ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

21

Э.А. Кураев, Н.П. Меренков, В.С. Фадин

КОМПТОНОВСКИЙ ТЕНЗОР С ТЯЖЕЛЫМ ФОТОНОМ

ПРЕПРИНТ 86-39

НОВОСИБИРСК
1986

КОМПТОНОВСКИЙ ТЕНЗОР С ТЯЖЕЛЫМ ФОТОНОМ

Э.А.Кураев, Н.П.Меренков, В.С.Фадин

А Н Н О Т А Ц И Я

Получен вклад однопетлевых поправок в квадрат матричного элемента процесса $e+\gamma^{*}\to e+\gamma$, просуммированный по поляризациям всех частиц, кроме тяжелого фотона γ^{*}, в случае, когда виртуальность фотона и передача импульса между электронами велика по сравнению с массой электрона. При этом удержаны все члены, вклад которых в сечение не исчезает при стремлении массы электрона к нулю.

В этой работе вычислен тензор, представляющий квадрат матричного элемента для процесса тормозного излучения при столкновении электрона с поляризованным тяжелым фотоном

$$\gamma^{*}(q)+e(p_1)\to\gamma(k)+e(p_2),\quad q^2<0,\ p_1^2=p_2^2=m^2,\ k^2=0, \tag{I}$$

просуммированный по поляризациям других частиц. При расчете наряду с борновским вкладом принимается во внимание также вклад однопетлевых поправок электромагнитного происхождения. Полученный тензор будет в дальнейшем использован нами для вычисления радиационных поправок к процессу тормозного излучения при рассеянии ультрарелятивистского электрона на ядре.

Очевидно, это далеко не единственное приложение рассматриваемого тензора, если учесть, что аналитическое продолжение его описывает процессы

$$e^{+}(p_+)+e^{-}(p_-)\to\gamma^{*}(q)+\gamma(k), \tag{2}$$

$$\gamma^{*}(q)\to e^{+}(p_+)+e^{-}(p_-)+\gamma(k). \tag{3}$$

Определим тензор $K_{\rho\sigma}$ как просуммированное по спиновым состояниям реального фотона и фермионов произведение матричного элемента M_ρ процесса (I) и сопряженной ему величины M_σ^{*}, взятое с множителем $(8\pi\alpha)^{-2}$ (индексы ρ, σ описывают спиновое состояние тяжелого фотона):

$$K_{\rho\sigma}=(8\pi\alpha)^{-2}\sum_{cn} M_\rho^{e\gamma^{*}\to e'\gamma}\left(M_\sigma^{e\gamma^{*}\to e'\gamma}\right)^{*}. \tag{4}$$

Отсутствие в литературе замкнутого выражения для величины (4) в однопетлевом приближении с одной стороны и необходимость знания её для различных приложений с другой, послужили причиной написания настоящей работы. Структура работы такова. Ниже мы выясняем общую структуру тензора, излагаем метод расчета, приводим результат и обсуждаем его. В заключение мы рассматриваем процесс тормозного излучения при рассеянии ультрарелятивистского электрона на ядре и обсуждаем работу П.И.Фомина [I] посвященную этому вопросу. Метод вычисления петлевых интегралов и их сводка даны в приложении А, детали вычислений приведены в приложении Б.

Матричный элемент M_ρ , сопоставляемый диаграммам Фейнмана, изображенным на рис.I,2, имеет вид

$$M_\rho = M_{0\rho}+M_{1\rho} = -4\pi\alpha i\,\bar{U}(p_2)\left(O^{(0)}_{\rho\mu}+\frac{\alpha}{4\pi}O^{(1)}_{\rho\mu}\right)U(p_1)\,e^{\mu}(k). \tag{5}$$

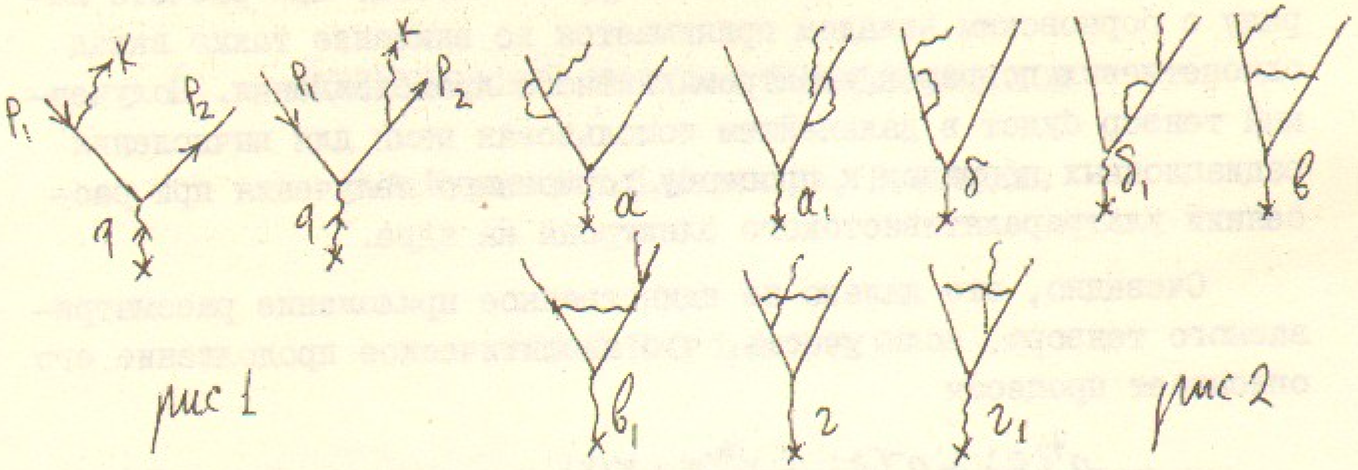

рис 1

рис 2

Вклад борновских диаграмм (рис.I) отвечает первому слагаемому в правой части (5):

$$O^{(0)}_{\rho\mu} = \frac{1}{t}\gamma_\rho(p_2-q+m)\gamma_\mu + \frac{1}{s}\gamma_\mu(p_1+q+m)\gamma_\rho. \tag{6}$$

Мы используем следующие обозначения для инвариантов:

$$s=(p_2+k)^2-m^2;\ t=(p_1-k)^2-m^2,\ u=(p_1-p_2)^2,\ s+t+u=q^2 \tag{7}$$

и предполагаем выполненными условия $|u|\gg m^2,\ |q^2|\gg m^2$.
Вследствие калибровочной инвариантности величина $O^{(0)}_{\rho\mu}$ удовлетворяет условию поперечности по обоим векторным индексам:

$$\bar{U}(p_2)O^{(0)}_{\rho\mu}U(p_1)q^\rho=0,\ \bar{U}(p_2)O^{(0)}_{\rho\mu}U(p_1)k^\mu=0. \tag{8}$$

Величина $O^{(1)}_{\rho\mu}$ представляет однопетлевые поправки (Рис.2а-г). Для примера приведем вклады в величину $O^{(1)}_{\rho\mu}$ от диаграмм рис.2а,в,г

$$O^{(1)}_{\rho\mu}\Big|_{2a} = \int\frac{d^4k}{i\pi^2}\,\frac{\gamma_\rho(p_2-q+m)}{t}\cdot\frac{\gamma_\lambda(p_2-q-k+m)\gamma_\mu(p_1-k+m)\gamma^\lambda}{(0)(1)(q)}, \tag{9а}$$

$$O^{(1)}_{\rho\mu}\Big|_{2в} = \int\frac{d^4k}{i\pi^2}\,\frac{\gamma_\lambda(p_2-k+m)\gamma_\rho(p_2-q-k+m)\gamma^\lambda}{(0)(2)(q)}\,\frac{(p_2-q+m)\gamma_\mu}{t}, \tag{9в}$$

$$O^{(1)}_{\rho\mu}\Big|_{2г} = \int\frac{d^4k}{i\pi^2}\,\frac{\gamma_\lambda(p_2-k+m)\gamma_\rho(p_2-q-k+m)\gamma_\mu(p_1-k+m)\gamma^\lambda}{(0)(1)(2)(q)}, \tag{9г}$$

где введены обозначения:

$$(0)=k^2-\lambda^2,\ (1)=(p_1-k)^2-m^2,\ (2)=(p_2-k)^2-m^2,\ (q)=(p_2-q-k)^2-m^2.$$

Остальные вклады пишутся в полной аналогии с (9).

В однопетлевом (α^3) приближении тензор представляется в виде

$$K_{\rho\sigma} = B_{\rho\sigma}+\frac{\alpha}{4\pi}\left(T_{\rho\sigma}+T^*_{\sigma\rho}\right). \tag{I0}$$

Из (4), (5) получаем для вклада борновских диаграмм (рис.I):

$$B_{\rho\sigma} = -\frac{1}{4}\,Sp\,(p_2+m)O^{(0)}_{\rho\mu}(p_1+m)\tilde{O}^{(0)}_{\sigma\mu}, \tag{II}$$

где $\tilde{O}^{(0)}_{\sigma\mu}$ отличается от $O^{(0)}_{\rho\mu}$ (6) обратным порядком матриц Дирака и заменой $\rho\to\sigma$. Легко видеть, используя (8), что борновский тензор удовлетворяет условию поперечности по обоим индексам:

$$B_{\rho\sigma}q_\rho=0,\quad B_{\rho\sigma}q_\sigma=0$$

Поэтому он может быть представлен в виде

$$B_{\rho\sigma} = \tilde{g}_{\rho\sigma}B_g+\tilde{P}_{1\rho}\tilde{P}_{1\sigma}B_{11}+\tilde{P}_{2\rho}\tilde{P}_{2\sigma}B_{22}+\tilde{P}_{1\rho}\tilde{P}_{2\sigma}B_{12}+\tilde{P}_{2\rho}\tilde{P}_{1\sigma}B_{21}, \tag{I2}$$

где тензорные структуры таковы:

$$\tilde g_{\rho\sigma} = g_{\rho\sigma} - \frac{q_\rho q_\sigma}{q^2}, \quad \tilde p_{1\rho} = p_{1\rho} - q_\rho \frac{p_1 q}{q^2}, \quad \tilde p_{2\rho} = p_{2\rho} - q_\rho \frac{p_2 q}{q^2}. \tag{I3}$$

Коэффициенты при тензорных структурах определяются из (II) и имеют вид:

$$B_g = \frac{1}{st}\left[(s+u)^2 + (u+t)^2\right] - 2m^2 q^2 \left(\frac{1}{s^2} + \frac{1}{t^2}\right);$$

$$B_{12} = B_{21} = 0;$$

$$B_{11} = \frac{4q^2}{st} - \frac{8m^2}{s^2}; \quad B_{22} = \frac{4q^2}{st} - \frac{8m^2}{t^2}. \tag{I4}$$

При вычислении (I4) мы опустили слагаемые типа m^2/st, которые ни в какой области фазового пространства реального фотона не приводят к неисчезающему в пределе $m \to 0$ вкладу в интегральное сечение процесса. Слагаемые же типа m^2/t^2, m^2/s дают ненулевой вклад в кинематике, когда фотон излучается вдоль импульсов начального или конечного электронов.

