

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НОВОСИБИРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ» (НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ, НГУ)

Факультет **ФИЗИЧЕСКИЙ**

Кафедра **ФИЗИКИ ПЛАЗМЫ**

Направление подготовки **03.04.02 ФИЗИКА**

Образовательная программа: **МАГИСТРАТУРА**

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

Толкачев Михаил Сергеевич

(Фамилия, Имя, Отчество автора)

Тема работы Исследование низкочастотных МГД возмущений плазмы в установке СМОЛА
корреляционными методами

«К защите допущена»

Заведующий кафедрой

канд. физ.-мат. наук

в.н.с., ИЯФ СО РАН

Белемишев А.Д./.....
(фамилия И., О.) / (подпись, МП)

«.....».....20...г.

Научный руководитель

канд. физ.-мат. наук

с.н.с., ИЯФ СО РАН

Судников А.В./.....
(фамилия И., О.) / (подпись, МП)

«.....».....20...г.

Дата защиты: «.....».....20...г.

Новосибирск, 2021

Оглавление

Введение	3
Глава 1. Условия эксперимента и установка СМОЛА	6
1.1 Установка СМОЛА	6
Глава 2. Методы обработки экспериментальных данных	12
2.1. Обоснование выбора метода	12
2.2. Метод главных компонент	13
2.3. Численные тесты метода главных компонент	19
Глава 3. Обработка экспериментальных данных	25
3.1. Главные компоненты экспериментальных данных	25
3.2. Характеристики выделенных колебаний	36
Глава 4. Колебания в режиме ускорения	39
Заключение	43
Благодарности	44
Список литературы	45
Приложение 1	49
Приложение 2	53

Введение

Получение экологически чистой энергии с помощью управляемого термоядерного синтеза является возможным решением проблемы удовлетворения растущего энергопотребления человечества. Чтобы процесс был энергетически выгоден, необходимо удовлетворить критерию Лоусона: $n\tau > 10^{20} \text{ м}^{-3} \text{ с}$, $T > 10^8 \text{ К}$ (для реакции D-T), где n , τ , T – плотность, время удержания в системе и температура плазмы соответственно. Необходимость работы в условиях настолько высоких температур приводит к задаче термоизоляции плазмы от стенок установки. Одним из возможных решений данной задачи является удержание плазмы в магнитном поле [1].

В настоящее время наибольшее распространение получил метод удержания плазмы в установках с замкнутой магнитной конфигурацией: системах, где силовые линии магнитного поля замыкаются внутри рабочего объёма, таких как токамаки и стеллараторы. В ИЯФ СО РАН идет активное изучение альтернативного метода удержания – открытых ловушек, силовые линии магнитного поля в которых пересекают границу рабочего объема. Открытые ловушки имеют ряд преимуществ перед замкнутыми: возможность использования бестритиевого и безнейтронного топлива [2], инженерная простота и большое предельное относительное давление плазмы $\beta = \frac{8\pi \times p}{B^2}$, что означает большую эффективность использования энергии магнитного поля. Так, в открытой ловушке ГДЛ было достигнуто $\beta \approx 0,6$ [3]. Не лишены подобные системы и недостатков, главным из которых являются ощутимые продольные потери частиц и энергии.

Для снижения продольных потерь можно создать систему с магнитным полем, модулированным по длине. Геометрию магнитного поля классической многопробочной ловушки можно представить, как ряд пробкотронов с общей осью симметрии. При длине свободного пробега порядка и длине установки

много больше периода гофрировки, распространение частиц принимает диффузионный характер и время их жизни в установке зависит от её длины квадратично [4].

В классическом варианте многопробочного удержания магнитная система является стационарной в том смысле, что максимумы магнитного поля неподвижны. Другой подход заключается создание системы, в которой бы пробки двигались за счет внешнего источника питания [5]. В подобной системе теоретически были предсказаны два новых эффекта: нагрев плазмы при отражении от движущейся пробки и появление силы, направленной к центру ловушки [4]. Зависимость времени удержания от длины при этом экспоненциальная. На сегодняшний день создание подобной системы с $R-1 \gg 0$ технически невозможно [6]. Однако возможно создание системы, в которой магнитные пробки покоятся в лабораторной системе отсчёта и движутся в системе отсчета плазмы. В частности, для плазмы, вращающейся в спирально-симметричном стационарном поле, пробки будут казаться движущимися в продольном направлении [7]. Для экспериментальной проверки данной концепции в ИЯФ СО РАН была создана установка СМОЛА. Вращение плазмы в установке происходит в скрещенных $\vec{E} \times \vec{B}$ полях. Направление действующей на плазму силы при этом определяется тремя независимыми параметрами: направлением ведущего магнитного поля, правой или левой спиральностью винтового поля и знаком радиального электрического поля. Это позволяет выбрать произвольный (оптимизированный по другим причинам) знак радиального электрического поля, выбирая нужное направление тока в катушках. Это также означает, что в конфигурациях с разной спиральностью, но с сонаправленными ведущим магнитным и электрическим полями будет создаваться противоположная по знаку сила, действующая на плазму. В экспериментах на установке предполагается исследовать два режима её работы: режим удержания, в котором на плазму действует направленная в сторону области удержания

сила, и режим ускорения, в котором плазма ускоряется при выходе из области спирального поля, что может найти практическое приложение в качестве плазменного двигателя.

Движение пробок приводит к появлению добавки к скорости запертых частиц. Это делает функцию распределения плазмы неравновесной. Неравновесность функции распределения зачастую является причиной развития плазменных неустойчивостей, что в свою очередь ухудшает параметры удержания [8]. С другой стороны, в горячей термоядерной плазме длина свободного пробега ионов достаточно велика, что может приводить к быстрому опустошению конуса потерь. Решением проблемы может являться появление аномальной столкновительности в результате развития неустойчивостей [9]. Таким образом, возникает интерес в исследовании возникающих в установке плазменных колебаний. На данный момент нет априорной информации об их характеристиках. В отсутствие развитой теории возникает необходимость в использовании модельно-независимых методов для выделения из экспериментальных данных независимые источники сигнала.

Для выполнения данной цели были выполнены следующие задачи:

1. Выбрать подходящий для анализа метод и реализовать его алгоритм.
2. Провести численные тесты для определения работоспособности алгоритма
3. Применить выбранный метод к экспериментальным данным
4. Провести анализ полученных результатов с целью определения характеристик существующих колебаний.

Глава 1. Условия эксперимента и установка СМОЛА

1.1 Установка СМОЛА

Создание установки СМОЛА было обусловлено экспериментальной проверкой метода винтового удержания и ускорения. Для работы метода необходимо создать систему с вращающейся в скрещенных $\vec{E} \times \vec{B}$ полях плазмой, в которой бы существовала область со спиральным магнитным полем. Тогда в системе отсчета плазмы вращающейся выглядит уже спиральная компонента магнитного поля. Продольная скорость движения магнитных пробок в системе отсчета плазмы задается формулой:

$$V_z \approx \frac{chE_r}{2\pi aB_z}, \quad (1)$$

где a – радиус плазмы, h – шаг спирали, c – скорость света, B_z – продольное магнитное поле, E_r – радиальное электрическое поле [10].

Исходя из измерений, вращение в основном твердотельное со скоростью $\omega \approx 10^6 \text{ с}^{-1}$. При шаге спирали $h = 0,18 \text{ м}$. можно оценить скорость движения пробок $V_z \approx 1,8 * 10^5 \text{ м/с}$ [11]. При движении магнитных возмущений в противоположном потоку плазмы направлении, возникает сила, действующая на запертые частицы и приводящая к созданию направленного к области удержания потока плазмы. В случае, когда движение пробок и поток сонаправлены, возможно ускорение частиц до энергий, существенно превышающих тепловую [7].

Установка СМОЛА схематично представлена на рис. 1.1.

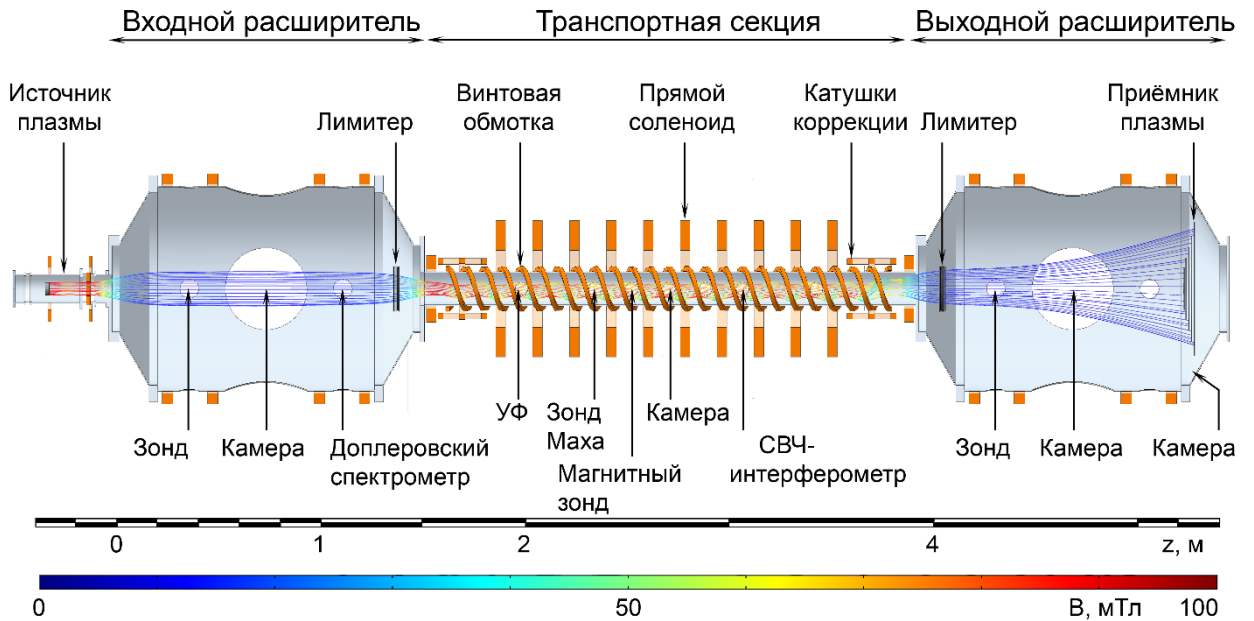


Рис. 1.1
Установка СМОЛА.

Установку можно условно разделить на три составные части: входной расширитель с плазменной пушкой, транспортная секция и выходной расширитель с плазмоприемником.

Расширители представляют из себя цилиндрические баки длиной 1,5 м и диаметром 100 см. На каждом из них установлено четыре плоских катушки, создающие продольное магнитное поле до 50 мТл.

Винтовая секция имеет длину 2,3 м и диаметр 16 см. Ее магнитная система состоит из двух спиральных проводников с противоположно направленными токами, индуцирующих спиральную составляющую, и 14 плоских катушек, создающих аксиальную. Диапазон напряженности аксиальной компоненты поля в винтовой секции $B_z = 30-300$ мТл, шаг спирали 18 см.

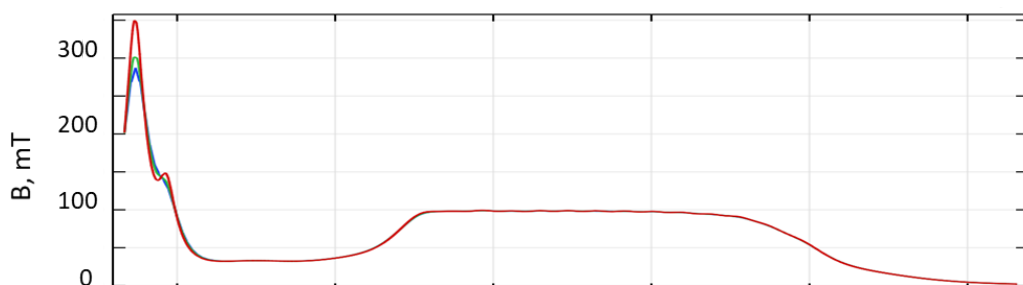


Рис.1.2.

