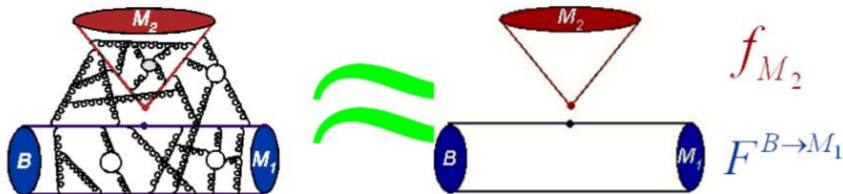


# Поправка к факторизации в $B \rightarrow D^* \omega \pi$

Д. Матвиенко, Л. Кардапольцев, С. Эйдельман

4 октября 2019 г.

# Приближение наивной факторизации



$$\langle M_1 M_2 | (\bar{q}_2 q_3)_{(V \pm A)} (\bar{b} q_1)_{(V \pm A)} | B \rangle \approx \langle M_2 | (\bar{q}_2 q_3)_{(V \pm A)} | 0 \rangle \langle M_1 | (\bar{b} q_1)_{(V \pm A)} | B \rangle$$

$$\downarrow$$

$$f_{M_2}$$

$$\downarrow$$

$$F^{B \rightarrow M_1}$$

**Decay Amplitude:**  $A(\bar{B} \rightarrow M_1 M_2) \propto C_i(\mu) f_{M_2} F^{B \rightarrow M_1}$

# Поправки : разложение $1/N_c$

$$H_{\text{eff}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cb} V_{ud}^* \left\{ \left( c_1(\mu) + \frac{c_2(\mu)}{N_c} \right) (\bar{d}u)_{V-A} (\bar{c}b)_{V-A} + \frac{c_2(\mu)}{2} (\bar{d}t_a u)_{V-A} (\bar{c}t_a b)_{V-A} \right\} + \dots$$

$$\varepsilon_1^{(BD,\pi)}(\mu) \equiv \frac{\langle \pi^- D^+ | (\bar{d}u)_{V-A} (\bar{c}b)_{V-A} | \bar{B}^0 \rangle}{\langle \pi^- | (\bar{d}u)_{V-A} | 0 \rangle \langle D^+ | (\bar{c}b)_{V-A} | \bar{B}^0 \rangle} - 1,$$
$$\varepsilon_8^{(BD,\pi)}(\mu) \equiv \frac{\langle \pi^- D^+ | (\bar{d}t_a u)_{V-A} (\bar{c}t_a b)_{V-A} | \bar{B}^0 \rangle}{2 \langle \pi^- | (\bar{d}u)_{V-A} | 0 \rangle \langle D^+ | (\bar{c}b)_{V-A} | \bar{B}^0 \rangle}.$$

$$a_1^{\text{eff}} = \left( c_1(\mu) + \frac{c_2(\mu)}{N_c} \right) \left[ 1 + \varepsilon_1^{(BD,\pi)}(\mu) \right] + c_2(\mu) \varepsilon_8^{(BD,\pi)}(\mu)$$

$$a_2^{\text{eff}} = \left( c_2(\mu) + \frac{c_1(\mu)}{N_c} \right) \left[ 1 + \varepsilon_1^{(B\pi,D)}(\mu) \right] + c_1(\mu) \varepsilon_8^{(B\pi,D)}(\mu)$$

$$\varepsilon_8 = O(1/N_c)$$

$$\varepsilon_1 = O(1/N_c^2)$$

# Поправки : разложение $1/N_c$

$$H_{\text{eff}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cb} V_{ud}^* \left\{ \left( c_1(\mu) + \frac{c_2(\mu)}{N_c} \right) (\bar{d}u)_{V-A} (\bar{c}b)_{V-A} \right. \\ \left. + \frac{c_2(\mu)}{2} (\bar{d}t_a u)_{V-A} (\bar{c}t_a b)_{V-A} \right\} + \dots$$