Вклад однопетлевых диаграмм в (I0)

$$T_{\rho\sigma} = -\frac{1}{4} \mathrm{Sp}(\hat p_2 + m) Q^{(1)}_{\rho\mu} (\hat p_1 + m) \tilde O^{(0)}_{\sigma\mu} \tag{I5}$$

нам удобно будет разбить на сумму двух членов

$$T_{\rho\sigma} = T^{(t)}_{\rho\sigma} + T^{(s)}_{\rho\sigma} \tag{I6}$$

один из которых, $T^{(t)}_{\rho\sigma}$, происходит от диаграмм рис.2а,б,в,г, а второй, $T^{(s)}_{\rho\sigma}$, происходит от диаграмм рис.2а$_1$,б$_1$,в$_1$,г$_1$ и, как можно проверить, пользуясь (I6) и явным видом вкладов (9) получается из первого с помощью кроссинговой замены:

$$p_1 \leftrightarrow -p_2, \quad \rho \to \rho, \quad \sigma \to \sigma, \quad s + i0 \leftrightarrow t. \tag{I7}$$

Отметим, что вклады диаграмм рис.2а,б,в,г в физической области рассматриваемого канала не имеют особенностей, а вклады диаграмм рис.2а$_1$,б$_1$,в$_1$,г$_1$ имеют разрез по s. Мнимая добавка к s

в (I7) указывает, что мы находимся в верхней полуплоскости по s.

Каждый из вкладов $T^{(t)}_{\rho\sigma}$ и $T^{(s)}_{\rho\sigma}$ удовлетворяет в силу свойства борновской амплитуды (8) условию поперечности по одному из индексов, σ, поэтому общий вид тензора $T^{(i)}_{\rho\sigma}$ следующий:

$$T^{(i)}_{\rho\sigma} = T^{(i)}_g \cdot \tilde g_{\rho\sigma} + T^{(i)}_{11} p_{1\rho} \tilde p_{1\sigma} + T^{(i)}_{22} p_{2\rho} \tilde p_{2\sigma} + T^{(i)}_{12} p_{1\rho} \tilde p_{2\sigma} + T^{(i)}_{21} p_{2\rho} \tilde p_{1\sigma}$$

$$+ T^{(i)}_{q1} q_\rho \tilde p_{1\sigma} + T^{(i)}_{q2} q_\rho \tilde p_{2\sigma}; \quad T^{(i)}_{\rho\sigma} q_\sigma = 0, \quad i = s, t. \tag{I8}$$

При этом, согласно (I7), имеем

$$T^{(s)}_g = \tilde T^{(t)}_g, \quad T^{(s)}_{11} = \tilde T^{(t)}_{22}, \quad T^{(s)}_{12} = \tilde T^{(t)}_{21}, \quad T^{(s)}_{q1} = -\tilde T^{(t)}_{q2},$$

$$T^{(s)}_{q2} = -\tilde T^{(t)}_{q1}; \quad T^{(s)}_{21} = \tilde T^{(t)}_{12}, \quad T^{(s)}_{22} = \tilde T^{(t)}_{11}, \tag{I9}$$

$$\tilde T(s,t,u) = T(t, s+i0, u).$$

Условие поперечности по индексу ρ : $T_{\rho\sigma} q_\rho = 0$ приводит к следующему соотношению для коэффициентов при тензорных структурах (I8):

$$-(t+u)\left(T^{(t)}_{12} + \tilde T^{(t)}_{21}\right) + (s+u)\left(T^{(t)}_{22} + \tilde T^{(t)}_{11}\right) + 2q^2\left(T^{(t)}_{q2} - \tilde T^{(t)}_{q1}\right) = 0. \tag{20}$$

Условие (20) мы использовали для контроля вычислений.

Однопетлевой вклад в тензор выражается через величины T_{ik}, связанные с $T^{(t)}_{ik}$ следующим образом:

$$T_g = T^{(t)}_g + \tilde T^{(t)}_g, \quad T_{11} = T^{(t)}_{11} + \tilde T^{(t)}_{22}, \quad T_{22} = T^{(t)}_{22} + \tilde T^{(t)}_{11},$$

$$T_{12} = T^{(t)}_{12} + \tilde T^{(t)}_{21}, \quad T_{21} = T^{(t)}_{21} + \tilde T^{(t)}_{12}. \tag{2I}$$

Из (2I) следует:

$$\tilde T_g = T_g, \quad \tilde T_{11} = T_{22}, \quad \tilde T_{12} = T_{21}, \quad \tilde T(s+i0, t, u) = T(t, s+i0, u), \tag{22}$$

поэтому тензор определяется тремя независимыми величинами T_g, T_{11}, T_{12}, и имеет вид:

$$K_{\rho\sigma} = \tilde{g}_{\rho\sigma}\left(B_g + \frac{\alpha}{4\pi}(T_g + T_g^*)\right) + \tilde{P}_{1\rho}\tilde{P}_{1\sigma}\left[B_{11} + \frac{\alpha}{4\pi}(T_{11} + T_{11}^*)\right] \qquad (23)$$

$$+ \tilde{P}_{2\rho}\tilde{P}_{2\sigma}\left[B_{22} + \frac{\alpha}{4\pi}(T_{22} + T_{22}^*)\right] + \frac{\alpha}{4\pi}\left[(T_{12} + T_{21}^*)\tilde{P}_{1\rho}\tilde{P}_{2\sigma} + (T_{21} + T_{12}^*)\tilde{P}_{2\rho}\tilde{P}_{1\sigma}\right].$$

Вычисление величин T_{11}, T_{12}, T_g с точностью до членов, дающих при $m \to 0$ нулевой вклад в сечение, проведено в Приложениях А,В. Отдельные слагаемые в окончательных выражениях для этих величин имеют нефизические особенности, отвечающие обращению в нуль переменных

$$\bar{t} = t + m^2,\ \bar{s} = s + m^2,\ a = s + t,\ b = u + s,\ c = u + t,$$

$$s_a = s - \frac{m^2}{u}a,\ t_a = t - m^2\frac{a}{u}. \qquad (24)$$

В полном выражении для величин T эти особенности компенсируются. Для того, чтобы все такого рода компенсации были видны в'явь, удобно ввести следующие функции:

$$G = (l_q - l_u)(l_q + l_u - 2l_t) + 2f(1) + 2f\left(1 - \frac{q^2}{u}\right) - 2f\left(1 - \frac{t}{q^2}\right);$$

$$F = f\left(1 + \frac{t}{m^2}\right) - f(1);$$

$$N = 2l_t(l_q - l_u) - 2f\left(1 - \frac{q^2}{m^2}\right) - 2F;$$

$$Q = \frac{4c}{s}\left(1 - \frac{m^2}{s}\right)\tilde{F} - 4b\frac{m^2}{t^2}F; \qquad (25)$$

$$R = \frac{u}{t_a}\left(1 + \frac{m^2}{t_a}\right)N - \frac{2u^2}{t_a}\left(\frac{1}{a}(l_q - l_u) - \frac{1}{q^2}l_t\right);$$

$$n = \frac{m^2}{t}\left(\frac{t}{\bar{t}}l_t - 1\right),$$

и соответствующие функции со значком "тильда", получающиеся из приведенных заменой $s + i0 \leftrightarrow t$. В (25) и ниже

$$f(x) = \int_0^x \frac{dz}{z}\ln(1-z), \qquad (26)$$

$$l_t = \ln(-t/m^2),\ l_q = \ln(-q^2/m^2),\ l_u = \ln(-u/m^2),\ l_s = \ln((-s-i0)/m^2).$$

Отметим, что полюсы по t_a, s_a имеют общее происхождение: они отвечают обращению в нуль величины $-K_\perp^2 = (stu - m^2a^2)/(u(u-4m^2))$, где $K_\perp$ – составляющая 4-импульса K, перпендикулярная плоскости векторов P_1, P_2. В области малых $|t|$ в рамках принятой точности можно представить $K_\perp^2$ как $-st_a/u$, а в области малых s как $-ts_a/u$. Сокращение полюсов по t_a (s_a) обеспечивается поведением при малых $|t_a|$ $(|s_a|)$ функций N $(\tilde{N})$:

$$N\big|_{t_a \to 0} \simeq \frac{2ut_a}{m^2}\left[\frac{l_q - l_u}{a} - \frac{l_t}{q^2}\right], \qquad (27)$$

$$\tilde{N}\big|_{s_a \to 0} \simeq \frac{2us_a}{m^2}\left[\frac{l_q - l_u}{a} - \frac{l_s}{q^2}\right]. \qquad (28)$$

