

Измерение $\Gamma_{ee}(J/\psi)$ с детектором
КЕДР (апробация диссертации)

Харламова Татьяна

Научный руководитель: к. ф.-м. н. Тодышев К. Ю.



31 мая 2019 г.



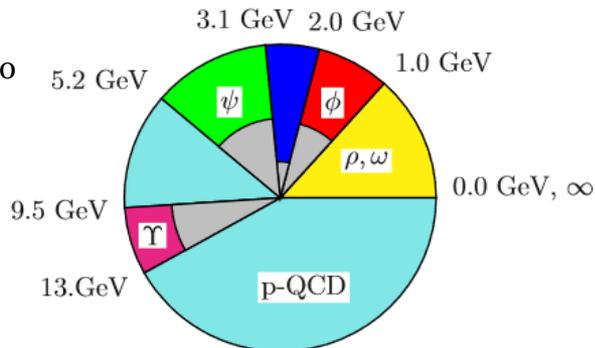
Оглавление

- Введение
- ВЭПП-4М/КЕДР
- Дрейфовая камера
- Идентификация частиц по dE/dx
- Измерение $\Gamma_{ee}(J/\psi)$
- Заключение

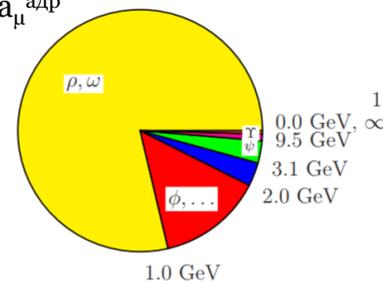
Мотивация

- Полная и лептонная ширины J/ψ -мезона определяются фундаментальными свойствами сильного и электромагнитного взаимодействий c -кварков.
- Точное их знание обеспечивает настройку потенциальных моделей чармония, повышающую предсказательные возможности этих моделей для более сложных кварковых состояний.
- В современных адронных экспериментах, таких как ALICE, ATLAS, CMS, LHCb, ширина J/ψ -мезона:
 - используется для проверки предсказаний, полученных в рамках КХД,
 - имеет методическое значение для определения эффективностей и калибровки детектора.
- Узкие резонансы дают вклад в поляризацию вакуума, и таким образом используются для вычисления R , массы c -кварка и адронного вклада в $(g-2)$ мюона, что делает необходимым повышение точности определения их характеристик

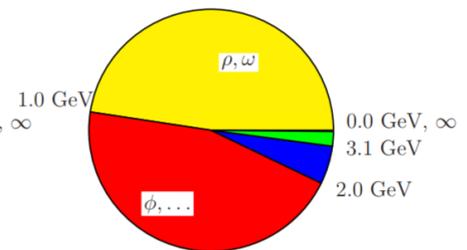
Вклады в поляризацию вакуума адронами



Вклад в $a_\mu^{\text{адр}}$



Ошибка²



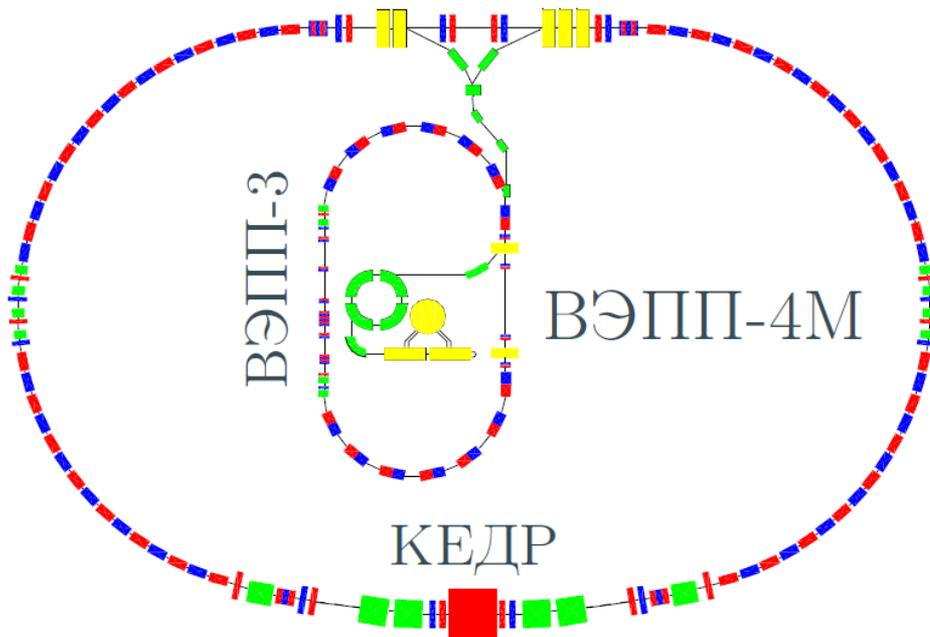
[F. Jegerlehner " $\alpha_{\text{QED,eff}}(s)$ for precision physics at the FCC-ee/ILC"]

[[F. Jegerlehner "The Role of Mesons in Muon $g-2$ " доклад на Meson18]

Результаты для полной и лептонной ширины J/ψ -мезона

	Γ_{ee} , кэВ	Γ , кэВ	комментарии
BES 95	5.14 ± 0.39	84.4 ± 8.9	$e^+e^- \rightarrow$ адроны $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$
BaBar 04	5.53 ± 0.18	92.7 ± 3.1	$e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu\gamma$ ISR
CLEO 06	5.68 ± 0.16	96.1 ± 3.2 (95.1 ± 2.7)	$e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu\gamma$ ISR
КЕДР 10	5.57 ± 0.13	93.2 ± 2.0	$e^+e^- \rightarrow e^+e^-$
BESIII 16	5.59 ± 0.09	93.7 ± 1.6	$e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu\gamma$ ISR
PDG	$5.55 \pm 0.14 \pm 0.02$	92.9 ± 2.8	2018 г.
Решеточные КХД расчёты:			
HISQ	5.48 ± 0.16		
Twisted mass	5.8 ± 0.2		

Ускорительный комплекс ВЭПП-4М

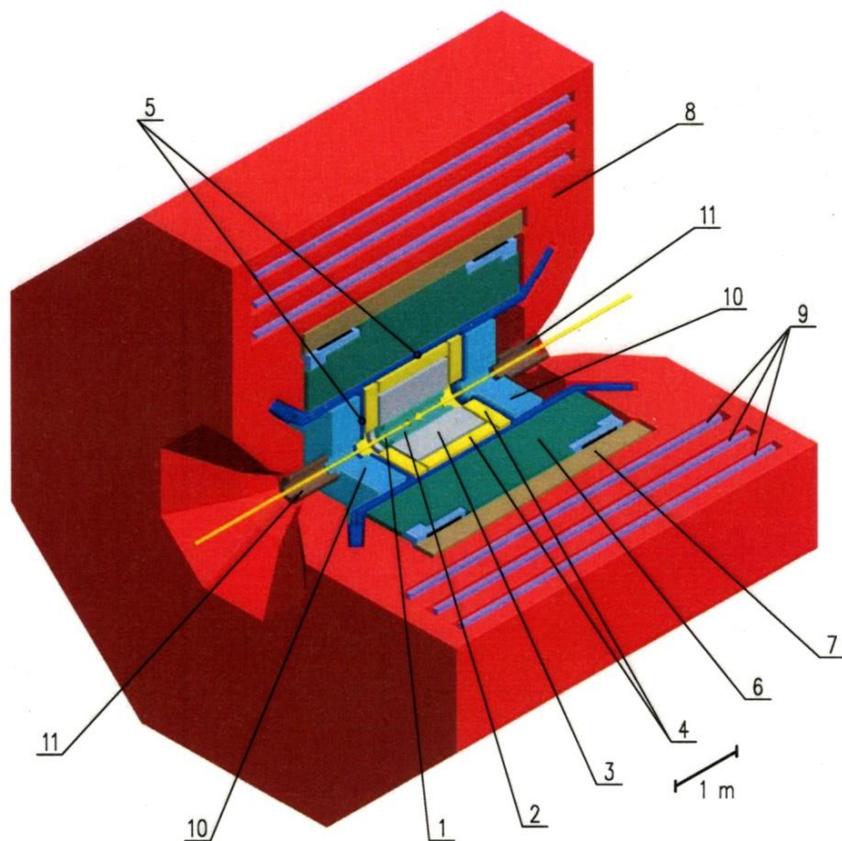


- Энергия пучка $E = 1 - 5$ ГэВ
- Число банчей 2×2
- Для $E = 1.5$ ГэВ
Ток в пучке 1.5 мА
Светимость $10^{30} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$

Измерение энергии пучков:

- методом резонансной деполяризации при точности однократной калибровки 1 кэВ. Точность интерполяции 10-30 кэВ
- методом обратного комптоновского рассеяния с точностью ~ 100 кэВ

Детектор КЕДР



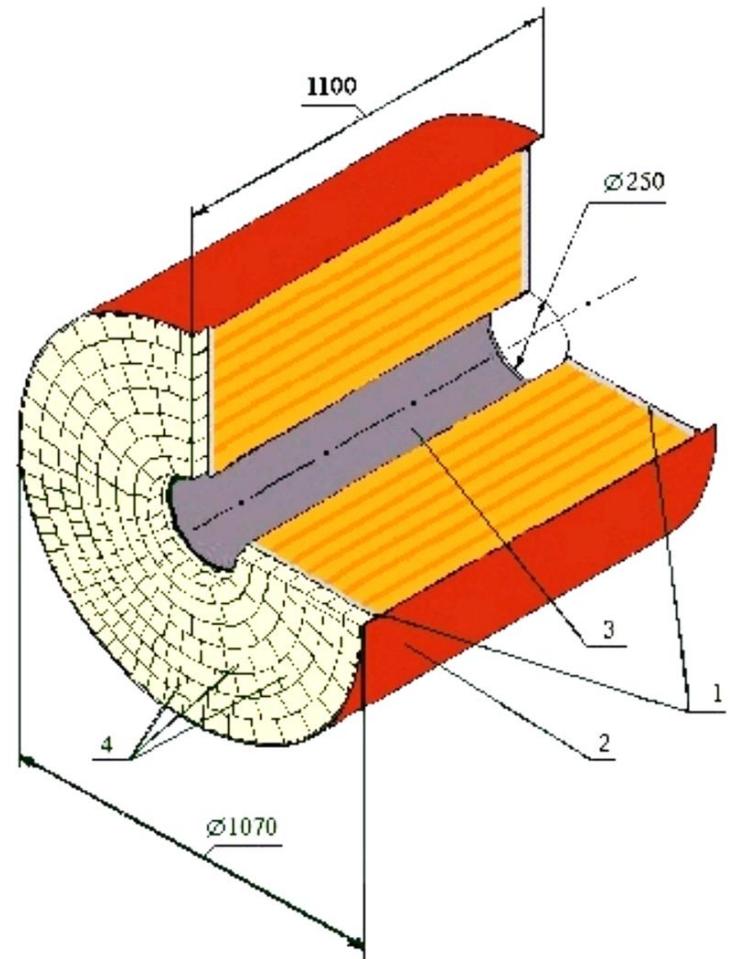
1. Вакуумная камера
2. Вершинный детектор
3. Дрейфовая камера
4. Аэрогелевые черенковские счётчики
5. Времяпролётная система
6. Жидкокриптоновый калориметр
7. Сверхпроводящая катушка
8. Ярмо магнита
9. Мюонная система
10. Торцевой CsI-калориметр
11. Компенсирующие катушки

Дрейфовая камера (ДК) детектора КЕДР

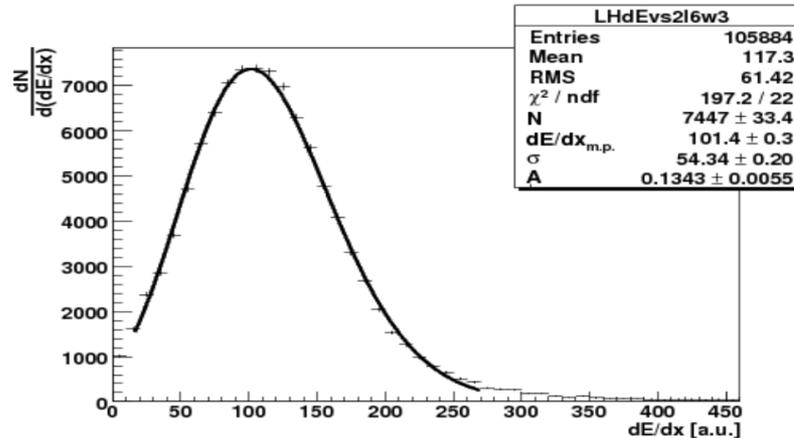
- 7 суперслоев:
4 аксиальных + 3 стерео
- 1512 анодных проволочки
- 42 измерения координаты и dE/dx

Основными особенностями ДК детектора являются:

- конструкция из аксиальных и стерео слоев для измерения продольной координаты;
- Использование ДМЭ («холодного газа») для достижения пространственного разрешения порядка 100 мкм при характерном размере ячейки ~30 мм.