Зависимость напряженности магнитного поля от z для трех разных расстояний от оси. Используемая в эксперименте осесимметричная плазменная пушка представлена на рис.1.3.

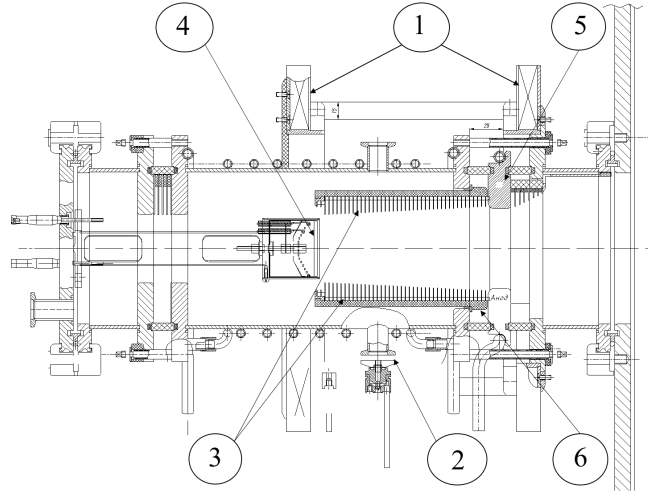


Рис. 1.3.

Плазменная пушка

1 – магнитные катушки (Cu), 2 – импульсный клапан, 3 – плавающие диафрагмы (Mo), 4 – катод (LaB_6), 5 – анод (Cu), 6 – изоляторы (Al_2O_3).

Плазма с $n \sim 0,5 - 4 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$ и $T_i \sim 5 \text{ эВ}$ создается за счет разряда магнетронного типа между LaB_6 катодом, выполненным в форме диска, и полым аксиально-симметричным медным анодом. Для обеспечения данного типа разряда силовые линии магнитного поля, выходящие с границы катода, должны проходить на расстоянии порядка ларморовского радиуса от анода. Таким образом подавляется поперечная проводимость и токи замыкаются внутри объема остальной установки, тем самым вынося туда электрическое поле, нужное для вращения плазмы. Косвенный накал катода осуществляется излучением нагревательного элемента в виде плоской вольфрамовой спирали [13].

В выходном расширителе частицы приходят вдоль линий магнитного поля на сегментированный плазмоприемник, составленный из 5 концентрических кольцевых пластин. Потенциал на каждую пластину подается независимо от других. В стандартном экспериментальном режиме разность потенциалов

между соседними пластинами составляет порядка 50 В, полный перепад потенциалов между центральной и крайней пластинами составляет 200 В. Потенциал третьей пластины плазмopриёмника совпадает с потенциалом катода плазменной пушки.

Радиальное электрическое поле $E_r \sim 10 - 100 \frac{\text{В}}{\text{см}}$ создается разностью потенциалов между катодом и анодом плазменной пушки, а также между пластинами плазмopриемника. В рассматриваемой серии напряженность поля составила $E_r \sim 15 \frac{\text{В}}{\text{см}}$.

Характерная длительность эксперимента составляет 0,1–1 с.

Установка обладает широким набором диагностических средств, который постоянно обновляется. В набор входят 1 эмиссионный зонд, 7 электростатических зондов, один из которых работал в режиме тройного зонда, два в режиме измерения ВАХ, остальные в режиме двойного зонда, зонд Маха, массив из 12 Мирновских зондов, чувствительный к вакуумному ультрафиолетовому излучению фотодиод ФДУК-100, СВЧ-интерферометр, спектроскопическая диагностика азимутальной скорости вращения по доплеровскому смещению линий излучения, диагностики тока катода плазменной пушки, потенциала пластин плазмopриемника, два датчика давления в входном и выходном расширителях.

1.2. Условия эксперимента

Для обработки были использованы данные, полученные в последней крупной экспериментальной кампании, включающей в себя около 2000 разрядов и проведенную с увеличенным набором диагностик. Во время нее проводились серии экспериментов в режиме удержания при различных магнитных конфигурациях и параметрах плазмы: напряженности продольной компоненты магнитного поля на оси транспортной секции $B_z = 40 - 100$ мТл, среднего по вертикальному сечению пробочного отношения в транспортной секции $R_{mean} = 1,18-1,7$, поток нейтрального газа в источник плазмы в

диапазоне $(0,5-6,5) \times 10^{20} \text{ c}^{-1}$, напряжения между пластинами плазмодриемника 200-300В.

Радиальные профили плотности и ионного потока представлены на рис.1.4.-5.

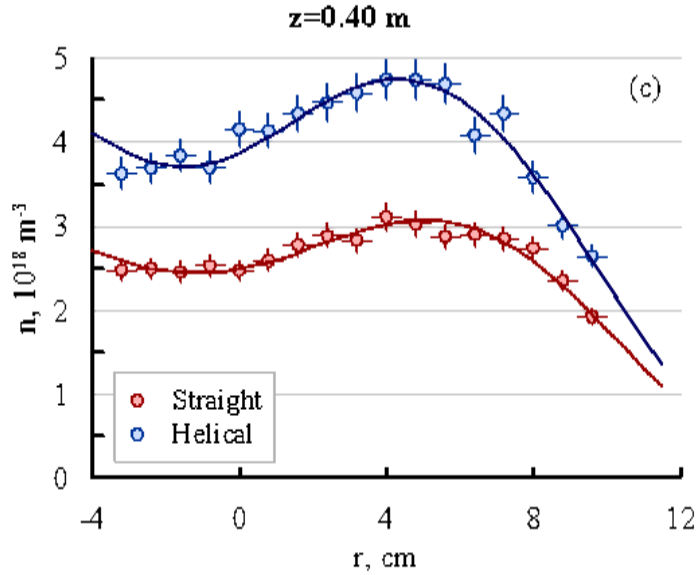


Рис.1.4.

Профиль плотности во входном расширителе, координата $z = 40$. Красные точки – профиль плотности в прямом поле, синие – в винтовом с $R_{mean} = 1,55$.

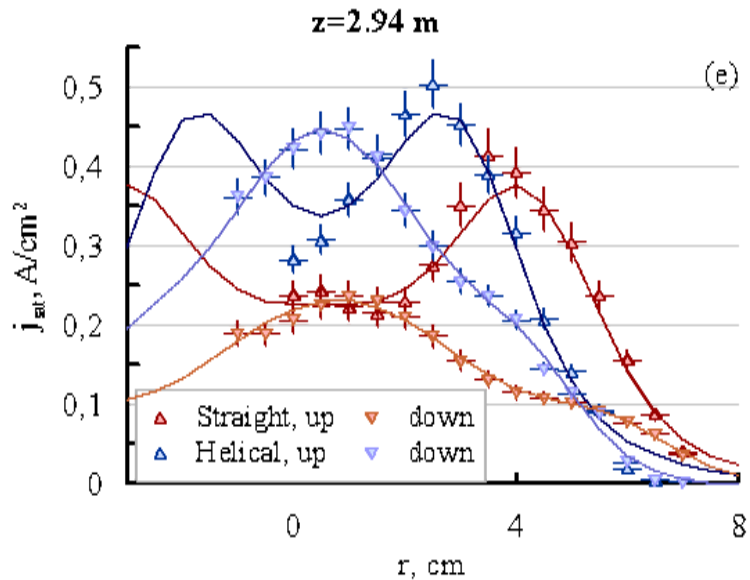


Рис. 1.5.

Профили ионного потока в транспортной секции, координата $z = 294$.

Треугольники вершиной вверх – поток в сторону области удержания, вниз – в выходной расширителе в режиме. Красные цвет соответствует режиму $R_{mean} = 1$, синий $R_{mean} = 1,55$.

В экспериментальные точки радиального профиля плотности вписана функция $f(r) = a_1 \exp\left(-\left(\frac{r-r_0}{r_1}\right)^4\right) + a_2 \exp\left(-\left(\frac{r-r_0}{r_2}\right)^2\right)$, радиального

профиля ионного потока в направлении области удержания

$f(r) = a_1 \exp\left(-\left(\frac{r-r_0}{r_1}\right)^2\right) + a_2 \exp\left(-\left(\frac{r-r_0}{r_2} - \Delta\right)^2\right)$, радиального профиля

ионного потока в направлении выходного расширителя

$f(r) = A \exp\left(-\left(\frac{r-r_0}{r_1} - \Delta\right)^2\right)$. В режиме удержания обратный ионный поток

в центральной части превышает прямой.

В режиме измерения тока ионного насыщения на зондовых сигналах фиксируются колебания на одинаковой частоте. За этот эффект могут отвечать различные процессы, например, флуктуации ионного потока, или плотности и температуры ионов по отдельности, периодическое смещение плазменного столба в условиях неоднородной по радиусу плотности, колебания потенциала при ненулевом коэффициенте ослабления синфазного сигнала дифференциальной развязкой и т.п. Таким образом, для изучения этих колебаний и их природы можно провести анализ сигналов набора расположенных в разных координатах двойных зондов.

Глава 2. Методы обработки экспериментальных данных

2.1. Обоснование выбора метода

На сегодняшний день для анализа возмущений в плазме опробован обширный набор методов. Наиболее популярными являются методы априорные, представляющие исходный сигнал как линейную комбинацию заранее заданных компонент. К таким методам относятся, например, Фурье и вейвлет разложения. Если данные близки по форме к базисным функциям, то результаты анализа достаточно легко интерпретируются, однако зачастую это требование не выполняется и сигналы содержат существенно нелинейные и нестационарные компоненты. Другим подходом к анализу является использование адаптивных методов, выполняющих разложение сигнала на компоненты, обусловленные структурой самих данных. К данным методам можно отнести преобразование Гильберта-Хуанга, анализ независимых компонент, в частности распространенную его версию - метод главных компонент, нейросети и т.п. Адаптивные методы хорошо справляются с задачей разбиения сигнала на независимые компоненты, используя при этом различные критерии для разбиения.

В преобразовании Гильберта-Хуанга [13] сигнал разлагается на компоненты посредством процедуры разложения на эмпирические моды (empirical mode decomposition). Получившиеся в итоге компоненты удовлетворяют двум условиям: имеют равное или отличное на единицу количество точек пересечения нуля и экстремумов, а также среднее построенных по максимумам и минимумам огибающих в каждой точке равно нулю. Таким образом, сигнал представляется как сумма колебаний с зависящими от времени частотой и амплитудой. Данный метод был успешно применен для анализа колебаний в работах [14], [15], [16]. К недостаткам данного метода стоит отнести его чувствительность к шумам и отсутствие строгого

доказательства ряда свойств разложения, так же стоит отметить, что происходит выделение только временной структуры колебаний.