Выражения для функций T_{11}, T_{12}, T_g таковы:

$$T_{11} = \rho \cdot B_{11} + \frac{2}{st}\Big\{-q^2\left(1 + \frac{u^2}{s^2}\right)G - q^2\left(2 + \frac{b^2}{t^2}\right)\tilde{G} + 2q^2\left(\frac{b^2}{st} + \frac{2u}{a}\right)(l_q - l_u)$$

$$+ \frac{4}{a}(u^2 - bt)\left(\frac{q^2}{a}(l_q - l_u) - 1\right) + \frac{q^2b^2}{c^2t}(2c + t)(l_q - l_s) + \frac{q^2}{s}(2u - s)(l_q - l_t)$$

$$-4u - 2q^2 + t - \frac{b^2}{c} + m^2\Big[-\frac{b}{t}(4l_t - 5) + 2\left(\frac{(c+t)^2}{c\bar{s}} - \frac{2c}{s}\right)l_s + \frac{u}{s}\left(2 + \frac{u}{c}\right)$$

$$+ \frac{8t}{s}\left(\tilde{G} + \tilde{F} - \frac{1}{2}l_q^2 + \frac{1}{2}l_u^2\right) - \frac{2u}{s_a}\tilde{N} - Q - \frac{b^2}{u^2}R - \tilde{R} + \frac{b}{t}n$$

$$- \frac{1}{cs}(2c^2 - u^2)\tilde{n}\Big]\Big\}; \qquad (29)$$

$$T_{12}=\frac{2}{st}\Big\{\frac{q^2}{s^2}c(u-s)G+\frac{q^2}{t^2}(uq^2-st)\tilde{G}-2q^2\Big(\frac{uq^2}{st}+\frac{2u-s+t}{a}\Big)(l_q-l_u)$$

$$-\frac{4}{a}(u^2-cs)\Big(\frac{q^2}{a}(l_q-l_u)-1\Big)+\frac{q^2}{c^2}(2c+t)\Big(s-\frac{u}{t}q^2\Big)(l_q-l_s)-\frac{q^2c}{bs}(2u-s)(l_q-l_t)$$

$$+8u+3t-s+\frac{2}{c}us+m^2\Big[\frac{2}{\bar{t}t}(ut+2m^2b)l_t+2\Big(\frac{t}{s}+\frac{2c}{s}\Big)l_s-\frac{1}{t}(u+2b)$$

$$-\frac{1}{s}(u+4c)+\frac{2}{s_a}c\tilde{N}+Q+\frac{b}{u}R+\frac{c}{u}\tilde{R}+\frac{1}{t}(s+b)n-\frac{u}{s}\tilde{n}\Big\}, \qquad (30)$$

$$T_g=\rho B_g+\Big\{-\frac{1}{s}\Big(\frac{u}{s}q^2+\frac{1}{t}(2ub+s^2)\Big)G+u\Big(\frac{q^2}{st}-\frac{2}{a}\Big)(l_q-l_u)$$

$$+\frac{c}{s}\Big(\frac{3u}{b}-1\Big)(l_q-l_t)+\frac{u^2-s^2}{2st}+\frac{m^2}{t^2}\Big[\Big(\frac{t}{\bar{t}}(4b-u)-2s\Big)l_t-2u+4bG$$

$$-2q^2(l_q^2-l_u^2)+2\Big(b+\frac{m^2}{\bar{t}}s\Big)F-bn\Big]+(t\leftrightarrow s+i0)\Big\}. \qquad (31)$$

Входящие в (29–31) величины B_g, B_n есть борновские вклады в тензор (14), а величина ρ имеет вид:

$$\rho=4\ln\frac{\lambda}{m}(l_u-1)-l_u^2+3l_q+\frac{\pi^2}{3}-\frac{9}{2}, \qquad (32)$$

где λ – "масса" фотона.
Остальные величины определены в (24–26).

При фиксированном значении $\omega/\varepsilon_1\sim\omega/\varepsilon_2\sim 1$ минимальные значения $s, -t$ порядка m^2:

$$(-t)_{min}=2kP_1\big|_{\bar{k}\parallel\bar{P}_1}\simeq m^2\frac{\omega}{\varepsilon_1}, \quad s_{min}=2kP_2\big|_{\bar{k}\parallel\bar{P}_2}=m^2\cdot\frac{\omega}{\varepsilon_2}. \qquad (33)$$

Отдельные слагаемые в (29–31) имеют полюсы по s, t второго и третьего порядка, не скомпенсированные степенями m^2 и m^4 соответственно. Эти полюсы сокращаются в полном выражении благодаря поведению функций G и $\tilde{G}$:

$$G\big|_{s\ll|u|,|t|}\simeq-\frac{2s}{u}\Big(l_t-l_q+\frac{u}{t}(l_u-l_q)\Big);$$

$$\tilde{G}\big|_{|t|\ll|u|,s}\simeq\frac{-2t}{u}\Big(l_s-l_q+\frac{u}{s}(l_u-l_q)\Big). \qquad (34)$$

Отметим, что вся зависимость от дваждылогарифмических членов $(\sim l_q^2)$, так же как и от "массы" фотона λ, содержится в множителе ρ, и имеет, таким образом, факторизованный вид. Дваждылогарифмические члены, не входящие в ρ, взаимно компенсируются.

Рассмотрим случай излучения мягких фотонов, когда

$$s\ll|u|,\ |t|\ll|u|,\ u\simeq q^2. \qquad (35)$$

В этом случае с точностью до членов, содержащих k, $\tilde{P}_1=\tilde{P}_2$ и борновский вклад $B_{g\sigma}$ в тензор $K_{g\sigma}$ представляется в виде произведения токового тензора на множитель сопровождающего излучения:

$$B_{g\sigma}\simeq-\Big(\frac{P_1}{P_1k}-\frac{P_2}{P_2k}\Big)^2\Big(\frac{1}{2}q^2\tilde{g}_{g\sigma}+2\tilde{P}_{1g}\tilde{P}_{1\sigma}\Big).$$

Представляет интерес вопрос об области применимости формул сопровождающего излучения в однопетлевой поправке. На первый взгляд может показаться, что для применимости нужно выполнение условий $s\ll m^2$, $|t|\ll m^2$. В.Н.Грибовым в квантовой электродинамике адронов было показано [2], что область применимости значительно шире, и ограничена, при выполнении (35), условием малости перпендикулярных к плоскости P_1, P_2 компонент 4-импульса фотона k; в наших обозначениях

$$\Big|\frac{st}{u}\Big|\ll m_h^2 \qquad (35a)$$

где m_h – характерная адронная масса.

Оказывается, что в нашем случае и условие (35а) оказывается лишним. Пользуясь явным видом коэффициентов (29) – (3I) можно убедиться, что при выполнении условий (35) в однопетлевом приближении

$$K_{\rho\sigma} = B_{\rho\sigma}\left(1+\frac{2\alpha}{\pi}F_1^{(2)}\right) = \tag{36}$$

$$= \left(\frac{1}{2}q^2\tilde{g}_{\rho\sigma} + 2\tilde{P}_{1\rho}\tilde{P}_{1\sigma}\right)F_1^2\left[-\left(\frac{P_1}{P_1K}-\frac{P_2}{P_2K}\right)^2\right],$$

где $F_1 = 1+\frac{\alpha}{\pi}F_1^{(2)}$ – дираковский формфактор электрона в однопетлевом приближении;

$$F_1^{(2)} = \frac{1}{4}\rho + \frac{1}{8} = \ln\frac{\lambda}{m}(\ell_q - 1) - \frac{1}{4}\ell_q^2 + \frac{3}{4}\ell_q + \frac{\pi^2}{12} - 1 .$$

Следует заметить, что для отдельных коэффициентов T_{11}, T_{12}, T_{22}, T_{21} нет факторизационного соотношения типа (36) (оно нарушено для нелогарифмических членов в $F_1^{(2)}$), и для получения (36) следует использовать равенство $\tilde{P}_1 = \tilde{P}_2$ в мягкофотонном приближении.

В качестве одного из приложений рассмотрим процесс тормозного излучения при рассеянии электрона на ядре

$$e(P_1) + Y(\mathcal{P}) \to e(P_2) + \gamma(k) + Y(\mathcal{P}'). \tag{37}$$

Полученный нами тензор входит в сечение этого процесса в виде

$$\frac{d\sigma^{eY\to e\gamma Y}}{dy\,dc\,dO_\gamma} = \frac{\alpha^2 y(1-y)\varepsilon_1^2}{2\pi(q^2)^2}\cdot\tau\cdot\frac{\langle I_\rho I_\sigma^*\rangle}{M^2}\cdot K^{\rho\sigma}, \tag{38}$$

где $c = \cos\theta$, $\theta = \widehat{\vec{P}_1,\vec{P}_2}$ – угол рассеяния электрона в лабораторной системе, ε_1, ε_2 – энергии начального и рассеянного электронов, $y = 1-\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$, τ – множитель, учитывающий отдачу ядра:

$$\tau = \left(1-\frac{\varepsilon_2\varepsilon_1(1-c)}{M(\varepsilon_1-\varepsilon_2)}\right)\left[1+\frac{\varepsilon_1}{M}(1-c_{k'})-\frac{\varepsilon_2}{M}(1-c_k)\right]^{-2}, \tag{39}$$

$$c_k = \cos(\widehat{\vec{P}_2,\vec{k}}), \quad c_{k'} = \cos(\widehat{\vec{P}_1,\vec{k}}),$$

M – масса ядра, $q^2 = (-P_1+P_2+k)^2$ – квадрат переданного ядру 4-импульса, $q^2<0$. Энергия фотона не предполагается малой по сравнению с энергией начального электрона ε_1, которая, в свою очередь, предполагается большой по сравнению с энергией покоя электрона. Угол рассеяния электрона θ предполагается конечным:

$$\frac{\omega}{\varepsilon_1} = \left[y - \frac{\varepsilon_1(1-y)}{M}(1-c)\right]\left[1+\frac{\varepsilon_1}{M}(1-c_{k'})-\frac{\varepsilon_2}{M}(1-c_k)\right]^{-1} \lesssim 1, \tag{40}$$

$$\varepsilon_1 \gg m, \quad \theta\sim 1.$$

Для случая, когда ядро есть протон, ток I_ρ определяется так:

$$I_\rho = \bar{u}(\mathcal{P}')\Gamma_\rho u(\mathcal{P}), \quad \Gamma_\rho = \gamma_\rho F_1(q^2) - \frac{F_2(q^2)}{4M}[q,\gamma_\rho]. \tag{4I}$$

Величина $\langle I_\rho I_\sigma^*\rangle$ в случае неполяризованного протона имеет вид:

$$\langle I_\rho I_\sigma^*\rangle = \frac{1}{4}Sp(\mathcal{P}'+M)\Gamma_\rho(\mathcal{P}+M)\Gamma_\sigma^* = 2\left(\mathcal{P}_\rho-\frac{1}{2}q_\rho\right)\left(\mathcal{P}_\sigma-\frac{1}{2}q_\sigma\right)\left(F_1^2 - \frac{q^2}{4M^2}F_2^2\right) + \frac{1}{2}q^2(F_1+F_2)^2\left(g_{\rho\sigma}-\frac{1}{q^2}q_\rho q_\sigma\right). \tag{42}$$

В этом случае сечение определяется вещественной частью тензора $K_{\rho\sigma}$, поскольку тензор $\langle I_\rho I_\sigma^*\rangle$ симметричен.