$$\varepsilon_1^{(BD,\pi)}(\mu) \equiv \frac{\langle \pi^- D^+ | (\bar{d}u)_{V-A} (\bar{c}b)_{V-A} | \bar{B}^0 \rangle}{\langle \pi^- | (\bar{d}u)_{V-A} | 0 \rangle \langle D^+ | (\bar{c}b)_{V-A} | \bar{B}^0 \rangle} - 1,$$

$$\varepsilon_8^{(BL,\pi)}(\mu) \equiv \frac{\langle \pi^- D^+ | (\bar{d}t_a u)_{V-A} (\bar{c}t_a b)_{V-A} | \bar{B}^0 \rangle}{2 \langle \pi^- | (\bar{d}u)_{V-A} | 0 \rangle \langle D^+ | (\bar{c}b)_{V-A} | \bar{B}^0 \rangle}.$$

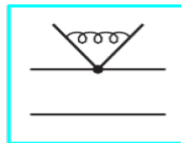
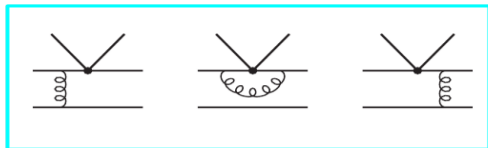
$$a_1^{\text{eff}} = \left( c_1(\mu) + \frac{c_2(\mu)}{N_c} \right) [1 + \varepsilon_1^{(BD,\pi)}(\mu)] + c_2(\mu) \varepsilon_8^{(BD,\pi)}(\mu)$$

$$a_2^{\text{eff}} = \left( c_1(\mu) + \frac{c_2(\mu)}{N_c} \right) [1 + \varepsilon_1^{(B\pi,D)}(\mu)] + c_1(\mu) \varepsilon_8^{(B\pi,D)}(\mu)$$

$$\varepsilon_8 = O(1/N_c)$$

$$\varepsilon_1 = O(1/N_c^2)$$

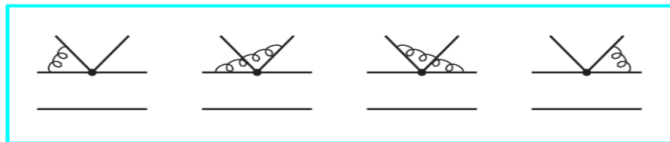
# Поправки : глюонные обмены



$F(B \rightarrow D)$



$f_x$



**Поправки растут с ростом  $M(x)/E(x)$**

# Тест факторизации

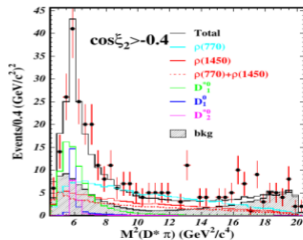
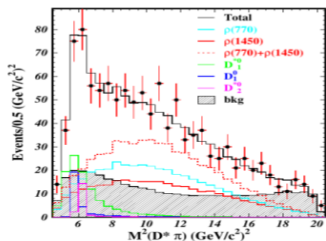
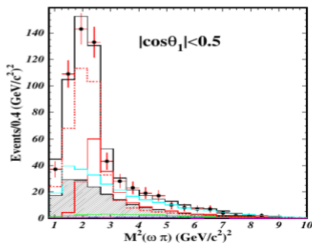
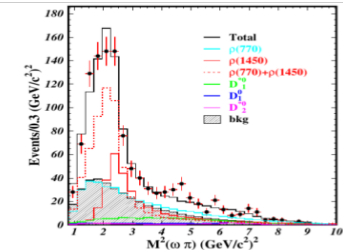
$$B \rightarrow D^{(*)} X, X = \pi\pi, \pi\pi\pi, \pi\pi\pi\pi$$

$$\frac{d\Gamma(B \rightarrow D^{(*)} X)/dm_X^2}{d\Gamma(B \rightarrow D^{(*)} \ell\bar{\nu})/dm_X^2} = 3\pi \left( c_1(m_b) + \frac{c_2(m_b)}{3} \right)^2 v_X(m_X^2) (1 + \delta_{NF})$$