Анализ независимых компонент - это семейство методов слепого разделения сигнала, позволяющих выделить из сигнала вклады от различных независимых источников. В качестве критерия независимости может использоваться минимизация корреляций, максимизация информационной энтропии и расстояния Кульбака-Лэйблера и т.п. [17] Применимо к обработке экспериментальных данных установок по магнитному удержанию часто используется метод главных компонент [18], основанный на минимизации взаимной корреляции и максимизации дисперсии источников сигнала. Результатом работы метода является набор ортогональных пространственных и временных мод, а также амплитуд, с которыми они входят в сигнал. На практике зачастую данный метод реализуется путем сингулярного разложения матрицы данных. Сингулярное разложение представляет исходную матрицу X_N^M в виде произведения трех матриц:

$$X_N^M = U_M^M \times S_M^N \times V_N^{N^T}, \text{ где } U_M^M \text{ и } V_N^N \text{ - унитарные матрицы, } S_M^N \text{ - диагональная}$$

матрица, элементы которой расположены в порядке убывания. К недостаткам данного метода стоит отнести его линейность - данные не всегда хорошо аппроксимируются прямыми и плоскостями в пространстве данных. Данную проблему можно решить, путем использования различных нелинейных обобщений метода - метода главных многообразий, различных нейросетевых методов: «узкого горла», самоорганизующихся карт Кохонена и т.п.

В связи с наличием схожих колебаний на разных сигналах и простотой относительно нейросетевых методов было решено использовать метод главных компонент для выделения независимых источников сигнала.

2.2. Метод главных компонент

Суть метода главных компонент заключается в представлении исходных данных в новом ортогональном базисе, элементы которого имеют

максимальную дисперсию. Если считать дисперсию мерой информативности, то в таком базисе при наличии мультиколлинеарности в исходных данных первые компоненты содержат большую часть информации. Данное свойство используется в статистике и для обработки сигналов, при необходимости снизить размерность данных, оставив лишь ее содержательную часть, избавиться от шумов и т.п.

Пусть у нас имеется набор производимых разными датчиками одновременных измерений какой-то физической величины: $x_i(t_j)$, $i \in [0, M - 1]$, $j \in [0, N - 1]$, где i - номер датчика, а j - момента времени. Из этих данных можно составить матрицу:

$$X = \begin{pmatrix} x_0(t_0) & \dots & x_0(t_{N-1}) & \vdots & \vdots & x_{M-1}(t_0) & \dots & x_{M-1}(t_{N-1}) \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Применяя к ней сингулярное разложение, получаем $X = USV^T$, где U и V - унитарные матрицы размером $M \times M$ и $N \times N$ соответственно. Можно показать, что строки матрицы U содержат собственные векторы матрицы пространственных корреляций, а V - временных. Действительно, рассмотрим матрицы XX^T и $X^T X$. С одной стороны, можно показать, что это матрицы ковариаций (корреляций при нормализованных данных):

$$(XX^T)_{ij} = \sum_k X_{ik} X_{kj} = cov(x_i(t), x_j(t)),$$

$$(X^T X)_{ij} = \sum_k X_{ki} X_{jk} = cov(x(t_i), x(t_j)),$$

с другой, что левые и правые сингулярные вектора матрицы X - это собственные вектора матрицы временных и пространственных ковариаций, соответственно: $XX^T = (USV^T)^T USV^T = VSU^T USV^T = VS^2V^T$, аналогично для пространственных: $X^T X = US^2U^T$. Таким образом, сингулярное разложения позволяет перейти к записи исходных сигналов как суммы компонент, не коррелирующих ни во времени, ни в пространстве. Так как сингулярные значения располагаются в порядке убывания, то первые компоненты базиса имеют наибольшую проекцию на исходные данные, а, следовательно,

большую корреляцию. Сами собственные значения, равные квадрату сингулярных, соответствуют среднеквадратичному отклонению этих компонент и характеризуют долю от суммарной информации, содержащейся в данной компоненте. Исходные сигналы представляются в виде:

$$\left(x_{i1} \ : \ x_{iN} \right) = \sum_{j=0}^{M-1} S_j u_{ji} \left(\vartheta_{j1} \ : \ \vartheta_{jN} \right) \quad (3).$$

Вектора v называют главными компонентами или факторными векторами, вектора u - главными осями или собственными векторами.

Если несколько компонент вносят одинаковый вклад, то спектр становится вырожденным. При этом нарушается единственность разложения. Данный эффект не позволяет разделить два независимых источника сигнала, фиксируемых на приемниках с одинаковыми амплитудами, однако наличие малейшего отличия амплитуд снимает вырождение. Важным на практике случаем вырождения оказывается фиксация бегущей волны. При этом сигналы разных приемников должны иметь разность фаз, что делает их, вообще говоря, не коррелирующими. Однако можно показать, что такая волна порождает две главных компоненты с одинаковыми сингулярными значениями. Действительно, пусть на M датчиках фиксируется колебание с частотой w и волновым числом k : $\sin(wt + k\xi_i)$, $i \in [0, M - 1]$, ξ_i - координата, в которой располагается датчик. Это же выражение можно представить как

$$\sin(wt + k\xi_i) = \cos(k\xi_i) * \sin(wt) + \sin(k\xi_i) * \cos(wt) = u_i^1(\xi_i) * v_i^1(t) + u_i^2(\xi_i)$$

. На практике собственные значения оказываются неодинаковыми, но близкими и сближаются по мере увеличения количества включенных в анализ пространственных и временных периодов. Используя две получившиеся компоненты можно получить зависимость частоты и амплитуды бегущей волны от времени: Зависимость частоты от времени для бегущей волны выражается как:

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \arctan\left(\frac{v_i^1(t)}{v_i^2(t)}\right), \quad (4)$$

$$A_i(t) = \sqrt{(v_i^1)^2 + (v_i^2)^2}. \quad (5)$$

Разность фаз между датчиками для бегущей волны вычисляется из главных осей как: $\Delta\varphi = \arctan\left(\frac{u_i^1}{u_i^2}\right)$.

Есть множество примеров применения данного метода к данным, полученным на плазменных установках. Пионерская работа [19] была выполнена на токамаке JET. В ней метод был применен к набору Мирновских зондов и рентгеновских фотодиодов. В первом случае удалось выделить из экспериментальных данных колебания, связанные с развитием тиринг-мод, показать теоретически предсказанное явление уменьшения длины волны в полоидальном направлении от внешней к внутренней части. Во втором случае удалось получить томографическую реконструкцию плотности излучения, а также отделить произошедший после пеллет-инжекции срыв от тиринг-мод. Также в данной работе был продемонстрирован нелинейный эффект, приводящий к увеличению количества необходимых для описания одной моды главных компонент при выборе слишком большой длины окна. В данном примере была применена инжекция нейтральных пучков с пеллет-инжекцией, после чего частота начинала меняться, выходя в конце на стационарный уровень. Метод главных компонент разделил эти два режима поведения колебания, однако не полностью, что указывает на избыточную длину окна. После того, как это было сделано, проблема была устранена. Еще одна интересная работа, описывающая методом главных компонент множество явлений, была выполнена на Tore Supra [20]. Используя сигналы с набора Мирновских катушек и рентгеновских фотодиодов, было описано развитие пилообразной неустойчивости после пеллет-инжекции и нагрева ионно-циклотронным излучением, а также после инжекции примеси никеля. Была описана гонг-мода, вызванная поддувом газа. Данная мода имеет очень

короткую длительность, что затруднило бы ее описания традиционными методами. На JET эмпирически доказано, что волновое число гонг-моды равно целой части коэффициента запаса устойчивости на границе плазмы, что подтвердилось в данной работе на Tore Supra. Был также продемонстрирован эффект неполного разделения мод вращения, наблюдающийся при отличии скорости вращения в разных координатах. Данный эффект теоретически показан для бегущих волн в работе [21]. Помимо этих примеров метод главных компонент был использован в работах на таких установках как D-III-D [22], JT-60 [23], KTX [24], ADITYA [25], ASDEX [26], а также FTU для подавления магнитных островов с помощью ЭЦР-нагрева [27]. Также рассматривалась возможность использования метода главных компонент для описания турбулентных явлений в периферийной плазме [28].

Еще одной основанной на методе главных компонент техникой, применявшейся в нашей работе, является сингулярный спектральный анализ (Singular Spectrum Analysis - SSA) и его многомерное обобщение (Multichannel Singular Spectrum Analysis - M-SSA) [29]. В этом методе сингулярное разложение применяется к матрице сдвинутых по времени отрезков сигналов. Рассмотрим для начала одномерный случай. Пусть есть временной ряд $F = [f_0, \dots, f_{N-1}]$ длиной N . Для любого целого неотрицательного числа $1 < L < N$, называемого длиной окна, можно составить т.н. траекторную матрицу:

$$X = \begin{pmatrix} f_0 & f_1 & \dots & f_{K-1} & f_1 & f_2 & \dots & f_K & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & f_{L-1} & f_L & \dots & f_{N-1} \end{pmatrix} \quad (6),$$

где $K = N - L + 1$. Траекторная матрица является ганкелевой, т.е. имеет одинаковые элементы на побочных диагоналях, удовлетворяющих условию $i+j = \text{const}$. При помощи сингулярного разложения можно получить рассмотренные ранее матрицы U , S , V .

В некоторых случаях может понадобиться восстановить исходные сигналы из главных компонент. Процедура восстановления включает в себя две

стадии: группировка и усреднение. Смысл группировки заключается в том, чтобы составить соответствие между группой главных компонент и сигналом. Например, чтобы отделить сигнал от шума можно отнести компоненты с большими сингулярными значениями в одну группу и восстановить траекторную матрицу по ней. Затем необходима некая формальная процедура получения сигналов из восстановленной траекторной матрицы. В качестве такой процедуры традиционно выступает усреднение по побочным диагоналям. Она обладает свойством оптимальности: траекторная матрица восстановленного таким образом ряда будет ближайшей по матричной форме к траекторной матрице исходного (матричная норма – корень из суммы квадратов всех элементов). Для перехода от SSA к M-SSA необходимо объединить траекторные матрицы разных сигналов.

Так как при переходе от обычной матрицы данных к траекторной в анализ включаются сдвинутые по времени сигналы, то уже не всякая когерентная на всех датчиках структура будет выделяться в отдельную компоненту. Однако существует обширная группа сигналов, для которых это верно. Так, например, при больших L и K разделяются полиномиальные и экспоненциальные тренды, синусоидальные колебания, в том числе модулированные экспоненциально.

Данный метод не нашел широкого применения в области физики плазмы. Единственным и, по словам авторов, первым применением SSA в этой области была работа [30], выполненная на установке RFX. SSA использовался здесь как для того чтобы удалить из сигнала полихроматора частоту оптического прерывателя и шум, так и для восстановления описывающего электронную температуру сигнала спектра мягкого рентгеновского излучения, полученного методом фильтров. Была показана корреляция между флуктуациями электронной температуры и магнитного поля в центре пинча с обращенным полем. Стоит также отметить, что наличие большего, чем при использовании обычного метода главных компонент, количества факторов позволило использовать информационный

критерий Акаике [31], позволяющий оценивать оптимальное количество параметров модели (главных компонент в нашем случае). Из других, близких к плазменной тематике работ, можно отметить работу D. S. Broomhead и G. P. King по реконструкции нелинейных аттракторов с помощью SSA[32].

2.3. Численные тесты метода главных компонент

Для проверки работоспособности написанного алгоритма (листинг кода на языке Python в Приложении 1) проведена обработка синтетических сигналов. Временной массив состоит из 5000 элементов и захватывает значения от нуля до 50 с шагом 0.01.

