

25

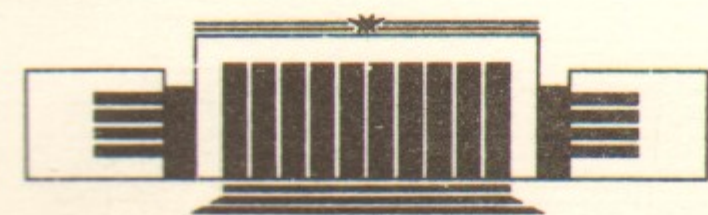
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР



Н.С. Бучельникова, Е.П. Маточкин

ЛЕНГМЮРОВСКИЕ ВОЛНЫ БОЛЬШОЙ АМПЛИТУДЫ.  
ЗЛЕКТРОННАЯ НЕЛИНЕЙНОСТЬ И  
СТОХАСТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ. III

ПРЕПРИНТ 86-155



НОВОСИБИРСК  
1986



ЛЕНГМОРОВСКИЕ ВОЛНЫ БОЛЬШОЙ АМПЛИТУДЫ. ЭЛЕКТРОННАЯ  
НЕЛИНЕЙНОСТЬ И СТОХАСТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ. III.

Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин

А Н Н О Т А Ц И Я

Проведены численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию одномерных стоячих ленгморовских волн, заданных возмущением плотности электронов ( $\tilde{n}/n_0 \sim 10^{-2}-1$ ) в теплой плазме с неподвижными ионами.

Найдены граничные параметры волны (границы), при которых становятся существенными электронная нелинейность, захват электронов с невозмущенными скоростями  $v^0 \sim 2v_T$  и  $v^0 \sim 0$ , опрокидывание волны. Исследована эволюция стоячих волн большой амплитуды с параметрами  $\lambda/r_d = 100$ ;  $v_\phi/v_T = 16$ ; диапазон амплитуд  $\sqrt{e\phi_0/m}/v_\phi \sim 0,06-0,45-0,70$  ( $2\phi_0$  - амплитуда стоячей волны) от границы электронной нелинейности до границы захвата и до области выше границы опрокидывания.

Найдено, что электронная нелинейность проявляется в периодическом (с периодом порядка плазменного) изменении формы волны (обострении  $\tilde{n}(x)$ , укрупнении  $E(x)$ ) и модуляции ее амплитуды. Найдено, что модуляция амплитуды волны приводит к формированию области стохастического движения (стохастического слоя) вблизи сепаратрисы, ограничивающей область движения захваченных частиц на фазовой плоскости. Ширина слоя существенно превосходит ширину слоя, обусловленного самой стоячей волной. В самосогласованной модели из-за ускорения электронов на стадии формирования стохастического слоя происходит затухание и устанавливается волна меньшей амплитуды.

Сделан вывод, что стохастическая неустойчивость стоячей волны не играет существенной роли даже при максимальных установившихся амплитудах волны  $v_3/v_\phi \sim 0,9$ , хотя они лежат выше границы стохастической неустойчивости  $v_3/v_\phi \sim 0,7$  ( $v_3 = 2\sqrt{e\phi_0/m}$ ).

Найдено, что выше границы  $x$  - опрокидывания  $\sqrt{e\phi_0/m}/v_\phi \geq 0,56$  происходит опрокидывание волны. При развитии опрокидывания в многопоточковом движении энергия волны, в основном, поглощается ускоренными электронами, часть энергии идет на нагрев основной массы электронов. Температура плазмы возрастает с ростом начальной амплитуды волны.

LARGE AMPLITUDE LANGMUIR WAVES. ELECTRON NONLINEARITY AND  
STOCHASTICITY. III

N.S.Buchelnikova, E.P.Matochkin

A b s t r a c t

The numerical experiments (PIC-method) were made to study one-dimensional standing Langmuir waves set by electron density perturbation ( $\tilde{n}/n_0 \sim 10^{-2}-1$ ) in the warm plasma with fixed ions.

The threshold parameters of the waves (the borders) are found for which the electron nonlinearity, the trapping of electrons with unperturbed velocities  $v^0 \sim 2v_T$  and  $v^0 \sim 0$ , the breaking of the wave are essential.

The evolution of large amplitude Langmuir waves is studied. The parameters of the waves:  $\lambda/r_d = 100$ ;  $v_{ph}/v_T = 16$ ; the amplitudes  $\sqrt{e\phi_0/m}/v_{ph} \sim 0,06-0,45-0,70$  ( $2\phi_0$ -standing wave amplitude) from the electron nonlinearity border up to the trapping border and up to the region above the breaking border.

It is found that the electron nonlinearity shows itself in the periodic (with a plasma period) modification of the wave form and the modulation of the wave amplitude.

The amplitude modulation leads to the formation of the stochastic layer near the separatrix in the phase space. The width of the layer is essentially larger than that, due to the standing wave effect. In the selfconsistent model the formation of the layer leads to the acceleration of some electrons and to the initial damping of the wave. The final wave amplitude is lower than the initial one.

It is found that the large scale stochasticity doesn't play an essential role even for maximum final wave amplitude  $v_3/v_{ph} \sim 1,1$ , larger than large scale stochasticity border  $v_3/v_{ph} \sim 0,7$  ( $v_3 = 2\sqrt{e\phi_0/m}$ ).

When the wave parameters are higher than x-breaking border  $\sqrt{e\phi_0/m}/v_{ph} \geq 0,56$ , the wave breaks. The development of the breaking and of the multistream motion leads to practically full damping of the wave. The energy of the wave is absorbed mainly by the accelerated electrons (the tails of the distribution function) and partly by the heated electrons. The plasma temperature increases with the initial wave amplitude.



ЛЕНГМЮРОВСКИЕ ВОЛНЫ БОЛЬШОЙ АМПЛИТУДЫ. ЭЛЕКТРОННАЯ  
НЕЛИНЕЙНОСТЬ И СТОХАСТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ. III.

Н. С. Бучельникова, Е. П. Маточкин

Настоящая работа является третьей частью работы, включающей кроме нее работы I /Ia/ и II /Iб/. В работе описаны численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по изучению эволюции бегущих (I) и стоячих (II, III) ленгмюровских волн большой амплитуды, по исследованию эффектов, связанных с электронной нелинейностью плазмы, захватом электронов и опрокидыванием волны. Исследовались ленгмюровские волны в одномерной теплой плазме с неподвижными ионами.

В настоящей работе исследуются стоячие ленгмюровские волны, причем в начальный момент времени задается возмущение плотности электронов  $\tilde{n}(x)$ , а возмущение скорости  $\tilde{v}(x) = 0$ , то есть стоячая волна задается в другой фазе по отношению к случаю II, где задается  $\tilde{v}(x)$ .

Некоторые эффекты, связанные с электронной нелинейностью исследовались нами ранее /2/. Однако случай, когда в начальный момент задано  $\tilde{n}(x)$ , ранее не рассматривался.

Обзор работ, посвященных электронной нелинейности, приведен в работе I. Здесь отметим только первые работы /3,4/ и работу /5/. В работе /3/ показана возможность существования стационарных нелинейных ленгмюровских волн (волны Ахиезера - Любарского). В работе /5/ развит обобщенный подход, позволяющий описать нелинейные волны в холодной плазме, включая релятивистские эффекты и эффекты, связанные с движением плазмы. В работах /4,5/ отмечается, что использованные уравнения неприменимы в области амплитуд волны  $\sqrt{e\varphi_0/m} \geq V_\phi$  /4/,  $\tilde{v}_0 \geq V_\phi$  /5/. В этой области должно происходить опрокидывание волны. Отметим, что в этих работах используется гидродинамическое описание плазмы.

В настоящей работе описаны численные эксперименты, выполненные методом частиц в ячейках, что эквивалентно кинетическому описанию плазмы. В них проявляется ряд эффектов, потерянных при гидродинамическом описании, таких как захват электронов, ускорение электронов, стохастические эффекты.

В настоящей работе рассматриваются стоячие ленгмюровские волны в широком диапазоне параметров  $\lambda/r_d \sim 20-100$ ;  $V_\phi/V_T \sim \pm 3,6-16$ ;  $\tilde{n}_0/n_0 \sim 10^{-2}-1$ ;  $(2E_0)^2/8\pi nT \sim 10^{-3}-10^2$ ;  $V_3/V_\phi \sim 0,1-1,4$  ( $V_3 = 2\sqrt{e\varphi_0/m}$ ).  $2E_0, 2\varphi_0$  - амплитуда поля и потенциала стоячей волны. Диапазон параметров включает предельные случаи, когда электронная нелинейность незначительна, и случаи, когда волна опрокидывается.

Найдены границы электронной нелинейности, границы захвата электронов в теплой (захват и ускорение электронов с невозмущенными скоростями  $v^0 \sim 2V_T$ ) и в холодной (захват и ускорение электронов с  $v^0 \sim 0$ ) плазме. Определена граница  $\chi$  - опрокидывания, которую можно считать границей опрокидывания волны. Оказалось, что границы в этом случае лежат ниже (в области меньших амплитуд), чем соответствующие границы в случаях I и II. Граница  $\chi$  - опрокидывания  $\sqrt{e\varphi_0/m} \approx 0,56V_\phi$  ( $\sqrt{2e\varphi_0/m} \approx 0,78V_\phi$ ) лежит несколько ниже найденной в работе /4/ границы опрокидывания  $\sqrt{2e\varphi_0/m} \approx V_\phi$ .

Исследование эволюции стоячих ленгмюровских волн и эффектов, связанных с электронной нелинейностью и опрокидыванием волны, проводилось в широком диапазоне амплитуд  $\tilde{n}_0/n_0 \sim 6-10^{-3}$  -  $0,95$ ;  $(2E_0)^2/8\pi nT \sim 5 \cdot 10^{-3} - 10^2$ ;  $V_3/V_\phi \sim 0,1-1,4$  при длине волны  $\lambda/r_d = 100$  и фазовой скорости  $V_\phi/V_T = \pm 16$ .

В рассматриваемой нами модели начальная максвелловская функция распределения электронов по скоростям из-за ограниченности числа счетных частиц обрезана на скорости  $V \approx \pm 2V_T$ . В результате этого в области начальных параметров волны ниже границы захвата модель является несамосогласованной - в ней потеряны все эффекты, связанные с захваченными частицами. Для нас это имеет и положительную сторону, так как позволяет выделить эффекты, связанные с электронной нелинейностью. В области начальных параметров выше границы захвата модель является самосогласованной.

Найдено, что электронная нелинейность проявляется и в этом случае в области начальных параметров выше границы нелинейности. Также как в случае бегущих волн I электронная нелинейность проявляется в периодическом (с периодом равным плазменному) изменении формы волны (обострении  $\tilde{n}(x)$ ,  $\varphi(x)$  и



укручении  $E(x)$  и модуляции ее потенциала. В спектральном описании этот процесс проявляется в модуляции амплитуды волны и периодическом возбуждении ее гармоник с фазовыми скоростями, близкими к фазовой скорости волны. Отметим, что в случае стоячих волн, заданных возмущением скорости (II), модуляции амплитуды не наблюдается.

С помощью анализа траекторий пробных частиц найдено, что вблизи сепаратрисы образуется стохастический слой — область фазового пространства, где движение частиц является стохастическим. Ширина слоя растет с ростом начальной амплитуды волны. Ширина слоя существенно больше, чем в соответствующих случаях работы II.

В случае стоячих волн стохастические эффекты могут быть обусловлены полем самой стоячей волны, которую можно представить как две бегущих — прямую и обратную /6-II/. В работах /10,11/ описаны численные эксперименты — решение уравнения  $\ddot{x} = (eE/m) \cos kx \sin \omega t$ , описывающего движение частицы в поле стоячей волны постоянной амплитуды. Эффекты, связанные с электронной нелинейностью, с захваченными частицами в этих работах не учитываются, описываются только эффекты, связанные с движением частицы в поле стоячей волны (в поле двух волн — прямой и обратной). Найдено, что в окрестности сепаратрисы прямой и обратной волн образуется стохастический слой, ширина которого растет с амплитудой.

Сравнение наших результатов с результатами работ /10,11/ показывает, что при одинаковых параметрах волны ширина слоя у нас значительно больше. Напомним, что в случае стоячих волн, заданных возмущением скорости (II), ширина слоя практически совпадает с найденной в /10,11/. Это позволяет сделать вывод, что в случае стоячей волны, заданной возмущением плотности, определяющую роль играет периодический процесс, обусловленный электронной нелинейностью. Образование большого стохастического слоя наблюдается в тех случаях (I,III), когда этот процесс приводит к модуляции амплитуды волны. Эффект образования стохастического слоя при модуляции амплитуды волны исследовался ранее в теоретических работах /12,13/ и в численном эксперименте /14/.

В ряде теоретических работ и численных экспериментов исследовалась стохастическая неустойчивость движения частиц в

стоячей волне (large scale stochasticity) /6-II/. При этой неустойчивости траектория частицы переходит из области стохастического слоя прямой волны в область слоя обратной волны и обратно. Качественно граница неустойчивости определяется критерием Чирикова — пересечением областей захвата прямой и обратной волн  $V_3/V_\phi \approx 1$ . Более точно граница стохастической неустойчивости в стоячей волне была определена методом ренормализации —  $V_3/V_\phi \approx 0,7/8,9/$ ,  $K = \pi^2/4 (V_3/V_\phi)^2 \approx 1,21/8$ , стр. 286/. Траектории частиц, соответствующие стохастической неустойчивости, наблюдались в численных экспериментах /10,11/ при начальных параметрах волны  $V_3/V_\phi \approx 0,8$ .

В настоящей работе рассматривается случай с начальными параметрами волны выше границы стохастической неустойчивости  $V_3/V_\phi \sim 0,7$ , но ниже границы захвата  $V_3/V_\phi \sim 0,9$ . Просмотрено несколько десятков траекторий, однако, траекторий, соответствующих стохастической неустойчивости, не обнаружено. Это не означает, что таких траекторий нет, но свидетельствует о том, что вблизи границы стохастическая неустойчивость не играет существенной роли.

Следовало бы искать стохастическую неустойчивость при больших амплитудах волны. Однако, в нашем случае такие амплитуды лежат выше границы захвата. В этой области наша модель является самосогласованной. Ускорение электронов на начальном этапе приводит к затуханию волны. Установившаяся амплитуда уменьшается с ростом начальной амплитуды волны. Максимальная установившаяся амплитуда не превышает величины  $V_3/V_\phi \sim 0,9$  и лежит недалеко от границы стохастической неустойчивости. Анализ нескольких десятков траекторий показывает, что стохастическая неустойчивость и здесь не играет существенной роли.

Стохастический слой формируется и в самосогласованных случаях при начальных параметрах волны вплоть до границы  $x$  — опрокидывания включительно. Следует отметить, что в этих случаях вклад в формирование стохастического слоя может внести модуляция амплитуды волны, связанная с движением захваченных частиц и частиц слоя /12-14/.

На основании результатов настоящей работы и работы II можно сделать вывод, что в самосогласованной задаче с начальными



условиями стохастическая неустойчивость движения частиц в стоячей волне не играет существенной роли, но стохастический слой формируется до тех пор пока установившаяся волна имеет заметную амплитуду.

В области начальных параметров выше границы X — опрокидывания определяющую роль играет опрокидывание волны. Также как в случаях бегущих I и стоячих II волн опрокидывание приводит к развитию многопоточкового движения, поглощению энергии волны электронами и затуханию электрического поля волны. Развитие многопоточкового движения приводит к нерегулярным затухающим колебаниям электрического поля из-за перекачки энергии от электронов в поле и обратно. В результате этого движение электронов приобретает некоторые черты стохастического.

Энергия волны поглощается, в основном, электронами хвоста функции распределения ( $v > 2v_T$ ), но часть ее идет на нагрев основной массы электронов. Температура плазмы возрастает с ростом начальной амплитуды волны.

Описание численного эксперимента приведено в работе I. В настоящей работе в начальный момент времени задается стоячая ленгмювская волна. Для задания стоячей волны с амплитудой  $2E_0(2\varphi_0)$  задаются прямая и обратная бегущие волны с фазовыми скоростями  $+v_\phi$  и  $-v_\phi$  и амплитудами, равными  $E_0(\varphi_0)$ . Фазы волн выбираются так, что в начальный момент времени задается возмущение плотности  $\tilde{n}(x) = -\tilde{n}_0 \sin kx$ , а следовательно и потенциал  $\varphi(x) = 2\varphi_0 \sin kx$  и электрическое поле  $E(x) = -2E_0 \cos kx$ . Возмущение скорости  $\tilde{v}(x)$  в начальный момент равно нулю. Длина волны  $\lambda$  задается равной длине системы  $L$ , так что номер гармоники  $N = L/\lambda = 1$ .

Отметим, что начальная функция распределения по скоростям в этом случае совпадает с максвелловской  $f_0(v^0)$  в отличие от I и II.

Ранее /Ia,б,2/ было показано, что при исследовании ленгмювских волн в задаче с начальными условиями электронная нелинейность приводит к периодическому обострению возмущения плотности  $\tilde{n}(x)$  и потенциала  $\varphi(x)$  и укручению поля волны

Таблица I. Границы.

$$\lambda/r_d = 100; v_\phi/v_T = \pm 16$$

Граница	$\frac{\tilde{n}_0}{n_0}$	$\frac{\sqrt{e\varphi_0}}{v_T}$	$\frac{\sqrt{e\varphi_0}}{v_\phi}$	$\frac{v_z}{v_\phi}$
Эл. нелинейность ( $\tilde{n}_+/\tilde{n}_- \sim 1,03$ )	0,01	1,0	0,06	0,12
Эл. нелинейность ( $\tilde{n}_+/\tilde{n}_- \sim 1,1$ )	0,03	2,0	0,12	0,24
Стохастическая неустойчивость /8,9/	0,24	5,6	0,35	0,70
Захват электронов с $v^0 \sim 2v_T$	0,35	7,2	0,45	0,90
Захват электронов с $v^0 \sim 0$ в холодной плазме	0,45	7,5	0,47	0,95
X — опрокидывание	0,64	8,9	0,56	1,1
Опрокидывание	I,0	II	0,70	1,4

$\tilde{n}_0, 2\varphi_0$  — амплитуда начальных возмущений плотности и потенциала в стоячей волне;  $v_z = 2\sqrt{e\varphi_0/m}$ .



$E(x)$ . Были найдены границы нелинейности и захвата - начальные параметры волн, при которых становятся существенными возмущение волны и ускорение электронов до скоростей  $V > V_\phi$ .

В настоящей работе, подобно работам I и II, граница электронной нелинейности определялась по обострению возмущения плотности, когда отношение максимального возмущения  $\tilde{n}_+$  к минимальному  $\tilde{n}_-$  начинает превышать единицу  $\tilde{n}_+/\tilde{n}_- > 1$ .

На Рис. 1а, б кривые I и II соответствуют границам электронной нелинейности, определенным по отношению  $\tilde{n}_+/\tilde{n}_- \sim 1,03$  и 1,10 соответственно.

Кривые III, IV соответствуют границам захвата электронов с начальными невозмущенными скоростями  $V^0 \sim 2V_T$  и  $V^0 \sim 0$  (граница захвата для холодной плазмы).

Кривая V соответствует так называемому X - опрокидыванию, при котором ускоряются практически все электроны плазмы. Кривую V можно рассматривать как границу опрокидывания волны. При параметрах волны, лежащих выше этой кривой, происходит опрокидывание волны, но часть электронов ускоряется.

Кривая VI соответствует предельным начальным параметрам при задании синусоидального возмущения плотности -  $\tilde{n}_0/n_0 \sim 1$ .

Из Рис. 1а, б видно, что при достаточно больших длинах волн  $\lambda/r_d > 20-50$  границы не зависят от длины волны и фазовой скорости. Значения  $\tilde{n}_0/n_0$ ,  $V_3/V_\phi$  ( $V_3 = 2\sqrt{e\phi_0/m}$ ) при  $\lambda/r_d = 100$ ,  $V_\phi/V_T = 16$  для границ разных явлений приведены в таблице I и на Рис. 1а, б.

Сравнение с результатами работы II, где исследовались стоячие волны с начальным возмущением  $\tilde{V}(x)$ , показывает, что в рассматриваемом случае с начальным возмущением  $\tilde{n}(x)$  все границы лежат ниже, при меньших амплитудах волны.

Начальные параметры волн, эволюция которых рассматривается в настоящей работе, приведены в таблице 2.

На Рис. 1а, б показано положение начальных параметров волн в рассматриваемых случаях относительно границ. Видно, что случай 3-0а лежит на границе нелинейности I, случай 3-0 вблизи границы нелинейности II. Случай 3-1 - 3-3 лежат между границей нелинейности II и границей захвата III. Случай 3-4 лежит вблизи

Таблица 2. Начальные данные.

В  $t = 0$  задано  $\tilde{n}(x) = -\tilde{n}_0 \sin kx$ ;  $\lambda/r_d = 100$ ;  $V_\phi/V_T = 16$ ;  $T_0/T_{0e} = 0,9941$ ;  
 $kr_d = 0,063$ ;  $(kr_d)^2 = 3,9 \cdot 10^{-3}$

Случай	3-0а	3-0	3-1	3-2	3-2а	3-3	3-4	3-5	3-5а	3-6а	3-6
$E_0$	2,0	7,0	15,5	35,2	75,9	100	150	200	240	275	300
$\tilde{n}_0/n_0$	0,0064	0,022	0,049	0,11	0,24	0,32	0,48	0,64	0,76	0,875	0,955
$(2E_0)^2/\text{эВ}^2$	$5,1 \cdot 10^{-3}$	$6,3 \cdot 10^{-2}$	0,31	1,6	7,4	12,8	28,9	51,3	73,9	97,1	116
$W_W^0/W_e^0$	$5,7 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^{-2}$	0,34	1,78	8,25	14,3	32,2	57,3	82,5	108,3	128,9
$2e\phi_0/T_e$	1,6	5,6	12,5	28,3	61,1	80,5	120	161	193	221	241
$V_3/V_T$	1,8	3,4	5,0	7,5	11,1	12,7	15,6	18,0	19,7	21,1	22,0
$V_3/V_\phi$	0,11	0,21	0,31	0,47	0,69	0,79	0,97	1,12	1,23	1,32	1,37
$T_0/T_{0e}$	17,7	9,5	6,4	4,2	2,9	2,5	2,1	1,8	1,62	1,51	1,45

$\tilde{n}_0, 2E_0, 2\phi_0$  - амплитуда начального возмущения плотности, напряженности электрического поля и потенциала в стоячей волне;  $E_0$  нормировано на  $mr_d/eT_{0e}^2$ ;  $W_W^0 = W_E^0$  - начальная энергия волны;  $V_3 = 2\sqrt{e\phi_0/m}$  - граница области захвата;  $T_0 = 2\pi/k\sqrt{e\phi_0/m}$  - период захваченных частиц. Случай 3-4а - предельная невозмущенная скорость электронов  $V^0 = 1,1V_T$ .



Границы захвата холодной плазмы IV, а случай 3-5 - вблизи границы  $x$  - опрокидывания У. Случай 3-6 близок к предельным параметрам  $\tilde{n}_0/n_0 \sim I(U)$  и лежит в области опрокидывания волны.

Отметим, что во всех случаях, которые лежат ниже границ захвата III, IV (случаи 3-0а, 3-0 - 3-3) рассматриваемая нами модель является несамосогласованной из-за отсутствия электронов с  $V^0 > 2V_T$ . В случаях 3-4 - 3-6, которые лежат выше границы захвата IV, модель можно считать самосогласованной, так как эволюцию волны здесь определяют электроны с  $V^0 \sim 0-2V_T$  и роль электронов хвоста с  $V^0 > 2V_T$  становится несущественной.

Рассмотрим эволюцию начального возмущения.

В случае 3-0а развивается практически линейная стоячая ленгмювская волна. Небольшое отличие от линейности проявляется в небольшом обострении возмущения плотности с  $\tilde{n}_+/\tilde{n}_- \sim 1,03$ .

В случаях 3-0 - 3-3 роль электронной нелинейности возрастает и с ростом начальной амплитуды волны проявляется все более и более четко. Это хорошо видно по Рис.2, где показаны фазовые плоскости электронов и распределения  $\tilde{n}(x)$ ,  $\varphi(x)$ ,  $E(x)$  в разные моменты времени для случая 3-3. Видно, что электронная нелинейность проявляется в периодическом укрупнении распределения скорости. Это приводит к периодическому обострению  $\tilde{n}(x)$  и формированию пика плотности. Распределение потенциала также несколько обостряется, а распределение поля укрупняется с той же периодичностью.

Отметим, что периодичность проявления электронной нелинейности отличается от случая II, где она совпадала с периодичностью стоячей волны  $T_0/2$ . Здесь максимальное обострение  $\tilde{n}(x)$ ,  $\varphi(x)$  и укрупнение  $E(x)$  наблюдаются в  $t \sim 1/2 T_0$  с периодичностью  $\sim T_0$ . В  $t \sim 1 T_0$   $\tilde{n}(x)$ ,  $\varphi(x)$ ,  $E(x)$  вновь становятся синусоидальными. Такой характер процесса сохраняется в течение длительного времени ( $> 20-30 T_{0e}$ ).

На Рис.3а показано изменение во времени максимального по  $x$  потенциала  $|-e\varphi_{max}/Te|$ , на Рис.3б - изменение во времени максимумов  $e\varphi_{max}/Te$  этой кривой. Видно, что на периодическое изменение потенциала с периодом  $1/2 T_0$  в стоячей волне накладывается периодическое с периодом  $T_0$  изменение его максимального значения. В  $t/T_{0e} \sim 0,5-1,5-2,5 \dots$  потенциал

достигает максимального значения, превышающего начальное. Из Рис.3б четко видно отличие от случая 2-3 из работы II (пунктир на Рис.3б), где максимальное значение потенциала не меняется.