Сечение (38) содержит инфракрасную расходимость. Зависимость от "массы" фотона λ исчезает, если учесть процесс излучения дополнительного мягкого фотона в процессе тормозного излучения. Сечение такого процесса с энергией мягкого фотона, не превышающей некоторой величины $\Delta\varepsilon \ll \varepsilon_1$ равно

$$\frac{d\sigma^{eY\to eY\gamma(\gamma)}}{dy\,dC\,dO_\gamma}=\frac{\alpha^3 y(1-y)\varepsilon_1^2 r}{2\pi (q^2)^2}\cdot\frac{\langle I_\varrho I_\sigma^\star\rangle}{M^2}B^{\varrho\sigma}\cdot\delta, \tag{43}$$

$$\delta=-\frac{4\pi\alpha}{16\pi^3}\int\frac{d^3k}{\omega}\left(\frac{p_1}{p_1k}-\frac{p_2}{p_2k}\right)^2,\quad \omega=(\vec{k}^2+\lambda^2)^{1/2}<\Delta\varepsilon .$$

Входящие в δ интегралы вычислены, например, в [3] . В нашем приближении получаем

$$\delta=\frac{\alpha}{\pi}\left[(l_u-1)\ln\left(\frac{(\Delta\varepsilon)^2 m^2}{\lambda^2\varepsilon_1\varepsilon_2}\right)+\frac{1}{2}l_u^2-\frac{1}{2}\ln^2\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)-\frac{\pi^2}{3}-f\left(\cos^2\frac{\theta}{2}\right)\right]. \tag{44}$$

В результате, учет излучения дополнительного мягкого фотона сводится к тому, что в формуле (38) входящая в тензор $K_{\varrho\sigma}$ величина ρ (см. (29) - (32)) должна быть изменена следующим образом:

$$\rho\to\tilde{\rho}=2(l_u-1)\ln\left(\frac{(\Delta\varepsilon)^2}{\varepsilon_1\varepsilon_2}\right)+3l_q-\ln^2\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right)-\frac{\pi^2}{3}-\frac{9}{2}-2f\left(\cos^2\frac{\theta}{2}\right). \tag{45}$$

Кроме рассмотренных здесь вкладов в сечение неупругого рассеяния электрона на ядре в однопетлевом приближении есть и другие: поляризация вакуума, двухфотонный обмен, излучение дополнительного жесткого фотона, рождение лептонной пары. Эти вклады, а также вклады высших порядков теории возмущений в приближении главных логарифмов будут рассмотрены в другом месте.

Радиационные поправки к сечению тормозного излучения рассматривались в 1958 г. в работе П.И.Фомина [1] . Полученное им с помощью метода "оператора массы" сравнительно компактное интегральное представление для сечения к сожалению неудобно для практического использования (предполагает дифференцирование и выделение реальных и мнимых частей сложных выражений) и содержит опечатки, поскольку приводимый в работе предельный случай не согласуется с расчетом в ультрарелятивистском пределе.

Нам приятно поблагодарить за помощь в использовании ЭВМ и интерес к работе А.Ващенко, А.Г.Грозина, А.Перышкина.

ПРИЛОЖЕНИЕ А.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЕТЛЕВЫХ ИНТЕГРАЛОВ

Здесь мы изложим метод вычисления векторных и тензорных интегралов по 4-импульсу петли. В нем существенно используются следующие величины, составленные из векторов 4-импульсов частиц (1):

$$q_\perp = q + \frac{u(u+s) - 2m^2(u+q^2)}{u(u-4m^2)} p_1 - \frac{u(u+t) - 2m^2(q^2+u)}{u(u-4m^2)} p_2 ,$$

$$p_{1\perp} = p_1 + \frac{u(s+u) - 2m^2(q^2+u)}{(s+u)^2 - 4m^2 q^2} q - \frac{uq^2 - st - 4m^2 q^2}{(s+u)^2 - 4m^2 q^2} p_2 , \qquad \text{(A.I)}$$

$$p_{2\perp} = p_2 - \frac{u(u+t) - 2m^2(q^2+u)}{(u+t)^2 - 4m^2 q^2} q - \frac{q^2 u - st - 4m^2 q^2}{(u+t)^2 - 4m^2 q^2} p_1 ,$$

$$g^{tr}_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} - \frac{(p_1+p_2)_\mu (p_1+p_2)_\nu}{4m^2 - u} - \frac{(p_1-p_2)_\mu (p_1-p_2)_\nu}{u} - \frac{1}{q_\perp^2} q_{\perp\mu} q_{\perp\nu} .$$

Со свойствами

$$p_{1\perp} p_2 = p_{1\perp} q = 0 , \quad p_{1\perp}^2 = \frac{-d}{2}\left[(s+u)^2 - 4m^2 q^2\right]^{-1}, \quad d = \lambda(stu - m^2(s+t)^2) ,$$

$$p_{2\perp} p_1 = p_{2\perp} q = 0 , \quad p_{2\perp}^2 = -\frac{d}{2}\left[(u+t)^2 - 4m^2 q^2\right]^{-1},$$

$$2 p_{1\perp} p_{2\perp} = -d\left[st - uq^2 + 4m^2 q^2\right]\left[(u+t)^2 - 4m^2 q^2\right]^{-1}\left[(u+s)^2 - 4m^2 q^2\right]^{-1}, \qquad \text{(A.2)}$$

$$q_\perp p_1 = q_\perp p_2 = 0 , \quad q_\perp^2 = -\frac{d}{2}\left[u(u-4m^2\right]^{-1},$$

$$g^{tr}_{\mu\nu} p_1^\mu = g^{tr}_{\mu\nu} p_2^\nu = g^{tr}_{\mu\nu} q^\nu = 0 , \quad g^{tr}_{\mu\nu} g^{\mu\nu} = 1 ,$$

$$2 p_{1\perp} q_\perp = \frac{-d\left[u(u+s) - 2m^2(q^2+u)\right]}{u(u-4m^2)\left[(s+u)^2 - 4m^2 q^2\right]} ; \quad 2 p_{2\perp} q_\perp = \frac{d\left[u(u+t) - 2m^2(q^2+u)\right]}{u(u-4m^2)\left[(u+t)^2 - 4m^2 q^2\right]} .$$

Начнем рассмотрение с векторных интегралов, происходящих из диаграммы Фейнмана, изображенной на рис.2г (бокс-диаграммы):

$$I_\mu = \int \frac{d^4 k}{i\pi^2} \frac{k_\mu}{(0)(1)(2)(q)} = I_1 p_{1\mu} + I_2 p_{2\mu} + I_q q_\mu , \qquad \text{(A.3)}$$

$$(0) = k^2 - \lambda^2 , \; (1) = (p_1 - k)^2 - m^2 , \; (2) = (p_2 - k)^2 - m^2 , \; (q) = (p_2 - q - k)^2 - m^2 .$$

Для вычисления коэффициентов при векторах p_1, p_2, q в правой части (A.3) можно воспользоваться свойствами векторов $p_{1\perp}$, $q_\perp$, $p_{2\perp}$ (A.2). Умножая правую и левую части (A.3) на $p_{1\perp}, p_{2\perp}, q_\perp$ и выражая образующиеся в числителе подинтегрального выражения в левой части (A.3) скалярные произведения в терминах знаменателей, легко выразить эти коэффициенты через скалярные интегралы с тремя и четырьмя знаменателями:

$$I_1 = \frac{1}{d}\Big\{(ut - sq^2)\cdot i + ((u+s)^2 - 4m^2 q^2)\cdot j + \frac{1}{t} F\cdot\left[t(s-u) + 2m^2(t+s)\right] + Y\cdot\big[-u(u+s)$$
$$+ 2m^2(u+q^2)\big]\Big\} ,$$

$$I_2 = \frac{1}{d}\Big\{(su - tq^2)\cdot i + (ts - uq^2 + 4m^2 q^2)\cdot j + \frac{1}{t} F\cdot\left[t(u+t) - 2m^2(s+t)\right] + Y\cdot\big[u(u+t)$$
$$- 2m^2(q^2+u)\big]\Big\} ,$$

$$I_q = \frac{1}{d}\Big\{u(t-s)\cdot i + (u(u+s) - 2m^2(q^2+u))\cdot j + \frac{1}{t} F\left[-ut + 2m^2(s+t)\right] - Y\cdot u(u-4m^2)\Big\} , \qquad \text{(A.4)}$$

где

$$Y = Z - t\cdot I , \qquad \text{(A.5)}$$

$$i = \int \frac{d^4 k}{i\pi^2}\cdot\frac{1}{(1)(2)(q)} ; \quad j = \int \frac{d^4 k}{i\pi^2}\cdot\frac{1}{(0)(2)(q)} ; \quad \frac{1}{t} F = \int \frac{d^4 k}{i\pi^2}\cdot$$
$$\cdot\frac{1}{(0)(1)(q)} ; \quad Z = \int \frac{d^4 k}{i\pi^2}\cdot\frac{1}{(0)(1)(2)} ; \quad I = \int \frac{d^4 k}{i\pi^2}\cdot\frac{1}{(0)(1)(2)(q)} . \qquad \text{(A.6)}$$

Ниже мы приведем результат вычисления скалярных интегралов (А.6) с необходимой нам точностью.