В качестве простейшего примера рассмотрим набор из 15 сигналов, содержащих колебания со сдвигом фаз между сигналами (бегущие волны) и зависящей от времени амплитудой и частотой. Каждый j -ый для $j \in [0, 14]$ сигнал x_j описывается функцией:

$$x_j = \sum_{i=1}^N A_i \times \exp(-0.03 \times t) \times \sin \sin (w_i \times \exp \exp (0.01 \times t) + \Delta\varphi_i \times j)$$

где A_i , w_i , $\Delta\varphi_i$ – амплитуда, частота и разность фаз между датчиками i -го колебания соответственно, $N_w(t)$ – массив со случайными значениями от -1 до 1, A_{N_w} – амплитуда шума. Расчет был проведен для следующего набора параметров:

- $N=3$, $A_1/A_2/A_3/A_{N_w} = 10/7/5/3$, $w_1=2\pi \times 4,455$, $w_1/w_2/w_3 = 1/2/3$, $\Delta\varphi_1=2\pi/15$, $\Delta\varphi_1/\Delta\varphi_2/\Delta\varphi_3 = 1/2/3$ – рис. 2.2.;
- $N=4$, $A_1/A_2/A_3/A_4/A_{N_w} = 10/7/5/3/3$, $w_1=2\pi \times 4,455$, $w_1/w_2/w_3/w_4=1/2/1/0.5$, $\Delta\varphi_1=2\pi/15$, $\Delta\varphi_1/\Delta\varphi_2/\Delta\varphi_3 = 1/2/3/2$ – рис. 2.3.;

Для демонстрации работы метода обычно используются следующие зависимости:

- Зависимость сингулярных значений от номера. Отношение сингулярного значения i -той компоненты к сумме всех сингулярных значений описывает долю информации, вносимой соответствующей

главной компонентой. Наименьшие значения как правило относятся к менее значимым компонентам, содержащим шумовую часть сигнала. Наличие в спектре вырожденности – двух одинаковых сингулярных значений, как правило говорит о наличии бегущей волны.

- Зависимость главных компонент от времени - $v(t)$. Характеризуют временную эволюцию системы. Каждый исходный сигнал представим, как сумма не коррелирующих компонент.
- Зависимость главных осей от координат - $u(x)$. Характеризуют пространственную структуры системы. Каждая i -ая главная ось содержит нормированные на 1 коэффициенты, с которым i -ая главная компонента входит в анализируемые сигналы.

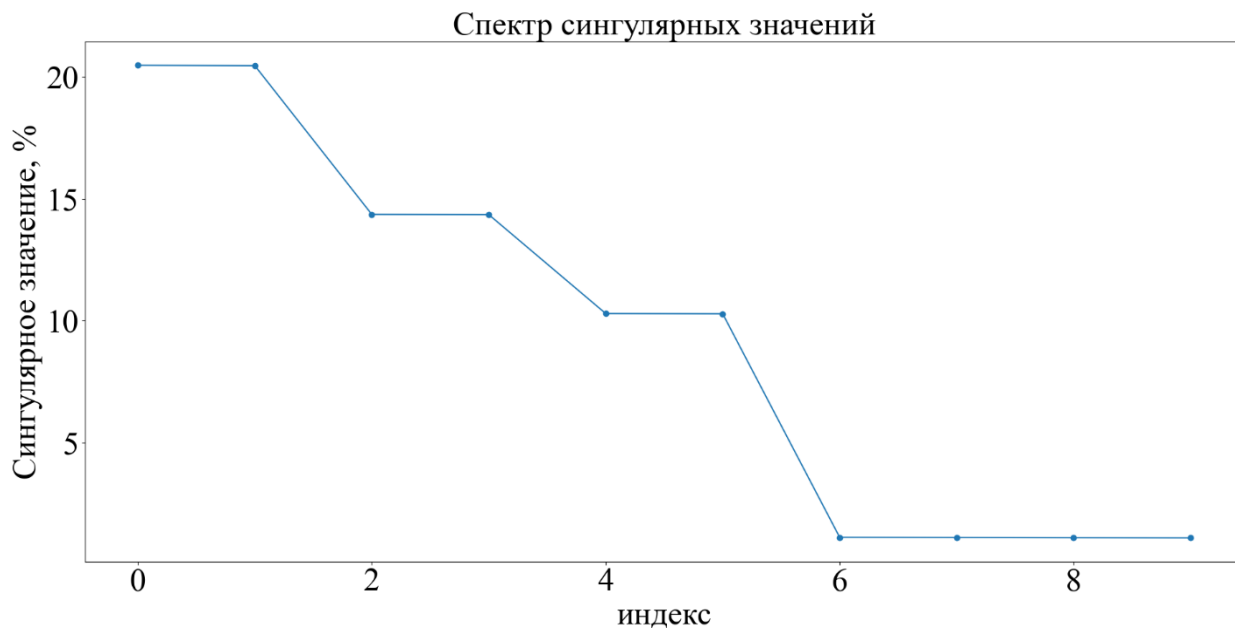


Рис. 2.1.

Спектр сингулярных значений для случая полностью разделимых мод в процентах от суммы всех сингулярных значений.

Сингулярные компоненты, соответствующие заданным колебаниям, имеют доминирующе большие значения и образуют пары, как и ожидалось.

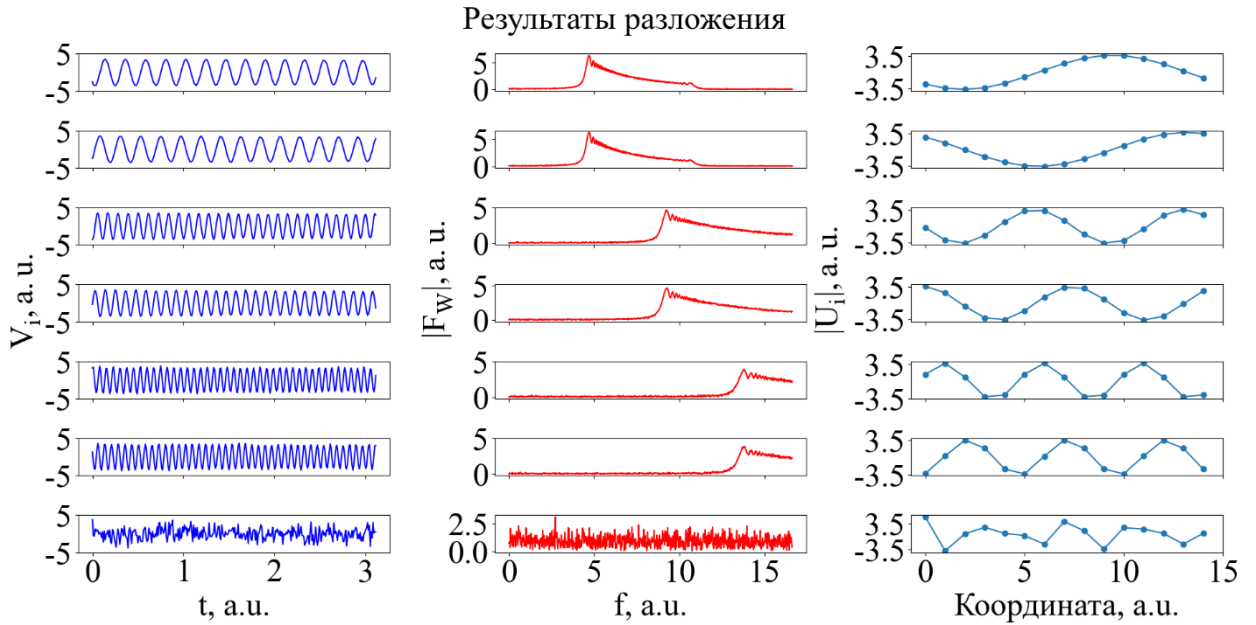


Рис. 2.2.

Главные компоненты и главные оси в случае разделяемых мод.

Слева – график главных осей от времени. Полученные компоненты соответствуют заданным колебаниям. По центру – Фурье-спектр компонент. Справа – график главных осей от координат. Полученные оси соответствуют заданной пространственной структуре.

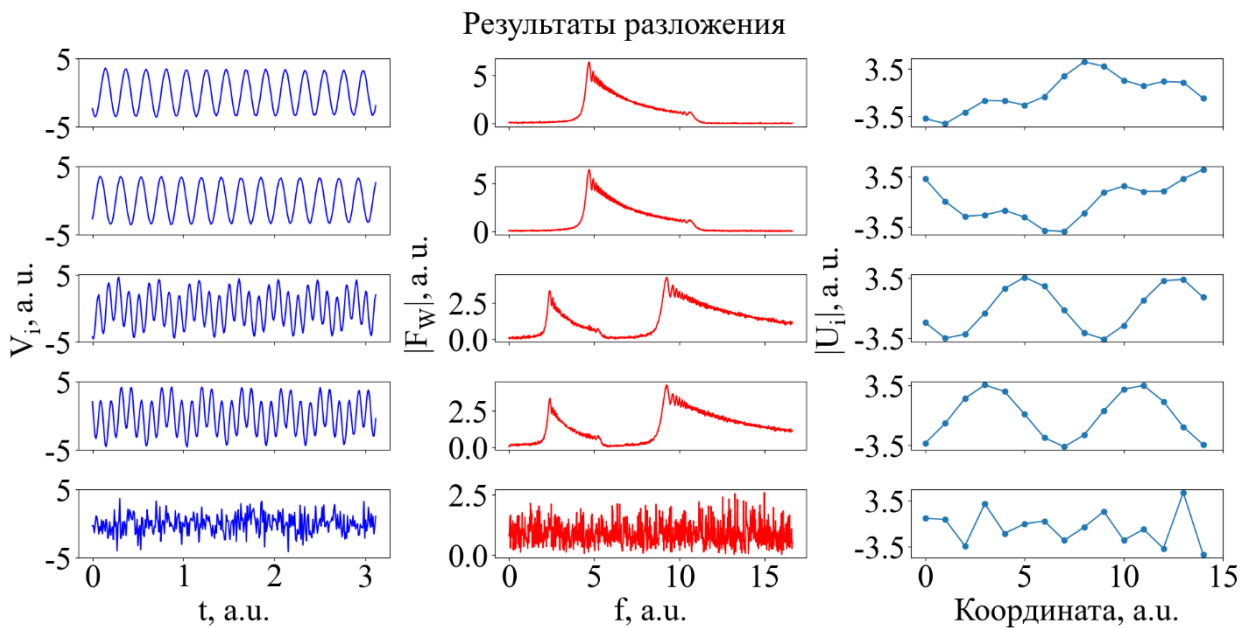


Рис. 2.3

Случай не разделяющихся колебаний.

Слева – график главных осей от времени. Полученные компоненты соответствуют заданным колебаниям. По центру – Фурье-спектр компонент. Справа – график главных осей от координат.

Спектры изображенных на рис. 2.2. главных компонент пересекаются, что не мешает их разделению методом главных компонент. Однако подобное

пересечение могло бы усложнить интерпретацию при анализе традиционными методами. На рис.2.3. представлены результаты разложения четырех бегущих волн, у первой пары из которых совпадают частоты, у второй пространственные периоды. Как видно, совпадения любого из этих параметров ведет к тому, что колебания разделяются.

