

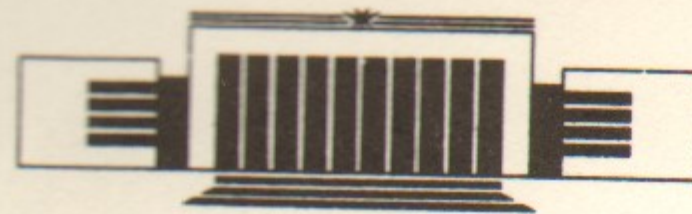


ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР <sup>24</sup>

Н.С. Бучельникова, Е.П. Маточкин

ЛЕНГМЮРОВСКИЕ ВОЛНЫ БОЛЬШОЙ АМПЛИТУДЫ.  
ЭЛЕКТРОННАЯ НЕЛИНЕЙНОСТЬ И  
СТОХАСТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ. II

ПРЕПРИНТ 86-154



НОВОСИБИРСК

1986



ЛЕНГМУРОВСКИЕ ВОЛНЫ БОЛЬШОЙ АМПЛИТУДЫ. ЭЛЕКТРОННАЯ  
НЕЛИНЕЙНОСТЬ И СТОХАСТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ II

Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин

А Н Н О Т А Ц И Я

Проведены численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию одномерных стоячих ленгмюровских волн, заданных возмущением скорости электронов ( $\tilde{V}_0/V_\phi \sim 10^{-2}-10$ ), в тепловой плазме с неподвижными ионами.

Найдены граничные параметры (границы), при которых становятся существенными электронная нелинейность, захват электронов с невозмущенными скоростями  $V^0 \sim 2V_T$  и  $V^0 \sim 0$ , опрокидывание волны.

Исследована эволюция стоячих волн большой амплитуды с параметрами  $\lambda/r_d = 100$ ;  $V_\phi/V_T = 16$ ; диапазон амплитуд  $\sqrt{e\phi_0/m}/V_\phi \sim 0,1-0,6-1,0$  ( $2\phi_0$  - амплитуда стоячей волны);  $\tilde{V}_0/V_\phi \sim 0,02-0,77-2,0$  от границы электронной нелинейности до границы захвата и до области выше границы опрокидывания.

Найдено, что электронная нелинейность проявляется в периодическом изменении формы волны (обострении  $\tilde{n}(x)$ , укрупнении  $E(x)$ ). Период совпадает с периодом  $T_0/2$  изменения амплитуды в стоячей волне, модуляции амплитуды нет.

Наблюдается формирование области стохастического движения (стохастического слоя) вблизи сепаратрисы, ограничивающей область движения захваченных частиц на фазовой плоскости. Найдено, что ширина слоя определяется самой стоячей волной. Процесс, связанный с электронной нелинейностью, не дает существенного вклада в формирование слоя. В самосогласованной модели из-за ускорения электронов на стадии формирования стохастического слоя происходит затухание и устанавливается волна меньшей амплитуды.

Сделан вывод, что стохастическая неустойчивость стоячей волны не играет существенной роли даже при максимальных установившихся амплитудах волны  $V_3/V_\phi \sim 1,1$ , хотя они лежат выше границы стохастической неустойчивости  $V_3/V_\phi \sim 0,7$  ( $V_3 = 2\sqrt{e\phi_0/m}$ ).

При параметрах волны выше границы  $x$ -опрокидывания  $\sqrt{e\phi_0/m}/V_\phi \geq 0,8$  происходит опрокидывание волны. При развитии опрокидывания и многопоточкового движения энергия волны, в основном, поглощается ускоренными электронами, часть энергии идет на нагрев основной массы электронов. Температура плазмы возрастает с ростом начальной амплитуды волны.

LARGE AMPLITUDE LANGMUIR WAVES. ELECTRON NONLINEARITY  
AND STOCHASTICITY. II

N.S.Buchelnikova, E.P.Matochkin

A b s t r a c t

The numerical experiments (PIC-method) were made to study one-dimensional standing Langmuir waves, set by electron velocity perturbation ( $\tilde{V}_0/V_{ph} \sim 10^{-2}-10$ ) in the warm plasma with fixed ions.

The threshold parameters of the waves (the borders) are found for which the electron nonlinearity, the trapping of electrons with unperturbed velocities  $V^0 \sim 2V_T$  and  $V^0 \sim 0$ , the breaking of the wave are essential.

The evolution of large amplitude standing Langmuir waves is studied. The parameters of the waves:  $\lambda/r_d = 100$ ;  $V_{ph}/V_T \sim 16$ ; the amplitudes  $\sqrt{e\phi_0/m}/V_{ph} \sim 0,1-0,6-1,0$  ( $2\phi_0$  - standing wave amplitude);  $\tilde{V}_0/V_{ph} \sim 0,02-0,77-2,0$  from electron nonlinearity border up to the trapping border and up to the region above the breaking border.

It is found that the electron nonlinearity shows itself in the periodic (with a half plasma period  $T_0/2$ ) modification of the wave form (sharpening of  $\tilde{n}(x)$ , steepening of  $E(x)$ ) without modulation of the wave amplitude.

The formation of the region in the phase space near the separatrix, where the motion of the electrons is stochastic, (stochastic layer) is observed. The width of the stochastic layer is due to the standing wave effect, but not to the electron nonlinearity. In the selfconsistent model the formation of the layer leads to the acceleration of some electrons and to the initial damping of the wave. The final wave amplitude is lower than the initial one.

It is found that the large scale stochasticity does't play an essential role even for maximum final wave amplitude  $V_3/V_{ph} \sim 1,1$ , larger than large scale stochasticity border  $V_3/V_{ph} \sim 0,7$  ( $V_3 = 2\sqrt{e\phi_0/m}$ ).

When the wave parameters are higher than  $x$ -breaking border  $\sqrt{e\phi_0/m}/V_{ph} \sim 0,8$ , the wave breaks. The development of the breaking and of the multistream motion leads to practically full damping of the wave. The energy of the wave is absorbed mainly by the accelerated electrons (the tails of the distribution function) and partly by the heated electrons. The plasma temperature increases with initial wave amplitude.



ЛЕНГМЮРОВСКИЕ ВОЛНЫ БОЛЬШОЙ АМПЛИТУДЫ. ЭЛЕКТРОННАЯ  
НЕЛИНЕЙНОСТЬ И СТОХАСТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ. II.

Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин

Настоящая работа является второй частью работы, включающей кроме нее работы I /1/ и III /2/. В работе описаны численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по изучению эволюции бегущих (I) и стоячих (II, III) ленгмюровских волн большой амплитуды, по исследованию эффектов, связанных с электронной нелинейностью плазмы, захватом электронов и опрокидыванием волны. Исследовались ленгмюровские волны в одномерной теплой плазме с неподвижными ионами.

В настоящей работе исследуются стоячие ленгмюровские волны, причем в начальный момент времени задается возмущение скорости электронов  $\tilde{V}(x)$ , а возмущение плотности и электрическое поле равны нулю.

Некоторые эффекты, связанные с электронной нелинейностью, исследовались нами ранее /3-5/. Были определены границы электронной нелинейности и захвата - начальные параметры волны, при которых эти явления становятся существенными /3а/. Исследовались некоторые случаи эволюции стоячих волн большой амплитуды /4, 5/.

Обзор работ, посвященных электронной нелинейности, приведен в работе I. Здесь мы отметим только первые работы /6, 7/ и работу /8/. В работе /6/ показана возможность существования стационарных нелинейных волн (волны Ахиезера-Любарского). В работе /8/ развит обобщенный подход, позволяющий описать нелинейные волны в холодной плазме, включая релятивистские эффекты и эффекты, связанные с движением плазмы. В работах /7, 8/ отмечается, что использованные уравнения неприменимы в области амплитуд волны  $\sqrt{e\phi_0/m} \geq V_\phi$  /7/ или  $\tilde{V}_0 \geq V_\phi$  /8/. В этой области должно происходить опрокидывание волны. Отметим, что в этих работах используется гидродинамическое описание плазмы. Опрокидывание стоячей волны, заданной возмущением скорости электронов в одномерной холодной плазме, исследовалось в численном эксперименте /9/.

В настоящей работе описаны численные эксперименты, вы-

полненные методом частиц в ячейках, что эквивалентно кинетическому описанию плазмы. В них проявляется ряд эффектов, потерянных при гидродинамическом описании, таких как захват электронов волной, ускорение электронов, стохастические эффекты.

В настоящей работе рассматриваются стоячие ленгмюровские волны, заданные возмущением скорости в одномерной теплой плазме в широком диапазоне параметров  $\lambda/r_d \sim 20-100$ ;  $V_\phi/V_T \sim \pm(3,6-16)$ ;  $\tilde{V}_0/V_\phi \sim 10^{-2}-10$ ;  $(2E_0)^2/8\pi nT \sim 10^{-4}-10^3$ ;  $V_z/V_\phi \sim 0,1-3,5$  ( $V_z = 2\sqrt{e\phi_0/m}$ ;  $\tilde{V}_0$  - амплитуда возмущения скорости;  $2E_0$ ,  $2\phi_0$  - амплитуда поля и потенциала стоячей волны, соответствующая  $\tilde{V}_0$  в линейной волне). Этот диапазон параметров включает предельные случаи, когда электронная нелинейность незначительна, и случаи, когда волна опрокидывается.

Найдены (или уточнены по сравнению с работой /3а/) границы электронной нелинейности и граница захвата электронов в теплой (захват и ускорение электронов с невозмущенными скоростями  $V^0 \sim 2V_T$ ) и в холодной (захват и ускорение электронов с  $V^0 \sim 0$ ) плазме. Определена граница  $\chi$ -опрокидывания, которую можно считать границей опрокидывания волны. Показано, что границы захвата лежат в области  $\tilde{V}_0/V_\phi < 1$ , а граница  $\chi$ -опрокидывания - в области  $\tilde{V}_0/V_\phi \geq 1$ . Следует отметить, что граничные значения  $V_z/V_\phi$  практически не отличаются от соответствующих границ бегущих волн.

Исследование эволюции стоячих ленгмюровских волн и эффектов, связанных с электронной нелинейностью, захватом электронов и опрокидыванием, проводится в широком диапазоне амплитуд волн  $\tilde{V}_0/V_\phi \sim 2 \cdot 10^{-2}-2$ ;  $(2E_0)^2/8\pi nT \sim 6 \cdot 10^{-2}-5 \cdot 10^2$ ;  $V_z/V_\phi \sim 0,2-2$ ;  $2e\phi_0/T_e \sim 5-5 \cdot 10^2$  при длине волны  $\lambda/r_d = 100$  и фазовой скорости  $V_\phi/V_T = \pm 16$ .

Отметим, что ранее /4/ нами исследовалась начальная стадия эволюции стоячих волн при длине волны  $\lambda/r_d = 20$  и фазовой скорости  $V_\phi/V_T \sim \pm 3,6$  в диапазоне амплитуд  $\tilde{V}_0/V_\phi \sim 5 \cdot 10^{-2}-8$ , включающем предельные случаи линейной и опрокидывающейся волны.

В рассматриваемой нами модели начальная максвелловская функция распределения электронов по скоростям из-за ограниченности числа счетных частиц обрезана на скорости  $V \sim \pm 2V_T$ .



В результате этого в области начальных параметров волны ниже границы захвата модель является несамосогласованной - в ней потеряны все эффекты, связанные с захваченными частицами. Для нас это имеет и положительную сторону, поскольку позволяет выделить эффекты, связанные с электронной нелинейностью. В области начальных параметров волны выше границы захвата модель является самосогласованной.

В работе I было показано, что в случае бегущих волн в задаче с начальными условиями стационарная волна Ахиезера-Любарского не устанавливается. Электронная нелинейность проявляется в периодическом (с периодом равным плазменному) изменении формы волны (обострении  $\tilde{V}(x)$ ,  $\tilde{n}(x)$ ,  $\psi(x)$  и укрупнении  $E(x)$ ) и модуляции ее потенциала. В спектральном описании этот процесс проявляется в модуляции амплитуды волны и периодическом возбуждении ее гармоник. Показано, что этот периодический процесс приводит к образованию стохастического слоя (стохастизации движения частиц) в районе сепаратрисы.

В настоящей работе показано, что электронная нелинейность проявляется и в стоячих ленгмюровских волнах в области начальных параметров выше границы нелинейности. Также как в случае бегущих волн, стационарная волна Ахиезера-Любарского не устанавливается. Электронная нелинейность проявляется в периодическом изменении формы волны и периодическом возбуждении ее гармоник. Модуляции потенциала и амплитуды волны в этом случае не наблюдается, поскольку периодичность процесса (половина плазменного периода) совпадает с периодичностью изменения амплитуды в стоячей волне.

С помощью анализа траекторий пробных частиц найдено, что вблизи сепаратрисы образуется стохастический слой, ширина которого растет с ростом начальной амплитуды волны.

В стоячей ленгмюровской волне стохастические эффекты могут быть обусловлены не только электронной нелинейностью. Стоячую волну можно рассматривать как две бегущих волны - прямую и обратную. Стохастические эффекты, возникающие при движении частицы в поле двух волн, хорошо известны /10-21/. Неоднократно исследовались и собственно стоячие волны /16-22/. В работах /20,21/ описаны численные эксперименты - решение

уравнения, описывающего движение частицы в поле стоячей волны постоянной амплитуды  $\ddot{x} = (eE/m) \cos kx \sin \omega t$ . При такой постановке задача в приложении к ленгмюровским волнам является несамосогласованной - в ней не учитываются эффекты, связанные с электронной нелинейностью и с захваченными частицами, она описывает только эффекты, связанные с движением частицы в поле стоячей волны (в поле двух волн - прямой и обратной). В работах /20,21/ показано, что в окрестности сепаратрисы прямой и обратной волны образуется стохастический слой, ширина которого растет с амплитудой.

Сравнение наших результатов с результатами /20,21/ показывает, что при одинаковых параметрах волны ширина слоя у нас и в работах /20,21/ практически не различается. Это показывает, что в рассматриваемых случаях стоячей ленгмюровской волны с начальным возмущением скорости определяющую роль в развитии стохастических эффектов играет эффект от самой стоячей волны (эффект двух волн). Стохастические эффекты, связанные с электронной нелинейностью, если и проявляются, то дают малый вклад в эффект от стоячей волны.

Большой интерес представляет стохастическая неустойчивость движения частиц в стоячей волне (large scale stochasticity) /12,16,17/, при которой траектория частицы переходит из области стохастического слоя прямой волны в область слоя обратной волны и обратно. Качественно граница неустойчивости определяется критерием Чирикова - пересечением областей захвата прямой и обратной волн  $V_3/V_\phi \geq 1$ . Более точно граница стохастической неустойчивости в стоячей волне была определена методом ренормализации -  $V_3/V_\phi \geq 0,70$  /12,16,17/;  $K = \frac{\pi^2}{4} (V_3/V_\phi)^2 \geq 1,21$  /12, стр.286/.

Траектории частиц, соответствующие стохастической неустойчивости в стоячей волне, наблюдались в численных экспериментах /20,21/ при начальных параметрах  $V_3/V_\phi \geq 0,8$  выше границы стохастической неустойчивости. В работе /22/ описан лабораторный эксперимент, в котором исследовался нагрев электронов плазмы в поле стоячей ленгмюровской волны. Было найдено, что заметный нагрев электронов начинается при параметрах, соответствующих границе стохастической неустойчивости, и быстро растет с ростом амплитуды волны. По мнению автора это



является проявлением стохастической неустойчивости движения частиц в поле стоячей волны. Однако, по нашему мнению, представляется возможным объяснить этот эксперимент с другой точки зрения, например, учитывая конверсию ленгмюровской волны в коротковолновые гармоники на возмущениях плотности /23/. Поглощение гармоник конверсии приводит к нагреву электронов плазмы /5/, а скорость конверсии растет с ростом возмущения плотности, обусловленного ростом амплитуды волны.

В настоящей работе рассматривался ряд случаев с параметрами выше границы стохастической неустойчивости  $V_3/V_\phi \sim 0,7$ , но ниже границы захвата  $V_3/V_\phi \sim 1,2$ . В каждом случае просматривалось более 100 траекторий, однако траекторий, соответствующих стохастической неустойчивости, обнаружено не было. Это, конечно, не означает, что таких траекторий нет, но свидетельствует о том, что вблизи границы стохастическая неустойчивость не играет существенной роли.

Следовало бы искать стохастическую неустойчивость при больших начальных амплитудах волны. Однако в нашем случае такие амплитуды лежат выше границы захвата. В этой области наша модель является самосогласованной. Ускорение электронов на начальном этапе приводит к затуханию волны. Установившаяся амплитуда уменьшается с ростом начальной амплитуды волны. Максимальная установившаяся амплитуда достигает величины  $V_3/V_\phi \sim 1,1$ , т.е. тоже не очень существенно превышает границу стохастической неустойчивости. Поиск траекторий, соответствующих стохастической неустойчивости (проанализировано более 100 траекторий) не дал результата и в этом случае.

Стохастический слой формируется и в самосогласованных случаях при начальных параметрах волны вплоть до границы  $\chi$ -опрокидывания включительно. Следует отметить, что в этих случаях вклад в формирование стохастического слоя может внести модуляция амплитуды волны, связанная с движением захваченных частиц и частиц слоя /24-28/.

При  $\chi$ -опрокидывании на начальном этапе ускоряется значительная часть электронов, что приводит к сильному затуханию волны.

В области начальных параметров выше границы  $\chi$ -опрокидывания определяющую роль играет опрокидывание волны и развитие

многопоточкового движения, хотя на начальном этапе электроны ускоряются и здесь. "Чистое" баллистическое опрокидывание, когда практически все электроны движутся со своими начальными скоростями, происходит только при очень больших амплитудах волны  $V_3/V_\phi > 3,5$ ;  $\tilde{V}_0/V_\phi > 6,3$ .

Изучалось развитие опрокидывания волны и многопоточкового движения. При опрокидывании волна затухает, энергия волны поглощается электронами. Однако позже некоторая часть энергии опять перекачивается в волну и вновь поглощается электронами. Наблюдаются нерегулярные затухающие колебания электрического поля. В результате этого движение электронов приобретает некоторые черты стохастического движения.

Энергия волны поглощается, в основном, электронами хвоста функции распределения ( $|V| > 2V_T$ ), но часть ее идет на нагрев основной массы электронов. Температура плазмы возрастает с ростом начальной амплитуды волны.

В численных экспериментах /9/ исследовалась начальная стадия опрокидывания и развитие многопоточкового движения стоячих ленгмюровских волн в одномерной холодной плазме. Развитие опрокидывания и многопоточкового движения в нашем случае тепловой плазмы на начальной стадии имеет тот же характер, что и в работе /9/, в случае холодной плазмы совпадает с результатами работы /9/. Более поздние стадии развития многопоточкового движения в работе /9/ не изучались.

Описание численного эксперимента приведено в работе I. В настоящей работе в начальный момент времени задается стоячая ленгмюровская волна. Для задания стоячей волны с амплитудой  $2E_0$  ( $2\varphi_0$ ) задаются прямая и обратная бегущие волны с фазовыми скоростями  $+V_\phi$  и  $-V_\phi$  и амплитудами, равными  $E_0(\varphi_0)$ . Фазы волн выбираются так, что в начальный момент времени задается возмущение скорости  $\tilde{V}(x) = -\tilde{V}_0 \sin kx$ , а возмущение плотности  $\tilde{n}(x)$ , потенциал  $\varphi(x)$  и электрическое поле  $E(x)$  волны равны нулю. Длина волны  $\lambda$  задается равной длине системы  $\mathcal{L}$ , так что номер гармоники  $N = \mathcal{L}/\lambda = 1$ .

Возмущение скорости  $\tilde{V}(x)$  накладывается на начальную



максвелловскую функцию распределения  $f_0(v^0)$  ( $v^0$  - невозмущенная скорость). При больших амплитудах волны функция распределения по возмущенным скоростям  $V_0$  заметно отличается от максвелловской и зависит от  $x$  -  $f(x, V_0) = f_0[V^0 + \tilde{v}(x)]$ .

Ранее при исследовании ленгмюровских волн большой амплитуды /3/ мы наблюдали некоторые проявления электронной нелинейности - обострение возмущения плотности  $\tilde{n}(x)$  и потенциала  $\varphi(x)$ , укрупнение поля волны  $E(x)$ . Была найдена граница электронной нелинейности - начальные параметры волны, при которых возмущение волны становится заметным. Эта граница определялась обычно по обострению возмущения плотности, когда отношение максимального возмущения  $\tilde{n}_+$  к минимальному  $\tilde{n}_-$  начинает превышать единицу  $1 < \tilde{n}_+/\tilde{n}_- \leq 1,10$ . Была найдена также граница захвата - начальные параметры волны, при которых появляются электроны, ускоренные до скоростей  $V > V_\phi$ , что соответствует границе захвата электронов с начальными невозмущенными скоростями  $V^0 \sim 2V_T$ .

В настоящей работе мы уточняем границу нелинейности, определяя две границы по  $\tilde{n}_+/\tilde{n}_- \sim 1,03$  и  $1,10$ , и определяем некоторые новые границы (Рис. 1а, б, Таблица I). На Рис. 1а, б кривые I и II соответствуют границам нелинейности, определенным по отношению  $\tilde{n}_+/\tilde{n}_- \sim 1,03$  и  $1,10$  соответственно.

Кривые III, IV соответствуют границам захвата электронов с начальными невозмущенными скоростями  $V^0 \sim 2V_T$  и  $V^0 \sim 0$  (граница захвата для холодной плазмы).

Кривая V соответствует так называемому  $x$ -опрокидыванию /4/, при котором ускоряются практически все электроны плазмы. Кривую V можно рассматривать как границу опрокидывания волны. При параметрах волны, лежащих выше этой кривой, происходит опрокидывание волны, но часть электронов ускоряется.

Кривая VI соответствует границе "чистого" баллистического опрокидывания, когда начальное возмущение скорости превышает возмущение, обусловленное самосогласованным потенциалом, и электроны движутся практически свободно.

Из Рис. 1а, б видно, что при достаточно больших длинах волн  $\lambda/r_d \sim 20-50$  границы не зависят от длины волны и фазовой

Таблица I. Границы.

$$\lambda/r_d = 100; V_\phi/V_T = \pm 16$$

Граница	$\frac{\tilde{V}_0}{V_T}$	$\frac{\tilde{V}_0}{V_\phi}$	$\frac{\sqrt{e\varphi_0}}{V_T}$	$\frac{\sqrt{e\varphi_0}}{V_\phi}$	$\frac{V_z}{V_\phi}$
Эл. нелинейность ( $\tilde{n}_+/\tilde{n}_- \sim 1,03$ )	0,36	0,02	1,7	0,10	0,20
Эл. нелинейность ( $\tilde{n}_+/\tilde{n}_- \sim 1,1$ )	0,96	0,06	2,8	0,17	0,35
Стохастическая неустойчивость /I2, I6/	3,9	0,24	5,6	0,35	0,70
Захват электронов с $V^0 \sim 2V_T$	12,3	0,77	9,9	0,62	1,22
Захват электронов с $V^0 \sim 0$ в холодной плазме	14,2	0,90	10,6	0,67	1,34
$x$ - опрокидывание	20	1,25	12,6	0,80	1,60
Опрокидывание	100	6,3	28	1,8	3,5

$\tilde{V}_0$  - амплитуда начального возмущения скорости;  $2\varphi_0$  - амплитуда потенциала, соответствующего возмущению скорости в линейной стоячей волне;  $V_z = 2\sqrt{e\varphi_0/mz}$ .



скорости. Значения  $\tilde{V}_0/V_\phi$ ,  $V_3/V_\phi$  для границ разных явлений при  $\lambda/r_d = 100$ ,  $V_\phi/V_T = 16$  приведены в таблице I и на Рис.1а,б.

Начальные параметры волн, эволюция которых рассматривается в настоящей работе, приведены в таблице 2. Напомним, что в начальный момент времени задается синусоидальное возмущение скорости с амплитудой  $\tilde{V}_0$ . В таблице приведены  $E_0$ ,  $V_3 = \sqrt{e\phi_0/m}$  (где  $\phi_0 = E_0/k$ ) и т.д., соответствующие этому  $\tilde{V}_0$  в линейной волне (в линейной стоячей волне амплитуда  $E(x)$  достигает величины  $2E_0$  в  $t = 1/4 T_0$ ).

На Рис.1а,б показано положение начальных параметров волн в рассматриваемых случаях относительно границ. Видно, что случай 2-0 лежит на границе нелинейности I, случай 2-I вблизи границы нелинейности II. Случаи 2-2 - 2-5 лежат между границей нелинейности II и границей захвата III. Случай 2-6 лежит вблизи границы захвата холодной плазмы IV, а случай 2-7 - вблизи границы  $x$ -опрокидывания У. Выше этой границы лежат случаи 2-8 - 2-10.

Отметим, что во всех случаях, которые лежат ниже границ захвата III, IV (случаи 2-0 - 2-5) рассматриваемая нами модель является несамосогласованной из-за отсутствия электронов с  $V^0 > 2V_T$ . В случаях 2-6 - 2-10, которые лежат выше границы захвата IV, модель можно считать самосогласованной, так как эволюцию волны здесь определяют электроны с  $V^0 \sim 0 - 2V_T$  и роль электронов хвоста с  $V^0 > 2V_T$  становится несущественной.

Рассмотрим эволюцию начального возмущения.

В случае 2-0 развивается стоячая ленгмюровская волна. Анализ фазовых плоскостей электронов и распределения скорости  $\tilde{V}(x)$ , распределения возмущения плотности  $\tilde{n}(x)$ , потенциала  $\phi(x)$ , поля  $E(x)$  в разные моменты времени показывает, что все они практически синусоидальны. Исключение представляет небольшая несимметрия  $\tilde{n}(x) - \tilde{n}_+/\tilde{n}_- \sim 1,03$ . Таким образом, в этом случае наблюдается близкая к линейной стоячая ленгмюровская волна.

В случаях 2-I - 2-5 роль электронной нелинейности возрастает и с ростом начальной амплитуды волны проявляется все более и более четко. Это хорошо видно по Рис.2,3, где показаны

Таблица 2. Начальные данные.

В  $t = 0$  задано  $\tilde{V}(x) = -\tilde{V}_0 \sin kx$ ;  $\lambda/r_d = 100$ ;  $V_\phi/V_T = 16$ ;  $T_0/T_{0e} = 0,9941$ ;  
 $k r_d = 0,063$ ;  $(k r_d)^2 = 3,9 \cdot 10^{-3}$

Случай	2-0	2-1	2-2	2-2a	2-3	2-4	2-5	2-6	2-7	2-8	2-9	2-10
$E_0$	7,0	15,5	35,2	75,9	100	150	200	300	400	450	550	626
$\tilde{V}_0/V_T$	0,36	0,79	1,8	3,9	5,1	7,6	10,2	15,3	20,4	22,9	28,0	31,9
$\tilde{V}_0/V_\phi$	0,022	0,05	0,11	0,24	0,32	0,48	0,64	0,96	1,27	1,43	1,75	1,99
$(2E_0)^2/8\pi n T$	0,063	0,31	1,59	7,39	12,8	28,9	51,3	115,5	205	260	388	503
$W_H^0/W_e^0$	0,071	0,35	1,80	8,36	14,5	32,7	58,1	130,6	232,2	294	439	569
$2e\phi_0/T_e$	5,6	12,5	28,3	61,1	80,5	120,8	161	241,5	322	362	443	504
$V_3/V_T$	3,4	5,0	7,5	11	12,7	15,6	18,0	22,0	25,4	26,9	29,8	31,8
$V_3/V_\phi$	0,21	0,31	0,47	0,69	0,79	0,97	1,1	1,4	1,6	1,7	1,9	2,0
$T_8/T_{0e}$	9,5	6,4	4,2	2,9	2,5	2,0	1,8	1,45	1,25	1,18	1,07	1,0
$t_{max}/T_{0e}$	0,25	0,25	0,25	0,25	0,24	0,23	0,23	0,22	0,19	0,18	0,14	0,12
$ e\phi_{max}/T_e $	5,66	12,6	29,1	64,7	86,8	134	184	283	347	359	372	376

И

$\tilde{V}_0$  - амплитуда начального возмущения скорости,  $2E_0, 2\phi_0$  - амплитуда напряженности электрического поля и потенциала, соответствующих возмущению скорости  $\tilde{V}_0$  в линейной стоячей волне;  $E_0$  нормировано на  $m r_d / e T_{0e}$ ;  $W_H^0 = \Delta W_e^0$  - начальная энергия волн;  $\Delta W_e^0 = W_e^0 - W_e^0$ ;  $W_e^0$  - тепловая энергия электронов;  $V_3 = 2\sqrt{e\phi_0/m}$  - граница области захвата;  $T_8 = 2\pi/k \sqrt{e\phi_0/m}$  - период захваченных частиц;  $\phi_{max}$  - максимальный потенциал в нелинейной стоячей волне в момент  $t_{max}$



фазовые плоскости электронов и распределения  $\tilde{n}(x)$ ,  $\varphi(x)$ ,  $E(x)$  в разные моменты времени для случаев 2-3 и 2-5. Видно, что электронная нелинейность проявляется в периодическом укрупнении распределения скорости. Это приводит к периодическому обострению  $\tilde{n}(x)$  и формированию пика плотности. Распределение потенциала также несколько обостряется, а распределение поля укрупняется с той же периодичностью. Максимальное обострение  $\tilde{n}(x)$ ,  $\varphi(x)$  и укрупнение  $E(x)$  достигаются в те же моменты времени  $t_{max} \sim 1/4 T_0, 3/4 T_0$ , что и максимальные амплитуды этих величин в стоячей волне. За счет электронной нелинейности максимальные величины  $\tilde{n}/n_0$ ,  $|-e\varphi/T_e|$  становятся больше, чем в линейной стоячей волне. В моменты  $t \sim T_0/2$  возмущение скорости вновь становится синусоидальным, а  $\tilde{n}(x)$ ,  $\varphi(x)$ ,  $E(x)$  обращаются в ноль. Таким образом, периодичность проявления электронной нелинейности совпадает с периодичностью изменения величины в стоячей волне  $T_0/2$ . Такой характер процесса сохраняется в течение длительного времени ( $> 20-30 T_{oe}$ ).