Тензорный интеграл, происходящий из бокс-диаграммы рис.2г, есть симметричный тензор второго ранга, построенный из метрического тензора и векторов p_1, p_2, q :

$$I_{\mu\nu} = \int \frac{d^4k}{i\pi^2} \cdot \frac{k_\mu k_\nu}{(0)(1)(2)(q)} = I_g \cdot g_{\mu\nu} + I_{11}\, p_{1\mu} p_{1\nu} + I_{22}\, p_{2\mu} p_{2\nu} + I_{qq}\, q_\mu q_\nu$$

$$+ I_{12}(p_{1\mu} p_{2\nu} + p_{2\mu} p_{1\nu}) + I_{1q}(p_{1\mu} q_\nu + p_{1\nu} q_\mu) + I_{2q}(p_{2\mu} q_\nu + p_{2\nu} q_\mu). \tag{A.7}$$

Сворачивая обе части (А.7) с $g^{tr}_{\mu\nu}$ и тензорами второго ранга, построенными из векторов $p_{1\perp}$, $p_{2\perp}$, $q_\perp$, получаем выражения для коэффициентов при тензорных структурах в правой части (А.6) через скалярные и векторные интегралы с четырьмя (А.3) и тремя знаменателями

$$i_\mu = \int \frac{d^4k}{i\pi^2} \cdot \frac{k_\mu}{(1)(2)(q)} = i_1 p_{1\mu} + i_2 p_{2\mu} + i_q q_\mu ;\; n_\mu = \int \frac{d^4k}{i\pi^2} \frac{k_\mu}{(0)(1)(q)} = n_1 p_{1\mu} + n_2 (p_2 - q)_\mu ;$$

$$z_\mu = \int \frac{d^4k}{i\pi^2} \frac{k_\mu}{(0)(1)(2)} = z_1 (p_1 + p_2)_\mu ;\; j_\mu = j_2 p_{2\mu} + j_q \cdot q_\mu = \int \frac{d^4k}{i\pi^2} \frac{k_\mu}{(0)(2)(q)} . \tag{A.8}$$

Результат таков

$$I_g = \frac{1}{2}(i + t \cdot I_q);\; I_{11} = \frac{1}{d}\{((s+u)^2 - 4m^2q^2)(i + tI_q) + (ut - sq^2) i_1 + (t(s-u)$$

$$+ 2m^2(s+t)) n_1 - (u(s+u) - 2m^2(q^2+u))(z_1 - tI_1)\};\; I_{22} = d^{-1}\{((t+u)^2 - 4m^2q^2) \cdot$$

$$\cdot (i + tI_q) + (us - tq^2) i_2 - (uq^2 - st - 4m^2q^2) j_2 + (t(t+u) - 2m^2(s+t)) n_2 + (u(u+t)$$

$$- 2m^2(q^2+u))(z_1 - tI_2)\};\; I_{2q} = \frac{1}{d}\{(-u(u+t) + 2m^2(q^2+u))(i + 2tI_q) + (us - tq^2) \cdot$$

$$\cdot i_q - (uq^2 - st - 4m^2q^2) j_q - (t(u+t) - 2m^2(s+t)) n_2\};\; I_{12} = \frac{1}{d}\{-(uq^2 - st - 4m^2q^2)(i$$

$$+ tI_q) + (us - tq^2) i_1 + (t(u+t) - 2m^2(s+t)) n_1 + (u(u+t) - 2m^2(q^2+u))(z_1 - tI_1)\};$$

$$I_{1q} = \frac{1}{d}\{(u(s+u) - 2m^2(q^2+u))(i + tI_q) + (ut - sq^2) i_q + ((s+u)^2 - 4m^2q^2) j_q$$

$$- (t(s-u) + 2m^2(s+t)) n_2\}. \tag{A.9}$$

Приведем выражение для коэффициентов при векторах p_1, p_2, q в правой части (А.8) для векторных интегралов с тремя знаменателями

$$i_1 = \frac{q^2}{a} i + \frac{q^2+u}{a^2} l_u - \frac{2q^2}{a^2} l_q + \frac{2}{a} ; \qquad i_1 + i_2 = i ,$$

$$i_q = \frac{u}{a} i + \frac{2u}{a^2} l_u - \frac{(q^2+u)}{a^2} l_q + \frac{2}{a} ;$$

$$j_2 = \frac{-t}{b} j + \frac{2q^2}{b^2} l_q - \frac{t(q^2+t)}{b^2 \bar{t}} l_t ; \tag{A.10}$$

$$j_q = -\frac{1}{b} l_q + \frac{t}{b\bar{t}} l_t ;$$

$$n_1 = \frac{1}{t}\left[\frac{t+2m^2}{t} F - 2l_t + 2\right];\; n_2 = \frac{1}{t}\left[-\frac{2m^2}{t} F + \frac{2m^2+t}{\bar{t}} l_t - 2\right];$$

$$z_1 = z_2 = \frac{1}{u} l_u ;$$

здесь и в дальнейшем использованы обозначения

$$a = s + t,\; b = s + u,\; \bar{t} = t + m^2,$$

$$l_q = \ln(-q^2/m^2),\; l_u = \ln(-u/m^2),\; l_t = \ln(-t/m^2), \tag{A.11}$$

и предполагается, что

$$-u \gg m^2, \quad -q^2 \gg m^2. \tag{A.12}$$

Предположений о величиности $|t|$ и s при этом не делается.

При вычислении вкладов диаграммы рис.2в (вершинного типа), а также вкладов от бокс-диаграммы (рис.2г), содержащих в числителях подинтегрального выражения третью степень импульса петли, возникают тензорные (2-го ранга) интегралы с тремя знаменателями:

$$i_{\mu\nu} = \int \frac{d^4k}{i\pi^2} \frac{k_\mu k_\nu}{(1)(2)(q)} = i_g \cdot g_{\mu\nu} + i_{11}\, p_{1\mu} p_{1\nu} + i_{22}\, p_{2\mu} p_{2\nu} + i_{qq}\, q_\mu q_\nu +$$

$$+ i_{12}(p_{1\mu} p_{2\nu} + p_{1\nu} p_{2\mu}) + i_{1q}(p_{1\mu} q_\nu + p_{1\nu} q_\mu) + i_{2q}(p_{2\mu} q_\nu + p_{2\nu} q_\mu); \tag{A.13}$$

$$j_{\mu\nu} = \int \frac{d^4k}{i\pi^2}\,\frac{k_\mu k_\nu}{(0)(2)(q)} = j_g\, g_{\mu\nu} + j_{22}\, P_{2\mu} P_{2\nu} + j_{qq}\, q_\mu q_\nu + j_{2q}\,(P_{2\mu} q_\nu + P_{2\nu} q_\mu);$$

$$n_{\mu\nu} = \int \frac{d^4k}{i\pi^2}\,\frac{k_\mu k_\nu}{(0)(1)(q)} = n_g\, g_{\mu\nu} + n_{11}\, P_{1\mu} P_{1\nu} + n_{22}\,(P_2-q)_\mu (P_2-q)_\nu$$

$$- n_{1q}\big(P_{1\mu}(P_2-q)_\nu + P_{1\nu}(P_2-q)_\mu\big).$$

Вычисление дает

$$i_{11} = \frac{q^4}{a^2}\, i + \frac{1}{2a^3}(3q^4+4uq^2-u^2)\, l_u - \frac{3q^4}{a^3}\, l_q + \frac{4q^2-u}{a^2};$$

$$i_{22} = \frac{u^2}{a^2}\, i + \frac{1}{2a^3}(-q^4+4uq^2+3u^2)\, l_u + \frac{q^2}{a^3}(q^2-4u)\, l_q + \frac{3}{a^2}\, u;$$

$$i_{12} = -\frac{u}{a^2}\, q^2 i - \frac{1}{2a^3}(q^4+4uq^2+u^2)\, l_u + \frac{q^2}{a^3}(q^2+2u)\, l_q - \frac{1}{a^2}(2q^2+u);$$

$$i_{qq} = \frac{u^2}{a^2}\, i + \frac{3u^2}{a^3}\, l_u + \frac{1}{2a^3}(q^4-4uq^2-3u^2)\, l_q + \frac{1}{a^2}(4u-q^2);$$

$$i_{1q} = \frac{u}{a^2}\, q^2 i + \frac{u}{2a^3}(5q^2+u)\, l_u - \frac{q^2}{2a^3}(q^2+5u)\, l_q + \frac{3}{2a^2}(q^2+u);$$

$$i_{2q} = -\frac{u^2}{a^2}\, i - \frac{1}{2a^3}\, u(q^2+5u)\, l_u + \frac{1}{2a^3}(-q^4+5uq^2+2u^2)\, l_q + \frac{1}{2a^2}(q^2-7u);$$

$$i_g = \frac{u}{4a}\, l_u - \frac{q^2}{4a}\, l_q + \frac{1}{4}L + \frac{3}{8};$$

$$j_g = \frac{t^3}{4b\bar t^2}\, l_t - \frac{q^2}{4b}\, l_q + \frac{1}{4}L + \frac{3}{8} + \frac{tm^2}{4b\bar t};$$

$$j_{qq} = \frac{-t^2}{2b\bar t^2}\, l_t + \frac{1}{2b}\, l_q - \frac{m^2}{2b\bar t};$$

$$j_{2q} = \frac{(q^2-2t)t^2}{2b^2\bar t^2}\, l_t - \frac{(q^2-2t)}{2b^2}\, l_q - \frac{1}{2b} + \frac{(q^2-2t)m^2}{2b^2\bar t};$$

$$j_{22} = \left[\frac{t^2(q^2+t)}{b^3\bar t} - \frac{t^2}{2b^3\bar t^2}(q^4-2q^2t-t^2)\right] l_t + \frac{q^2}{b^3}(q^2-4t)\, l_q + \frac{q^2+t}{2b^2}$$

$$- \frac{m^2}{2b^3\bar t}(q^4-2q^2t-t^2) + \frac{t^2}{b^2}\, j;$$

$$n_g = \frac{m^2}{2t}\, F - \frac{1}{4t}(2m^2+t)\, l_t + \frac{1}{4}L + \frac{3}{8};$$

$$n_{11} = \frac{1}{t}\left[\frac{t^2+6tm^2+6m^4}{t^2}\, F - \frac{3(2m^2+t)}{t}\, l_t + \frac{3}{2t}(3t+4m^2)\right]; \tag{A.14}$$

$$n_{22} = \frac{1}{t}\left[\frac{6m^4}{t^2}\, F + \frac{1}{2t\bar t^2}(t^3-4t^2m^2-18tm^4-12m^6)\, l_t - \frac{1}{2t\bar t}(2t^2-9tm^2-12m^4)\right];$$

$$n_{1q} = \frac{1}{t}\left[\frac{3m^2}{t^2}(2m^2+t)\, F - \frac{1}{2t\bar t}(t^2+12tm^2+12m^4)\, l_t + \frac{3}{2t}(t+4m^2)\right].$$