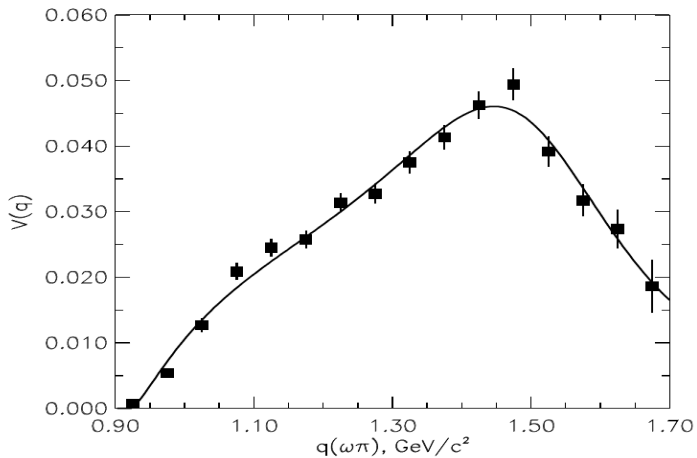
- Нормировка на полулептонный канал  $B \rightarrow D^{(*)} \ell\nu$ .
- Функцию  $v_X(m_X^2)$  можно извлекать из данных  $\tau \rightarrow X\nu_\tau$  и  $e^+e^- \rightarrow X$
- $X = \pi\pi$ . Насыщение  $\rho$ -мезоном. Быстро падающая функция в распределении  $m_X^2$ .
- $X = \pi\pi\pi$ . Вклад от  $a_1(1260)$ .
- $X = \pi\pi\pi\pi$ . Нет выделенного резонанса. Фон от процессов, где один и более пионов излучаются током  $\bar{c}b$ . Ограничение  $X = \omega\pi$ . Сравнение  $\omega\pi$  форм-фактора в данных  $B \rightarrow D^{*}\omega\pi$  и  $\tau \rightarrow \omega\pi\nu_\tau$ ,  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$

# Данные $B \rightarrow D^* \omega \pi$

Belle (2015) : PRD 92, 012013 (2015)



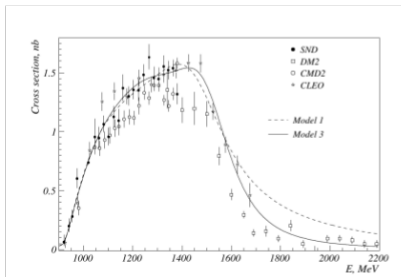
CLEO (2000) : PRD 6, 072003 (2000)



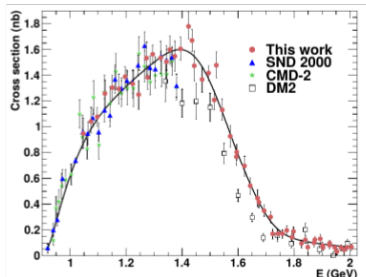


# Данные $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$

SND (до 1.4 ГэВ):  
Phys. Lett. B 486, 29 (2000)

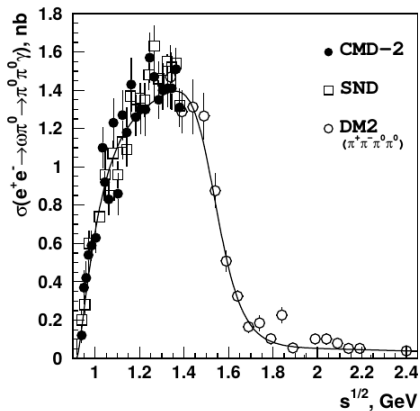
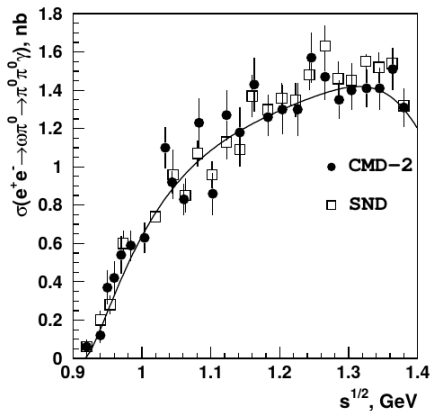