Отметим, что в отличие от бегущих волн I, в рассматриваемых случаях не наблюдается периодического изменения максимального потенциала. Как видно из Рис.4 максимальный потенциал меняется с периодичностью стоячей волны  $\sim 1/2 T_0$ , но его максимальное значение (в случае 2-3  $\frac{e\varphi_{max}}{T_e} \sim 87$ , в случае 2-5 - 184) остается постоянным, хотя и превышает максимальный потенциал в линейной волне (в случае 2-3  $2e\varphi_0/T_e \sim 80$ , в случае 2-5 - 161). С ростом амплитуды волны различие увеличивается (см. значения  $2e\varphi_0/T_e$  и  $e\varphi_{max}/T_e$  в таблице 2).

Электронная нелинейность особенно четко проявляется при спектральном описании процесса. Укрупнению поля соответствует возбуждение гармоник  $N = II, III \dots$  начальной волны  $N = I$ . Из Рис.5,6 видно, что амплитуда гармоник  $N = II, III$  меняется с периодом  $\sim 1/2 T_0$  и достигает максимального значения в  $t \sim 1/4 T_0$  и  $3/4 T_0$ . Амплитуда основной волны достигает максимума в эти же моменты времени, но максимальные значения  $E_{max}^I$  меньше, чем амплитуда линейной волны  $E_0$ . Отличие максимальной  $E_{max}^I$  от  $E_0$   $\Delta E^I = E_0 - E_{max}^I$  и максимальная амплитуда гармоник  $N = II, III$  возрастают с ростом начальной амплитуды волны (Рис.7а,б).

В случае бегущих волн I наблюдалось периодическое укрупнение волны с периодом  $\sim T_0$ , причем максимальное укрупнение и максимальные амплитуды гармоник наблюдались в  $t \sim 1/2 T_0$ . Наблюдаемую в рассматриваемых случаях картину можно объяснить тем, что периодическое (с периодом  $\sim 1/2 T_0$ ) изменение амплитуды гармоники  $N = I$  в стоячей волне накладывается на периодическое (с периодом  $\sim T_0$ ) проявление электронной нелинейности в каждой из бегущих волн.

При увеличении начальной амплитуды волны процесс сохраняет такой же характер вплоть до границы захвата. В случаях, параметры которых лежат выше границы захвата, становится существенным затухание волны. Однако, и в этих случаях после начального затухания устанавливается нелинейная волна меньшей амплитуды и процесс сохраняет периодический характер. Мы вернемся к этому ниже.

Проводился анализ траекторий движения электронов на фазовой плоскости. Для этого анализа задавались пробные частицы с начальными координатами на фазовой плоскости  $x_0, v_0$  ( $v_0 \equiv \tilde{v}^0$ ) внутри или вне области захвата, ограниченной сепаратрисой  $v_c(x) = v_\phi \pm 2\sqrt{e\varphi_0/m} \sin k(x-x')$ , где  $x'$  - координата узла сепаратрисы.

При начальных параметрах волны ниже границы нелинейности I или вблизи нее частицы с  $x_0, v_0$  внутри области захвата не выходят из области захвата и имеют замкнутые эллиптические траектории. Частицы с  $x_0, v_0$  вне области захвата являются пролетными, их траектории всегда лежат выше или ниже области захвата в зависимости от начальных координат  $x_0, v_0$ .

При больших амплитудах волны вблизи сепаратрисы появляются траектории, которые ведут себя необычно - некоторые траектории с  $x_0, v_0$  внутри области захвата выходят из области захвата и, наоборот, траектории с  $x_0, v_0$  вне области захвата попадают в эту область и в течение некоторого времени ведут себя подобно траекториям захваченных частиц. Существует некоторая область начальных координат в районе сепаратрисы, в которой частицы ведут себя ненормально. По аналогии с I будем называть ее областью стохастического движения или стохастическим слоем. Ширина этой области возрастает с ростом начальной амплитуды волны.



На Рис.8а показана область захвата, ограниченная сепаратрисой, для случая 2-5. Разными знаками отмечены  $\chi_0, \nu_0$  частиц с нормальными ( - ) и ненормальными ( x ) траекториями (траектории прослеживались до  $t/T_{oe} \sim 7$ ). Видно, что часть частиц с  $\chi_0, \nu_0$  внутри области захвата выходит из захвата, а часть частиц с  $\chi_0, \nu_0$  вне области захвата наоборот захватывается, т.е. существует область стохастического движения. Внутри этой области существует некоторая тонкая структура - ненормальные траектории перемежаются нормальными. Вне этой области траектории ведут себя нормально - частицы с  $\chi_0, \nu_0$  внутри области захвата являются захваченными, с  $\chi_0, \nu_0$  вне ее - пролетными.

Отметим, что нижняя граница стохастической области  $V_a(x)$  лежит ниже сепаратрисы, так что область захвата эффективно расширяется в область меньших начальных скоростей частиц.

На Рис.8а показаны  $\chi_0$  и  $\nu_0$  - возмущенные начальные скорости электронов. При больших амплитудах волны начальное возмущение скорости  $\tilde{V}(x)$  настолько велико (в случае 2-5  $\tilde{\nu}_0/\nu_\phi \sim 0,64$ ), что функция распределения по скоростям сильно отличается от максвелловской. Чтобы понять, какая область максвелловского распределения электронов попадает в область захвата или в стохастическую область, следует перейти к невозмущенным скоростям частиц  $V^0(x) = \nu_0(x) - \tilde{V}(x)$ . На Рис.8б показаны кривые  $V^0(x)$ , соответствующие сепаратрисе  $V_c(x)$  и нижней границе стохастической области. Видно, что нижняя граница области захвата  $V_c = \nu_\phi - V_3$  соответствует  $V^0 \sim 8V_T$ , а нижняя граница стохастической области -  $V^0 \sim 3V_T$ . Это показывает, что в результате образования стохастической области в захват дополнительно вовлекается значительное число электронов с  $V^0$  от 3 до  $8V_T$  из глубоких слоев функции распределения. Следует однако, отметить, что минимальные  $V^0 \sim 2V_T$  в этом случае определяются границей области захвата на  $x/\lambda \sim 0,2$  и  $0,8$ , а не границей стохастической области.

На Рис.9а, 9б показана зависимость от амплитуды волны нижней границы области захвата  $V_c = \nu_\phi - V_3$  и нижней границы стохастической области  $V_a$  в возмущенных  $\nu_0$  (Рис.9а) и невозмущенных  $V^0$  (Рис.9б) начальных скоростях электронов. Видно, что с ростом амплитуды ширина стохастической области уве-

личивается и ее нижняя граница смещается в сторону меньших начальных скоростей электронов. На Рис.9а,б приведена нижняя граница  $V_a$  (пунктир), полученная при прослеживании траекторий за время  $\sim 20-30 T_{oe}$  (см. ниже). Видно, что эта граница с течением времени смещается в область еще меньших  $V^0$ , но не очень значительно.

Частицы с начальными  $\chi_0, \nu_0$  в стохастической области ниже сепаратрисы вместо того, чтобы быть пролетными, вовлекаются в захват и на начальной стадии ускоряются. При начальном максвелловском распределении это должно привести к тому, что с ростом начальной амплитуды в захват будет вовлекаться большее и большее число электронов. В самосогласованной задаче это должно привести к сильному росту начального затухания.

Анализ траекторий частиц с  $\chi_0, \nu_0$  в стохастической области показывает, что траектории имеют вид, характерный для стохастического слоя вблизи сепаратрисы. Действительно, эти траектории с течением времени меняют свой характер - частица переходит из пролетной в захваченную и обратно через случайные промежутки времени. Характерная траектория такого типа (случай 2-6) показана на Рис.10. Начальные координаты этой частицы лежат внутри области захвата в пределах стохастической области. Однако, не совершив и одного оборота эта частица в  $t/T_{oe} \approx 1,7$  выходит из захвата с  $V > \nu_\phi$  и становится пролетной, вновь захватывается в  $t/T_{oe} \approx 3$ , выходит из захвата с  $V < \nu_\phi$  в  $t/T_{oe} \approx 4,4$ , опять захватывается в  $t/T_{oe} \approx 5,5$  и т.д. Как было показано в работе /25/, такие траектории являются проявлением локальной (ляпуновской) стохастической неустойчивости.

Анализ траекторий частиц с близкими начальными координатами  $\chi_0, \nu_0$ , лежащими в стохастической области, показывает, что эти траектории быстро расходятся. Это является характерным признаком стохастического движения.

Характерные траектории частиц с близкими  $\chi_0, \nu_0$ , лежащими ниже области захвата (случай 2-5) показаны на Рис.11а,б в лабораторной системе (Рис.11а) и в системе координат волны (Рис.11б). Видно, что до  $t/T_{oe} \sim 1$  все траектории близки, но позже начинают расходиться. Частица  $N = 1$  вначале пролетная, но в  $t/T_{oe} \approx 5,2$  захватывается. Частицы 2 и 3 вначале захвачены, но в  $t/T_{oe} \approx 6,4$  частица  $N = 3$  выходит из захвата с  $V < \nu_\phi$  и становится пролетной. Частица 2 так и остается захваченной до  $t/T_{oe} \sim 7$ . Частица  $N = 4$  все время пролетная с  $V < \nu_\phi$ . Таким образом, малые различия в начальных коор-



динах приводят к большому различию траекторий частиц.

Приведенные факты позволяют утверждать, что вблизи сепаратрисы образуется стохастический слой — область, в которой движение частиц является стохастическим. Следует подчеркнуть, что движение частиц становится стохастическим в то время как колебания электрического поля  $E(x,t)$ ,  $\varphi(x,t)$  сохраняют регулярный характер.

Для того, чтобы выяснить структуру и определить ширину установленного стохастического слоя в разных случаях изучалось движение группы пробных частиц с близкими начальными координатами, лежащими в пределах стохастической области прямой и обратной волны вне области захвата. Использовался метод, аналогичный отображению Пуанкаре: фазовые плоскости, выведенные в последовательные моменты времени через  $\Delta t = T_0$ , накладывались друг на друга ("суммировались"). При этом траектория данной частицы отмечается точками через  $\Delta t$ . Регулярная траектория проявляется в виде определенной кривой, стохастическая — в виде точек, заполняющих некоторую область. Эта область и является стохастическим слоем (подробнее см I).

На Рис.12 показаны фазовые плоскости, "просуммированные" за  $t \sim 20-30 T_{0e}$  с  $\Delta t = T_0$  (отображенные с  $\Delta t = T_0$ ) для случаев 2-0 — 2-5 (несамосогласованная модель) и самосогласованных случаев 2-6, 2-7, которые будут рассмотрены ниже. Видно, что стохастический слой сосредоточен вблизи сепаратрисы и ее узлов и включает область как вне, так и внутри области захвата. Ширина стохастического слоя возрастает с ростом начальной амплитуды волны.

В таблице 3 приведены некоторые данные, характеризующие стохастический слой в разных случаях — максимальная  $V_{max}$  и минимальная  $V_{min}$  скорости в слое, соответствующие верхней и нижней границе слоя, ширина слоя в районе минимума  $\Delta_1$  и максимума  $\Delta_2$  сепаратрисы. В таблице также приведена величина  $\delta$ , характеризующая разброс при разном начальном наборе пробных частиц и неопределенность за счет шага по скорости  $\Delta V$ .

Нижняя граница стохастического слоя  $V_{min}$  незначительно отличается от нижней границы стохастической области, найденной ранее по траекториям за  $t \sim 7 T_{0e}$ . Это видно по Рис.9а,б,

Таблица 3. Стохастический слой.

Случай	2-0	2-2	2-2а	2-3	2-4	2-5	2-6	2-7
$E_0$	7,0	35,2	75,9	100	150	200	300	400
$V_3/V_T$	3,4	7,5	11,1	12,7	15,6	18,0	22,0	25,4
$(V_\phi + V_3)/V_T$	19,4	23,5	27,1	28,7	31,6	34,0	38,0	41,4
$V_{max}/V_T$	19,4	23,1	26,4	28,0	31,2	32,5	38,0	35
$(V_\phi - V_3)/V_T$	12,6	8,5	4,9	3,3	0,46	-2,0	-6,0	-9,4
$V_{min}/V_T$	12,6	8,0	3,5	1,2	-3,8	-8,3	-14,3	-6,4
$\Delta_1/V_T <$	0,4	0,48	1,3	2,1	4,5	5,7	11,8	9,5
$\delta/V_T$	$\pm 0,4$	$\pm 0,16$	$\pm 0,32$	$\pm 0,24$	$\pm 0,64$	$\pm 0,64$	$\pm 0,64$	$\pm 1,6$
$\Delta_2/V_T <$	0,4	0,32	0,96	1,4	3,2	4,5	9,5	9,5
$\delta/V_T$	$\pm 0,4$	$\pm 0,16$	$\pm 0,32$	$\pm 0,24$	$\pm 0,64$	$\pm 0,64$	$\pm 0,64$	$\pm 1,6$
$\Delta_1/V_3 <$	0,12	0,06	0,12	0,17	0,29	0,32	0,54	0,4
$\delta/V_3$	$\pm 0,12$	$\pm 0,02$	$\pm 0,03$	$\pm 0,02$	$\pm 0,04$	$\pm 0,035$	$\pm 0,03$	$\pm 0,06$
$\Delta_2/V_3 <$	0,12	0,04	0,09	0,11	0,20	0,25	0,43	0,4
$\delta/V_3$	$\pm 0,12$	$\pm 0,02$	$\pm 0,03$	$\pm 0,02$	$\pm 0,04$	$\pm 0,03$	$\pm 0,03$	$\pm 0,06$
$\Delta_1^*/V_3$			0,14	0,18	0,12	0,30		
$\delta_1^*/V_3$			$\pm 0,03$	$\pm 0,02$	$\pm 0,02$	$\pm 0,02$		
$\Delta_2^*/V_3$			0,06	0,12	0,12	0,23		
$\delta_2^*/V_3$			$\pm 0,03$	$\pm 0,02$	$\pm 0,02$	$\pm 0,02$		
Работа			/21/	/21/	/20/	/20/		

$V_3 = 2\sqrt{e\varphi_0/m}$ ;  $V_{max}, V_{min}$  — максимальная и минимальная скорость частиц в стохастическом слое (пробные частицы);  $\Delta_1, \Delta_2$  — ширина стохастического слоя в районе максимума и минимума сепаратрисы;  $\delta_1, \delta_2$  — ошибка определения  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$ ;  $\Delta_1^*, \Delta_2^*, \delta_1^*, \delta_2^*$  — ширина слоя и ошибки по результатам работ /20/ и /21/.



где нижняя граница стохастического слоя нанесена пунктиром.

Следует отметить, что на Рис.12 показаны фазовые плоскости, "просуммированные" в фазе, соответствующей начальной, когда возмущение скорости максимально. Если "просуммировать" фазовые плоскости в фазе  $\tilde{V}(x) = 0$  (такой случай показан на Рис.12д для сравнения с Рис.12г, случай 2-4), то  $V_{max}, V_{min}$  могут измениться, но ширина слоя практически не меняется.

Зависимость от начальной амплитуды волны ширины слоя в районе минимума ( $\Delta_1$ ) и максимума ( $\Delta_2$ ) сепаратрисы показана на Рис.13а,б. Как мы уже отмечали, случаи 2-2 - 2-5 соответствуют несамосогласованной задаче - в этих случаях электроны плазмы с начальными невозмущенными скоростями  $V^0 \leq 2V_T$  не участвуют в развитии стохастического слоя, а хвост электронов с  $V^0 > 2V_T$  в нашей модели обрзан.

Из Рис.13а,б видно, что ширина стохастического слоя имеет заметную величину  $\Delta/V_3 \approx 0,1$  в области начальных параметров волны, лежащих выше границы электронной нелинейности. Однако, на основании этого мы не можем утверждать, что образование стохастического слоя обусловлено электронной нелинейностью, как мы это сделали в случае бегущих волн I. Действительно, в случае I нет никакого другого процесса, кроме обусловленного электронной нелинейностью, который мог бы привести к образованию стохастического слоя. В стоячей волне стохастический слой может возникнуть и в отсутствие эффектов, связанных с электронной нелинейностью. Образование стохастического слоя при движении частицы в поле двух волн и, в частности, в поле стоячей волны хорошо известно и исследовано в теории /13-18/ и численном эксперименте /19-21/.

В работах /20,21/ приведены результаты численного решения уравнения, описывающего движение заряженной частицы в поле стоячей волны постоянной амплитуды  $\ddot{x} = (eE/m) \cos kx \sin \omega t$ . Эффекты, связанные с электронной нелинейностью в этом уравнении не учитываются. В работах /20,21/ рассмотрено несколько случаев для волн с разными начальными амплитудами. Найдено, что при малых амплитудах траектории электронов имеют регулярный характер и в области захвата и вне ее. При достаточно больших амплитудах вблизи сепаратрисы образуется стохастический слой, ширина которого растет с ростом начальной амплитуды

ды волны.

При амплитудах  $V_3/V_\phi \geq 0,8$  наблюдаются траектории, соответствующие стохастической неустойчивости (large scale stochasticity). Такая траектория переходит из области стохастического слоя прямой волны в область стохастического слоя обратной волны и обратно. Выделенный стохастический слой продолжает существовать и выше критической амплитуды волны.

Диапазон параметров волны, рассмотренный в настоящей работе, включает и параметры, рассмотренные в работах /20,21/. Сравнение Рис.12 нашей работы с Рис.1-3 работы /20/ и Рис.10а-10с работы /21/ показывает, что общий вид стохастического слоя при одинаковых параметрах волны практически одинаков.

На Рис.14а, 14б и в Таблице 3 приведена ширина слоя в районе минимума (Рис.14а) и максимума (Рис.14б), сепаратрисы для наших случаев и случаев из работ /20,21/ с практически теми же параметрами волны.  $\Delta_1, \Delta_2$  определялись по Рис.2,3 работы /20/ и Рис.10в, 10с работы /21/. Предельные значения обусловлены неопределенностью границы слоя из-за шага по скорости на фазовой плоскости или малого числа точек в районе этой границы. Из Рис.14а,б видно, что наши результаты практически не отличаются от результатов работ /20,21/.

Таким образом, можно сделать вывод, что в рассматриваемых случаях образование стохастического слоя обусловлено, в основном, самой стоячей волной. Электронная нелинейность, если и дает вклад в образование стохастического слоя, то он невелик по сравнению с вкладом самой стоячей волны. Напомним в связи с этим, что в рассматриваемых в настоящей работе случаях, в отличие от случаев I и III, электронная нелинейность не приводит к модуляции максимального потенциала (Рис.4). Это указывает, что именно модуляция потенциала (амплитуды волны) ответственна за образование стохастического слоя в I и III (см III).

Значительное число работ посвящено стохастической неустойчивости (large scale stochasticity) движения частицы в поле стоячей волны и определению ее порога /12,16-22/. Найдено, что параметры волны, соответствующие порогу стохастической неустойчивости, определяются условием  $V_3/V_\phi \sim 0,7$  /12,16,17/;  $K = \pi^2/4 (V_3/V_\phi)^2 = 1,21$  /12, стр. 286/.



В численном эксперименте /20/ приведен случай  $V_3/V_\phi \sim 0,98$ , когда наблюдается траектория, соответствующая стохастической неустойчивости. За достаточно большое время эта траектория при отображении Пуанкаре заполняет области стохастического слоя и прямой и обратной волны, переходя из одной области в другую и обратно через случайные промежутки времени.

С этим случаем практически совпадает наш случай 2-4 с  $V_3/V_\phi \sim 0,97$ . Еще выше порога стохастической неустойчивости лежит случай 2-5 с  $V_3/V_\phi \sim 1,1$ . В этих случаях было проанализировано большое число траекторий (несколько десятков в случае 2-4, более сотни в случае 2-5). Однако, траекторий, переходящих из области стохастического слоя прямой волны в область слоя обратной волны или наоборот, за время  $\sim 20-30 T_{oe} \sim 10-15 T_e$  обнаружено не было. Это видно и по Рис.12г,д,е, где стохастические слои прямой и обратной волны четко отграничены друг от друга. Это не означает, что таких траекторий нет, но указывает на то, что их мало и они не играют существенной роли в развитии волны. Это не особенно удивительно, так как оба случая 2-4 и 2-5 лежат недалеко от границы стохастической неустойчивости, а время, в течение которого мы прослеживали траектории, сравнительно невелико.

Можно ожидать, что стохастическая неустойчивость проявится при дальнейшем увеличении амплитуды. Однако, в нашей модели при увеличении амплитуды мы попадаем в область выше границы захвата, где на начальном этапе развития волны остановится существенным ускорение электронов и затухание волны. Начиная со случая 2-6 модель можно считать самосогласованной. Ниже мы покажем, что после начального затухания устанавливается волна меньшей амплитуды. Амплитуда установившейся волны максимальна ( $V_3/V_\phi \sim 1,1$ ;  $K \sim 3$ ) в случае 2-6. Она практически не отличается от случая 2-5, т.е. также не очень значительно превышает границу стохастической неустойчивости.

Было проанализировано более ста траекторий в случае 2-6 за время  $\sim 30 T_{oe}$ . Однако, траекторий, соответствующих стохастической неустойчивости, не было обнаружено и здесь. Ширина слоя в этом случае несколько больше, чем в случае 2-5 (Рис.3), так что слои смыкаются (Рис.12ж). Однако, при задании начальных координат частиц в области стохастического слоя только прямой

волны эти частицы движутся в пределах этого слоя и не попадают в область слоя обратной волны (рис.12з).

Таким образом, можно сделать вывод, что в самосогласованных моделях стоячей ленгмювской волны в задаче с начальными условиями без подкачки энергии стохастическая неустойчивость не играет существенной роли, так как амплитуда волны из-за начального затухания не может существенно превышать границу неустойчивости. При этом стохастическая неустойчивость может проявляться на отдельных траекториях частиц и за очень большое время.

В отличие от этого в образовании стохастического слоя участвует значительное число частиц, причем образование слоя приводит к эффективному расширению области захвата и увеличению начального затухания.

В работе /22/ описан лабораторный эксперимент, в котором исследовались стоячие ленгмювские волны разной амплитуды и изучался нагрев электронов плазмы. Было найдено, что заметный нагрев электронов наблюдается при параметрах волны, соответствующих порогу стохастической неустойчивости, и быстро растет с ростом амплитуды волны. По мнению автора это является проявлением стохастической неустойчивости движения частиц в поле стоячей волны.

Однако, по нашему мнению, представляется возможным объяснить этот эксперимент с другой точки зрения. Тем более, что нагрев электронов в работе /22/ не имеет четкого порога — судя по Рис.2 работы /22/, небольшой нагрев, возрастающий с ростом амплитуды волны, наблюдается и ниже порога стохастической неустойчивости. Можно предположить, например, что нагрев электронов в эксперименте /22/ обусловлен конверсией ленгмювской волны на возмущениях плотности. Как было показано в численных экспериментах /23/, конверсия приводит к перекачке энергии волны в более коротковолновые гармоники. Их энергия эффективно поглощается электронами, наблюдается нагрев электронов плазмы /5/. Параметры возмущения плотности в эксперименте /22/ достаточны для того, чтобы этот эффект играл существенную роль. А зависимость от амплитуды волны может быть связана с ростом скорости конверсии при увеличении возмущения плотности, поскольку это возмущение в результате модуляционной неустойчивости не-



линейно возрастает с ростом амплитуды волны.

Описываемый численный эксперимент показывает, что при не очень значительном превышении порога стохастическая неустойчивость не играет существенной роли. Эксперимент /22/ не дает убедительных доказательств противоположного, так как может трактоваться неоднозначно.

Вернемся к нашей работе и рассмотрим более подробно самосогласованные случаи 2-6, 2-7. Для этих случаев на Рис.15,16 показано изменение во времени энергии электрического поля  $W_E$  и энергии электронов  $\Delta W_e$ , на Рис.17,18 - фазовые плоскости электронов и распределение  $\tilde{n}(x)$ ,  $\varphi(x)$ ,  $E(x)$  в разные моменты времени, на Рис.19,20 - изменение во времени амплитуды основной волны  $N = I$  и ее гармоник  $N = II, III$ . Отметим, что максимальные значения  $\tilde{n}$ ,  $\varphi$ ,  $E$  в этих случаях достигаются в  $t_{max} < T_0/4$ . Значения  $t_{max}$  и  $|-e\varphi_{max}/Te|$  приведены в таблице 2.

По фазовым плоскостям Рис.17 видно, что в случае 2-6 на начальном этапе ускоряется заметное число электронов. Часть из них в более поздние моменты времени движется подобно пролетным, а часть подобно захваченным частицам. Начальное ускорение приводит к заметному затуханию волны, причем энергия поля поглощается электронами (Рис.15). После быстрого начального затухания энергия поля осциллирует с периодом  $3-4 T_{oe} \sim 2-3 T_B^0$  и продолжает медленно уменьшаться. К  $t > T_{oe} \approx 15-20$  амплитуда устанавливается на примерно постоянном уровне.

Амплитуды установившейся волны в разных случаях показаны на Рис.21 и приведены в таблице 4.

Из Рис.19 видно, что периодическое возбуждение гармоник волны  $N = II, III$ , связанное с электронной нелинейностью, происходит на разных стадиях развития волны всегда в фазе с изменением амплитуды стоячей волны  $N = I$  с периодом  $\sim T_0/2$ . Наблюдается синхронное изменение максимальной амплитуды всех гармоник  $N = I, II, III$ , связанное с затуханием волны и затухающими колебаниями ее энергии (Рис.15).

Анализ начального распределения электронов на фазовой плоскости в случае 2-6 показывает, что начальные координаты  $X_0, V_0$  заметного числа электронов лежат в пределах стохастич-

Таблица 4. Установившаяся амплитуда.

$$\lambda/r_d = 100; V_\phi/V_T = \pm 16$$

Случай	2-6	2-7	2-8	2-9	2-10
$E_0$	300	400	450	550	626
$E_s$	191	154	77	50	11
$V_3^0/V_T$	22,0	25,4	26,9	29,8	31,8
$V_3^s/V_T$	17,6	15,8	11,1	9,0	4,2
$V_3^0/V_\phi$	1,4	1,6	1,7	1,9	2,0
$V_3^s/V_\phi$	1,1	0,99	0,70	0,56	0,26
$(V_\phi + V_3^0)/V_T$	38,0	41,4	42,9	45,8	47,8
$V_{max}/V_T$	40	48	51	57	60

$E_0, E_s$  нормировано на  $mr_d/eT_{oe}^2$ ;  $2E_0, 2E_s$  - начальная и установившаяся в  $t \geq 20 T_{oe}$  амплитуда стоячей волны;  $V_3^0 = 2\sqrt{e\varphi_0/m}$ ;  $V_3^s = 2\sqrt{e\varphi_s/m}$ ;  $\varphi_s = E_s/k$ ;  $V_{max}$  - максимальная скорость электронов в  $t \approx 20 T_{oe}$ .



ческого слоя, в том числе внутри области захвата. Ускорение этих электронов на начальной стадии развития волны и приводит к ее затуханию. Колебания энергии поля показывают, что часть ускоренных электронов движется подобно захваченным частицам, то поглощая, то отдавая энергию волне. Связанная с этим модуляция амплитуды волны может внести свой вклад в образование стохастического слоя /24-28/.

Действительно, движение электронов вблизи сепаратрисы является стохастическим. Это подтверждается анализом траекторий электронов. На Рис.22 показаны траектории электронов с близкими  $X_0$ ,  $V_0$  и одинаковыми невозмущенными скоростями  $V^0 = 2,15V_T$ . Видно, что эти траектории расходятся и имеют вид, характерный для траекторий в стохастическом слое. Отметим, что области стохастического движения электронов и пробных частиц в случае 2-6 практически совпадают (Рис.12ж).

Ширина слоя (Рис.13, Таблица 3), в случае 2-6 превосходит ширину слоя в несамосогласованном случае 2-5, хотя установившаяся амплитуда в случае 2-6 практически равна случаю 2-5. Это подтверждает возможную роль модуляции амплитуды волны захваченными частицами, что дает добавочный эффект по отношению к стохастическому слою самой стоячей волны.

Как мы уже отмечали в I, эффекты такого сорта в несамосогласованных случаях 2-0 - 2-5 потеряны из-за отсутствия захваченных электронов. При малых фазовых скоростях и малых амплитудах волны эти эффекты могут оказаться сравнимыми с эффектом от самой стоячей волны. При больших фазовых скоростях волны число захваченных электронов должно быть сравнительно малым и эти эффекты не должны играть существенной роли.

Эволюция волны приобретает новые черты, когда амплитуда волны приближается к границе  $\chi$  - опрокидывания. В случае 2-7, параметры которого лежат вблизи этой границы, на начальной стадии ускоряется большая часть электронов (Рис.18). Это приводит к быстрому затуханию волны (Рис.16). В результате некоторая часть ускоренных электронов выходит из захвата со скоростями, превышающими фазовую скорость, и остается пролетными. Это придает процессу некоторые черты многопоточкового движения (Рис.18). Однако, волна и после затухания имеет заметную амплитуду

и развивается с затухающей модуляцией подобно случаю 2-6 (Рис.16,18). Установившаяся амплитуда в этом случае меньше, чем в случае 2-6 (Рис.21, таблица 4).

Из Рис.20 видно, что амплитуды гармоник  $N = 2,3$  меняются в фазе с волной  $N = 1$ , так что электронная нелинейность проявляется и здесь. Максимальные амплитуды всех гармоник меняются синхронно.