Величина $L = \ln \Lambda^2/m^2$ есть логарифм ультрафиолетового обрезания. После проведения процедуры перенормировки:

$$L \to 2\ln\frac{m^2}{\lambda^2} - \frac{9}{2},$$

где λ - "масса" фотона.

Вычисление скалярных интегралов мы начнем с рассмотрения

$$i = \int \frac{d^4k}{i\pi^2}\cdot\frac{1}{(1)(2)(q)}.$$

"Объединяя" знаменатели с помощью фейнмановской параметризации и выполняя интегрирование по 4-импульсам петли приведем его к виду

$$i=-\int_0^1 dx_3\int_0^{1-x_3}\frac{dx_2}{m^2-q^2x_2x_3-ux_3(1-x_2-x_3)}=\frac{1}{(q^2-u)}\int_0^1\frac{dx_3}{x_3}\ln\frac{1-\frac{q^2}{m^2}x_3(1-x_3)}{1-\frac{u}{m^2}x_3(1-x_3)}.$$

В рассматриваемой нами области величины $-q^2/m^2$, $-u/m^2$ велики; пользуясь

$$\int_0^1\frac{dx}{x}\ln(1+Nx(1-x))=\frac{1}{2}\ln^2 N+O\left(\frac{1}{N}\right),\quad N\gg 1,$$

получим

$$i=\frac{1}{2a}\left(l_q^2-l_u^2\right),\quad a=q^2-u=s+t. \qquad \text{(A.I5)}$$

Аналогичная процедура для Z дает (удобно сначала объединить (I) и (2), азатем результат с (0))

$$Z=\int\frac{d^4k}{i\pi^2}\cdot\frac{1}{(0)(2)(q)}=-\int_0^1 dx\int_0^1\frac{y\,dy}{(1-y)\lambda^2+y^2(m^2-ux(1-x))}.$$

Разобьем область интегрирования по y, выбрав параметр сшивки

$$1\gg\varepsilon\gg\frac{\lambda}{m},\quad\frac{\lambda}{m}\to 0$$

на две области:

$$\frac{1}{2}\int_0^{\varepsilon^2}\frac{dy^2}{\lambda^2+ay^2}+\frac{1}{a}\int_\varepsilon^1\frac{dy}{y}=\frac{1}{2a}\ln(a/\lambda^2),\quad a=m^2-ux(1-x).$$

При сложении вкладов этих областей параметр сшивки выпал, так что

$$Z=\frac{1}{2}\left[2\ln\frac{\lambda}{m}\int_0^1\frac{dx}{m^2-ux(1-x)}-\int_0^1\frac{dx}{m^2-ux(1-x)}\ln\left(1-\frac{u}{m^2}x(1-x)\right)\right].$$

В результате

$$Z=\frac{1}{2u}\left[4\ln\frac{m}{\lambda}l_u+l_u^2-\frac{\pi^2}{3}\right]. \qquad \text{(A.I6)}$$

Для интеграла

$$h=\frac{1}{t}\cdot F=\int\frac{d^4k}{i\pi^2}\,\frac{1}{(0)(1)(q)},$$

получаем аналогично

$$h=-\int_0^1 dx\int_0^1\frac{dz}{-xt+z(m^2+tx)}=-\int_0^1\frac{dx}{m^2+tx}\ln\left(\frac{m^2}{-tx}\right)=\frac{1}{t}\left(f\left(1+\frac{t}{m^2}\right)-f(1)\right), \qquad \text{(A.I7)}$$

где $f(x)$ - функция Спенса, $f(x)=\int_0^x\frac{dt}{t}\ln(1-t)$.

Для интеграла j тем же путем получим

$$j=\int\frac{d^4k}{i\pi^2}\cdot\frac{1}{(0)(2)(q)}=-\int_0^1\frac{dx}{m^2-q^2x(1-x)+xt}\ln\frac{m^2-q^2x(1-x)}{xt}.$$

Для вычисления этого интеграла удобно разбить область интегрирования следующим образом

$$0<x<\varepsilon;\ \varepsilon<x<1-\sigma,\ 1-\sigma<x<1;\ \sigma,\varepsilon\gg\left(\frac{-q^2}{m^2}\right)^{-1};\ \varepsilon,\sigma\ll 1.$$

В результате

$$j=\frac{1}{s+u}\left[l_q(l_q-l_t)+\frac{1}{2}(l_q-l_t)^2-2f\left(1-\frac{t}{q^2}\right)-f\left(1+\frac{m^2}{t}\right)+f(1)\right]. \qquad \text{(A.I8)}$$

Рассмотрим, наконец, интеграл I. Объединяя знаменатели (I), (2), (q), а результат с (0) и проводя интегрирование по 4-импульсам петли, получим:

$$I=\int\frac{d^4k/i\pi^2}{(0)(1)(2)(q)}=\int_0^1 d^3x\,\delta(\Sigma x-1)\int_0^1 z^2dz\left[(1-z)\lambda^2+z^2(m^2-q^2x_2x_3-ux_1x_3+x_2t)-zx_2t\right]^{-2}.$$

Выполняя интегрирование по x_1 с помощью δ -функции и проводя явное интегрирование по x_2, запишем I в виде

$$I=\int_0^1 dx_3(1-x_3)\int_0^1\frac{z^2dz}{[(1-z)\lambda^2+z^2(m^2-ux_3(1-x_3))][(1-z)\lambda^2+z^2(m^2-q^2x_3(1-x_3)+t(1-x_3))-z(1-x_3)t]}.$$

Заметим, что в области $-u,-t,-q^2>0$ выражения для знаменателей знакоопределенны, т.е. величина I не содержит мнимой части. Выберем параметр ε для проведения z -интегрирования:

$$1\gg\varepsilon\gg\frac{\lambda}{m},\quad\frac{\lambda}{m}\to 0$$

$$\int_0^\varepsilon\frac{z^2dz}{(\lambda^2+az^2)(\lambda^2+bz)}=\frac{1}{2ab}\ln\left(\frac{a\varepsilon^2}{\lambda^2}\right);$$

$$\int_\varepsilon^1\frac{dz}{za(a_1z+b)}=\frac{1}{ab}\ln\frac{b}{\varepsilon(a_1+b)}.$$

В результате выразим I в виде однократного интеграла:

$$I=-\frac{1}{t}\int_0^1\frac{dx}{m^2-ux(1-x)}\left\{\frac{1}{2}\ln\frac{m^2-ux(1-x)}{\lambda^2}-\ln\frac{m^2-q^2x(1-x)}{-t(1-x)}\right\}.$$

Вычисляя интегралы в области $-u\sim-q^2\gg m^2$ получим

$$I=\frac{1}{tu}\left\{\left(2\ln\frac{m}{\lambda}+2l_t\right)l_u-\frac{\pi^2}{2}+\frac{u}{m^2}L_u^{q^2}\right\},\quad L_b^a=\int_0^1\frac{dx}{1-\frac{bx(1-x)}{m^2}}\ln\left(1-\frac{ax(1-x)}{m^2}\right).$$

Эта величина может быть выражена через функции Спенса:

$$I=\frac{1}{tu}\left\{2\ln\frac{m}{\lambda}\cdot l_u-\frac{\pi^2}{6}+2l_ul_t-l_q^2+2f\left(1-\frac{q^2}{u}\right)\right\}.\qquad\text{(A.I9)}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

ДЕТАЛИ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Рассмотрим сначала вклад в матричный элемент M_ρ от диаграмм рис.2а,б:

$$-4\pi\alpha i\,\bar u(p_2)\gamma_\rho\left[\frac{1}{t}(\hat p_2-\hat q+m)\hat\Gamma_\mu e^\mu+M(\hat p_2-\hat q)(\hat p_2-\hat q-m)^{-2}\hat e\right]u(p_1).\qquad\text{(Б.I)}$$

Воспользуемся известным выражением для вершинной функции $\hat\Gamma_\mu$ в случае, когда один из фермионов и фотон реальны, а второй фермион виртуален, и выражением для массового оператора $\hat M$

$$\Gamma_\mu e^\mu=\frac{\alpha}{\pi}\left[\frac{1}{m}(ep_1)\cdot a+b\cdot\hat e+\frac{1}{m^2}\hat k(ep_1)\cdot c+\frac{1}{m}\hat k\hat e\cdot d\right],$$

$$M(\hat p)=\frac{\alpha}{2\pi m}\left[-a+\frac{1}{m}(\hat p+m)g\right](\hat p-m)^2,\qquad\text{(Б.2)}$$