Электронная нелинейность особенно четко проявляется при спектральном описании процесса. Укрупнению поля соответствует возбуждение гармоник  $N = II, III \dots$  начальной волны  $N = I$ . Из Рис.4а, 4б, где показаны  $E^N(t)$  для случаев 3-2, 3-3 видно, что амплитуда гармоник  $N = II, III$  меняется с периодом  $T_0$  и достигает максимального значения в  $t \sim 1/2 T_0$ . Амплитуда основной волны  $N = I$  меняется с периодом  $1/2 T_0$ , а ее максимальные значения промодулированы с периодом  $T_0$ , в  $t \sim 1/2 T_0$  максимальная амплитуда меньше, чем в  $t \sim T_0$ . Отличие  $\Delta E^I = E_0 - E_{max}$  и максимальная амплитуда гармоник возрастают с ростом начальной амплитуды волны (Рис.5,6).

В случае бегущих волн I наблюдалось периодическое укрупнение волны с периодом  $\sim T_0$ , причем максимальное укрупнение и максимальные амплитуды гармоник наблюдались в  $t \sim 1/2 T_0$ . Наблюдаемую в рассматриваемых случаях картину можно объяснить тем, что периодическое (с периодом  $\sim 1/2 T_0$ ) изменение амплитуды в стоячей волне накладывается на периодическое (с периодом  $\sim T_0$ ) проявление электронной нелинейности в каждой из бегущих волн. Начальная фаза в рассматриваемом случае (в  $t = 0$  задано  $\tilde{n}(x)$ ) такова, что максимум укрупнения совпадает с максимумом амплитуды стоячей волны. В случае II с другой начальной фазой (в  $t = 0$  задано  $\tilde{v}(x)$ ) максимум укрупнения не достигается, так как он совпадает с нулевой амплитудой стоячей волны.

При увеличении начальной амплитуды волны процесс сохраняет такой же характер вплоть до границы захвата. В случаях, параметры которых лежат выше границы захвата, становится существенным затухание волны. Однако и в этих случаях после начального затухания устанавливается нелинейная волна меньшей амплитуды и процесс сохраняет периодический характер. Мы вернемся к этому ниже.

Проводился анализ траекторий движения электронов на фазовой плоскости. Для этого анализа задавались пробные частицы с начальными координатами на фазовой плоскости  $x_0, v_0$  ( $v_0 \equiv \tilde{v}^0$ ) внутри или вне области захвата, ограниченной сепаратрисой



$V_c(x) = V_\phi \pm 2\sqrt{e\varphi_0/m} \sin k(x-x')$ , где  $x'$  — координата узла сепаратрисы.

При начальных параметрах волны ниже границы нелинейности I или вблизи нее частицы с  $x_0, v_0$  внутри области захвата имеют замкнутые эллиптические траектории, а частицы с  $x_0, v_0$  вне области захвата являются пролетными.

При больших амплитудах волны вблизи сепаратрисы появляются траектории, характерные для стохастического слоя — некоторые траектории с  $x_0, v_0$  внутри области захвата выходят из области захвата и наоборот, траектории с  $x_0, v_0$  вне области захвата попадают в нее и в течение некоторого времени ведут себя подобно траекториям захваченных частиц. Существует некоторая область начальных координат в районе сепаратрисы, в которой частицы ведут себя подобным образом. Ширина этой области возрастает с ростом начальной амплитуды волны.

На Рис.7 показана область захвата, ограниченная сепаратрисой для случая 3-3. Разными знаками отмечены  $x_0, v_0$  частиц с нормальными (-) и ненормальными (стохастическими) (х) траекториями (траектории прослеживались до  $t/T_{oe} \sim 7$ ). Видно, что часть частиц с  $x_0, v_0$  внутри области захвата выходит из захвата, а часть частиц с  $x_0, v_0$  вне области захвата, наоборот, захватывается, т.е. существует область стохастического движения (стохастический слой). Внутри этой области существуют некоторые "острова", где траектории ведут себя нормально.

Отметим, что нижняя граница стохастической области  $V_a(x)$  лежит ниже сепаратрисы, так что область захвата эффективно расширяется в область меньших начальных скоростей. Отличие  $V_a$  от  $V_c$  мало в районе минимума сепаратрисы и велико в районе узлов.

На Рис.8а показана зависимость от амплитуды волны нижней границы области захвата  $V_c = V_\phi - V_z$  и нижней границы стохастической области  $V_a$  в невозмущенных начальных скоростях. Напомним, что в  $t = 0$  возмущение скорости  $\tilde{v}(x) = 0$ , так что  $v_0 = v^0$ . Нижняя граница  $V_a$ , полученная за время  $\sim 7T_0$  мало отличается от сепаратрисы и не приведена на Рис.8а. Пунктиром на этом рисунке показана нижняя граница  $V_a$ , полученная при прослеживании траекторий за время  $\sim 20-30T_{oe}$  (см. ниже). Это

различие показывает, что с течением времени ширина стохастического слоя увеличивается. При увеличении амплитуды нижняя граница  $V_a$  смещается в сторону меньших начальных скоростей электронов.

Как видно из Рис.8б в области узла сепаратрисы нижняя граница стохастической области сильно отличается от сепаратрисы  $V_c = V_\phi$  и при больших амплитудах лежит в области малых начальных скоростей.

Частицы с начальными  $x_0, v_0$  в стохастической области ниже сепаратрисы вместо того, чтобы быть пролетными, вовлекаются в захват и на начальной стадии ускоряются. При начальном максвелловском распределении это должно привести к тому, что с ростом начальной амплитуды в захват будет вовлекаться большее и большее число электронов. В самосогласованной задаче это должно привести к сильному росту начального затухания.

Анализ траекторий частиц с  $x_0, v_0$  в стохастической области показывает, что траектории имеют вид, характерный для стохастического слоя вблизи сепаратрисы. Действительно, частица с такой траекторией переходит из пролетной в захваченную и обратно через случайные промежутки времени. Как было показано в работе [13], такие траектории являются проявлением локальной (ляпуновской) стохастической неустойчивости.

Анализ траекторий частиц с близкими начальными координатами  $x_0, v_0$ , лежащими в стохастической области, показывает, что эти траектории быстро расходятся. Это является характерным признаком стохастического движения.

Характерные траектории частиц с близкими  $x_0, v_0$ , лежащими ниже области захвата (случай 3-3) показаны на Рис.9а,б в лабораторной системе (Рис.9а) и в системе координат волны (Рис.9б). Видно, что до  $t/T_{oe} \sim 1,5-1,7$  все траектории близки, но позже начинают расходиться. Частицы  $N = 3,4$  захватываются в  $t/T_{oe} \approx 2$ , двигаются практически вместе до  $t/T_{oe} \sim 5$ , после чего  $N = 3$  выходит из захвата, а  $N = 4$  остается захваченной. В  $t/T_{oe} \approx 8$   $N = 3$  вновь идет в захват. Частицы  $N = 1,2$  вначале пролетные, затем захватываются —  $N = 1$  в  $t/T_{oe} \approx 3$ ,  $N = 2$  — в  $t/T_{oe} \approx 5$ .  $N = 1$  выходит из захвата в  $t/T_{oe} \approx 7$  и таким образом, малые различия в начальных координатах приводят к большому различию



траекторий частиц.

Приведенные факты позволяют утверждать, что вблизи сепаратрисы образуется стохастический слой - область фазового пространства, в которой движение частиц является стохастическим. Как и в случаях I, II, движение частиц становится стохастическим в то время как колебания электрического поля  $E(x,t)$ ,  $\psi(x,t)$  сохраняют регулярный характер.

Для того, чтобы выяснить структуру и определить ширину установившегося стохастического слоя в разных случаях изучалось движение группы пробных частиц с близкими начальными координатами, лежащими в пределах стохастической области прямой и обратной волны. Использовался метод, аналогичный отображению Пуанкаре: фазовые плоскости, выведенные в последовательные моменты времени через  $\Delta t = T_0$ , накладывались друг на друга ("суммировались"). При этом траектория данной частицы отмечается точками через  $\Delta t$ . Регулярная траектория проявляется в виде определенной кривой, стохастическая - в виде точек, заполняющих некоторую область, которая и является областью стохастического слоя (подробнее см. I).

На Рис. 10 показаны фазовые плоскости, "просуммированные" за  $t \sim 20-30 T_{0e}$  с  $\Delta t = T_0$  (отображение с  $\Delta t = T_0$ ) для случаев 3-0a, 3-1 - 3-3, 3-4a (несамосогласованная модель) и самосогласованных случаев 3-4, 3-5, которые будут рассмотрены ниже. Видно, что стохастический слой сосредоточен вблизи сепаратрисы и ее узлов и включает область как вне так и внутри области захвата. Ширина стохастического слоя возрастает с ростом начальной амплитуды волны.

В таблице 3 приведены некоторые данные, характеризующие стохастический слой в разных случаях - максимальная  $V_{max}$  и минимальная  $V_{min}$  скорость в слое, соответствующие верхней и нижней границе слоя, ширина слоя в районе минимума ( $\Delta_1$ ) и максимума ( $\Delta_2$ ) сепаратрисы.

Мы уже отмечали, что нижняя граница стохастического слоя  $V_{min}$  заметно отличается от нижней границы стохастической области, найденной ранее по траекториям за  $t \sim 7 T_{0e}$ . Действительно, ширина слоя возрастает с течением времени. Однако в  $t/T_{0e} \geq 15-20$  слой устанавливается и в дальнейшем практичес-

Таблица 3. Стохастический слой.

Случай	3-0a	3-1	3-2	3-2a	3-3	3-4a	3-4	3-5
$E_0$	2	15,5	35,2	75,9	100	150	150	200
$V_z/V_T$	1,8	5,0	7,5	11,1	12,7	15,6	15,6	18,0
$(V_{\phi} + V_z)/V_T$	17,8	21,0	23,5	27,1	28,7	31,6	31,6	34,0
$V_{max}/V_T$	17,8	21,0	24,2	28,0	29,3	35,7	32,5	33,7
$(V_{\phi} - V_z)/V_T$	14,2	11,0	8,5	4,9	3,3	0,46	0,46	-2,0
$V_{min}/V_T$	14,2	11,0	8,3	3,8	1,9	-2,5	1,3	1,3
$\Delta_1/V_T$	< 0,4	< 0,64	1,3	4,8	9,5	12,7	7,6	7,0
$\delta_1/V_T$	$\pm 0,4$	$\pm 0,64$	$\pm 0,64$	$\pm 0,32$	$\pm 0,64$	$\pm 0,64$	$\pm 0,64$	$\pm 0,64$
$\Delta_2/V_T$	< 0,4	< 0,64	0,64	2,9	7,6	10,2	5,7	6,4
$\delta_2/V_T$	$\pm 0,4$	$\pm 0,64$	$\pm 0,64$	$\pm 0,32$	$\pm 0,64$	$\pm 0,64$	$\pm 0,64$	$\pm 0,64$
$\Delta_1/V_z$	< 0,22	< 0,13	0,17	0,43	0,75	0,81	0,49	0,39
$\delta_1/V_z$	$\pm 0,22$	$\pm 0,13$	$\pm 0,08$	$\pm 0,03$	$\pm 0,05$	$\pm 0,04$	$\pm 0,04$	$\pm 0,035$
$\Delta_2/V_z$	< 0,22	< 0,13	0,08	0,26	0,60	0,65	0,37	0,36
$\delta_2/V_z$	$\pm 0,22$	$\pm 0,13$	$\pm 0,08$	$\pm 0,03$	$\pm 0,05$	$\pm 0,04$	$\pm 0,04$	$\pm 0,035$
$\Delta_1^*/V_z$				0,14	0,18; 0,12	0,3		
$\delta_1^*/V_z$				0,03	$\pm 0,02; \pm 0,02$	$\pm 0,02$		
$\Delta_2^*/V_z$				0,06	0,12; 0,12	0,23		
$\delta_2^*/V_z$				$\pm 0,03$	$\pm 0,02; \pm 0,02$	$\pm 0,02$		
Работа				/II/	/II/; /IO/	/IO/	/IO/	

$V_z = 2\sqrt{e\psi_0/m}$ ;  $V_{max}$ ,  $V_{min}$  - максимальная и минимальная скорость частиц в стохастическом слое (пробные частицы);  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$  - ширина стохастического слоя в районе максимума и минимума сепаратрисы;  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  - ошибка определения  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$ ;  $\Delta_1^*$ ,  $\Delta_2^*$ ,  $\delta_1^*$ ,  $\delta_2^*$  - ширина слоя и ошибки по результатам работ /IO/ и /II/.

Случай 3-4a - предельная невозмущенная скорость электронов  $V^0 = 1,1 V_T$ .



ки не меняется.

На Рис.10 показаны фазовые плоскости, "просуммированные" в фазе, соответствующей начальной, когда возмущение скорости равно нулю. Если "просуммировать" фазовые плоскости в фазе максимального возмущения скорости (такие случаи показаны на Рис. 10д и 10з для сравнения с Рис.10г и 10ж соответственно), то  $V_{max}$ ,  $V_{min}$  могут измениться, но ширина слоя практически не меняется.

Зависимость от начальной амплитуды волны ширины слоя в районе минимума ( $\Delta_1$ ) и максимума ( $\Delta_2$ ) сепаратрисы показана на Рис.11а,б. Как мы уже отмечали, случаи 3-1 - 3-3 соответствуют несамосогласованной задаче - в этих случаях электроны плазмы с начальными невозмущенными скоростями  $V^0 \lesssim 2V_T$  - не участвуют в развитии стохастического слоя, а хвост электронов с  $V^0 > 2V_T$  в нашей модели обрезан. К этим случаям близок случай 3-4а (предельная скорость  $V^0 \simeq 1,1V_T$ ). В этом случае наблюдается ускорение небольшого числа электронов. Однако затухание невелико, так что можно отнести этот случай к числу несамосогласованных.

На Рис.11а,б приведены также данные для самосогласованных случаев 3-4 и 3-5, в которых затухание играет существенную роль. Мы подробнее рассмотрим эти случаи ниже.

Из Рис.11а,б видно, что стохастический слой имеет заметную величину  $\Delta/V_3 \approx 0,1$  в области начальных параметров волны, лежащих выше границы электронной нелинейности. В II мы показали, что в этой же области параметров становится заметной величина стохастического слоя, обусловленного самой стоячей волной (движением частиц в поле двух волн - прямой и обратной) /6-II/. В работе II было показано, что в нелинейной стоячей волне, заданной начальным возмущением скорости, величина стохастического слоя определяется самой стоячей волной. Действительно, было найдено, что ширина слоя в наших случаях практически не отличается от случаев, исследованных в работах /10,11/. В этих работах исследовалось движение отдельных частиц в поле линейной стоячей волны постоянной амплитуды.

На Рис.12а,б приведена ширина слоя в районе минимума (Рис.12а) и максимума (Рис.12б) сепаратрисы для случаев, рассмотренных в настоящей работе, в работе II, а также в работах

/10,11/. Видно, что ширина слоя, найденная в работе II, практически не отличается от случая линейной стоячей волны /10,11/. Но в случаях, рассмотренных в настоящей работе, ширина слоя существенно больше.

Это приводит к выводу, что в рассматриваемых случаях формирование стохастического слоя в значительной степени определяется периодическим процессом, обусловленным электронной нелинейностью, а вклад от самой стоячей волны значительно меньше.

Мы показали в I,II и настоящей работе III, что электронная нелинейность проявляется в периодическом изменении формы волны (формы потенциального барьера) и в периодическом изменении амплитуды волны (величины потенциального барьера) в случаях I и III. Сопоставление результатов настоящей работы с результатами работ I и II позволяет сделать вывод, что основную роль в формировании стохастического слоя играет модуляция амплитуды волны. Действительно, образование стохастического слоя, обусловленное электронной нелинейностью, наблюдается в случае бегущих волн (I) и в случае стоячих волн, заданных начальным возмущением плотности (настоящая работа). В обоих этих случаях амплитуда волны, максимум потенциала (потенциальный барьер) промодулированы (Рис.3б). В случае стоячих волн, заданных начальным возмущением скорости (II), когда модуляции амплитуды волны нет (Рис. 3б), стохастический эффект от электронной нелинейности, если и проявляется, то дает малый вклад по сравнению с эффектом от самой стоячей волны. Мы уже отмечали, что разный характер проявления электронной нелинейности в случаях II и III с разными начальными условиями обусловлен тем, что периодичность изменения амплитуды стоячей волны накладывается на периодичность проявления нелинейности в случаях II и III в разных фазах.

Можно ожидать, что в эволюции стоячей волны существенную роль будет играть стохастическая неустойчивость (large scale stochasticity), которая приводит к появлению траекторий переходящих из области стохастического слоя прямой волны в область стохастического слоя обратной волны и обратно. В работе /9/ найдено, что параметры волны, соответствующие порогу стохастической неустойчивости, определяются условием  $V_3/V_\phi \sim 0,7$ ;  $K = \pi^2/4 (V_3/V_\phi)^2 \sim 1,21/8$ , стр. 286/.



В численном эксперименте /10/ приведен случай  $V_3/V_\phi \sim 0,98$ , когда наблюдается траектория, соответствующая стохастической неустойчивости. С этим случаем практически совпадает наш случай 3-4 с  $V_3^0/V_\phi \sim 0,97$ . Правда, в этом случае существенную роль играет затухание, так что установившаяся амплитуда несколько меньше  $V_3/V_\phi \sim 0,88$ , ( $K = 1,9$ ), но все равно превосходит порог стохастической неустойчивости. Выше порога лежит и случай 3-3 с  $V_3/V_\phi \sim 0,8$ .

В случаях 3-3 и 3-4 было проанализировано большое число траекторий (по несколько десятков (порядка сотни) в каждом случае). Однако, траекторий переходящих из области слоя прямой волны в область слоя обратной волны или наоборот, за время  $\sim 20-30 T_{oe}$  обнаружено не было. Это видно и по Рис.10г,д (случай 3-3), где стохастические слои прямой и обратной волны четко отграничены друг от друга, и по Рис.10е (случай 3-4а), Рис.10ж,з (случай 3-4), где области слоя пересекаются (Рис.10е) или почти пересекаются (Рис.10ж), но частицы остаются в пределах своего слоя и не переходят в другой (Рис.10з).

Это не означает, что траекторий, соответствующих стохастической неустойчивости, нет, но указывает на то, что их мало и они не играют существенной роли в развитии волны. Это не особенно удивительно, так как оба случая 3-3 и 3-4 лежат недалеко от границы стохастической неустойчивости, а время, в течение которого мы прослеживали траектории, сравнительно невелико.

Ниже будет показано, что максимальная амплитуда волны в нашей задаче с начальными условиями не превосходит  $V_3/V_\phi \sim 0,9$  (случай 3-4) из-за затухания в самосогласованных случаях. На основании приведенных фактов можно сделать вывод, что в самосогласованных моделях стоячей ленгмювской волны в задаче с начальными условиями без подкачки энергии стохастическая неустойчивость не играет существенной роли, так как амплитуда волны из-за начального затухания не может существенно превышать границу неустойчивости. При этом стохастическая неустойчивость может проявляться на отдельных траекториях частиц и за очень большое время.

В отличие от этого в образовании стохастического слоя участвует значительное число частиц, причем образование слоя

приводит к эффективному расширению области захвата и увеличению начального затухания.

Рассмотрим более подробно самосогласованные случаи 3-4, 3-5. Для этих случаев на Рис.13,14 показано изменение во времени энергии электрического поля  $W_E$  и энергии электронов  $\Delta W_e$ , на Рис.15,16 - фазовые плоскости электронов и распределение  $\tilde{n}(x)$ ,  $\varphi(x)$ ,  $E(x)$  в разные моменты времени, на Рис.17,18 изменение во времени амплитуды основной волны  $N = I$  и ее гармоник  $N = II, III$ .

По фазовым плоскостям Рис.15 видно, что в случае 3-4 на начальном этапе ускоряется некоторое число электронов. Часть из них в более поздние моменты времени движется подобно пролетным, а часть подобно захваченным частицам. Ускорение электронов приводит к затуханию волны, причем энергия поля поглощается электронами (Рис.13). После быстрого начального затухания энергия поля осциллирует с периодом  $\sim 3 T_{oe} \sim 1,5-2 T_B$  и продолжает медленно уменьшаться. К  $t/T_{oe} \sim 15-20$  амплитуда устанавливается на некотором примерно постоянном уровне.

Амплитуды установившейся волны в разных случаях показаны на Рис.19 и приведены в таблице 4.

Из Рис.17 видно, что периодическое возбуждение гармоник волны  $N = II, III$ , связанное с электронной нелинейностью, происходит на разных стадиях развития волны - на начальной стадии, в области периодических колебаний амплитуды, в области установившейся амплитуды. Период этого процесса  $\sim T_o$  во всех областях, но конкретное проявление его несколько меняется. Однако, во всех областях этот процесс приводит к модуляции максимальной амплитуды волны и максимального потенциала с периодом  $\sim T_o$  (Рис.3б). На эту модуляцию накладывается модуляция с большим периодом ( $\sim 3 T_{oe}$ ).

Анализ начального распределения скоростей электронов на фазовой плоскости ( $-2V_T \lesssim v \lesssim 2V_T$ ,  $\tilde{V}(x) = 0$ ) показывает, что в случае 3-4 начальные координаты  $x_o$ ,  $v_o$  ( $v_o = v^o$ ) некоторого числа электронов лежат в пределах стохастического слоя, в том числе внутри области захвата. Ускорение этих электронов на начальной стадии развития волны и приводит к ее затуханию. Колебания энергии поля показывают, что часть ускоренных элект-



Таблица 4. Установившаяся амплитуда.

$$\lambda/r_d = 100; V_\phi/V_T = \pm 16$$

Случай	3-4	3-5	3-5a	3-6a	3-6
$E_0$	150	200	240	275	300
$E_s$	124	106	75	54	32
$V_3^0/V_T$	15,6	18,0	19,7	21,1	22,0
$V_3^s/V_T$	14,2	13,1	11,0	9,4	7,2
$V_3^0/V_\phi$	0,97	1,12	1,23	1,32	1,37
$V_3^s/V_\phi$	0,88	0,82	0,69	0,59	0,45
$(V_\phi + V_3^0)/V_T$	31,6	34,0	35,7	37,0	38,0
$V_{max}/V_T$	32	36,6	39	41	41

$E_0, E_s$  нормированы на  $mr_d/eT_{oe}^2$ ;  $2E_0, 2E_s$  - начальная и установившаяся в  $t \approx 20T_{oe}$  амплитуда стоячей волны;  $V_3^0 = 2\sqrt{e\phi_0/m}$ ;  $V_3^s = 2\sqrt{e\phi_s/m}$ ;  $\phi_s = E_s/k$ ;  $V_{max}$  - максимальная скорость электронов в  $t \approx 20T_{oe}$ .

тронов движется подобно захваченным частицам, то поглощая, то отдавая энергию поля волне. Связанная с этим модуляция амплитуды волны может внести свой вклад в образование стохастического слоя /14/.

Действительно, движение электронов вблизи сепаратрисы является стохастическим. Это подтверждается анализом траекторий электронов. На Рис.20 показаны траектории электронов с близкими  $X_0$  и одинаковыми  $V_0 = 2,15 V_T$ . Видно, что эти траектории расходятся и имеют вид, характерный для траекторий в стохастическом слое. Отметим, что области стохастического движения электронов и пробных частиц в случае 3-4 практически совпадают (Рис.10ж). Ширина стохастического слоя в этом случае оказывается несколько меньшей, чем в несамосогласованном случае с амплитудой, равной установившейся амплитуде в случае 3-4  $V_3/V_\phi \sim 0,88$ . Ширина слоя и здесь больше, чем в случае стоячей волны П.

Эволюция волны приобретает новые черты, когда амплитуда волны приближается к границе  $\times$  - опрокидывания. В случае 3-5, параметры которого лежат вблизи этой границы, на начальной стадии ускоряется значительная часть электронов (Рис.16). Это приводит к быстрому затуханию волны (Рис.14). В результате некоторая часть электронов выходит из захвата со скоростями, превышающими фазовую скорость, и остается пролетными. Это придает процессу некоторые черты многопоточного движения (Рис.16). Однако волна и после начального затухания имеет заметную амплитуду и развивается с затухающей модуляцией (Рис.14,16). Установившаяся амплитуда в этом случае меньше, чем в случае 3-4 (Рис.19, таблица 4).

Из Рис.18 видно, что амплитуды гармоник  $N = II, III$  меняются с периодом  $\sim T_0$  и на начальной стадии, и на стадии установившейся волны, так что электронная нелинейность проявляется и в этом случае. Это приводит к образованию стохастического слоя (Рис.10и), ширина которого превосходит ширину слоя, обусловленного стоячей волной с амплитудой, равной установившейся амплитуде в случае 3-5  $V_3/V_\phi \sim 0,82$ .

Таким образом, и в самосогласованных случаях 3-4 и 3-5 образуется стохастический слой, ширина которого превышает ширину слоя от самой стоячей волны. Это позволяет утверждать, что периодический процесс, обусловленный электронной нелинейностью, и



в этих случаях дает существенный вклад в формирование стохастического слоя.

При дальнейшем увеличении начальной амплитуды волны развитие процесса приобретает характер опрокидывания. Энергия волны при этом почти полностью поглощается электронами плазмы.

