

32

**И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН С С С Р**

И Я Ф 104 - 70

С.Г.Раутиан, А.М.Шалагин

**ОСНОВНАЯ ЛАЗЕРНАЯ ЗАДАЧА ПРИ УЧЁТЕ
СТОЛКНОВЕНИЙ И ДИФФУЗИИ НА СТЕНКИ**

Новосибирск

1970

ОСНОВНАЯ ЛАЗЕРНАЯ ЗАДАЧА ПРИ УЧЁТЕ СТОЛКНОВЕНИЙ И ДИФФУЗИИ НА СТЕНКИ

С.Г.Раутиан, А.М.Шалагин

А Н Н О Т А Ц И Я

В различных областях давлений рассматривается пространственно неоднородная лазерная задача для долгоживущих систем. Для больших давлений выведены уравнения диффузии для матрицы плотности двухуровневой системы и проиллюстрировано их применение на примере вычисления мощности генерации вблизи порога возбуждения как функции давления.

$$(\Gamma + i\omega) \rho_{jj}(\vec{r}, \omega) = [\Omega_j(\vec{r}) + \gamma_j] \rho_{jj}(\vec{r}, \omega) + \text{Re} \{ i \beta_j(\vec{r}) (\rho^+ - \rho^-) \};$$

$$[\Gamma - i(\Omega_j + \kappa_j) + i\gamma_j] \rho^{\pm}(\vec{r}, \omega) = i \frac{\beta_j(\vec{r})}{2} [\rho_m(\vec{r}, \omega) - \rho_n(\vec{r}, \omega)];$$

$$\beta_j = \rho_{jj}; \quad j = m, n; \quad \Omega_j = \omega_j - \omega_{mn}; \quad \beta_j = E d_{mj} / 2\hbar; \quad (1)$$

$$\rho_j(\vec{r}) = \int d\vec{u} \int d\omega \rho_j(\vec{r}, \vec{u}, \omega); \quad W(\vec{u}, \omega) = \exp[-(\vec{u}^2 + \omega^2) / \nu_j^2 / (4\pi \nu_j^2)]$$

Использование долгоживущих систем в лазерах и поглощающих ячейках приводит к необходимости рассматривать основную лазерную задачу, как существенно пространственно неоднородную. Влияние оказывают пространственная неоднородность поля в световом пучке (конечный поперечный размер пучка), неоднородность возбуждения (в частности, локализация возбуждения внутри рабочего объема), а также наличие боковых стенок резонатора, которые задают граничные условия для матрицы плотности квантовой системы. Кроме того, в общем случае необходим учёт упругих объёмных столкновений.

В этих условиях нами /1/ была рассмотрена задача о диффузии возбужденных частиц в различных интервалах давлений и при различном соотношении характерного размера z области возбуждения и поперечного размера d рабочего объема (резонатора). В работе /1/ принималось, что частицы возбуждаются с максвелловским распределением по скоростям, поэтому результаты /1/ применимы, строго говоря, лишь в линейном приближении лазерной задачи.

Учёт первой поправки на насыщение можно рассматривать, как дополнительное "полевое" возбуждение, которое, однако, селективно по скоростям и может иметь иной пространственный масштаб. Поэтому результаты работы /1/ позволяют составить лишь качественное представление о характере насыщения, и целью настоящей статьи является детальный анализ этого вопроса.

Процессы упругих столкновений в объёме будем описывать, следуя /1/, при помощи модели сильных столкновений, а также будем считать, что при столкновении со стенкой происходит тушение.

Уравнения для элементов матрицы плотности могут быть приведены при этом к следующему виду /1/ (одномодовый режим):

$$(\Gamma + \vec{u}\nabla)\rho_j(\vec{z}, \vec{u}, v) = [\Omega_j(\vec{z}) + \nu_j]\rho_j(\vec{z})W(\vec{u}, v) \pm \text{Re}\{iGg(\vec{z})(\rho^+ + \rho^-)\};$$

$$[\Gamma - i(\Omega \pm kv) + \vec{u}\nabla]\rho^\pm(\vec{z}, \vec{u}, v) = i\frac{G}{2}g(\vec{z})[\rho_m(\vec{z}, \vec{u}, v) - \rho_n(\vec{z}, \vec{u}, v)];$$

$$\rho_j = \rho_{jj}; \quad j = m, n; \quad \Omega = \omega - \omega_{mn}; \quad G = Ed_{mn}/2\hbar; \quad (1)$$

$$\rho_j(\vec{z}) = \int d\vec{u} \int dv \rho_j(\vec{z}, \vec{u}, v); \quad W(\vec{u}, v) = \exp\{-(\vec{u}^2 + v^2)/\bar{v}^2\}/(\sqrt{\pi}\bar{v})^3.$$

с граничными условиями:

$$\vec{u} \vec{N} < 0: \quad \rho_j(\vec{z}_0, \vec{u}, v) = \rho^*(\vec{z}_0, \vec{u}, v) = 0. \quad (2)$$

\vec{z}, \vec{u} - проекции радиус-вектора и скорости на плоскость, ортогональную волновому вектору \vec{k} , v - значение скорости вдоль \vec{k} ($\vec{v} \vec{k} = vk$); \vec{z}_0 - координата боковой поверхности резонатора, \vec{N} - внешняя нормаль в точке \vec{z}_0 .