где $a-g$ являются функциями инварианта $x=((p_1-k)^2-m^2)/m^2$:

$$a=-\frac{1}{2(x+1)}\left(1-\frac{2+3x}{x+1}l_t\right);\quad b=-1-\ln\frac{\lambda}{m}-\frac{1}{2x}F+\frac{x+2}{4(x+1)}l_t;$$

$$c=-\frac{1}{x^2}F-\frac{1}{x}+\frac{1}{2(x+1)}+\frac{(2+x)(1+2x)}{2x(x+1)^2}l_t;\quad d=\frac{-l_t}{2(x+1)};\quad g=\frac{1}{x}\Big[1+2\ln\frac{\lambda}{m}$$

$$+\frac{(2+x)}{2(1+x)}+\frac{x^2-4x-4}{2(x+1)^2}l_t\Big];\quad F=\int_1^{1+x}\frac{dt}{t}\ln(1-t),\quad l_t=\ln(-t/m^2),\quad x=t/m^2.$$

Преобразуя матричную структуру выражения (Б.I) с помощью уравнения Дирака, запишем его в виде

$$-\frac{2\alpha^2 i}{m}\bar u(p_2)\gamma_\rho\left[A_1\left(\hat e-\hat k\frac{(ep_1)}{(kp_1)}\right)+A_2\frac{\hat k\hat e}{m}\right]u(p_1),\qquad\text{(Б.3)}$$

$$A_1=\frac{1}{2(x+1)}\left(1-\frac{x}{x+1}l_t\right),\quad A_2=\frac{1}{x^2}F-\frac{(2x^2+3x+2)}{2x(x+1)^2}l_t+\frac{1}{2(x+1)}.$$

Вклад в тензор $T_{\rho\sigma}$ находится по формуле (I5) и имеет вид

$$-2A_1(H_1)_{\rho\sigma}-2A_2(H_2)_{\rho\sigma} \qquad (Б.\ )$$

где

$$(H_1)_{\rho\sigma}=\frac{1}{4m}\mathrm{Sp}\,\gamma_\rho\left(\gamma_\nu+2\hat{k}\frac{p_{1\nu}}{t}\right)\hat{H}^\nu_\sigma\,,\quad (H_2)_{\rho\sigma}=\frac{1}{4m^2}\mathrm{Sp}\,\gamma_\rho\hat{k}\gamma_\nu\hat{H}^\nu_\sigma\,,$$

$$\hat{H}^\nu_\sigma=-(\hat{p}_1+m)\left[\gamma_\sigma\left(-\frac{2}{t}p_{1\nu}-\frac{2}{s}p_{2\nu}\right)+\frac{1}{t}\gamma_\nu\hat{k}\gamma_\sigma-\frac{1}{s}\gamma_\sigma\hat{k}\gamma_\nu\right](\hat{p}_2+m). \qquad (Б.5)$$

Приведем результат вычисления тензора $(H_1)_{\rho\sigma}$:

$$(H_1)_{\rho\sigma}=H_1^g\tilde{g}_{\rho\sigma}+H_1^{11}p_{1\rho}\tilde{p}_{1\sigma}+H_1^{22}p_{2\rho}\tilde{p}_{2\sigma}+H_1^{12}p_{1\rho}\tilde{p}_{2\sigma}+H_1^{21}p_{2\rho}\tilde{p}_{1\sigma}+H_1^{q1}q_\rho\tilde{p}_{1\sigma}+H_1^{q2}q_\rho\tilde{p}_{2\sigma},$$

$$H_1^g=\frac{1}{t^2}\left[-2m^2s+t(s-t+2u)\right],\ H_1^{11}=\frac{-2}{ts}(u+s),\ H_1^{22}=\frac{1}{t^2s}\left[-8sm^2+2t(q^2+s)\right], \qquad (Б.6)$$

$$H_1^{12}=\frac{1}{t^2s}\left[8m^2s-2t(u+t)\right],\ H_1^{21}=\frac{2}{st}(q^2+t),\ H_1^{q1}=\frac{1}{t^2s}\left(4m^2s-2t(s+2u)\right),\ H_1^{q2}=\frac{1}{t^2s}\left(4sm^2-2ts\right).$$

При вычислении (Б.6) и далее мы удерживаем лишь слагаемые, приводящие к неисчезающему при $m\to 0$ вкладу в сечение.

Заметим, что величины A_1, A_2 не зависят от "массы" фотона λ. Это есть следствие тождества Уорда $Z_1=Z_2$, т.е. равенства констант перенормировок волновой функции и вершинного оператора.

Вклад от диаграммы рис.2в (соответствующее выражение для вершинной функции с фотоном и фермионом вне массовой поверхности в литературе отсутствует) в тензор $T_{\rho\sigma}$ можно найти по общей формуле (I5), пользуясь видом интегралов j_μ, $j_{\mu\nu}$ (A.8, A.I3). Результат таков

$$\frac{1}{t}\left[-(H_3)_{\rho\sigma}j+(H_4)_{\rho\sigma}j_2+(H_5)_{\rho\sigma}j_q-4(H_6)_{\rho\sigma}j_g+2(H_8)_{\rho\sigma}j_{qq}+2(H_9)_{\rho\sigma}j_{2q}\right], \qquad (Б.7)$$

где

$$(H_3)_{\rho\sigma}=\frac{1}{4}\mathrm{Sp}\,2\gamma_\rho(\hat{p}_2-\hat{q}+m)\hat{p}_2(\hat{p}_2-\hat{q}+m)\gamma_\nu\hat{H}^\nu_\sigma\,,$$

$$(H_4)_{\rho\sigma}=\frac{1}{4}\mathrm{Sp}\left[-2(\hat{p}_2-\hat{q})\gamma_\rho\hat{p}_2+4mp_{2\rho}+2m^2\gamma_\rho\right](\hat{p}_2-\hat{q}+m)\gamma_\nu\hat{H}^\nu_\sigma\,,$$

$$(H_5)_{\rho\sigma}=\frac{1}{4}\mathrm{Sp}\left[-2(\hat{p}_2-\hat{q})\gamma_\rho\hat{q}+4mq_\rho+2\gamma_\rho\hat{q}\hat{p}_2\right](\hat{p}_2-\hat{q}+m)\gamma_\nu\hat{H}^\nu_\sigma\,,$$

$$(H_6)_{\rho\sigma}=\frac{1}{4}\mathrm{Sp}\,\gamma_\rho(\hat{p}_2-\hat{q}+m)\gamma_\nu\hat{H}^\nu_\sigma\,,$$

$$(H_8)_{\rho\sigma}=\frac{1}{4}\mathrm{Sp}\,\hat{q}\gamma_\rho\hat{q}(\hat{p}_2-\hat{q}+m)\gamma_\nu\hat{H}^\nu_\sigma\,,$$

$$(H_4)_{\rho\sigma}=(H_3)_{\rho\sigma}=2(H_9)_{\rho\sigma}.$$

Величина $\hat{H}^\nu_\sigma$ приведена выше (см. (Б.5)).

Вклад, происходящий от бокс-диаграммы рис.2г, удобно разбить на два типа слагаемых. В первый входят все слагаемые из числителя подинтегрального выражения (9г), содержащие 4-импульсы k до второй степени включительно. Его вклад в $T_{\rho\sigma}$ представляется в виде

$$\Big\{2uH_{10}\cdot I+H_{11}\cdot I_1+H_{12}\cdot(I_2+I_q)+(H_{13}-H_{12})I_q-H_{14}I_q$$
$$-H_{15}I_{11}-(H_{16}-H_{18})I_{22}-H_{17}(I_{qq}+I_{2q})-H_{18}(I_{12}+I_{1q}+I_{22}+I_{2q}) \qquad (Б.8)$$
$$-(H_{19}-H_{17}-H_{18})I_{2q}-(H_{20}-H_{18})I_{12}\Big\}_{\rho\sigma}.$$

В выражении (Б.8) проведена перегруппировка членов таким образом, чтобы каждое из слагаемых при малых t было не более сингулярно, чем $1/t$ (учитывая, что $|t|\geqslant m^2s/u$).

Величины H_i имеют вид:

$$(H_{10})_{\rho\sigma}=(H_6)_{\rho\sigma}\,;\ (H_{11})_{\rho\sigma}=\frac{1}{4}\mathrm{Sp}\left[2m^2\gamma_\rho(\hat{p}_2-\hat{q}+m)\gamma_\nu+2\gamma_\rho(\hat{p}_2-\hat{q}+m)\gamma_\nu\hat{p}_1\hat{p}_2\right.$$
$$\left.+2(2m^2-u)\gamma_\rho\hat{p}_1\gamma_\nu\right]\hat{H}^\nu_\sigma\,;\ (H_{12})_{\rho\sigma}=\frac{1}{4}\mathrm{Sp}\left[2m^2\gamma_\rho(\hat{p}_2-\hat{q}+m)\gamma_\nu+2\hat{p}_1\hat{p}_2\gamma_\rho\cdot\right.$$
$$\left.\cdot(\hat{p}_2-\hat{q}+m)\gamma_\nu+2(2m^2-u)\gamma_\rho\hat{p}_2\gamma_\nu\right]\hat{H}^\nu_\sigma\,;\ (H_{13})_{\rho\sigma}=\frac{1}{4}\mathrm{Sp}\left[2\gamma_\rho(\hat{p}_2-\hat{q}+m)\cdot\right.$$
$$\left.\cdot\gamma_\nu\hat{q}\hat{p}_2+2\hat{p}_1\hat{q}\gamma_\rho(\hat{p}_2-\hat{q}+m)\gamma_\nu+2(2m^2-u)\gamma_\rho\hat{q}\gamma_\nu\right]\hat{H}^\nu_\sigma\,;$$

$$(H_{14})_{\rho\sigma}=\frac{1}{4}\mathrm{Sp}\left[-4\hat p_1\gamma_\rho\gamma_\nu-4\gamma_\rho\gamma_\nu\hat p_2+4\gamma_\rho(\hat p_2-\hat q)\gamma_\nu+16m\,g_{\rho\nu}\right]\hat H^\nu_\sigma;$$