На Рис.21 показано изменение энергии электрического поля волны и энергии электронов в случае 3-6, на Рис.22 фазовые плоскости электронов и распределение  $\tilde{n}(x)$ ,  $\varphi(x)$ ,  $E(x)$  в разные моменты времени.

Из Рис.22 видно, что в случае 3-6 происходит опрокидывание волны. На начальной стадии опрокидывания часть электронов ускоряется до значительных скоростей. Амплитуда и энергия волны к  $t/T_{oe} \sim 1$  падают почти до нуля (Рис.21), так что ускоренные электроны движутся практически свободно. По фазовым плоскостям (Рис.22б) видно, что в  $t/T_{oe} \approx 1$  развивается многопоточное движение.

Дальнейшее развитие многопоточного движения можно видеть по Рис.21 и 22б. Видно, что в  $t/T_{oe} \approx 2,5-3$  часть электронов со скоростями, близкими к начальной фазовой скорости, начинает тормозиться. Это приводит к росту амплитуды волны. При возрастании амплитуды начинают ускоряться электроны, оказавшиеся в соответствующей фазе волны, что вновь приводит к ее затуханию в  $t/T_{oe} \sim 4,5-5,5$ . Амплитуда вновь возрастает и падает в  $t/T_{oe} \sim 10-12$ , после чего в  $t/T_{oe} \sim 15-20$  устанавливается на некотором, малом по сравнению с начальным, уровне (Рис.19,21, таблица 4).

На Рис.23а, 23б показаны траектории электронов в случае 3-6. Анализ траекторий электронов, попавших на начальном этапе в фазу ускорения и участвующих в многопоточном движении (Рис.23а), показывает, что электроны, ускорившиеся до больших скоростей, остаются пролетными ( $N = 4$ ). Частицы, оказавшиеся вблизи области захвата нарастающей волны движутся по более сложным траекториям - во время сильных изменений амплитуды волны ( $t/T_{oe} \sim 3-5$ ) некоторые из них захватываются, а потом выходят из захвата с большой ( $N = 1$ ) или малой скоростью, некоторые остаются пролетными со скоростью  $V > V_{\phi}$  ( $N = 3$ ) или  $V < V_{\phi}$  ( $N = 2$ ), но заметно меняют свою энергию.

Сложный характер имеют траектории частиц, попадающих на начальном этапе в фазу торможения и затормозившихся до малых скоростей (Рис.23б). Во время сильных изменений амплитуды ( $t/T_{oe} \sim 3-5$ , 10-12) траектории частиц с близкими начальными  $x_0, v_0$  становятся различными и расходятся. Так в  $t/T_{oe} \approx 4$  отделяется от остальных траектория частицы  $N = 1$ , в  $t/T_{oe} \approx 5-6$  расходятся траектории частиц  $N = 2$  и 3. При этом такие частицы как  $N = 3$  набирают энергию и приобретают значительную скорость, а частицы типа  $N = 2$ , наоборот, тормозятся.

Таким образом, в этом случае практически все электроны интенсивно обмениваются энергией с электрическим полем. Движение значительного числа электронов приобретает черты стохастического.

В случае 3-6 вид фазовых плоскостей, функции распределения по скорости заметно меняются до  $t/T_{oe} \sim 10-15$ , но позже устанавливаются и практически не меняются. На Рис.24 показана фазовая плоскость случая 3-6 (Рис.24д) и фазовые плоскости случаев 3-4, 3-5, 3-5а, 3-6а в  $t/T_{oe} \sim 20-30$ .

Из Рис.21 видно, что энергия волны необратимо поглощается электронами плазмы. Анализ функции распределения (Рис.25) показывает, что энергия поглощается, в основном, ускоренными электронами и идет в хвосты функции распределения (Рис.25а). Однако наблюдается и уширение функции распределения, свидетельствующее о нагреве электронов плазмы (Рис.25в). В случае 3-6 температура электронов, определенная по ширине  $f(v)$  на уровне 0,6, составляет  $T_e \sim 30 T_e^0$ .

На Рис.26а показана доля начальной энергии волны  $W_w^0$ , содержащаяся в электрическом поле  $W_E/W_w^0$ , ускоренных электронах  $\delta W_z/W_w^0$  ( $|v| > 2V_T$ ) и нагретых электронах  $\delta W_h/W_w^0$  ( $|v| \leq 2V_T$ ) в установившемся состоянии волны в зависимости от начальной энергии волны.

На Рис.26б показана температура  $T_e/T_e^0$  и  $\delta W_z/W_w^0$  в зависимости от амплитуды волны  $V_z^0/V_{\phi}$ . Видно, что энергия поля падает, а энергия  $\delta W_z$  и  $\delta W_h$  и соответственно температура  $T_e$  растут с ростом начальной амплитуды волны, причем основная энергия содержится в ускоренных электронах.



ЛИТЕРАТУРА:

- 1а. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин. "Ленгмюровские волны большой амплитуды. Электронная нелинейность и стохастические эффекты. I". Препринт ИЯФ СО АН СССР, №86-153, 1986.
- 1б. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин. "Ленгмюровские волны большой амплитуды. Электронная нелинейность и стохастические эффекты. II". Препринт ИЯФ СО АН СССР №86-154, 1986.
2. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин.  
 а. Физика плазмы. 7, вып.2, 383, 1981. Препринты ИЯФ СО АН СССР № 77-39, 1977, № 78-17, 1978; № 79-21, 1979.  
 б. Plasma Physics 23, 35, 1981. Препринт ИЯФ СО АН СССР № 78-19, 1978.  
 в. Comments Plasma Phys. Contr. Fusion 6, No 1, 21, 1980.  
 г. Физика Плазмы 6, вып.5, 1097, 1980;  
 Препринт ИЯФ СО АН СССР № 79-112, 1979.
3. А.И.Ахизер, Г.Я.Любарский. ДАН СССР 80, 193, 1951.
4. J.M.Dawson. Phys. Rev. 113, 383, 1959.
5. A.C.L.Chian. Plasma Phys. 21, 509, 1979.
6. B.V.Chirikov. Phys. Reports 52, 263, 1979.
7. Г.М.Заславский. Стохастичность динамических систем. Наука, Москва, 1984.
8. А.Лихтенберг, М.Либерман. Регулярная и стохастическая динамика. Мир, Москва, 1984.
9. D.F.Escande. Phys. Reports 121, 165, 1985.
10. G.Schmidt. Comments Plasma Phys. Contr. Fusion 7, 87, 1982.
11. W.Rozmus, W.Tighe, A.A.Offenberger, K.Estabrook. Phys. Fluids 28, 920, 1985.
12. J.R.Cary, D.F.Escande, J.L.Tennyson. "Diffusion of particles in a slowly modulated wave". Preprint IFSR-155, Austin, 1984.
13. C.R.Menyuk. Phys. Rev. A31, 3282, 1985.
14. A.Murakami, Y.Nomura, H.Momota. J. Phys. Soc. Japan 51, 4053, 1982.  
 "Stochasticity of phase trajectories of a charged particle in a plasma wave". Preprint JPPJ-464, Nagoya, 1980.

Подписи к рисункам:

- Рис.1а,б. Границы нелинейности, захвата, опрокидывания.  
 I, II - границы нелинейности по  $\tilde{n}_+/\tilde{n}_- \sim I, 03$  (I) и  $I, 10$  (II);  
 III, IV - границы захвата электронов с  $V^0 \sim 2V_T$  (III) и  $V^0 = 0$  в холодной плазме (IV);  
 V - граница X - опрокидывания;  
 VI - предельные параметры  $\tilde{n}_0/n_0 \sim I$ ;  
 Пунктир - граница стохастической неустойчивости стоячей волны  $V_3/V_\phi = 0,7/8,9/$ .  
 o - начальные параметры случаев 3-0а - 3-6.  
 Цифры - граничные параметры при  $\lambda/r_d = 100$ .

- Рис.2. Фазовые плоскости электронов, распределение плотности, потенциала и поля в разные моменты времени. Случай 3-3.  
 $E$  нормировано на  $mr_d/eT_0e^2$ .

- Рис.3а,б. Зависимость от времени максимального потенциала (Рис.3а) и его максимального значения (Рис.3б). Случай 3-3 (Рис.3а), случаи 3-3 и 2-3 (II) (Рис.3б).  
 Рис.3а  $|\varphi_{max}|$  - максимальное значение  $\varphi(x)$  в разные моменты времени.  
 Рис.3б  $\varphi_{max}$  - максимальные значения  $\varphi(x, t)$  в  $t \sim T_0/2$ . — o — случай 3-3; — x — — — — — случай 2-3 (II).  $2e\varphi_0/T_e = 80,2$ .

- Рис.4а,б. Зависимость от времени амплитуды гармоник электрического поля  $N = I, II, III$ . Случай 3-2 (рис.4а) и 3-3 (Рис.4б).

- Рис.5,6. Зависимость от начальной амплитуды волны максимальной амплитуды гармоники  $N = II$  (Рис.5) и максимального изменения амплитуды волны  $N = I$  (рис.6).  
 $\Delta E^I = E_0 - E^I_{max}$

- Рис.7. Область захвата, начальное распределение предельной скорости электронов и начальные  $X_0, V_0$  пробных частиц. Случай 3-3.  
 — — — — — сепаратриса;



- предельные скорости электронов  $V^0 = \pm 2V_T$  в  $t = 0$ ;
- нормальные траектории;
- x - стохастические траектории;
- ..... - граница области стохастического движения (стохастического слоя).

Рис. 8а, б. Нижние границы области захвата  $V_c = V_\phi - V_z$  (Рис. 8а) или  $V_c = V_\phi$  (Рис. 8б) и области стохастического движения  $V_a$  в зависимости от начальной амплитуды волны. --- нижняя граница стохастического слоя  $V_{min}$  (по таблице 3).

Рис. 9а, б. Траектории электронов на фазовой плоскости в лабораторной системе (Рис. 9а) и в системе координат волны (Рис. 9б). Случай 3-3.

Цифры в кружочке - номера частиц; цифры - моменты времени  $t/T_{oe}$ ; стрелки -  $V_\phi \pm V_z$ ;  $V_z = 2\sqrt{e\phi_0/m}$ . Начальные координаты частиц:

N	1	2	3	4
$V_0/V_\phi$	0,44	0,48	0,52	0,54

$X_0/\lambda = 0$ ;  $(V_\phi - V_z)/V_\phi = 0,2$ ; узлы сепаратрисы  $X/\lambda = 0 - (-1) - (-2) - \dots$

Рис. 10а-и. Фазовые плоскости электронов (отображение с  $\Delta t = T_0$ ). Области стохастического движения (стохастический слой).

Рис	а	б	в	г	д	е	ж	з	и
Случай	3-0а	3-1	3-2	3-3	3-3	3-4а	3-4	3-4	3-5
$t/T_{oe}$	32	28	28	28	20	28	21	20	20

В начальный момент задано по 100 частиц с  $X_0, V_0$  вне области захвата, но внутри области стохастического движения прямой и обратной волны.

Начальные координаты частиц  $X_0, V_0$  приведены в таблице 5.

Рис. 10а-г, е, ж, и - фаза  $\tilde{V}(x) = 0$ ; Рис. 10д, 10з - фаза  $\tilde{V}(x) = \max$

Рис. 10з - пробные частицы заданы только в прямой волне.

--- внешняя граница стохастического слоя в случаях 3-4, 3-5.

Таблица 5. Начальные координаты частиц.

Рис. №	Случай	$\frac{V_\phi + V_z}{V_\phi}$	$X_0/\lambda = 0,5$	$X_0/\lambda = 0$
			$X_0/r_d = 50$	$X_0/r_d = 0$
			$V_0/V_\phi$	$V_0/V_\phi$
10а	3-0а	$\pm 1,112$	$\pm(1,112-1,114)$	$\pm(0,999 - 1)$
10б	3-1	$\pm 1,312$	$\pm(1,312-1,324)$	$\pm(0,991 - 1)$
10в	3-2	$\pm 1,470$	$\pm(1,470-1,495)$	$\pm(0,939 - 1)$
10г	3-3	$\pm 1,793$	$\pm(1,793-1,855)$	$\pm(0,418 - 1)$
10д	3-3	$\pm 1,793$	$\pm(1,793-1,855)$	$\pm(0,418 - 1)$
10е	3-4а	$\pm 1,971$	$\pm(1,971-2,066)$	$\pm(0,318 - 1)$
10ж	3-4	$\pm 1,971$	$\pm(1,971-2,066)$	$\pm(0,318 - 1)$
10з	3-4	1,971	-	0,318 - 1
10и	3-5	$\pm 2,134$	$\pm(2,134-2,287)$	$\pm(0,487 - 1)$

В каждом случае знак + относится к прямой волне, знак - к обратной;

$X_0/\lambda = 0,5$  ( $X_0/r_d = 50$ ) - максимум сепаратрис прямой и обратной волн;

$X_0/\lambda = 0$  ( $X_0/r_d = 0$ ) - узел сепаратрис прямой и обратной волн.



Рис.11а,б. Ширина стохастического слоя в районе минимума ( $\Delta_1$ ) и максимума ( $\Delta_2$ ) сепаратрисы в зависимости от начальной энергии (Рис.11а) и амплитуды (Рис.11б) волны.

$V_3^0 = 2\sqrt{e\varphi_0/m}$ ; пределы показывают разброс при разном наборе пробных частиц и неопределенность за счет шага по скорости  $\Delta V$ ; стрелка - граница стохастической неустойчивости.  $V_3/V\phi = 0,7$ .

Рис.12а,б. Ширина стохастического слоя в районе минимума (Рис.12а) и максимума (Рис.12б) сепаратрисы в зависимости от амплитуды волны.

× - наши данные из II и III; ○ - данные из работы /10/; • - данные из работы /11/.

Рис.13,14. Зависимость от времени энергии электрического поля  $W_E$  и энергии электронов  $\Delta W_e = W_e - W_e^0$ . Случай 3-4 (Рис.13) и 3-5 (Рис.14).

— — — и — · — — на Рис.13 - минимальные и максимальные значения  $\Delta W_e$ .

Рис.15а,б; 16а,б. Фазовые плоскости электронов, распределение плотности, потенциала и электрического поля в разные моменты времени. Случай 3-4 (Рис.15а,б) и 3-5 (Рис.16а,б).

$E$  - нормировано на  $mr_d/eT_{oe}^2$ .

Рис.17,18. Зависимость от времени амплитуды гармоник электрического поля  $N = I, II, III$ . Случай 3-4 (Рис.17) и 3-5 (Рис.18).

Рис.19а,б. Амплитуда установившейся волны  $E_s$  (Рис.19а) и  $V_3^s$  (Рис.19б) в зависимости от амплитуды начальной волны  $E_0$  или  $V_3^0$ .

$V_3^0 = 2\sqrt{e\varphi_0/m}$ ;  $V_3^s = 2\sqrt{e\varphi_s/m}$ ;  $\varphi_s = E^s/k$ .

Рис.20. Траектории электронов на фазовой плоскости. Случай 3-4.

Цифры в кружочке - номера частиц;

Цифры - моменты времени  $t/T_{oe}$ ;

Стрелки -  $V\phi \pm V_3^0$ ;  $V_3^0 = 2\sqrt{e\varphi_0/m}$ .

Начальные координаты частиц:

$N$	1	2	3
$x_0/\lambda$	0,44	0,46	0,48
$V_0/V\phi$	0,13	0,13	0,13

$(V\phi - V_3^0)/V\phi = 0,03$ ; узлы сепаратрисы  $x_0/\lambda = 0-1-2\dots$

Рис.21. Зависимость от времени энергии электрического поля  $W_E$  и энергии электронов  $\Delta W_e = W_e - W_e^0$ . Случай 3-6.

Рис.22. Фазовые плоскости электронов, распределение плотности, потенциала и электрического поля в разные моменты времени. Случай 3-6.  $E$  нормировано на  $mr_d/eT_{oe}^2$ .

Рис.23а,б. Траектории электронов на фазовой плоскости.

Случай 3-6. Цифры в кружочке - номера частиц; цифры - моменты времени  $t/T_{oe}$ ; стрелка -  $V\phi + V_3^0$ ;  $V_3^0 = 2\sqrt{e\varphi_0/m}$ .

Начальные координаты частиц:

Рис.23а.	$N$	1	2	3	4
	$x_0/\lambda$	0,94	0,96	0,97	0,99
	$V_0/V\phi$	0,13	0,13	0,13	0,13

Рис.23б.	$N$	1	2	3
	$x_0/\lambda$	0,83	0,84	0,85
	$V_0/V\phi$	0,13	0,13	0,13

Рис.24. Фазовые плоскости электронов.

Рис	а	б	в	г	д
Случай	3-4	3-5	3-5а	3-6а	3-6
$t/T_{oe}$	2I	2I	23,8	24,3	28,3

Рис.25а,б,в. Функция распределения электронов по скоростям

$f(v)/f_0(0)$  (а,б) и  $f(v)/f(0)$  (в).

Случай 3-6;  $t/T_{oe} \sim 28,3$ . Пунктир - начальная максвелловская функция распределения  $f_0(v)$ .

Рис.26а. Зависимость от начальной энергии волны  $W_w^0$  энергии электрического поля  $W_E$ , энергии нагрева  $\delta W_h$  и энергии хвостов ускоренных электронов  $\delta W_z$  в  $t/T_{oe} \sim 15-20$ .

Рис.26б. Зависимость от начальной амплитуды  $V_3^0/V\phi$  температуры электронов  $T_e/T_e^0$  и энергии хвостов  $\delta W_z/W_w^0$  в  $t/T_{oe} \sim 15-20$ .  $T_e^0$  - начальная температура.

Стрелка - граница стохастической неустойчивости  $V_3/V\phi = 0,7$ .