В случае 2-7 также образуется стохастический слой с заметной шириной (Рис.12а, 13, таблица 3).

При дальнейшем увеличении начальной амплитуды волны развитие процесса приобретает характер опрокидывания. Энергия волны при этом почти полностью поглощается электронами плазмы.

На Рис.23 показано изменение энергии электрического поля волны и энергии электронов в случае 2-9, на Рис.24 - фазовые плоскости электронов и распределение  $\tilde{n}(x)$ ,  $\varphi(x)$ ,  $E(x)$  в разные моменты времени. В таблице 2 приведены  $t_{max}$  и максимальный потенциал  $|-e\varphi_{max}/Te|$ .

Из Рис.24 видно, что в случае 2-9 происходит опрокидывание волны. На начальной стадии опрокидывания часть электронов ускоряется до значительных скоростей. Амплитуда и энергия волны к  $t/T_{oe} \sim 0,6$  падают почти до нуля (Рис.23), так что ускоренные электроны движутся практически свободно. По фазовым плоскостям (Рис.24) видно, что в  $t/T_{oe} \sim 1-2$  развивается многопоточковое движение.

Дальнейшее развитие многопоточкового движения можно видеть по Рис.23 и 24б. Видно, что в  $t/T_{oe} \gg 3$  часть электронов со скоростями, близкими к начальной фазовой скорости, начинает тормозиться. Это приводит к росту амплитуды волны. При возрастании амплитуды начинают ускоряться электроны, оказавшиеся в соответствующей фазе волны, что вновь приводит к ее затуханию в  $t/T_{oe} \sim 4-5$ . Амплитуда вновь нарастает и падает в  $t/T_{oe} \sim 5-7$  и т.д. Колебания амплитуды уменьшаются и к  $t/T_{oe} \sim 15-20$  амплитуда волны устанавливается на некотором, малом по сравнению с начальным, уровне (Рис.21, 23, таблица 4).

На Рис.25а, 25б показаны траектории электронов в случае 2-9. Анализ траекторий электронов, участвующих в многопоточковом движении, показывает, что электроны, ускорившиеся до



больших скоростей, остаются пролетными (Рис.25а,  $N = 3$ ). Частицы, оказавшиеся вблизи области захвата нарастающей волны ( $N = 1, 2$ ) движутся по более сложным траекториям - во время сильных изменений амплитуды волны (например,  $t/T_{oe} \sim 3-7$ ) частица то захватывается, то выходит из захвата. В результате некоторые частицы тормозятся, некоторые ускоряются ( $N = 1, 2$ ).

Сложный характер имеют траектории частиц, попавших на начальном этапе в фазу торможения и затормозившихся до малых скоростей (Рис. 25б). Во время сильных изменений амплитуды траектории частиц с близкими начальными  $X_0, V_0$  становятся различными и расходятся. Так в  $t/T_{oe} \sim 3-5$  отделяется от остальных траектория частицы  $N = 3$ , в  $t/T_{oe} \sim 5-6$  расходятся траектории частиц  $N = 1$  и 2. При этом такие частицы как  $N = 1$  сохраняют значительную скорость.

Таким образом, в этом случае практически все электроны интенсивно обмениваются энергией с электрическим полем. Движение значительного числа электронов приобретает черты стохастического.

В случае 2-9 вид фазовых плоскостей, функции распределения по скорости заметно меняются до  $t/T_{oe} \sim 10-15$ , но позже устанавливаются и практически не меняются. На Рис.26 показана фазовая плоскость случая 2-9 (Рис.26г) и фазовые плоскости случаев 2-6 - 2-8 и 2-10 в  $t/T_{oe} \sim 15-20$ .

Из Рис.23 видно, что энергия волны необратимо поглощается электронами плазмы. Анализ функции распределения (Рис.27) показывает, что энергия поглощается, в основном, ускоренными электронами и идет в хвосты функции распределения (Рис.27а). Однако наблюдается и уширение функции распределения, свидетельствующее о нагреве электронов плазмы (Рис.27в). В случае 2-9 температура электронов, определенная по ширине  $f(v)$  на уровне 0,6 составляет  $T_e \sim 30 T_e^0$ .

На Рис.28а показана доля начальной энергии волны  $W_w^0$ , содержащаяся в электрическом поле  $W_E/W_w^0$ , ускоренных электронах  $\delta W_{\pm}/W_w^0$  ( $|v| > 2V_T$ ) и нагретых электронах  $\delta W_h/W_w^0$  ( $|v| \lesssim 2V_T$ ) в установившемся состоянии волны в зависимости от начальной энергии волны. На Рис.28б показана температура  $T_e/T_e^0$  и  $\delta W_{\pm}/W_w^0$  в зависимости от амплитуды волны  $V_0/V_{\phi}$ . Видно,

что энергия поля падает, а энергия  $\delta W_{\pm}$  и  $\delta W_h$  и соответственно температура  $T_e$  растут с ростом начальной амплитуды волны, причем основная энергия содержится в ускоренных электронах.

Все исследованные в этой работе самосогласованные случаи 2-6 - 2-10 лежат выше границы захвата в холодной плазме. Ранее /56/ нами исследовалось развитие стоячих волн большой амплитуды в холодной плазме. В ряде случаев параметры волн в теплой (настоящая работа) и в холодной (работа /56/) плазме совпадают.

Случай (здесь)	2-6	2-8	2-9	2-10
Случай (/56/)	2-4	2-5	2-6	2-7

Сравнение эволюции стоячих волн в теплой и холодной плазме по фазовым плоскостям, функциям распределения, эволюции  $\tilde{n}(x), E(x)$  показывает, что они практически не различаются и приводят к практически одинаковому установившемуся состоянию. Это можно видеть сравнивая, например, Рис.26 и 28а настоящей работы с Рис.5д - 8д и Рис.10б работы /56/. Исключение составляет только случай 2-6, где ускоряется и участвует в развитии процесса заметно большее число электронов, чем в случае 2-4 из работы /56/.

В работе /9/ проводились численные эксперименты по исследованию начальной стадии развития стоячих волн большой амплитуды в холодной плазме в диапазоне начальных амплитуд  $V_0/V_{\phi} \sim 0,8-3,0$  (у нас в этом диапазоне лежат случаи 2-6 - 2-10). Было показано, что при  $V_0/V_{\phi} = 0,8$  не происходит затухания волны. В случаях  $V_0/V_{\phi} = 1,2; 1,4; 1,6$  прослеживалось изменение энергии волны и в случае  $V_0/V_{\phi} = 1,6$  - фазовые плоскости электронов в разные моменты времени до  $t \sim 4-6 T_{oe}$ . Для сравнения с результатами работы /9/ были проведены численные эксперименты со стоячими волнами в холодной плазме при параметрах волны  $V_0/V_{\phi} = 0,8; 1,2; 1,4$  и 1,6. Сравнение кривых  $W_E(t)/W_w^0$  и фазовых плоскостей с приведенными в работе /9/ на Рис.2-9 показывает, что они практически совпадают.



Литература

1. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Ленгмюровские волны большой амплитуды. Электронная нелинейность и стохастические эффекты. I". Препринт ИЯФ СО АН СССР №86-153, 1986.
2. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Ленгмюровские волны большой амплитуды. Электронная нелинейность и стохастические эффекты. III". Препринт ИЯФ СО АН СССР №86-155, 1986.
3. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин
  - а. Plasma Physics 23, 35, 1981.  
Препринт ИЯФ СО АН СССР № 78-19, 1978.
  - б. Физика Плазмы 7, вып. 2, 383, 1981; Препринты ИЯФ СО АН СССР № 77-39, 1977; № 78-17, 1978; № 79-21, 1979.
  - в. Comments Plasma Phys. Contr. Fusion 6, No 1, 21, 1980.
  - г. Физика плазмы 6, вып.5, 1097, 1980; Препринт ИЯФ СО АН СССР № 79-II2, 1979.
4. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Стоячие ленгмюровские волны большой амплитуды. Развитие возмущения скорости электронов". Препринт ИЯФ СО АН СССР № 84-46, Новосибирск, 1984.
5. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Стоячие ленгмюровские волны большой амплитуды. Нагрев электронов. I и II". Препринты ИЯФ СО АН СССР № 82-106, 1982 (а); № 83-01, Новосибирск, 1983 (б).
6. А.И.Ахиезер, Г.Я.Любарский. ДАН СССР 80, 193, 1951.
7. J.M.Dawson. Phys. Rev. 113, 383, 1959.
8. A.C.L.Chian. Plasma Phys. 21, 509, 1979.
9. И.М.Гельфанд, Н.М.Зуева, В.С.Имшенник; О.В.Локуцкий, В.С.Рябенский, Л.Г.Хазин. Ж.выч.мат. и мат.физ. 7, 323, 1967.
10. В.В.Чириков. Phys. Reports. 52, 263, 1979.
11. Г.М.Заславский. Стохастичность динамических систем. Наука, Москва, 1984.
12. А.Лихтенберг, М.Либман. Регулярная и стохастическая динамика. Мир, Москва, 1984.
13. Г.М.Заславский, Н.Н.Филоненко. ЖЭТФ 54, 1590, 1968.
14. P.K.Kaw, W.L.Kruer. Phys. Fluids 14, 190, 1971.
15. A.B.Rechester, T.H.Stix. Phys. Rev. A19, 1656, 1979.
16. D.F.Escande. Phys. Reports 121, 165, 1985.
17. D.F.Escande. Physica Scripta T2/1, 126, 1982.  
D.F.Escande, F.Doveil. Phys. Lett. 83A, 307, 1981.
18. D.F.Escande, F.Doveil. Phys. Lett. 84A, 399, 1981;  
J.Stat. Phys. 26, 257, 1981.
19. J.Y.Hsu, K.Matsuda, M.S.Chu, T.H.Jensen. Phys. Rev. Lett. 43, 203, 1979.
20. G.Schmidt. Comments Plasma Phys. Contr. Fusion 7, 87, 1982.
21. W.Rozmus, W.Tighe, A.A.Offenberger, K.Estabrook. Phys. Fluids 28, 920, 1985.
22. F.Doveil. Phys.Rev. Lett. 46, 532, 1981.
23. N.S.Buchelnikova, E.P.Matochkin. Physica Scripta 24, 566, 1981.  
Препринты ИЯФ СО АН СССР № 81-43, 1981; № 81-88, 1981; 81-89, 1981; 82-53, 1982.
24. J.R.Cary, D.F.Escande, J.L.Tennyson. Diffusion of particles in a slowly modulated wave. Preprint IFSR-155, Austin, 1984.
25. C.R.Menyuk. Phys. Rev. A31, 3282, 1985.
26. Г.П.Берман, Г.М.Заславский. Проблемы теории плазмы. Труды Международной конференции. Наукова Думка, Киев, 1976, стр.226.  
Физика плазмы 3, 1338, 1977.
27. G.R.Smith, N.R.Pereira. Phys. Fluids 21, 2253, 1978.
28. A.Murakami, Y.Nomura, H.Momota. J. Phys. Soc. Japan 51, 4053, 1982.  
"Stochasticity of phase trajectory of a charged particle in a plasma wave" Preprint IPPJ-464, Nagoya, 1980.



Подписи к рисункам:

- Рис.1а,б. Границы нелинейности, захвата, опрокидывания.  
 I,II - границы нелинейности по  $\tilde{n}_+/ \tilde{n}_- \sim I,03$  (I) и I,IO (II);  
 III,IV - границы захвата электронов с  $v^0 \sim 2V_T$  (III) и  $v^0=0$  в холодной плазме (IV);  
 V,VI - границы  $x$  - опрокидывания (V) и опрокидывания (VI).  
 Пунктир - граница стохастической неустойчивости стоячей волны  $v_z/v_\phi = 0,7 / I2, I6/$ .  
 o - начальные параметры случаев 2-0 - 2-IO.  
 Цифры - граничные параметры при  $\lambda/\Gamma_d = 100$ .
- Рис.2,3. Фазовые плоскости электронов, распределение плотности, потенциала и поля в разные моменты времени. Случай 2-3 (Рис.2) и 2-5 (Рис.3).  
 $E$  нормировано на  $mr_d / eT_0e^2$ .
- Рис.4. Зависимость от времени максимального потенциала  $|e\varphi_{max}/Te|$ . Случай 2-3.  
 $\varphi_{max}$  - максимальный потенциал стоячей волны.
- Рис.5,6. Зависимость от времени амплитуды гармоник электрического поля  $N = I, II, III$ . Случай 2-3 (Рис.5) и 2-5 (Рис.6).
- Рис.7а,б. Зависимость от начальной амплитуды волны максимальной амплитуды гармоники  $N = II$  (Рис.7а) и максимального изменения амплитуды волны  $N = I$  (Рис.7б).  
 $\Delta E^I = E_0 - E_{max}^I$
- Рис.8а. Область захвата, начальное распределение предельной скорости электронов  $\tilde{v}(x)$  и начальные  $x_0, v_0$  пробных частиц. Случай 2-5.  
 — — — сепаратриса;  
 - - - - предельные скорости электронов  $\tilde{v}_0(x)$  в  $t = 0$ ;  
 - - - нормальные траектории;  
 x - стохастические траектории;  
 ..... - граница области стохастического движения (стохастического слоя).

- Рис.8б. Невозмущенные скорости электронов  $v^0$ , соответствующие сепаратрисе (сплошная линия), нижней границе области стохастического движения (.....) и фазовой скорости (— · — · —). Случай 2-5.  
 - - - - предельные скорости электронов  $v^0$  в  $t = 0$ .
- Рис.9а,б. Нижние границы области захвата  $v_c = v_\phi - v_z$  и области стохастического движения  $v_a$  в зависимости от начальной амплитуды волны.  
 Шкала  $v$  - возмущенные начальные скорости  $v_0$  (Рис.9а) и невозмущенные начальные скорости  $v^0$  (Рис.9б).  
 - - - - - нижняя граница стохастического слоя  $v_{min}$  (по Таблице 3).
- Рис.10. Траектория электрона на фазовой плоскости. Случай 2-6.  
 Цифры - моменты времени  $t/T_0e$ ;  
 Стрелки -  $v_\phi \pm v_z$ ;  $v_z = 2\sqrt{e\varphi_0/m}$   
 $x_0/\lambda = 0,27$ ;  $v_0/v_\phi = 0,015$ ; узлы сепаратрисы  $x/\lambda = 0 - I - 2 \dots$
- Рис.11а,б. Траектории электронов на фазовой плоскости в лабораторной системе (Рис.11а) и в системе координат волны (Рис.11б). Случай 2-5.  
 Цифры в кружочке - номера частиц; цифры - моменты времени  $t/T_0e$ ; стрелки -  $v_\phi \pm v_z$ ;  $v_z = 2\sqrt{e\varphi_0/m}$   
 Начальные координаты частиц:
- | $N$          | I      | 2      | 3      | 4      |
|--------------|--------|--------|--------|--------|
| $v_0/v_\phi$ | -0,393 | -0,403 | -0,407 | -0,413 |
- $x_0/\lambda = 0,5$ ;  $(v_\phi - v_z)/v_\phi = -0,12$ ; узлы сепаратрисы  $x_0/\lambda = 0 - (-I) - (-2) \dots$
- Рис.12а-и. Фазовые плоскости электронов (отображение с  $\Delta t = T_0$ ). Области стохастического движения (стохастический слой).
- | Рис      | а   | б   | в   | г   | д   | е   | ж   | з   | и   |
|----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Случай   | 2-0 | 2-2 | 2-3 | 2-4 | 2-4 | 2-5 | 2-6 | 2-6 | 2-7 |
| $t/T_0e$ | 2I  | 29  | 2I  | 2I  | 2I  | 2I  | 2I  | 2I  | I4  |



В начальный момент задано по 100 частиц с  $x_0, v_0$  вне области захвата, но внутри области стохастического движения прямой и обратной волны. Начальные координаты частиц  $x_0, v_0$  приведены в Таблице 5.

Рис. I2а-г, е-и - фаза  $\tilde{v}(x) = \max$ ; Рис. I2д - фаза  $\tilde{v}(x) = 0$ .

Рис. I2з - пробные частицы заданы только в прямой волне.

--- - внешняя граница стохастического слоя в случаях 2-6, 2-7.

Рис. I3а, б. Ширина стохастического слоя в районе минимума ( $\Delta_1$ ) и максимума ( $\Delta_2$ ) сепаратрисы в зависимости от начальной энергии (Рис. I3а) и амплитуды (Рис. I3б) волны.

$v_z = 2\sqrt{e\phi_0/m}$ ; Пределы показывают разброс при разном наборе пробных частиц и неопределенность за счет шага по скорости  $\Delta v$ ; стрелка - граница стохастической неустойчивости  $v_z/v_\phi = 0,7$ .

Рис. I4а, б. Ширина стохастического слоя в районе минимума (Рис. I4а) и максимума (Рис. I4б) сепаратрисы в зависимости от амплитуды волны  $v_z = 2\sqrt{e\phi_0/m}$ .

x - наши данные; o - данные из работы /20/;  
• - данные из работы /21/.

Рис. I5, I6. Зависимость от времени энергии электрического поля  $W_E$  и энергии электронов  $\Delta W_e = W_e - W_e^0$ . Случай 2-6 (Рис. I5) и 2-7 (Рис. I6).

--- и --- на Рис. I5 - минимальные и максимальные значения  $\Delta W_e$ .

Рис. I7а, б, I8а, б. Фазовые плоскости электронов, распределение плотности, потенциала и электрического поля в разные моменты времени. Случай 2-6 (Рис. I7а, б) и 2-7 (Рис. I8а, б).

E нормировано на  $m r_d l e T_{oe}^2$ .

Рис. I9, 20. Зависимость от времени амплитуды гармоник электрического поля.  $N = I, II, III$ . Случай 2-6 (Рис. I9) и 2-7 (Рис. 20).

Таблица 5. Начальные координаты частиц

Рис. №	Случай	$(v_\phi - v_z)/v_\phi$	$x_0/\lambda = 0,5$	$x_0/\lambda = 0$
			$v_0/v_\phi$	$v_0/v_\phi$
I2а	2-0	0,790	0,785 - 0,790	0,999 - 1,000
		-0,790	-(0,999-1,000)	-(0,785-0,790)
I2б	2-2	0,530	0,502 - 0,530	0,998 - 1,000
		-0,530	-(0,998-1,000)	-(0,502-0,530)
I2в	2-3	0,207	0,092 - 0,196	0,994 - 1,071
		-0,207	-(0,994-1,071)	-(0,092-0,196)
I2г	2-4	0,029	-0,179 - 0,010	0,997 - 1,090
		-0,029	-(0,997-1,090)	-(-0,179-0,010)
I2д	2-4	0,029	-0,179 - 0,010	0,997 - 1,090
		-0,029	-(0,997-1,090)	-(-0,179-0,010)
I2е	2-5	-0,121	-(0,442-0,140)	0,895 - 1,230
		0,121	-(0,895-1,230)	0,442 - 0,140
I2ж	2-6	-0,374	-(0,771-0,374)	1,000 - 1,346
		0,374	-(1,000-1,346)	0,771 - 0,374
I2з	2-6	-0,374	-	0,894 - 1,342
		0,374	-	-
I2п	2-7	-0,586	-(0,994 - 0,58)	-
		0,586	-	0,994 - 0,586

В каждом случае верхняя строка для прямой волны, нижняя для обратной;

$x_0/\lambda = 0,5$  - минимум сепаратрисы прямой волны и узел обратной;

$x_0/\lambda = 0$  - узел сепаратрисы прямой волны и минимум обратной;

Рис. I2з - пробные частицы заданы на  $x_0/\lambda = 0$  ( $v_0/v_\phi = 0,894 - 1,342$ ) и на  $x_0/\lambda = 0,03$  и  $-0,03$  ( $v_0/v_\phi = 1,193 - 1,292$ ).



Рис.21а,б. Амплитуда установившейся волны  $E_s$  (Рис.21а) и  $V_z^s$  (Рис.21б) в зависимости от амплитуды начальной волны  $E_0$  или  $V_z^0$ .

$$V_z^0 = 2\sqrt{e\varphi_0/m}; V_z^s = 2\sqrt{e\varphi_s/m}; \varphi_s = E_s/k.$$

Рис.22. Траектории электронов на фазовой плоскости. Случай 2-6.

Цифры в кружочке - номера частиц;

Цифры - моменты времени  $t/T_{oe}$ ; стрелки -

$$V_\phi \pm V_z^0; V_z^0 = 2\sqrt{e\varphi_0/m}.$$

Начальные координаты частиц:

N	I	2	3
$x_0/\lambda$	0,10	0,11	0,13
$v_0/v_\phi$	0,91	0,87	0,79

$(V_\phi - V_z^0)/V_\phi = -0,37$ ; узлы сепаратрисы  $x_0/\lambda = 0-1-2...$

Рис.23. Зависимость от времени энергии электрического поля  $W_E$  и энергии электронов  $\Delta W_e = W_e - W_e^0$ . Случай 2-9.

Рис.24а,б. Фазовые плоскости электронов, распределение плотности, потенциала и электрического поля в разные моменты времени. Случай 2-9.  
 $E$  нормировано на  $mr_d l e T_{oe}^2$ .

Рис.25а,б. Траектории электронов на фазовой плоскости. Случай 2-9.

Цифры в кружочке - номера частиц;

Цифры - моменты времени  $t/T_{oe}$ ; стрелка -

$$V_\phi + V_z^0; V_z^0 = 2\sqrt{e\varphi_0/m}.$$

Начальные координаты частиц:

Рис.25а	N	I	2	3
	$x_0/\lambda$	0,96	0,98	0,02
	$v_0/v_\phi$	1,83	1,87	1,87

Рис.25б	N	I	2	3
	$x_0/\lambda$	0,54	0,55	0,56
	$v_0/v_\phi$	-1,56	-1,53	-1,49

Рис.26а-д. Фазовые плоскости электронов.

Рис	а	б	в	г	д
Случай	2-6	2-7	2-8	2-9	2-10
	28,6	14,2	16,2	15,47	16,2

Рис.27а-в. Функция распределения электронов по окрестностям  $f(v)/f_0(0)$  (а,б) и  $f(v)/f(0)$  (в).

Случай 2-9;  $t/T_{oe} \sim 21$ .

Пунктир - начальная максвелловская функция распределения  $f_0(v)$ .

Рис.28а. Зависимость от начальной энергии волны  $W_w^0$  энергии электрического поля  $W_E$ , энергии нагрева  $\delta W_h$  и энергии хвостов ускоренных электронов  $\delta W_z$  в  $t/T_{oe} \sim 15-20$ .

Рис.28б. Зависимость от начальной амплитуды  $V_z^0/v_\phi$  температуры электронов  $T_e/T_e^0$  и энергии хвостов  $\delta W_z/W_w^0$  в  $t/T_{oe} \sim 15-20$ .

$T_e^0$  - начальная температура.

Стрелка - граница стохастической неустойчивости

$$V_z/v_\phi = 0,7.$$



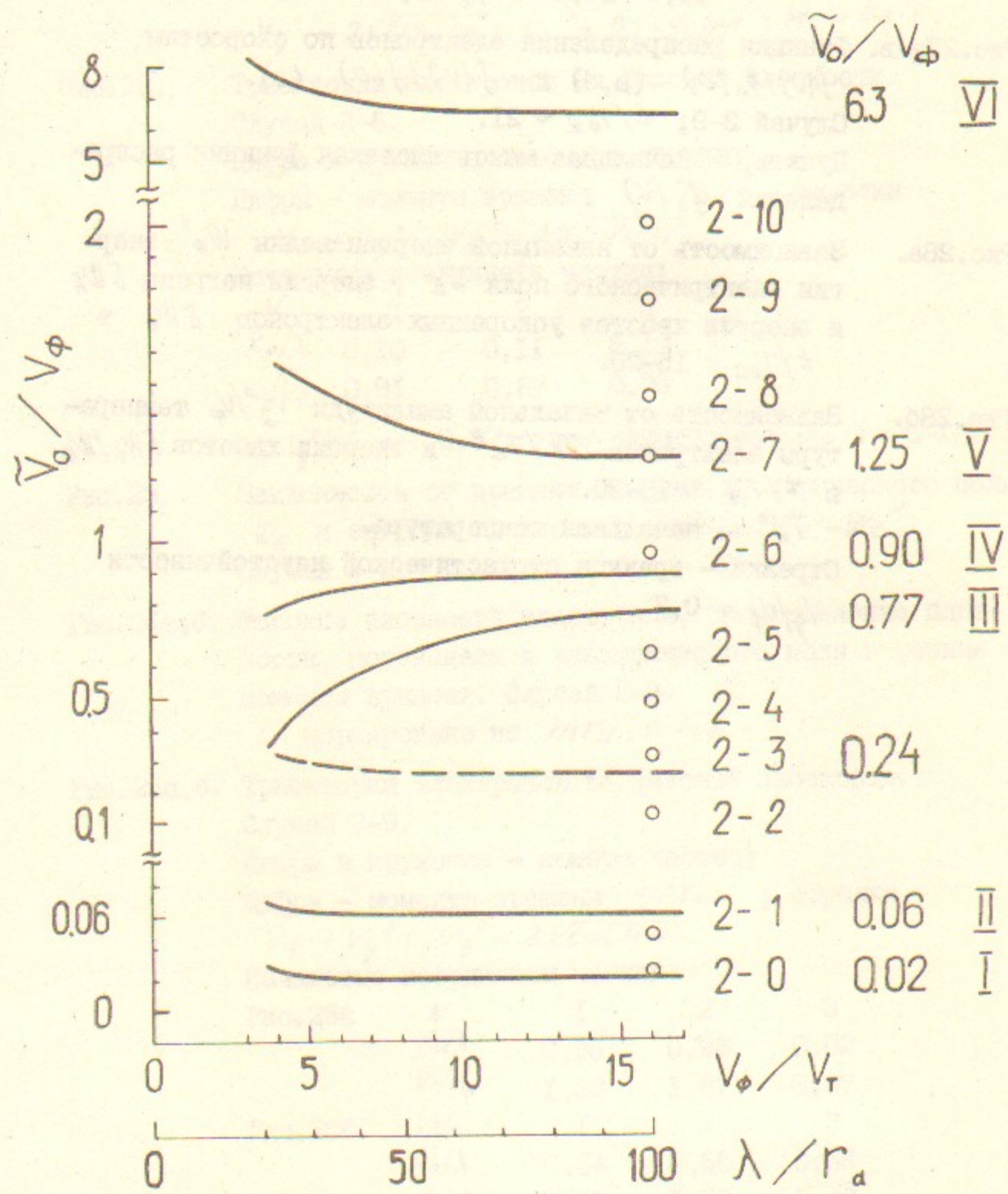


Рис.1а.

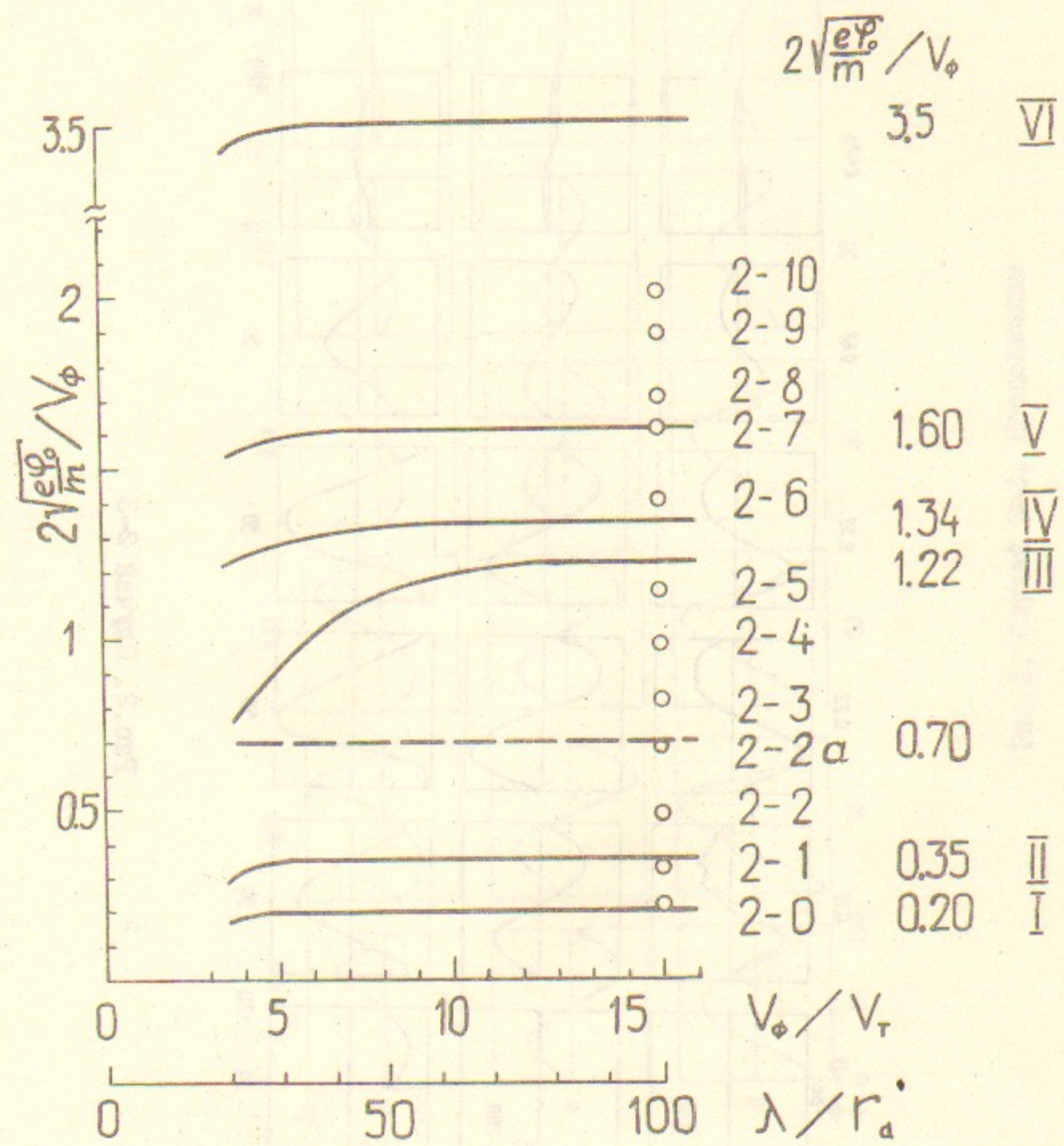


Рис.1б.