Для демонстрации разложения колебания с зависящим от времени волновым числом был рассмотрен случай:

$$x_j(t) = 10 \times \exp \exp (-0.03 \times t) \times \sin \sin (4.45 \times \exp \exp (0.01 \times t) +$$

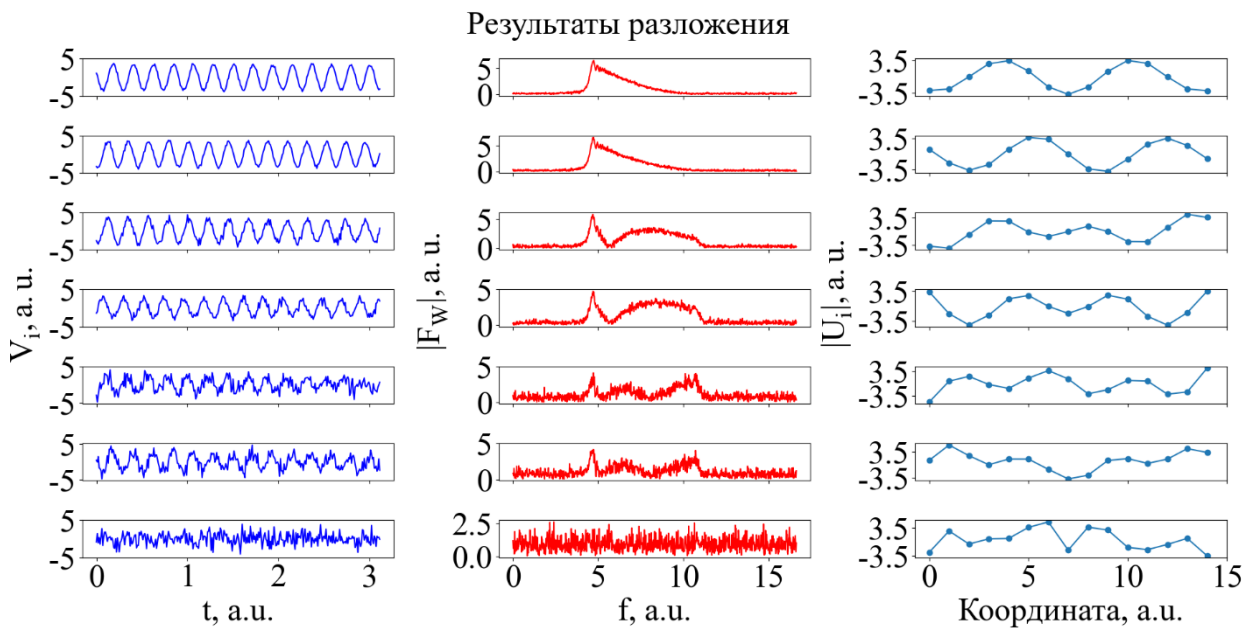


Рис. 2.4.

Случай зависящего от времени волнового числа.

Слева – график главных осей от времени. Полученные компоненты соответствуют заданным колебаниям. По центру – Фурье-спектр компонент. Справа – график главных осей от координат.

В данном примере зависимость волнового числа от времени приводит к утроению необходимого для описания числа главных компонент. Данный эффект проявляется из-за линейности метода, и с более сложными сигналами количество необходимых для описания компонент будет увеличиваться.

В качестве еще одного примера рассмотрим сигнал, в котором помимо синусоидальных колебаний присутствует еще и пилообразное колебание, описываемое функцией $S(t)$:

$$x_j(t) = 13 \times \exp(-0.03 \times t) \times \sin\left(2\pi \times 4.45 \times t + 2\pi \times \frac{2}{15} \times j\right) +$$

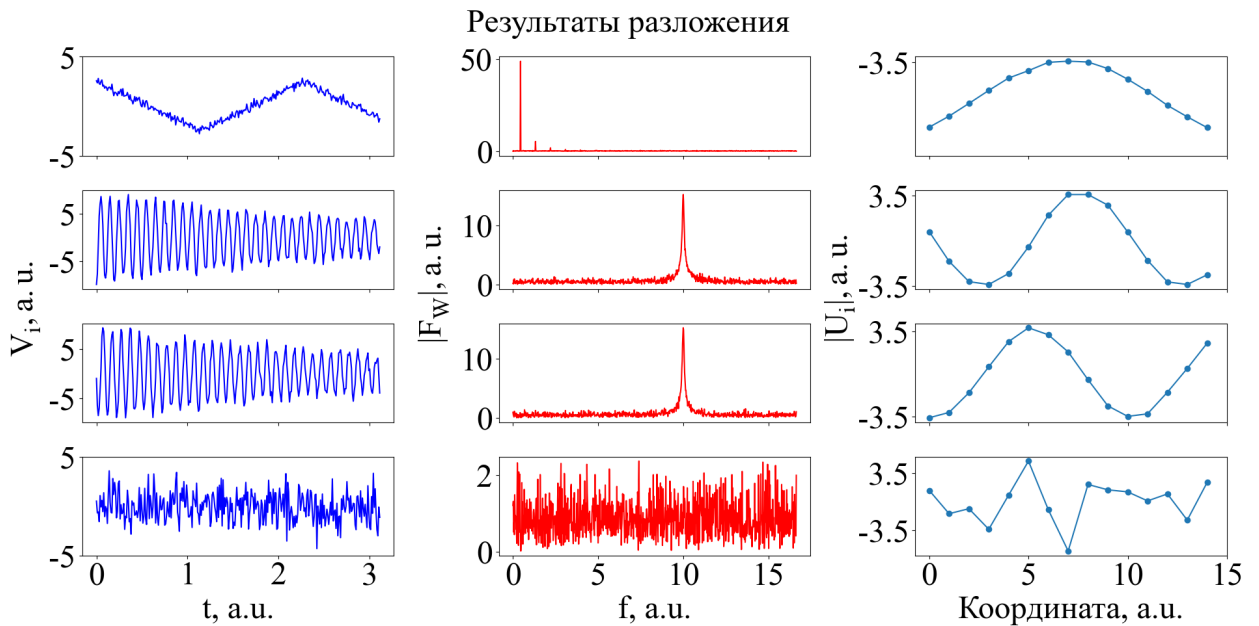


Рис. 2.5.

Пример с пилообразным колебанием

Слева – график главных осей от времени. Полученные компоненты соответствуют заданным колебаниям. По центру – Фурье-спектр компонент. Справа – график главных осей от координат. Метод смог разделить все компоненты и шум.

Как видно выделение в этом случае также происходит и можно этого ожидать от любой когерентной структуры, проявляющейся одновременно на всех диагностиках.

Для тестирования M-SSA мы рассматривали те же сигналы, что и для метода главных компонент. Было выяснено, что помимо предыдущих ограничений, появляются новые, связанные с включением в анализ сдвинутых во времени отрезков сигналов. В связи с этим количество компонент, необходимых для описания содержащих больше одной Фурье-компоненты сигналов, возрастает.

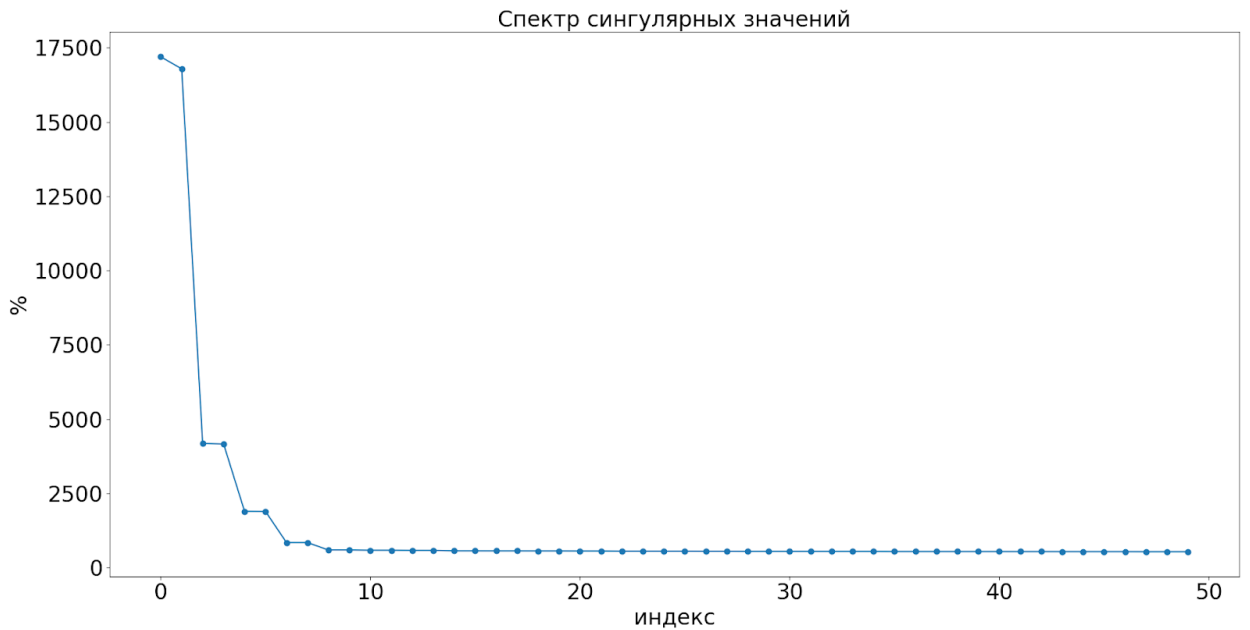


Рис. 2.6.

Спектр сингулярных значений для M-SSA.

Показаны первые 50 значений из 1500. Количество компонент в M-SSA как правило на несколько порядков больше, чем при обычном методе главных компонент.

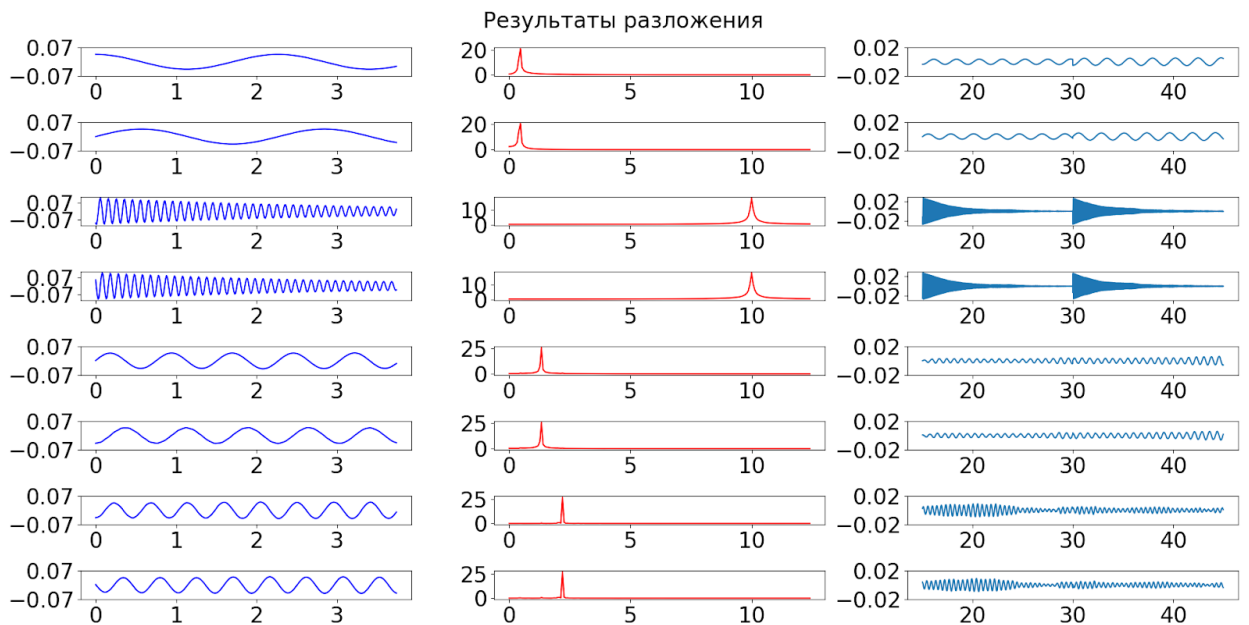


Рис. 2.7.

Значимые главные компоненты.

Пилообразное колебание разделяется на компоненты 1,2,5-8.