Уравнения (1) решаем методом последовательных приближений, ограничиваясь первой поправкой на насыщение. Считаем, что внешнее возбуждение $Q_j W(\vec{u}, v)$ имеет максвелловское распределение по скоростям \vec{u}, v и предполагаем выполнение обычного в газовых ОКГ условия

$$\Gamma_j, \Gamma \ll k \bar{v}, \quad (3)$$

где \bar{v} - средняя тепловая скорость. Рассматриваться будут только долгоживущие системы, т.е. на константы релаксации накладывається условие:

$$\tilde{\Gamma}_j \equiv \Gamma_j - \nu_j \ll \min\{\bar{v}/a, \bar{v}/z\} \quad (4)$$

где a - диаметр светового пучка.

1. Линейное усиление (поглощение)

В области больших давлений, когда пространственной неоднородностью можно пренебречь, выражение для работы поля в единицу времени

$$\mathcal{P} = -\hbar\omega \operatorname{Re}\{iG g(\vec{z})(\rho^+ - \rho^-)\} \quad (5)$$

в линейном по G^2 приближении в результате всех необходимых усреднений имеет следующий вид:

$$\mathcal{P}(\vec{z}) = \hbar\omega \frac{G^2 \sqrt{\pi}}{k \bar{v}} e^{-\left(\frac{\Omega}{k \bar{v}}\right)^2} g^2(\vec{z}) [\rho_m^{(0)}(\vec{z}) - \rho_n^{(0)}(\vec{z})]. \quad (6)$$

$\rho_m^{(0)}(\vec{z}), \rho_n^{(0)}(\vec{z})$ - значения ненасыщенных заселенностей уровней m, n - находились из уравнения (1) при $G = 0$.

В работе авторов /2/ показано, что при условии (3) это выражение не меняет вид в любой области давления, независимо от пролётного фактора, т.е. даже в случае

$$\Gamma_j, \Gamma \ll \bar{v}/a, \bar{v}/z \quad (7)$$

a - диаметр светового пучка (характерный размер изменения функции $g(\bar{z})$).

Таким образом, при определении линейного усиления (поглощения) можно пользоваться непосредственно результатами работы /1/. Определим зависимость работы поля (6) от давления на частном примере. Обычно диаметр светового пучка много меньше поперечного размера резонатора ($a \ll d$), так что полная работа поля на единице длины резонатора есть

$$\mathcal{P} = \int \mathcal{P}(\bar{z}) d\bar{z} \cong \hbar\omega \frac{G^2 \sqrt{\pi}}{k \bar{v}} \exp\{-(\Omega/k\bar{v})^2\} \mathcal{N}(0) \int g^2(\bar{z}) d\bar{z};$$

$$\mathcal{N}(0) = [\rho_m^{(0)}(\bar{z}) - \rho_n^{(0)}(\bar{z})] \Big|_{\bar{z}=0}. \quad (8)$$

Зависимость от давления величины \mathcal{P} определяется ненасыщенной разностью заселенностей на оси резонатора^х).

В одномерном случае ($-d/2 \leq x \leq d/2$) и при однородном (на промежутке $(-d/2, d/2)$) возбуждении, используя результаты /1/, можно получить зависимость $\mathcal{N}(0)$ от давления ($\nu_m = \nu_n = \nu$; $\Gamma_m = \Gamma_n = \Gamma$). В области малых давлений ($\nu \bar{v}/d \leq 2$) эту зависимость передаёт рис.1, при больших давлениях (диффузионное приближение) нетрудно получить:

$$\mathcal{N}(0) = \frac{Q_m - Q_n}{\Gamma - \nu} \left[1 - \frac{1}{ch \sqrt{\frac{\Gamma(\Gamma - \nu) d^2}{2 \bar{v}^2}}} + \frac{\Gamma - \nu}{\sqrt{\pi}} \frac{d}{\bar{v}} \right]. \quad (9)$$

Последний член в этой формуле определяет поправку к диффузионному приближению за счёт граничных условий (см./1/). Констан-

^х) Предполагается, что световой пучок локализован вблизи оси резонатора.

ты Γ и ν - линейные функции давления. Формула (9) даёт продолжение графика рис.1 в область больших давлений. В точке "сшива-
вания" ($\nu d/\bar{\nu} = 2$) хорошо совпадают как значения функций, так и первые производные (несовпадение значений функций $< 50\%$,
несовпадение производных значительно меньше).

2. Обсуждение поправки на насыщение

При нахождении следующего приближения по G^2 в решении уравнений (1) возникают трудности в области малых давлений ($\Gamma d/\bar{\nu} \leq 1$), поскольку приходится решать сложные интегральные уравнения. Однако, в этой области можно воспользоваться некоторыми упрощающими обстоятельствами, которые позволяют обойтись вообще без интегральных уравнений при анализе насыщения.

Если в объёме реализуются сильные столкновения, то член насыщения в заселенностях состоит, как известно, из двух частей. Первая часть (однородное насыщение или "полоса") в распределении по продольным скоростям ν имеет характерную ширину $\sim \bar{\nu}$. Характерная ширина второй части (однородного насыщения или "провала") - порядка Γ/k , что в силу условия (3) гораздо меньше $\bar{\nu}$. В интегральных (по скоростям) заселенностях при давлениях, определяемых условием

$$\Gamma d/\bar{\nu} \sim 1 \quad (10)$$

обе части представлены примерно в одинаковой мере. Действительно, график интегральных заселенностей, как функции давления для полевого возбуждения, качественно повторяет график рис.1. В частности, он также имеет минимум в окрестности точки (10). Из результатов же работы /1/ следует, что слева от минимума основной вклад дают частицы, ни разу не столкнувшиеся с другими (столкновения в этой области давлений эквивалентны тушению). Они возбуждены полем и, следовательно, имеют резонансную продольную скорость ν , т.е. находятся в "провале". Справа от минимума преобладают частицы, возвращенные в объём в результате столкновений. Поскольку столкновения максвеллизуют не только по поперечным скоростям \bar{u} , но и по продольным (ν), то за возрастание графика при увеличении давления отвечает однородное насыщение. В минимуме (условие (10)) обе части примерно одинаковы. С другой стороны, с полем взаимодействует лишь $\sim \Gamma/k\bar{\nu}$ доля "однородно насыщенных" частиц, т.е. те, которые имеют резонансную скорость.