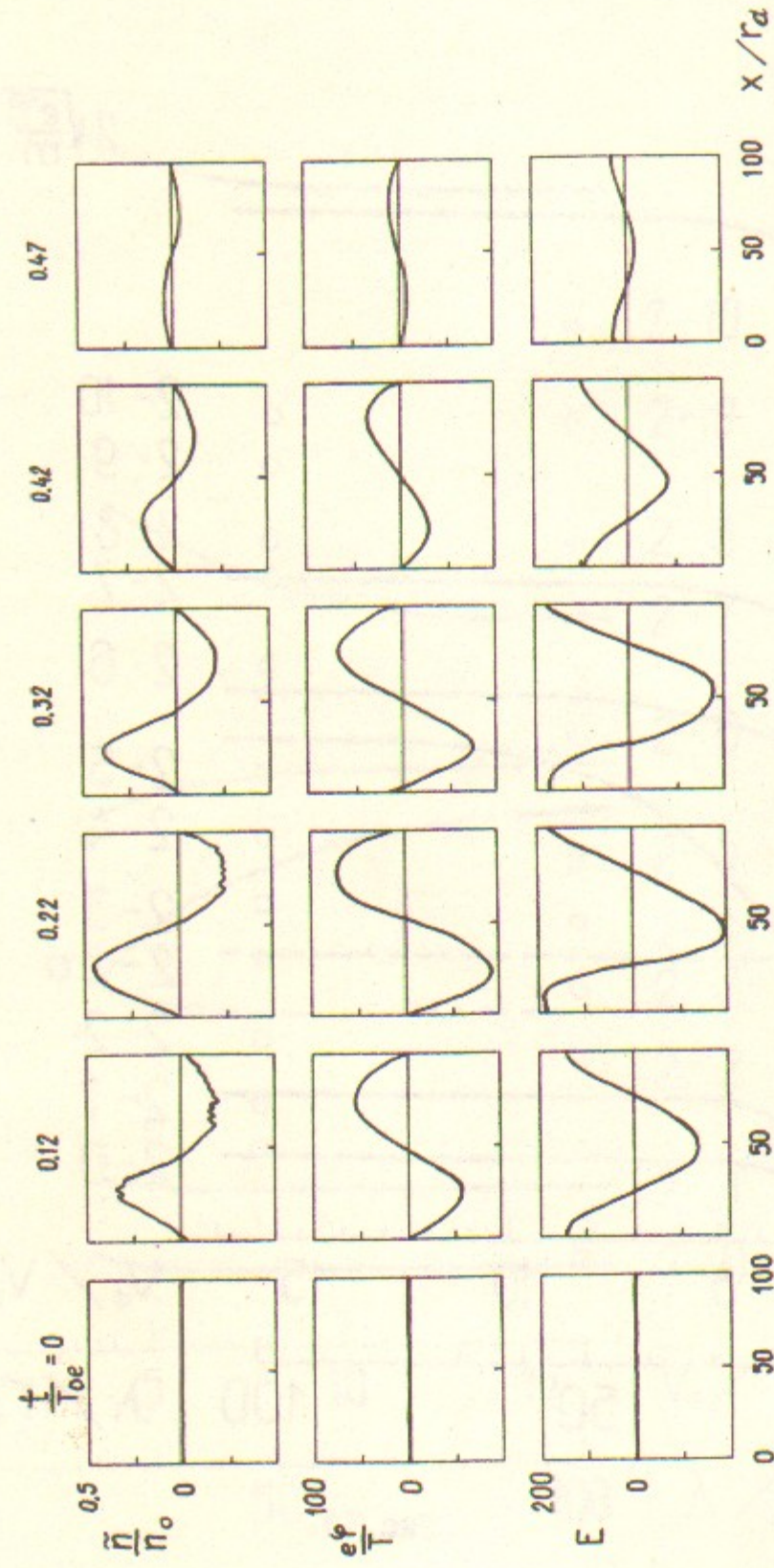


Рис.2. Случай 2-3

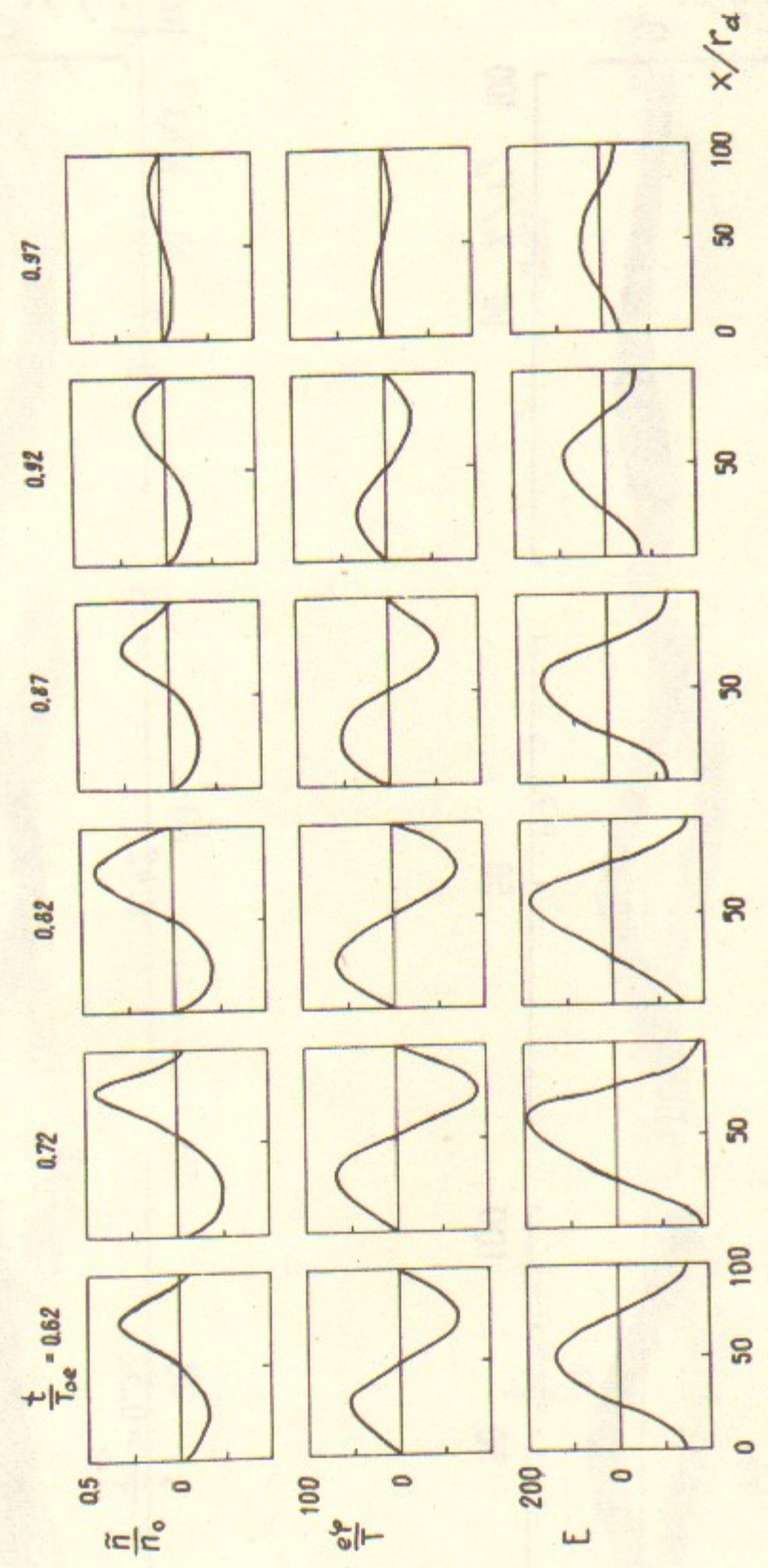


Рис.2. Случай 2-3. Продолжение



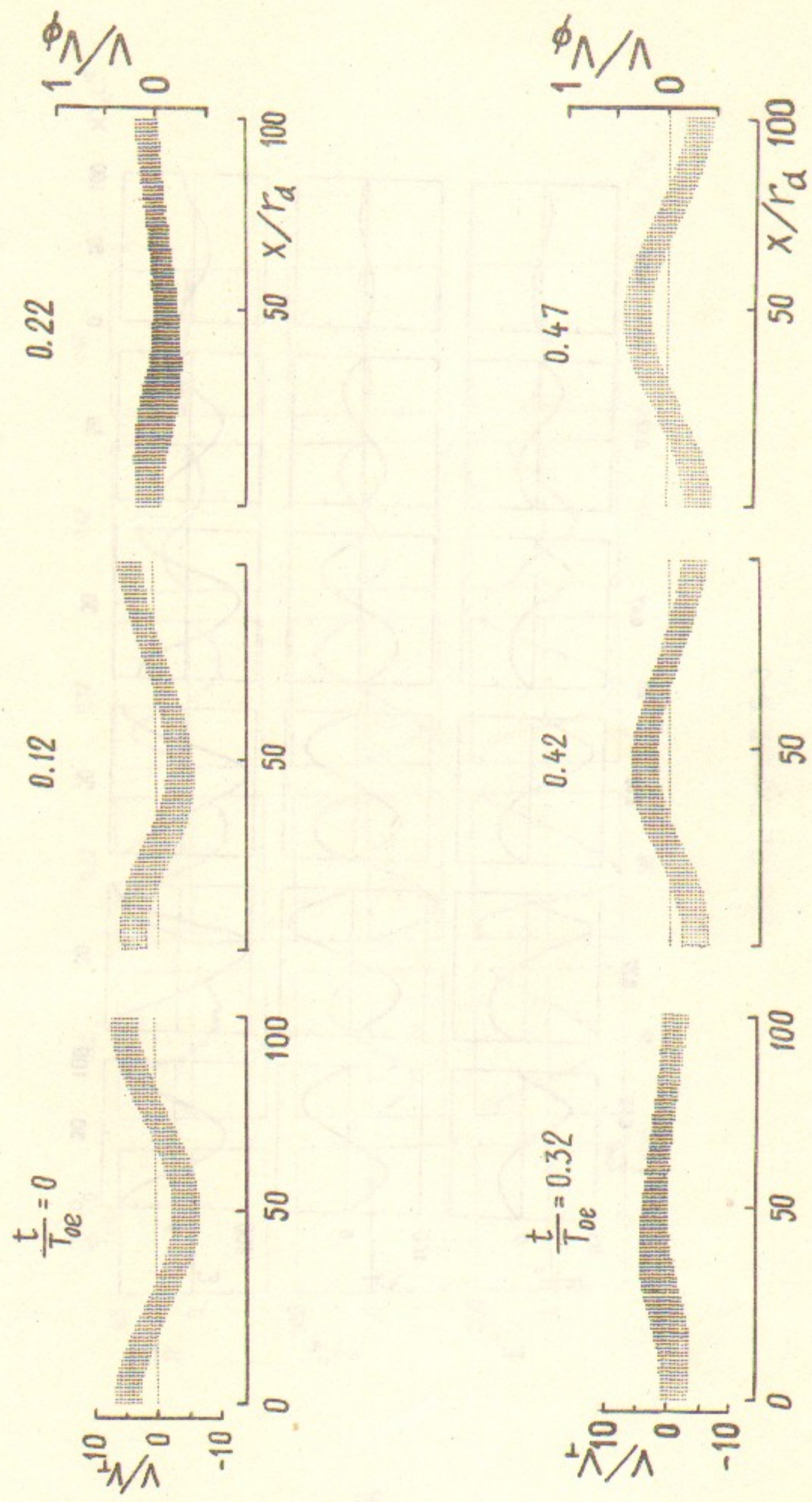


Рис.2. Случай 2-3

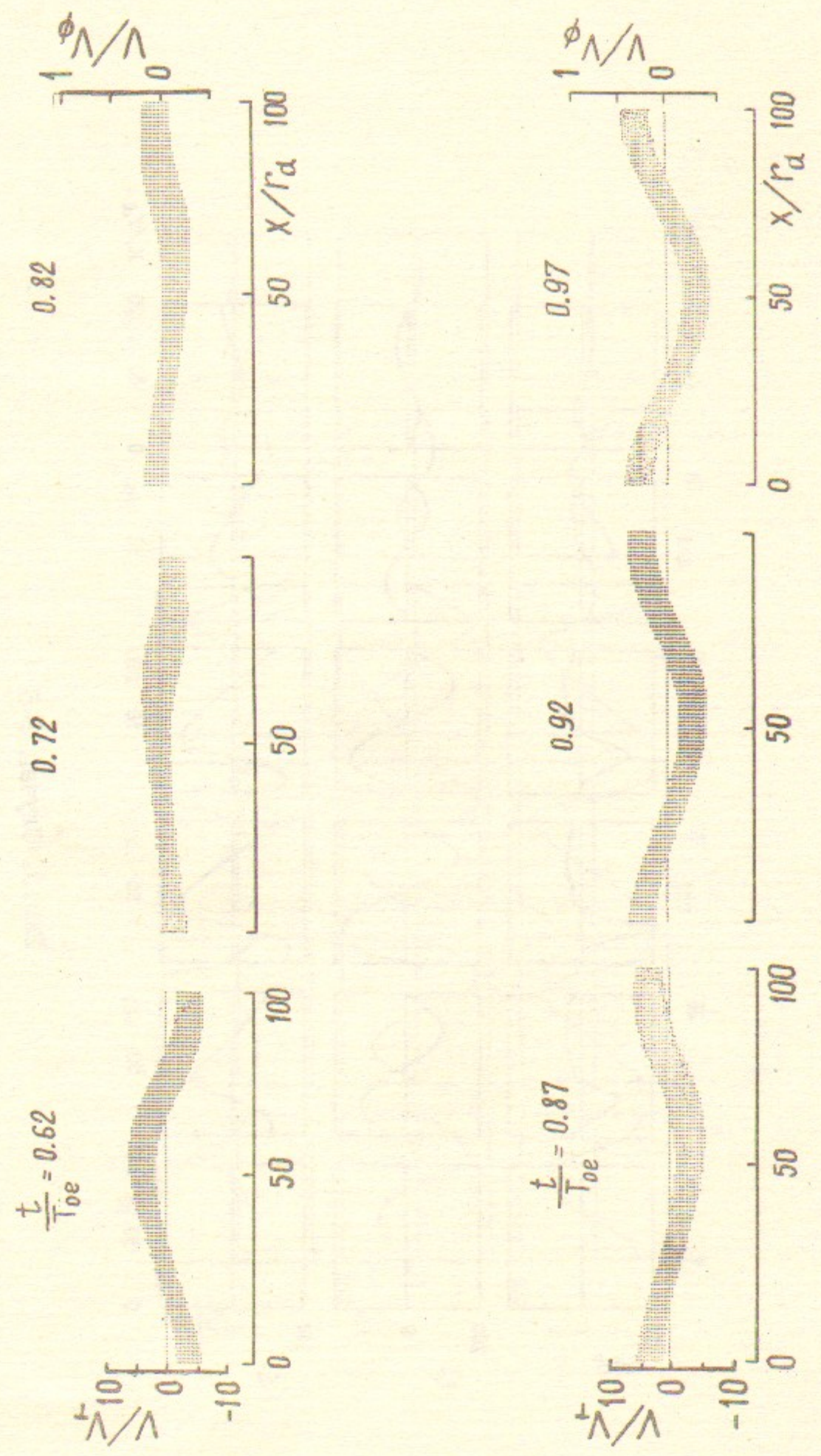


Рис.2. Случай 2-3. Продолжение



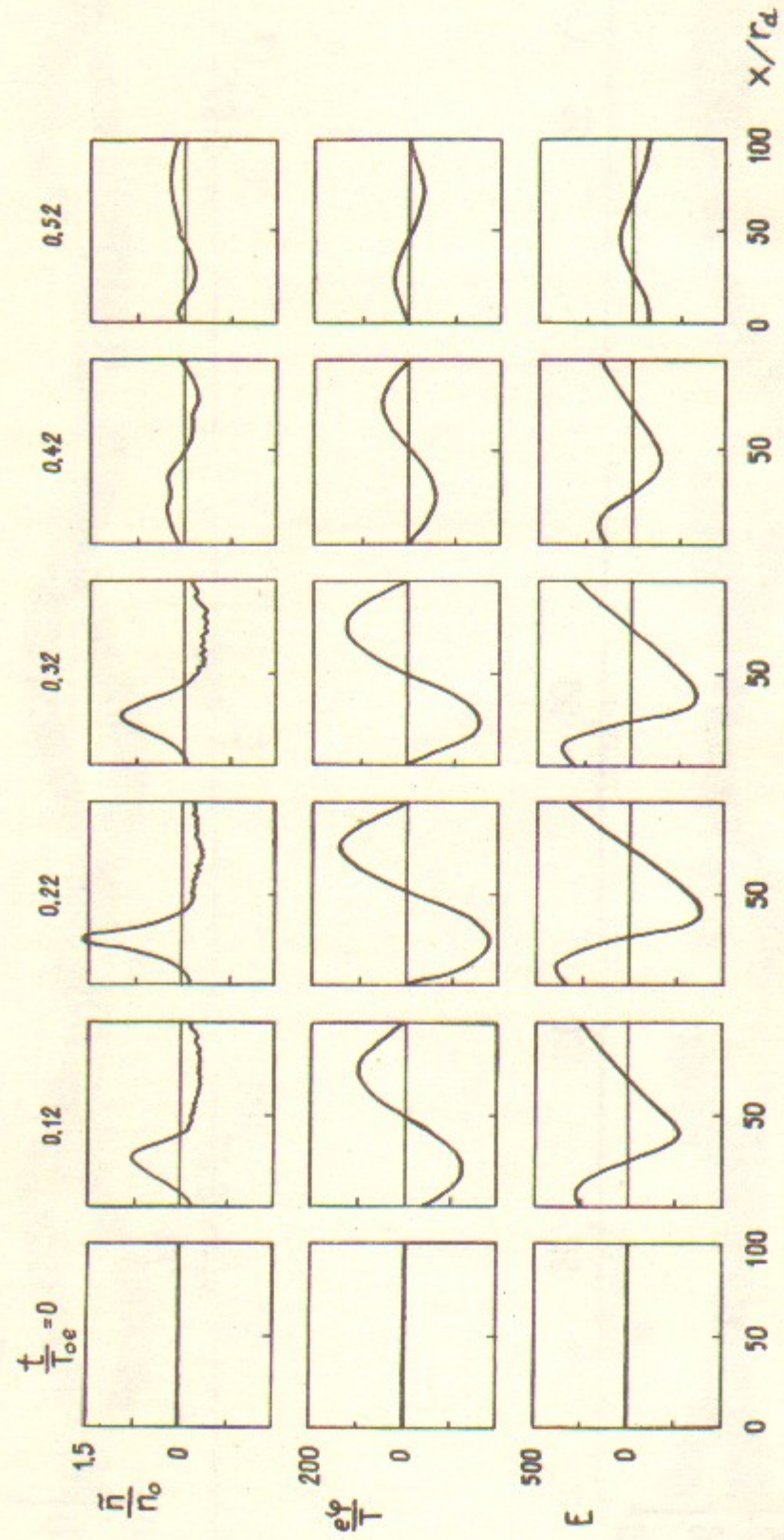


Рис.3. Случай 2-5

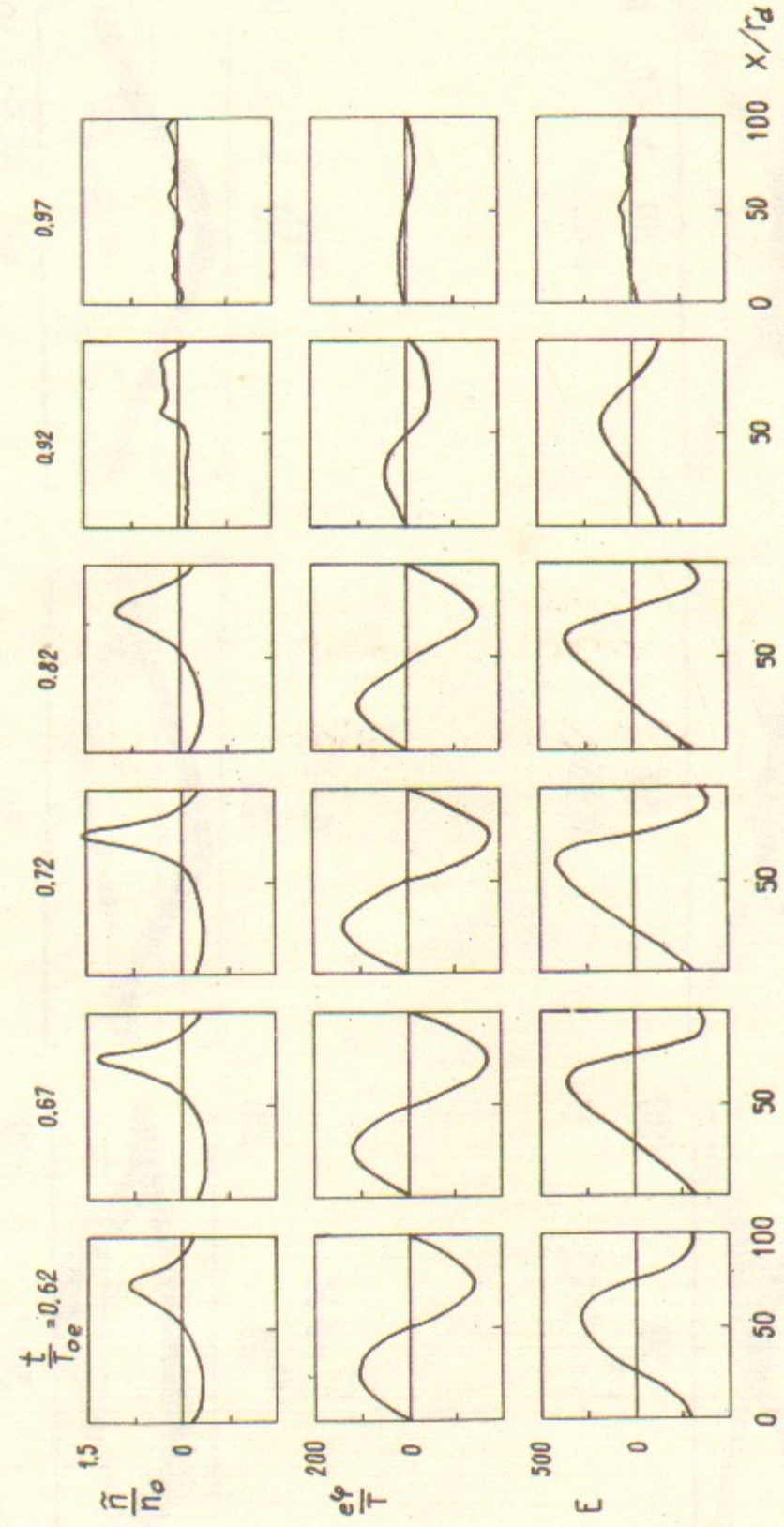


Рис.3. Случай 2-5. Продолжение



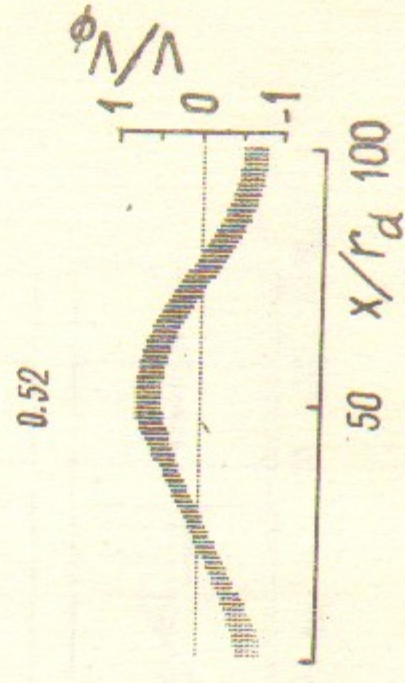
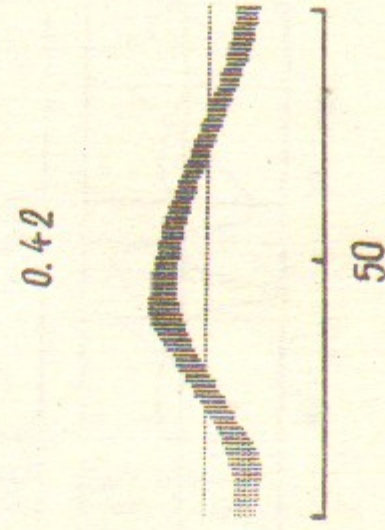
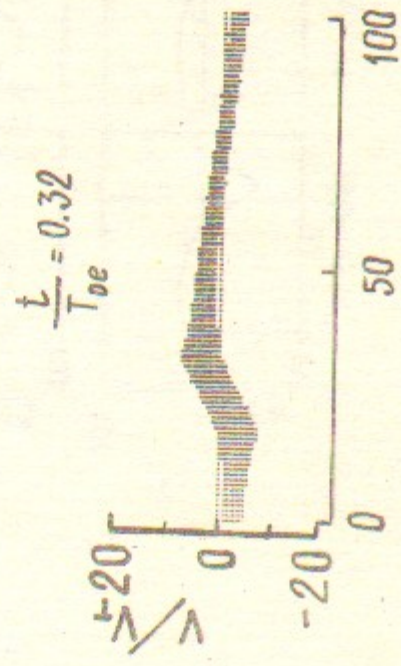
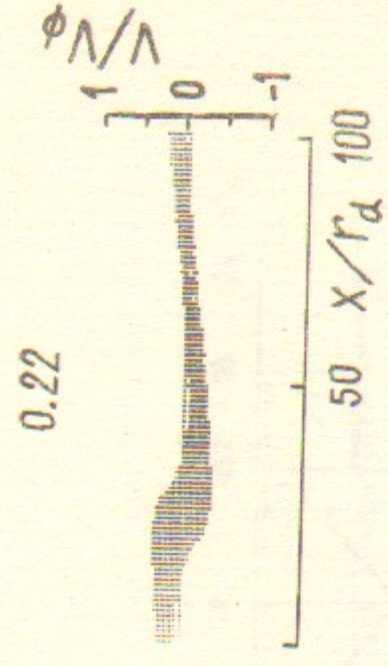
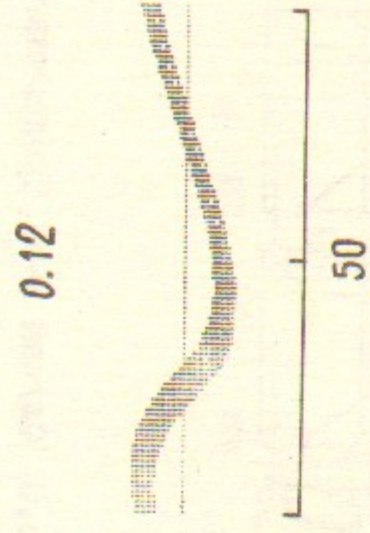
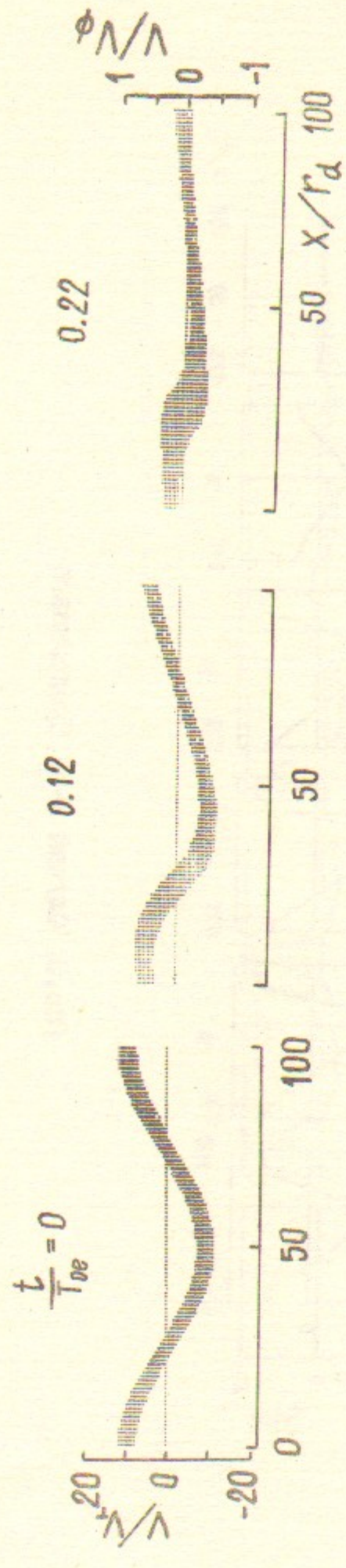