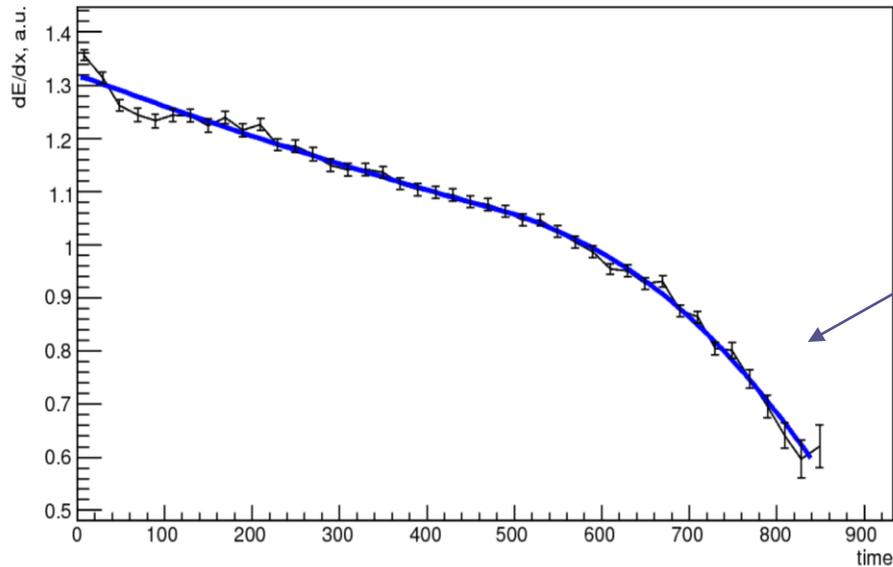


Амплитудные поправки к dE/dx



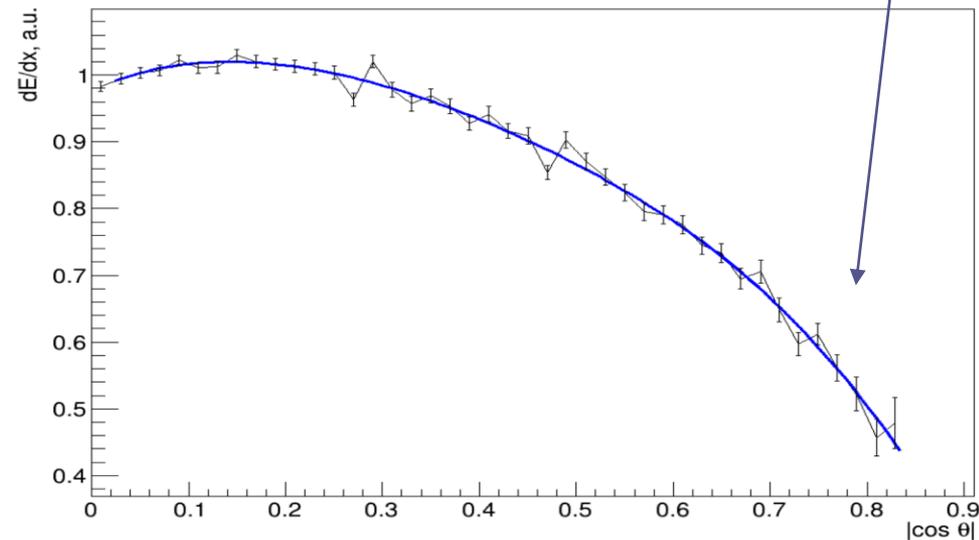
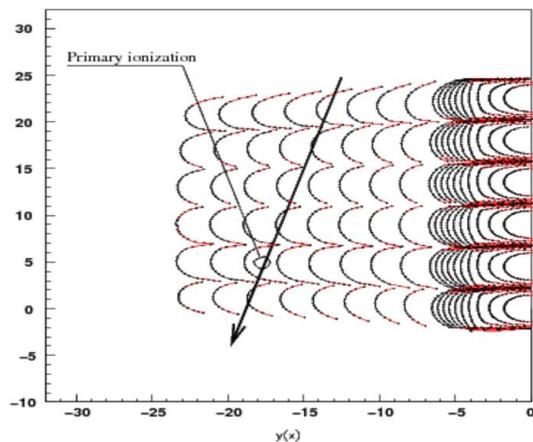
- Поправка на отличие коэффициентов газового усиления для различных анодных проволочек
- Калибровочные константы электроники
- Нормировка на dX
- Коррекция на расстояние от трека до анодной проволочки
- Поправка, связанная с временем дрейфа
- Поправка, определяемая углом наклона трека к анодной проволочке (θ)
- Поправка, определяемая углом наклона трека к линии дрейфа (α)
- Поправка, связанная с продольной координатой (z)

Зависимость dE/dx от времени дрейфа и угла наклона трека к анодной проволочке



Неоднородность изохрон;
длина поглощения ~ 6 см;
пороги дискриминатора

Конечное время
интегрирования и
эффект плотности



Метод вычисления dE/dx на треке

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{трека}} = \frac{\sum_{NUsedHits} \left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{хита}} \cdot W_{\text{хита}}}{\sum_{NUsedHits} W_{\text{хита}}} \quad W_{\text{хита}} = \left(\frac{1}{dX^\alpha}\right)^2, \alpha = 0.23$$

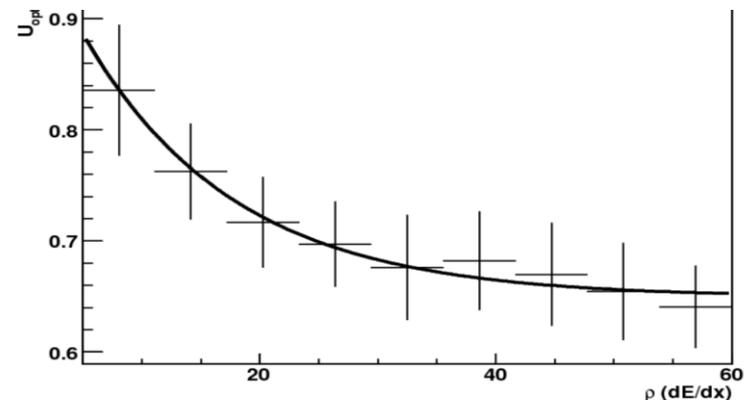
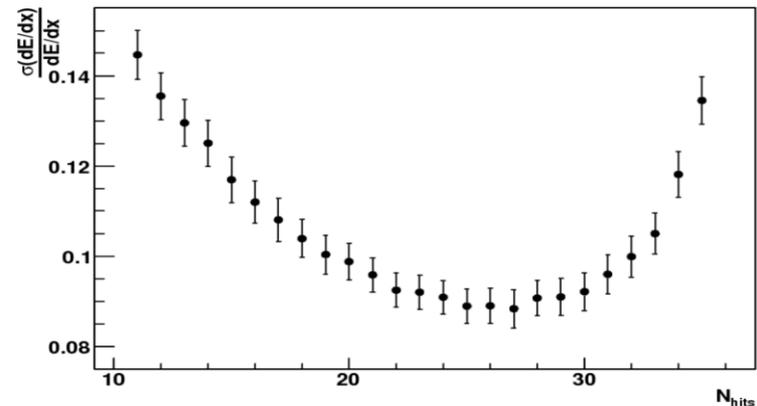
Оптимизация метода «усечённого среднего»

1 способ: порог обрезания зависит от числа хитов на треке

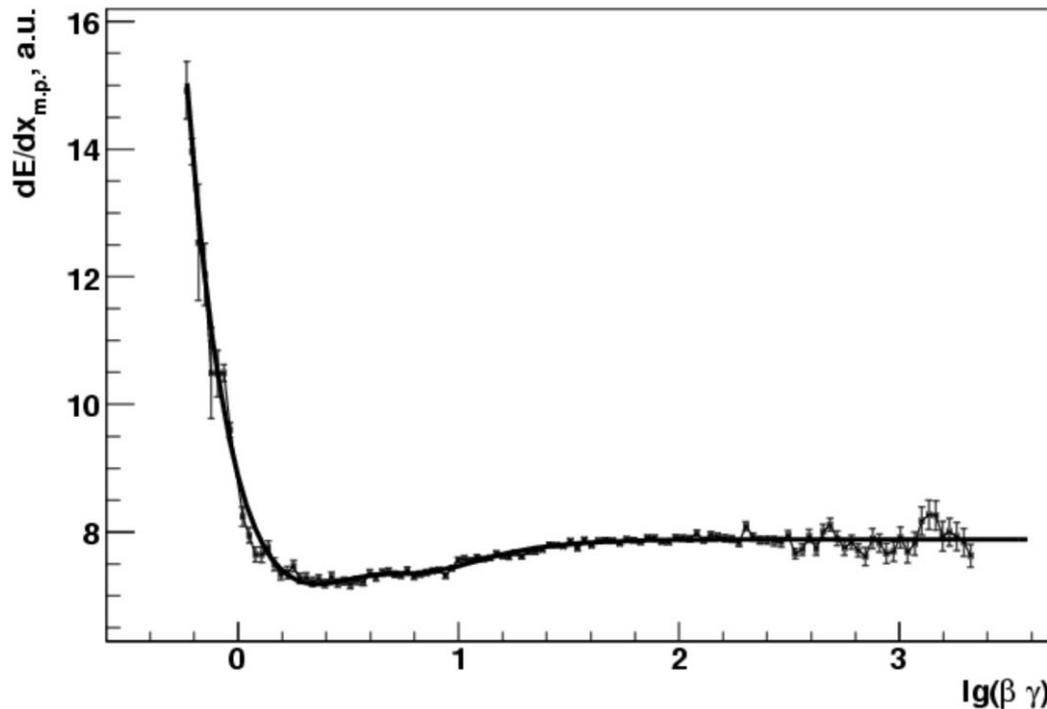
2 способ: порог обрезания зависит от плотности ионизации на треке

$$U_{\text{опт}}(\rho_{\text{ионизации}}) = p_0 + (1 - p_0) \cdot e^{-\frac{\rho_{\text{ионизации}}}{p_1}}$$

$$\rho_{\text{ионизации}} = \frac{\sum_{NUsedHits} (dE)_{\text{хита}}}{\sum_{NUsedHits} (dx)_{\text{хита}}}$$