Поэтому, если интересоваться работой поля или поляризацией частиц, то однородным насыщением вплоть до давлений, определяемых условием (10) можно пренебречь. Для характерной доплеровской ширины $k\bar{v}$ в инфракрасной области спектра ($k\bar{v} \sim 10^9$ сек⁻¹) и $d \sim 1$ см в условиях (10) получим: $\Gamma/k\bar{v} \sim 10^{-4}$, — так что фактически однородным насыщением можно пренебрегать и при больших давлениях.

Пренебрежение однородным насыщением эквивалентно отбрасыванию члена прихода в интеграле столкновений уравнения для поправки на насыщение. При анализе насыщения задача принимает, таким образом, характер бесстолкновительной задачи с объёмным затуханием и тушением на стенке. С точки зрения тонких спектральных структур (а именно этим и интересна обсуждаемая область давлений) она была рассмотрена нами в /2,3/. Показано, в частности, что в большинстве случаев ширина "провала" Лэмба определяется естественной шириной линии Γ , которая уменьшается с уменьшением давления до предельной величины $\bar{\Gamma} = \Gamma - \nu$, определяемой спонтанным затуханием.

Увеличение давления по сравнению с рассмотренными предполагает выполнение условия

$$\Gamma d / \bar{v} \gg 1. \quad (11)$$

В этом случае, при решении системы (1) последовательными приближениями по G^2 , можно не прибегать к интегральным уравнениям даже учитывая однородное насыщение. Если $\Gamma a / \bar{v} \leq 1$ (что может быть в случае $a \ll d$), то на каждом шаге последовательных приближений получающиеся уравнения сводятся к приближенным квазидиффузионным уравнениям (см./1/), решение которых легко находится в квадратурах^х).

Если же $a \sim d$ или при более сильном условии

$$\Gamma a / \bar{v} \gg 1 \quad (12)$$

сами уравнения (1) допускают существенное упрощение. Ниже мы остановимся на получении этих приближенных уравнений и проиллюстрируем их применение.

х) Основная трудность решения (1) заключается в наличии сложных граничных условий. Уже в квазидиффузионном приближении граничные условия для всех функций можно считать нулевыми, что позволяет воспользоваться методом преобразования Фурье.

3. Уравнения диффузии для матрицы плотности

Подобные уравнения выводились в работах /4,5/ в предположении, что длина свободного пробега много меньше всех характерных длин, в том числе и длины волны излучения $\lambda = 2\pi/k$, причём внимание акцентировалось именно на диффузию вдоль волнового вектора \vec{k} . В оптической и ближней инфракрасной областях спектра и при давлениях порядка тора в отношении длины волны излучения выполняется обратное соотношение $\bar{v}/\Gamma \gg \lambda = 2\pi/k$ (условие (3)), т.е. вдоль \vec{k} осуществляется эффективное "перемешивание". Однако, это не означает, что продольной неоднородностью можно полностью пренебречь, поскольку поляризация частиц остается сильно промодулированной вдоль оси z .

Результаты работ /4,5/ для рассматриваемого случая становятся, таким образом, неприменимыми, и при выводе соответствующих уравнений диффузии необходим учёт специфики условия (3).

Условие (12) позволяет пренебречь градиентным членом в уравнениях (1) для недиагонального элемента матрицы плотности. В результате, вместо (1) получим:

$$(\Gamma_j + \vec{u}\nabla)\rho_j(\vec{z}, \vec{u}, \nu) = [\Omega_j(\vec{z}) + \nu_j\rho_j(\vec{z})]W(\vec{u}, \nu) \mp \frac{G^2}{2}g^2(\vec{z})[\rho_m(\vec{z}, \vec{u}, \nu) - \rho_n(\vec{z}, \vec{u}, \nu)]y(\nu); \quad (13)$$

$$j = m, n; \quad y(\nu) = \text{Re} \left[\frac{1}{\Gamma - i(\Omega + k\nu)} + \frac{1}{\Gamma - i(\Omega - k\nu)} \right].$$

При решении методом последовательных приближений уравнение типа (13) можно рассматривать как кинетическое уравнение Больцмана с модельным интегралом столкновений и с правой частью. Обычно уравнение диффузии из уравнения Больцмана получают преобразованием интеграла столкновений. При этом теряется информация о погрешности, вносимой правой частью. Пользуясь простотой модели сильных столкновений, приведем здесь наглядный способ получения из (13) уравнений диффузии, свободный от этого недостатка.