Рис.3. Случай 2-5

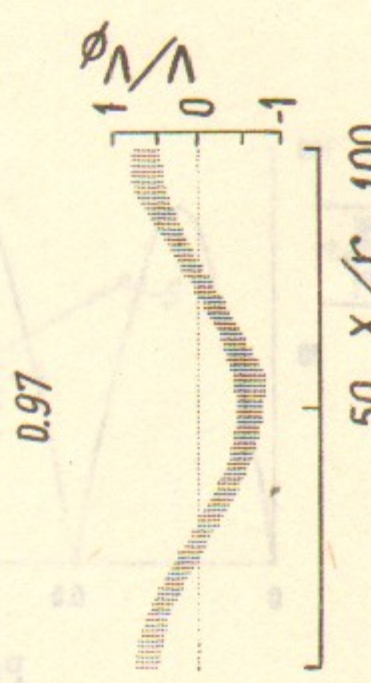
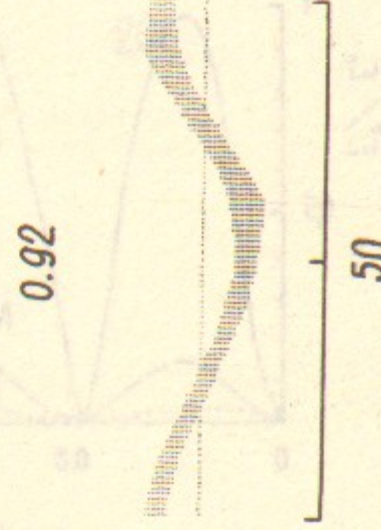
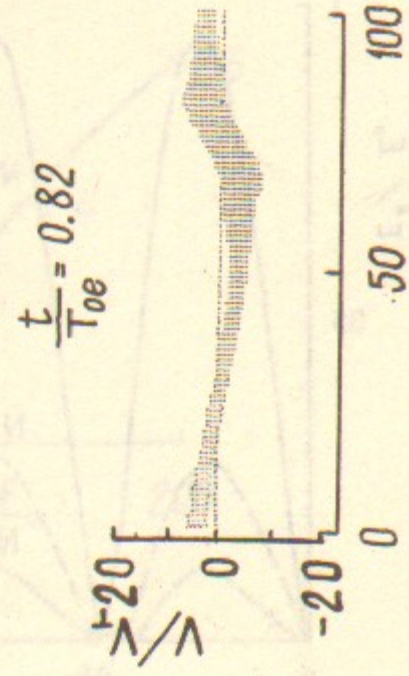
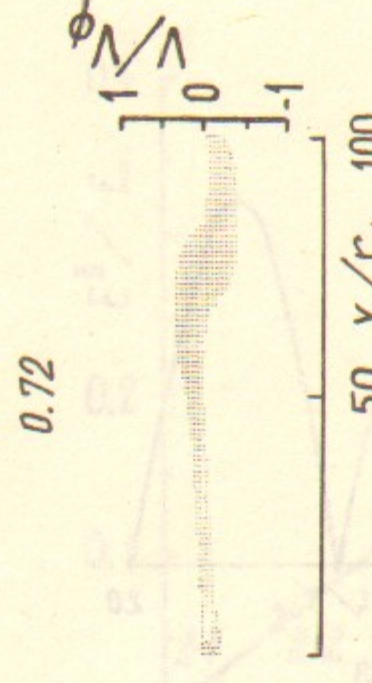
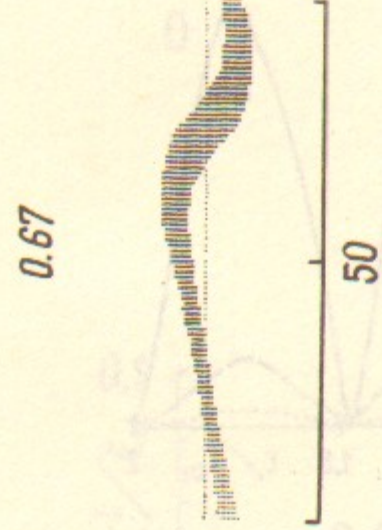
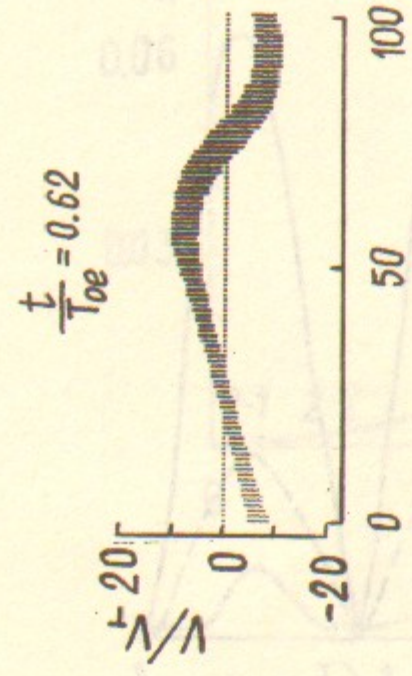


Рис.3. Случай 2-5. Продолжение



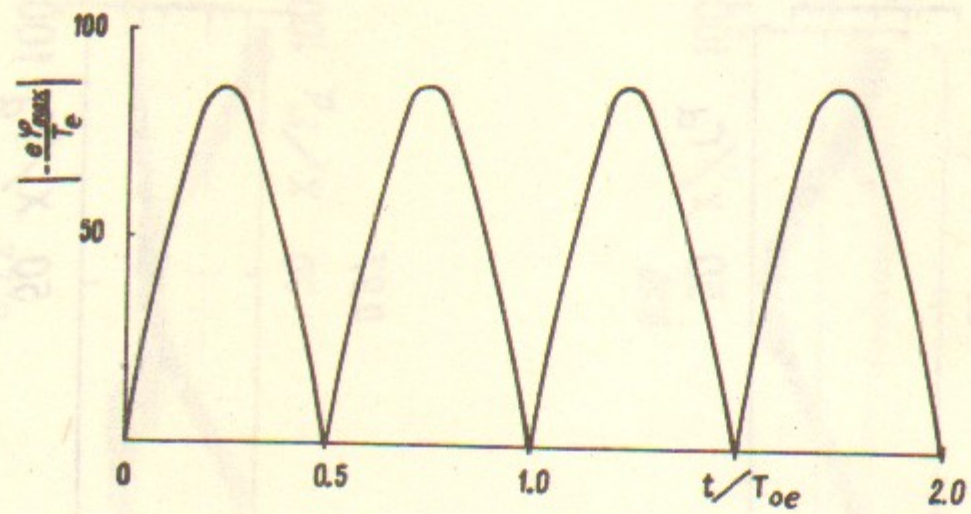


Рис.4. Случай 2-3

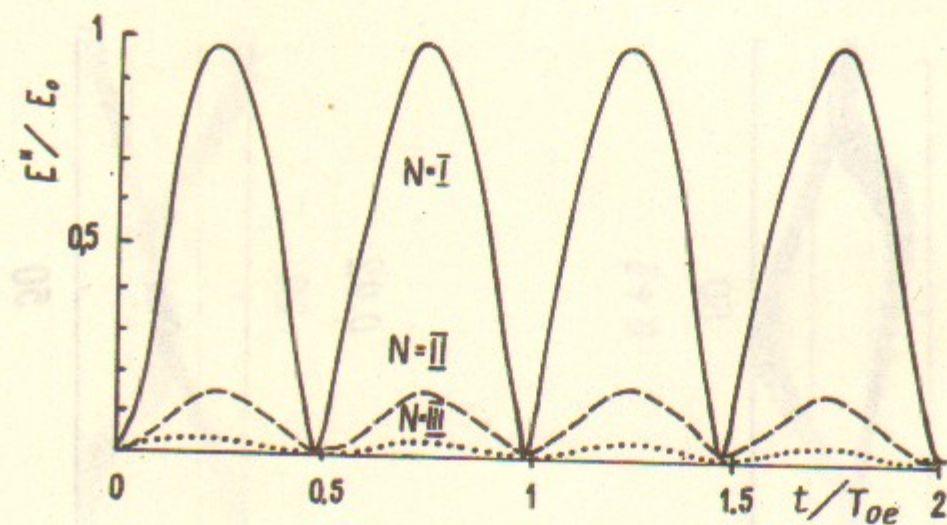


Рис.5. Случай 2-3

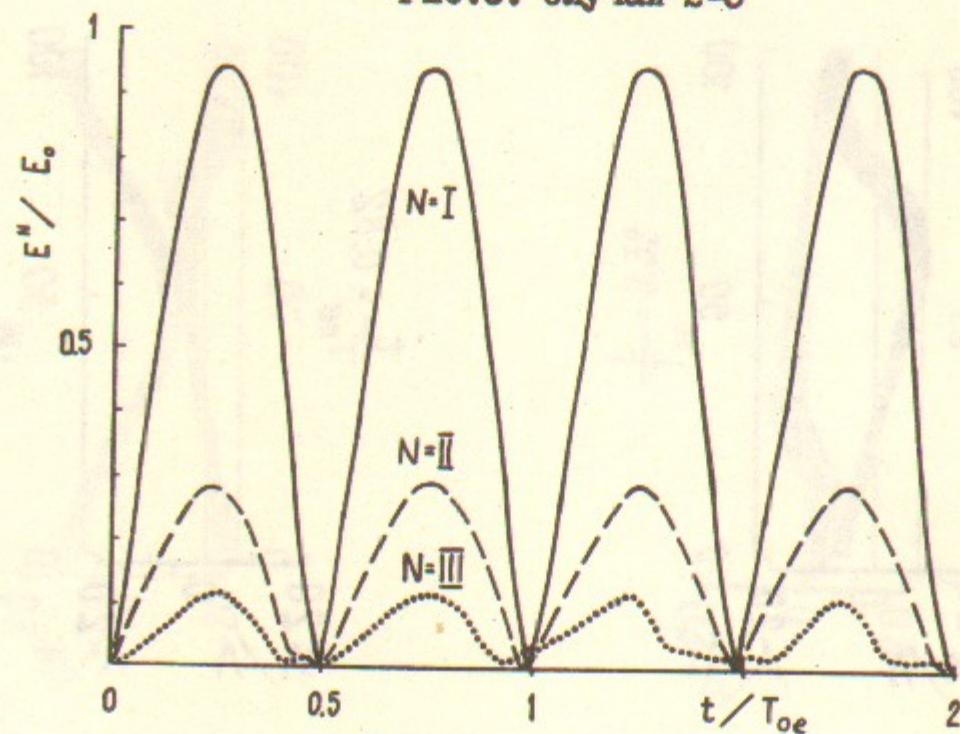


Рис.6. Случай 2-5

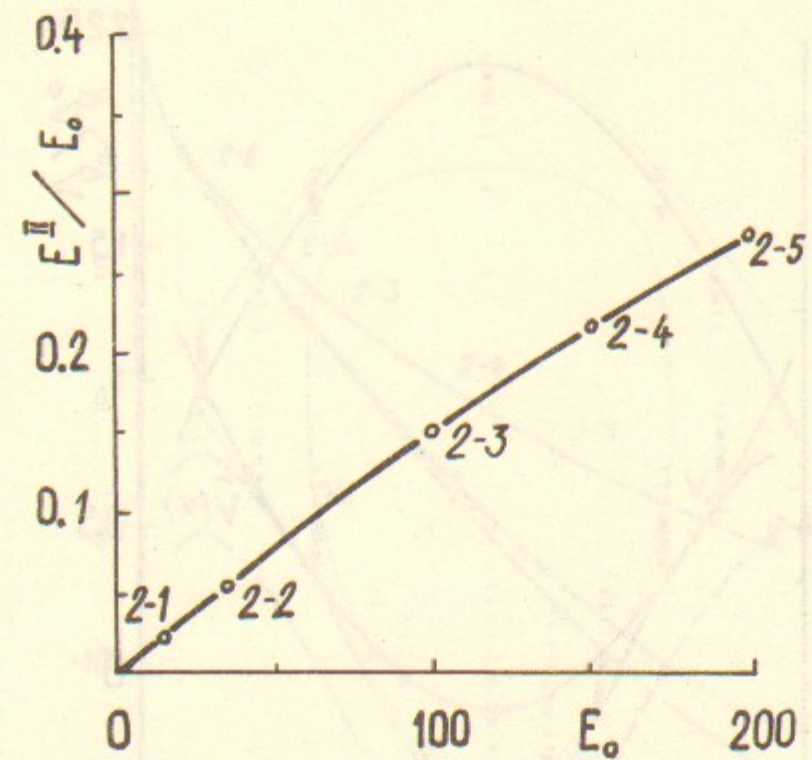


Рис.7а.

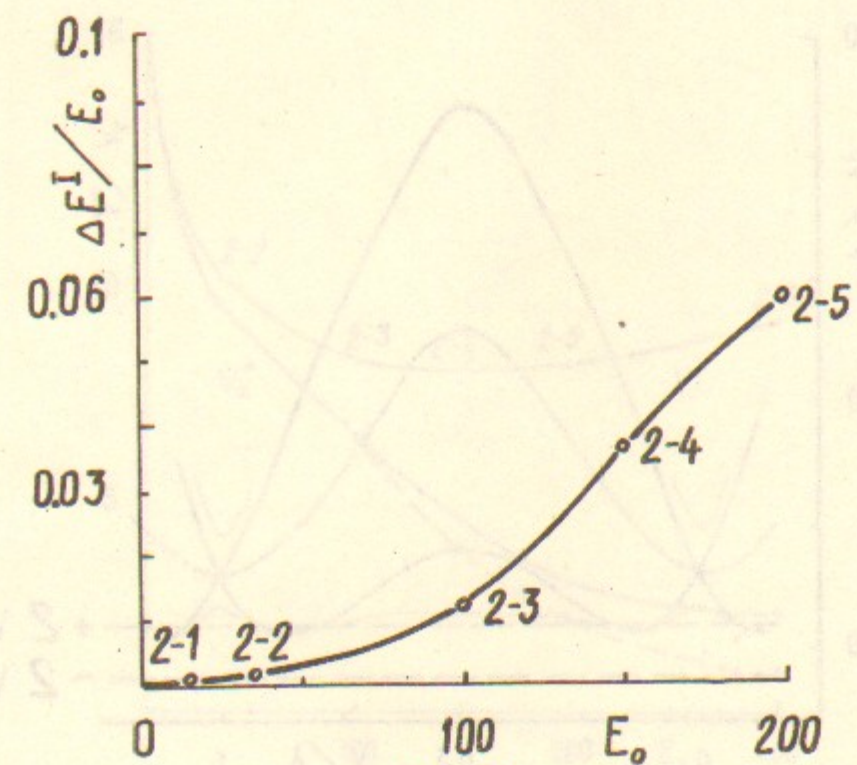


Рис.7б.