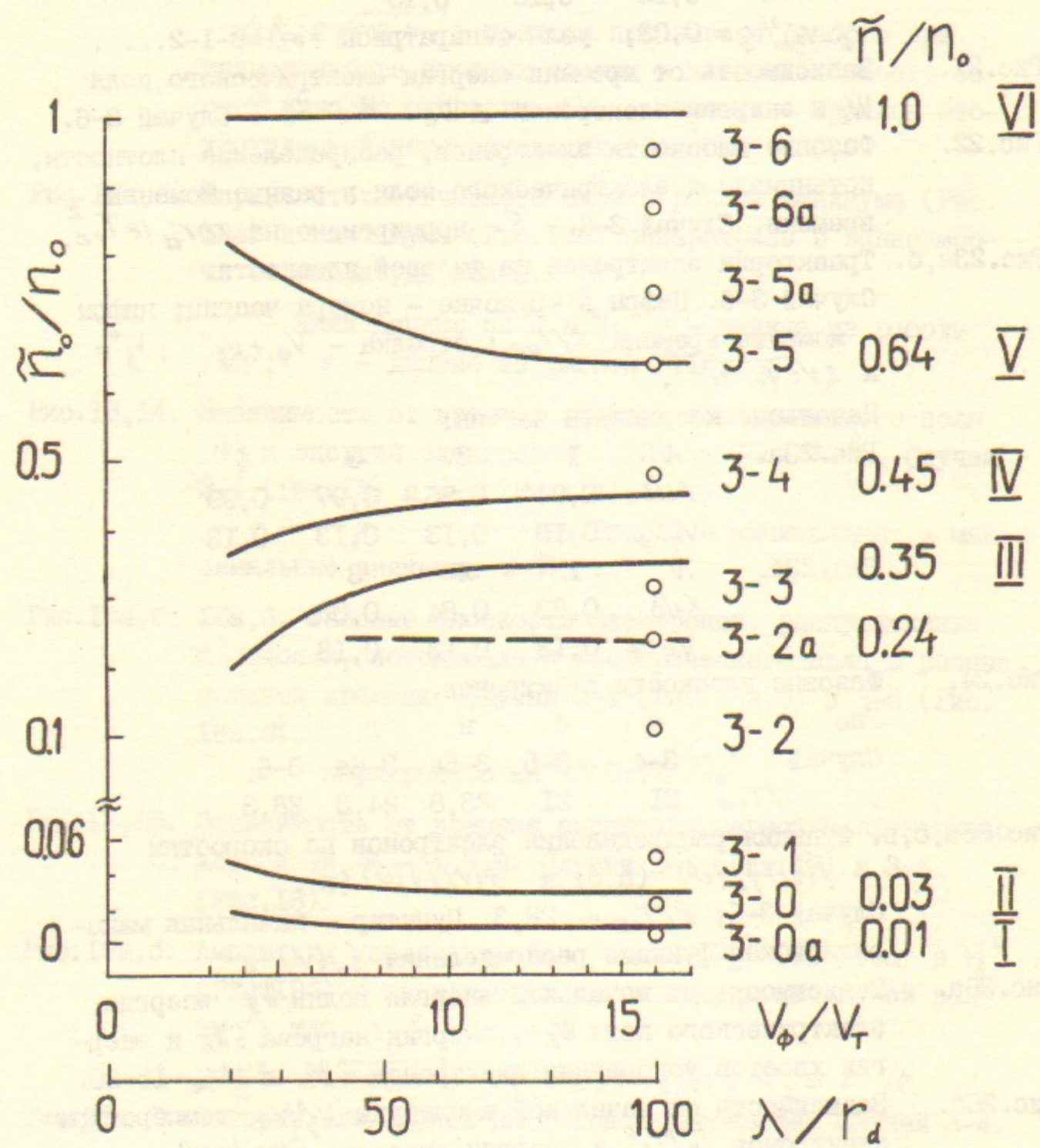


Рис.1а

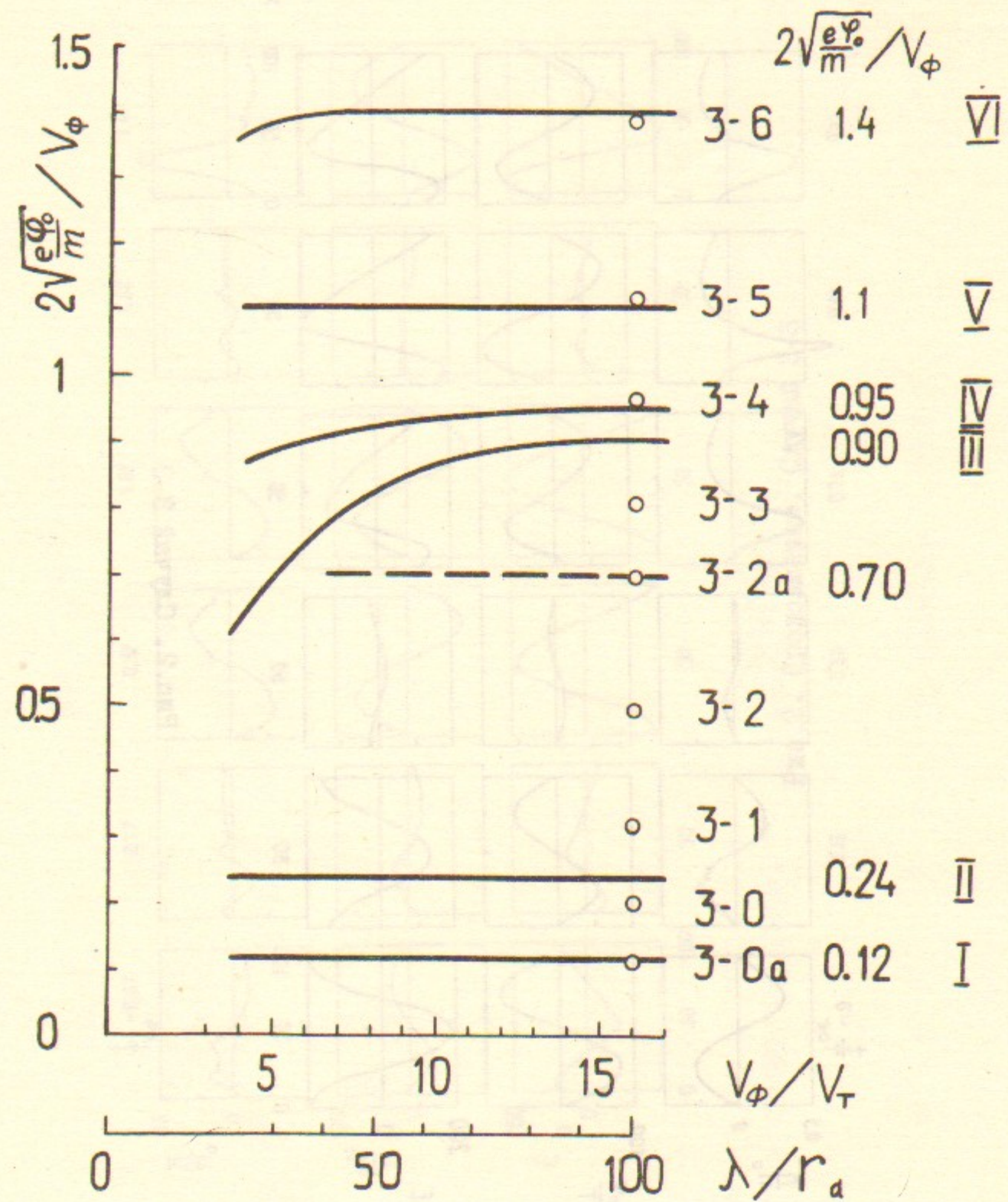


Рис.1б



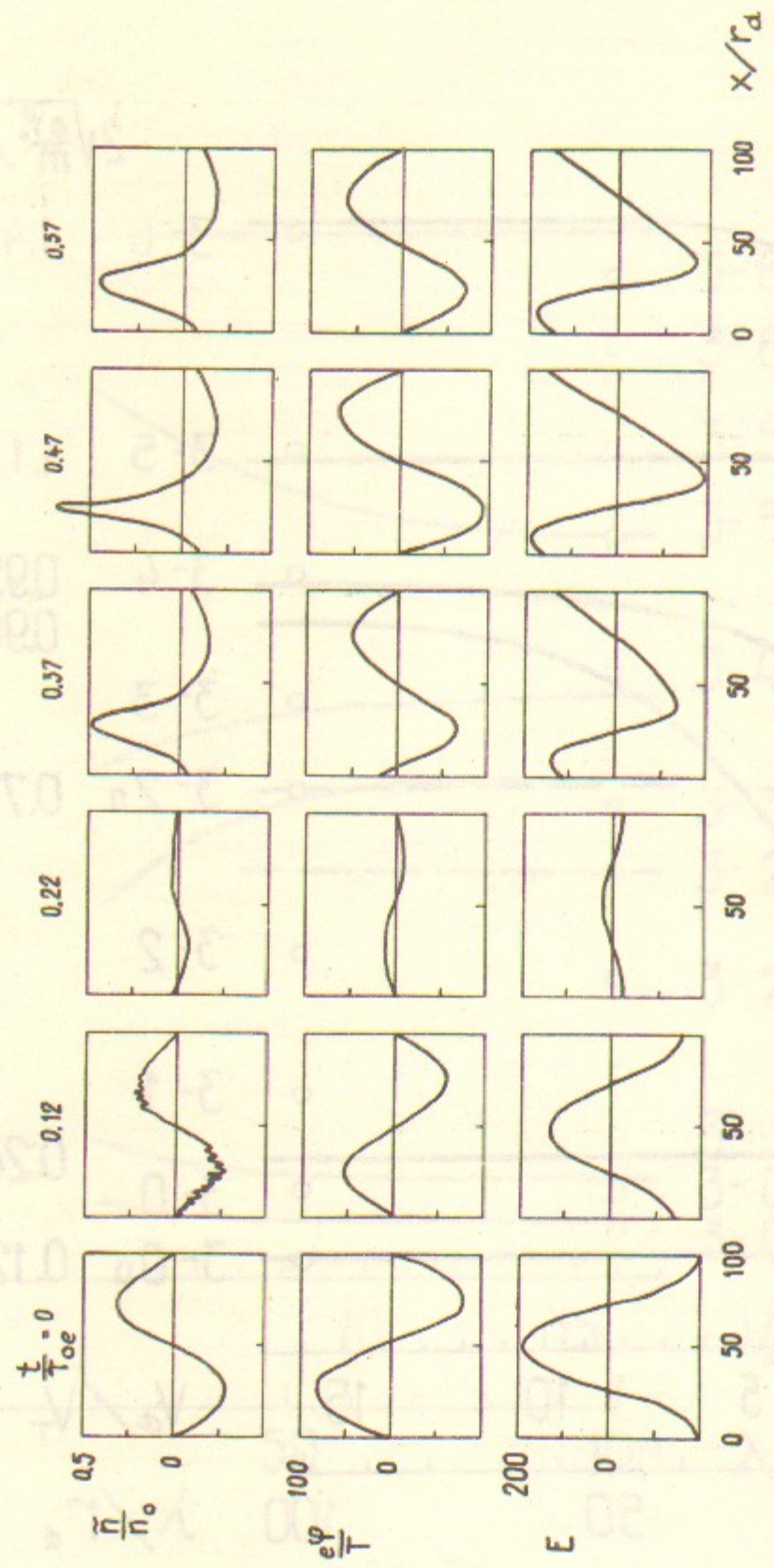


Рис.2. Случай 3-3

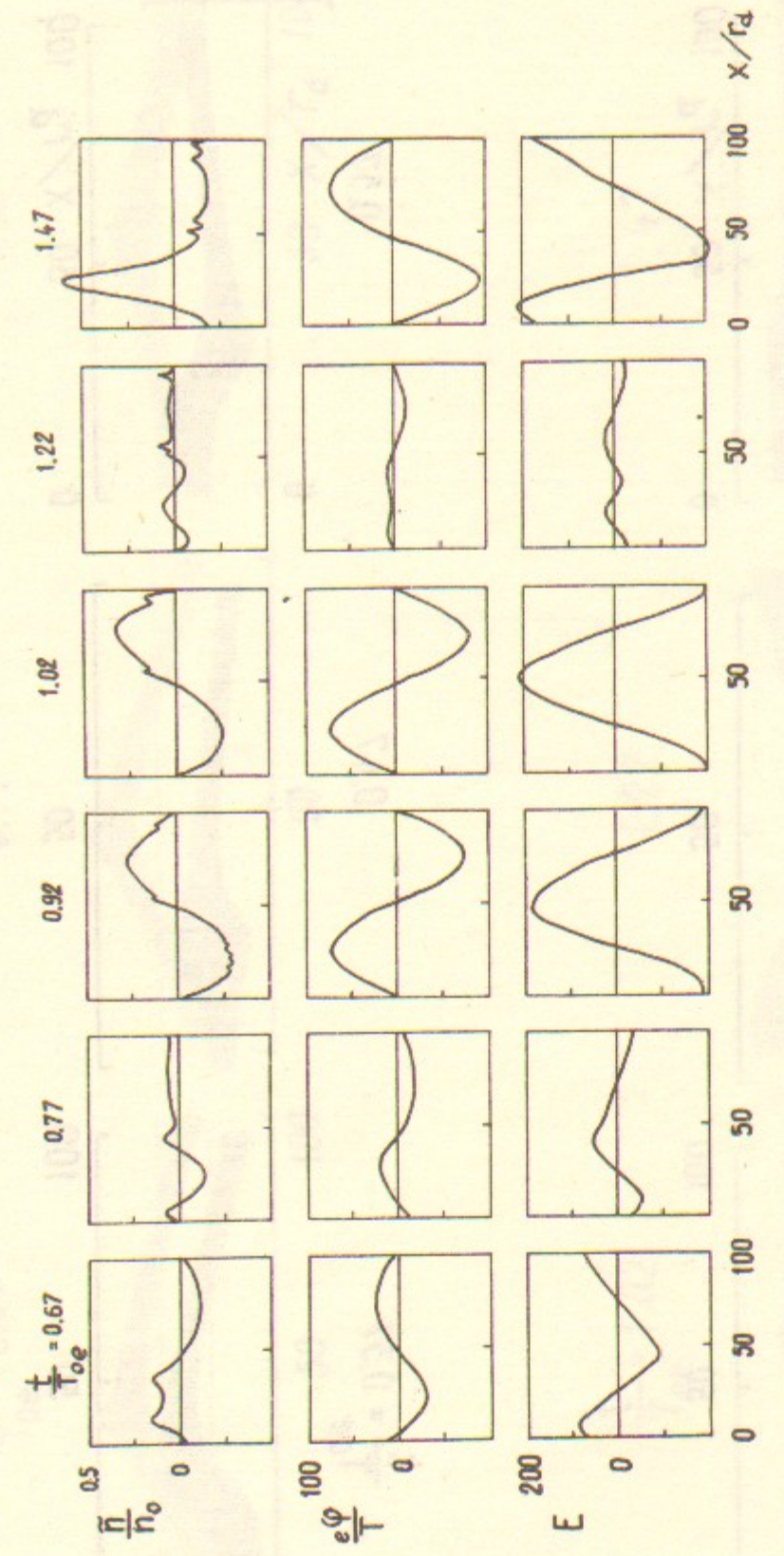


Рис.2. Продолжение. Случай 3-3



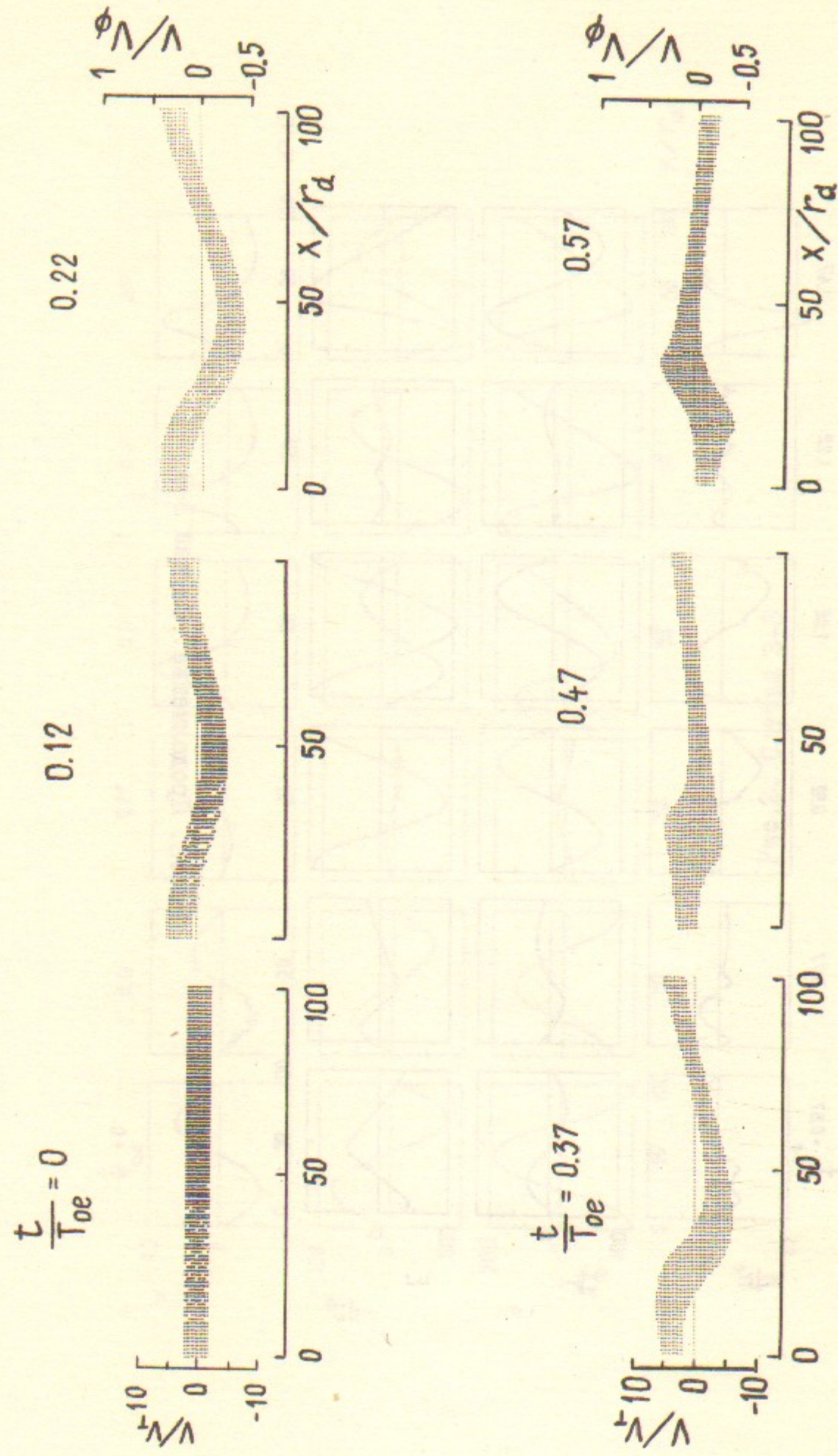


Рис.2. Случай 3-3

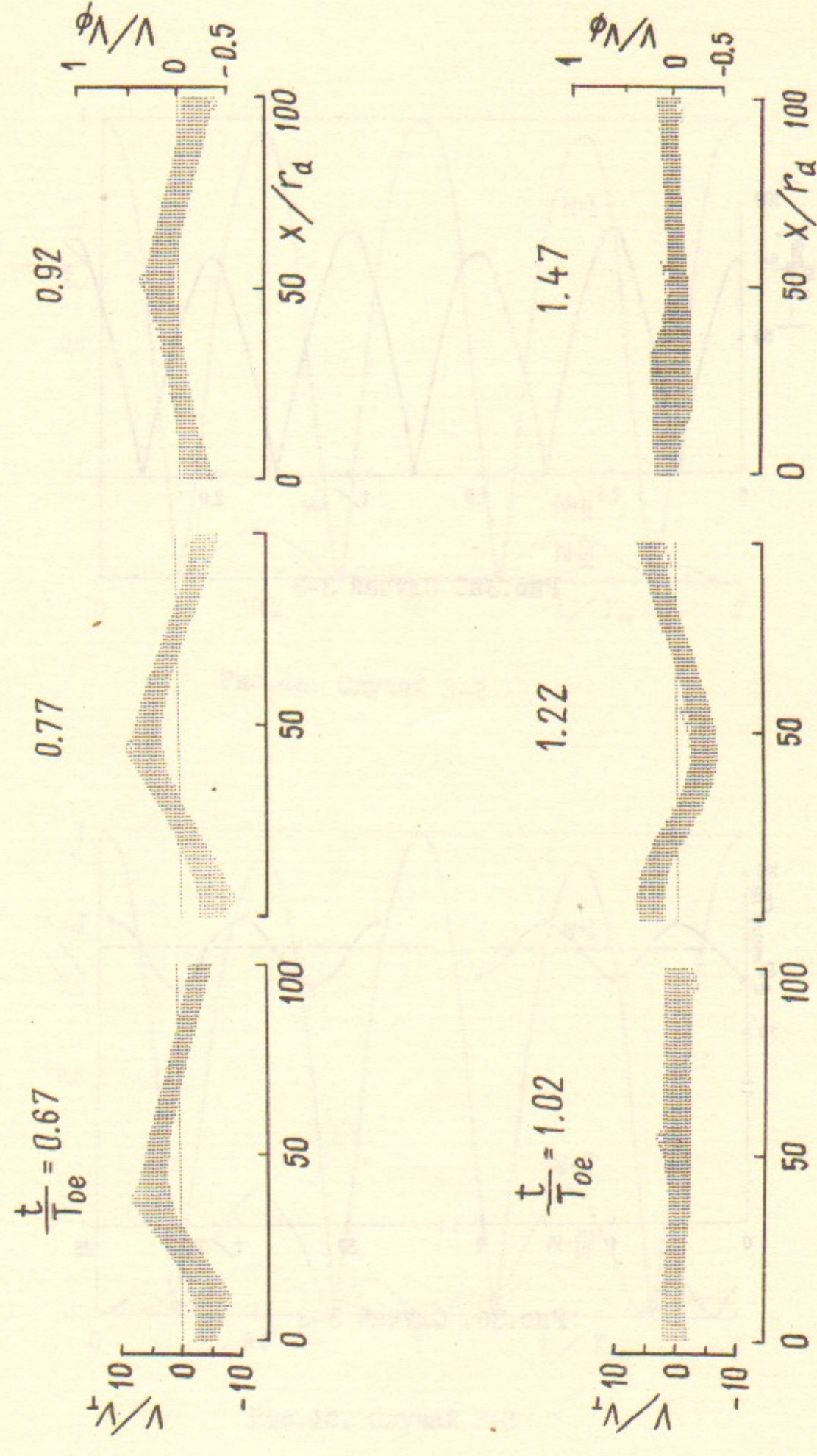


Рис.2. Продолжение. Случай 3-3



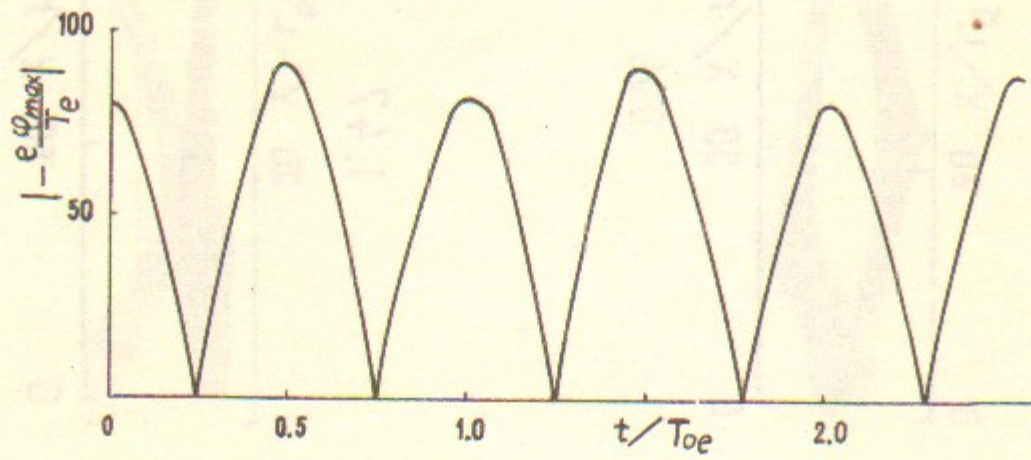


Рис.3а. Случай 3-3

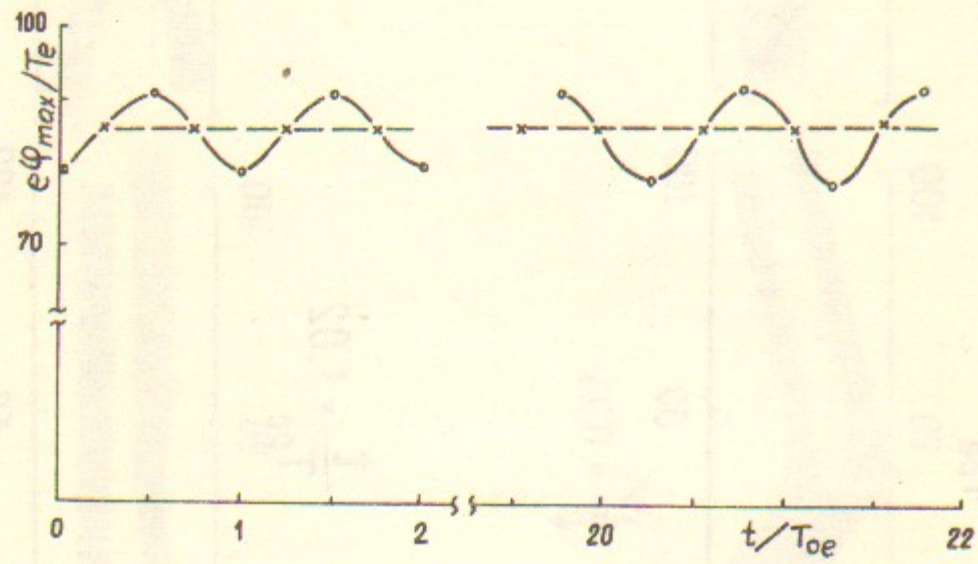


Рис.3б. Случай 3-3

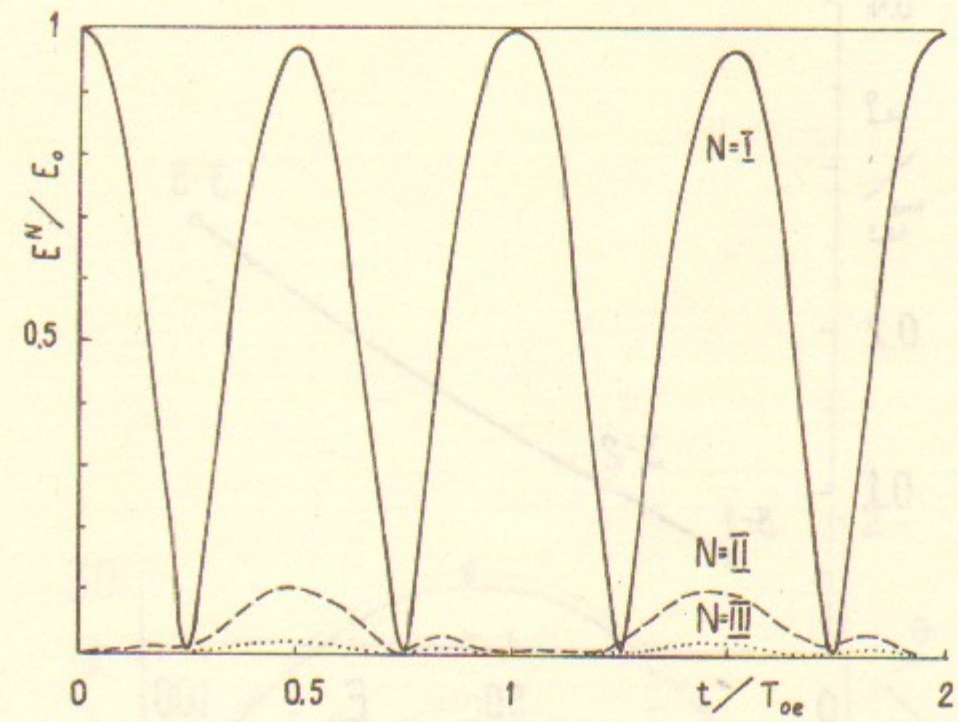


Рис.4а. Случай 3-2

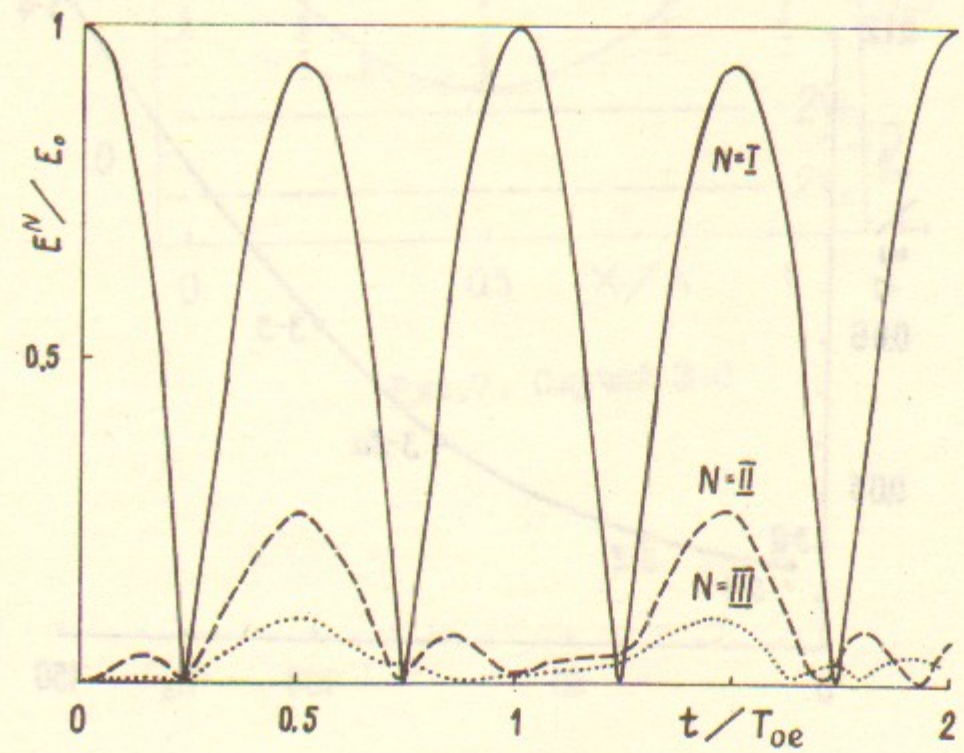


Рис.4б. Случай 3-3



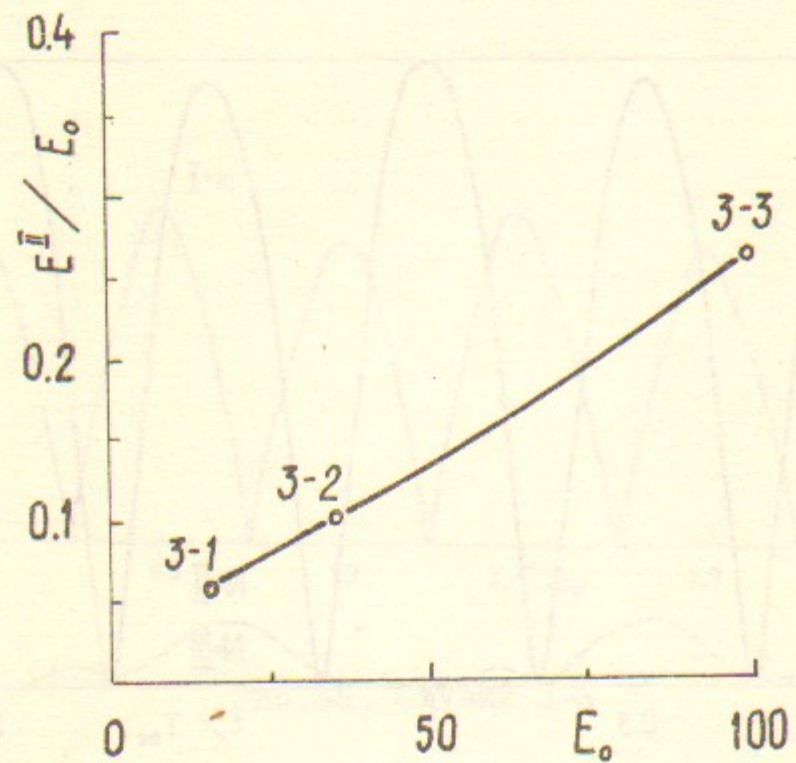


Рис.5

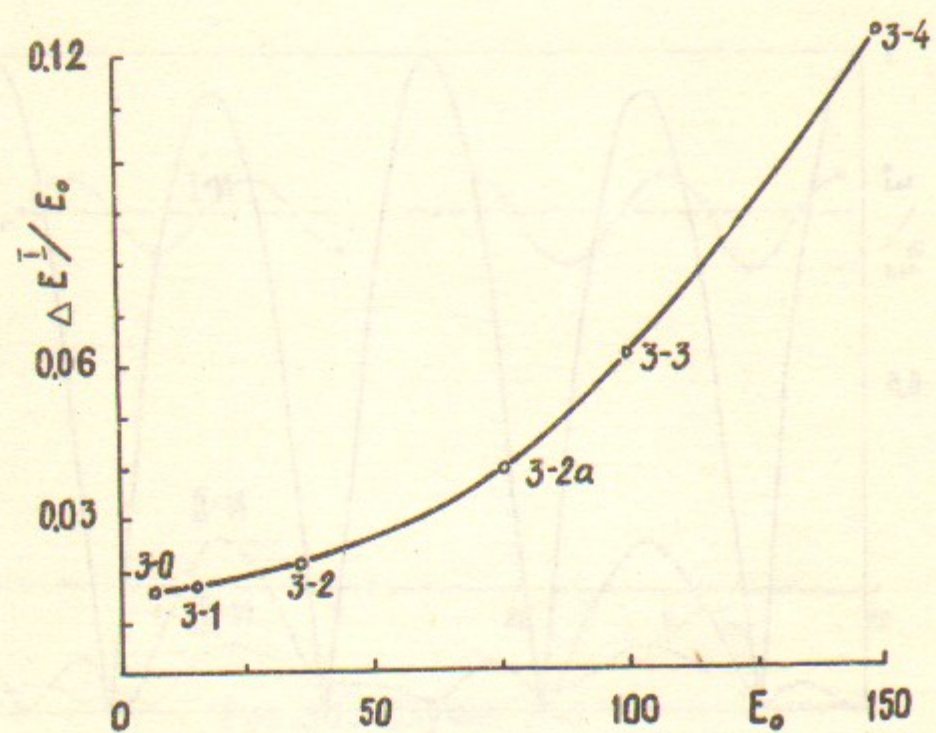


Рис.6

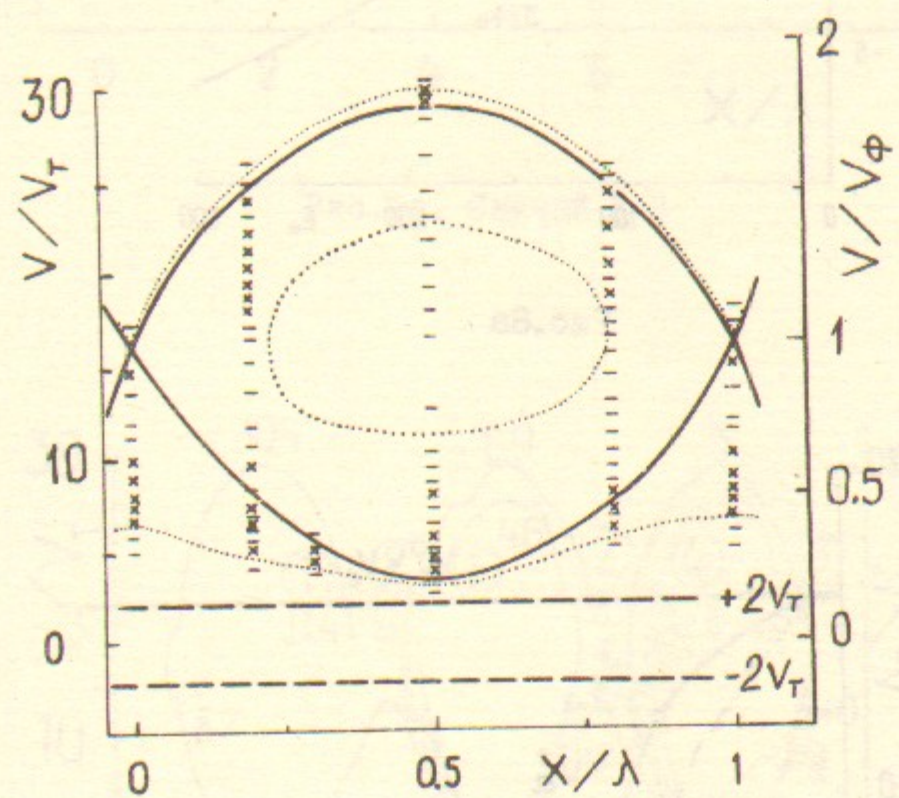