Варьируя частоты и волновые числа различных колебаний и рассматривая случаи как со стационарной амплитудой, так и с зависящей от времени можно прийти к следующим выводам:

1. С использованием метода главных колебания с различными пространственными и временными периодами, а также с постоянным отношением амплитуд разделяются и отделяются от шума. Разделимость возрастает при увеличении количества включенных в анализ пространственных и временных периодов. При совпадении пространственных и временных периодов колебаний они выделяются в одну компоненту. Каждое колебание ожидается создает пару “синус” - “косинус” с описанной ранее пространственной структурой.
2. При использовании метода главных компонент разделяемость пропадает, если разность фаз (т.е. волновое число) зависит от времени. Этот недостаток является проявлением линейной природы метода главных компонент. Разделяемость также ухудшается в случае, когда непостоянность отношения амплитуд по времени приводит к совпадению пространственной или временной структуры колебаний различных сигналов.
3. С использованием M-SSA колебания разделяются, когда частота постоянна и при экспоненциальной и полиномиальной модуляции амплитуды. Изменение частоты колебания в обрабатываемом отрезке сигнала или наличие нескольких частот влечет за собой увеличение количества необходимых для описания сигнала главных компонент. Причиной данных недостатков является линейность метода главных компонент, а также включение в анализ сдвинутых по времени отрезков сигналов.

Глава 3. Обработка экспериментальных данных

3.1. Главные компоненты экспериментальных данных

Доступное для использования число зондовых сигналов тока насыщения равняется девяти: двойные зонды в продольных координатах $z = 204$ см, $z = 348$ см, сборка из трех двойных зондов, расположенных в продольной координате $z = 240$ см и вертикальной $y = -2$ см, 0 см, 2 см, зонд Маха в

координате $z = 294$ см, который можно использовать как два двойных зонда, а также два зонда в координатах $z = 40$ см и $z = 434$ см, работающих в режиме измерения вольт-амперной характеристики. Примеры экспериментальных сигналов можно видеть на рис.3.1.

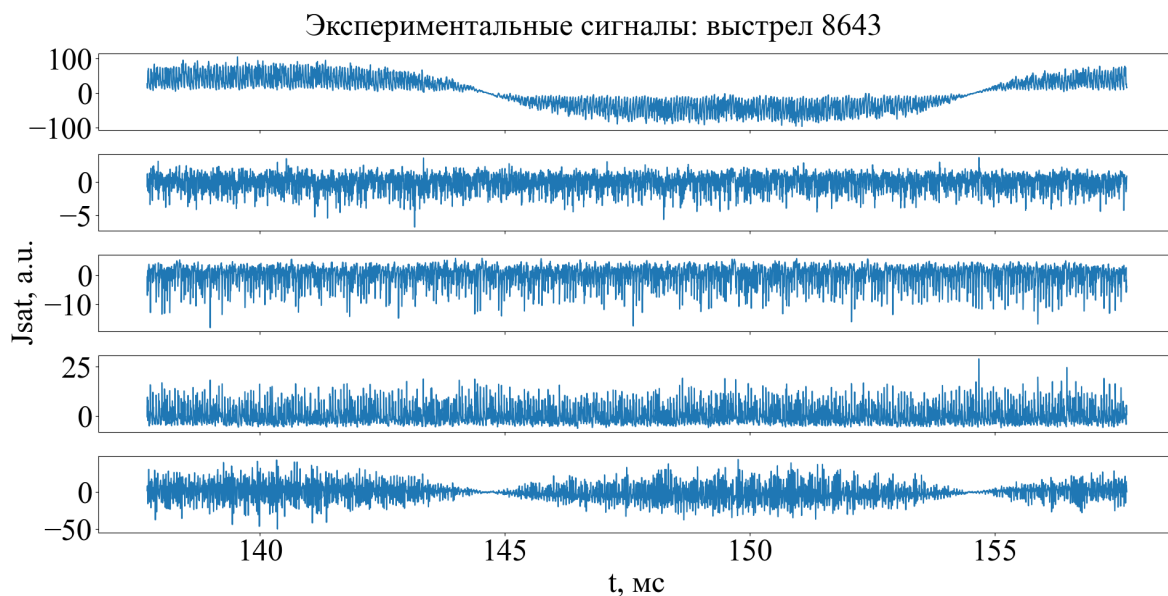


Рис. 3.1.

Экспериментальные сигналы.

Координаты зондов сверху вниз: $z = 40$; $z = 240, y = -2$; $z = 240, y = 2$; $z = 294$; $z = 434$.

Для включения в анализ сигналов зондов в режиме измерения ВАХ необходимо выбирать отрезки сигнала вблизи экстремума $U(t)$. Частота изменения напряжения на зондах составляет 50 Гц. В связи с этим ограничением были выбраны отрезки сигнала длительностью 4 мс с центром в точке экстремума $U(t)$, в которых отклонение $U(t)$ от максимума не превышает 20%. При снятии радиальных профилей шаг в транспортной секции составил 0,5 см, в расширителях – 0,8 см. Для проведения анализа были выбраны три разряда из каждого профиля, соответствующие нахождению зондов в области пика потока, т.к. там колебания наблюдаются наиболее отчетливо.

Для более корректной работы метода сигнал должен пройти предобработку.

Во-первых, необходимо провести стандартизацию сигнала: $x(t) = \frac{x(t) - \bar{x}}{Dx}$, где \bar{x} – среднее, Dx – среднеквадратичное отклонение. Вычитание среднего

позволяет избежать выделение его как главной компоненты, что особенно важно в условиях малого количества включенных в анализ сигналов. Нормализация необходима, когда в анализ включаются несопоставимые величины (например, флуктуации магнитного поля и плотности), сигналы с датчиков имеют разный уровень или не приведены к абсолютным величинам. Во-вторых, на некоторых сигналах наблюдаются наводки от внешних сетей. Так, на сигнале с зонда в координатах $z = 348$ см наблюдается внешняя наводка на частотах $n \times 56$ кГц, где $n \in \mathbb{N}$, на зондах в координатах $z = 40$ см и 434 см есть наводка 50 Hz от переменного напряжения. Так как эти наводки имеют постоянную во времени частоту, то можно воспользоваться M-SSA для их удаления. Действие такой предобработки представлено на рис. 3.2.

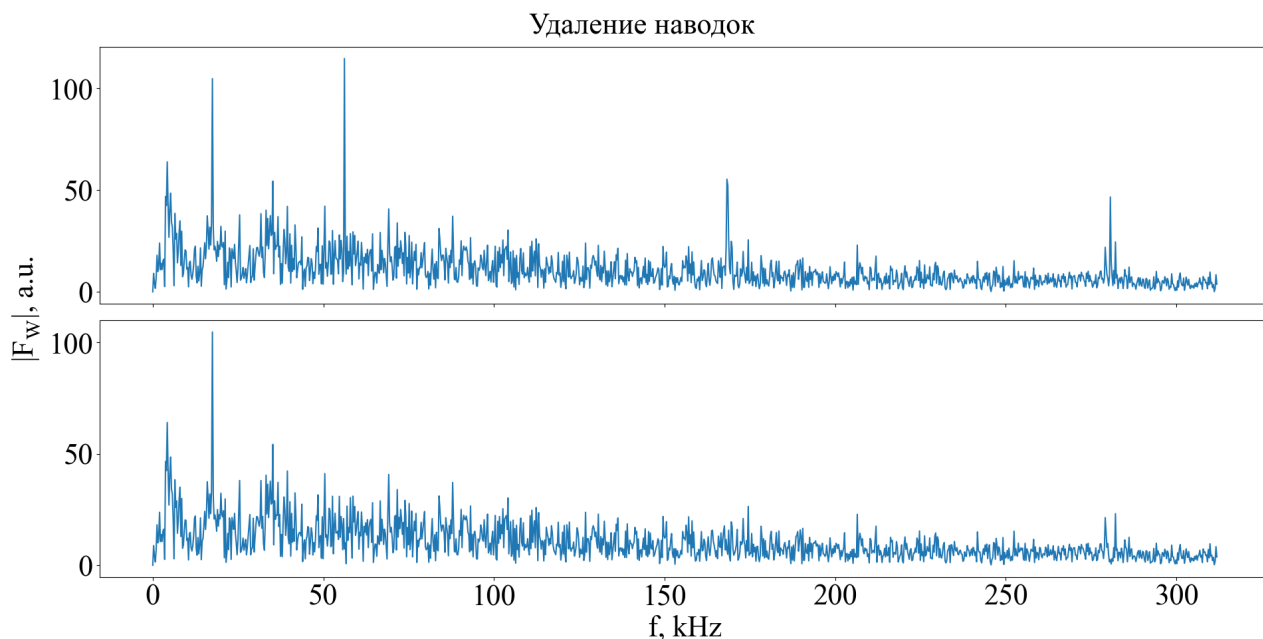


Рис. 3.2.

Спектры сигнала зонда в координате $z = 348$ до предобработки и после неё.

Разряд 8643, $B_z = 40$ мТл, $R_{mean} = 1,7$

Для изучения влияния винтового удержания на имеющиеся в плазме установки СМОЛА колебания, имеет смысл сравнить режимы с наличием и отсутствием винтового поля. Величина гофрировки характеризуется средним по сечению пробочным отношением. Оно вычисляется путем нахождения максимального пробочного отношения вдоль силовых линий в транспортной секции последующим усреднение по площади вертикального сечения.

Результаты обработки данных, полученных из разряда, проводившегося в режиме с $R_{mean} = 1$ и продольным полем $B_z = 40$ мТл, представлены на рис. 3.3. – 3.4.

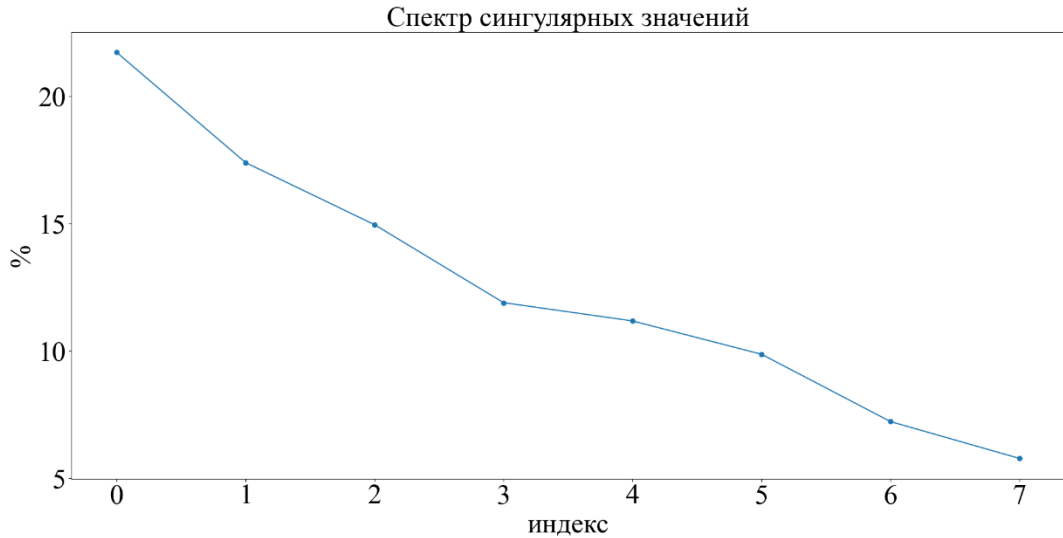


Рис. 3.3

Спектр сингулярных значений для разряда в режиме с однородным полем в транспортной секции. Первые три компонента содержат 54% информации.

