

препринт 63

Н.С.Бучельникова, Р.А.Салимов, Ю.И.Эйдельман

**Измерение коэффициента диффузии  
поперёк магнитного поля**

НОВОСИБИРСК 1966

По определению коэффициент диффузии плазмы поперёк магнитного поля  $D$  равен

$$D = j_{\perp} / dn/dz \quad (1)$$

где  $j_{\perp}$  - плотность потока плазмы поперёк поля,  $dn/dz$  - градиент плотности на том же радиусе, где измеряется поток. Таким образом, зная  $j_{\perp}$  и  $dn/dz$ , можно определить  $D$ .

Измерение коэффициента диффузии по потоку плазмы поперёк поля было описано в работах /1,2/. Эксперименты проводились на установках, в которых плазма имеет вид цилиндрического столба и образуется при поверхностной ионизации атомов калия на нагретой вольфрамовой пластине, диаметр которой определяет диаметр столба. В настоящей работе более подробно рассмотрен метод измерения потока, проанализированы результаты /1,2/, описан метод определения  $D$  по продольному градиенту плотности.

В работе /1/ был использован кольцевой измеритель (рис.1), представляющий собой кольцевые пластины, расположенные вокруг плазменного столба на его границе. Между пластинами приложен потенциал достаточный для полного разделения электронов и ионов плазмы, попадающей в измеритель (область I) за счёт диффузии. Относительно плазмы измеритель имеет плавающий потенциал. Поток плазмы может быть найден по току измерителя  $j_{\perp} = I/S$ , где  $S = 2\pi R d'$ ,  $R$  - радиус плазменного столба. Градиент плотности определяется по радиальному распределению плотности в области II.

В /1/ предполагалось, что ионы и электроны плазмы замагничены и в отсутствие диффузии поперёк поля не могут попадать на измеритель, т.е. ток измерителя определяется только диффузионным потоком. В действительности, следует учесть, что вследствие конечности ларморовского радиуса ионов  $\rho_i$  (при  $H = 1000$  эрст для ионов  $K^+$   $\rho_i \sim 3$  мм) они могут попадать на пластины измерителя. Назовём этот поток ларморовским. Ларморовские радиусы электронов малы (при  $H = 1000$  эрст  $\rho_e \sim 10^{-2}$  мм), так, что в отсутствие диффузии электроны привязаны к силовым линиям магнитного поля и не могут попадать на измеритель. Поток частиц одного знака, естественно не даёт вклада в ток измерителя, а приводит только к изменению его плавающего потенциала. Если же электроны вслед-



ствие кривизны силовых линий или нарушения юстировки измерителя будут попадать на пластины, возникнет ток, т.е. измеритель будет регистрировать помимо диффузии некоторый паразитный ток. Рассмотрим этот эффект более подробно.

Для удобства анализа вольтамперных характеристик измерителя обозначим индексами 1(2) ток насыщения на пару внутренних(внешних) колец, когда на них подан потенциал относительно земли, а индексами  $e(i)$  - электронный (ионный) токи. Ток насыщения взаимной вольтамперной характеристики колец, т.е. ток насыщения измерителя, обозначим индексами 1-2 (или 2-1). Тогда  $\bar{I}_{1-2}^e$  означает ток насыщения измерителя, когда к внутренним кольцам относительно внешних приложен положительный потенциал (внутренние кольца собирают электроны). Ясно, что

$$\bar{I}_{1-2}^{e(i)} = \bar{I}_{2-1}^{i(e)}$$

Для удобства анализа влияния паразитных эффектов рассмотрим случай, когда диффузия поперёк магнитного поля пренебрежимо мала, т.е. вкладом  $j_{\perp}$  в ток измерителя можно пренебречь.