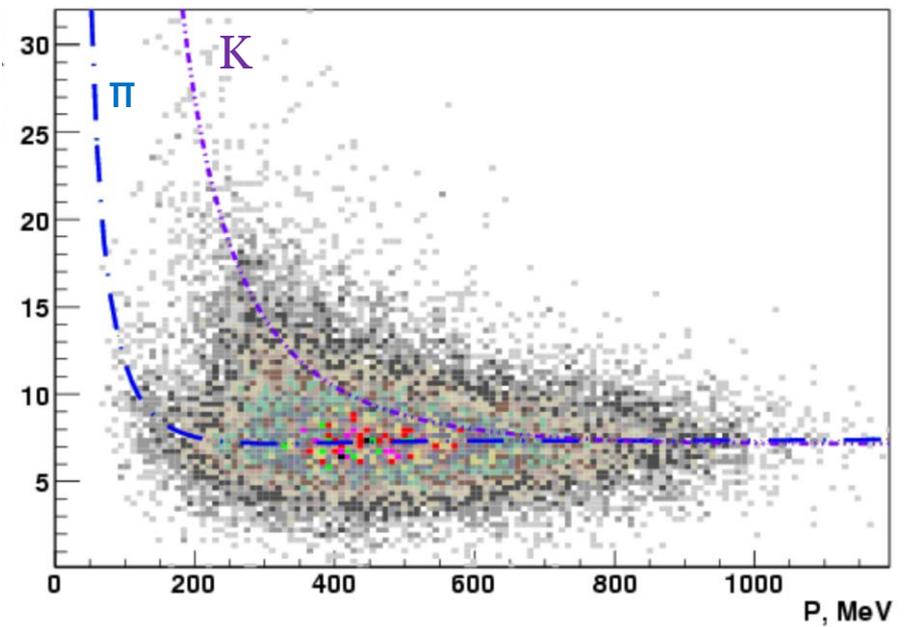
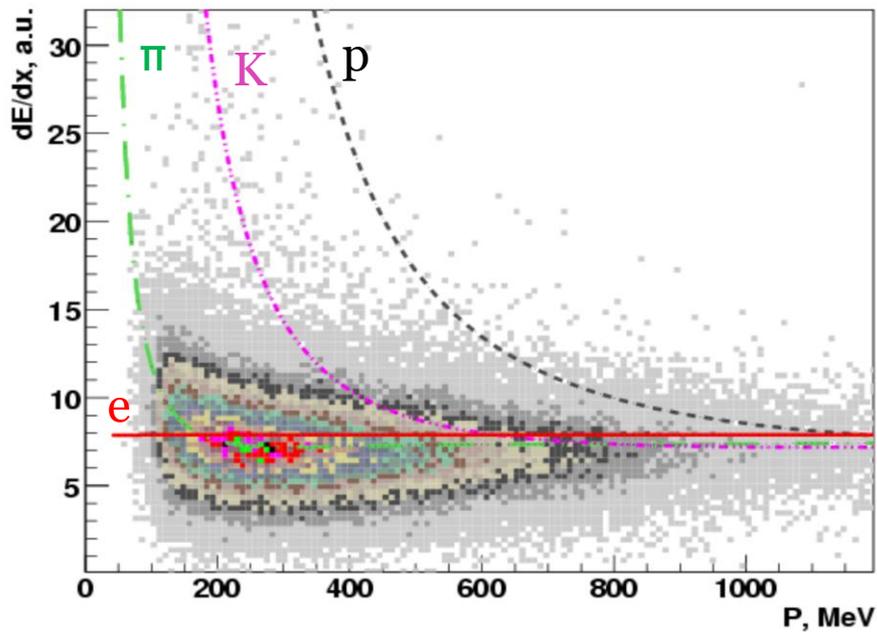
Параметризация функции Бете-Блоха



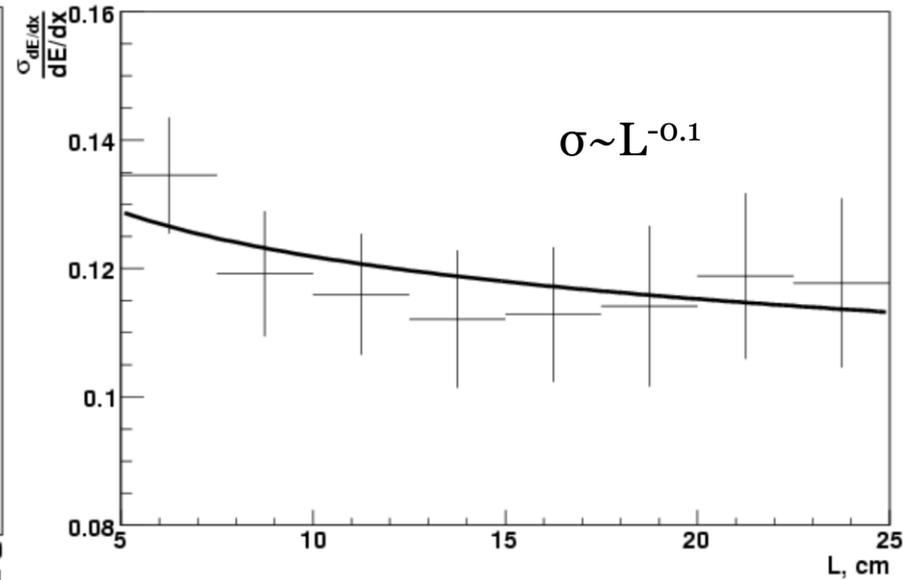
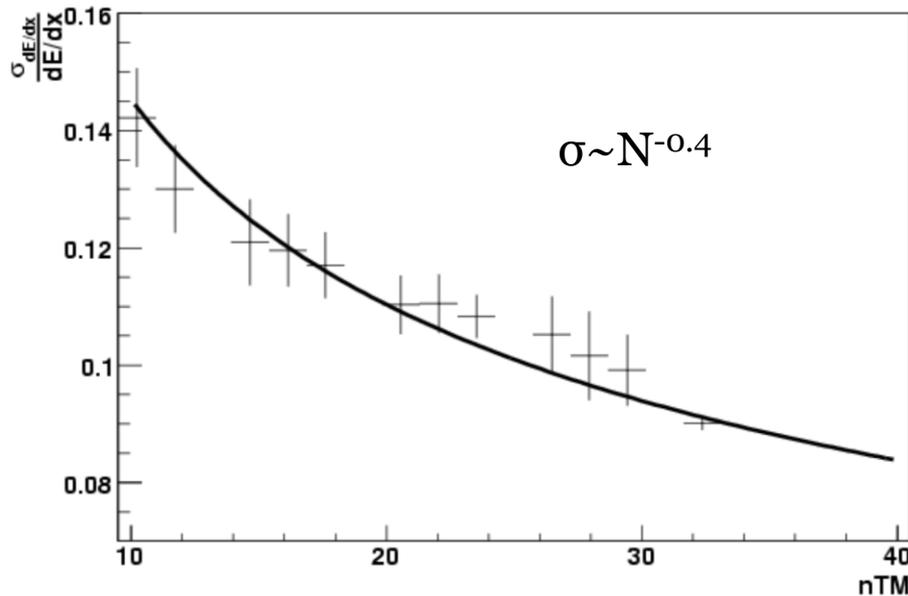
Вид зависимости наиболее вероятных потерь энергии dE/dx от $\lg(\beta\gamma)$ одинаков для всех видов частиц

$$BB(\beta, \gamma) = \frac{p_0}{\beta^{p_4+p_7} \cdot \beta^{p_8}} \cdot \left(p_1 - \beta^{p_4+p_7} \cdot \beta^{p_8} - p_6 \cdot \ln \left(\frac{1 + p_2 \cdot (\beta\gamma)^{p_3}}{1 + p_5 \cdot (\beta\gamma)^{p_3}} \right) \right)$$

Функция Бете-Блоха на адронных событиях



Функция разрешения

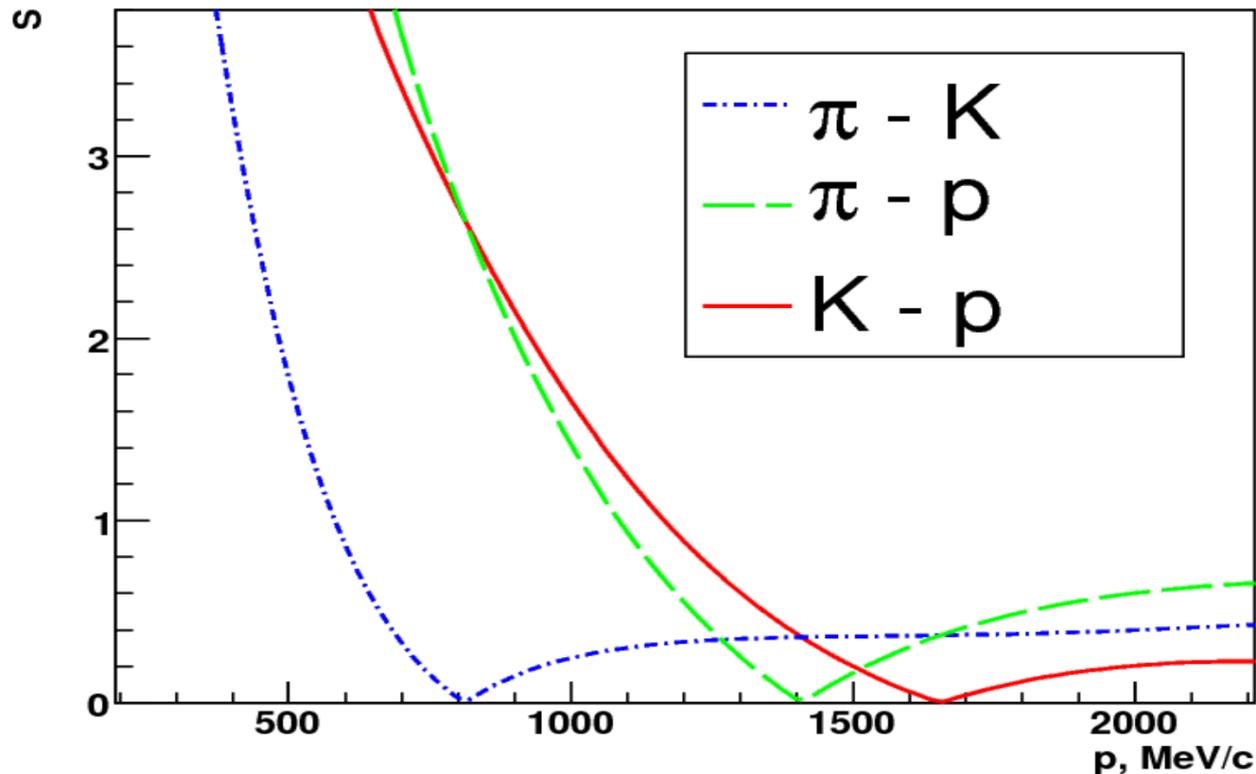


$$\frac{\sigma_{dE/dx}}{dE/dx} = p_0 * \left(\frac{N}{42}\right)^{p_1} * \left(\frac{L}{21}\right)^{p_2} * (1 + p_3 \cdot (x - p_4)^2) * (1 + p_5 \cdot (P_t - p_6)^2)$$

Получено разрешение 9.5% для минимально ионизирующих частиц при нормальном падении при проектном разрешении 10.3%