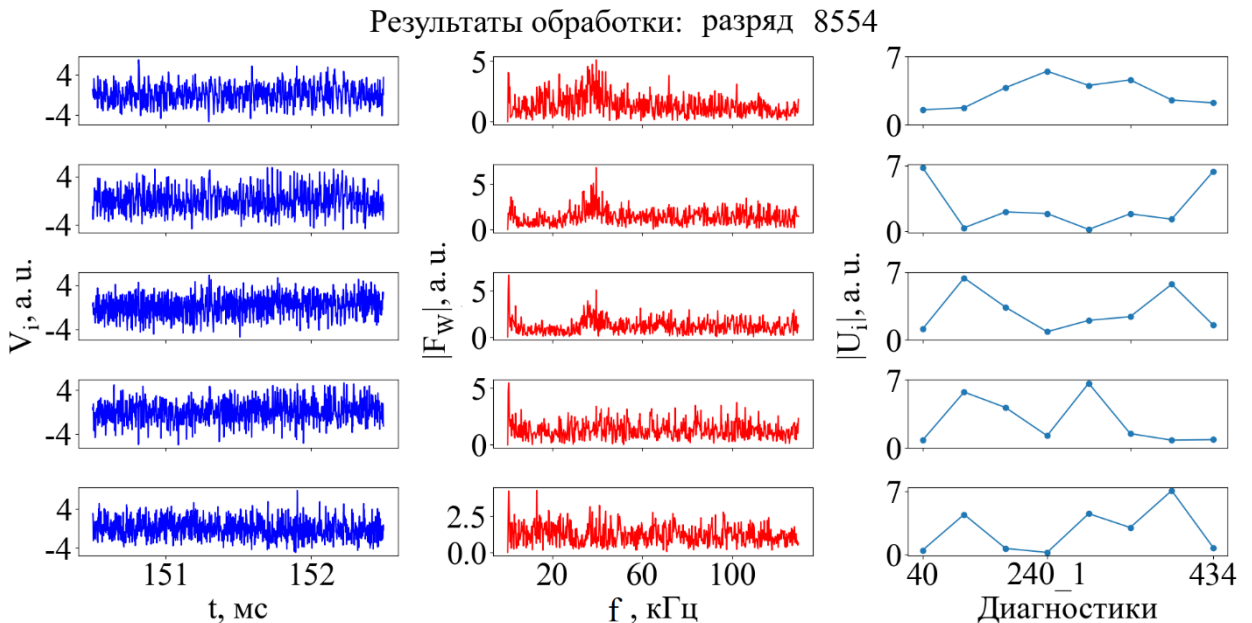


Рис. 3.4.

Главные компоненты в режиме с однородным полем в транспортной секции.

Слева синим – главные компоненты, по центру красным – Фурье-спектр главных компонент, справа голубым – абсолютные значения главных осей. Для главных осей в качестве координат цифрами сперва обозначены координаты z , обозначения через дефис: 1 – 2 см от оси y .

В связи с небольшим количеством включенных в анализ зондов и большим расстоянием между ними нельзя получить подробное описание пространственной структуры методом главных компонент. В связи с этим было решено использовать значения главных осей, взятые по модулю. В таком случае пространственная структура описывается с помощью абсолютных значений амплитуды главной компоненты в координате, соответствующего датчика. Первые три главных компоненты имеют широкие спектры с пиком 39,5 кГц. Главные оси этих компонент указывают на то, что описываемые возмущения локализованы в транспортной секции, расширителях и в транспортной секции на границе с расширителем соответственно.

Теперь рассмотрим главные компоненты, полученные при разряде в режиме с винтовым полем с средней по сечению величиной гофрировки в винтовой секции $R_{mean} = 1,7$. Разложение представлено на рис. 3.5. – 6.

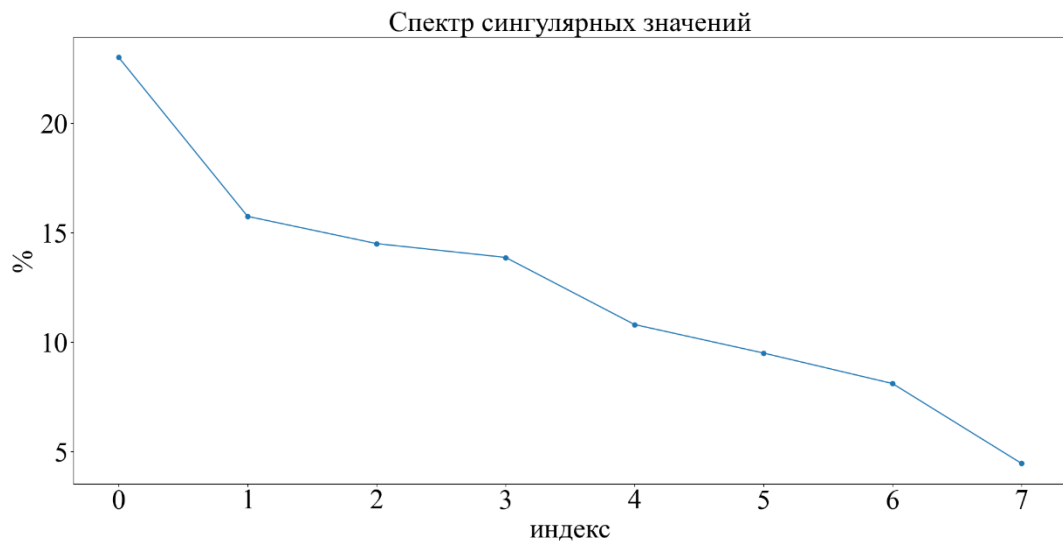


Рис. 3.5.

Спектр главных компонент в режиме с винтовым полем. Первые три компоненты содержат 53% информации.

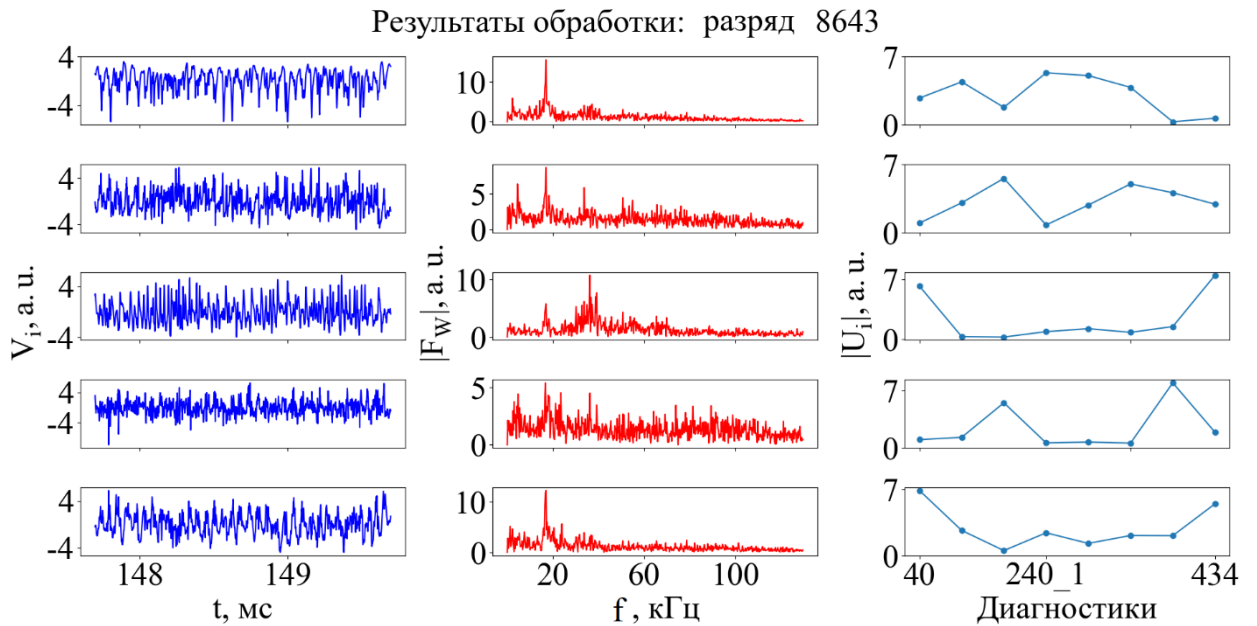


Рис. 3.6.

Главные компоненты с винтовым полем.

Слева – главные значения, по центру – их спектр, справа – абсолютные значения главных осей.

Видны более выраженные колебания.

Структура главных компонент отлична от структуры, полученной из данных разряда без винтового поля. Первая главная компонента имеет ярко выраженный, узкий в сравнении со случаем с $R_{mean} = 1$, пик на частоте 17 кГц. Её главная ось показывает, что соответствующее ей колебание имеет ненулевую амплитуду как в расширителях, так и в винтовой секции. Доминирующая частота второй главной компоненты также равняется 17 кГц, однако видны также достаточно крупные пики на частоте 4,5 кГц и 33,7 кГц. Стоит отметить, что вторая главная ось имеет ненулевые значения на тех датчиках, где значение первой близко к нулю. Этот факт, а также то, что кросс-корреляционная функция первой и второй компоненты имеет максимум на времени сдвига примерно четверть периода, является основанием полагать, что первая и вторая главные компоненты описывают в основном колебание с частотой 17 кГц. Также стоит отметить, что данное колебание, по всей видимости, возникает из-за винтового удержания и не является тем колебанием, которое наблюдалось в случае без поля. Об этом свидетельствует то, что при снижении величины гофрировки с 1,7 до 1,18 частота плавно

повышается с 17 до 23 кГц. Однако частота возмущения при минимальной ненулевой гофрировке $R_{\text{mean}} = 1,18$ и при отсутствии гофрировки $R_{\text{mean}} = 1$ отличается в 1,7 раз: 23 кГц и 39,5 кГц, что не вписывается в общую динамику.

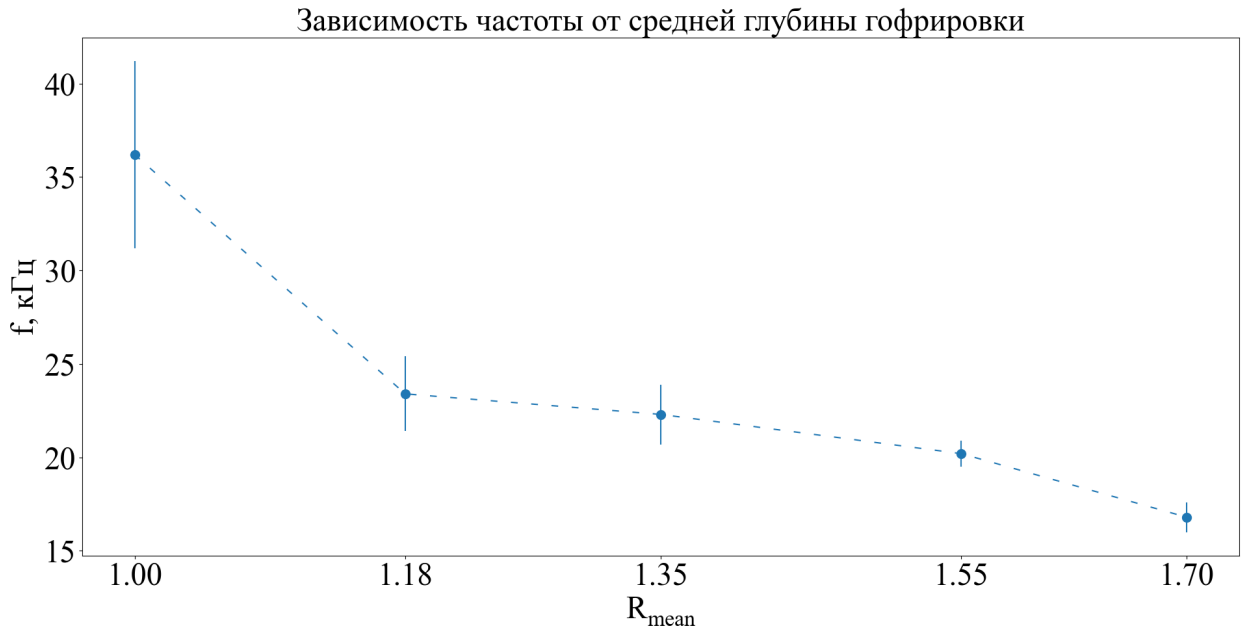


Рис. 3.7.