В зависимости от соотношения "ларморовского потока" ионов и потока "продольных" электронов вольтамперные характеристики колец относительно земли будут иметь различный вид. Однако, при любом соотношении этих потоков должны выполняться следующие соотношения

$$\bar{I}_{1-2}^e = \min \{ \bar{I}_1^e, \bar{I}_2^i \} \quad (2)$$

$$\bar{I}_{1-2}^i = \min \{ \bar{I}_1^i, \bar{I}_2^e \}$$

вытекающие из того, что взаимный ток между кольцами определяется минимальным потоком, приходящим на одно из колец при данной полярности напряжения между кольцами. При наличии поперечного потока плазмы вместо (2) должно быть

$$\bar{I}_{1-2}^e = \min \{ \bar{I}_1^e, \bar{I}_2^i \} + \bar{I}_1^e \quad (3)$$

$$\bar{I}_{1-2}^i = \min \{ \bar{I}_1^i, \bar{I}_2^e \} + \bar{I}_1^i$$

где  $\bar{I}_1^e = \bar{I}_1^i = 2Sj_{\perp}$

Таким образом, измеритель можно использовать для определения коэффициента диффузии только в случае, когда паразитный ток мал по сравнению с  $\bar{I}_1$ . Оказалось, что для кольцевого измерителя без экрана /I/ это условие не выполняется. Действительно, в /I/ работа измерителя считалась правильной, если взаимная вольтамперная характеристика колец была симметрична, т.е. выполнялось равенство

$$\bar{I}_{1-2}^e = \bar{I}_{1-2}^i \quad (4)$$

Покажем, что это соотношение может быть выполнено при наличии паразитных потоков.

Предположим, что  $\bar{I}_1^i \sim \bar{I}_2^e$ , поскольку площади пластин одинаковы, и  $\bar{I}_2^i, \bar{I}_1^e < \bar{I}_2^e$ , поскольку внешняя пластина не экранирована. Можно рассматривать два случая а)  $\bar{I}_1^e < \bar{I}_1^i$  и б)  $\bar{I}_1^e > \bar{I}_1^i$

а)  $\bar{I}_1^e < \bar{I}_1^i \approx \bar{I}_2^e$  тогда на основании (2) имеем

$$\begin{aligned} \bar{I}_{1-2}^e &= \bar{I}_1^e \\ \bar{I}_{1-2}^i &= \bar{I}_1^i \end{aligned} \quad (5)$$

Поэтому симметризация вольтамперной характеристики (соотношение (4)) может быть достигнута только увеличением  $\bar{I}_1^e$  до величины  $\bar{I}_1^i$  за счёт нарушения юстировки измерителя. Таким образом регистрируемый им ток в этом случае определяется "ларморовским потоком" ионов.

б)  $\bar{I}_1^e > \bar{I}_1^i \approx \bar{I}_2^e$ , тогда

$$\begin{aligned} \bar{I}_{1-2}^e &= \bar{I}_2^e \\ \bar{I}_{1-2}^i &= \bar{I}_1^i \end{aligned} \quad (6)$$

т.е.  $\bar{I}_{1-2}^e = \bar{I}_{1-2}^i$



и в этом случае регистрируемый измерителем ток определяется "ларморовским потоком" ионов.

Приведённые на рис. 2-4 экспериментальные вольтамперные характеристики колец соответствуют случаю б), т.к.  $\bar{I}_{1,2}^e \sim \bar{I}_2^e$ , а  $\bar{I}_{1,2}^i \sim \bar{I}_1^i$ . Таким образом, в работе /1/ наряду с  $j_z$ , характеризующим поперечную диффузию плазмы, измеритель регистрировал "ларморовский поток" ионов.

Действительно, оказалось, что коэффициент диффузии, определенный кольцевым измерителем, не зависит от амплитуды колебаний, причём по абсолютной величине  $D$  близок к оценке, сделанной в предположении, что "ларморовский поток" значительно превосходит диффузионный. Предполагая, что "ларморовский поток"  $\sim n v_i / 4$  ( $v_i$  - тепловая скорость ионов), имеем

$$D = \frac{I}{dn/dz} \sim \frac{v_i}{4R} \sim 2,5 \cdot 10^4 \frac{\text{см}^2}{\text{сек}} \quad (7)$$

Здесь принято  $dn/dz \sim n/R$ .

Экспериментальное значение  $D$  лежит близко к этому -  $D \sim (2-4) \cdot 10^4 \frac{\text{см}^2}{\text{сек}}$ .