SND (от 1.05 ГэВ до 2.00 ГэВ):  
PRD 94, 112001 (2016)



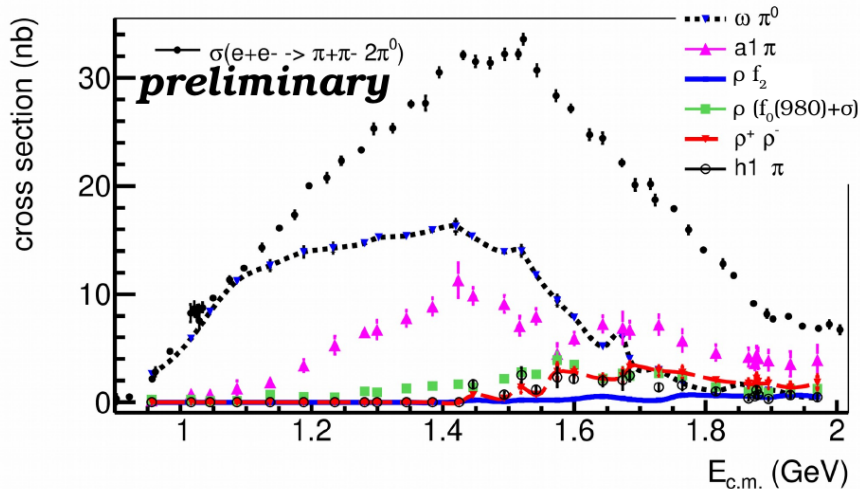
# Данные $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$

CMD2 (до 1.38 ГэВ) : Phys. Lett. B 562, 173 (2003)



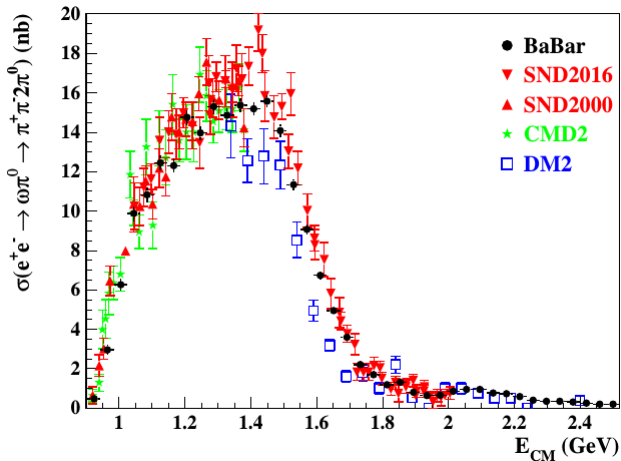
# Данные $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$

CMD3 (до 2.00 ГэВ) : EPJ Web of Conf 212, 03008 (2019)



# Данные $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$

BaBar (до 2.50 ГэВ) : PRD 96, 092009 (2017)



# $\omega\pi$ форм-фактор из В-распадов

$$M_{\text{sig}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cb} V_{ud}^* a_1(m_b) F_{\omega\pi}^B(q^2) \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} J_\mu^{(B \rightarrow D^*)} v_\nu^* q_\alpha p_\beta$$

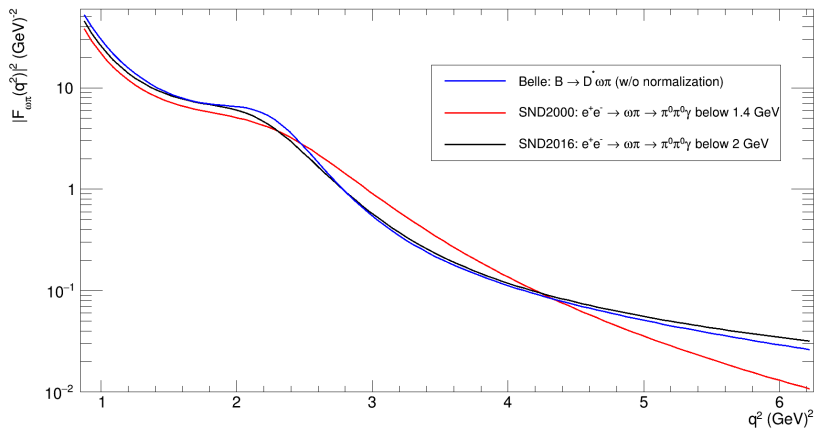
$$F_{\omega\pi}^B(q^2) = \tilde{g} f_{\omega\pi}(q^2)$$