Разрешим формально (13) относительно $\rho_m(\vec{z}, \vec{u}, v)$ и $\rho_n(\vec{z}, \vec{u}, v)$. В правые части будут входить также величины $\vec{u} \nabla \rho_j(\vec{z}, \vec{u}, v)$. Применяем к этому формальному решению операцию $\vec{u} \nabla$ и усредняем по скоростям \vec{u} . Тем самым мы выразим градиенты первых моментов скоростей через пространственные производные вторых моментов. Эти значения подставляем в уравнения (13), усредненные по \vec{u} . Ввиду громоздкости вычислений приведем только конечный результат:

$$\Gamma_j \langle \rho_j \rangle - \frac{1}{\Gamma_j} \langle (\vec{u} \nabla)^2 \rho_j \rangle = [Q_j(\vec{z}) + v_j \rho_j(\vec{z})] W(v) \mp \varphi(\vec{z}, v) [\langle \rho_m \rangle - \langle \rho_n \rangle] \mp \frac{1}{\Gamma_m \Gamma_n} \left\{ \frac{\varphi(\vec{z}, v) \langle (\vec{u} \nabla)^2 (\rho_m - \rho_n) \rangle}{1 + \varphi(\vec{z}, v) \tau_1} + \frac{\langle [\vec{u} \nabla \varphi(\vec{z}, v)] \vec{u} \nabla (\rho_m - \rho_n) \rangle}{[1 + \varphi(\vec{z}, v) \tau_1]^2} \right\}; \quad (14)$$

$$j = m, n; \quad \varphi(\vec{z}, v) = \frac{G^2}{2} g^2(\vec{z}) y(v); \quad \tau_1 = 1/\Gamma_m + 1/\Gamma_n;$$

$$\rho_j = \rho_j(\vec{z}, \vec{u}, v); \quad W(v) = \exp\{-v^2/\bar{v}^2\} / \sqrt{\pi} \bar{v}.$$

Знак $\langle \rangle$ здесь означает интегрирование по скоростям \vec{u} . Эти уравнения получены из (13) тождественными преобразованиями с последующим усреднением по скоростям, поэтому они столь же точны. При переходе к диффузионному приближению (условие (12)) выражение в фигурных скобках определяет поправку, вносимую полевым членом уравнений (13). Решая последовательными приближениями по G^2 , видим, что это выражение комбинирует с обычным полевым членом, входя на каждом шагу с весом $\sim \bar{v}^2/\alpha^2 \Gamma_m \Gamma_n$, т.е. поправка имеет второй порядок малости относительно параметра $\bar{v}/\alpha l$. При большом параметре насыщения основным процессом в области светового пучка будет выравнивание заселенностей, а проявление диффузии вообще незначительно, так что член в фигурных скобках в (14) можно отбросить с указанной точностью при любом параметре насыщения.

Используя тот факт, что при условии (13) распределение по скоростям \vec{u} близко к максвелловскому, и отбрасывая малые поправки, получим из (14):

$$(\Gamma_j - \frac{\bar{v}^2}{2\Gamma_j} \Delta) \rho_j(\vec{z}, v) = [Q_j(\vec{z}) + \nu_j \rho_j(\vec{z})] W(v) + \frac{G^2}{2} g^2(\vec{z}) y(v) [\rho_m(\vec{z}, v) - \rho_n(\vec{z}, v)].$$

(15)

Это есть искомые уравнения диффузии для матрицы плотности. Эти уравнения все еще интегро-дифференциальные, но решать их, тем не менее, намного проще, чем (1).

В одном частном случае уравнения (15) решаются точно, а именно, когда $g(\vec{z})$ постоянна по всему сечению, а возбуждение имеет одинаковую пространственную форму для обеих уровней ($j = m, n$). При разложении решения в ряд по косинусам на промежутке $(-d/2, d/2)$ в одномерном случае и по функциям Бесселя нулевого порядка в аксиально-симметричном двумерном получим следующие значения амплитуд гармоник $N_l(v), P_l$ для разности заселенностей $N(\vec{z}, v) = \rho_m(\vec{z}, v) - \rho_n(\vec{z}, v)$ и работы поля (по-прежнему считается, что на стенке происходит тушение):

$$N_l(v) = \frac{(Q_{m,l}/\tilde{\Gamma}_{m,l} - Q_{n,l}/\tilde{\Gamma}_{n,l}) W(v)}{\left[1 + \frac{G^2}{2} \left(\frac{\nu_m}{\Gamma_m \tilde{\Gamma}_{m,l}} + \frac{\nu_n}{\Gamma_n \tilde{\Gamma}_{n,l}} \right) \langle \chi \rangle \right] \left[1 + \frac{G^2}{2} \tau_1 y(v)\right]};$$

(16)

$$P_l = \hbar \omega \frac{(Q_{m,l}/\tilde{\Gamma}_{m,l} - Q_{n,l}/\tilde{\Gamma}_{n,l}) G^2 \langle \chi \rangle / 2}{1 + \frac{G^2}{2} \left(\frac{\nu_m}{\Gamma_m \tilde{\Gamma}_{m,l}} + \frac{\nu_n}{\Gamma_n \tilde{\Gamma}_{n,l}} \right) \langle \chi \rangle}; \quad \langle \chi \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{y(v) W(v) dv}{1 + \frac{G^2}{2} \tau_1 y(v)}.$$

В одномерном случае

$$\tilde{\Gamma}_{j,l} = \tilde{\Gamma}_j + \frac{\pi^2 \bar{v}^2}{2\Gamma_j d^2} (2l-1);$$

в двумерном

$$\tilde{\Gamma}_{j,l} = \tilde{\Gamma}_j + \frac{\bar{v}^2}{2\Gamma_j R^2} \mu_l^2.$$

l - номер гармоники, μ_l - l -тый корень функции Бесселя нулевого порядка, R - радиус трубки в двумерном случае, $\tilde{\Gamma}_j = \Gamma_j - \nu_j$

$Q_{m,l}; Q_{n,l}$ - амплитуды гармоник при разложении возбуждения $Q_m(\vec{r}), Q_n(\vec{r})$ в ряд по косинусам или функциям Бесселя.