Коэффициент разделения

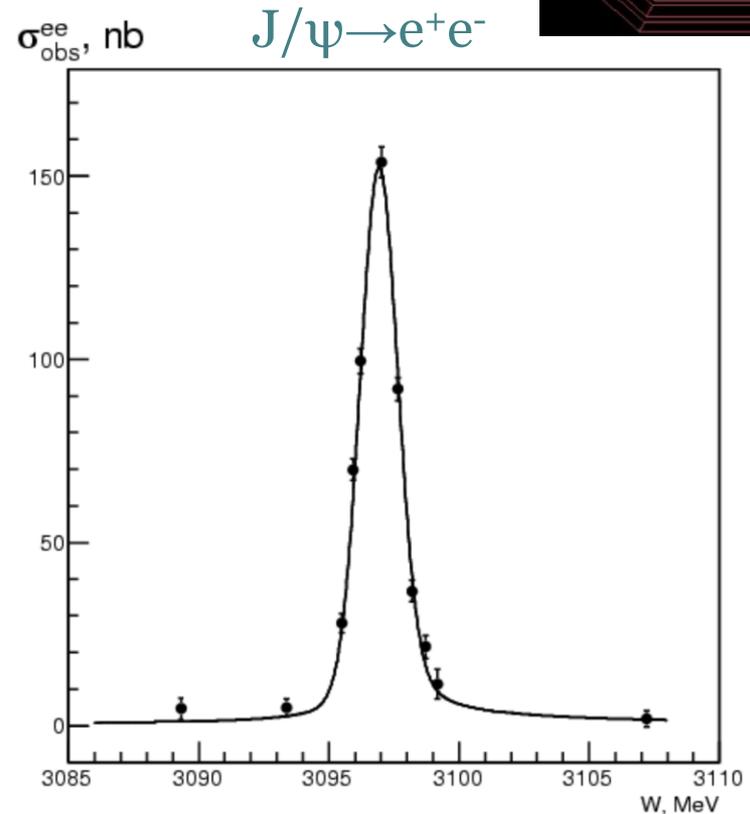
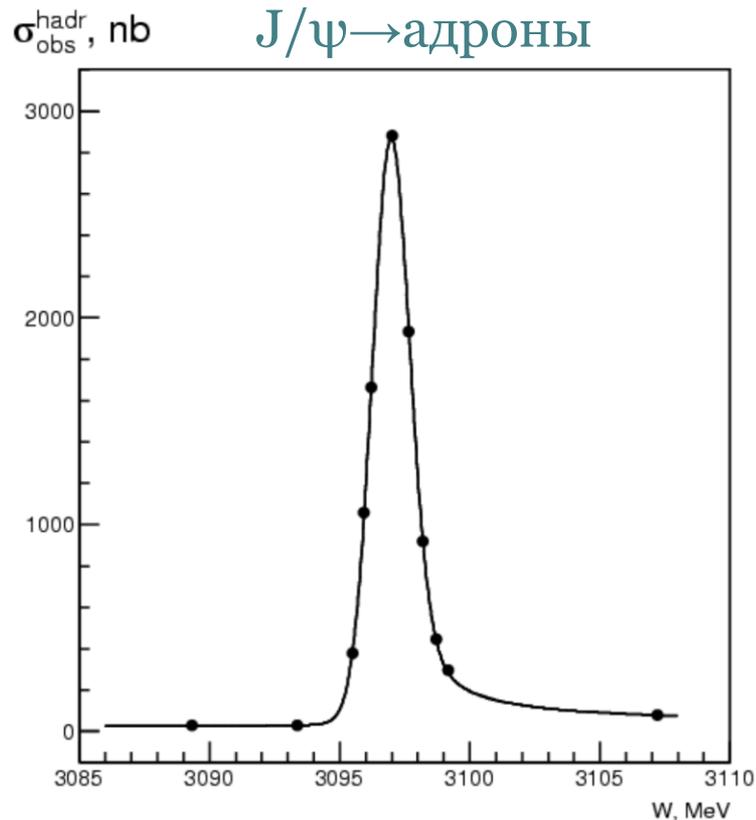
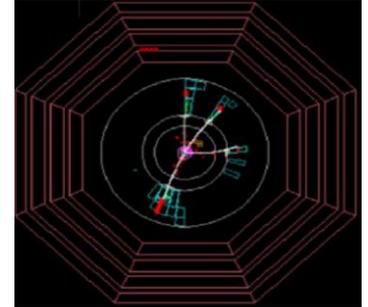
$$S = \frac{BB(\beta_1\gamma_1) - BB(\beta_2\gamma_2)}{\sigma}, \quad \sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$$



Разделение π - K мезонов на уровне 2σ до импульса 480 МэВ/с,
 π - p – до импульса 900 МэВ/с

Эксперимент по измерению $\Gamma_{ee}(J/\psi)$

- $L = 230 \text{ нбн}^{-1}$
- 11 точек сканирования
- 250 тыс. J/ψ -мезонов
- $\sigma_W = 0.697 \pm 0.014 \text{ МэВ}$



Сечение процессов $e^+e^- \rightarrow$ адроны и $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ вблизи узкого резонанса

Резонансная часть

Интерференция

$$\sigma_{n.r.}^{hadr}(W) = \frac{12\pi}{W^2} \left\{ \left(1 + \delta_{sf}\right) \left[\frac{\Gamma_{ee}\tilde{\Gamma}_h}{\Gamma M} \operatorname{Im} f(W) - \frac{2\alpha\sqrt{R}\Gamma_{ee}\tilde{\Gamma}_h}{3W} \lambda \operatorname{Re} \frac{f^*(W)}{1-\Pi_0} \right] + \dots \right.$$

$$\left. \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)^{ee \rightarrow ee} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{QED}}^{ee \rightarrow ee} + \frac{1}{W^2} (1 + \delta_{sf}) \left\{ \frac{9}{4} \frac{\Gamma_{ee}^2}{\Gamma M} (1 + \cos^2 \theta) \operatorname{Im} f - \frac{3\alpha\Gamma_{ee}}{2M} \left[(1 + \cos^2 \theta) \operatorname{Re} \frac{f^*}{1-\Pi_0(s)} - \frac{(1 + \cos \theta)^2}{(1 - \cos \theta)} \operatorname{Re} \frac{f^*}{1-\Pi_0(t)} \right] \right\} .$$

(в мягкофотонном приближении)

[Azimov Ya.I., Vainshtem A.I., Lipatov L.N., Khoze V.A. JETP Lett. V. 21, issue 6(1975) p. 172]

[Кураев Э.А., Фадин В.С. Препринт ИЯФ 84-44]

[V.V. Anashin et al., Phys. Lett. B 711(2012) 280]

- Здесь $f(W) = \frac{\pi\beta}{\sin \pi\beta} \left(\frac{W^2}{M^2 - W^2 - iM\Gamma} \right)^{1-\beta}$, $\beta = \frac{4\alpha}{\pi} \left(\ln \frac{W}{m_e} - \frac{1}{2} \right)$
- $\delta_{sf} = \frac{3}{4}\beta + \frac{\alpha}{\pi} \left(\frac{\pi^2}{3} - \frac{1}{2} \right) + \beta^2 \left(\frac{37}{96} - \frac{\pi^2}{12} - \frac{1}{36} \ln \frac{W}{m_e} \right)$

Точность аналитических формул 0.1%

Процедура подгонки сечения

Одновременная обработка двух каналов:

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(N_i^{\text{exp}} - N_i^{\text{theor}})^2}{N_i^{\text{exp}}} + \sum_i \sum_j \frac{(n_{ij}^{\text{exp}} - n_{ij}^{\text{theor}})^2}{n_{ij}^{\text{exp}}}$$

адроны

электроны

$$N_i^{\text{theor}} = L_i \cdot \sigma^{\text{hadr}}(W_i)$$

$$n_{ij}^{\text{theor}} = L_i \cdot \sigma^{ee}(W_i, \theta_j)$$

Светимость в каждой точке:

$$L_i = R_L \cdot L(E_i)$$

$L(E_i)$ измеряется монитором светимости по однократному тормозному излучению

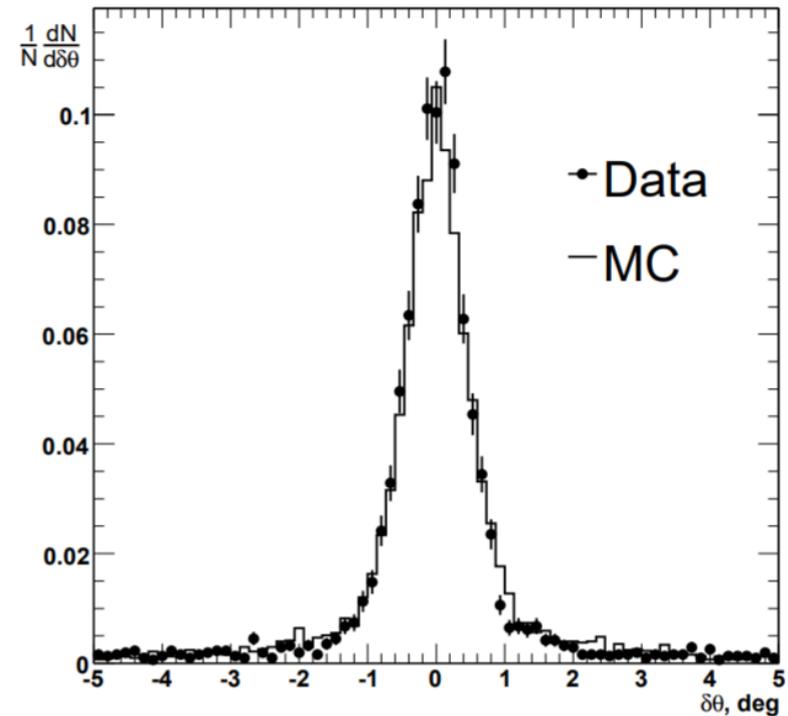
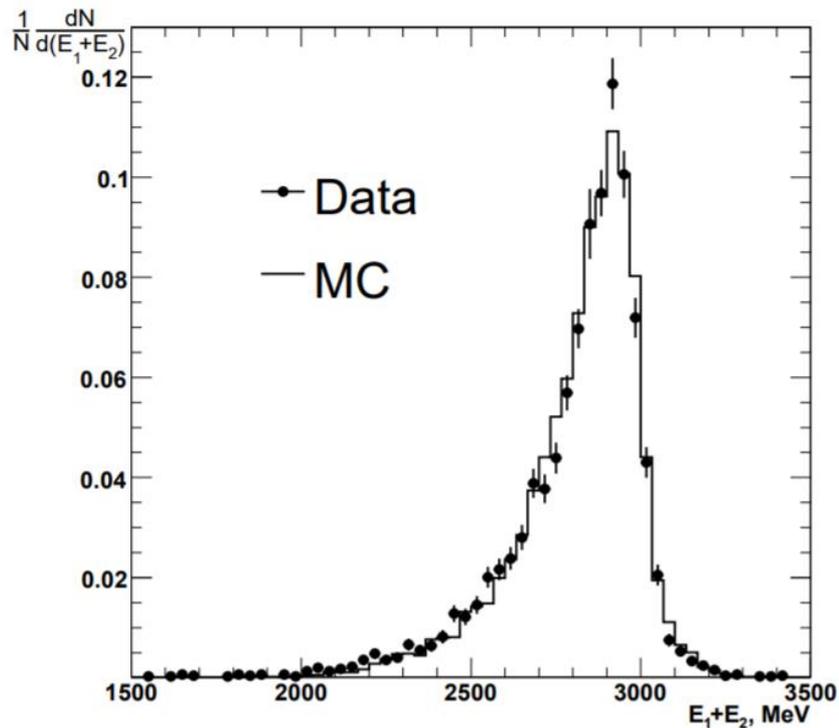
$$\Gamma_{e^+e^-} / \Gamma_{\mu^+\mu^-}(J/\psi) = 1.0022 \pm 0.0065$$

Отношение фиксировалось из работы КЕДРА
[Phys. Lett. B 731(2014) 227]

Параметры фитирования:

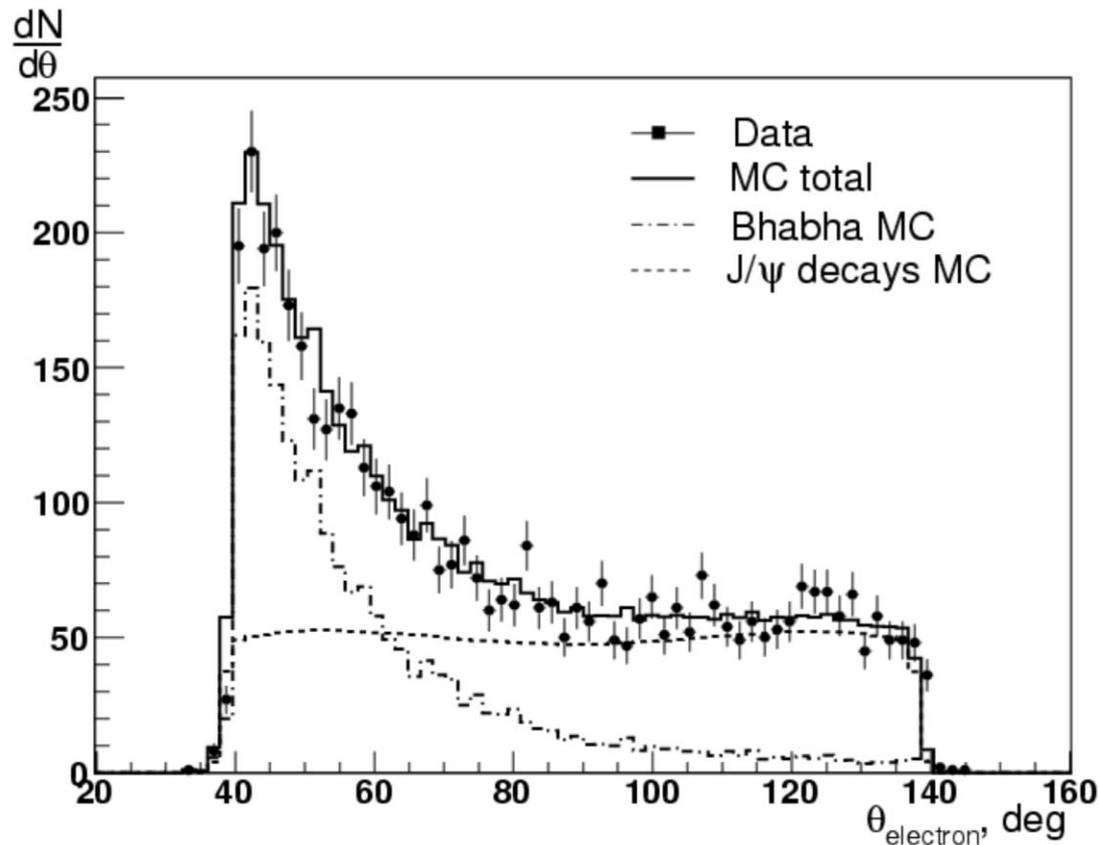
- величины $\Gamma_{ee} \cdot B_{ee}(J/\psi)$, $\Gamma_{ee} \cdot B_h(J/\psi)$ или $\Gamma_{ee}(J/\psi)$
- коэффициент абсолютной светимости R_L
- величина подложки σ_0
- величина энергетического разброса σ_W
- сдвиг массы Δm