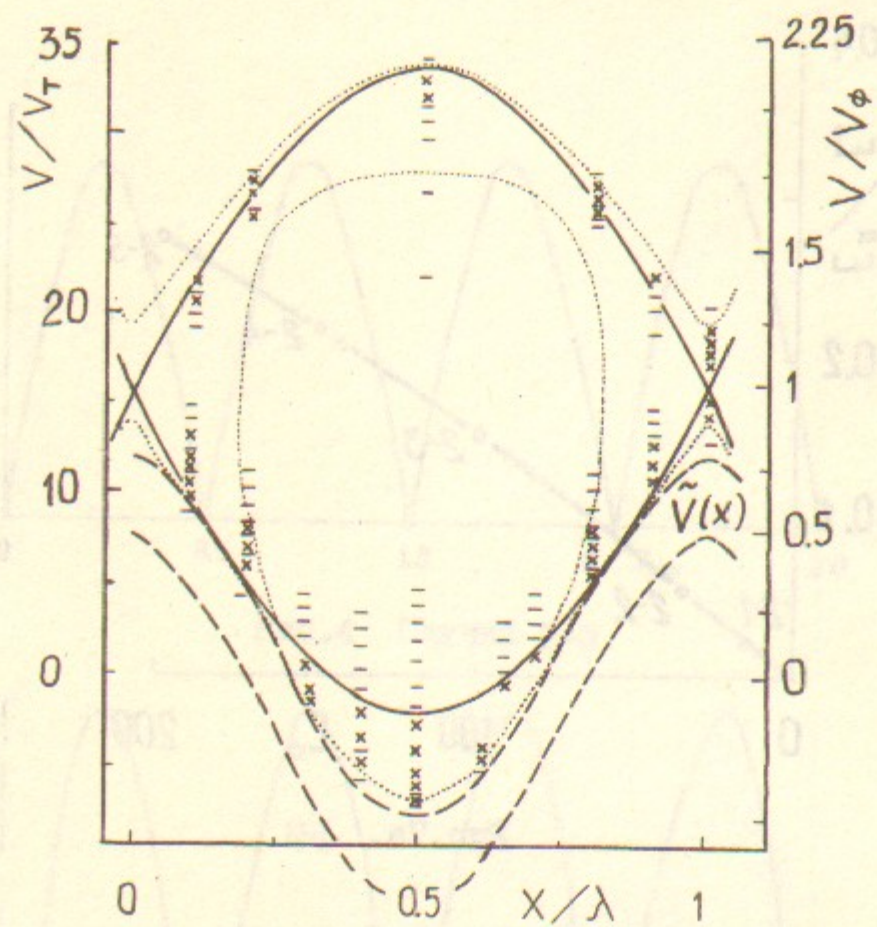


Рис.8а. Случай 2-5

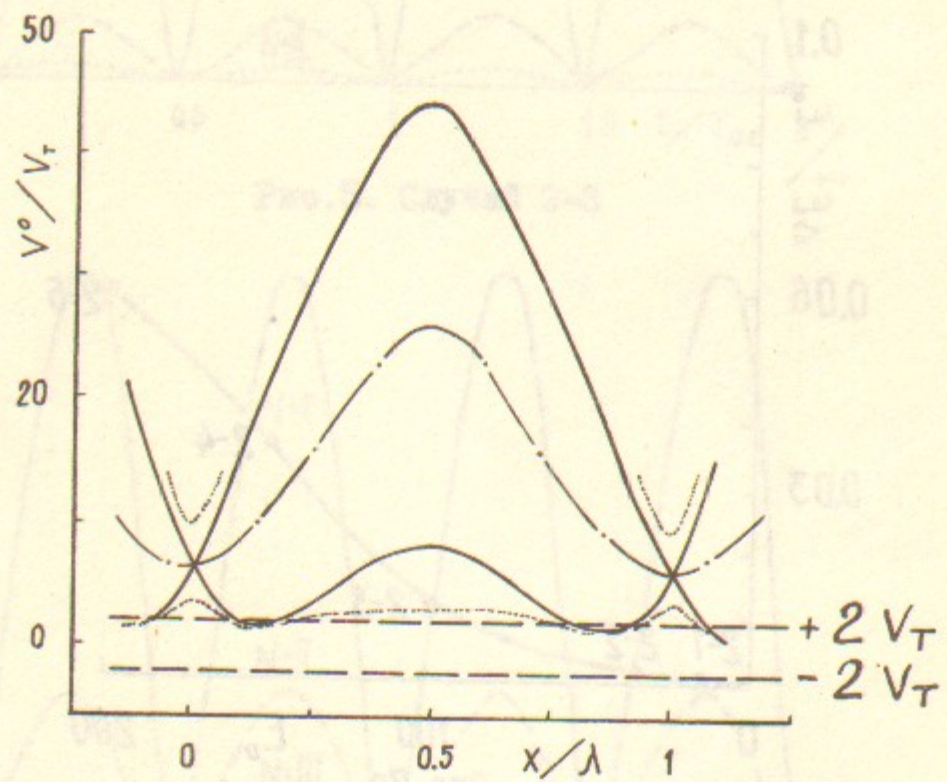


Рис.8б. Случай 2-5

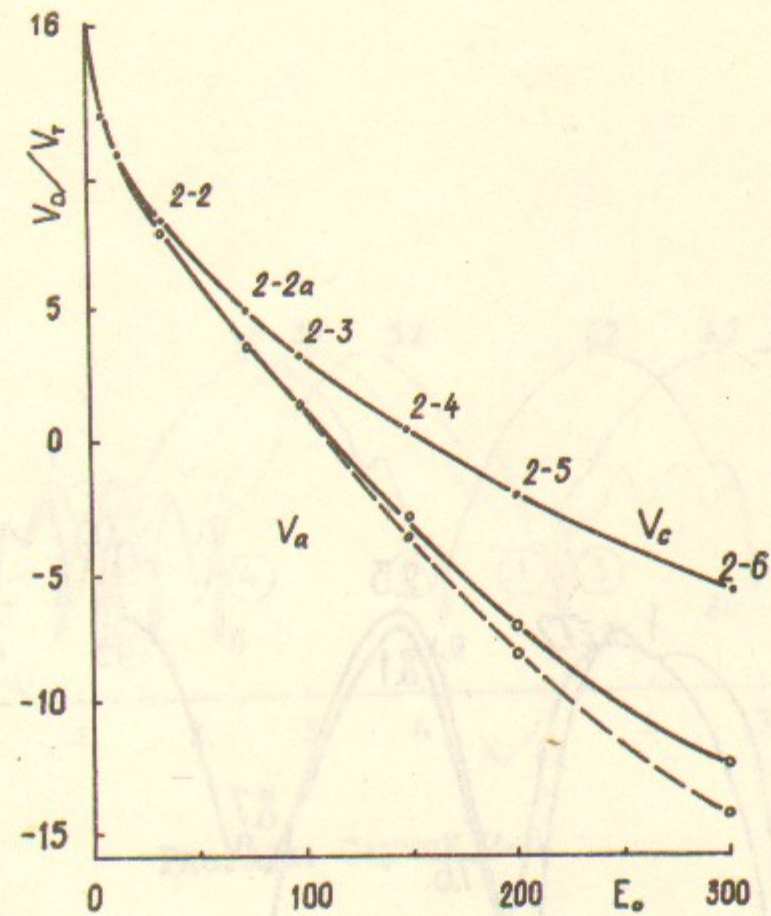


Рис.9а

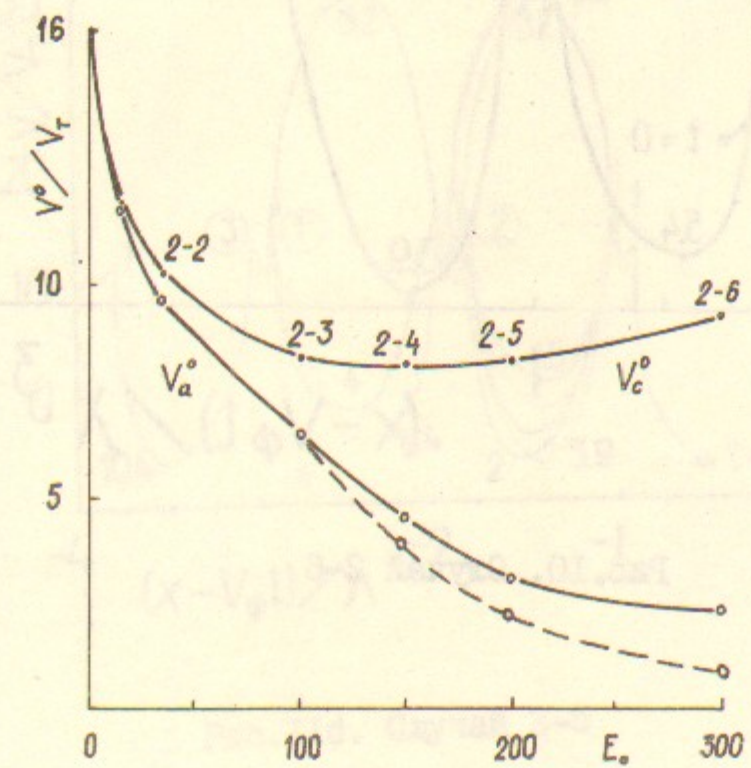


Рис.9б



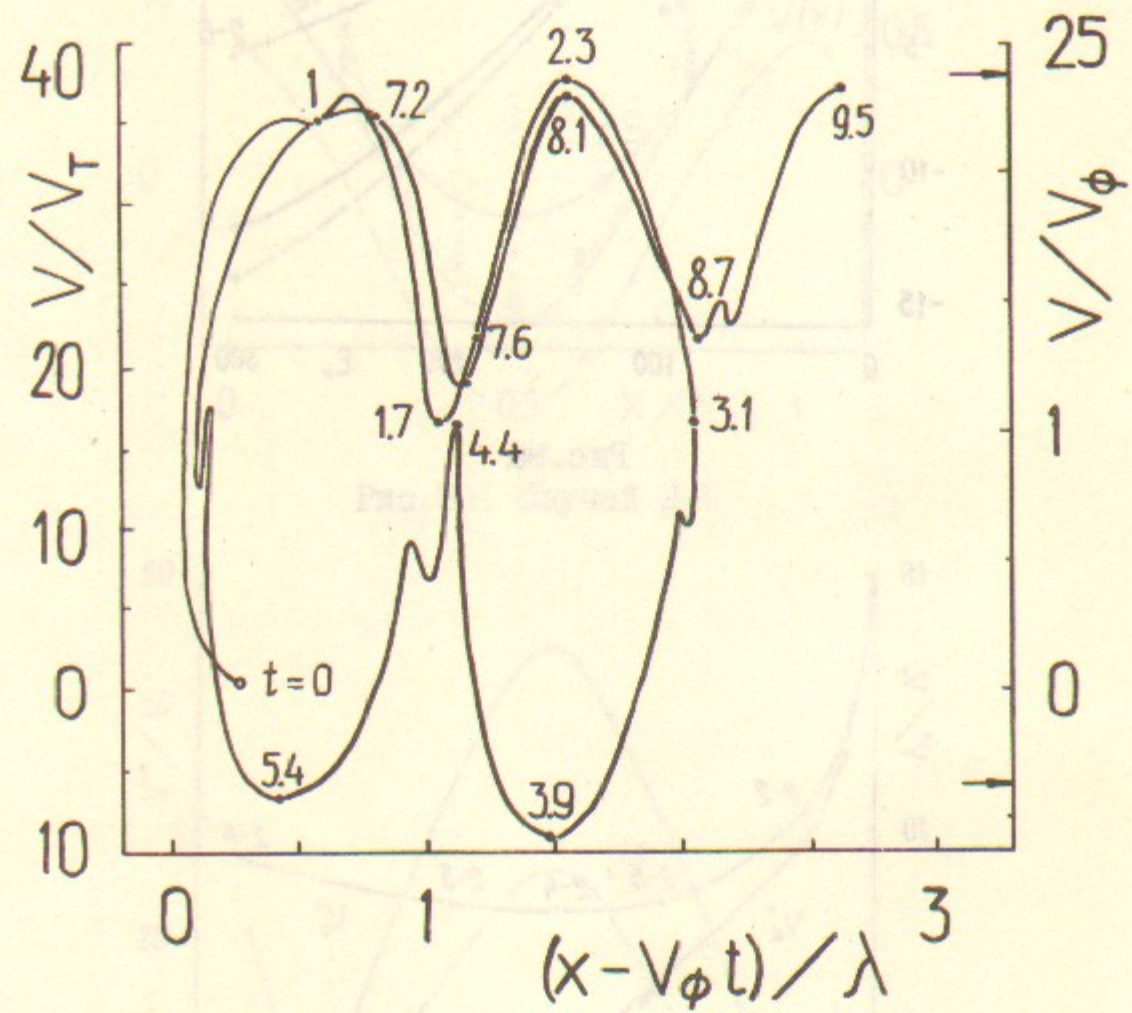


Рис.10. Случай 2-6

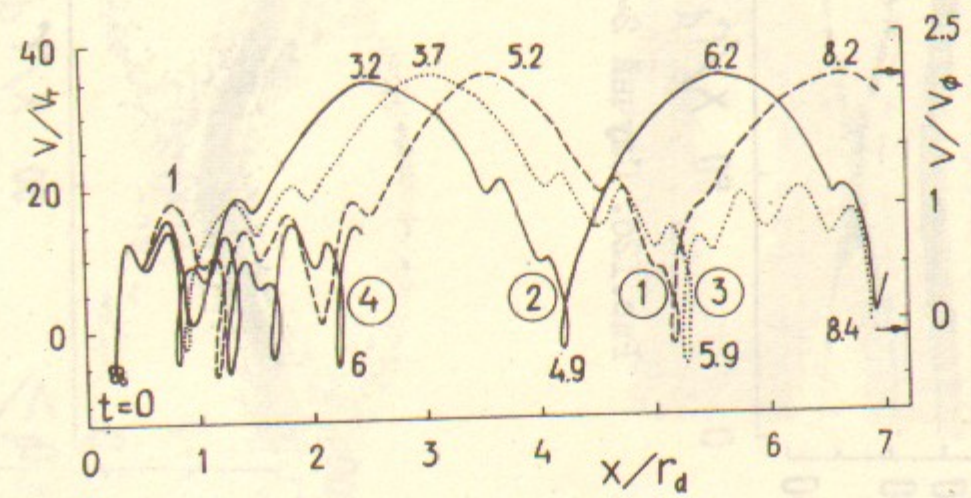


Рис.11а. Случай 2-5

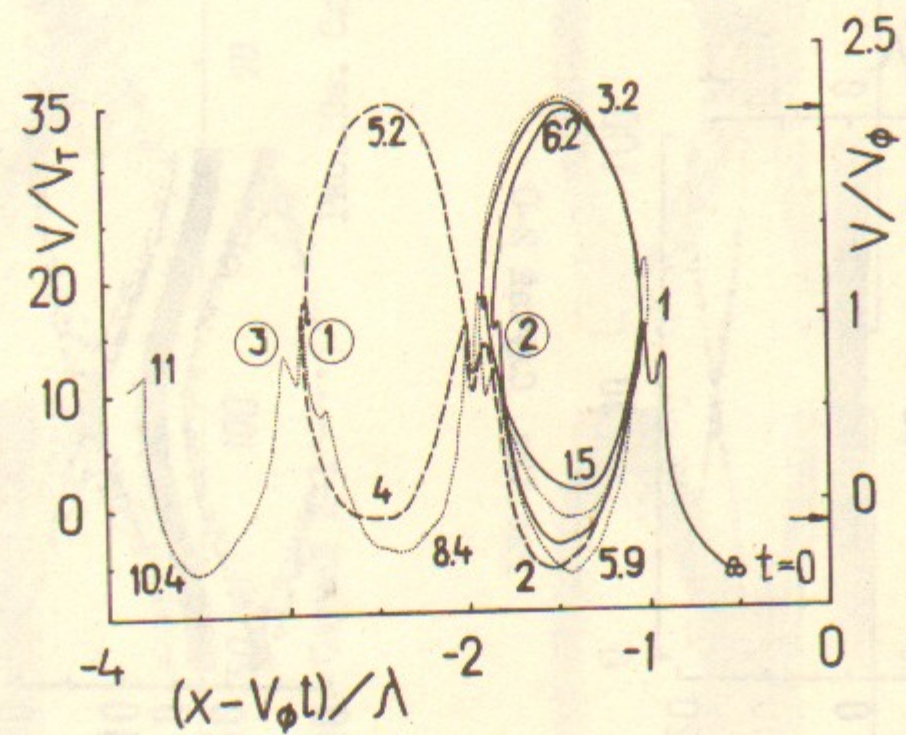


Рис.11б. Случай 2-5



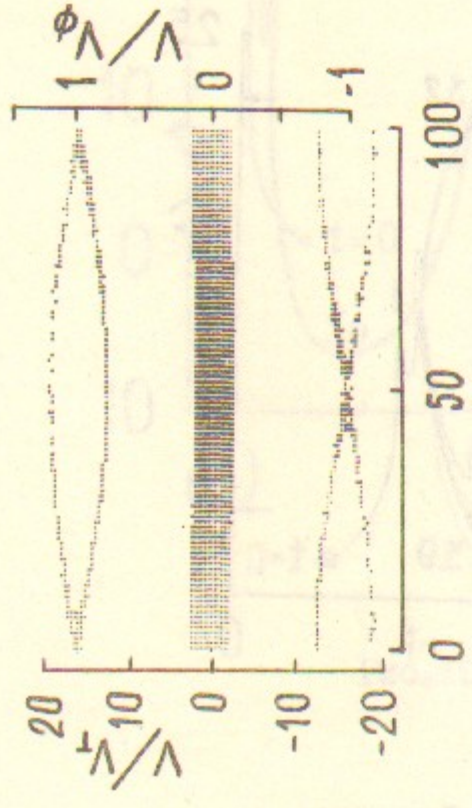


Рис. 12а. Случай 2-0

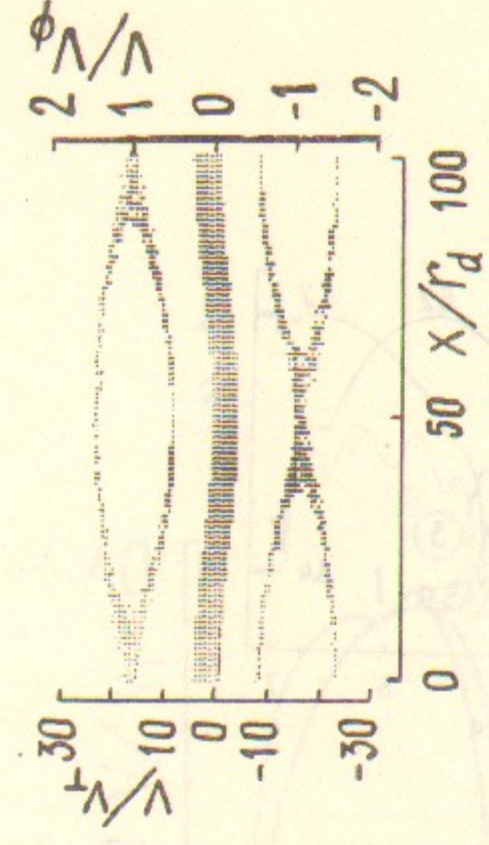


Рис. 12б. Случай 2-2

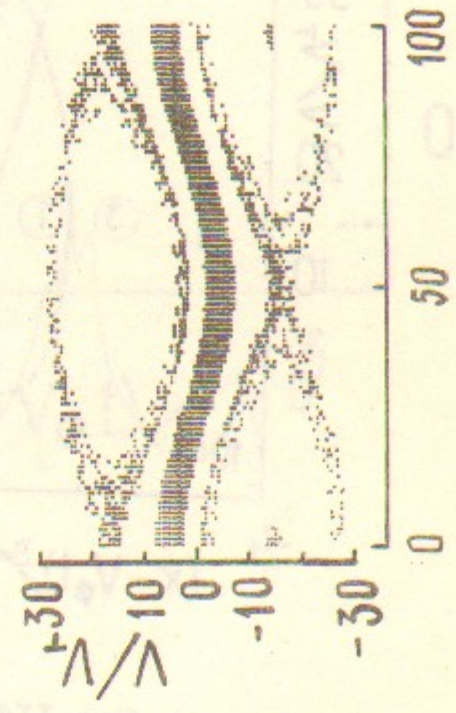


Рис. 12в. Случай 2-3

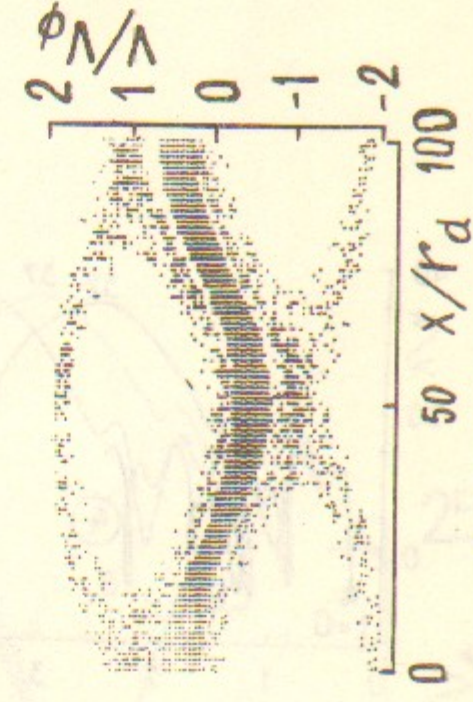


Рис. 12г. Случай 2-4

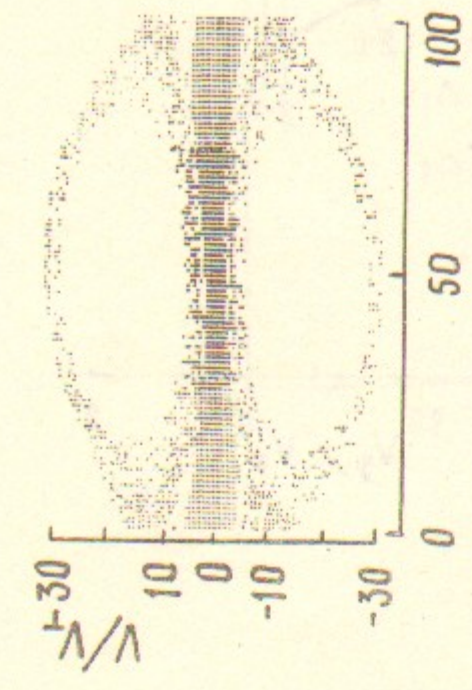


Рис. 12д. Случай 2-4

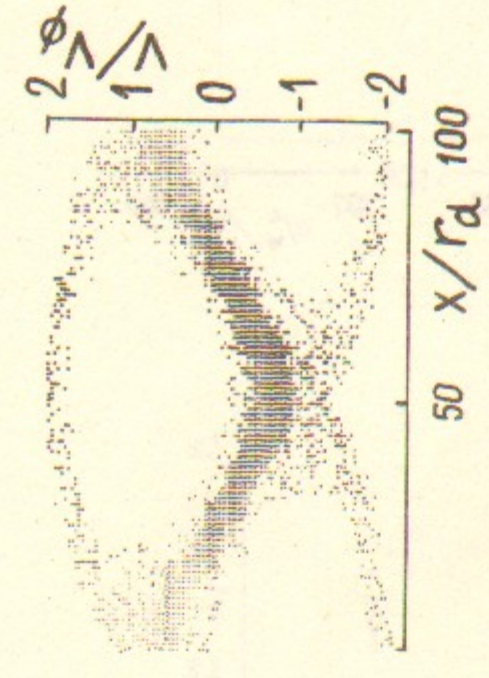


Рис. 12е. Случай 2-5

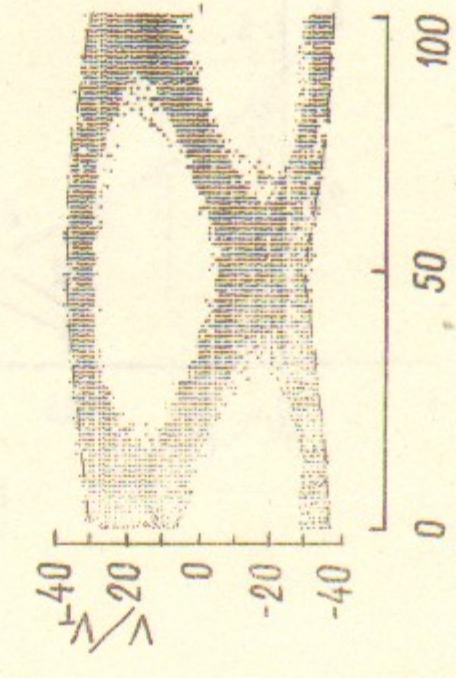


Рис. 12ж. Случай 2-6

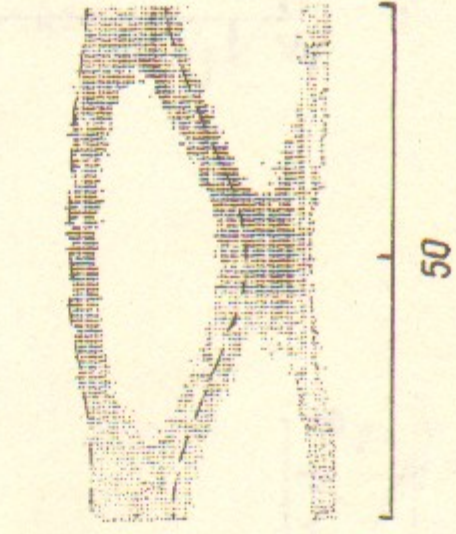


Рис. 12з. Случай 2-6

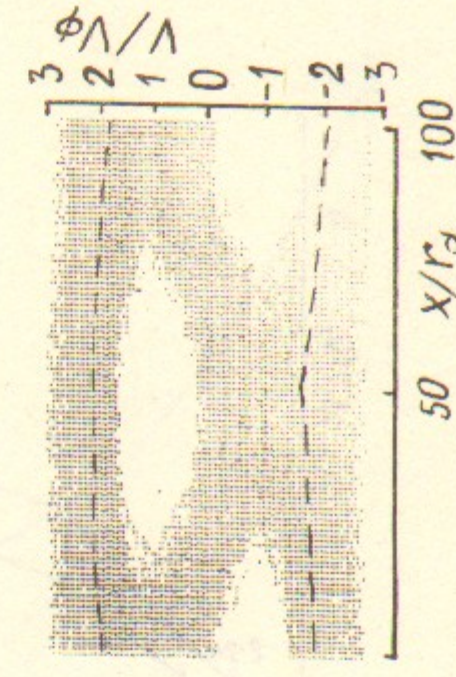


Рис. 12и. Случай 2-7



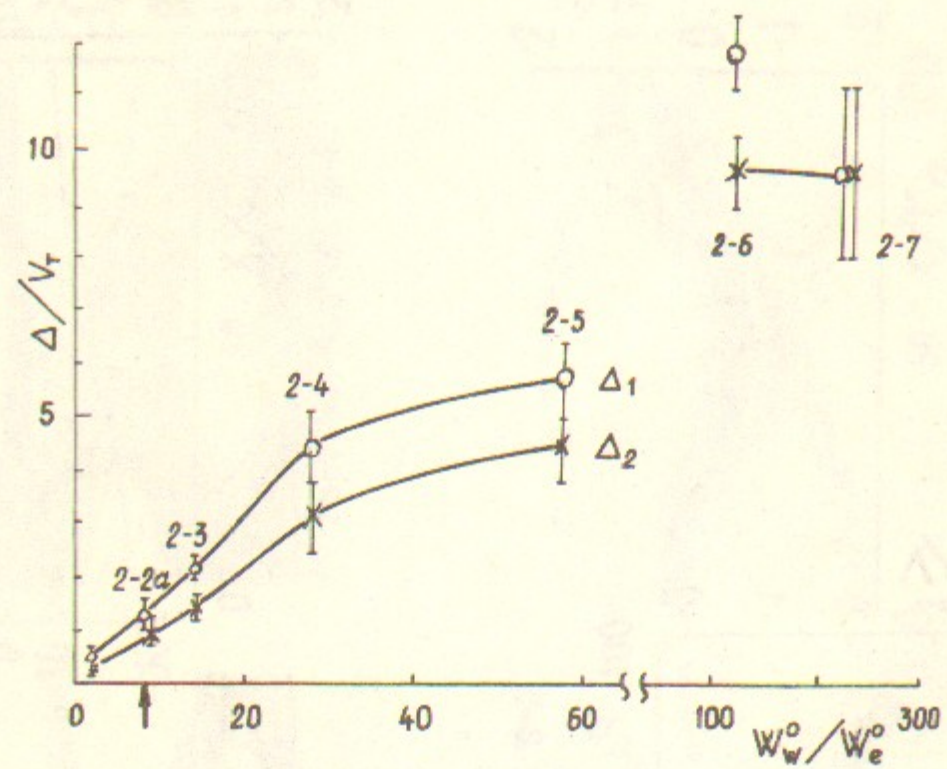


Рис.13а

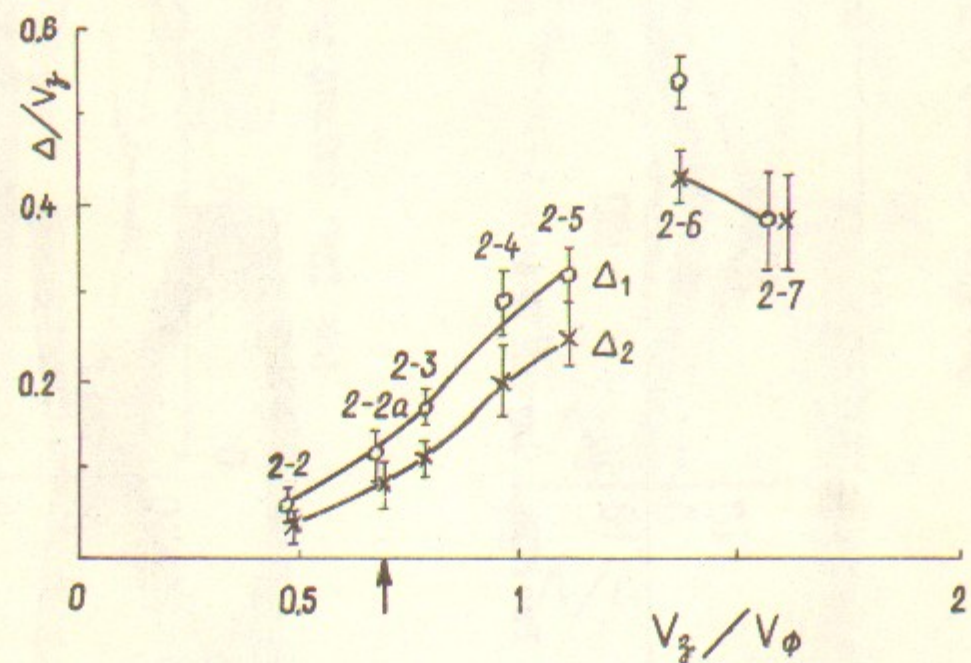


Рис.13б

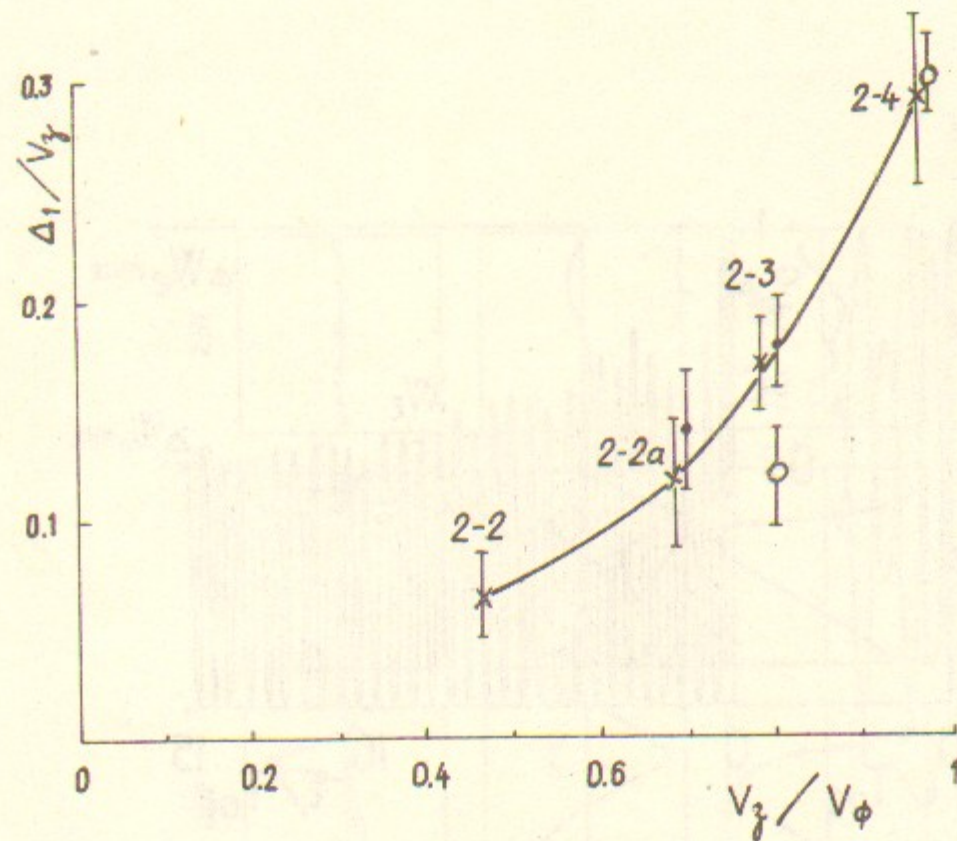


Рис.14а