Таким образом, можно сделать вывод, что в работе /1/ измерялся "ларморовский поток", а не диффузия, связанная с неустойчивостью. Действительно, измерения  $D$  на этой же установке, выполненные измерителем типа "коробочка" (см. ниже) дают, что  $D$  зависит от амплитуды колебаний, причём максимальное значение  $D$  составляет  $\sim 10^3 \frac{\text{см}^2}{\text{сек}}$  /3/.

Измеритель потока "коробочка" описан в работе /2/. Принцип работы его тот же что и для кольцевого измерителя, а конструктивно он выполнен в виде заключённой в экран коробочки с центральной пластиной (рис. 5). Край пластины и коробочки устанавливаются на одном уровне с точностью  $\sim 0,1$  мм, край экрана выступает на 0,2-0,4 мм относительно края коробочки, так, что "продольные" электроны не должны попадать на измеритель даже при наличии некоторого перекоса. Ларморовские ионы, естественно, попадают на него.

Проанализируем работу такого измерителя (обозначения те же, что и для колец, но индекс I(2) относится сейчас к центральной (наружной -

коробочке) пластинам измерителя).

Ясно, что соотношения (8) остаются в силе. Однако, при правильной юстировке измерителя вследствие малости потока "продольных" электронов теперь должны выполняться соотношения

$$\bar{I}_1^e \approx \bar{I}_2^e \ll \bar{I}_1^i \approx \bar{I}_2^i \quad (8)$$

(из-за разной площади пластин более точно  $\bar{I}_1^e \approx \bar{I}_2^e, \bar{I}_1^i \approx \bar{I}_2^i$ )

Таким образом

$$\bar{I}_{1,2}^e = \bar{I}_1^e + \bar{I}_2^e \quad (9)$$

$$\bar{I}_{1,2}^i = \bar{I}_1^i + \bar{I}_2^i$$

т.е. предел чувствительности измерителя определяется величиной паразитного потока электронов.

Критерием правильности работы измерителя следует, по-видимому, считать выполнение соотношений (8) при малости поперечной диффузии плазмы. Практически проверка правильности работы измерителя заключается в снятии его вольтамперных характеристик в отсутствие неустойчивости и сравнении  $\bar{I}_1^e, \bar{I}_2^e$  с  $\bar{I}_1^i, \bar{I}_2^i$ .

На рис. 6-8 приведены экспериментальные вольтамперные характеристики измерителя в отсутствие неустойчивости в плазме. Видно, что соотношения (8), действительно, выполняются. При этом поток "продольных" электронов на порядок ( $\sim$  в 20 раз) меньше "ларморовского потока" ионов, т.е.  $\bar{I}_{1,2}^e \ll \bar{I}_{1,2}^i$ , а  $\bar{I}_2^e \sim 2 \bar{I}_1^e$  и  $\bar{I}_2^i \sim 2 \bar{I}_1^i$ .

Если формально оценить коэффициент диффузии для  $j_z = \bar{I}_{1,2}^e$ , получаем величину  $D \sim 20-30 \frac{\text{см}^2}{\text{сек}}$  (при  $n = 5 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}$ ,  $H = 1000$  эрст), которая и даёт предел чувствительности измерителя. При особо тщательной сборке измерителя удаётся получить величину  $\sim 5-10 \frac{\text{см}^2}{\text{сек}}$ . Таким образом, можно утверждать, что измеритель "коробочка" позволяет надёжно измерять коэффициенты диффузии, превосходящие указанную величину.

При исследовании неустойчивостей /2-4/ было найдено, что коэффициент диффузии зависит от амплитуды колебаний. При этом в отсутствие неустойчивости и при малых амплитудах  $D$  совпадает с величиной, определенной



по паразитному потоку  $\bar{I}_{1,2}^e$ . С ростом амплитуды  $\mathcal{D}$  растёт, достигая величины  $\sim 10^3 \frac{\text{см}^2}{\text{сек}}$  при  $\bar{n}/n \sim 1$ .

Уход плазмы поперёк магнитного поля можно оценить по распределению плотности  $n(z)$  вдоль поля и продольной скорости  $v_{||}$  дрейфа плазмы<sup>х)</sup>. Сделать это можно следующим образом.