Отбор e^+e^- -событий



Для измерения светимости отбирались события с двумя коллинеарными кластерами в LKr калориметре, $(E_1+E_2) > 2000$ МэВ

Измерение светимости

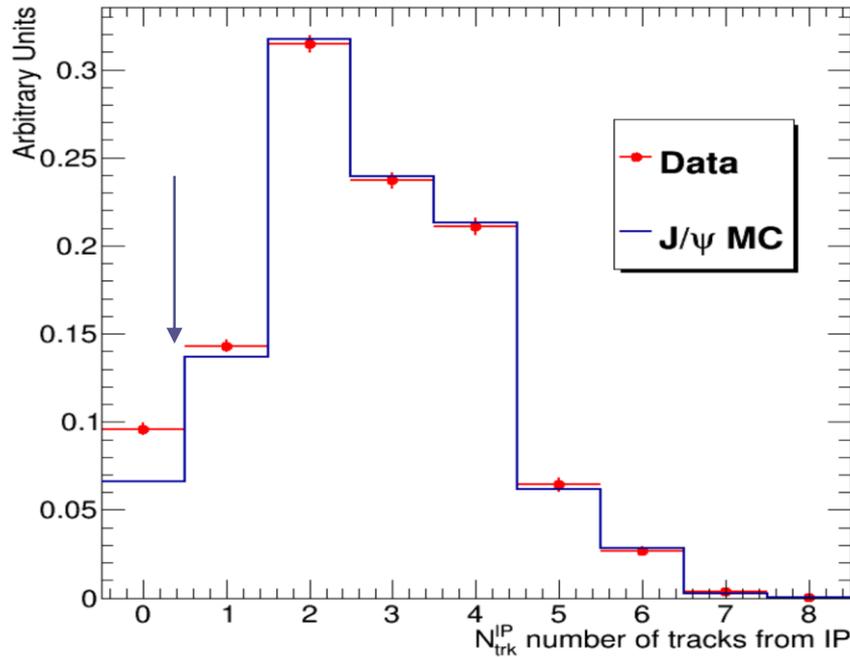


- Относительная светимость измерялась по однократному тормозному излучению
- Коэффициент абсолютной светимости определялся по e^+e^- событиям

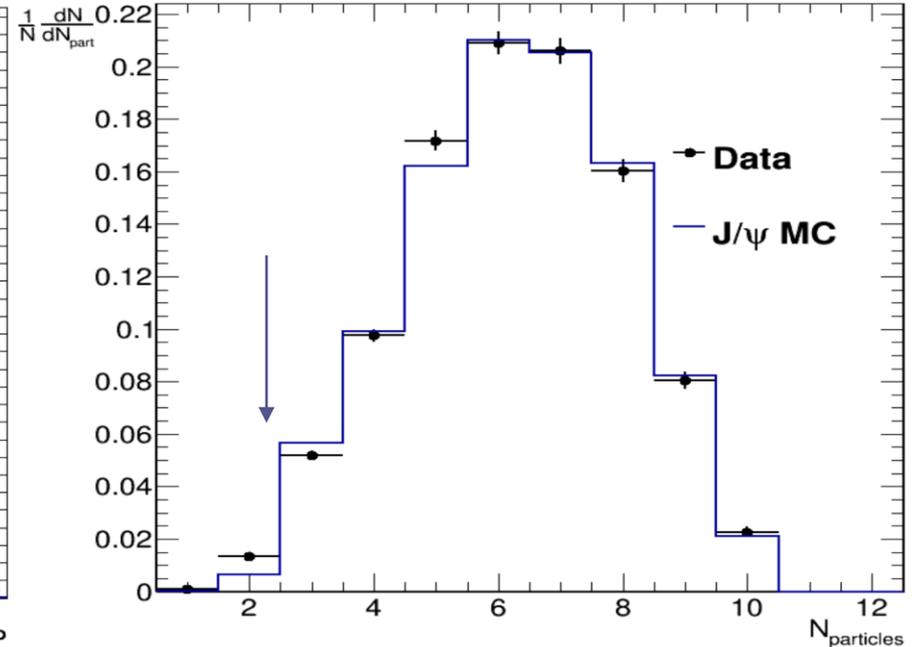
Условия отбора адронов

- Первичный триггер
 - Срабатывание 2 и более не смежных сцинтилляционных счетчика
 - Вето от ближайших к пучку кристаллов торцевого калориметра.
- Вторичный триггер
 - Две и более заряженные частицы в детекторе по ВД, ДК, LKr
- Адроны
 - Энерговыделение в калориметре от 700 до 2500 МэВ;
 - Более 15% энергии выделилось в LKr калориметре
 - Хотя бы одна заряженная частица из места встречи:
 $\rho < 0.5$ см, $|z_0| < 13$ см, $P_t > 100$ МэВ;
 - Хотя бы три частицы в детекторе;
 - Моменты Фокса-Вольфрама $N_2/N_0 < 0.9$;
 - «Не космика» по мюонной системе.

Сравнение моделирования и эксперимента



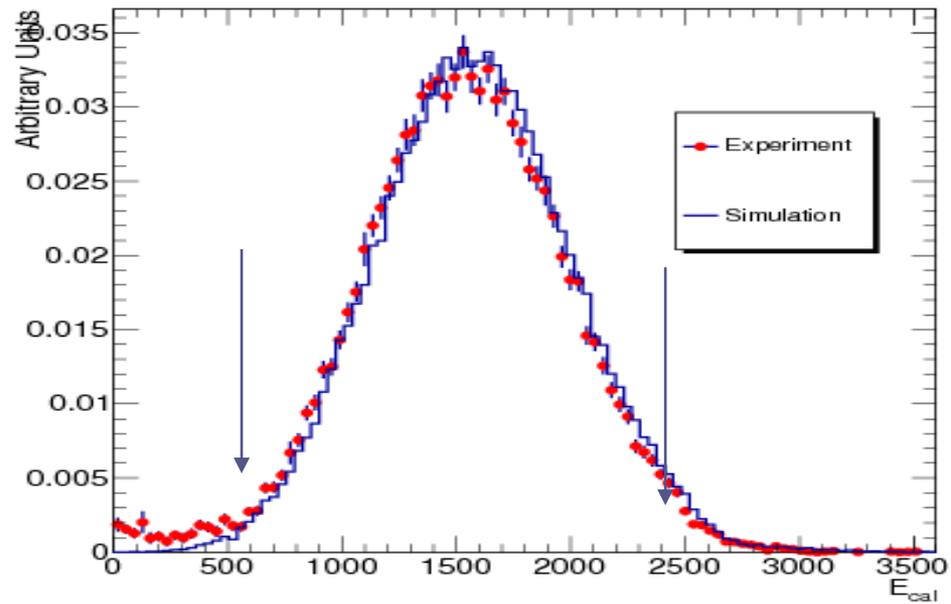
- Заряженная множественность



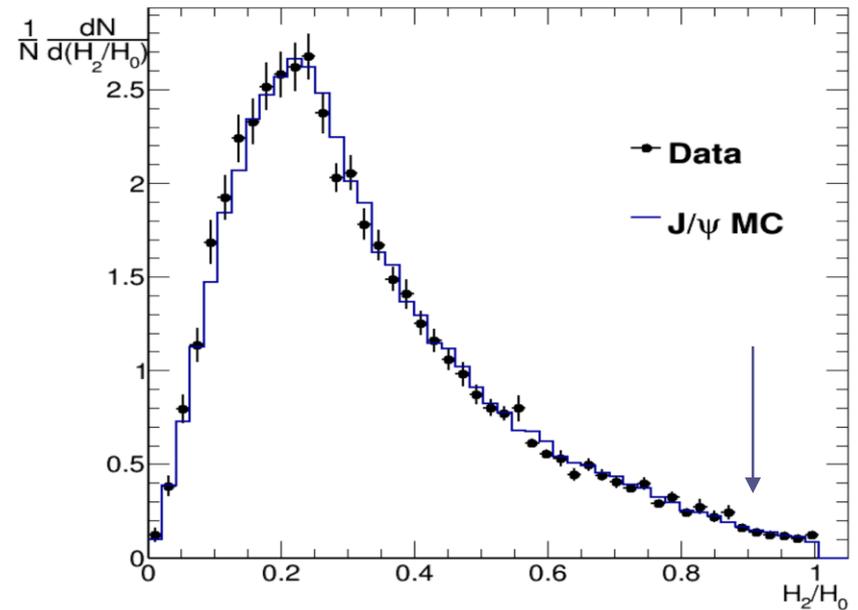
- Полное число частиц в событии

Настройка JETSET параметров в генераторе BES [Phys. Rev. D 62 (2000) 034003]

Сравнение моделирования и эксперимента

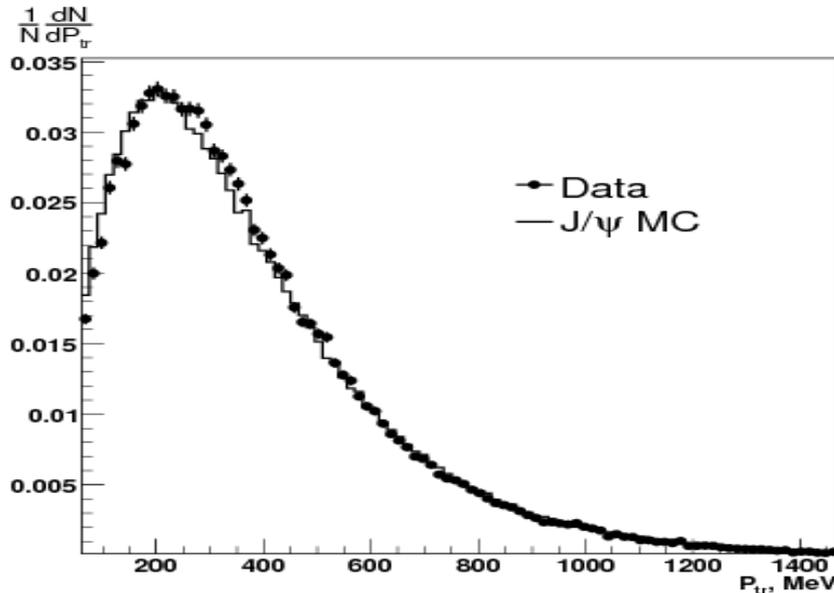
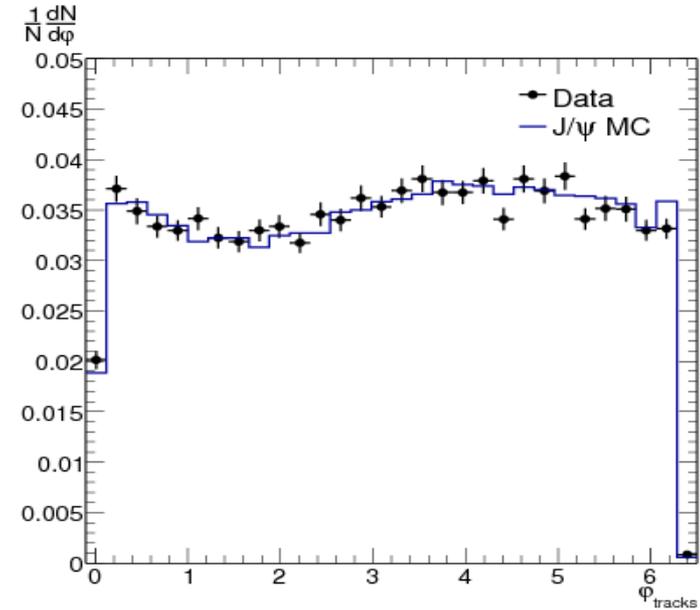
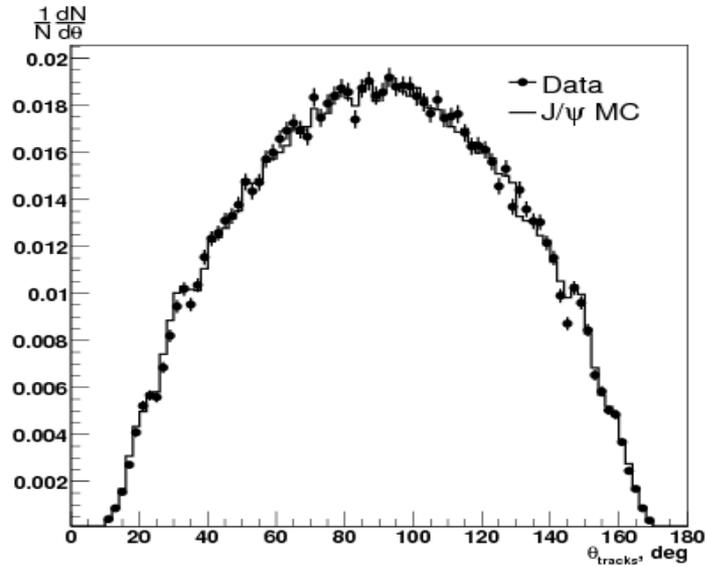