Рис.7. Случай 3-3



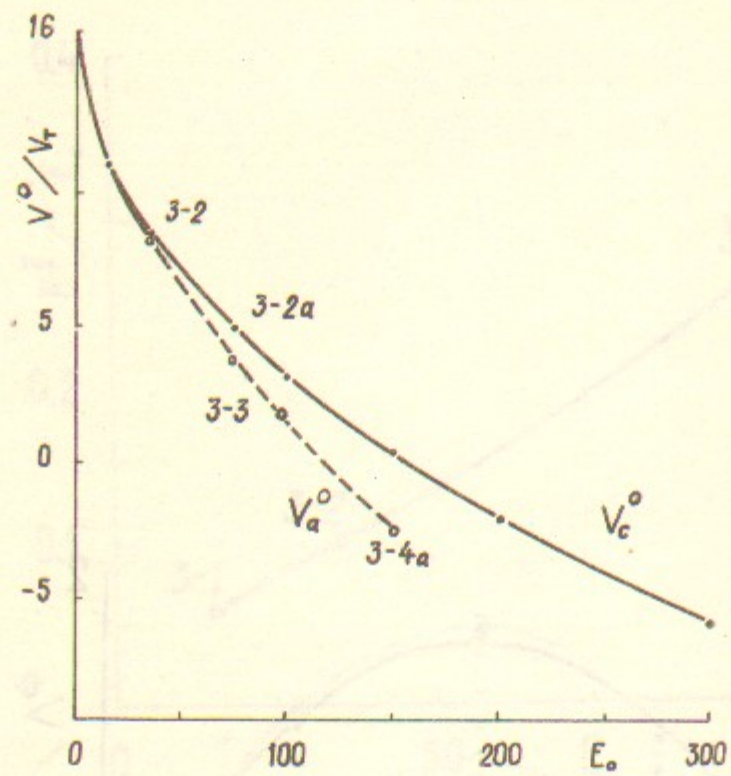


Рис.8а

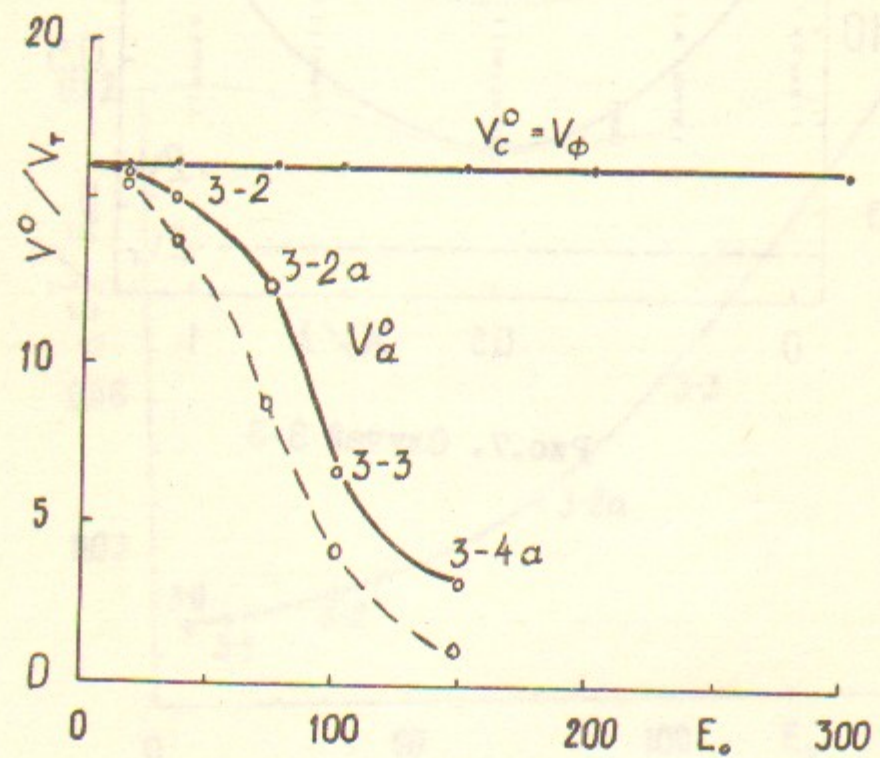


Рис.8б

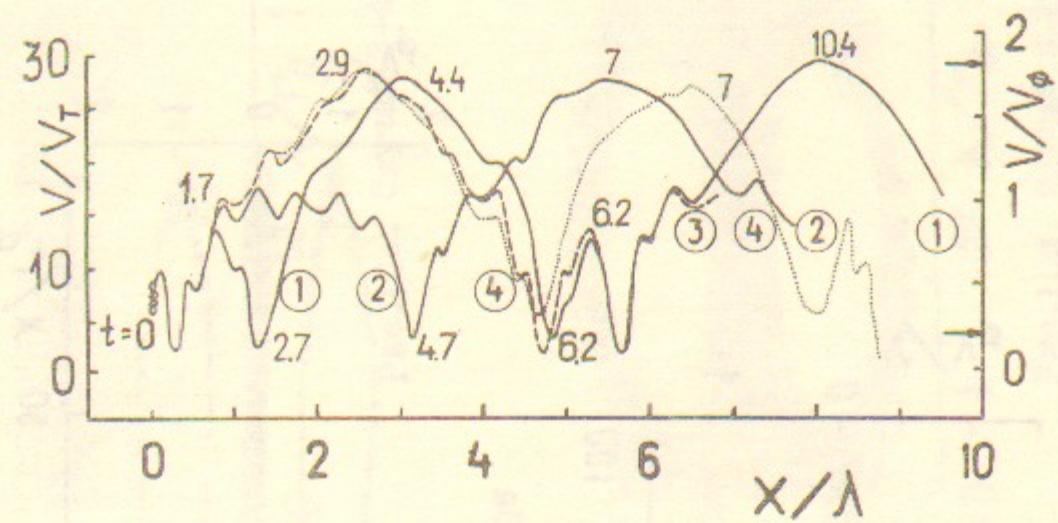


Рис.9а. Случай 3-3

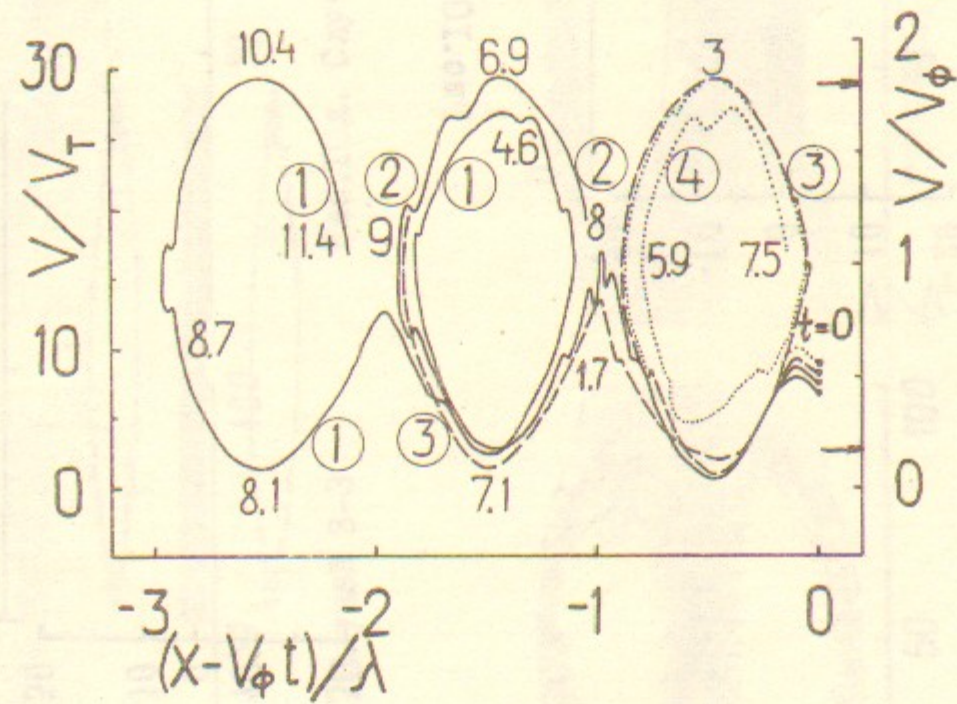


Рис.9б. Случай 3-3



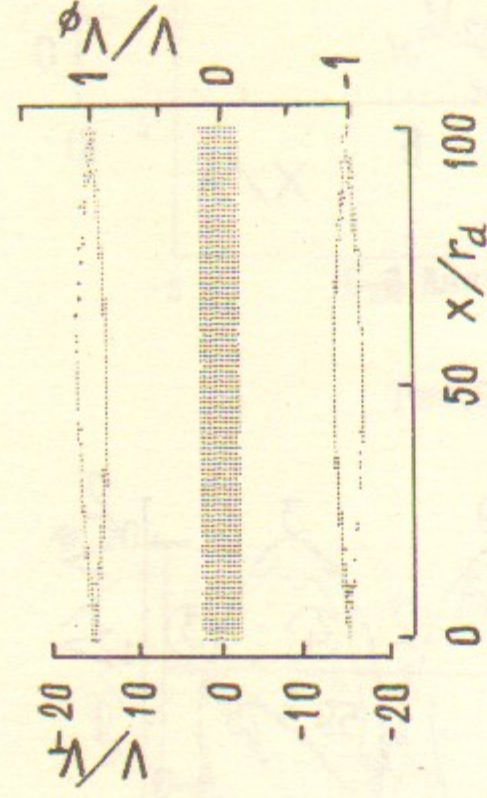


Рис.10а. Случай 3-0а

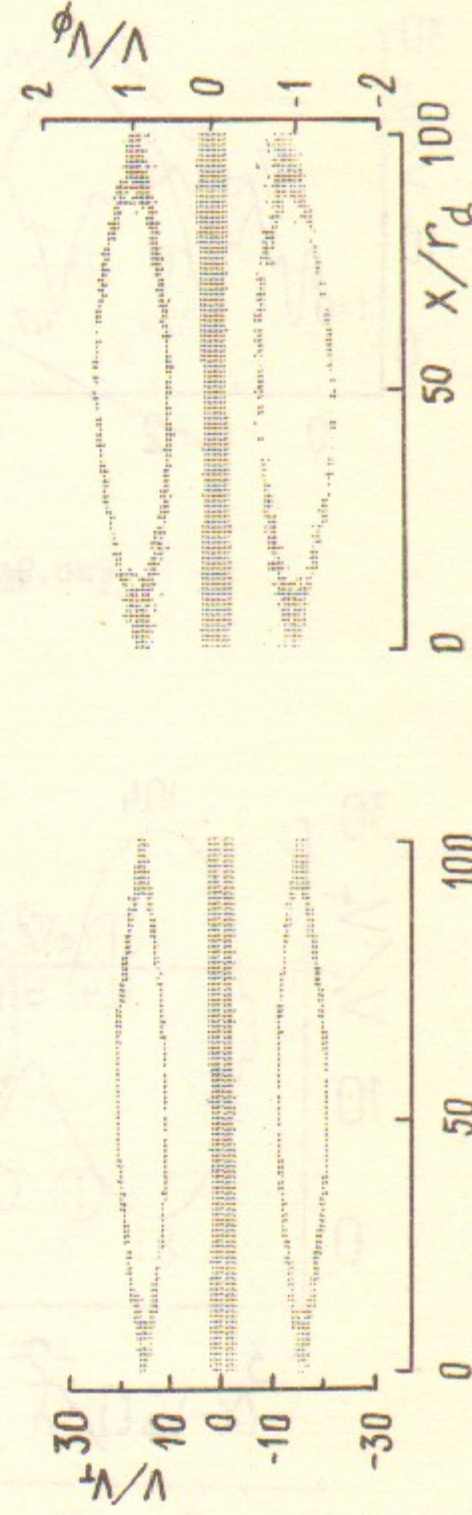


Рис.10б. Случай 3-1

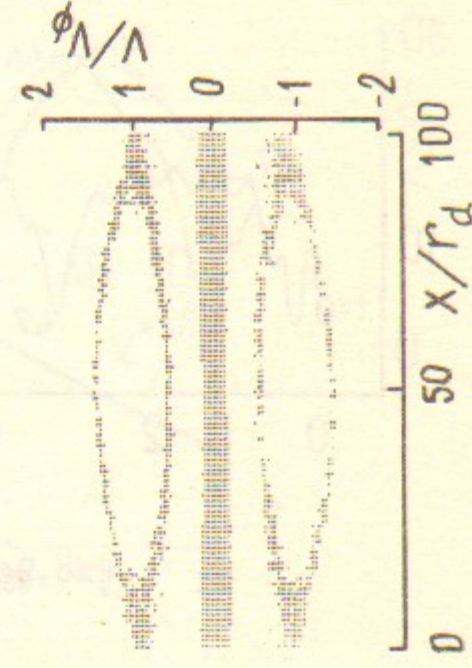


Рис.10в. Случай 3-2

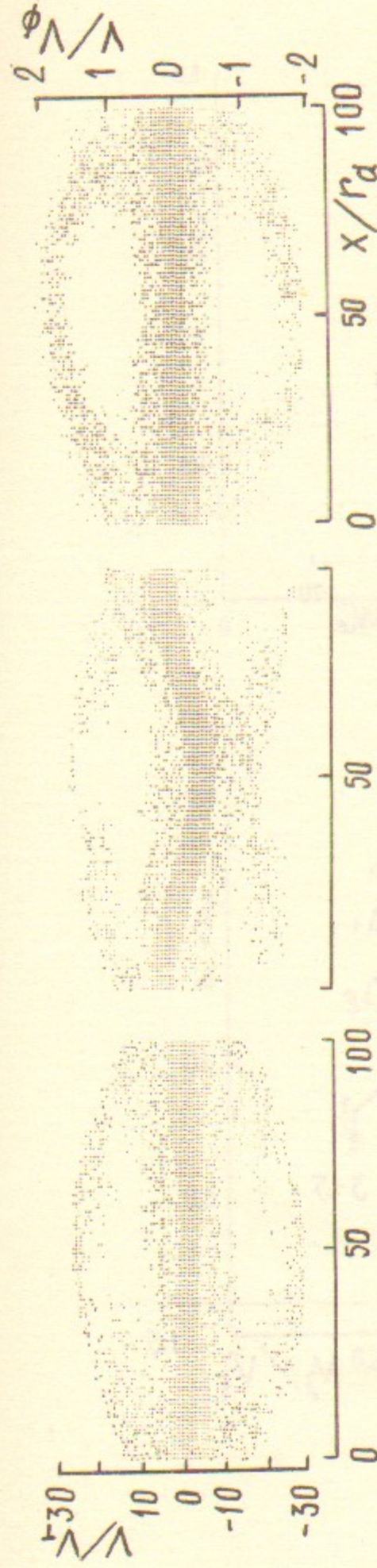


Рис.10г. Случай 3-3

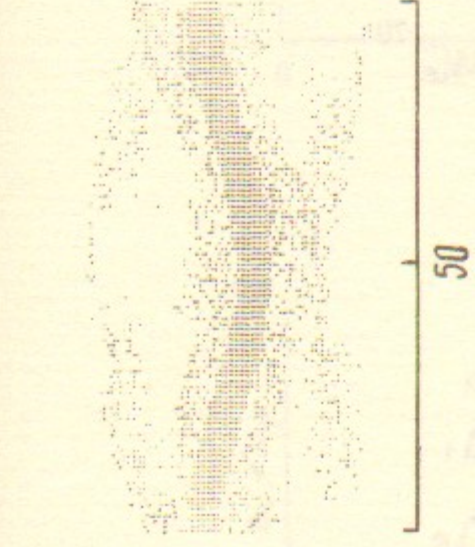


Рис.10д. Случай 3-3

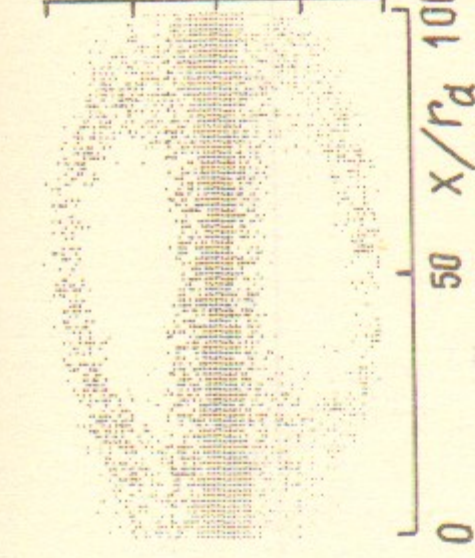


Рис.10е. Случай 3-4а

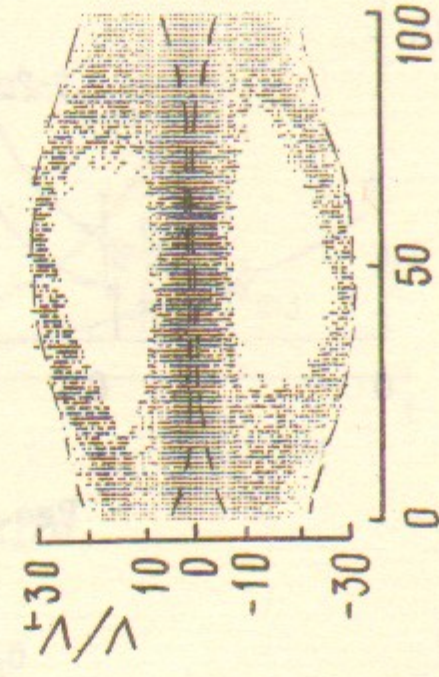


Рис.10ж. Случай 3-4

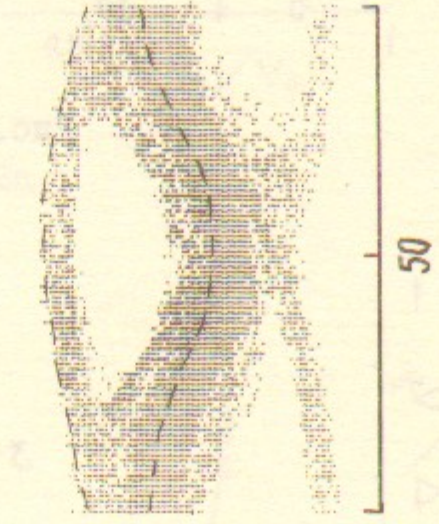