$$(H_{15})_{\rho\sigma}=\frac{1}{4}\mathrm{Sp}\left[2m^2(\gamma_\rho\hat p_1\gamma_\nu-\gamma_\rho\gamma_\nu\hat p_2)+4p_{1\nu}\cdot\gamma_\rho\hat p_1\hat p_2-2m\hat p_1\gamma_\nu(\hat p_2-\hat q)\gamma_\rho+4m^3g_{\rho\nu}\right]\hat H^\nu_\sigma;$$

$$(H_{16})_{\rho\sigma}=\frac{1}{4}\mathrm{Sp}\left[2m^2(\gamma_\rho\hat p_2\gamma_\nu-\hat p_1\gamma_\rho\gamma_\nu)+4p_{2\rho}\cdot\hat p_1\hat p_2\gamma_\nu-2m\gamma_\nu(\hat p_2-\hat q)\gamma_\rho\hat p_2+4m^3g_{\rho\nu}\right]\hat H^\nu_\sigma;$$

$$(H_{17})_{\rho\sigma}=\frac{1}{4}\mathrm{Sp}\left[-2q^2\cdot(\hat p_1\gamma_\rho\gamma_\nu+\gamma_\rho\gamma_\nu\hat p_2)+4q_\rho\cdot\hat p_1\hat q\gamma_\nu+4q_\nu\cdot\gamma_\rho\hat q\hat p_2-4mq^2\cdot g_{\rho\nu}-2\hat q\gamma_\nu(\hat p_2-\hat q)\gamma_\rho\hat q\right]\hat H^\nu_\sigma;$$

$$(H_{18})_{\rho\sigma}=\frac{1}{4}\mathrm{Sp}\left[2m^2\gamma_\rho\hat q\gamma_\nu+2\hat p_1\hat q\gamma_\rho\hat p_1\gamma_\nu+2\gamma_\rho\hat p_1\gamma_\nu\hat q\hat p_2+2\gamma_\rho\hat q\gamma_\nu\hat p_1\hat p_2-2\hat q\gamma_\nu(\hat p_2-\hat q)\gamma_\rho\hat p_1\right.$$
$$\left.-2\hat p_1\gamma_\nu(\hat p_2-\hat q)\gamma_\rho\hat q-4m(u+t)g_{\rho\nu}\right]\hat H^\nu_\sigma;\quad (H_{19})_{\rho\sigma}=\frac{1}{4}\mathrm{Sp}\left[2m^2\gamma_\rho\hat q\gamma_\nu+2\hat p_1\hat p_2\gamma_\rho\hat q\gamma_\nu+\right.$$
$$\left.+2\hat p_1\hat q\gamma_\rho\hat p_2\gamma_\nu+2\gamma_\rho\hat p_2\gamma_\nu\hat q\hat p_2-2\hat q\gamma_\nu(\hat p_2-\hat q)\gamma_\rho\hat p_2-2\hat p_2\gamma_\nu(\hat p_2-\hat q)\gamma_\rho\hat q+4m(u+s)g_{\rho\nu}\right]\hat H^\nu_\sigma;$$

$$(H_{20})_{\rho\sigma}=\frac{1}{4}\mathrm{Sp}\left[2m^2\gamma_\rho\hat p_2\gamma_\nu+2\hat p_1\hat p_2\gamma_\rho\hat p_1\gamma_\nu+2\gamma_\rho\hat p_2\gamma_\nu\hat p_1\hat p_2-2\hat p_1\gamma_\nu(\hat p_2-\hat q)\gamma_\rho\hat p_2\right.$$
$$\left.-2\hat p_2\gamma_\nu(\hat p_2-\hat q)\gamma_\rho\hat p_1+2m^2\gamma_\rho\hat p_1\gamma_\nu+4m(2m^2-u)g_{\rho\nu}\right]\hat H^\nu_\sigma.$$

Вклад второго типа отвечает учету кубических по 4-импульсу K слагаемых

$$-2\cdot\int\frac{d^4K}{i\pi^2}\,\frac{\frac{1}{4}\mathrm{Sp}\,\hat K\gamma_\nu\hat K\gamma_\rho\hat K\,\hat H^\nu_\sigma}{(0)(1)(2)(q)}\,. \qquad (\text{Б.9})$$

Можно, однако, обойтись без вычисления интегралов от тензоров третьего ранга, которые имеют сложную структуру*). Действительно, пользуясь явным видом $\hat H^\nu_\sigma$ (Б.5), числитель подинтегрального выражения в правой части (Б.9) можно представить в виде:

$$K^2\left\{\left(\frac{4m^2}{t}\gamma_\rho\hat K+\frac{8}{t}p_{1\rho}\hat p_2\hat K\right)(2p_{2\sigma}-\hat q\gamma_\sigma)+\left(\frac{4m^2}{s}\gamma_\rho\hat K+\frac{8}{s}(Kp_2)\cdot\gamma_\rho\hat p_1\right)(2p_{1\sigma}+\gamma_\sigma\hat q)\right\}$$
$$-16(Kp_2)(Kp_1)K_\rho\left(\frac{1}{s}(2p_{1\sigma}+q_{1\sigma})+\frac{1}{t}(2p_{2\sigma}-q_\sigma)\right)-\frac{16(Kp_2)}{s}K_\rho\left((Kq)p_{1\sigma}\right.$$
$$\left.-K_\sigma(qp_1)\right)+\frac{16}{t}(Kp_1)K_\rho\left((Kq)p_{2\sigma}-K_\sigma(qp_2)\right). \qquad (\text{Б.10})$$

---

*) Авторы благодарят А.А.Ахундова и Д.Ю.Бардина за указание на эту возможность.

Из (Б.10) и соотношений (см. (А.3))

$$2Kp_1=(0)-(1),\quad 2Kp_2=(0)-(2),\quad 2Kq=(q)-(2)-t,$$

видно, что при вычислении выражений (Б.9) достаточно приведенных в Приложении А интегралов. Результат для вклада в $T_{\rho\sigma}$ имеет вид

$$-\left[\dot I_1\cdot K_1+\dot I_q\cdot K_2+\dot I_g\cdot K_3+\dot I_{11}\cdot K_4+\dot I_{22}\cdot K_5+\dot I_{qq}\cdot K_6+\dot I_{12}\cdot K_7+\dot I_{1q}\cdot K_8\right.$$
$$\left.+\dot I_{2q}\cdot K_9+n_g\cdot K_{10}+n_{22}\cdot K_{11}+n_{1q}\cdot K_{12}+j_g\cdot K_{13}+j_{qq}\cdot K_{14}+j_{2q}\cdot K_{15}\right]_{\rho\sigma} \qquad (\text{Б.11})$$

где

$$K_1=\frac{2u}{s}c\,t_1+4\left(\frac{2u}{s}-\frac{b}{t}\right)t_2+\frac{4}{t}(u-t)t_4+\frac{4u}{s}t_6;$$

$$K_2=-\frac{2c}{s}b\,t_1-\frac{8}{s}b\,t_2+8t_4-\frac{4}{s}b\,t_6;$$

$$K_3=4\left(\frac{c}{s}+\frac{b}{t}\right)t_1+\frac{16}{t}t_3+\frac{8}{s}t_6-\frac{8}{t}t_7;\quad K_4=4\left(\frac{b}{t}-\frac{2u}{s}\right)t_2+\frac{4}{t}(t-u)t_4;$$

$$K_5=\frac{4c}{s}t_3+\frac{4}{s}(s-u)t_5;\ K_6=8(t_6-t_7);\ K_7=4\left(\frac{b}{s}t_2+\frac{t-u}{t}t_3+\frac{c}{s}t_4+\frac{b}{t}t_5\right);$$

$$K_8=\frac{8}{s}(2b+t)t_2-8t_4+\frac{4b}{t}t_6+\frac{4}{t}(t-u)t_7;\ K_9=-8t_3+8t_5+\frac{4}{s}(s-u)t_6$$
$$+\frac{4c}{s}t_7;\quad K_{10}=-\frac{4c}{s}t_1-\frac{8}{s}t_6;\ K_{11}=4\left(-\frac{c}{s}t_3+\frac{b}{s}t_5-\frac{b}{s}t_6+\frac{c}{s}t_7\right);$$

$$K_{12}=-\frac{4}{s}(b+2t)t_2+\frac{4c}{s}t_4;\quad K_{13}=-\frac{4b}{t}t_1-\frac{16}{t}t_3+\frac{8}{t}t_7;$$

$$K_{14}=8t_7;\quad K_{15}=8t_3.$$

Здесь мы использовали обозначения

$$b=s+u,\ c=u+t,\ t_1=\tilde g_{\rho\sigma},\ t_2=p_{1\rho}\tilde p_{1\sigma},\ t_3=p_{2\rho}\tilde p_{2\sigma},\ t_4=p_{1\rho}\tilde p_{2\sigma},$$
$$t_5=p_{2\rho}\tilde p_{1\sigma},\ t_6=q_\rho\tilde p_{1\sigma},\ t_7=q_\rho\tilde p_{2\sigma}.$$

Окончательное выражение для $T^{(t)}_{\varrho\sigma}$ дается суммой (Б.4), (Б.7), (Б.8), (Б.II). Явное вычисление для предельного случая $-t \sim s \sim -u \sim -q^2 \gg m^2$ проведено нами вручную. Вычисление с точностью до членов, дающих исчезающий при $m \to 0$ вклад, проведено с помощью программы аналитических вычислений REDUCE.

ЛИТЕРАТУРА:

I. П.И.Фомин. ЖЭТФ, 1958, т.35, в.2, стр. 707-718.

2. В.Н.Грибов. ЯФ, 1967, т.5, в.2, стр. 399-405.

3. G.t'Hooft and M.Veltman Nucl. Phys. B153 (1979) p.365-401.

Э.А.Кураев, Н.П.Меренков, В.С.Фадин

КОМПТОНОВСКИЙ ТЕНЗОР С ТЯЖЕЛЫМ ФОТОНОМ

Препринт
№ 86-39

Работа поступила - 23 декабря 1985 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов
Подписано к печати 14.02-1986 г. МН 11661
Формат бумаги 60x90 1/16 Усл.2,2 печ.л., 1,8 учетно-изд.л.
Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ № 39.

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск, 90