- Условия на энерговывделение подавляет события $e e$ и $\mu \mu$, а также пучковый фон



- Моменты Фокса-Вольфрама позволяют уменьшить фон от коллинеарных событий

Характеристики адронных событий

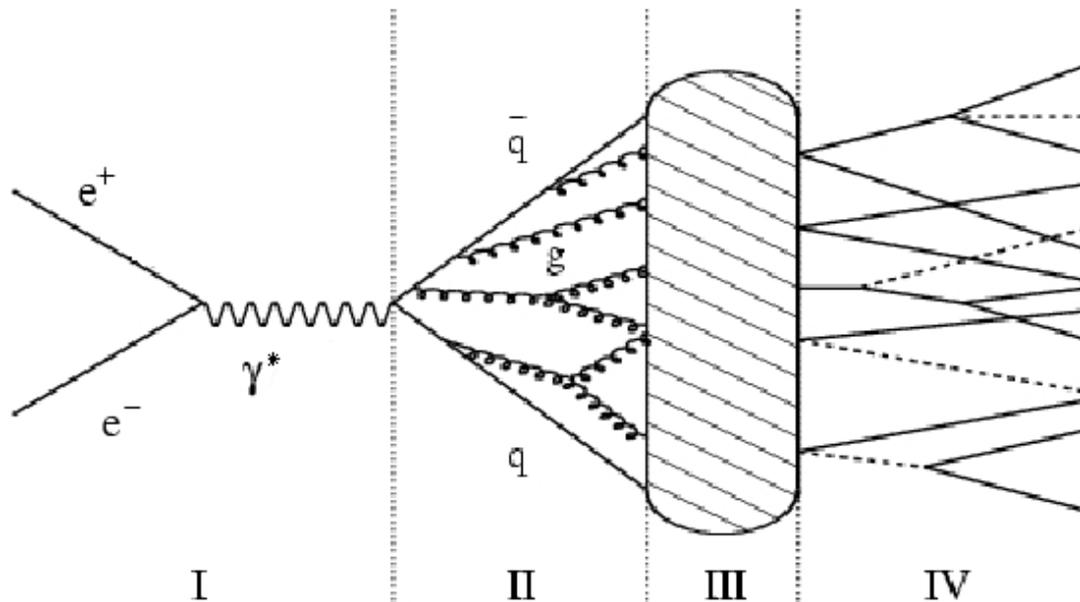


Распределения по поперечному импульсу и углам θ и ϕ для треков в событии

Моды распадов J/ψ в JetSet

MODE	Вероятность	Частицы
1	0.0594	e^+e^-
2	0.0593	$\mu^+\mu^-$
3	0.8813	адроны

0.0823 $J/\psi \rightarrow 2$ -х частичные
 моды распадов ($\eta\gamma$, $\rho\pi$, $a_2\pi$, $\omega\eta$, ωf_2 ,
 $\omega\rho$, $b_1\pi$, KK , ϕf_1 , ϕK)
 0.1350 $J/\psi \rightarrow q\bar{q}$
 0.6640 $J/\psi \rightarrow \gamma gg, ggg$

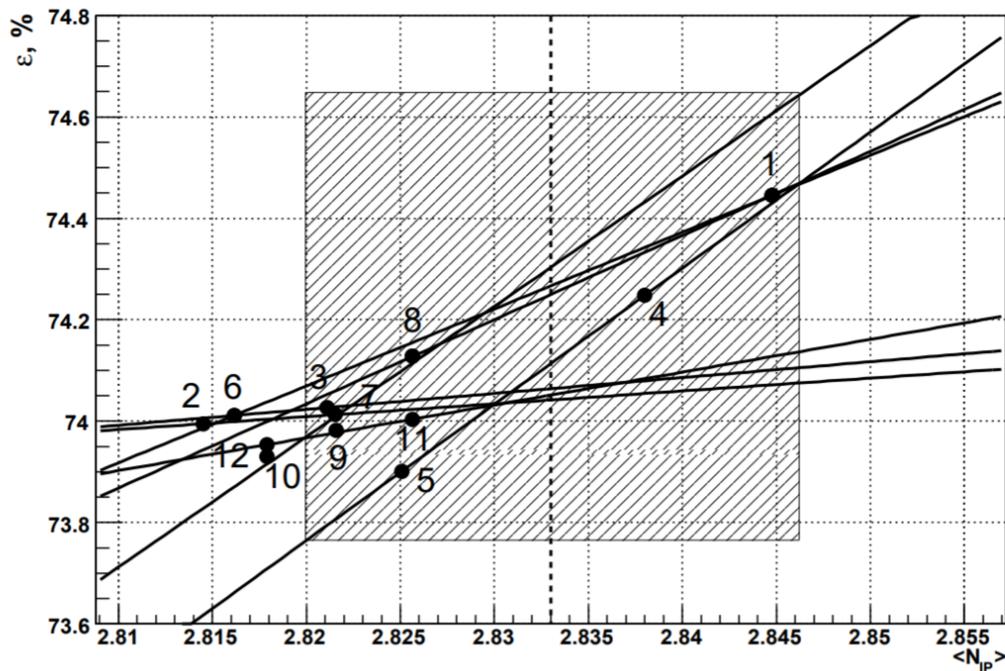


- I. Исходный процесс
- II. Излучение жестких глюонов по теории возмущений
- III. Фрагментация партонов в адроны – лундская струнная модель
- IV. Распад нестабильных частиц

Настройка генератора событий

Вариант	Изменения JETSET	$\langle N_{IP} \rangle$	$\epsilon, \%$	$k - test$	$\chi^2_{MC-data}/ndf$	
Изменения σ_{PT} и δW_{stop}						
	$\sigma_{PT}, \text{ГэВ}$	δW_{stop}				
1	0.55	0.2	2.845	74.445	0.950	5.924/7
2	0.7	0.2	2.816	74.010	0.806	9.596/7
3	0.7	0.17	2.821	74.027	0.933	7.282/7
Включение партонных ливней						
4	0.6	0.2	2.838	74.248	0.996	4.387/7
5*	0.6	0.2	2.825	73.901	0.999	6.697/7
Изменения W_{stop}						
	$\sigma_{PT}, \text{ГэВ}$	$W_{stop}, \text{ГэВ}$				
6	0.65	0.56	2.815	73.995	0.663	8.497/7
7	0.65	0.52	2.822	74.013	0.903	4.761/7
Функция фрагментации с параметрами $a=0.2, b=0.58$						
	$\sigma_{PT}, \text{ГэВ}$	$\delta W_{stop}, \text{ГэВ}$				
8	0.65	0.2	2.826	74.128	0.954	8.574/7
9	0.65	0.17	2.822	73.982	0.839	13.288/7
10	0.7	0.2	2.818	73.930	0.685	11.234/7
Вариация параметров фрагментации						
	a	b				
11	1.0	0.7	2.826	74.004	0.979	10.483/7
12	0.5	0.65	2.818	73.954	0.986	9.514/7

Эффективности регистрации адронов



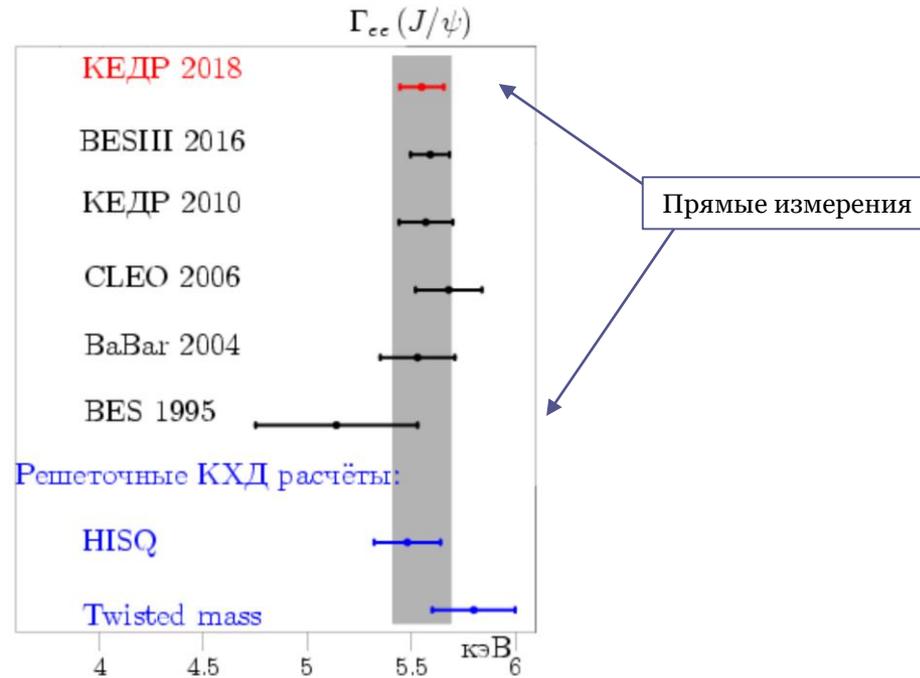
Процедура оценки эффективности:

- Вариация одного из параметров JetSet
- Выбирался и варьировался дополнительный параметр для согласования $\langle N_{IP} \rangle$
- Определялась зависимость эффективности от множественности

Систематические неопределённости

Источник неопределённости:	Ошибка, %		
	Γ_{ee}	$\Gamma_{ee} \cdot B_{\text{адр}}$	$\Gamma_{ee} \cdot B_{ee}$
Измерение светимости -Калибровка LKг калориметра, вычисление упругого сечения $ee \rightarrow ee$, определение эффективности, вариация условий отбора	1.0	1.0	1.0
Детекторные неопределенности -Неэффективность триггера, описание ядерного взаимодействия, критерии отбора	0.8	0.8	0.4
Моделирование адронных событий - Настройка генератора $J/\psi \rightarrow$ адроны, моделирование потери трека	0.7	0.7	-
Ускорительные неопределенности -Измерение энергии в точке, пучковый фон, не-гауссовость распределения по энергии в пучке	0.4	0.4	0.4
Остальные неопределенности -расчет сечения, модель интерференции. численное интегрирование	0.4	0.4	0.2
Квадратичная сумма	1.6	1.6	1.2

