega$, $\omega_s, \omega_T \ll \omega_0$:

$$u = 1 - i \frac{\omega_s}{\omega} \left(1 + i \frac{\omega_0}{\omega - \frac{2}{3} i \chi k_z^2} \right) \quad (4.1)$$

Т.к. корни u чисто мнимые:

$$\omega = \frac{1}{2} i \left(\omega_s + \frac{2}{3} \chi k_z^2 \right) \left[1 \pm \sqrt{1 + 4 \frac{\omega_s (\omega_0 - \frac{2}{3} \chi k_z^2)}{(\omega_s + \frac{2}{3} \chi k_z^2)^2}} \right] \quad (4.2)$$

то

$$\text{Im } u = 0$$

$$\text{Re } u = 1 - \frac{\omega_s}{\omega''} \left(1 + \frac{\omega_0}{\omega'' - \frac{2}{3} \chi k_z^2} \right) \quad (4.3)$$

Исследуем поведение кривой $\text{Re } u(x)$ при $\chi = 0$.
Учитывая (2.20) и (2.24), а также то, что $\tau \sim T^{3/2}/n$,
приходим к зависимости, изображенной на рис. 1, при задан-
ном начальном распределении n и T . Отсюда видно,
что $\text{Re } u(x)$ ведет себя как "потенциальная яма" и ло-
кальные решения существуют.

Аналогично показывается существование локальных ре-
шений во всех остальных случаях, рассмотренных в § 3.

В заключение этого параграфа обсудим кратко, к каким
результатам приводит эффект непараллельности магнитных
силовых линий ("shear") [4]. Рассмотрим сначала
случай, когда существует в плазме начальный ток (§ 3, п.2).
Последний приводит к тому, что силовые линии H наклоне-
ны к оси z (ток j_0 - течет вдоль z) под углом $\theta(x)$,
который выражается из уравнения $\text{rot } \vec{H} = 4\pi \vec{j}_0 / c$
следующим образом:

$$\frac{d\theta}{dx} = - \frac{4\pi en}{cH} V_{ez}(x) \quad (4.4)$$

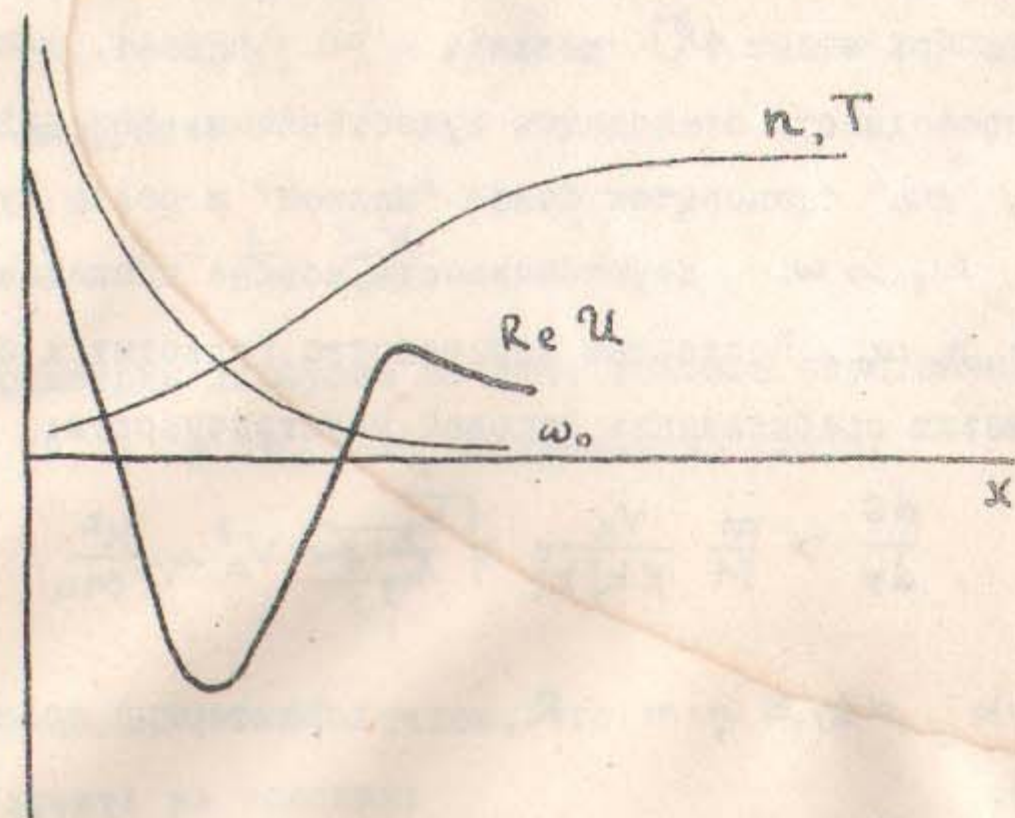


Рис. 1

Эффект непараллельности в (4.1) - (4.3) можно учесть, если заменить k_z на

$$k_{||} = k_z + k_y \int \frac{d\theta}{dx} dx, \quad (4.5)$$

где $k_{||}$ - составляющая вдоль H . Искривление силовых линий, связанное с начальным током, таково, что $k_{||}$ растет. При этом ω_s растет, ω_o падает, а эффект теплопроводности становится существенным. Как видно из (4.3), "яма" становится более "мелкой" и более "узкой", а при $\omega_s \gg \omega_o$ неустойчивость вообще пропадает, если $\chi k_z^2 \gg \omega_o$. Последнее неравенство приводит к следующему условию стабилизации токовой неустойчивости:

$$\frac{d\theta}{dx} > \frac{m}{M} \frac{v_A}{\chi k_y^2 z_e^2} \sqrt{\frac{k_R}{k_y}}; \quad v_A^2 \sim \frac{H^2}{Mn} \quad (4.6)$$

где $k_R \sim 1/R$, R - характерный поперечный размер;

$$\int \frac{d\theta}{dx} dx \sim \frac{d\theta}{dx} \Delta x; \quad (\Delta x)^{-1} \sim k_x \sim \frac{\omega_s}{\omega_o} k_y$$

§ 5. Коэффициенты диффузии.