Пусть плазма дрейфует в направлении оси  $z$  вдоль магнитного поля со скоростью  $v_{||}(z)$ . Тогда из уравнения непрерывности можно записать для некоторого объёма  $V$  плазмы, в котором отсутствуют рекомбинация и источники плазмы:

$$\int_V \text{div}(n\vec{v}) dV = \int_S (nv)_{||} dS \equiv \int_S j_n dS = 0 \quad (10)$$

где  $(nv)_{||} \equiv j_n$  - нормальная составляющая вектора плотности потока к  $dS$  - элементу поверхности интегрирования. Для объёма  $V$ , показанного на рис. 9, получаем

$$\int_{S_1} j_n^{(1)} dS_1 + \int_{S_2} j_n^{(2)} dS_2 + \int_{S_3} j_n dS_3 = 0 \quad \text{или} \quad (11)$$

$$\int_0^{R_2} \int_0^{2\pi} n(r, \varphi, z_1) v_{||}(r, \varphi, z_1) r dr d\varphi - \int_0^{R_2} \int_0^{2\pi} n(r, \varphi, z_2) v_{||}(r, \varphi, z_2) r dr d\varphi -$$

$$- \int_{z_1}^{z_2} \int_0^{2\pi} n(R, \varphi, z) v_{\perp}(R, \varphi, z) R dz d\varphi = 0$$

Сделаем следующие упрощающие предположения

$$v_{||}(r, \varphi, z) = \text{const} \equiv v_{||} = v_i \quad (12)$$

$$dn/d\varphi = 0 \quad (13)$$

$$\frac{n(r, z_1)}{n(0, z_1)} = \frac{n(r, z_2)}{n(0, z_2)} \quad (14)$$

х) Этот метод был использован также В.Ивановым, Э.Рахимбабаевым и В.Русановым.

Последнее означает, что нормированное к максимальному значению плотности радиальное распределение  $n(z)$  не зависит от  $z$ . Отметим, что условие (12) подтверждено экспериментально [5,6].

На основании этих условий можно записать сумму первых двух интегралов (11) в виде

$$v_{||} [n(z_1) S_{||}^{\text{эфф}} - n(z_2) S_{||}^{\text{эфф}}] \quad (15)$$

где  $n(z_1), n(z_2)$  - плотность плазмы на оси в точках  $z_1, z_2$ , а  $S_{||}^{\text{эфф}}$  - эффективное сечение, определяемое с учётом радиального распределения плазмы, так что  $n(z) \pi R^2 = n(0) S_{||}^{\text{эфф}}$ . На основании (14)  $S_{||}^{\text{эфф}} = S_{||}^{\text{эфф}} \equiv S_{||}$ , где  $S_{||} = \alpha \pi R^2$ ,  $\alpha$  - коэффициент, учитывающий  $n(z)$ . В наших экспериментах обычно  $\alpha \sim 0,5$ .

Считая  $z_1 - z_2 = \Delta z$  малым, для третьего интеграла (11) имеем  $j_{\perp \text{эф}} S_{\perp}$  (16) где  $j_{\perp \text{эф}}$  - средняя плотность потока поперёк магнитного поля,  $S_{\perp} = 2\pi R \Delta z$ .

Таким образом

$$v_{||} S_{||} [n(z_1) - n(z_2)] = j_{\perp \text{эф}} S_{\perp} \quad (17)$$

Учитывая определение (1)  $\mathcal{D} = j_{\perp} / \frac{dn}{dz}$ , получаем

$$\mathcal{D} \frac{dn}{dz} S_{\perp} = [n(z_1) - n(z_2)] v_{||} S_{||} \quad (18)$$

$$\text{Откуда } \mathcal{D} = \frac{S_{||}}{S_{\perp}} v_{||} \frac{n(z_1) - n(z_2)}{dn/dz} = \frac{\alpha R}{2} v_i \frac{dn/dz}{dn/dz} \quad (19)$$

т.к.  $n(z_1) - n(z_2) \approx dn/dz \Delta z$ .

Следует отметить, что метод может давать значительные ошибки при наличии рекомбинации, например, поверхностной рекомбинации на зондах и других измерительных элементах.