Результаты для $\Gamma_{ee}(J/\psi)$

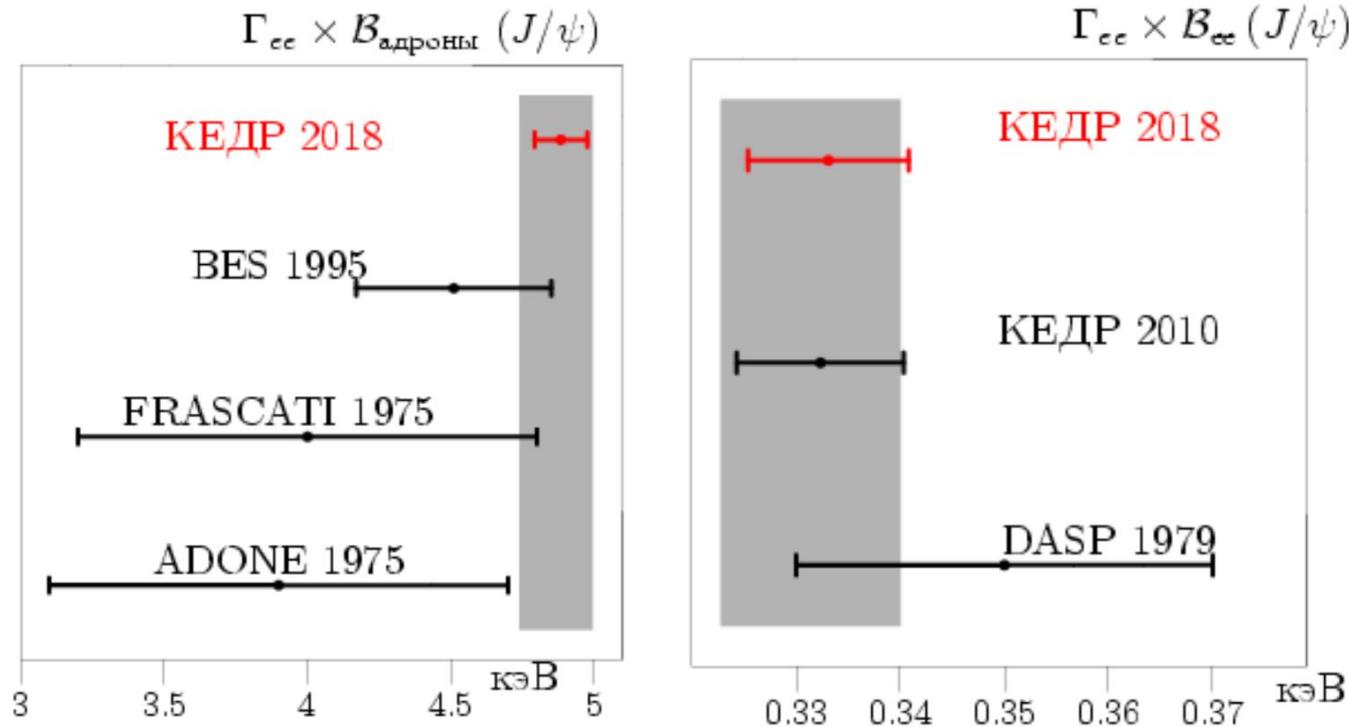


$$\Gamma_{ee}(J/\psi) = 5.550 \pm 0.056 \pm 0.089 \text{ кэВ}$$

Результат опубликованы в статье V. V Anashin et al., J. High Energ. Phys. (2018) 2018: 119 и включены в PDG2019, улучшив среднемировую

ТОЧНОСТЬ

Результаты для $\Gamma_{ee} \cdot B_{\text{адр}}(J/\psi)$ и $\Gamma_{ee} \cdot B_{ee}(J/\psi)$

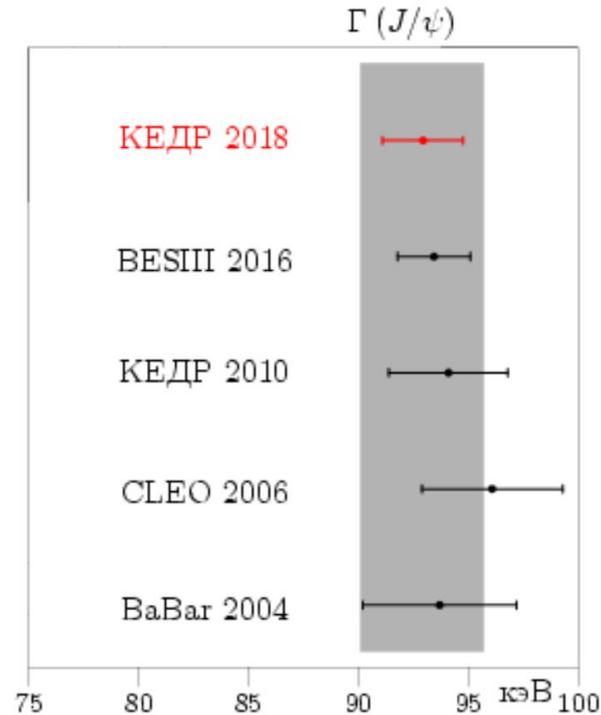


$$\Gamma_{ee} \cdot B_{\text{адр}}(J/\psi) = 4.884 \pm 0.048 \pm 0.078 \text{ кэВ},$$

$$\Gamma_{ee} \cdot B_{ee}(J/\psi) = 0.3331 \pm 0.0066 \pm 0.0040 \text{ кэВ}$$

Результаты включены в PDG 2019 update и определяют среднемировое значение

Полная ширина J/ψ -мезона



$$\Gamma(J/\psi) = 92.94 \pm 1.83 \text{ кэВ}$$

с использованием $B_{e\bar{e}}(J/\psi) = (5.971 \pm 0.032)\%$ из PDG

На защиту выносятся следующие положения:

- Разработано программное обеспечение для калибровки ионизационных потерь dE/dx в дрейфовой камере детектора КЕДР, проводимой с помощью космических мюонов. Достигнутое разрешение составило 9.5% для минимально ионизирующих частиц при нормальном падении. Написан пакет программ для идентификации заряженных частиц по ионизационным потерям.

- Проведено наиболее точное прямое измерение произведения электронной ширины на вероятности распада в адроны и e^+e^- пару для J/ψ -мезона:

$$\Gamma_{ee}(J/\psi) \cdot V_{\text{адр}}(J/\psi) = 4.884 \pm 0.048 \pm 0.078 \text{ кэВ},$$

$$\Gamma_{ee}(J/\psi) \cdot V_{ee}(J/\psi) = 0.3331 \pm 0.0066 \pm 0.0040 \text{ кэВ}.$$

- Прямым способом измерена лептонная ширина J/ψ -мезона:

$$\Gamma_{ee}(J/\psi) = 5.550 \pm 0.056 \pm 0.089 \text{ кэВ},$$

что позволяет определить полную ширину:

$$\Gamma(J/\psi) = 92.94 \pm 1.83 \text{ кэВ}.$$

Дополнительные слайды

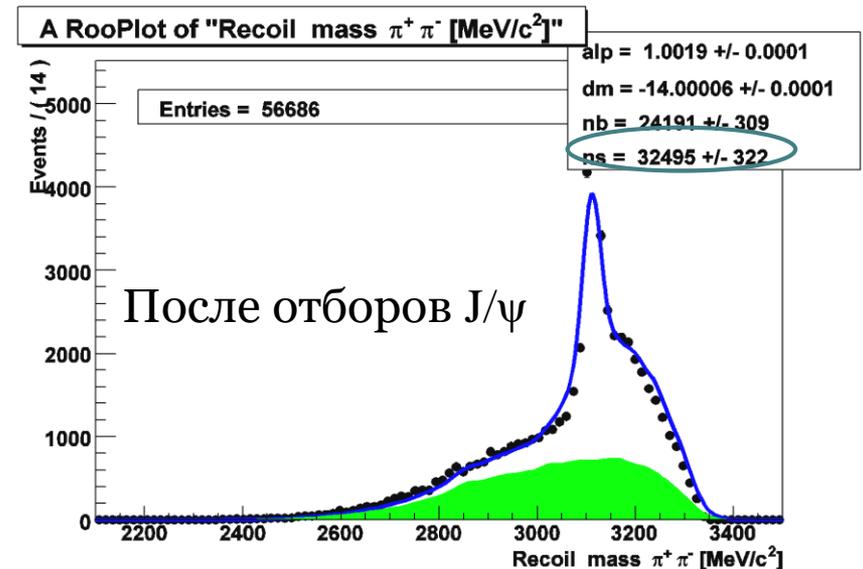
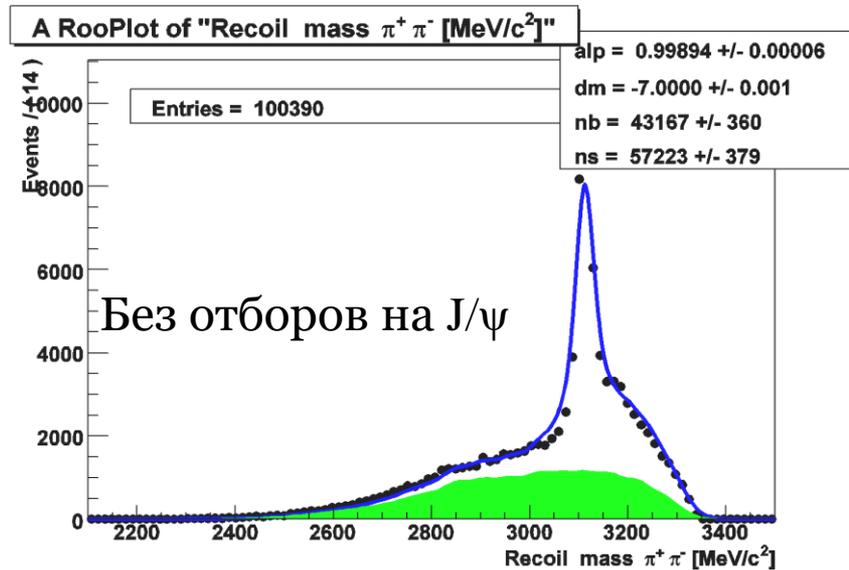
Об определении эффективности из процесса $\Psi' \rightarrow \pi \pi J/\psi$

+ Возможна независимая проверка эффективности регистрации распадов J/ψ

Недостатки этого способа:

- Возможно применить не все условия отбора
- Триггерные эффективности оцениваются отдельно
- J/ψ рождается в полёте (буст)
- Нужна большая статистика
- Различие в условиях эксперимента

Статистическая
точность числа
событий 1%



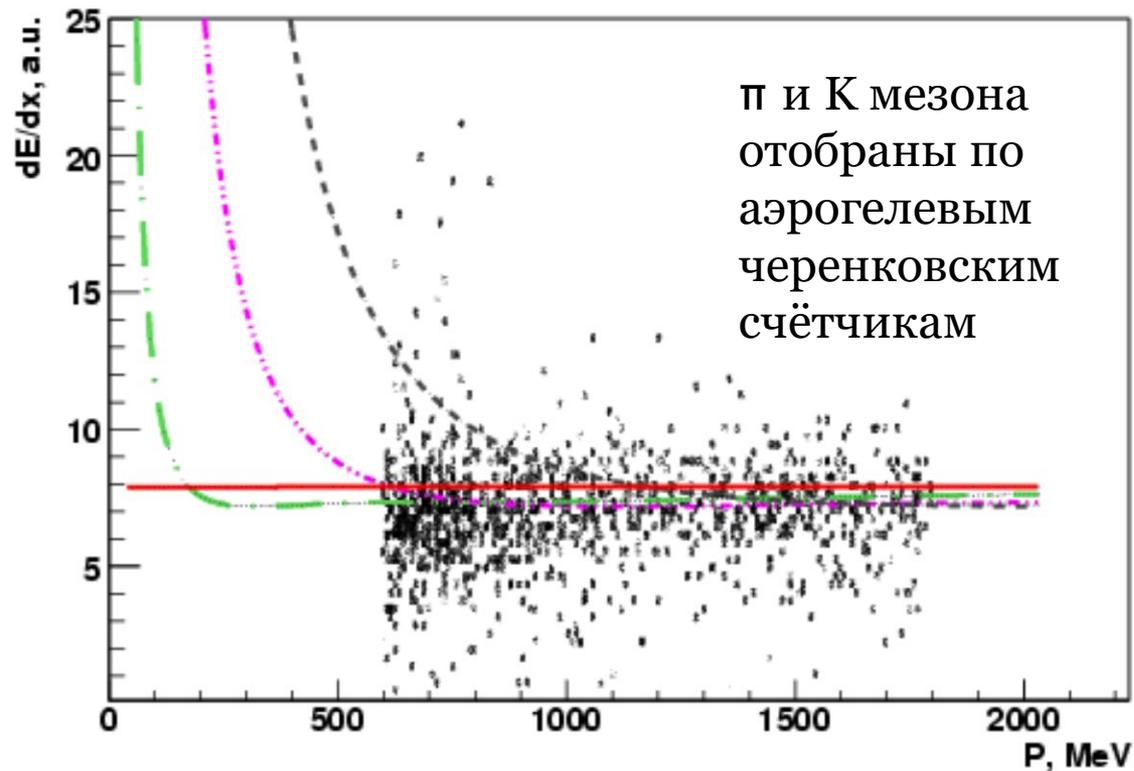
Условия отбора $\pi \pi$:

- Импульсы двух частиц 100 - 600 МэВ
- Полярный угол 0.7 - 2.5 рад
- Одна пара в событии

Условия отбора $J/\psi \rightarrow$ адроны:

- $E_{\text{кал}} = 700 - 2500$ МэВ
- Сферичность > 0.05

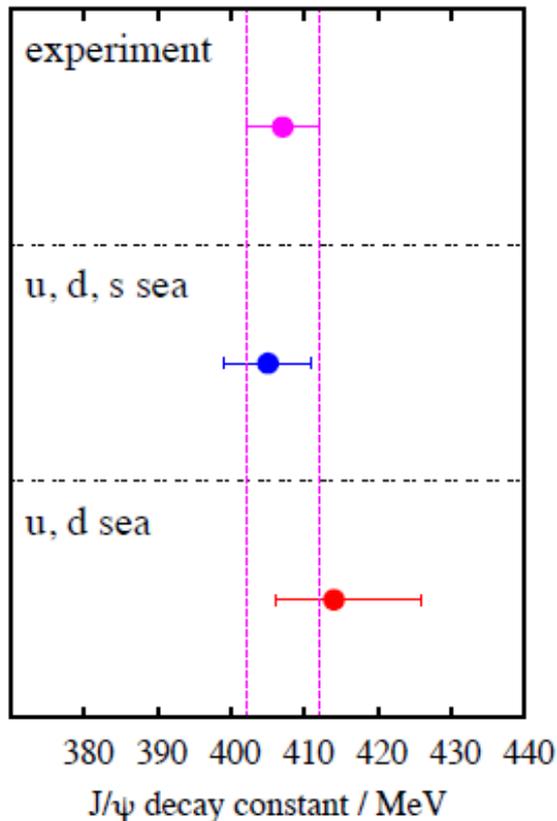
dE/dx при отборе по аэрогелевым счётчикам



Precision test of J/ψ from full lattice QCD

f_v – vector meson decay constant

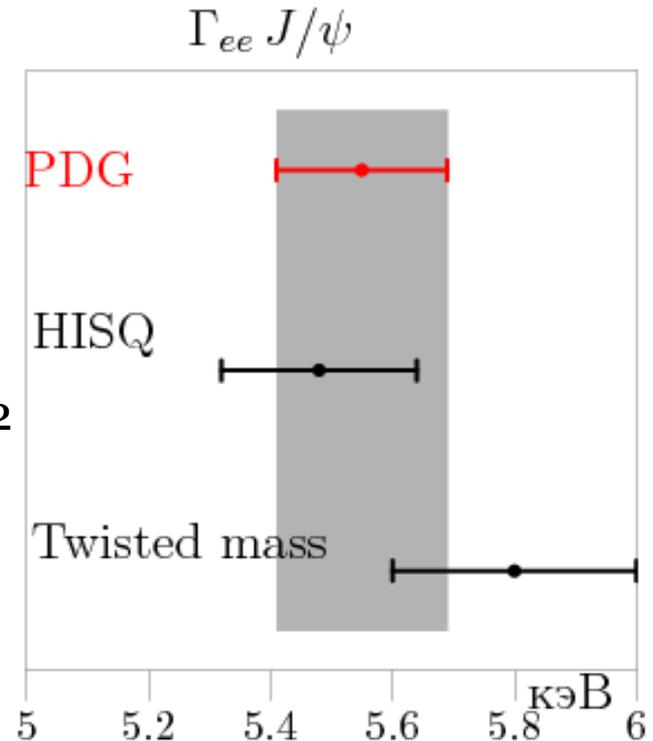
$$\langle 0 | \bar{\psi} \gamma^i \psi | v \rangle = f_v m_v \epsilon^i \quad \Gamma(v_h \rightarrow e^+ e^-) = \frac{4\pi}{3} \alpha_{QED}^2 e_h^2 \frac{f_v^2}{m_v}$$



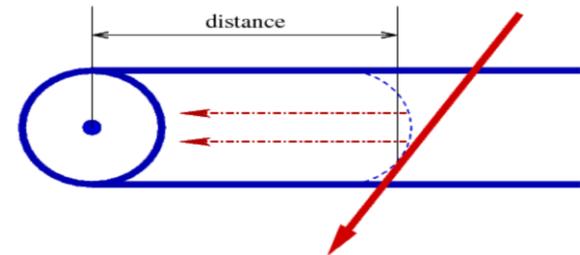
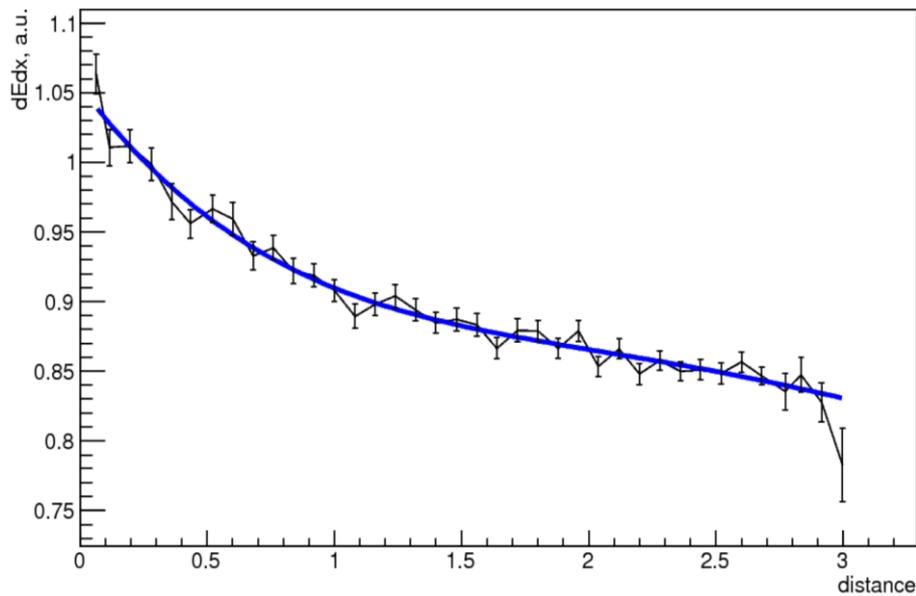
Particle Data Group
average

HISQ
this paper
arXiv:1208.2855v2

Twisted mass
1206.1445



Поправка dE/dx на расстояние дрейфа



Амплитудные поправки к dE/dx

- Поправка на отличие коэффициентов газового усиления для различных анодных проволочек
- Калибровочные константы электроники
- Нормировка на dX
- Коррекция на расстояние от трека до анодной проволочки
- Поправка, связанная с временем дрейфа
- Поправка, определяемая углом наклона трека к анодной проволочке (θ)
- Поправка, определяемая углом наклона трека к линии дрейфа (α)
- Поправка, связанная с продольной координатой (z)

	HVS	LAYER	CELL	WIRE IN CELL	LR	число параметров
LL	+	+	-	+	-	126
WW	+	+	+	+	-	1512
Distance	+	+	-	+	+	252×9
Time	+	+	-	-	+	42×9
θ	+	+	-	+	-	126×9
α	-	+	-	+	+	84×8
z	+	+	-	+	-	126×5

Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow$ адроны

Резонансная часть

Интерференция

$$\sigma_{n.r.}^{hadr}(W) = \frac{12\pi}{W^2} \left\{ \left(1 + \delta_{sf}\right) \left[\frac{\Gamma_{ee}\tilde{\Gamma}_h}{\Gamma M} \operatorname{Im} f(W) - \frac{2\alpha\sqrt{R\Gamma_{ee}\tilde{\Gamma}_h}}{3W} \lambda \operatorname{Re} \frac{f^*(W)}{1-\Pi_0} \right] - \frac{\beta\Gamma_{ee}\tilde{\Gamma}_h}{2\Gamma M} \left[\left(1 + \frac{M^2}{W^2}\right) \arctan \frac{\Gamma W^2}{M(M^2 - W^2 + \Gamma^2)} - \frac{\Gamma M}{2W^2} \ln \frac{\left(\frac{M^2}{W^2}\right)^2 + \left(\frac{\Gamma M}{W^2}\right)^2}{\left(1 - \frac{M^2}{W^2}\right)^2 + \left(\frac{\Gamma M}{W^2}\right)^2} \right] \right\}$$

Часть вклад жестких фотонов

- Здесь $f(W) = \frac{\pi\beta}{\sin \pi\beta} \left(\frac{W^2}{M^2 - W^2 - iM\Gamma} \right)^{1-\beta}$, $\beta = \frac{4\alpha}{\pi} \left(\ln \frac{W}{m_e} - \frac{1}{2} \right)$
 $\delta_{sf} = \frac{3}{4}\beta + \frac{\alpha}{\pi} \left(\frac{\pi^2}{3} - \frac{1}{2} \right) + \beta^2 \left(\frac{37}{96} - \frac{\pi^2}{12} - \frac{1}{36} \ln \frac{W}{m_e} \right)$

Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow$ адроны

- Учет интерференции

$$\tilde{\Gamma}_h = \Gamma_h \times \left(1 + \frac{2\alpha}{3(1 - \text{Re } \Pi_0) \mathcal{B}_h} \sqrt{\frac{R}{\mathcal{B}_{ee}}} \sum_m \sqrt{b_m \mathcal{B}_m^{(s)}} \langle \sin \phi_m \rangle_\Theta \right)$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{R \mathcal{B}_{ee}}{\mathcal{B}_h}} + \sqrt{\frac{1}{\mathcal{B}_h}} \sum_m \sqrt{b_m \mathcal{B}_m^{(s)}} \langle \cos \phi_m \rangle_\Theta$$

- В приближении некоррелированных фаз от разных распадов:

$$\tilde{\Gamma}_h \approx \Gamma_h = \sum_m \Gamma_m \qquad \lambda \approx \sqrt{\frac{R \mathcal{B}_{ee}}{\mathcal{B}_h}} = 0.39$$

Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ вблизи узкого резонанса

3 вклада: КЭД процесс, рождение резонанса и их интерференция

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{ee \rightarrow ee} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{QED}}^{ee \rightarrow ee} + \frac{1}{W^2} (1 + \delta_{sf}) \left\{ \frac{9}{4} \frac{\Gamma_{ee}^2}{\Gamma M} (1 + \cos^2 \theta) \text{Im } f - \frac{3\alpha}{2} \frac{\Gamma_{ee}}{M} \left[(1 + \cos^2 \theta) \text{Re} \frac{f^*}{1 - \Pi_0(s)} - \frac{(1 + \cos \theta)^2}{(1 - \cos \theta)} \text{Re} \frac{f^*}{1 - \Pi_0(t)} \right] \right\}.$$

(в мягкофотонном приближении)

[Azimov Ya.I. , Vainshtem A.I. , Lipatov L.N., Khoze V.A. JETP Lett. V. 21, issue 6(1975) p. 172]