Рис.10з. Случай 3-4

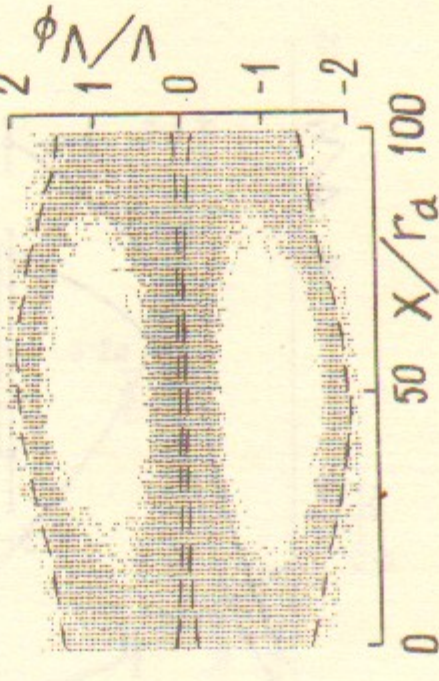


Рис.10и. Случай 3-5



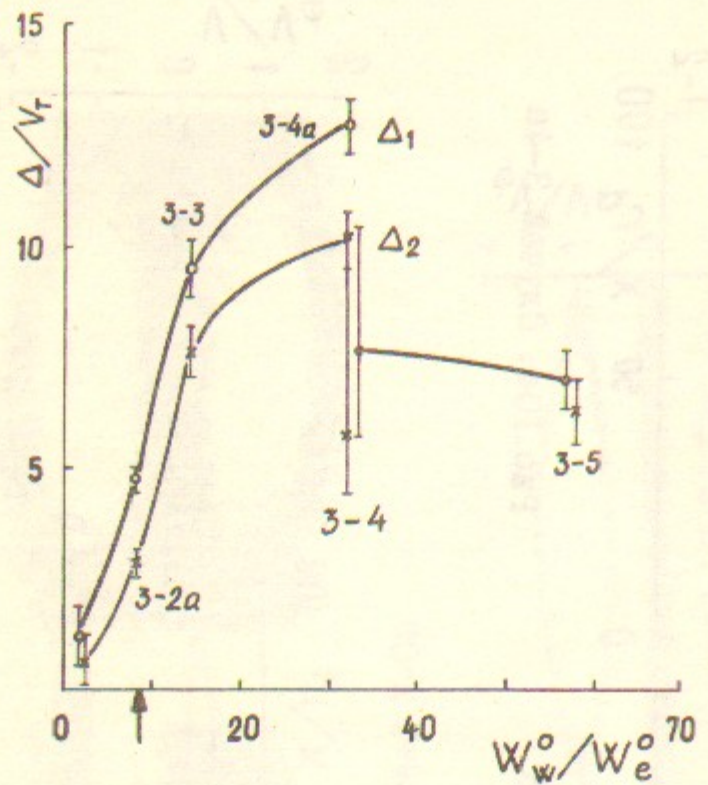


Рис. I1a

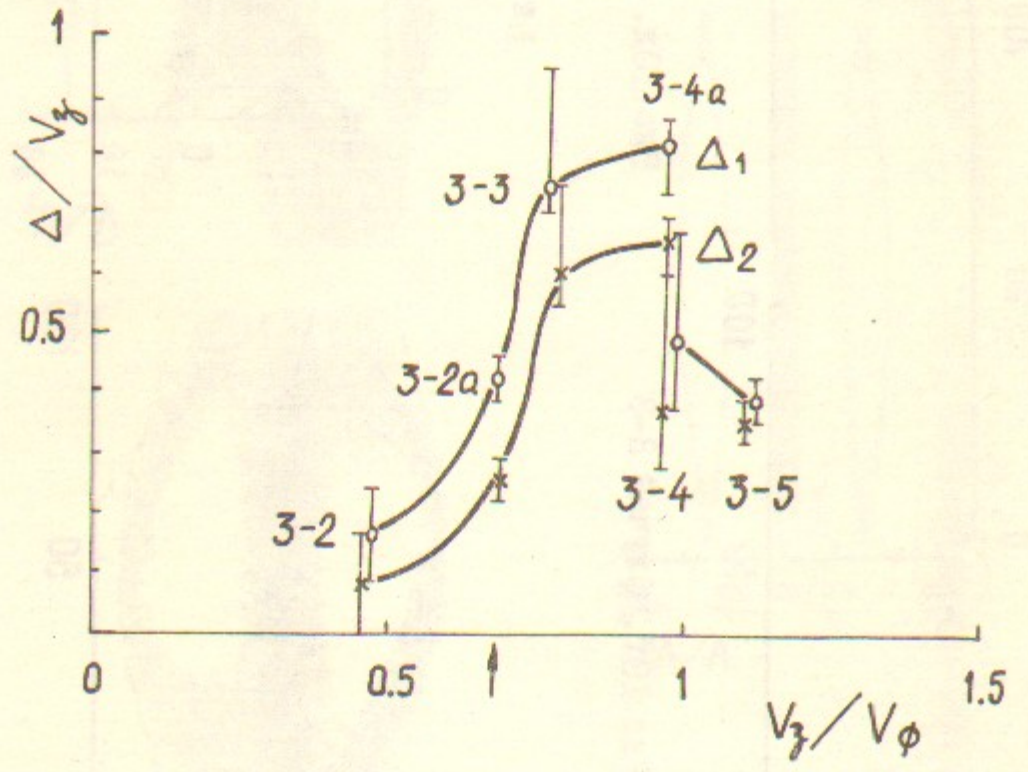


Рис. I1б

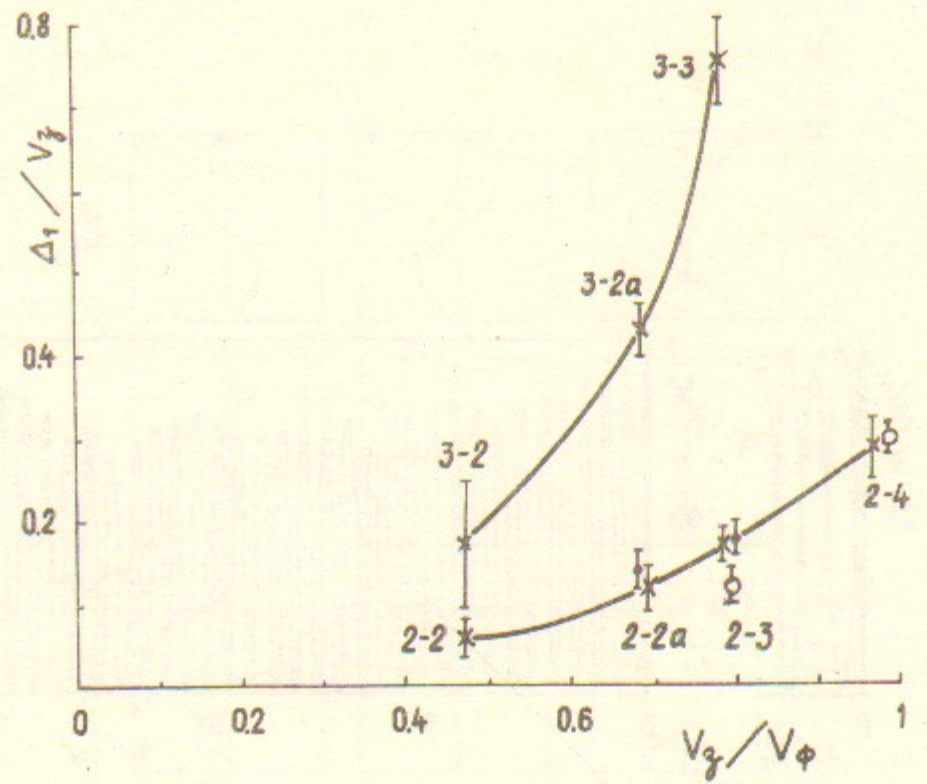


Рис. I2a

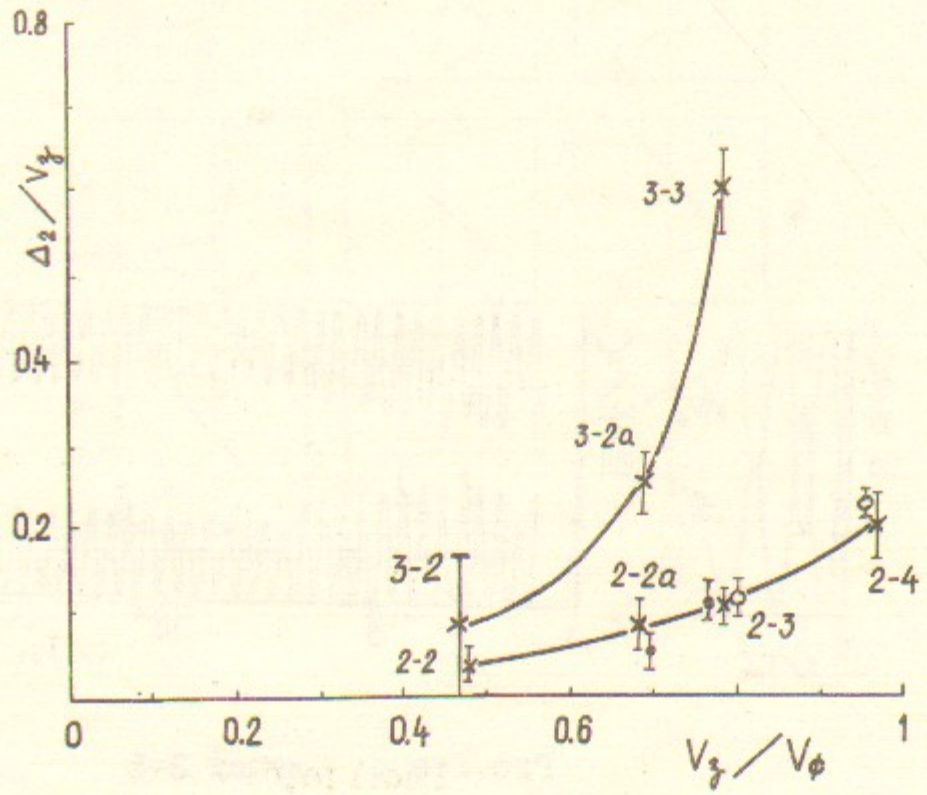


Рис. I2б



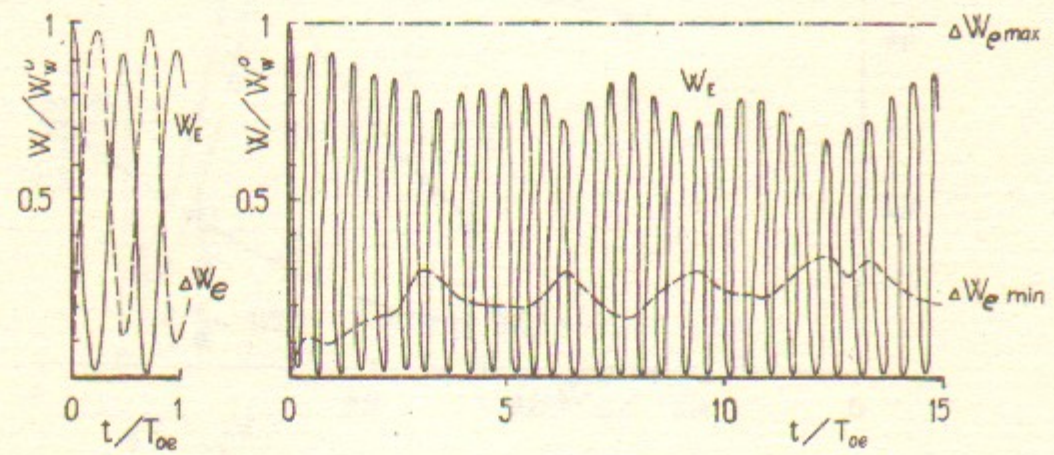


Рис.13а,б. Случай 3-4.

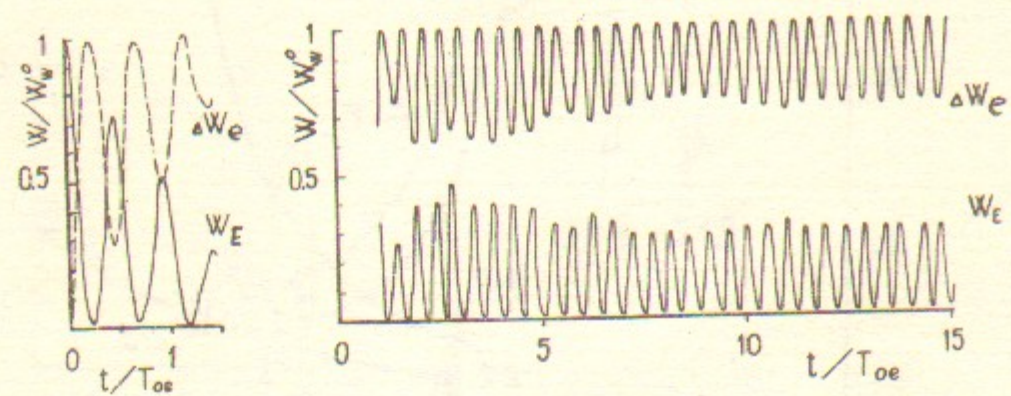


Рис.14а,б. Случай 3-5

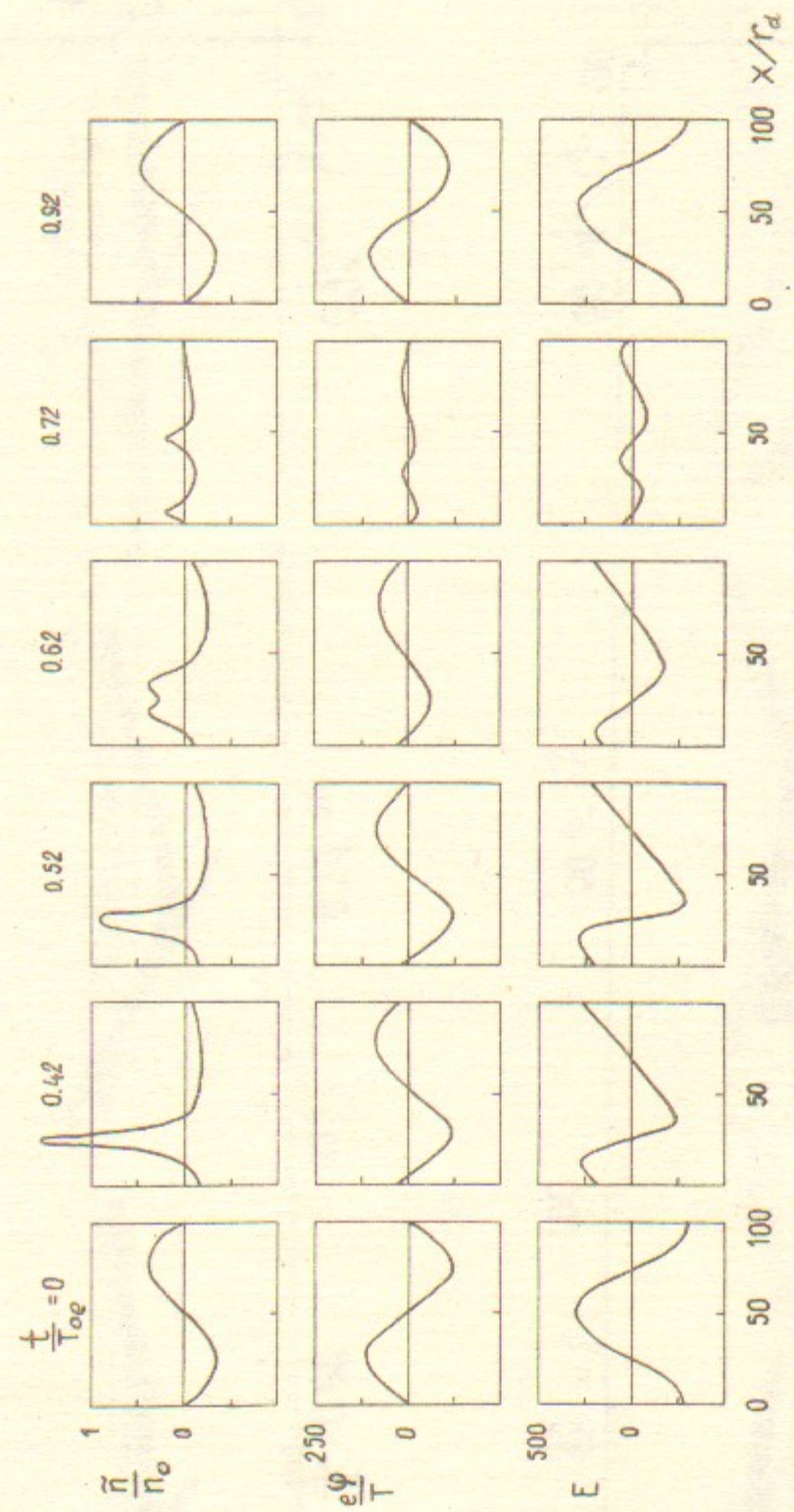
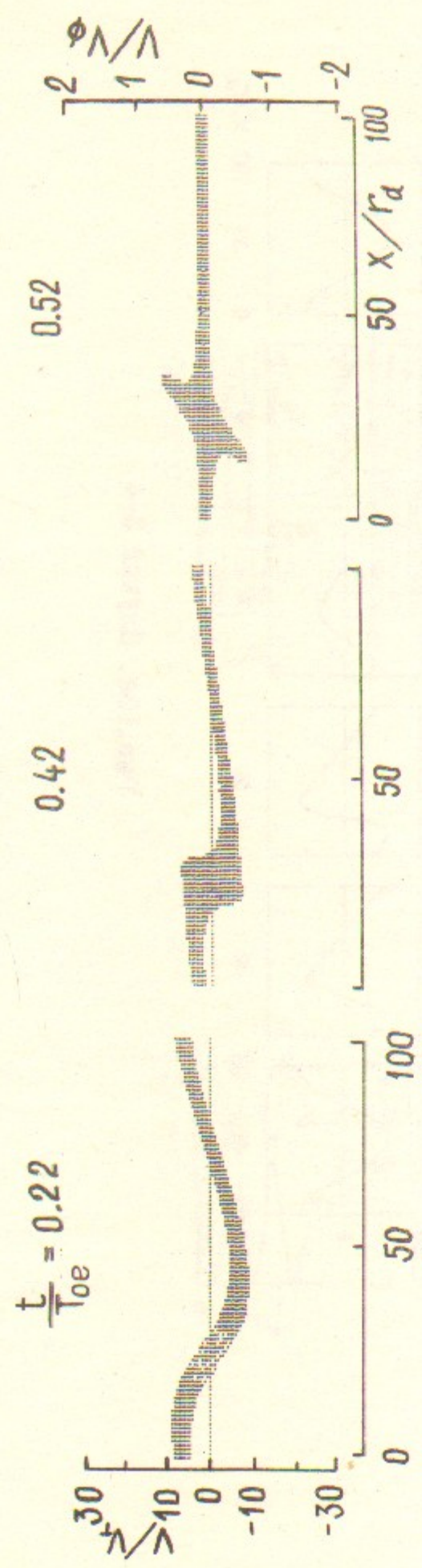


Рис.15а. Случай 3-4





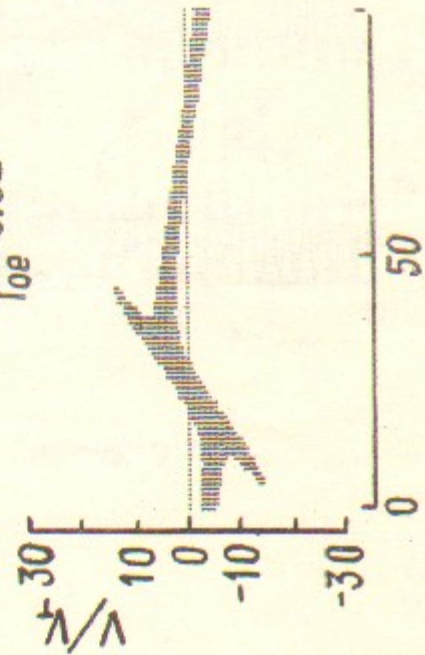
0.42



0.52



$\frac{t}{T_{oe}} = 0.62$



0.72



0.92

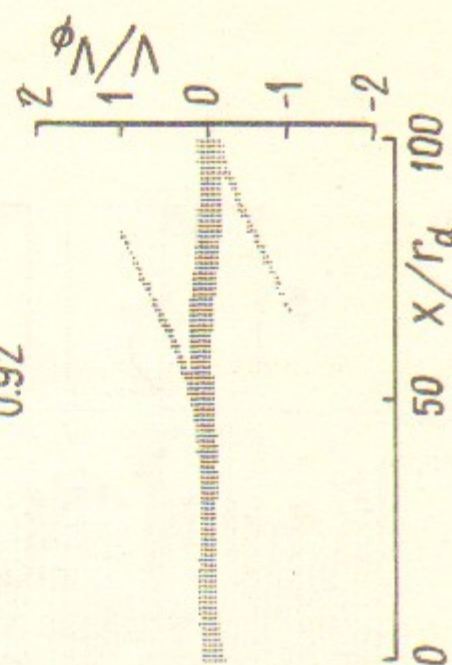
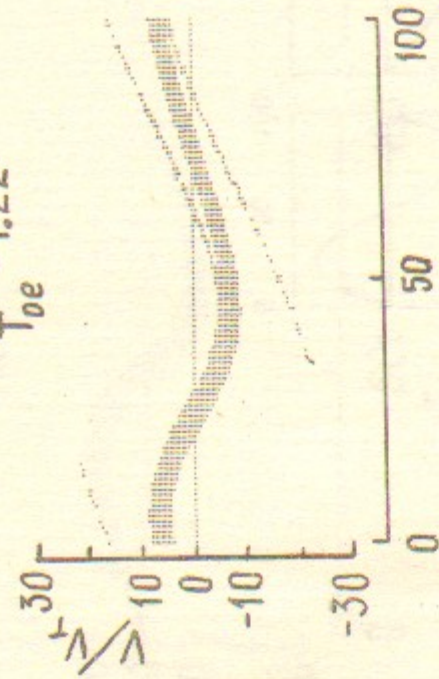
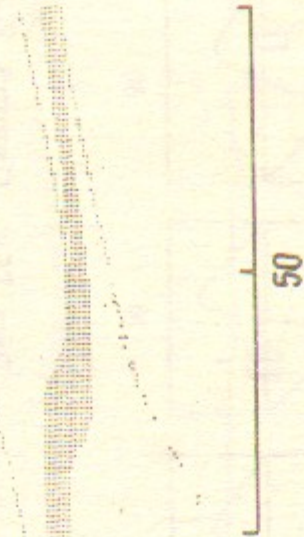