Развитие неустойчивости в неоднородной плазме приводит к турбулентной диффузии частиц из системы с коэффициентом

$$D \sim \lambda_1^2 / \tau$$

где λ_1 - характерный масштаб турбулентности, а τ - время исчезновения корреляции. Разумно положить $\lambda_1 \sim \lambda_x$, $\tau \sim \nu^{-1}$ (ν - инкремент неустойчивости), т.е.

$$D \sim \frac{\nu}{k_x^2} \quad (5.1)$$

Неустойчивости (3.4), (3.5), полученные в предположении $\tau\omega \ll k_y^2 z_e^2$, полностью аналогичны неустойчивостям при $\tau\omega \gg k_y^2 z_e^2$ и приводят [6] к боровскому коэффициенту диффузии:

$$D \sim \frac{1}{2\pi} \frac{cT_e}{eH} \quad (5.2)$$

Рассмотрим диффузию за счет токовой неустойчивости. Учитывая (3.13) и $k_x \sim k_y$ получаем из (5.1):

$$D \sim \frac{\sqrt{\omega_o \omega_s}}{k_y^2} \quad (5.3)$$

Для определения $\max D$ учтем, что $\min k_y \sim k_R$, а $\max \frac{k_z}{k_y}$ можно получить из условия:

$$\omega_s \lesssim \omega_o \quad (5.4)$$

Это дает:

$$D \sim \left(\frac{m}{M} \frac{R^4 v_{eT}^2}{\tau_e} \right)^{1/3} \quad (5.5)$$

С увеличением H при фиксированном R может оказаться, что $\max k_z$ достигнет значения $\sim 1/L$ (L - продольные

размеры плазмы) и дальше уменьшаться не сможет. Увеличение ω_s приведет к изменению знака неравенства (5.4). Если $\omega_s \gg \omega_0$, то из (2.23) получаем: $k_x^2 \sim k_y^2 \omega_s / \omega_0$, а $\text{Im} \omega \sim \omega_0$ ($\chi=0$). Учитывая, что в этом случае $\min k_z \sim 1/L$, видим, что $D \sim k_y^2$ и растет с ростом k_y . Итак, при $\omega_s > \omega_0$ $D(k_y)$ растет, а при $\omega_s < \omega_0$ $D(k_y)$ падает. Максимальное значение D достигается при $\omega_0 \sim \omega_s$. При $k_y \sim k_R$, $k_z \sim 1/L$ из (5.4) находим критическое поле

$$H^* \sim \frac{L}{R} \frac{c}{e} \sqrt[3]{\frac{k_R V_{e2} m^2 M}{\tau_e^2}} \quad (5.6)$$

Коэффициент диффузии для $H > H^*$ получаем аналогично (5.5):

$$D \sim \left(\frac{m}{M} \frac{R^4 V_{e2}^2}{\tau_e} \right) \left(\frac{H^*}{H} \right)^2 \quad (5.7)$$

Обратим внимание на то, что критическое поле, при котором боровская диффузия заменяется на $D \sim 1/H^2$, имеет вид [6]:

$$H^* \sim \frac{c}{e} \frac{L}{R} \sqrt[3]{\frac{m M T_e}{L R \tau_e}} \quad (5.8)$$

Как видно из (5.6) и (5.8) с уменьшением T_e критическое поле для токовой диффузии растет быстрее, чем критическое поле для боровской диффузии. Последнее, повидимому, объясняет аномальную диффузию в экспериментах Мотли [5] при пропускании тока в холодной плазме ($T_e \sim 0,1 \text{ eV}$).

Перейдем теперь к вычислению коэффициента диффузии в случае (3.17), когда ионная вязкость влияет на инкремент. Считая $T_i \sim T_e$ имеем: $\omega_i \sim \omega_e$

$$\omega \sim i(a - \omega_s), \quad \omega_s \ll \omega_i \quad (5.9)$$

Пусть $\omega_s \gg a$. Тогда

$$D \sim \frac{\omega_s}{k_y^2} \quad (5.10)$$

Учитывая, что $\min k_y \sim 1/R$ и что $\max D$ получается также при $\omega_s \lesssim \omega_i$, имеем вместо (5.10) снова коэффициент диффузии боровского типа (5.2).

В заключение благодарим Р.З.Сагдеева за постоянное внимание к работе и И.О.Форескина за стимулирующие дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. Б. Кадомцев, ЖТФ, 31, 1209 (1961).
2. H. P. Fuzth, J. Killen, M. N. Rosenbluth,
препринт, 1962 г.
3. С. И. Брагинский, ЖЭТФ, 33, 645 (1957)
4. А. А. Галеев. Препринт НГУ, Новосибирск, 1962.
5. R. W. Motley. Nuclear fusion. Supplement,
part 1, 199 (1962).

Технический редактор Л. А. Панина.

Подписано к печати 14/1-63 г. МНО2615.
Формат бум. 60 x 92 ¹/₁₆. Печ. л. 1,38. Уч.-изд. л. 0,67.
Тираж 310 экз. Заказ № 17.

Институт геологии и геофизики СО АН СССР
Новосибирск. Академгородок. Ротапринт.