Значения $N(\vec{r}, \nu), P(\vec{r})$, получаемые при помощи (16) совпадают со значениями этих величин соответствующей пространственно однородной задаче при замене $\tilde{\Gamma}_{j,l} \rightarrow \tilde{\Gamma}_j$ (см./6/).

Если $g(\vec{r})$ произвольным образом зависит от координаты (например, при $a \ll d$), то уравнения (15) можно решать, по-видимому, только методом последовательных приближений по G^2 .

В качестве иллюстрации применения уравнений (15) в следующем разделе рассматривается зависимость от давления для мощности генерации вблизи порога, что соответствует приближению слабого насыщения.

4. Мощность генерации

Чтобы определить мощность генерации, необходимо рассматривать самосогласованную задачу для системы атом (молекула) плюс поле, помещенной в резонатор, который задает граничные условия для поля (а в данном случае и для матрицы плотности, описывающей взаимодействующие с полем частицы).

В одномодовом режиме вблизи порога можно получить следующее простое соотношение для определения величины G^2 , которой пропорциональна мощность генерации

$$AG^2 - BG^4 = RG^2. \quad (18)$$

Слева от знака равенства стоит выражение для работы поля в единицу времени, справа - потери в зеркалах, приведенные к единице длины резонатора (R - коэффициент потерь). Коэффициент A характеризует линейное усиление, коэффициент B определяет насыщение. Из (18) находим:

$$G^2 = (\eta - 1)/\beta; \quad \eta = A/R; \quad \beta = B/R. \quad (19)$$

η имеет смысл превышения возбуждения над пороговым значением. Это соотношение справедливо лишь вблизи порога ($\eta - 1 \ll 1$), что выполняется лишь при слабом насыщении.

Левую часть равенства (18) будем находить из решения уравнений (15), считая величину G заданной.

Рассмотрим вначале одномерный случай. Чтобы не усложнять вычислений и не затруднять интерпретацию, считаем, что

$$Q_j(x) = Q_j \cos \pi x/d. \quad (20)$$

Полагая в уравнениях (15) $G=0$, получим для ненасыщенной разности заселенностей $N_0(x, \nu)$:

$$N_0(x, \nu) = \left(\frac{Q_m}{\tilde{\Gamma}_{m,1}} - \frac{Q_n}{\tilde{\Gamma}_{n,1}} \right) W(\nu) \cos \frac{\pi x}{d}; \quad \tilde{\Gamma}_{j,l} = \tilde{\Gamma}_j + \frac{\pi^2 \tilde{\nu}^2}{2 \tilde{\Gamma}_j d^2} (2l-1)^2. \quad (21)$$

Далее используем обычную процедуру получения следующего приближения и представляем решение в виде ряда Фурье по косинусам на промежутке $(-d/2, d/2)$. После несложных преобразований находим поправку на насыщение в разности заселенностей. С учётом этой поправки

$$N(x, \nu) = \left(\frac{Q_m}{\tilde{\Gamma}_{m,1}} - \frac{Q_n}{\tilde{\Gamma}_{n,1}} \right) W(\nu) \left\{ \cos \frac{\pi x}{d} - \frac{G^2}{2} \sum_{l=1}^{\infty} \left[\left(\frac{\nu_m}{\tilde{\Gamma}_m \tilde{\Gamma}_{m,l}} + \frac{\nu_n}{\tilde{\Gamma}_n \tilde{\Gamma}_{n,l}} \right) \langle y(\nu) \rangle + \right. \right. \quad (22)$$

$$\left. \left. + \tau_1 y(\nu) \right] \psi_{2l} \cos \frac{\pi x}{d} (2l-1) \right\}; \quad \langle y(\nu) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} y(\nu) W(\nu) d\nu.$$

ψ_{2l} - амплитуда Фурье-гармоники для функции $g^2(x) \cos \frac{\pi x}{d}$.

Первый член в насыщении (однородное насыщение или "полоса") имеет такую структуру, как если бы на каждом уровне действовало возбуждение с максвелловским распределением по скоростям и с пространственной структурой $\propto g^2(x) \cos(\pi x/d)$. Характерный размер этого возбуждения порядка диаметра светового пучка a . Таким образом, однородное насыщение в диффузионном приближении может быть описано с помощью результатов работы [1]. Аналогом времени накопления возбуждения здесь служит время взаимодействия частиц с l -той пространственной гармоникой поля:

$$\tau_{2,l} = \frac{\nu_m}{\tilde{\Gamma}_m \tilde{\Gamma}_{m,l}} + \frac{\nu_n}{\tilde{\Gamma}_n \tilde{\Gamma}_{n,l}}. \quad (23)$$

Зависимость эффективного τ_2 (времени взаимодействия со всеми гармониками поля) при различном отношении d/a переда-

ется графиками работы /1/.

Второй член насыщения (22), описывающий "дырки" Беннета, имеет, как и следовало ожидать, такую же структуру, как в просторанственно однородной задаче. Ширина "дырки" $\sim \Gamma/k$.