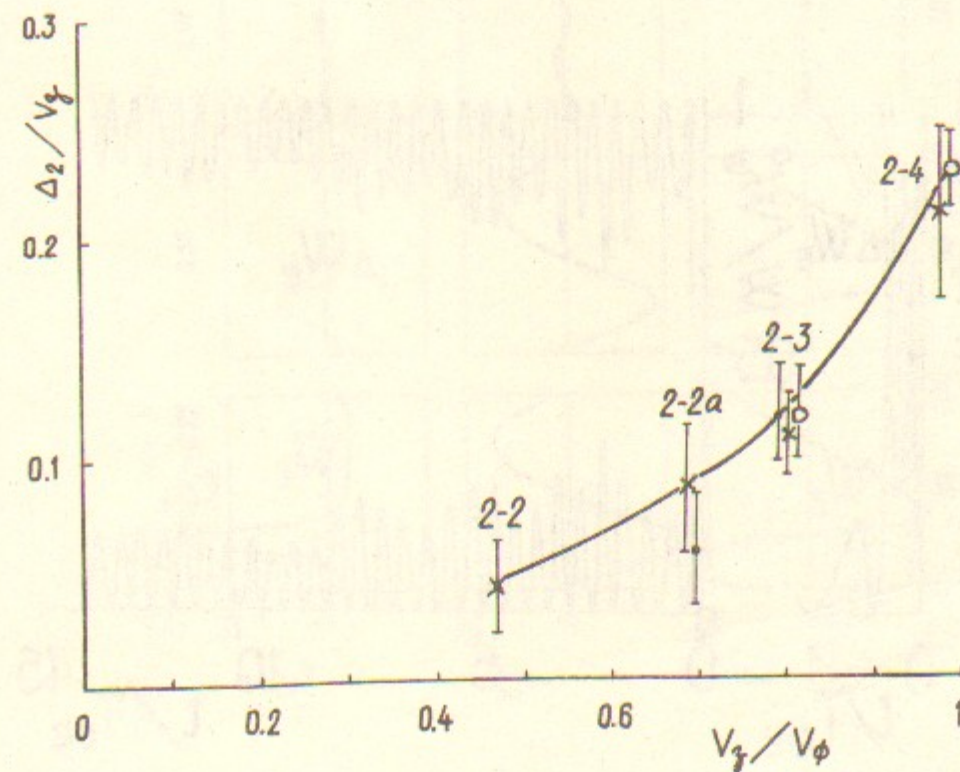


Рис.14б



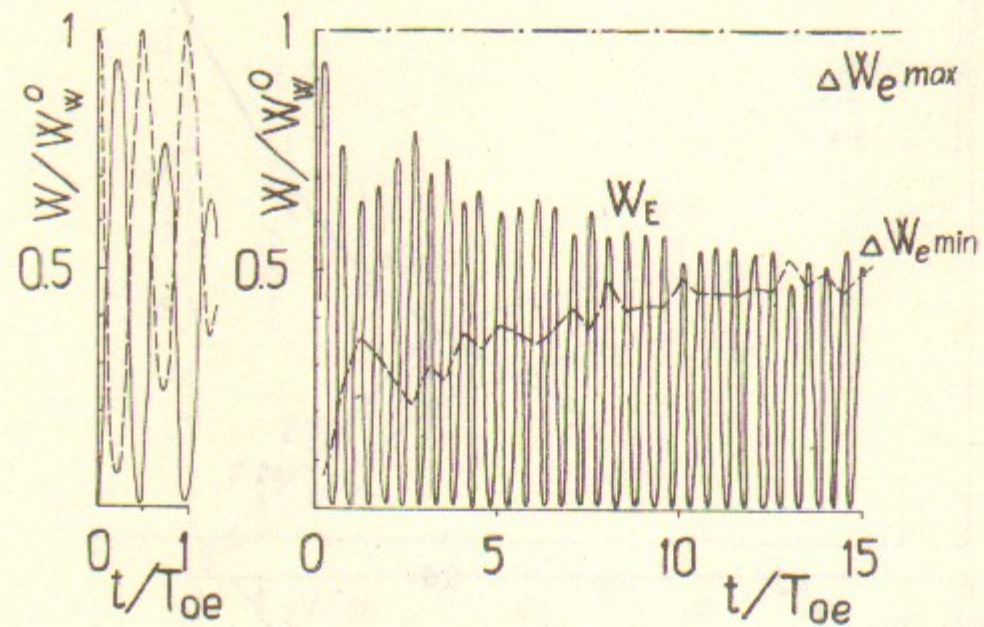


Рис. 15а, б. Случай 2-6

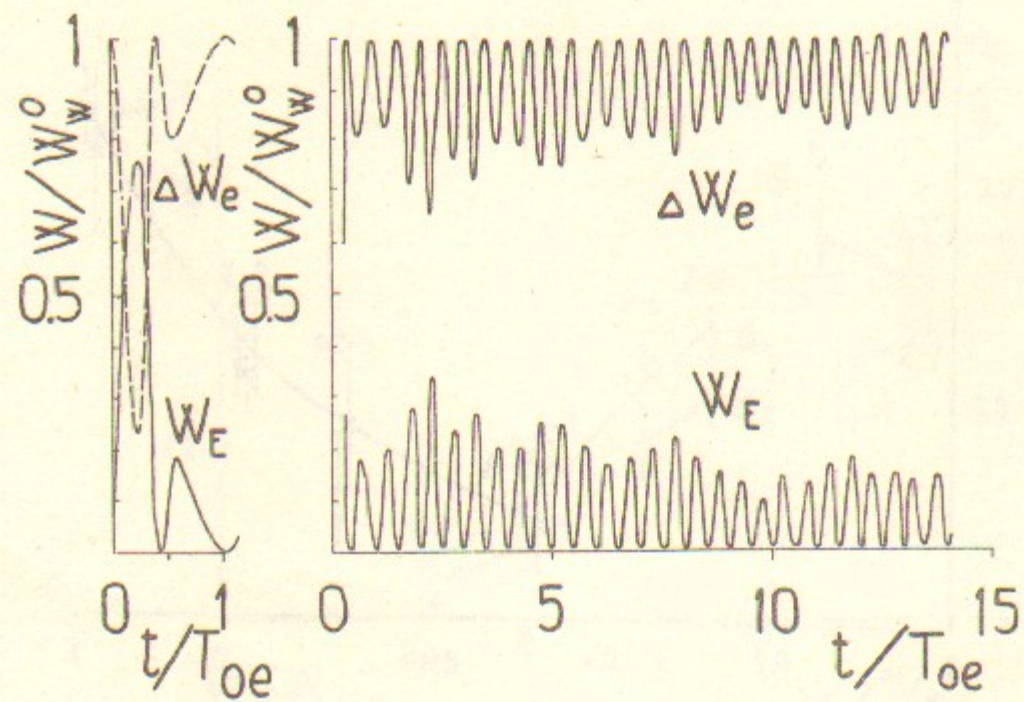


Рис. 16а, б. Случай 2-7

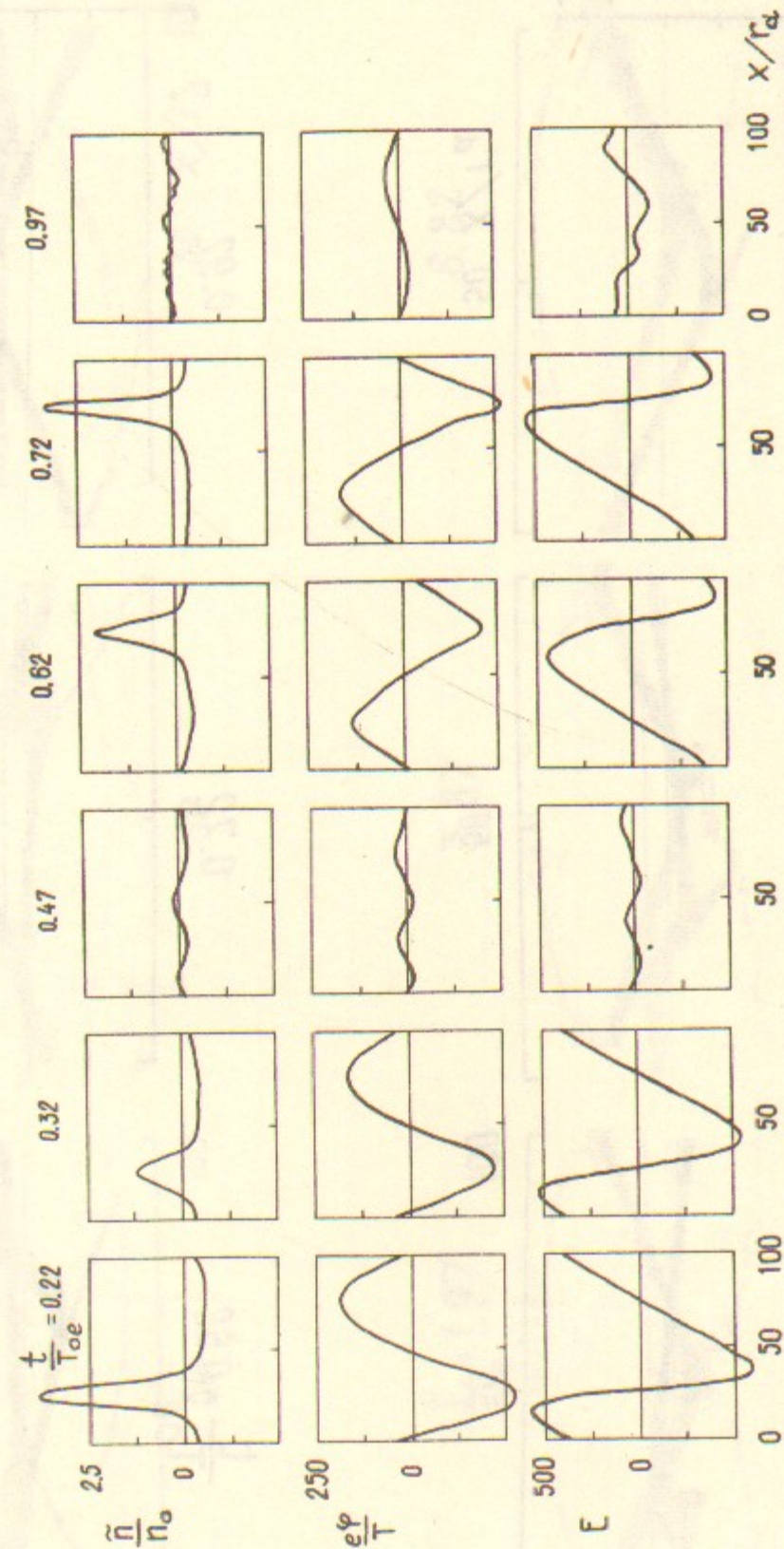


Рис. 17а. Случай 2-6



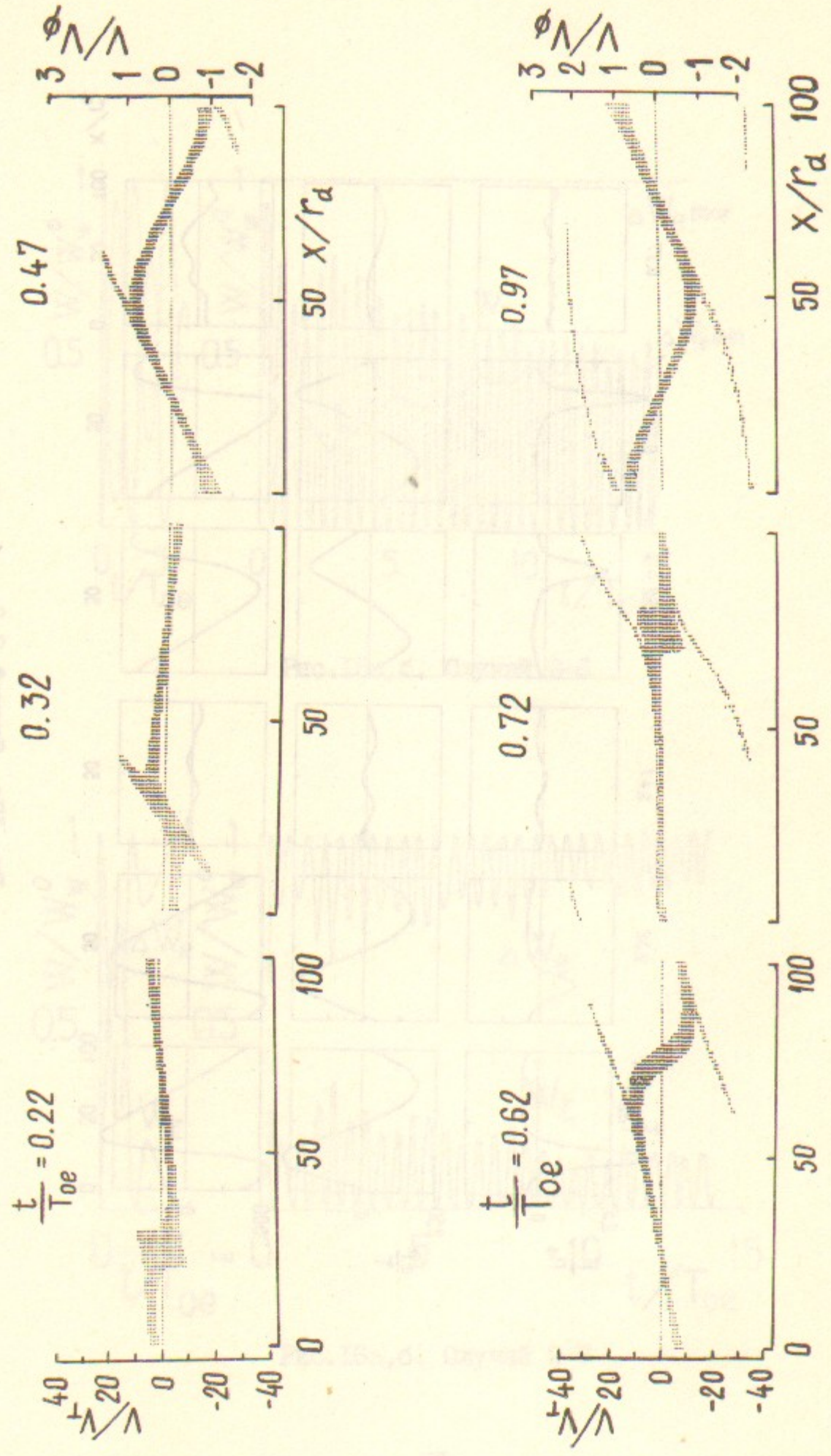


Рис.176. Случай 2-6

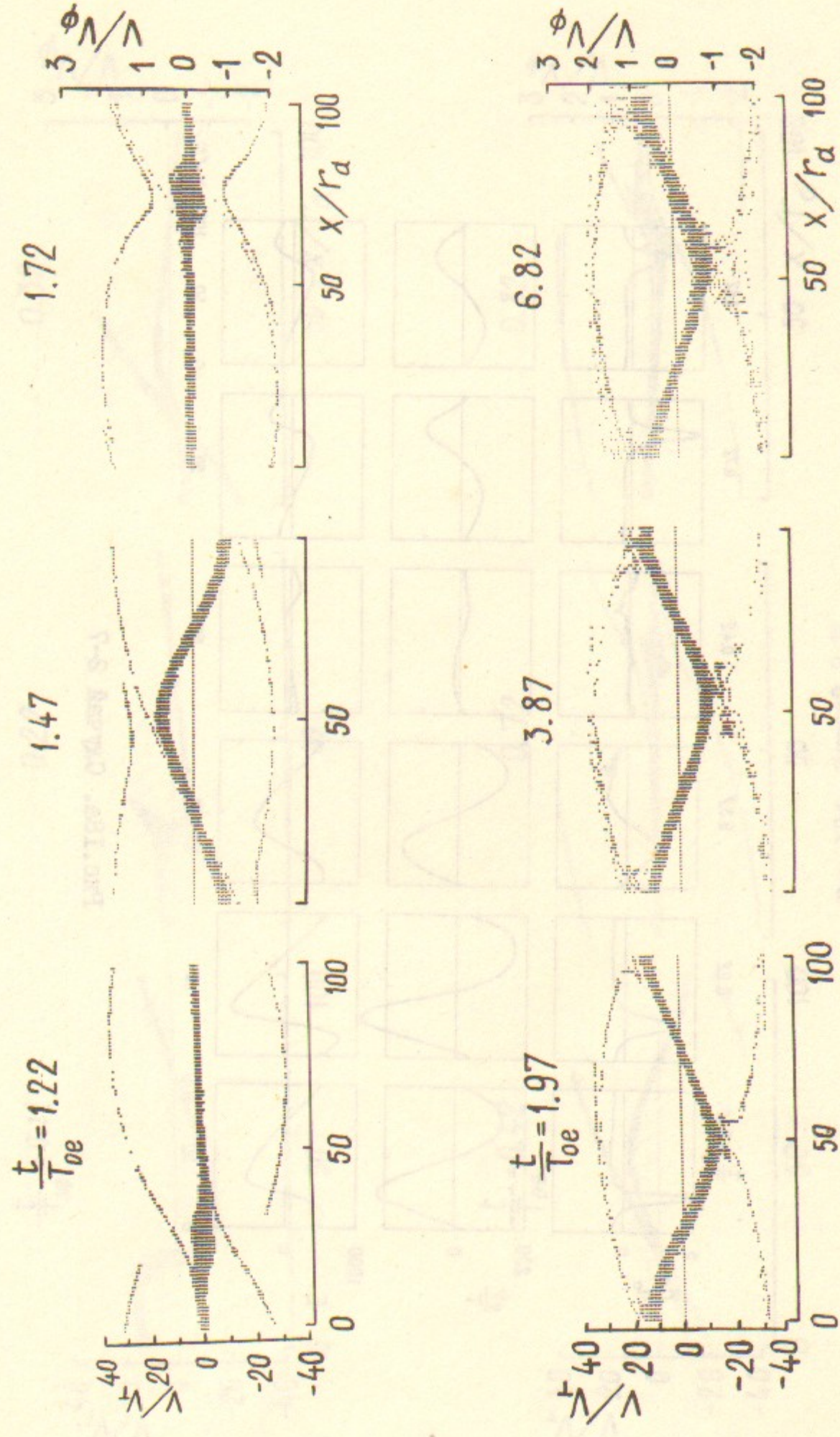


Рис.176. Случай 2-6. Продолжение



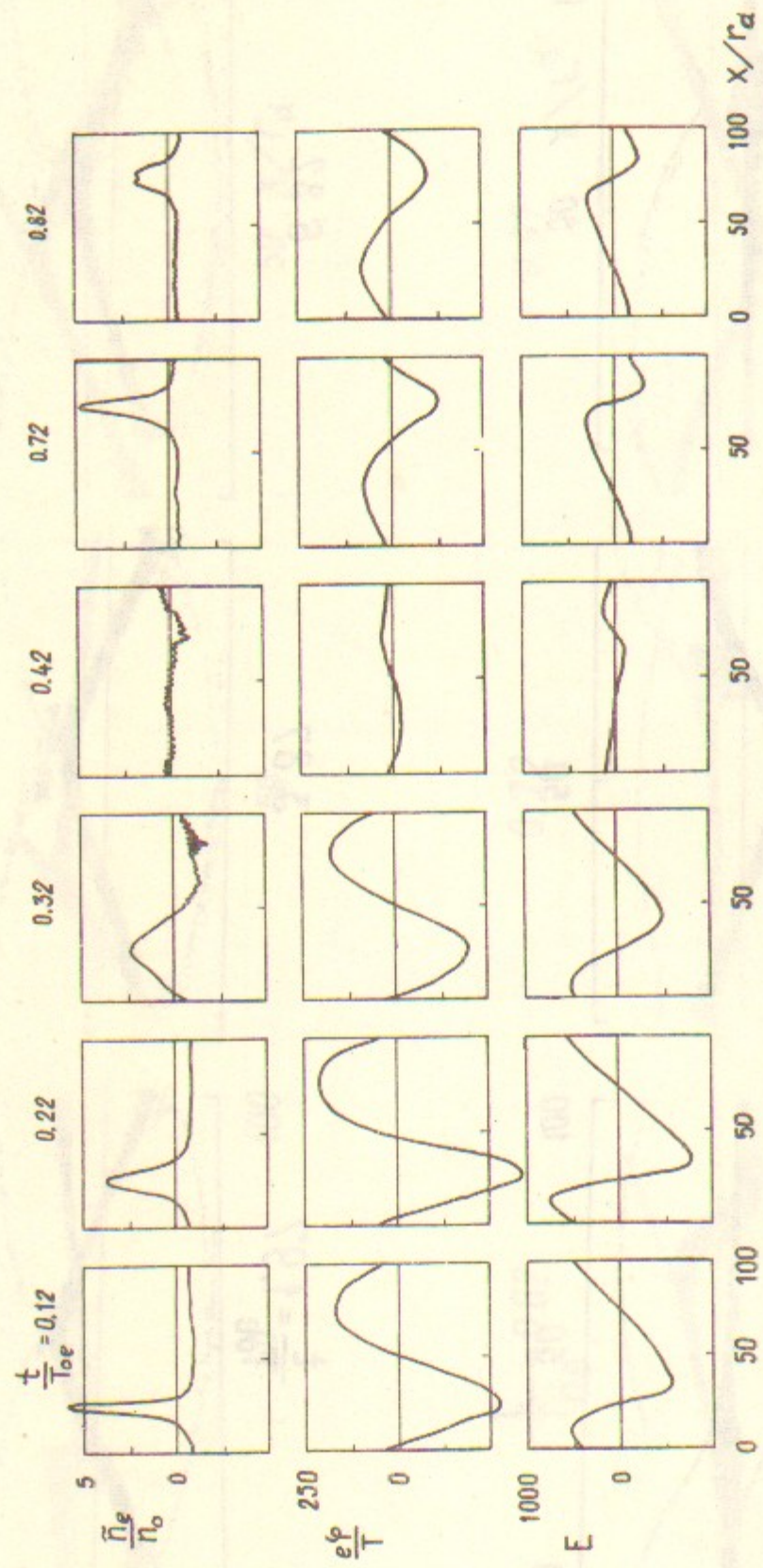


Рис. 18а. Случай 2-7

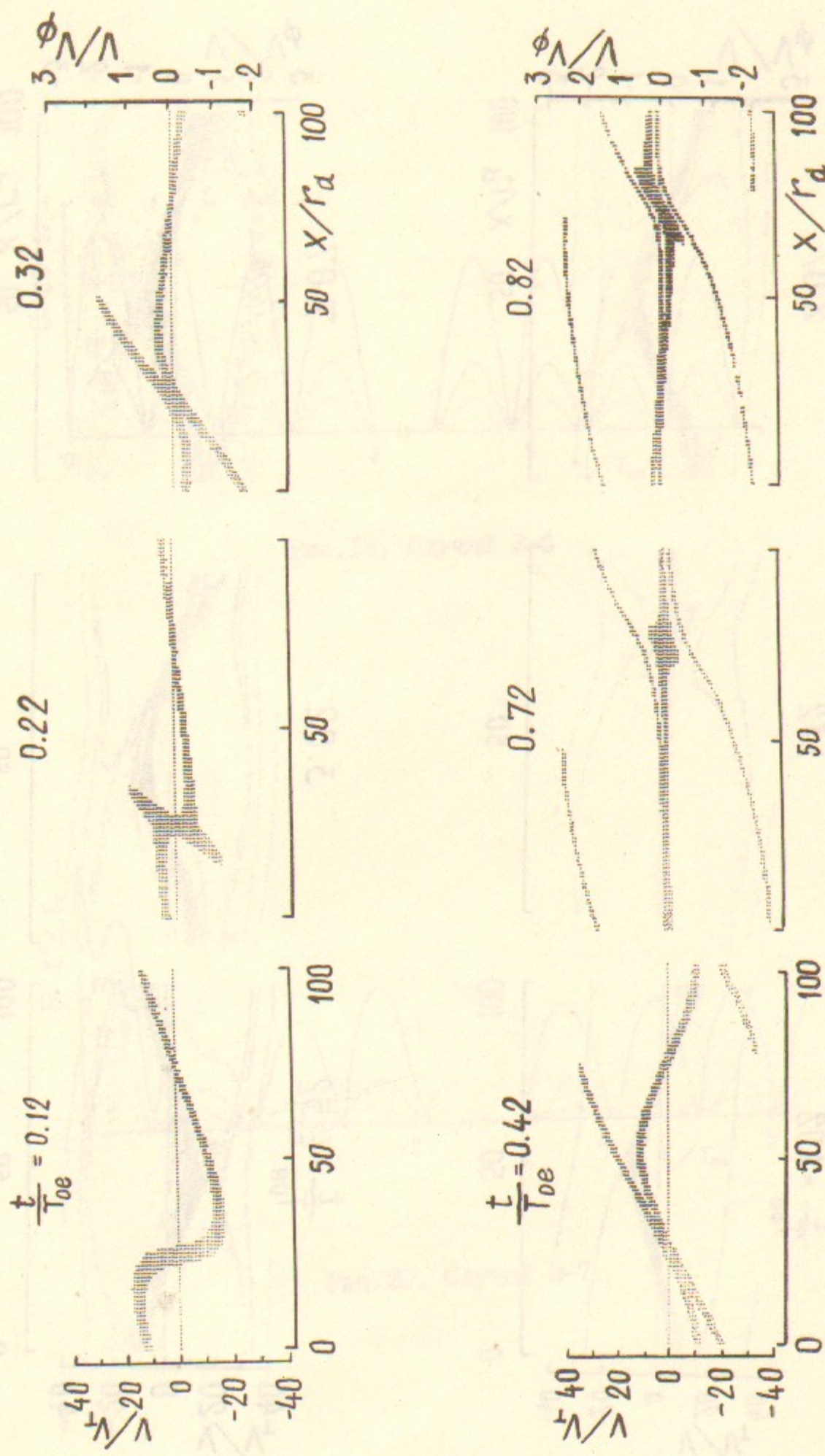


Рис. 18б. Случай 2-7



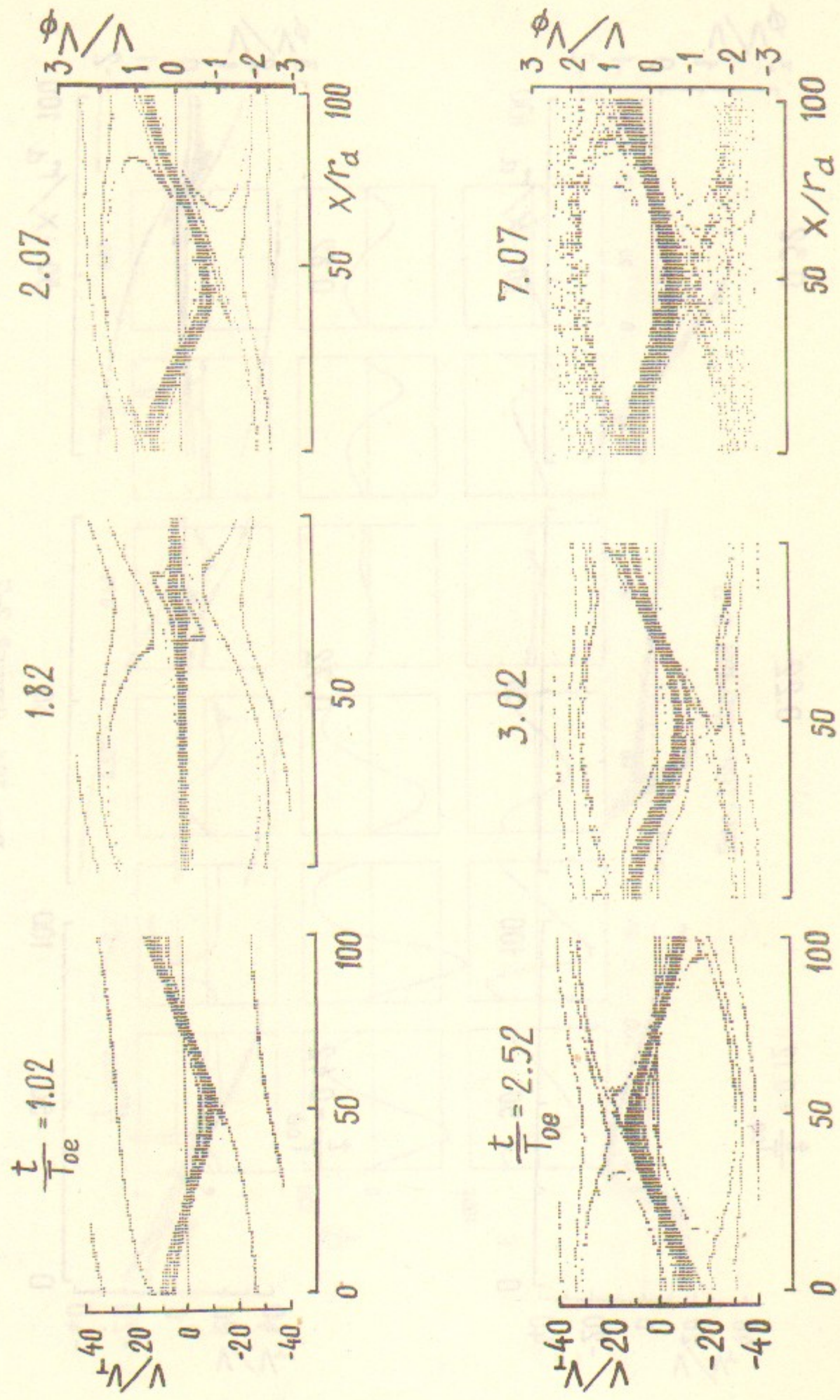


Рис.186. Случай 2-7. Продолжение

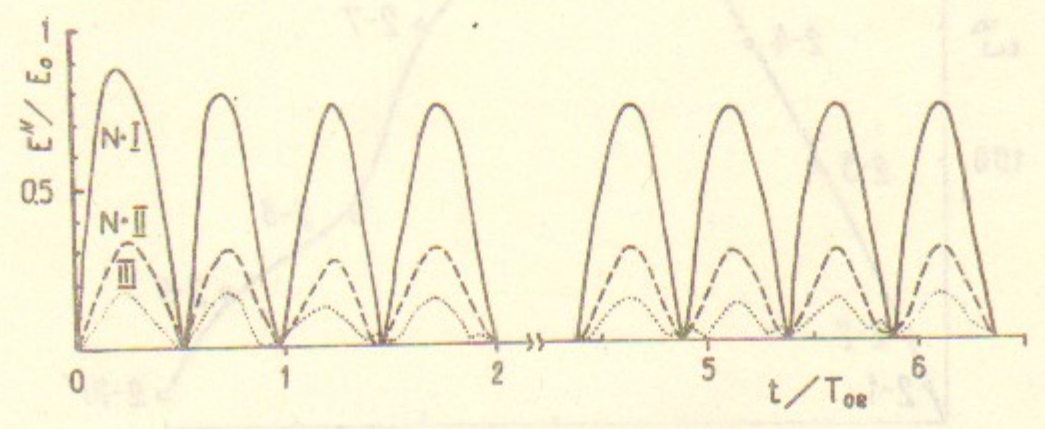


Рис.19. Случай 2-6

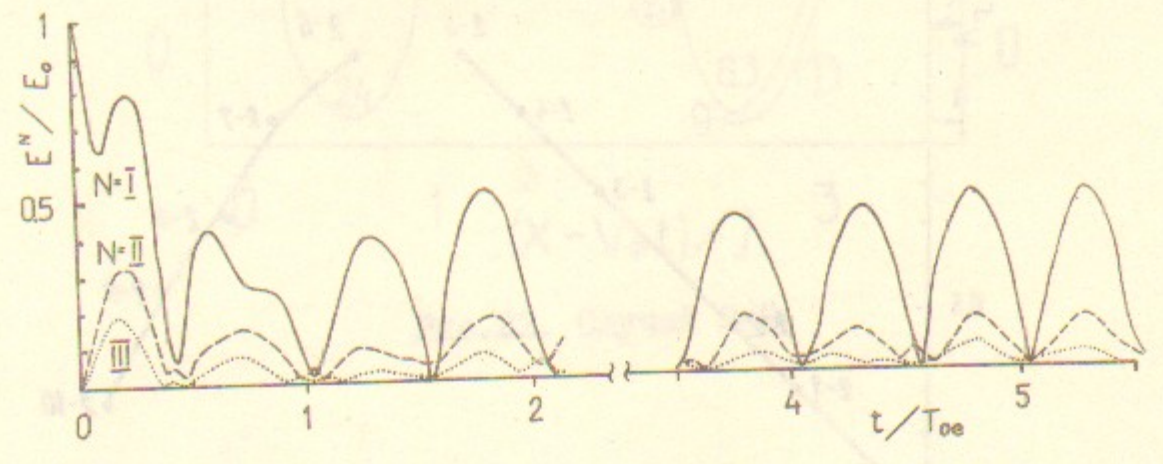


Рис.20. Случай 2-7



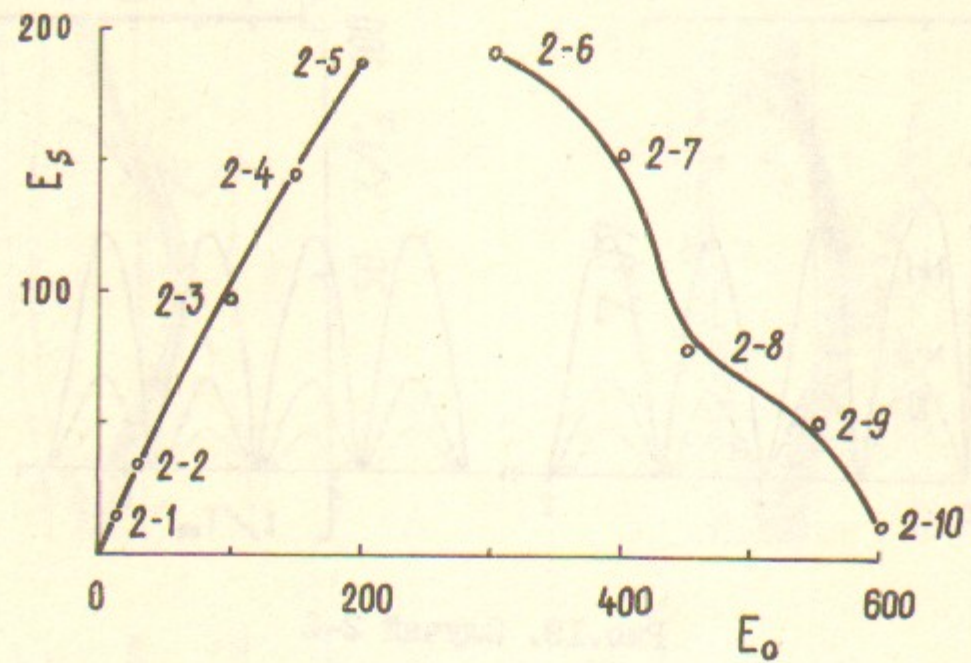


Рис.21а

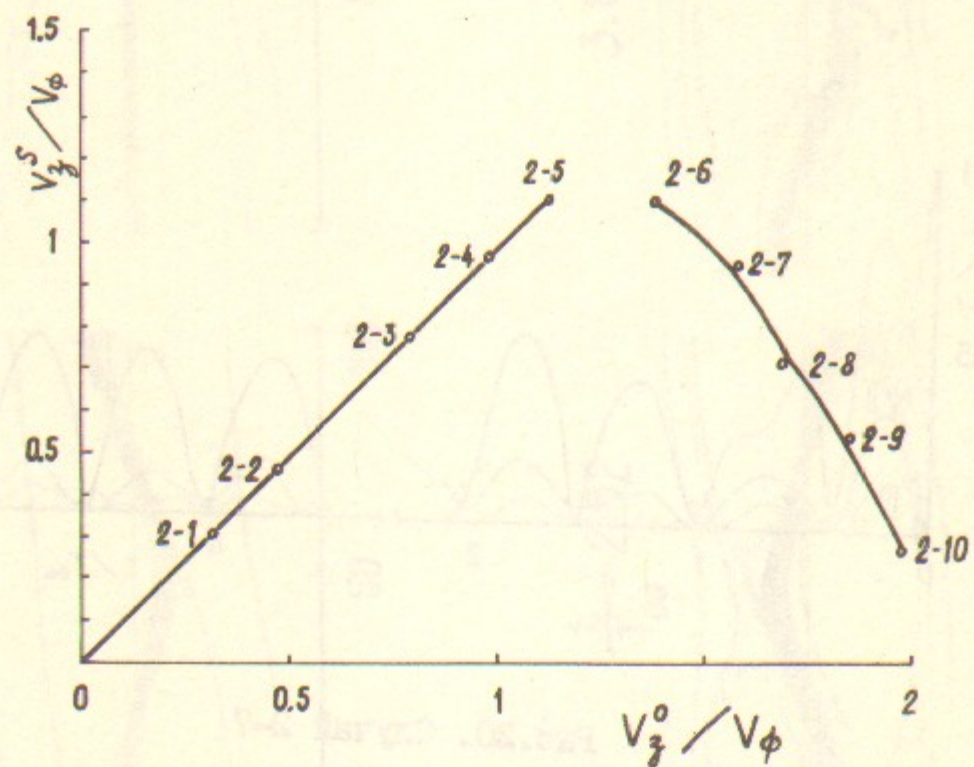


Рис.21б

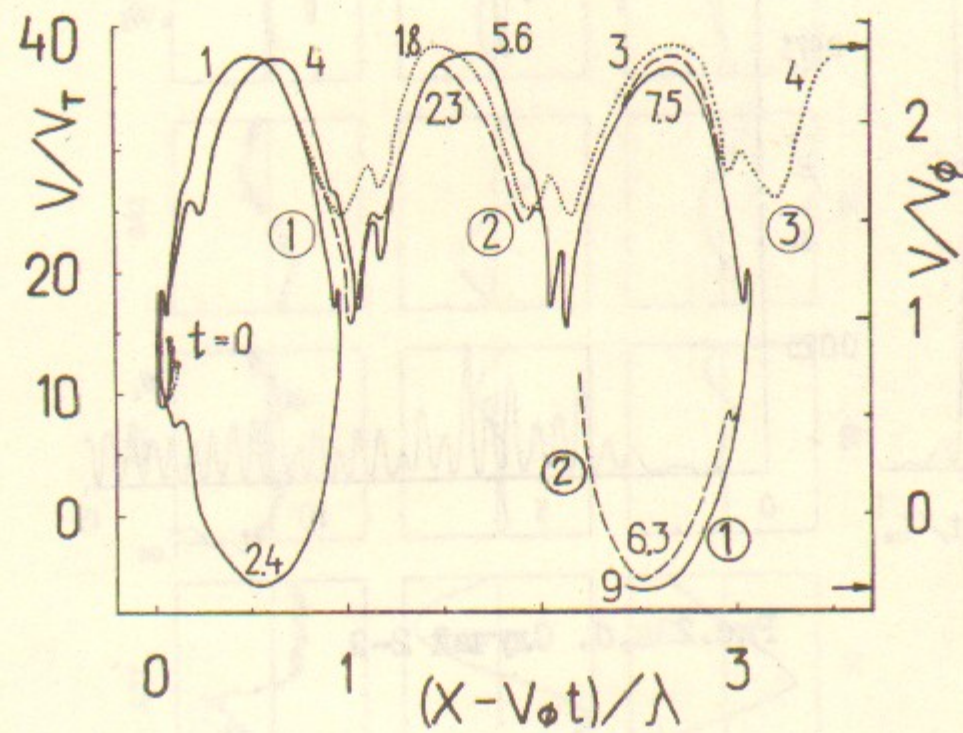


Рис.22. Случай 2-6



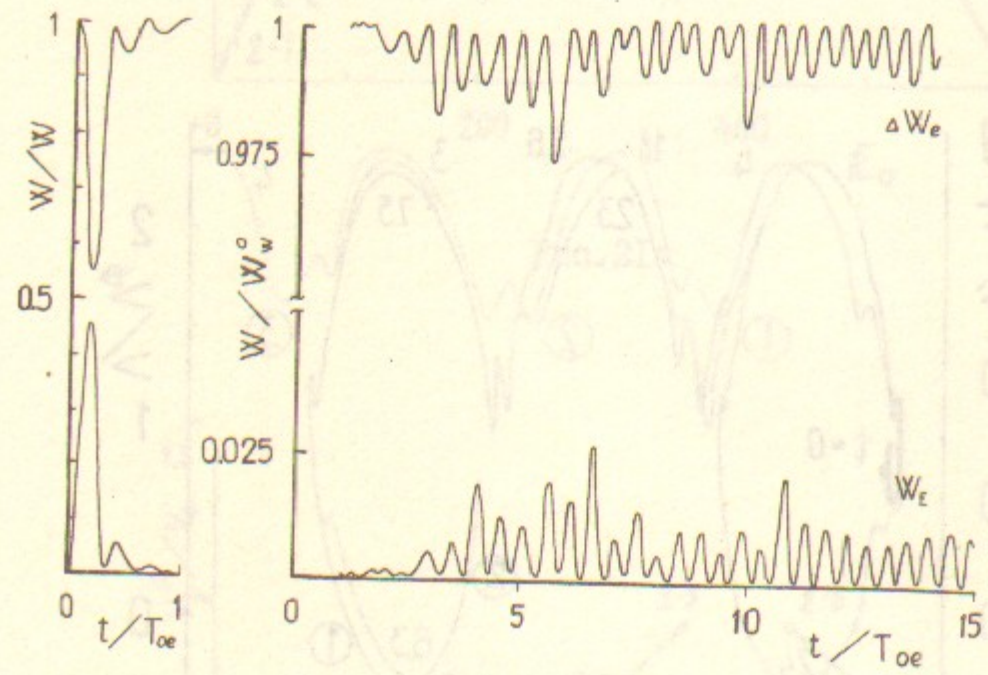


Рис. 23а, б. Случай 2-9

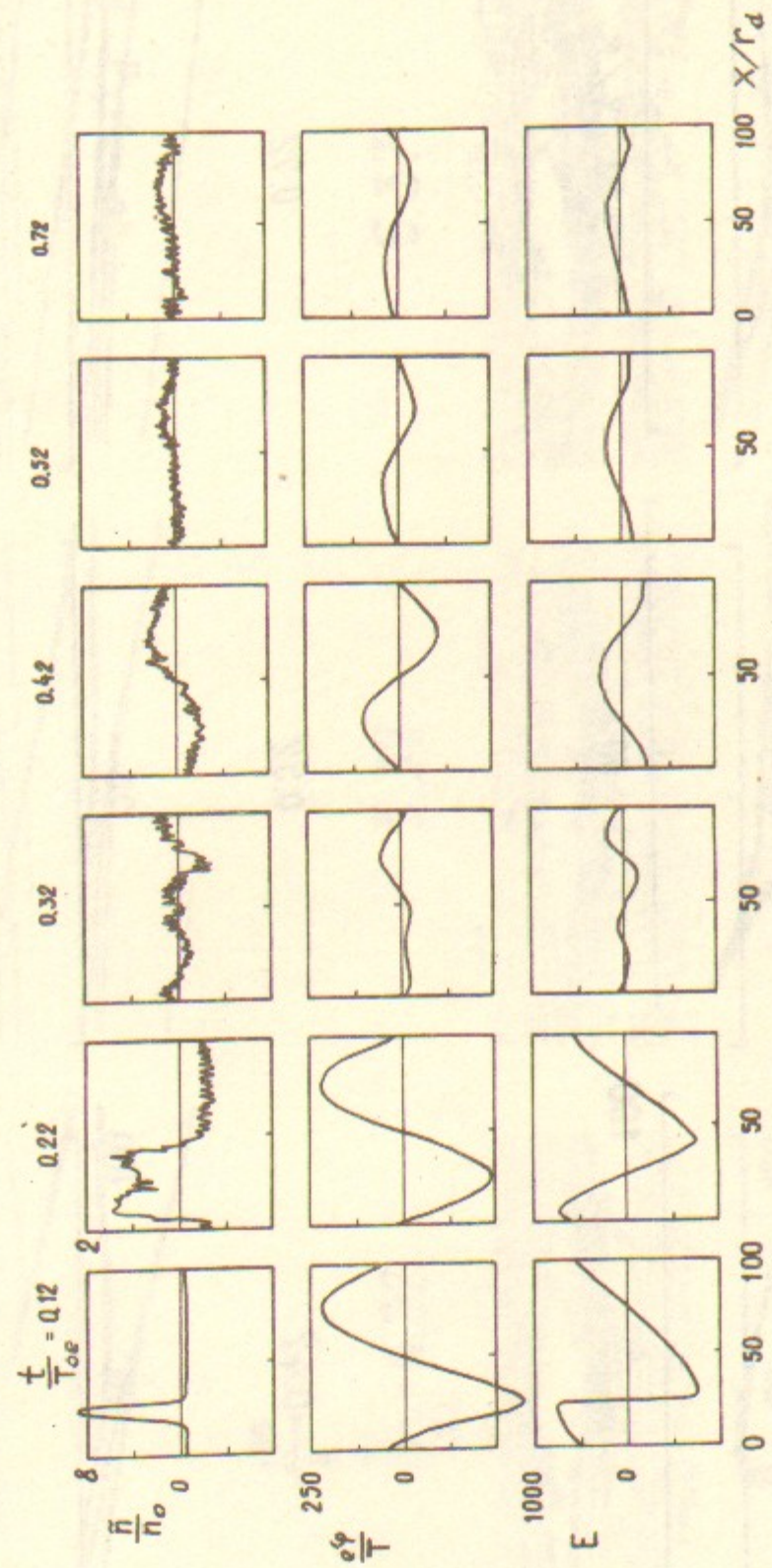


Рис. 24а. Случай 2-9



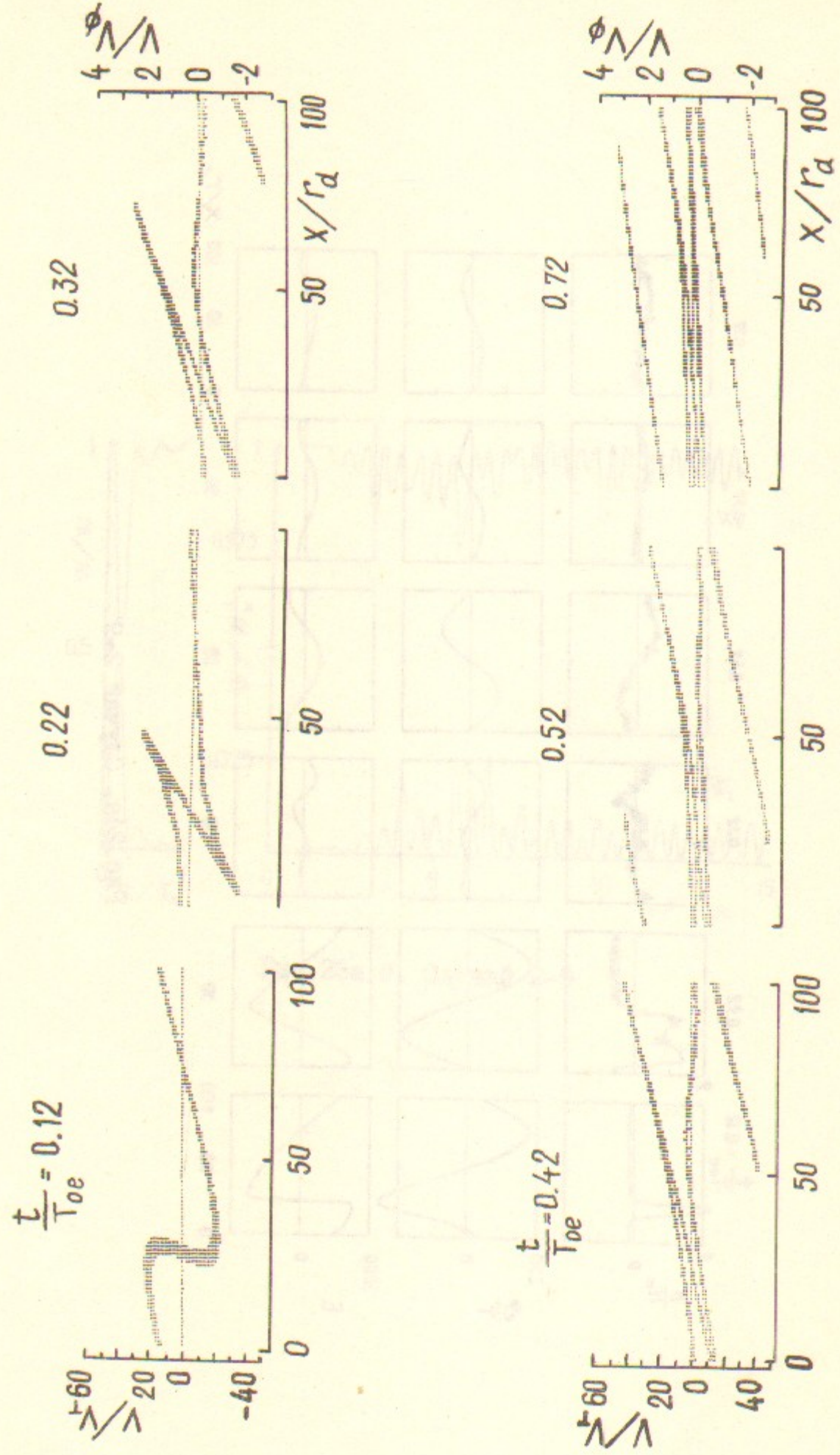


Рис.246. Случай 2-9

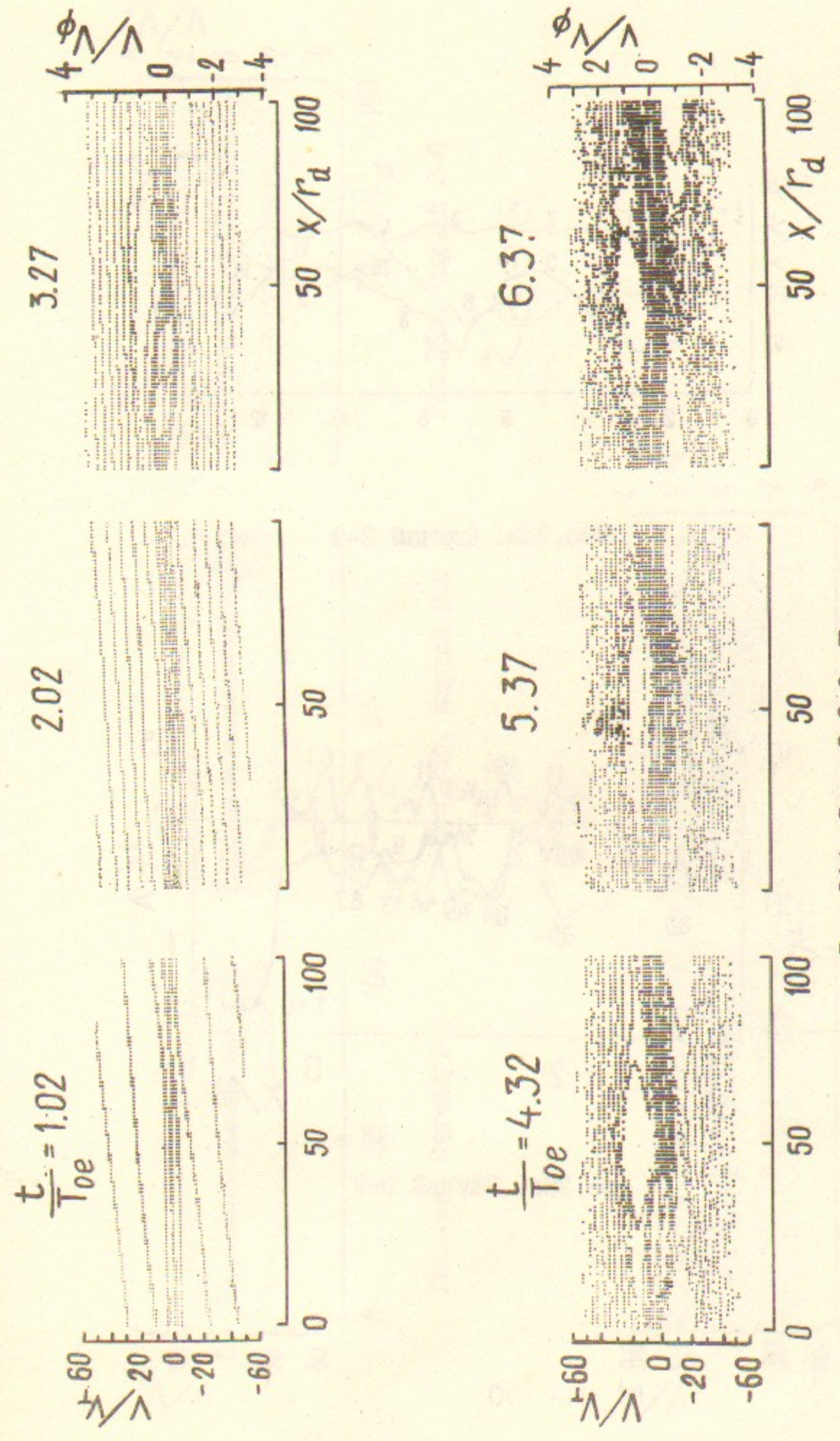


Рис.246. Случай 2-9. Продолжение