$$f_{\omega\pi}(q^2) = \sqrt{q^2} \left( \frac{F_\rho(q^2)}{D_\rho(q^2)} + A_{\rho'} e^{i\phi_{\rho'}} \frac{F_{\rho'}(q^2)}{D_{\rho'}(q^2)} \right)$$

$$F_\rho(q^2) = \frac{1}{1 + (r\rho_\omega)^2}, \quad F_{\rho'}(q^2) = \sqrt{\frac{1 + (r\rho_{0,\omega})^2}{1 + (r\rho_\omega)^2}}$$

$$D_{\rho(\rho')}(q^2) = q^2 - m_{\rho(\rho')}^2 + i\sqrt{q^2} \Gamma_{\rho(\rho')}(q^2)$$

# Функциональная зависимость $\omega\pi$ форм-фактора



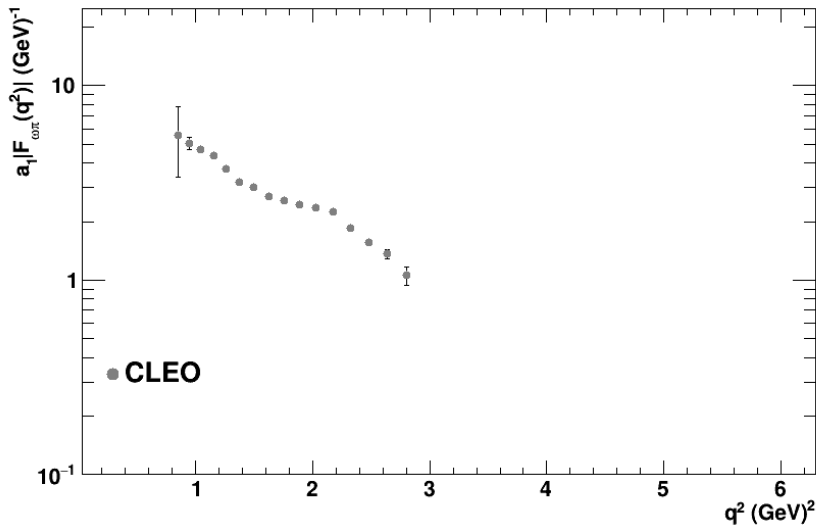
# Нормировка $\omega\pi$ форм-фактора из B-распадов

$$a_1 \tilde{g} = \frac{8\pi\sqrt{3\pi}m_B}{G_F \mathcal{F}(1) |V_{cb}| |V_{ud}|} \sqrt{\frac{f_{\rho+\rho'} \Gamma(B \rightarrow D^* \omega\pi)}{J}}$$

$$J = \int p_\omega^3 p_{D^*} \sqrt{q^2} |f_{\omega\pi}(q^2)|^2 (|f_S(q^2)|^2 + |f_P(q^2)|^2 + |f_D(q^2)|^2) dq^2$$