Выражение для работы поля в единицу времени, с учётом первой поправки на насыщение, имеет вид:

$$P(x) = \hbar\omega \frac{G^2}{2} g^2(x) \left(\frac{Q_m}{\tilde{\Gamma}_{m,1}} - \frac{Q_n}{\tilde{\Gamma}_{n,1}} \right) \left\{ \langle y(v) \rangle \cos \frac{\pi x}{a} - \frac{G^2}{2} \sum_{l=1}^{\infty} \left[\left(\frac{\nu_m}{\tilde{\Gamma}_m \tilde{\Gamma}_{m,l}} + \frac{\nu_n}{\tilde{\Gamma}_n \tilde{\Gamma}_{n,l}} \right) \langle y(v) \rangle^2 + \tau_1 \langle y^2(v) \rangle \right] y_l \cos \frac{\pi x}{a} (2l-1) \right\}; \quad (24)$$

В диффузионном приближении пространственная неоднородность проявляется в двух пунктах. Изменяется величина не насыщенной разности заселенностей (общий множитель в (22) и (24) и "однородная" часть насыщения, причём пространственную структуру в рассмотренном случае меняет (по сравнению с просторанственно однородной задачей) только член однородного насыщения. На такой характеристике, как "провал" Лэмба, пространственная неоднородность в диффузионном приближении не сказывается.

В двумерном аксиально симметричном случае формулы (22), (24) не меняются, если под $\tilde{\Gamma}_{j,l}$ понимать величину

$$\tilde{\Gamma}_{j,l} = \tilde{\Gamma}_j + \frac{\bar{v}^2}{2\tilde{\Gamma}_j R^2} M_l^2,$$

а косинусы заменить функциями Бесселя нулевого порядка.

После интегрирования по сечению резонатора соотношения (24) легко получить коэффициенты A и B для формулы (18).

Используя обычное для лазеров условие $a \ll d$, рассмотрим подробней область давлений, в которой диффузионная длина

$\sqrt{\bar{v}^2/2\tilde{\Gamma}_j \tilde{\Gamma}_j}$ (см./1/) меньше d . В этом случае можно пренеб-

речь влиянием стенок и в формуле (24) от ряда перейти к интегралу. Зависимость g от координат выберем в гауссовом виде, как это осуществляется в резонаторе со сферическими зеркалами:

$$g(x) = \exp\{-x^2/\alpha^2\}; \quad g(x,y) = \exp\{-(x^2+y^2)/\alpha^2\} \quad (25)$$

для одномерного и двумерного случаев соответственно.

Диффузионное приближение имеет смысл применять при условии $\tilde{\Gamma}_j \equiv \Gamma_j - \nu_j \ll \Gamma_j, \nu_j$, так что в конечных формулах можно пренебречь величиной $\tilde{\Gamma}_j$ по сравнению с Γ_j, ν_j . Будем считать далее, что $\nu_m = \nu_n = \nu$. Для колебательно-вращательных переходов молекул это условие хорошо выполняется, поскольку эффективные размеры молекулы для соседних колебательных состояний мало отличаются друг от друга. С учётом этих замечаний вычисляем из (24) интегральную работу поля в единицу времени ($\tilde{\Gamma}_m = \tilde{\Gamma}_n = \tilde{\Gamma}$).

В одномерном случае:

$$P = \hbar\omega \frac{G^2}{2} N a \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left\{ \langle y(v) \rangle - \sqrt{\frac{\pi}{2}} G^2 \left[\frac{\sqrt{\xi}}{\tilde{\Gamma}} e^{-\xi} (1 - \Phi(\sqrt{\xi})) \langle y(v) \rangle^2 + \frac{\langle y^2(v) \rangle}{\sqrt{\pi} \tilde{\Gamma}} \right] \right\}; \quad (25)$$

$$P = \int P(x) dx; \quad N = (Q_m - Q_n) / \tilde{\Gamma}; \quad \xi = \Gamma \tilde{\Gamma} a^2 / \bar{v}^2;$$

N - ненасыщенная разность заселенностей, $\Phi(\sqrt{\xi})$ - интеграл вероятности.

В двумерном случае:

$$P = \hbar\omega G^2 \frac{\pi a^2}{4} \left\{ \langle y(v) \rangle + \frac{G^2}{2} \left[\frac{\sqrt{\xi}}{\tilde{\Gamma}} e^{-\xi} Ei(-\xi) \langle y(v) \rangle^2 - \frac{\langle y^2(v) \rangle}{\tilde{\Gamma}} \right] \right\}; \quad (26)$$

$Ei(-\xi)$ - интегральная показательная функция.

При определении мощности генерации как функции давления по формуле (19) с использованием (25), (26) необходимо, чтобы во всем интересующем нас интервале давлений выполнялось условие слабого насыщения ($\eta - 1 \ll 1$). Зависимость η от давления определяется, как видно из (25), (26), (19), скоростью возбуждения уровней и величиной $\tilde{\Gamma}$, которая есть линейная функция давления. Независящая от давления часть $\tilde{\Gamma}$ есть скорость спонтанного распада, пропорциональная давлению часть - скорость тушения при столкновениях.

Предполагаем, что скорость возбуждения пропорциональна давлению P . При достаточно больших P можно пренебречь спонтанным распадом по сравнению с тушением, так что величина η становится независимой от давления. Если в этой области $\eta - 1 \ll 1$, то мощность генерации можно рассчитывать по формуле (19) при

любых давлениях. Разберем именно этот случай.