Измерение коэффициента диффузии этим методом даёт результаты, близкие к измерению "коробочкой", но несколько завышенные. Так при дрейфовой неустойчивости при  $\bar{n}/n \sim 1$  по "коробочке" найдено  $\mathcal{D} \sim 10^3 \frac{\text{см}^2}{\text{сек}}$ ,



по продольному градиенту  $3 \cdot 10^3 \frac{\text{см}^2}{\text{сек}}$ . При токовой неустойчивости /5/ соответственно  $(1,5 \pm 0,3) \cdot 10^3 \frac{\text{см}^2}{\text{сек}}$  и  $(4 \pm 0,8) \cdot 10^3 \frac{\text{см}^2}{\text{сек}}$ , а в отсутствие ряда измерительных элементов  $(3 \pm 1) \cdot 10^3 \frac{\text{см}^2}{\text{сек}}$ .

Следует отметить, что в установках, в которых диаметр плазменного столба сравним с диаметром камеры и ларморовским радиусом ионов (например, /1/), измерение коэффициента диффузии по продольному градиенту плотности невозможно, поскольку уход плазмы поперёк магнитного поля определяется, в основном, "ларморовским потоком" ионов (при этом "лишние" электроны уходят на ионизатор или стенки камеры вдоль поля). Действительно, результаты измерения кольцевым измерителем, дающие, как было показано выше, "ларморовский поток", согласуются с расчётом по продольному градиенту плотности. Отметим также, что уход плазмы за счёт "ларморовского потока" ионов может играть существенную роль в системах, в которых плазменный столб ограничивается диафрагмами.

Подписи к рисункам.

- Рис. 1. Измеритель поперечного потока ("кольца").  
I-область разделения зарядов; II- область измерения градиента плотности  $dn/dr$ .  $d' = 0,3 \text{ см}$ ;  $d'' = 0,7 \text{ см}$ .
- Рис. 2. Вольтамперная характеристика внутренних колец.  
 $H = 800 \text{ э}$ ;  $n = 3 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}$ .
- Рис. 3. Вольтамперная характеристика внешних колец.  
 $H = 800 \text{ э}$ ;  $n = 3 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}$ .
- Рис. 4. Вольтамперная характеристика измерителя ("кольца").  
 $H = 800 \text{ э}$ ;  $n = 3 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}$ .
- Рис. 5. Измеритель поперечного потока ("коробочка").  
 $l = 28 \text{ мм}$ ;  $d = 1,5 (3) \text{ мм}$ ;  $H = 40 \text{ мм}$ .
- Рис. 6. Вольтамперная характеристика центральной пластины  
 $H = 1000 \text{ э}$ ;  $n = 6 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}$ .
- Рис. 7. Вольтамперная характеристика наружной пластины  
 $H = 1000 \text{ э}$ ;  $n = 6 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}$ .
- Рис. 8. Вольтамперная характеристика измерителя ("коробочка")  
 $H = 1000 \text{ э}$ ;  $n = 6 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}$ .
- Рис. 9. Схема к расчёту коэффициента поперечной диффузии по продольному распределению плотности  $n(x)$ .