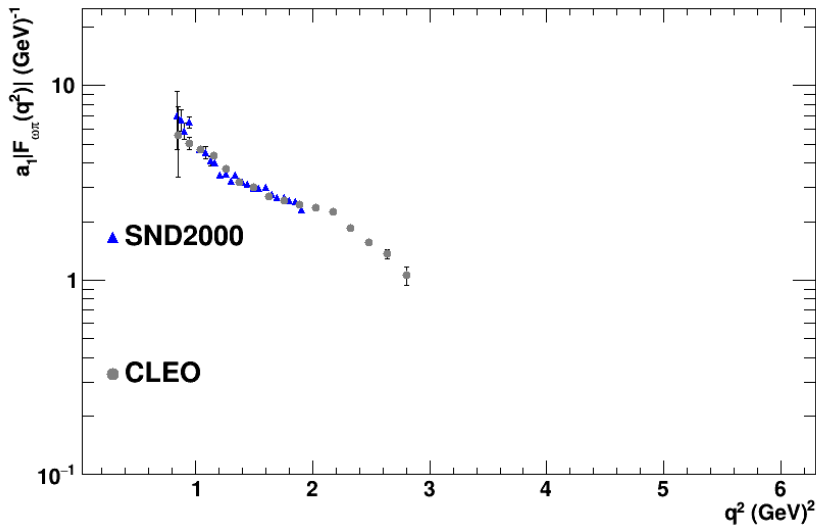
- Функции  $f_S(q^2)$ ,  $f_P(q^2)$  и  $f_D(q^2)$ , а также значение  $\mathcal{F}(1) \times |V_{cb}|$  извлекаются из полулептонных распадов  $B \rightarrow D^* l \nu_l$  в рамках CLN-параметризации. Belle (2019) : PRD 100, 052007 (2019).
- Подгонка данных  $B \rightarrow D^* \omega\pi$  с новыми функциями  $f_S(q^2)$ ,  $f_P(q^2)$  и  $f_D(q^2)$ .
- Результат для нормировки  $a_1 \tilde{g} = 2.66 \pm 0.28$ . В приближении факторизации в NLO  $a_1 = 1.02 \pm 0.02$ . Следовательно,  $\tilde{g} = 2.61 \pm 0.28$ ,  $f_\rho = (0.220 \pm 0.001) \text{ ГэВ}$ ,  $g_{\rho\omega\pi} = (11.9 \pm 1.3) \text{ ГэВ}^{-1}$ .