Пример зависимости мощности генерации (в относительных единицах) от давления показан на графике рис.2. Кривая 1 соответствует одномерному случаю, кривая 2 - двумерному. Константа радиационного распада взята равной 10^2 сек^{-1} ; $\eta-1 = 0,2$. По оси абсцисс отложена величина y - отношение размера a к длине диффузии. Начиная с порогового давления можно пренебречь спонтанным затуханием в величине β , так что y пропорциональна давлению.

Экстраполированное решение пространственно однородной задачи показано пунктирной кривой. Отход от этой кривой в сторону увеличения мощности генерации объясняется уменьшением насыщения в области взаимодействия с полем при уменьшении давления по причине диффузии частиц, изменивших заселенность под действием поля, из светового пучка. Линейное же усиление в этой области от давления зависит слабее (в данном случае оно уменьшается с уменьшением давления только благодаря наличию конечной константы радиационного распада). Этот эффект в двумерном случае может привести даже к появлению минимума. Минимум проявляется ярче при уменьшении влияния неоднородного насыщения и спонтанной релаксации.

В общем случае при определении графика мощности генерации как функции давления может оказаться необходимым численное решение системы уравнений (15) с произвольным по величине полем, поскольку при некоторых давлениях может быть несправедливым приближение слабого насыщения.

Л и т е р а т у р а

- / 1 / С.Г.Раутиан, А.М.Шалагин. Препринт ИЯФ СО АН СССР, № **103, 1970**
- / 2 / С.Г.Раутиан, А.М.Шалагин. ЖЭТФ, 58, 962, 1970.
- / 3 / С.Г.Раутиан, А.М.Шалагин. Письма ЖЭТФ, 9, 686. 1969.
- / 4 / Т.Л.Андреева, Т.И.Кузнецова. Препринт ФИАН, № 17, 1967.
- / 5 / Т.Л.Андреева. Препринт ФИАН, № 49, 1967.
- / 6 / А.П.Кольченко, С.Г.Раутиан. ЖЭТФ, 54, 959, 1968.

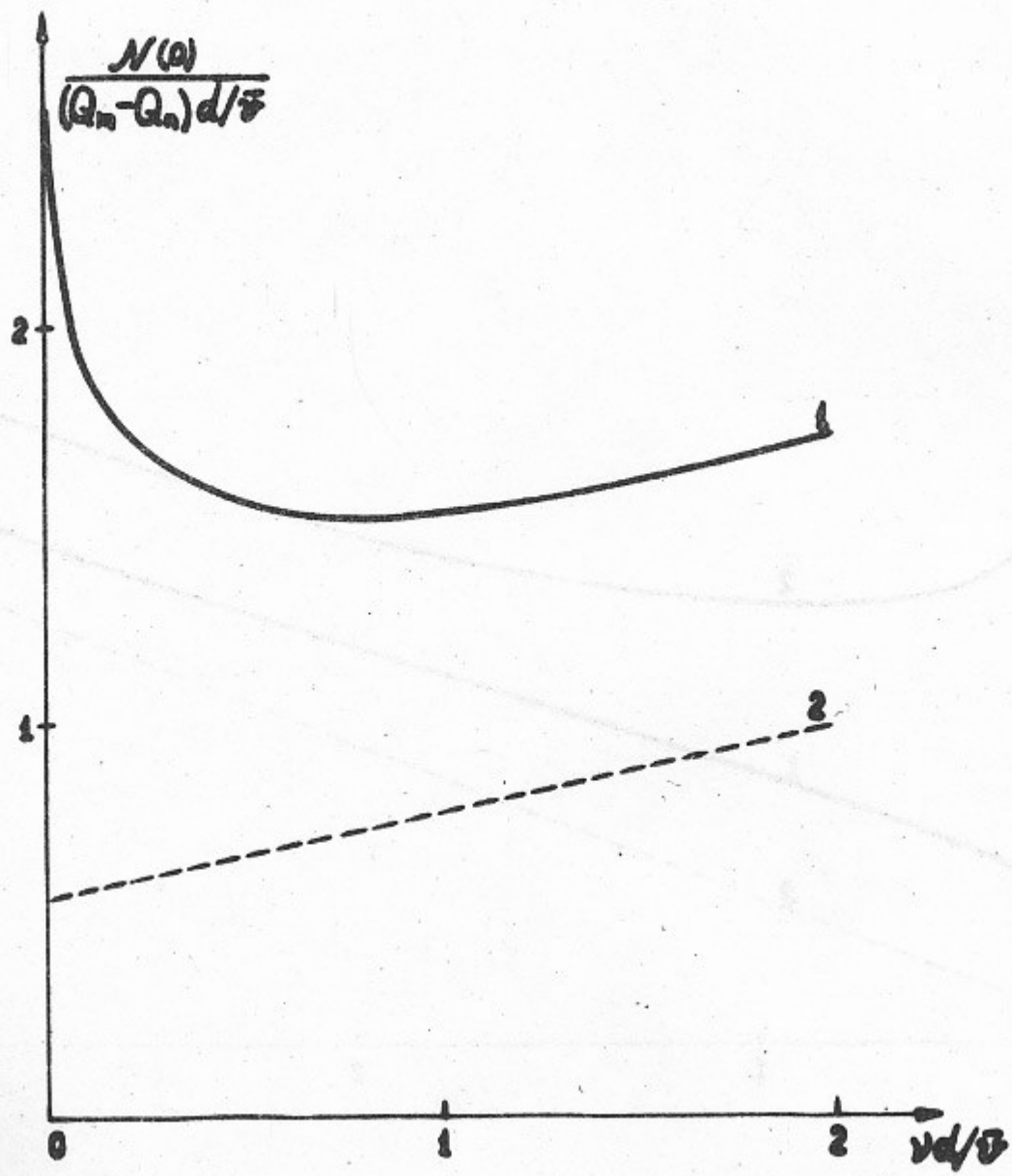


Рис.1. График зависимости $N(0)$ от давления. Штриховой линией показана экстраполяция при помощи формулы (9) результата диффузионного приближения в область малых давлений.