Рис.156. Случай 3-4

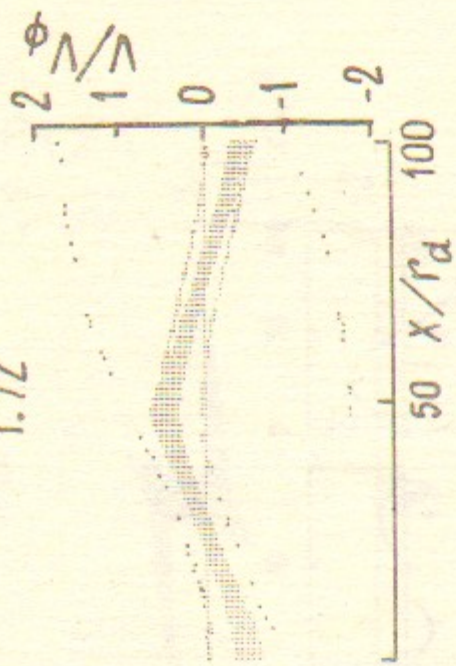
$\frac{t}{T_{oe}} = 1.22$



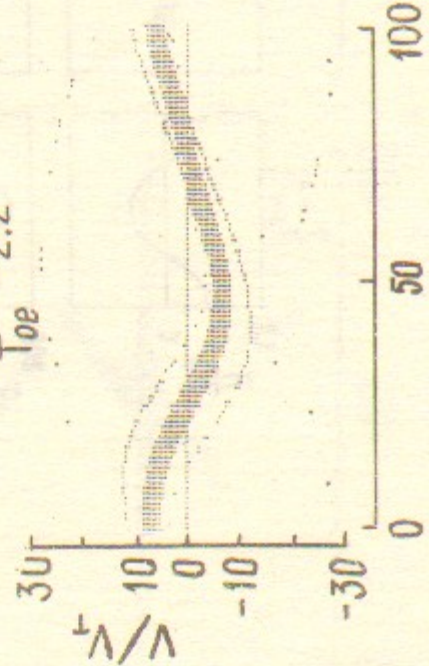
1.42



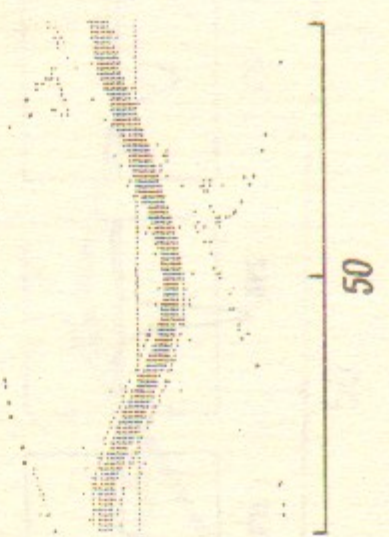
1.72



$\frac{t}{T_{oe}} = 2.2$



4.17



7.17

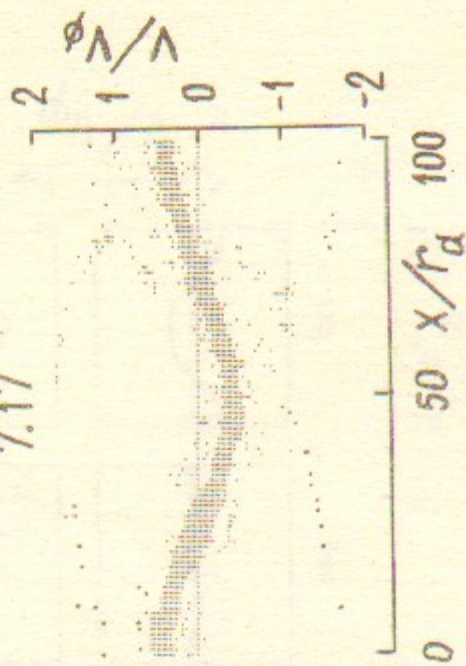


Рис.156 Случай 3-4. Продолжение



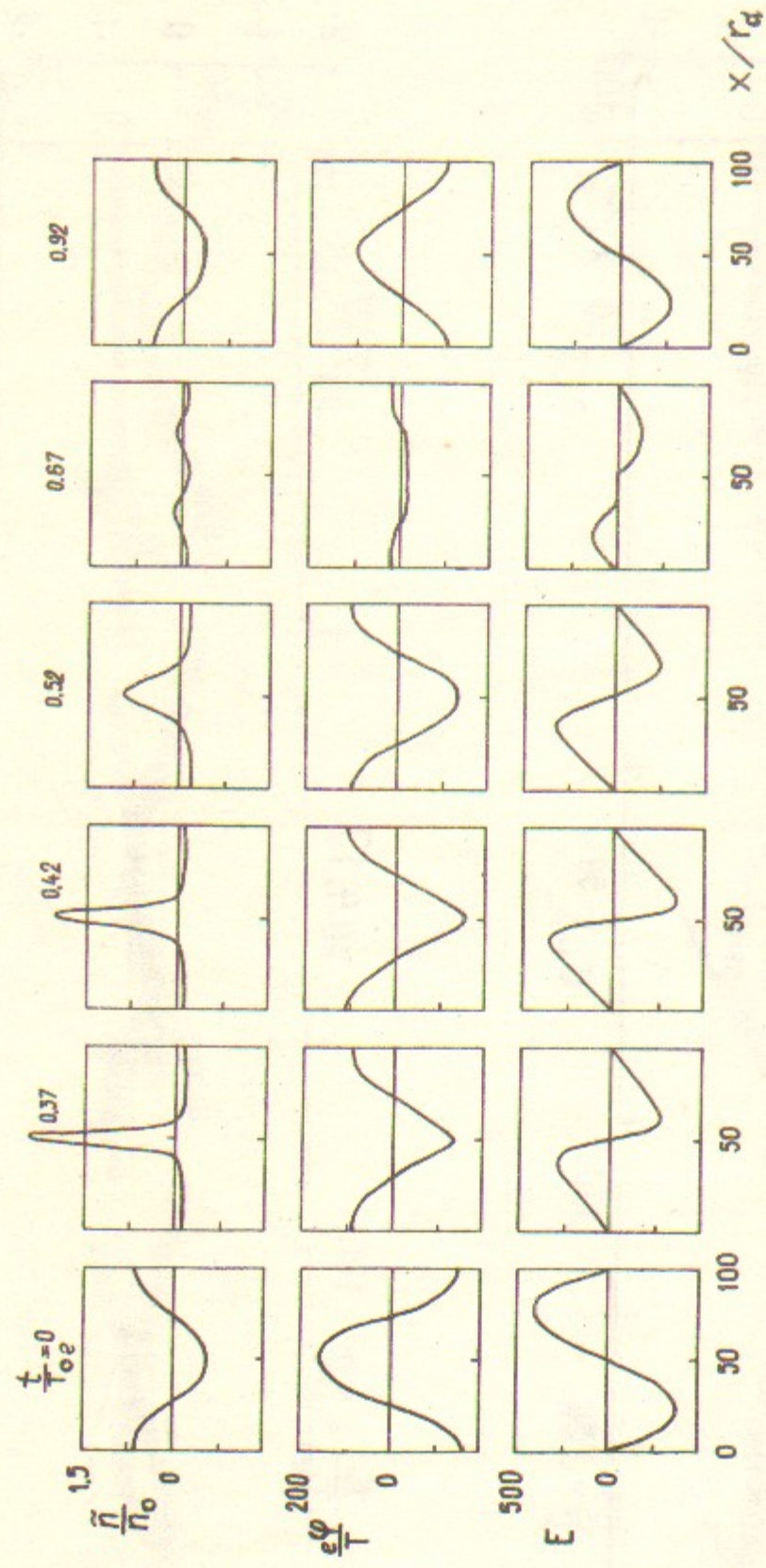


Рис.16а. Случай 3-5

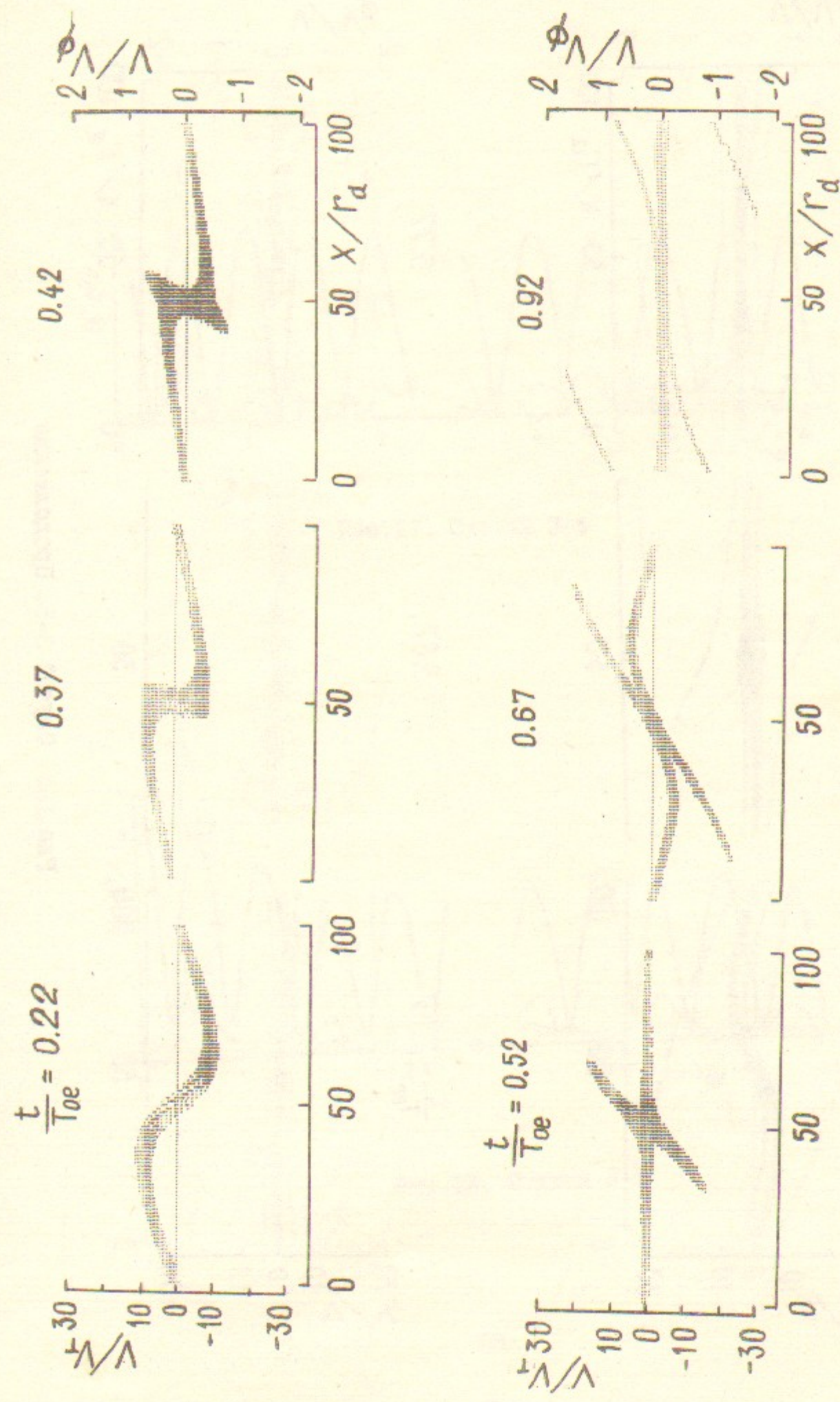


Рис.16б. Случай 3-5



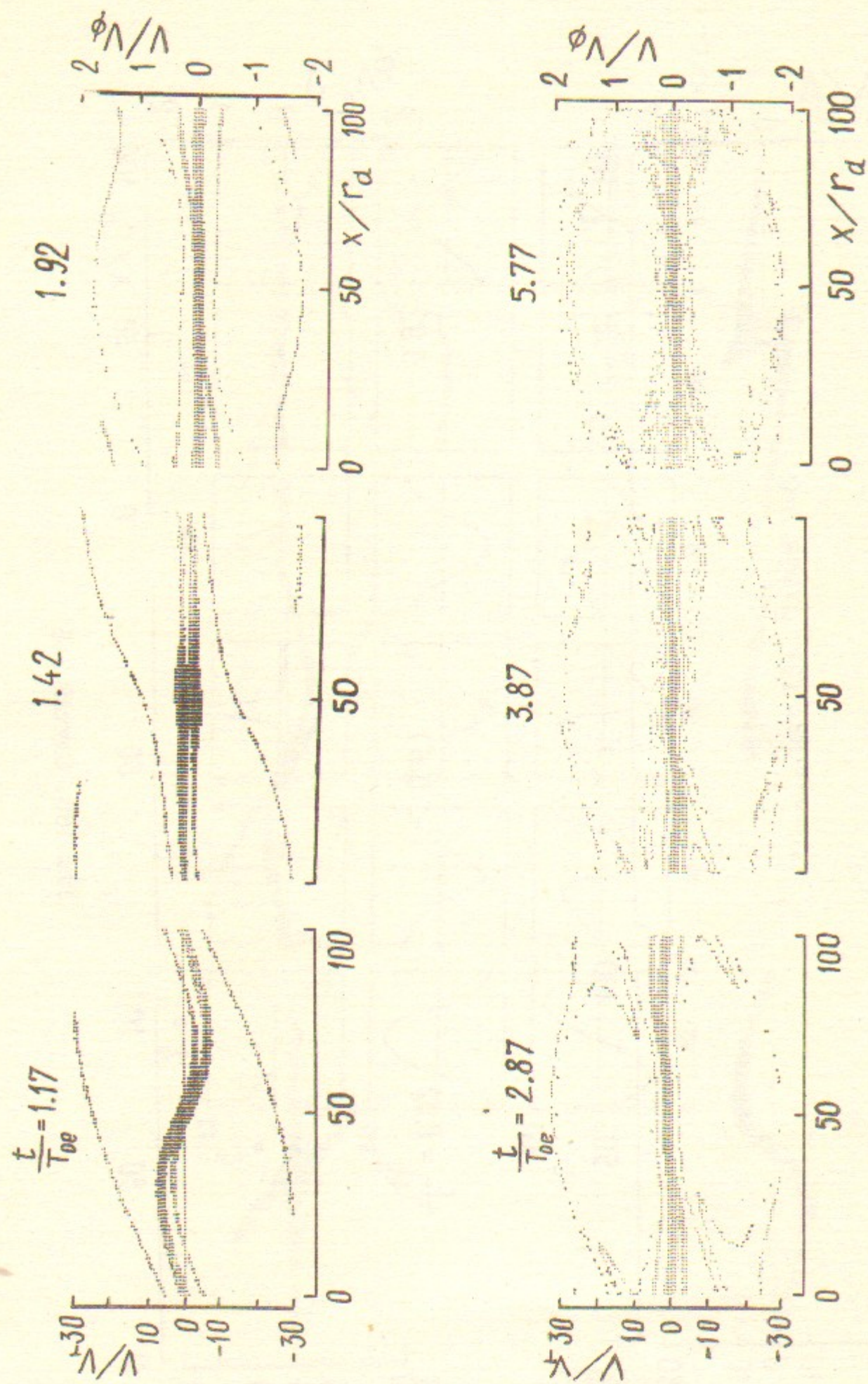


Рис.166. Случай 3-5. Продолжение

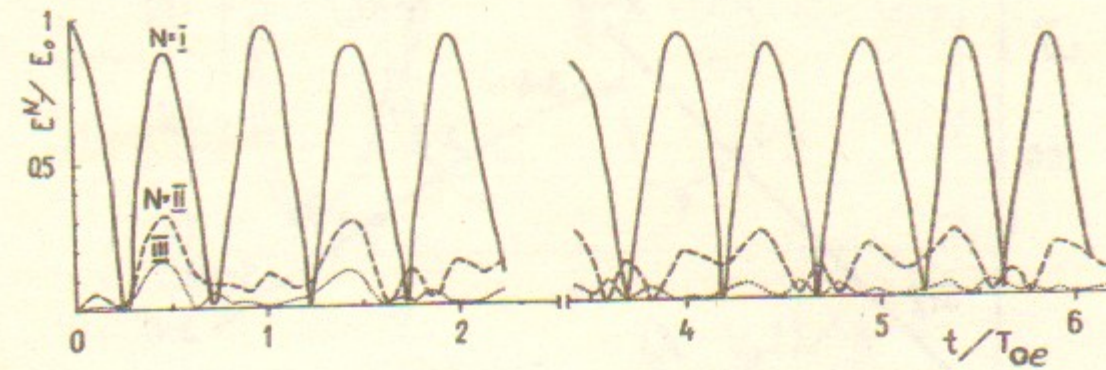


Рис.17. Случай 3-4

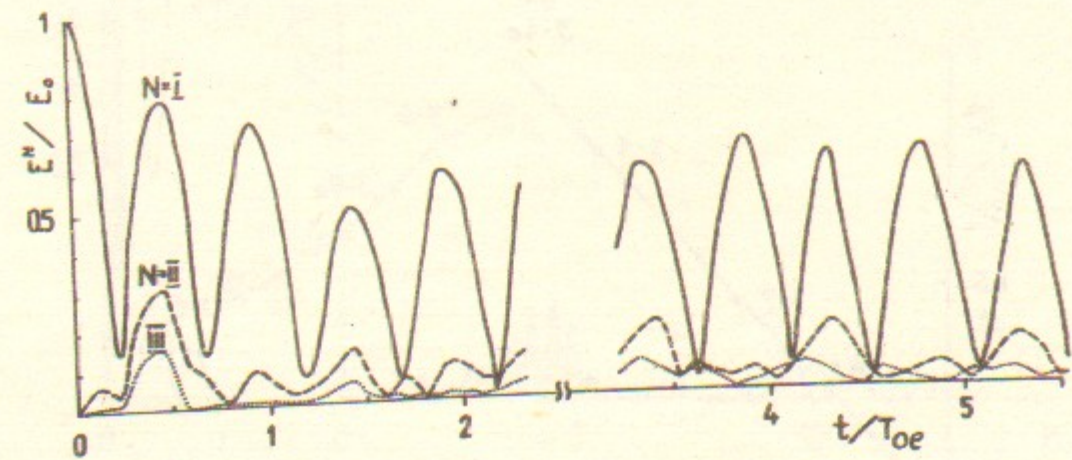


Рис.18. Случай 3-5



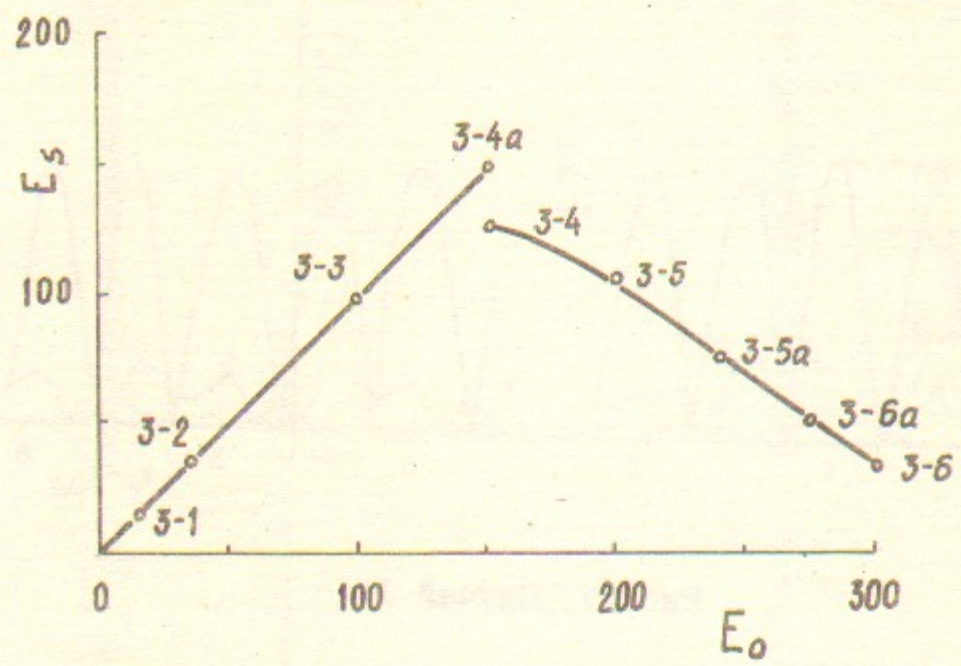


Рис.19а

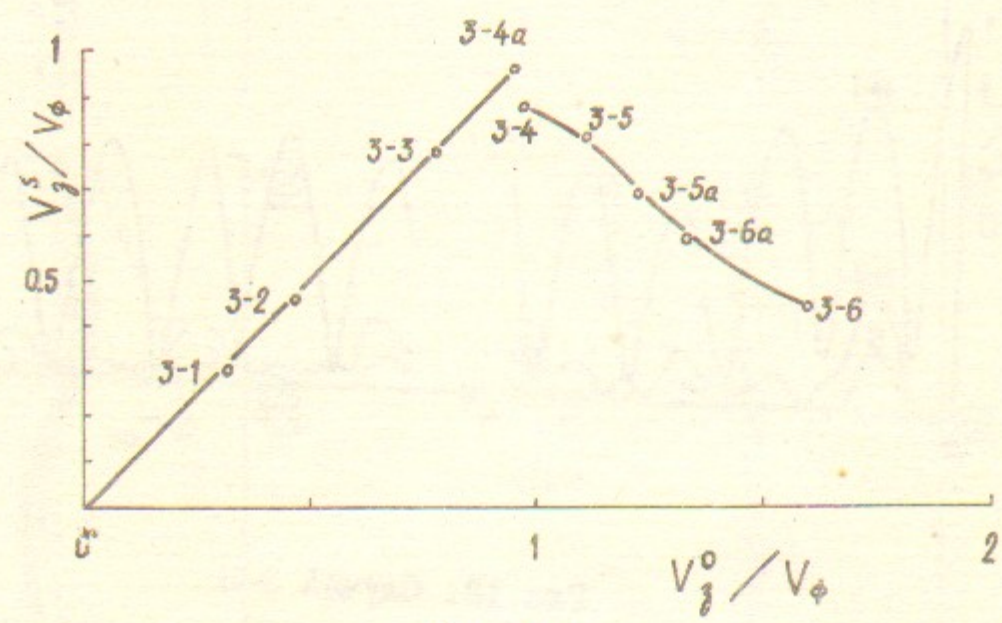


Рис.19б

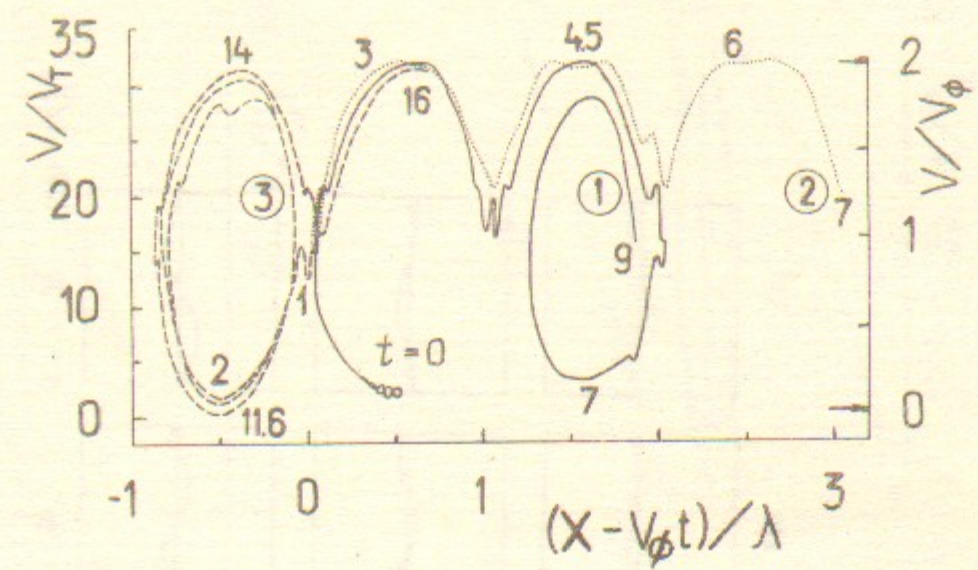


Рис.20 Случай 3-4

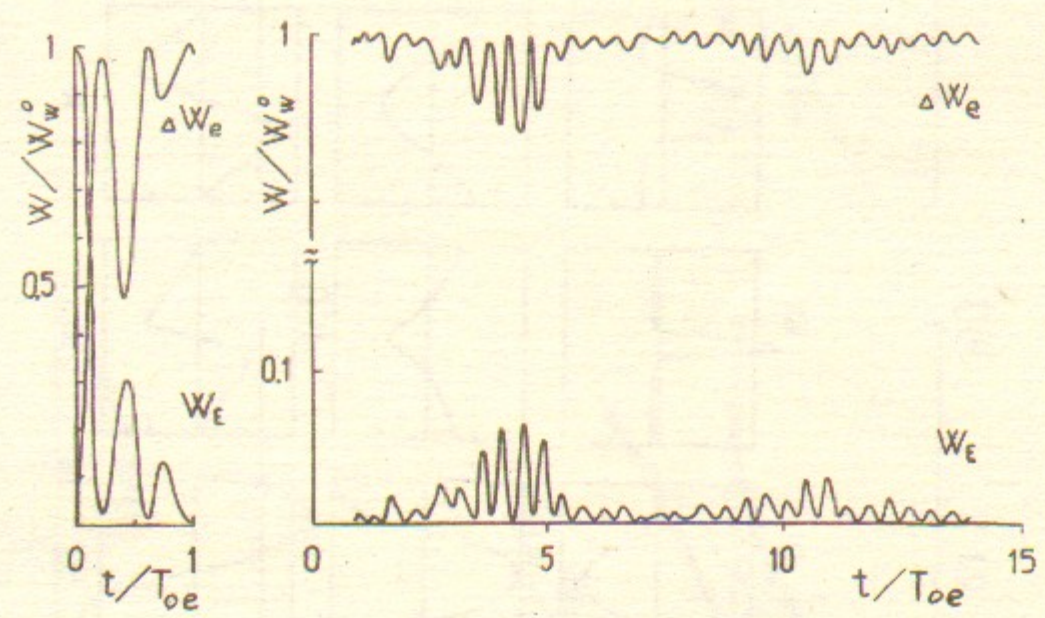


Рис.21а,б. Случай 3-6



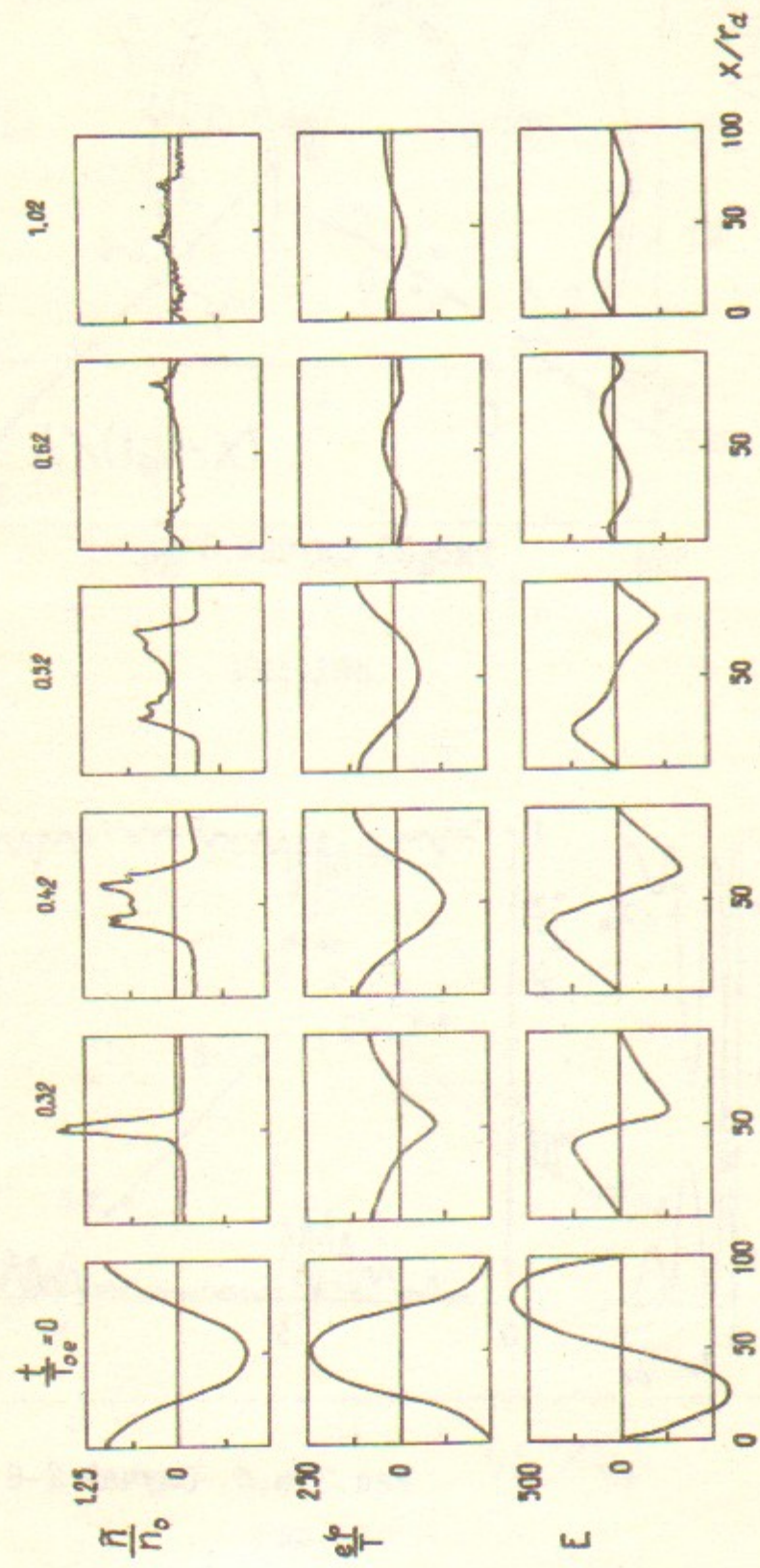


Рис.22а. Случай 3-6

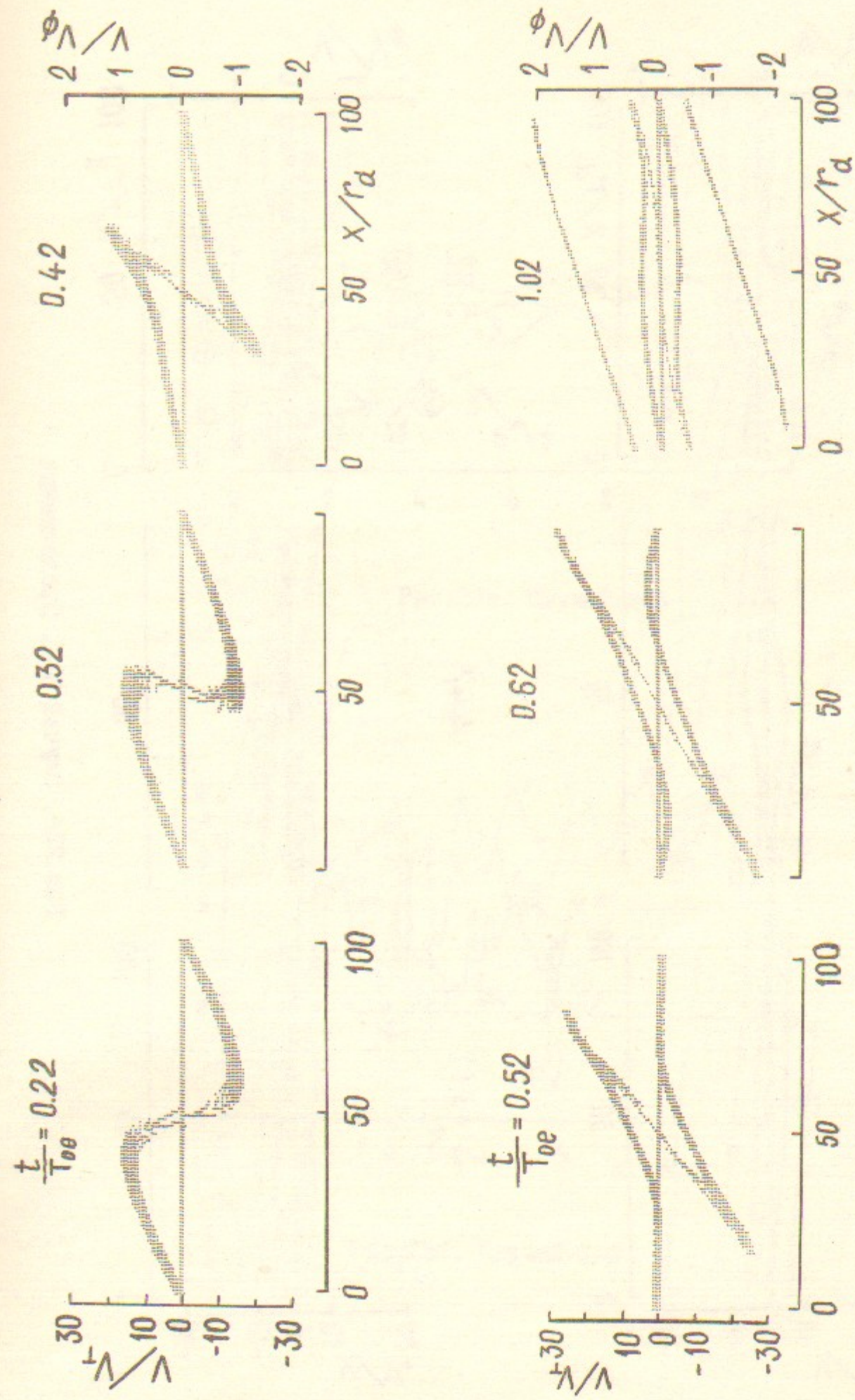


Рис.22б. Случай 3-6



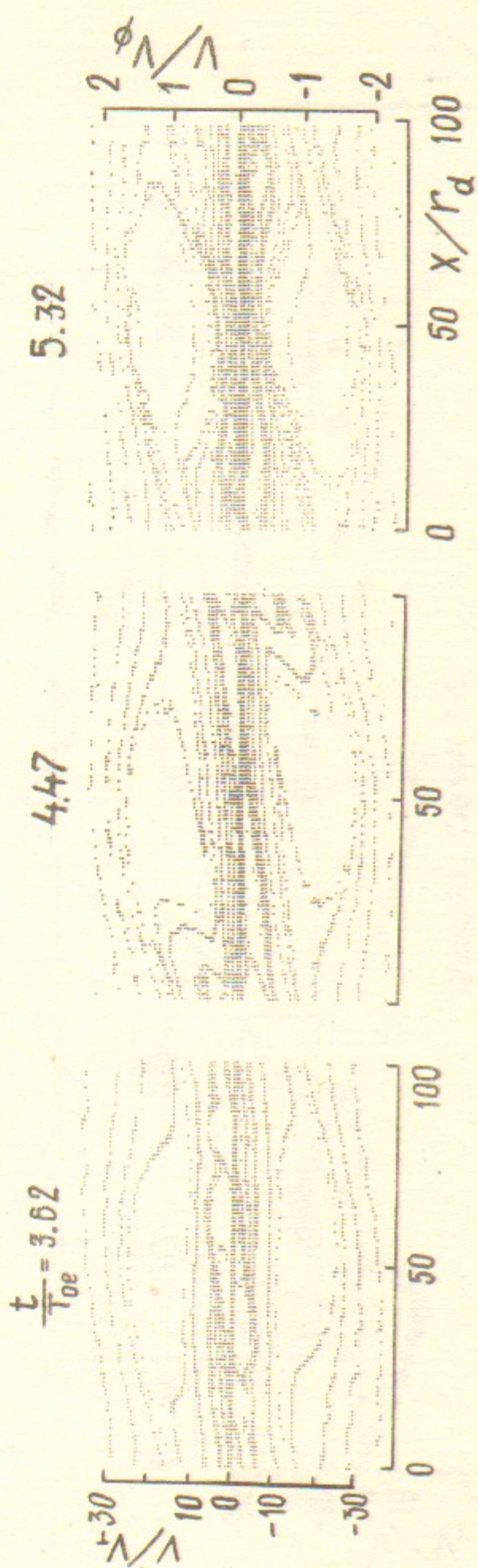
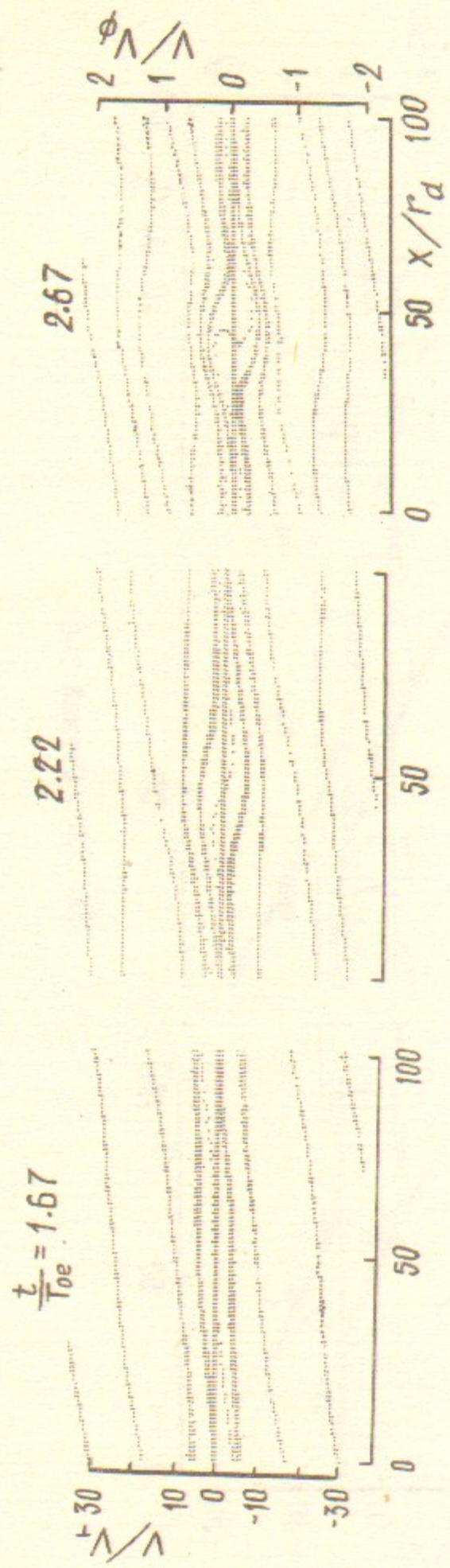


Рис.226. Случай 3-6. Продолжение

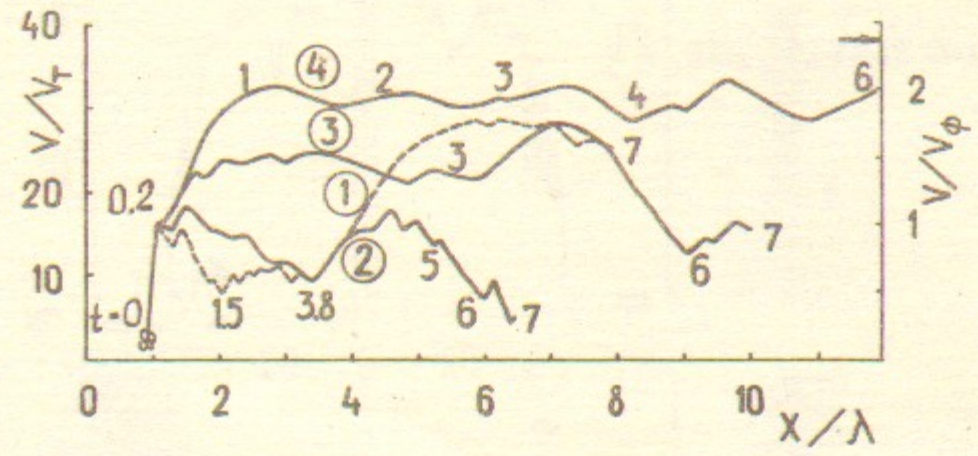


Рис.23а. Случай 3-6