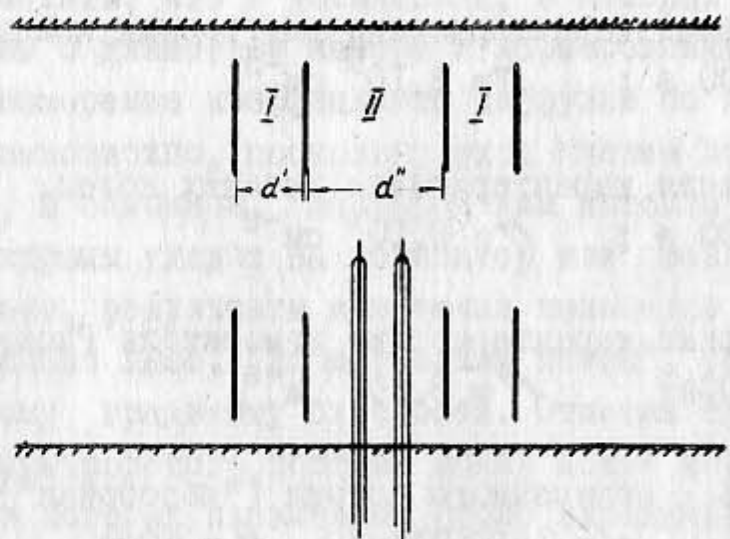


Рис. 1

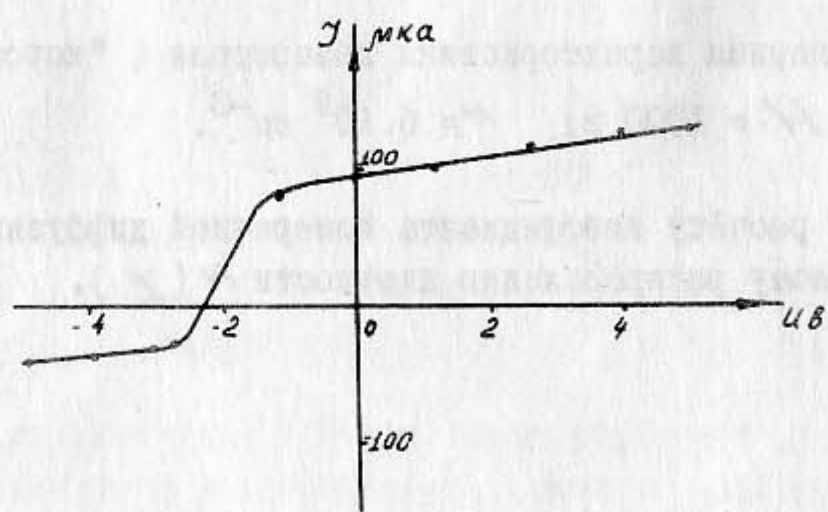


Рис. 2

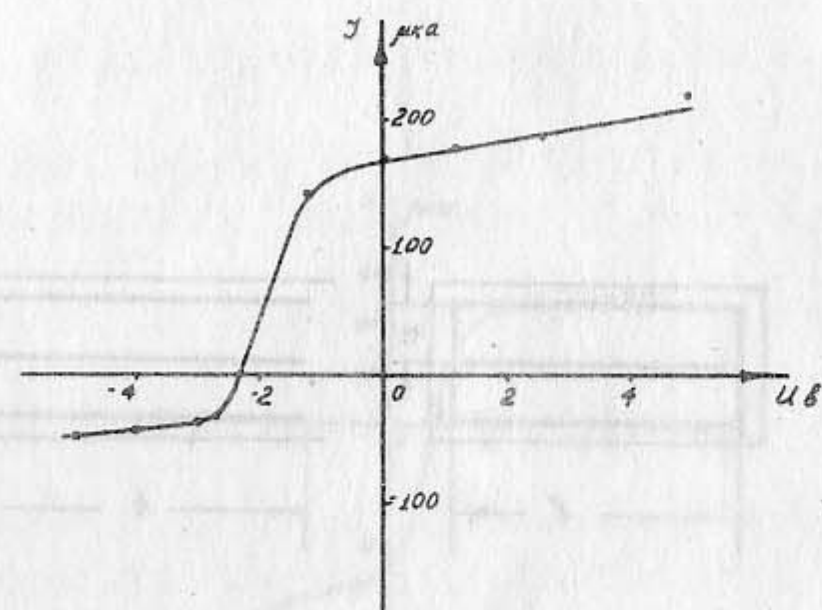


Рис. 3

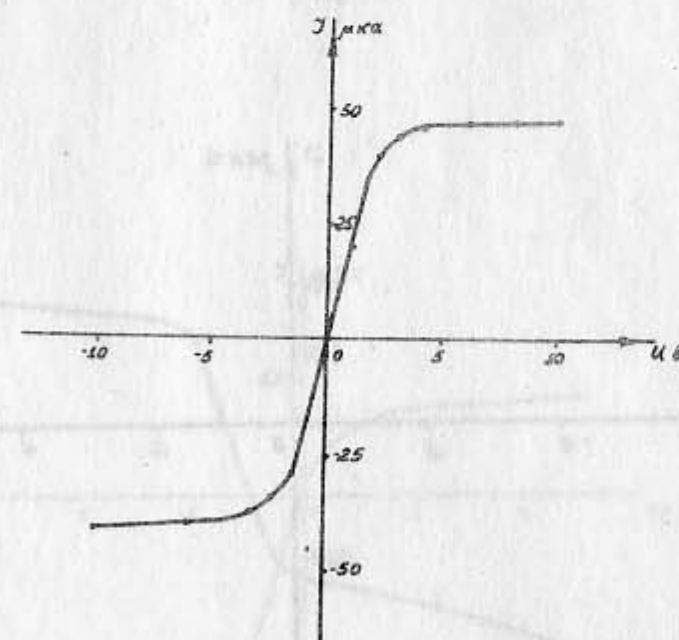


Рис. 4



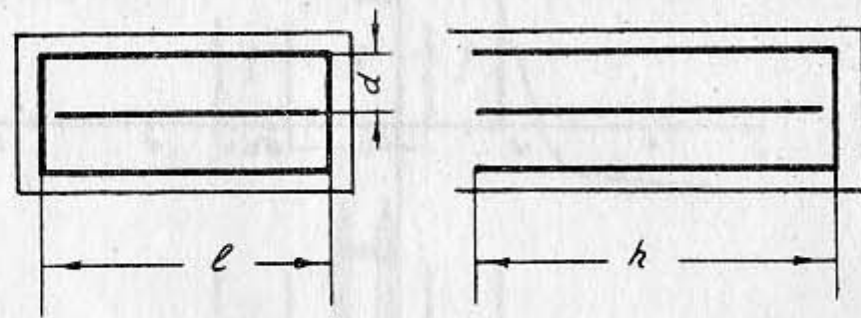


Рис. 5

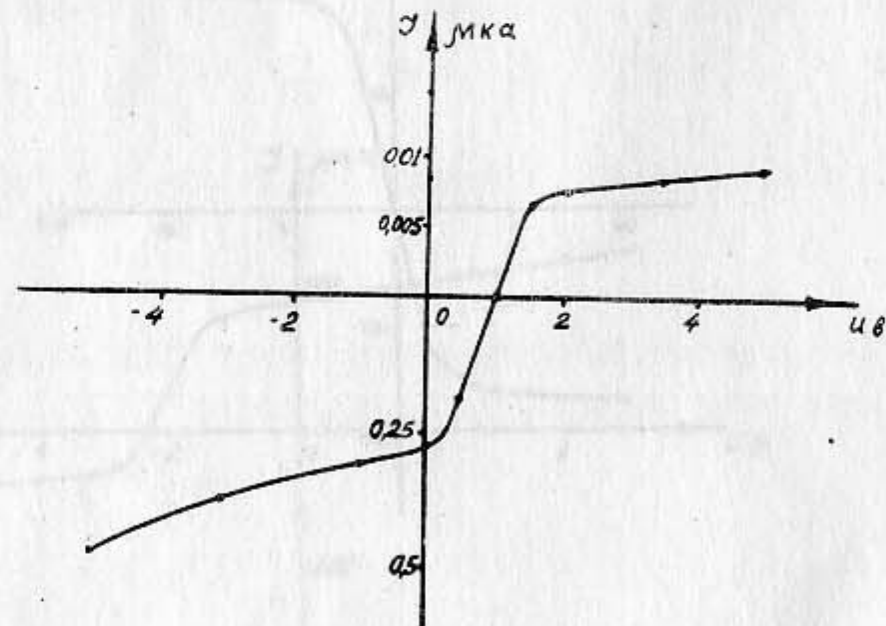


Рис. 6

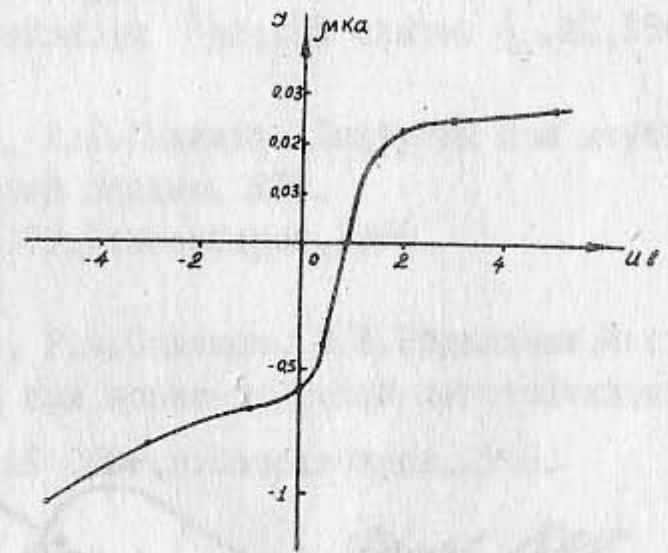


Рис. 7