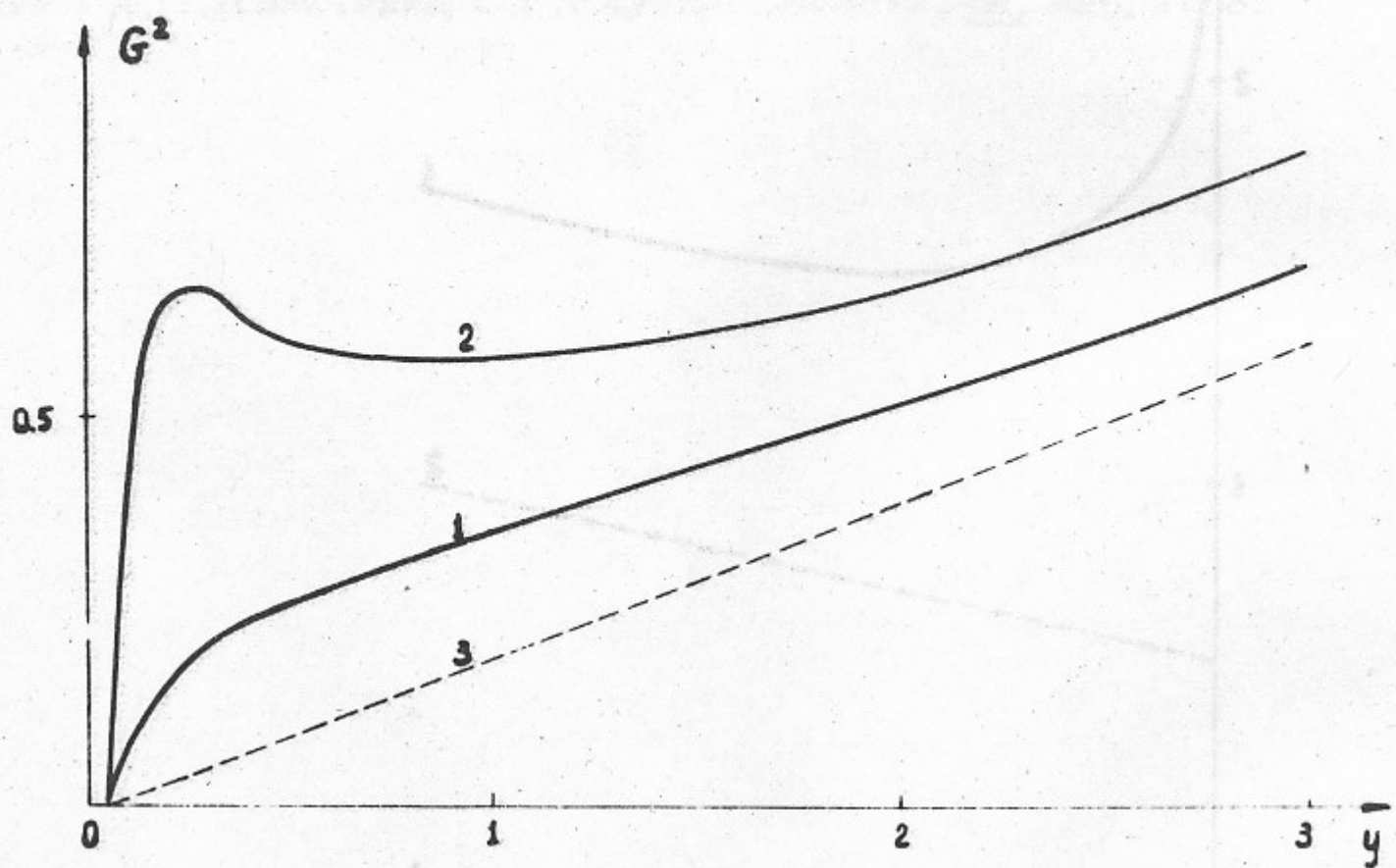


Рис.2. Зависимость мощности генерации от давления. G^2 отложено в относительных единицах. $y = \sqrt{2\Gamma\tilde{\Gamma}a^2/\bar{v}^2}$; $\eta - 1 = 0,2$; $K\bar{v} = 10^9 \text{ сек}^{-1}$; $\bar{v} = 10^5 \text{ см/сек}$; $a = 10^{-1} \text{ см}$; $\Gamma = 10^8 y/2 \text{ сек}^{-1}$; $\tilde{\Gamma} = \gamma + 10^4 y \text{ сек}^{-1}$; $\gamma = 10^2 \text{ сек}^{-1}$.



Ответственный за выпуск Шалагин А.М.

Подписано к печати 10.12.70.

Усл. 0,9 печ.л., тираж 200 экз. Бесплатно.

Заказ № 104. ПРЕПРИНТ

Отпечатано на ротапринте в ИЯФ СО АН СССР, нв.