# Сравнение $\omega\pi$ форм-фактора

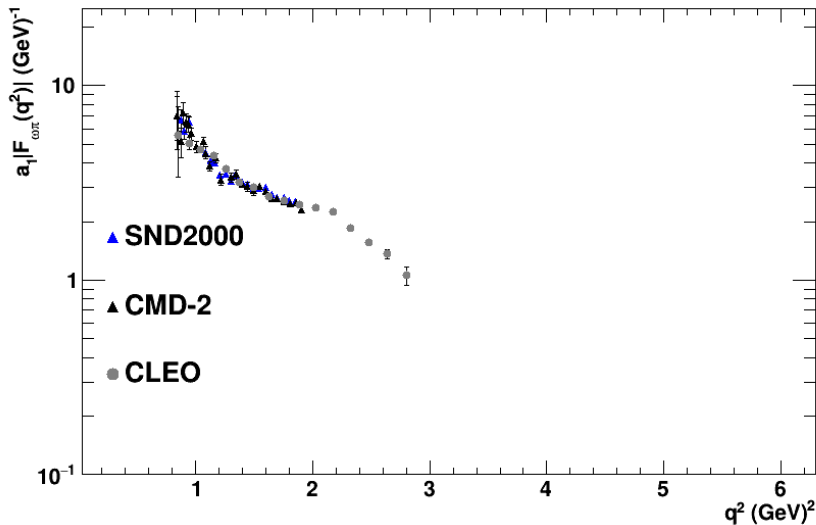




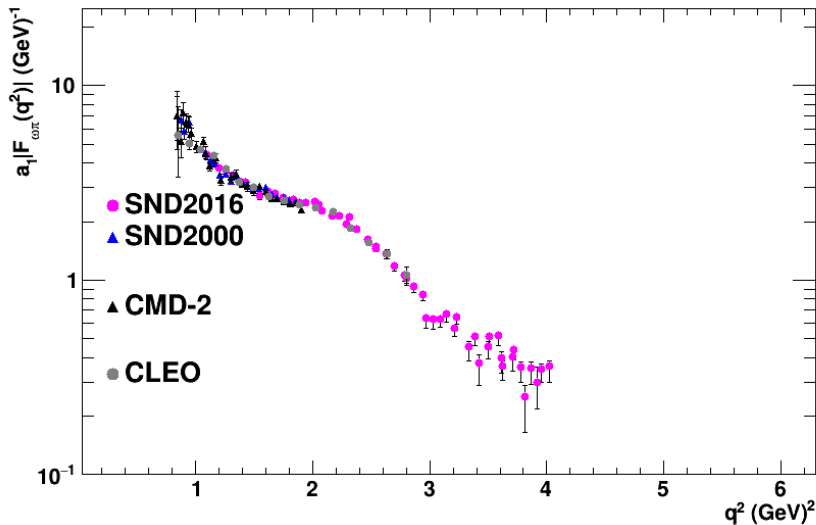
# Сравнение $\omega\pi$ форм-фактора



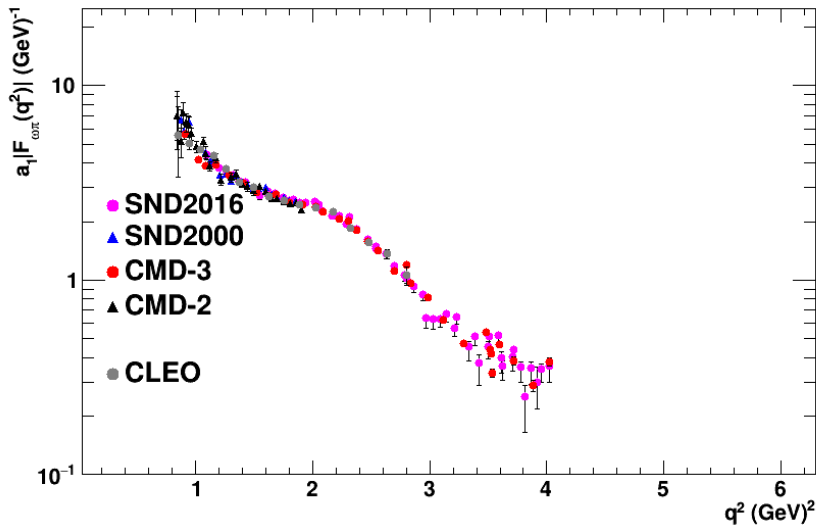
# Сравнение $\omega\pi$ форм-фактора



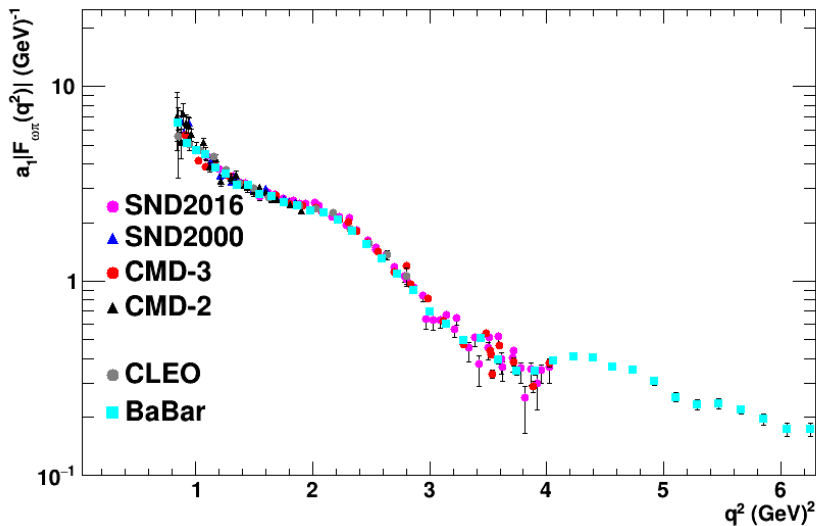
# Сравнение $\omega\pi$ форм-фактора



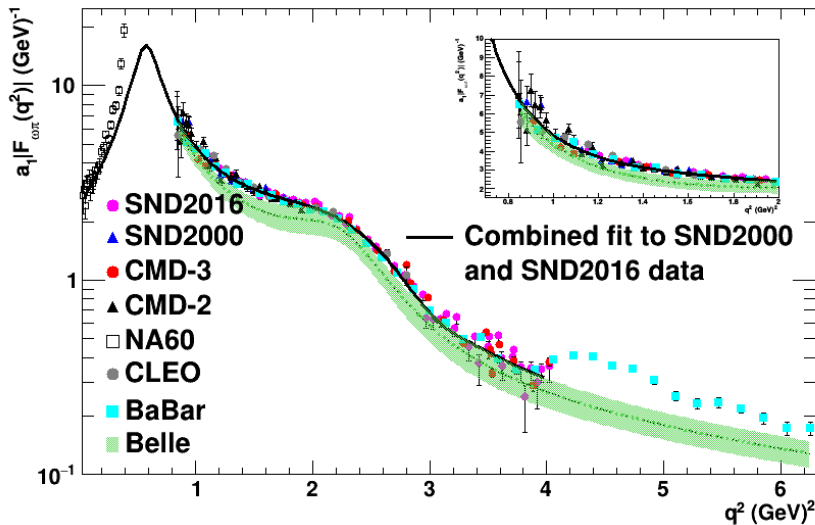
# Сравнение $\omega\pi$ форм-фактора



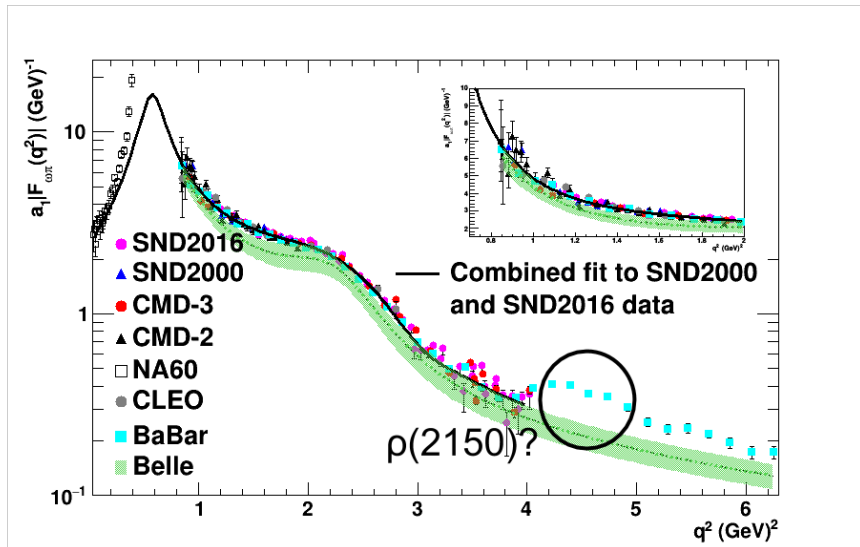
# Сравнение $\omega\pi$ форм-фактора



# Сравнение $\omega\pi$ форм-фактора



# Сравнение $\omega\pi$ форм-фактора



# Заключение

- Сравнение форм-фактора системы  $X$  из данных  $B$ -распадов и данных  $\tau$  и  $e^+e^-$  (в рамках CVC) может пролить свет на механизмы нарушения приближения факторизации в нелептонных  $B$ -распадах.
- Интересно сделать сравнение для систем  $X = \pi\pi$ ,  $X = \omega\pi$  или  $X = \pi\pi\pi$ . Для прецизионного теста требуется большая статистика  $B$ -распадов, что возможно на LHCb и Belle II.
- Сделана попытка для  $X = \omega\pi$  на основе данных с Belle. Большие неопределенности в извлечении  $\omega\pi$  форм-фактора не позволяют наблюдать поправки к факторизации.
- Принимая во внимание, что  $a_1\tilde{g} = 2.66 \pm 0.28$  и подгоняя SND-данные моделью, использовавшейся для данных Belle, можно получить, что  $a_1^{\text{eff}} = 0.87 \pm 0.09$ . Это меньше, чем в приближении факторизации  $a_1 = 1.02 \pm 0.02$ , но согласуется с ним в пределах ошибок.