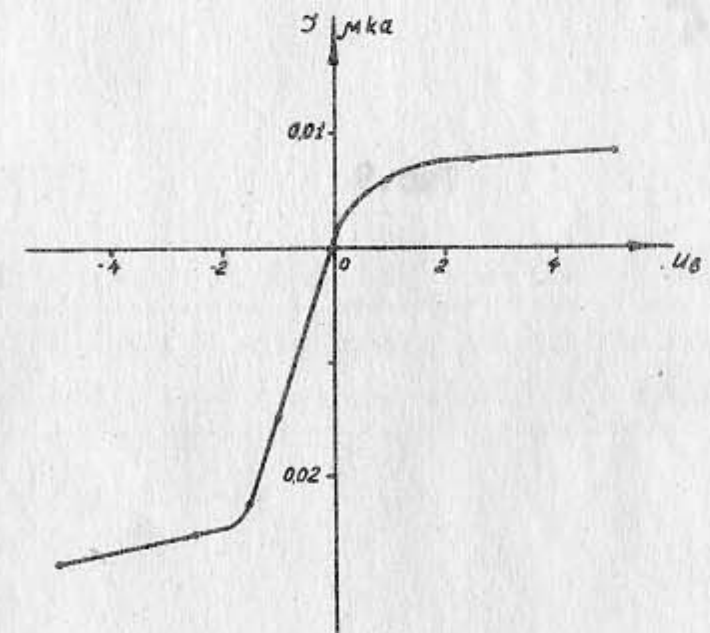


Рис. 8



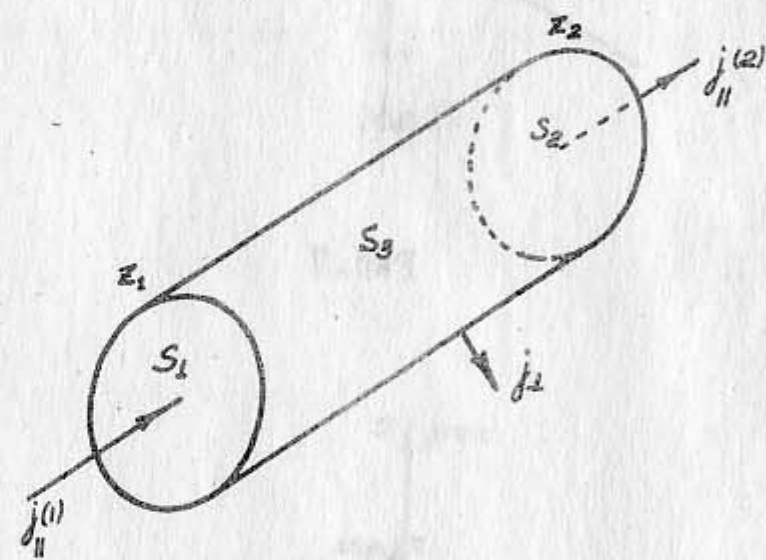


Рис. 9

Л и т е р а т у р а

1. Н.С.Бучельникова, А.М.Кудрявцев, Р.А.Салимов. ЖТФ 35, 72, 1965.
2. Н.С.Бучельникова. Диффузия поперёк магнитного поля при универсальной неустойчивости. Ядерный синтез 6, №2, 1966.
3. Н.С.Бучельникова, Р.А.Салимов. Диффузия при неустойчивости сильно неоднородной плазмы. ЖТФ. Препринт СО АН СССР, Новосибирск, 1966.
4. Н.С.Бучельникова, Р.А.Салимов, Ю.И.Эйдельман. Исследование турбулентной плазмы при ионно-звуковой неустойчивости. ЖТФ. Препринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск, 1966.
5. *A.Y. Wong, R.W. Motley, N. D'Angelo* *Phys. Rev.* 133, 2A, 436, 1964.
6. Н.С.Бучельникова, Р.А.Салимов ТВТ 4, 27, 1966.