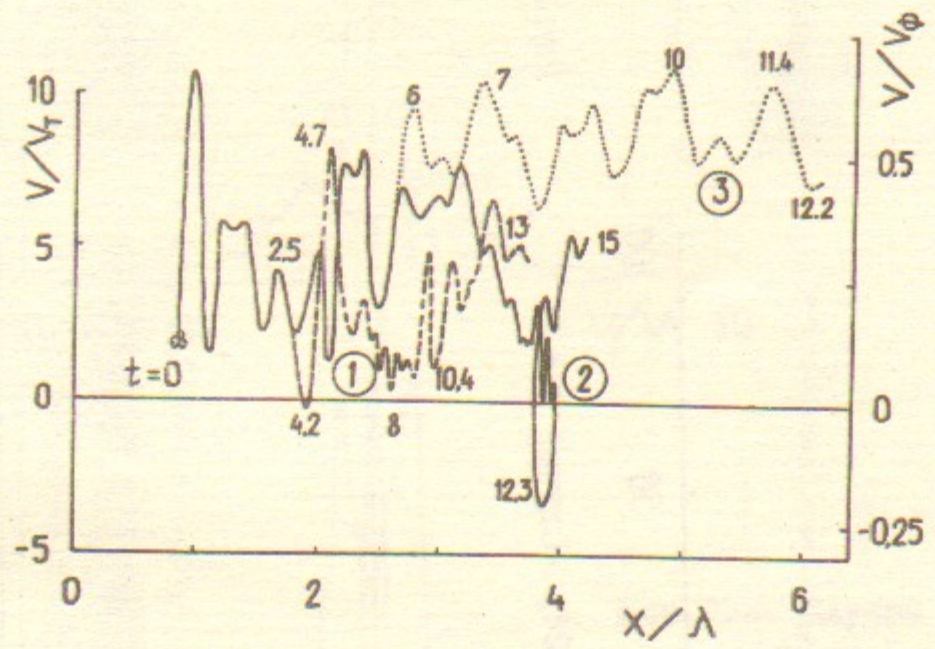


Рис.23б. Случай 3-6



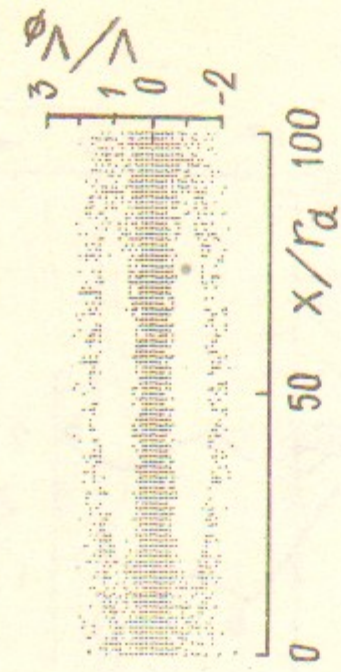


Рис.24в. Случай 3-5а

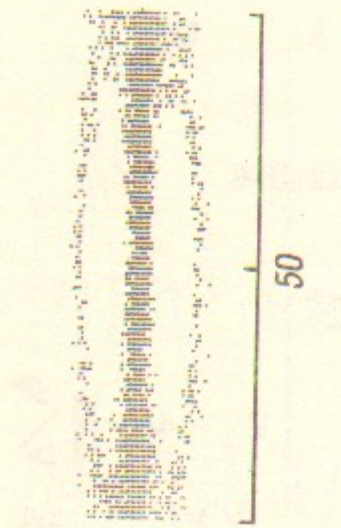


Рис.24б. Случай 3-5

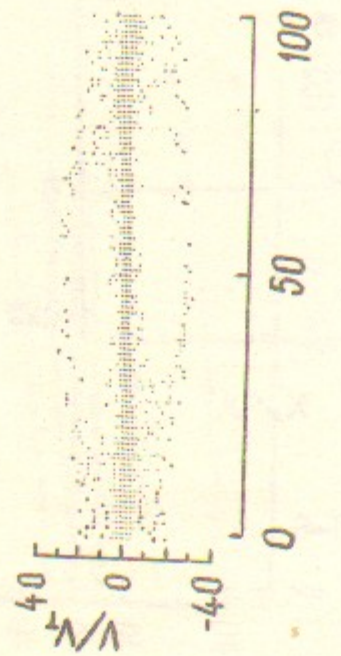


Рис.24а. Случай 3-4

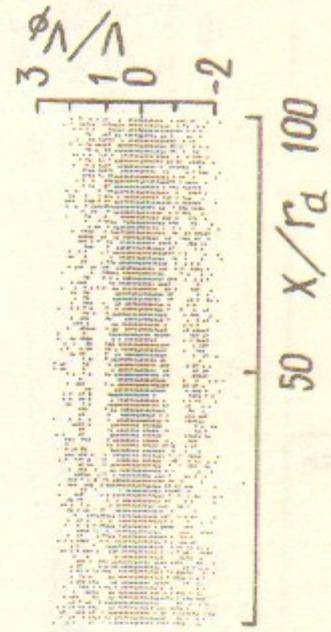


Рис.24д. Случай 3-6

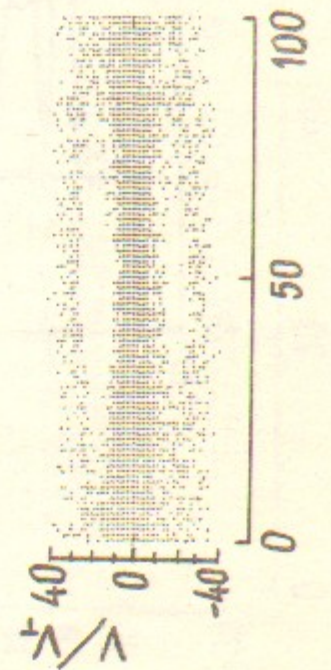


Рис.24г. Случай 3-6а

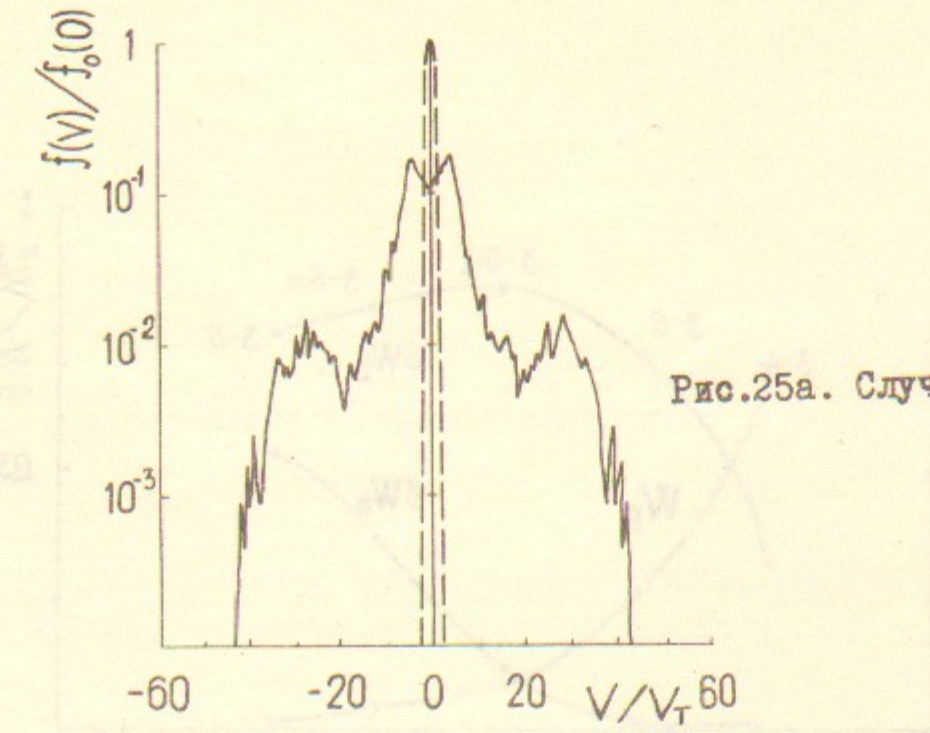


Рис.25а. Случай 3-6

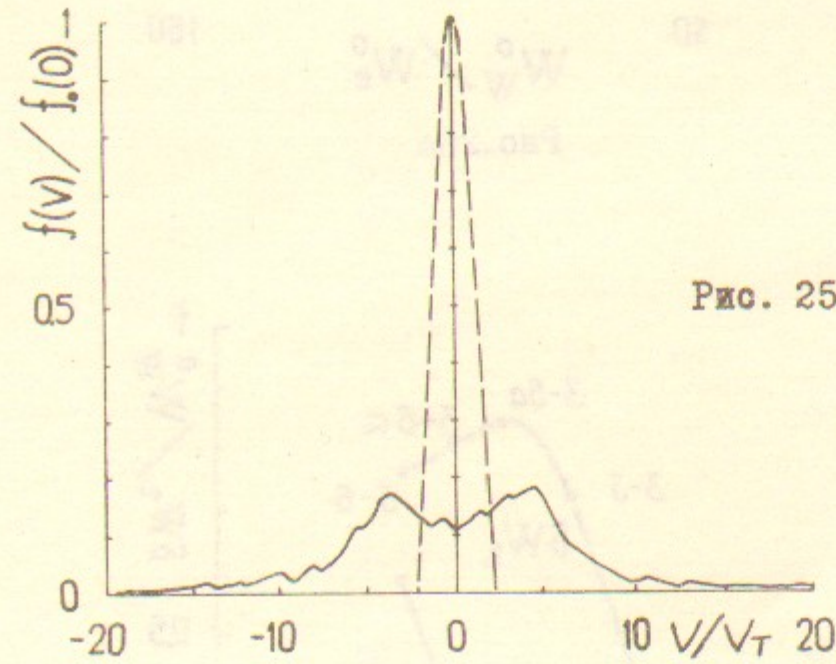


Рис. 25б. Случай 3-6

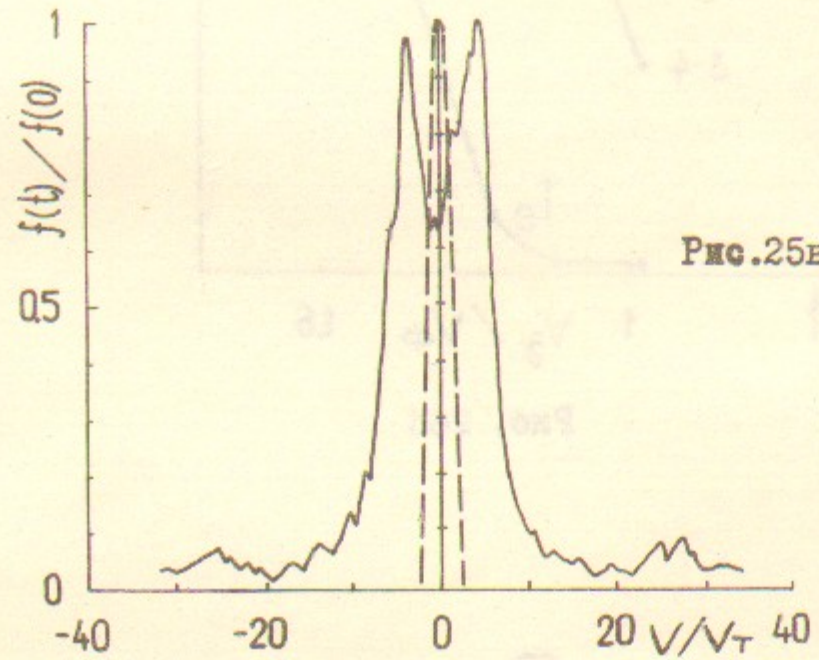


Рис.25в. Случай 3-6



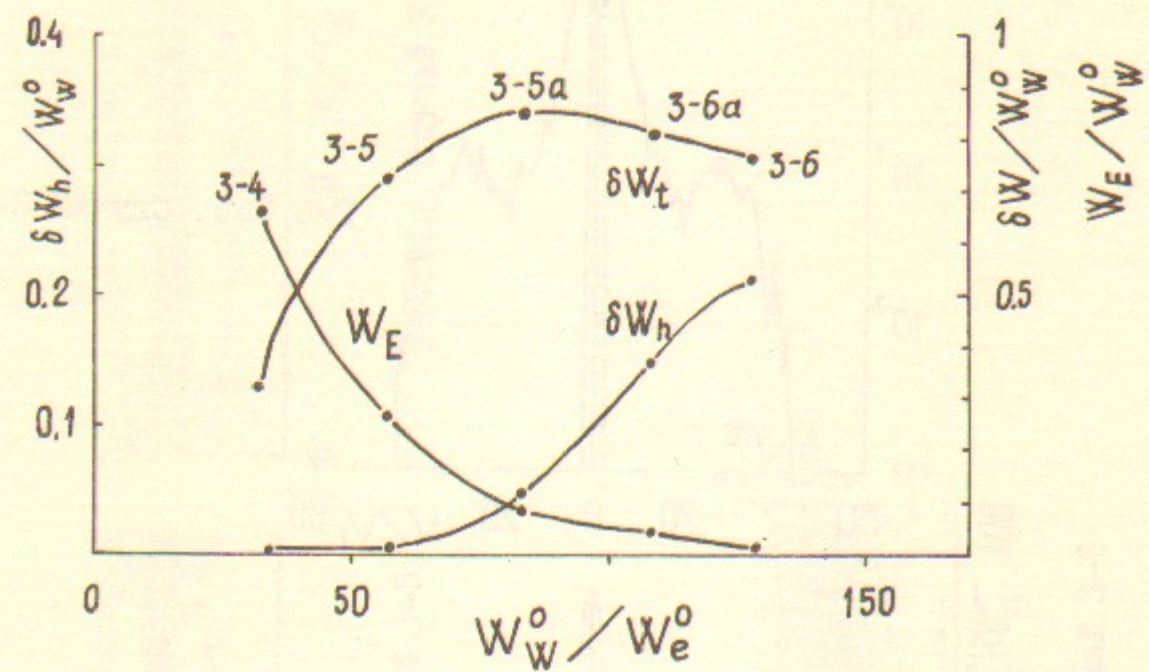


Рис.26а

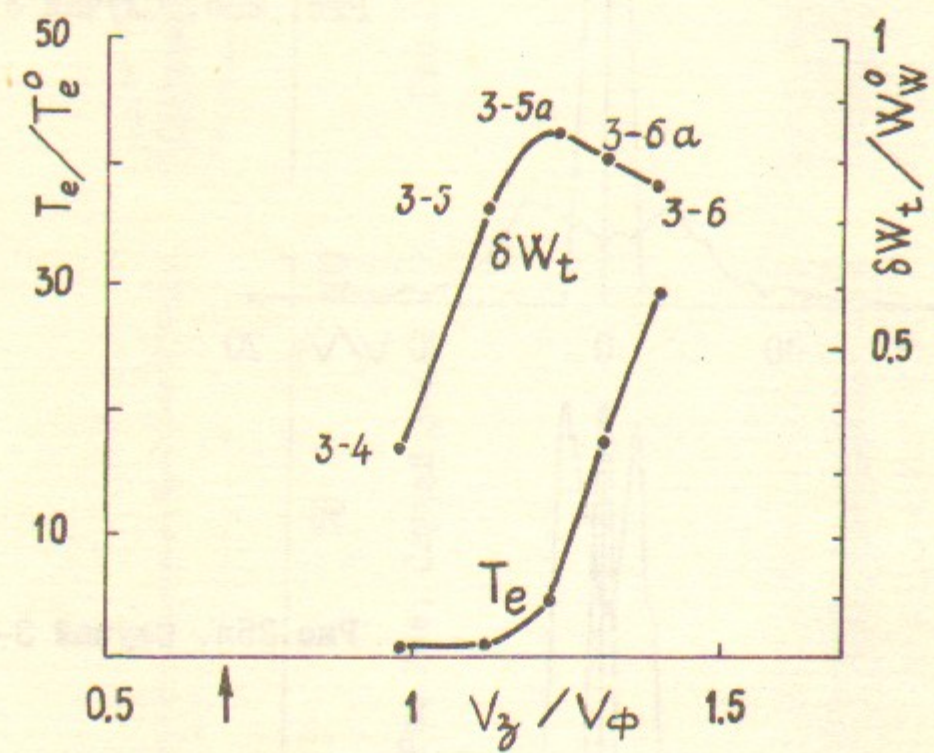


Рис. 26б



Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин

ЛЕНГМЮРОВСКИЕ ВОЛНЫ БОЛЬШОЙ АМПЛИТУДЫ. ЭЛЕКТРОННАЯ  
НЕЛИНЕЙНОСТЬ И СТОХАСТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ. III.

Препринт  
№ 86-155

Работа поступила - II июля 1986г.

---

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов  
Подписано к печати II.X.86г. МН II83I  
Формат бумаги 60x90 I/16 Усл.3,8 печ.л., 3,0 учетно-изд.л.  
Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ № I55.

---

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск, 90