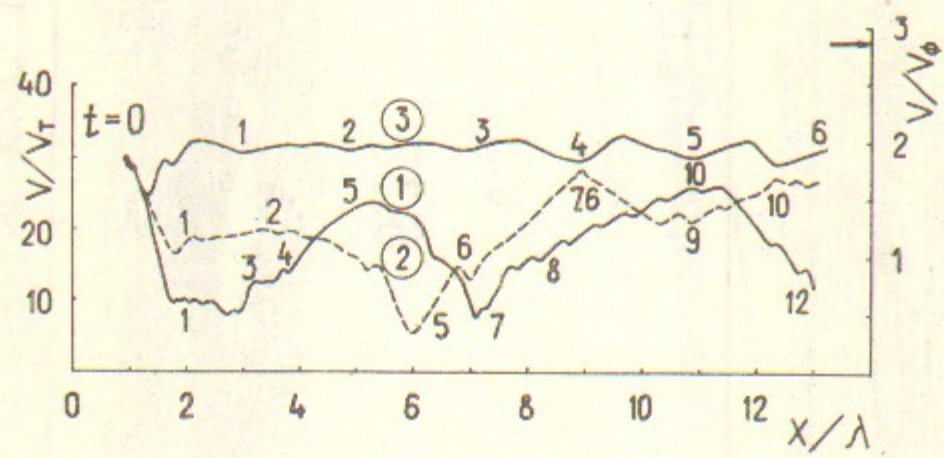


Рис.25а. Случай 2-9

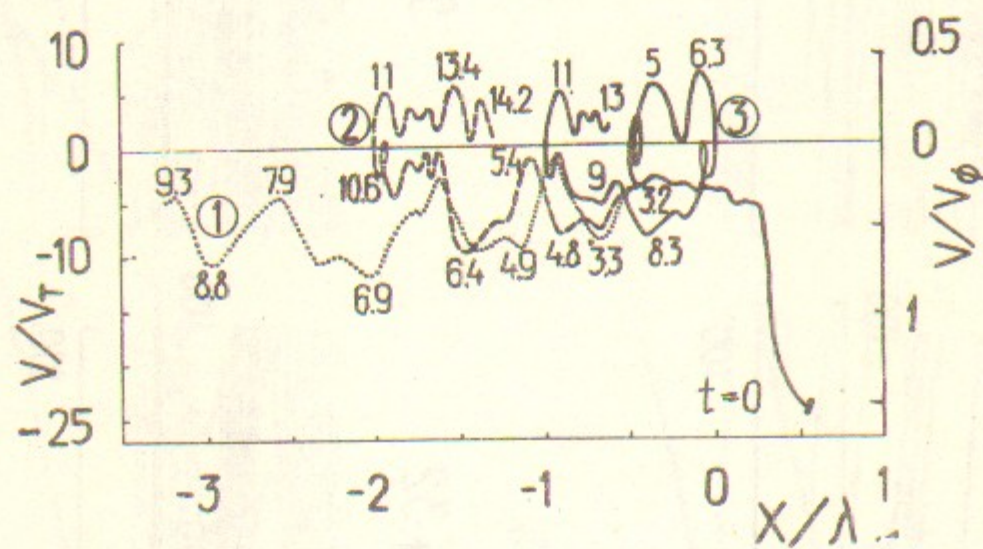


Рис.25б. Случай 2-9

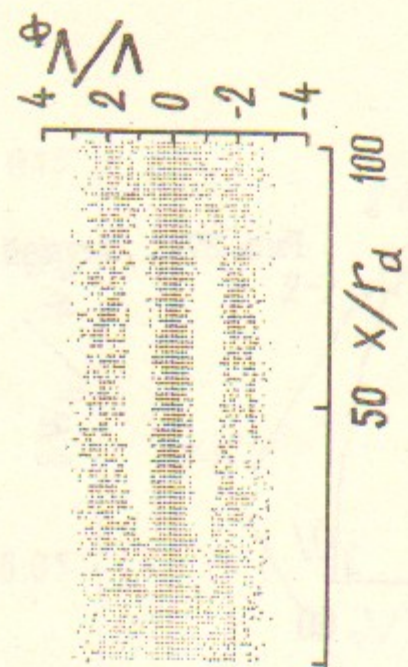


Рис.26в. Случай 2-8



Рис.26б. Случай 2-7

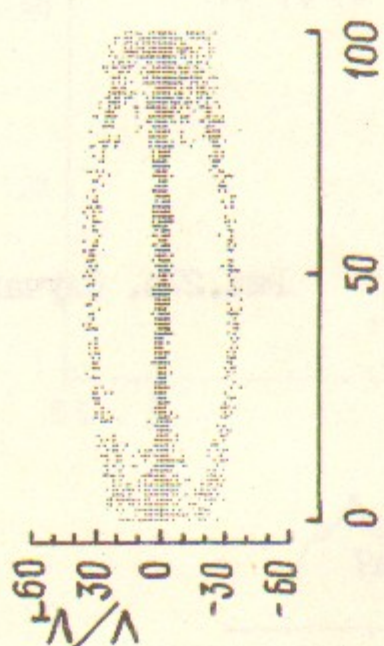


Рис.26а. Случай 2-6

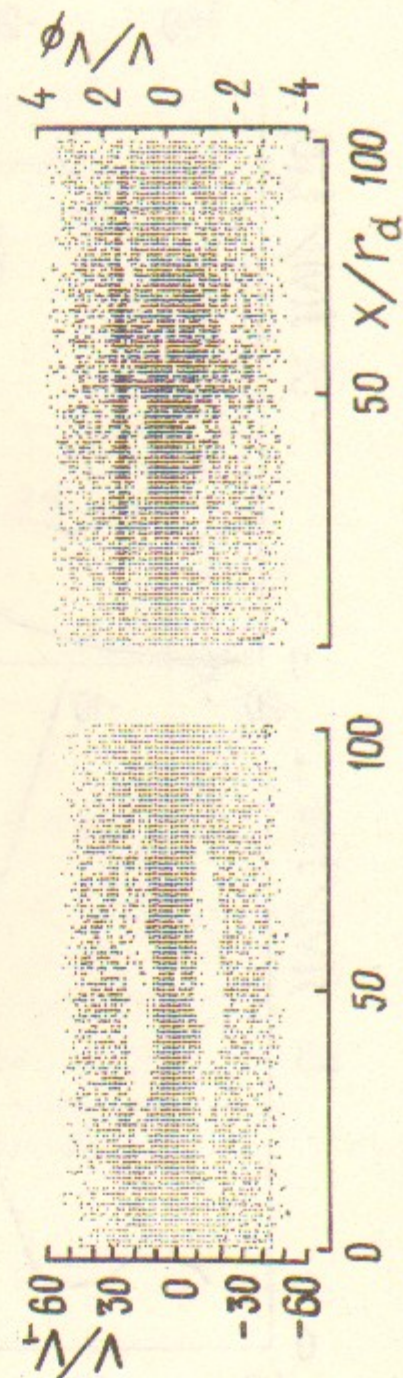


Рис.26д. Случай 2-10

Рис.26г. Случай 2-9



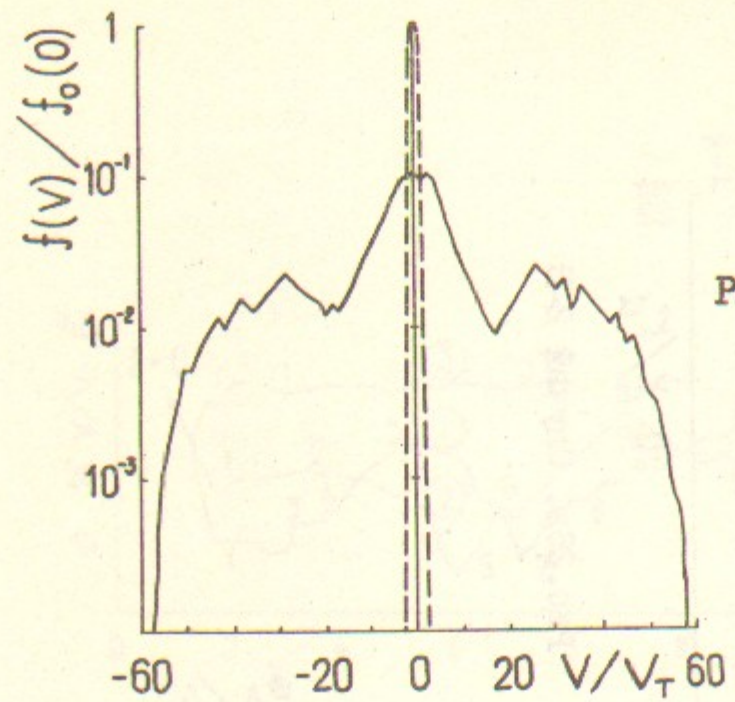


Рис.27а. Случай 2-9

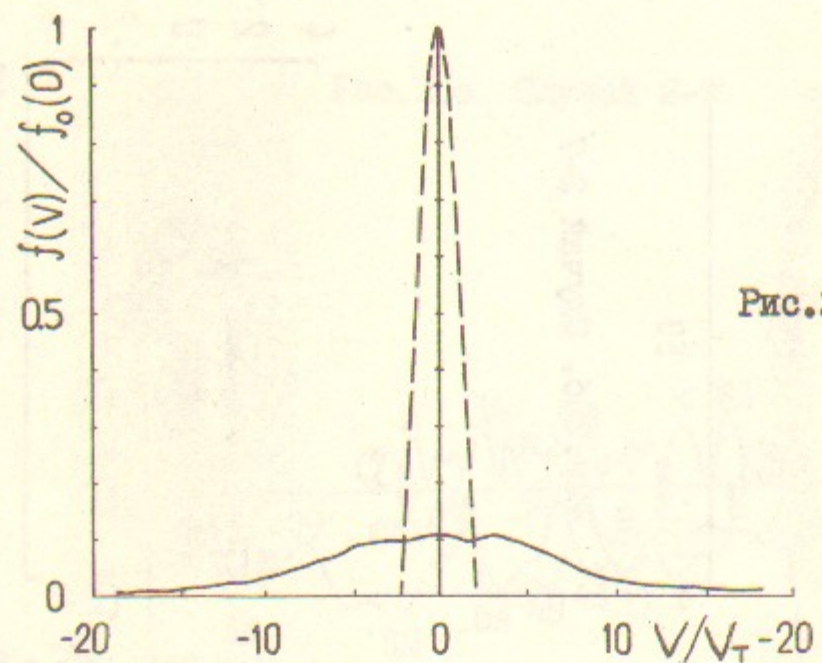


Рис.27б. Случай 2-9

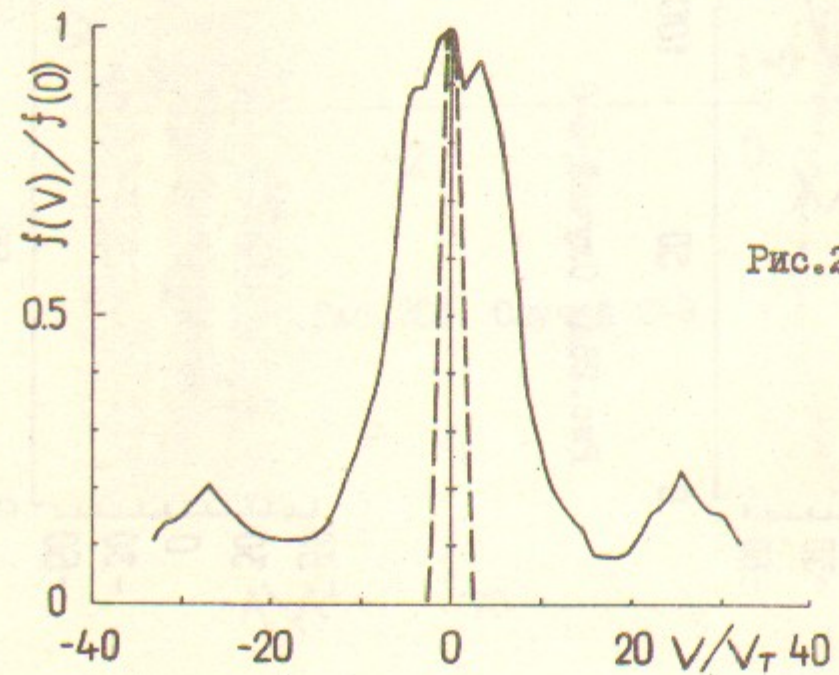


Рис.27в. Случай 2-9

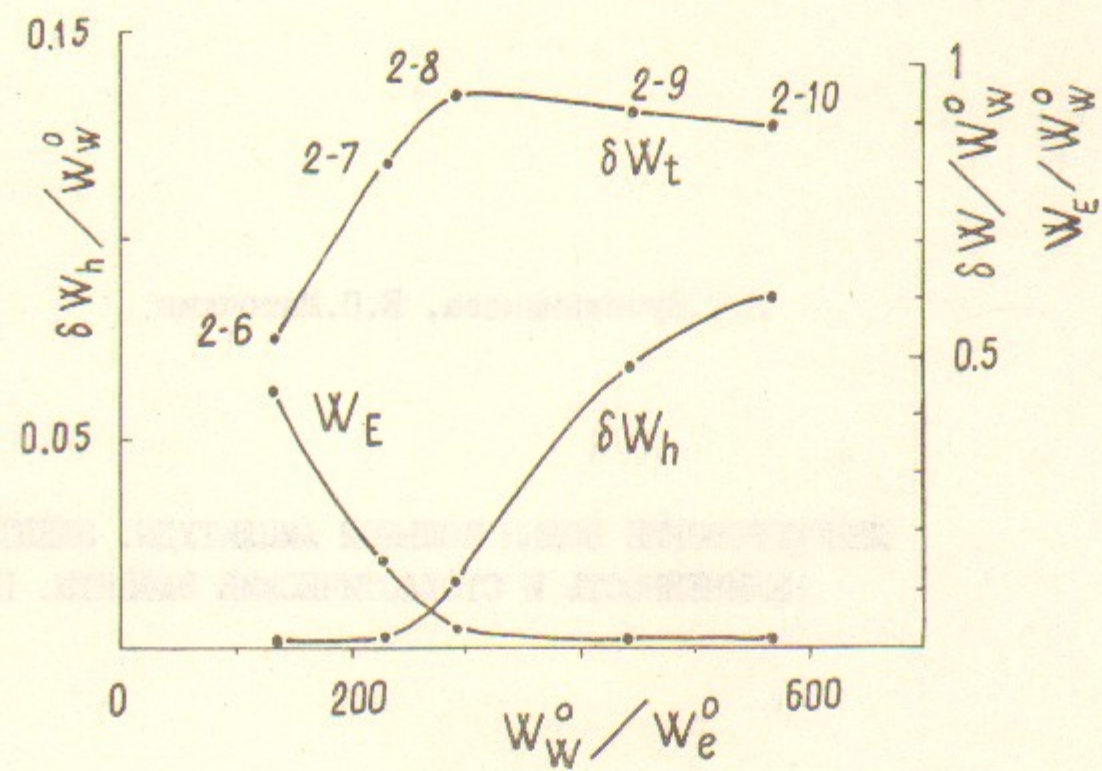


Рис.28а

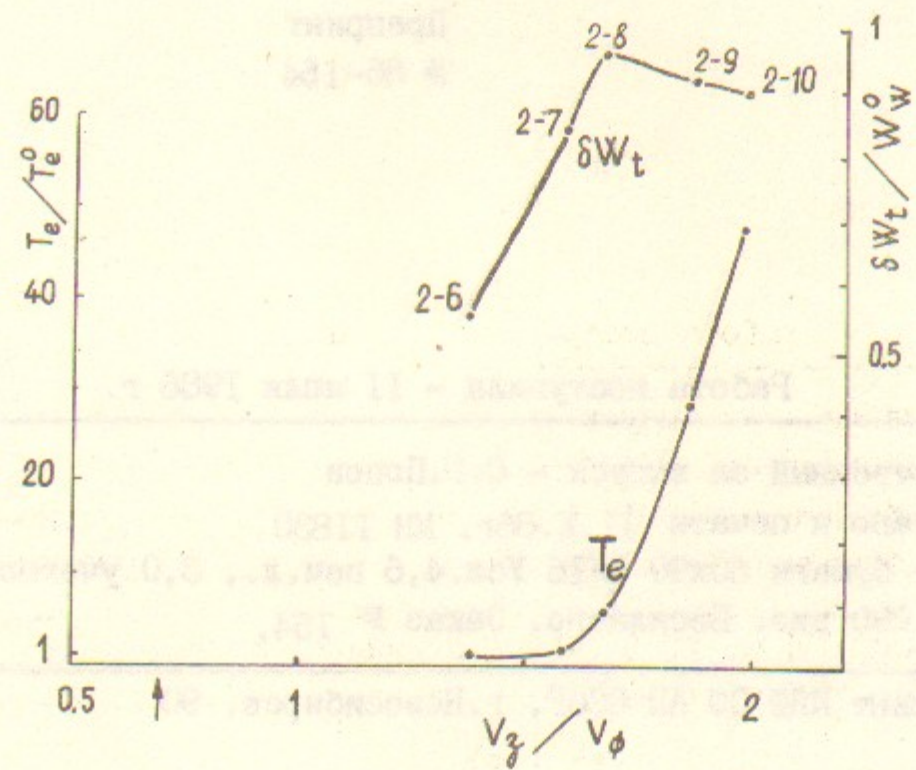


Рис.28б



Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин

ЛЕНГМЮРОВСКИЕ ВОЛНЫ БОЛЬШОЙ АМПЛИТУДЫ. ЭЛЕКТРОННАЯ  
НЕЛИНЕЙНОСТЬ И СТОХАСТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ. II.

Препринт  
№ 86-154

Работа поступила - II июля 1986 г.

---

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов

Подписано к печати II.X.86г. МН II830

Формат бумаги 60x90 I/16 Усл.4,6 печ.л., 3,0 учетно-изд.л.

Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ № 154.

---

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск, 90