Зависимость доминирующей частоты первой главной компоненты от R_{mean} .

Также стоит отметить, что колебания при $R_{\text{mean}} > 1$ имеют более узкий спектр и однополярную структуру колебаний, в отличие от колебания при $R_{\text{mean}} = 1$, имеющих широкополосный спектр и двухполярную структуру. В связи с этим можно сделать вывод, что данное колебание является проявлением неустойчивости, специфичной для винтового удержания.

Данное колебание не всегда является доминирующим. Так, при увеличении магнитного поля и уменьшении гофрировки основным колебанием становится колебание, происходящее на удвоенной частоте. Для примера рассмотрим разряд 8861, напряженность продольной компоненты поля при котором была $B_z = 70$ мТл, а гофрировка $R_{\text{mean}} = 1,35$. Результат разложения представлен на рис. 3.8. – 3.9.

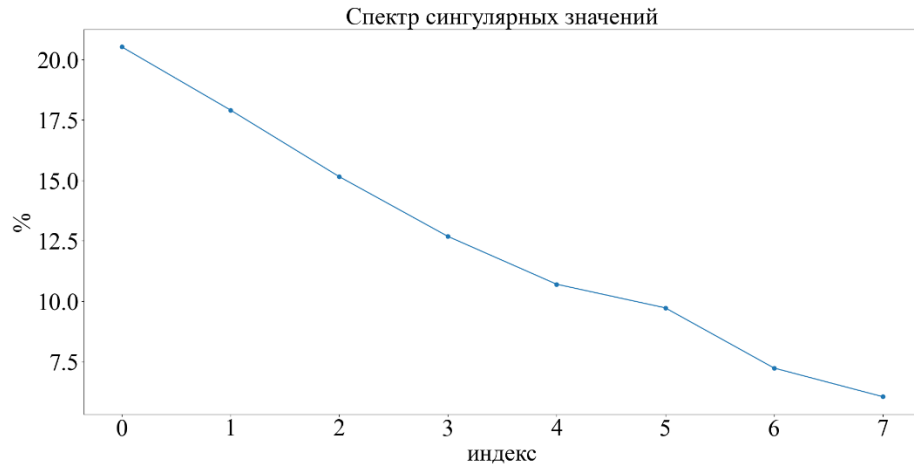


Рис. 3.8.

Спектр сингулярных значений.

Разряд произведен при продольном поле $B_z = 70$ мТл и $R_{mean} = 1,35$. Первые три компоненты содержат примерно 54 (53.57) % информации.

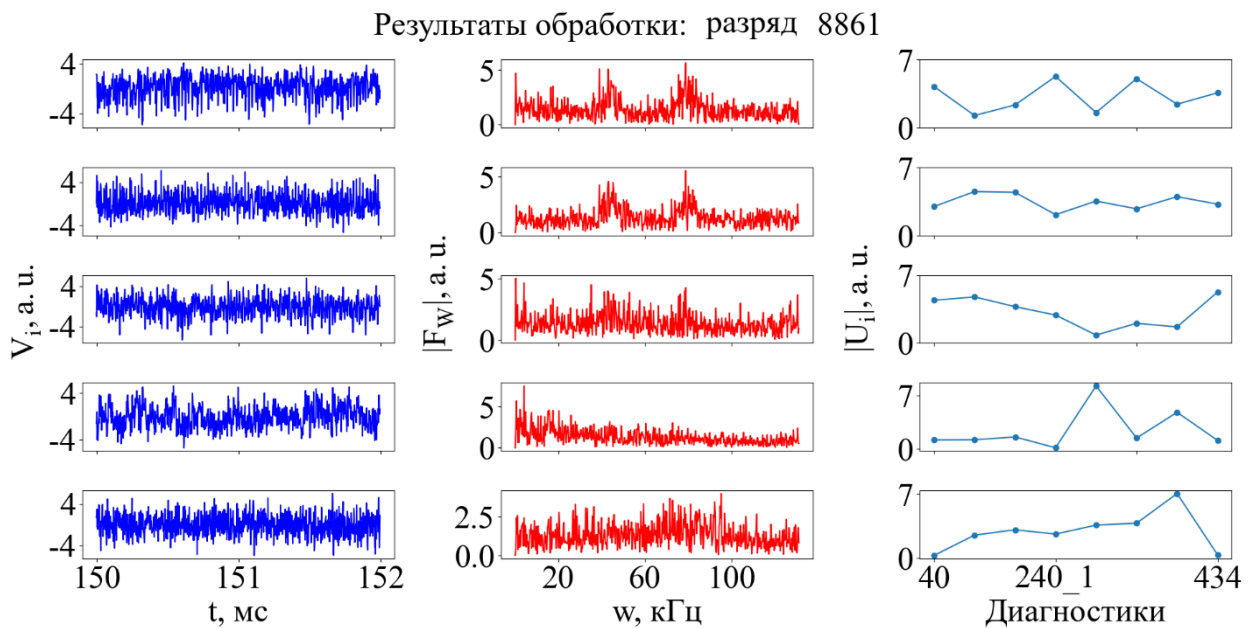


Рис. 3.9.

Главные компоненты при $B_z = 70$ мТл, $R_{mean} = 1,35$.

Слева – главные компоненты, по центру – их спектр, справа – абсолютные значения главных осей.

Первые две компоненты имеют два выраженных пика.

В первых двух главных компонентах видны два пика в спектре, соответствующие частотам 41 и 79 кГц. Пространственная структура указывает на существование данных возмущений во всей длине установки. Спектры двух следующих компонент более широки и скорее соответствуют возмущению с частотой 3-4 кГц.

Интересной МГД-активностью обладают разряды, сделанные при напряженности аксиальной компоненты поля $B_z = 90, 100$ мТл. В данных режимах доминирующее возмущение меняется в течении разряда. В качестве примера рассмотрим произведенный при поле $B_z = 90$ мТл и $R_{mean} = 1.55$ разряд 10533 в трех разных временных промежутках: 138,7-142,7 мс, 158,7-162,7 мс, 178,7-182,7 мс. Получившиеся компоненты представлены на рис.3. 10. – 12.

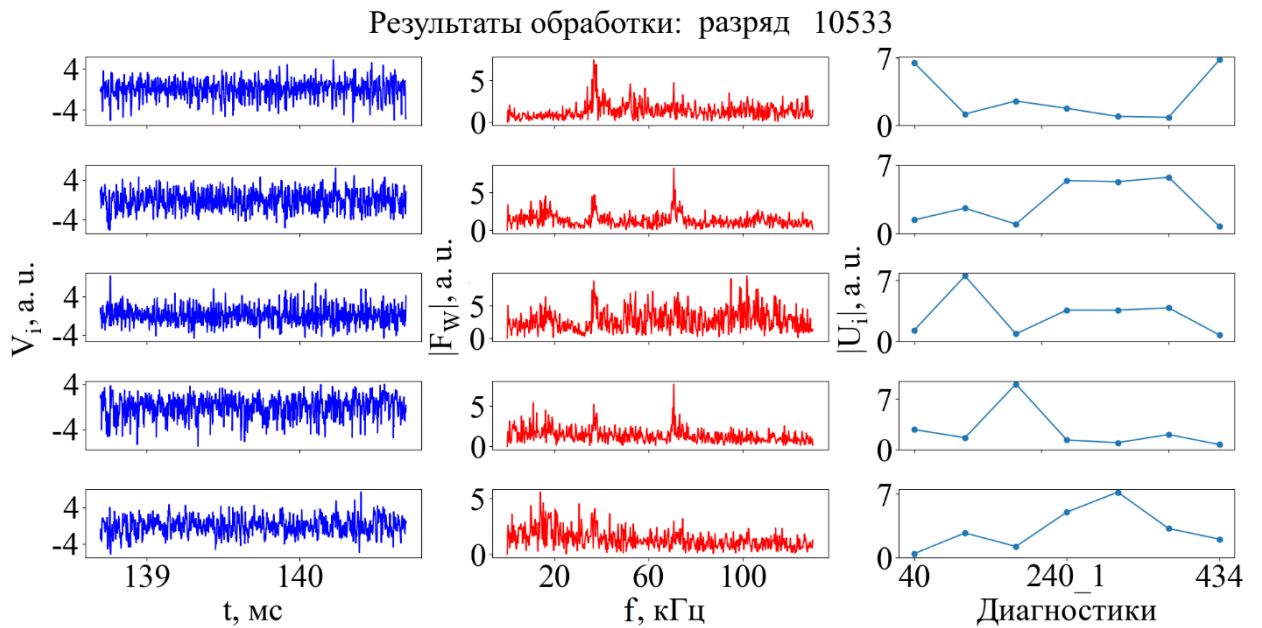
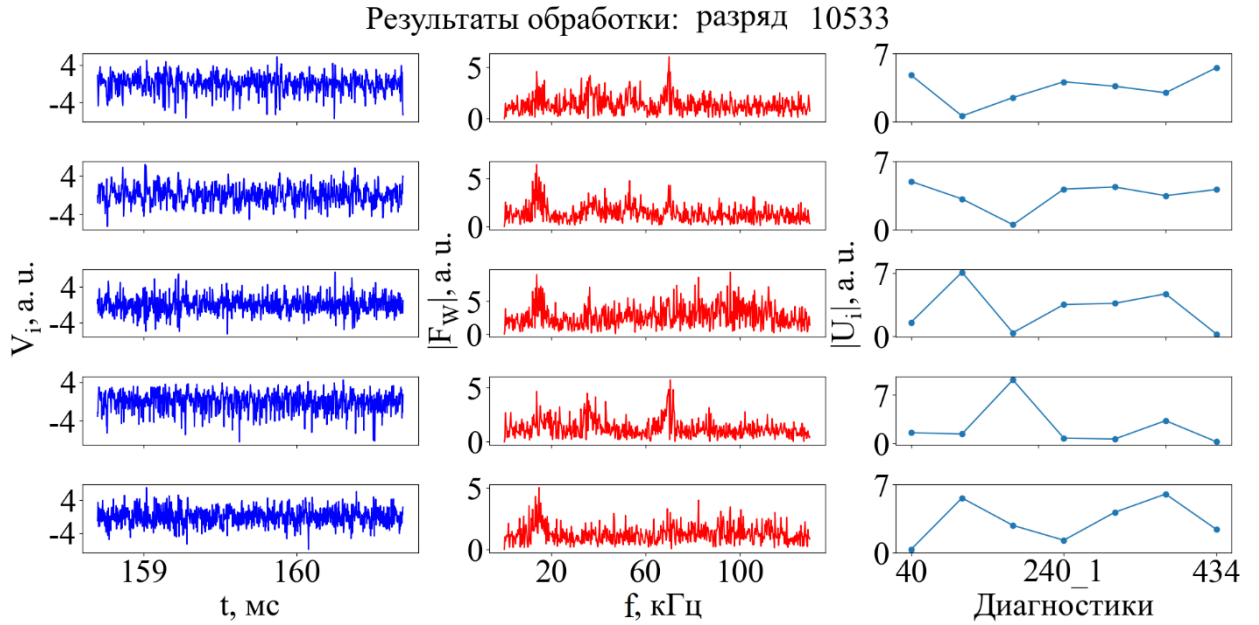


Рис. 3.10.

Главные компоненты и оси в промежутке времени 138,7-142,7 мс.

Слева – главные компоненты, по центру – их спектр, справа – абсолютные значения главных осей.

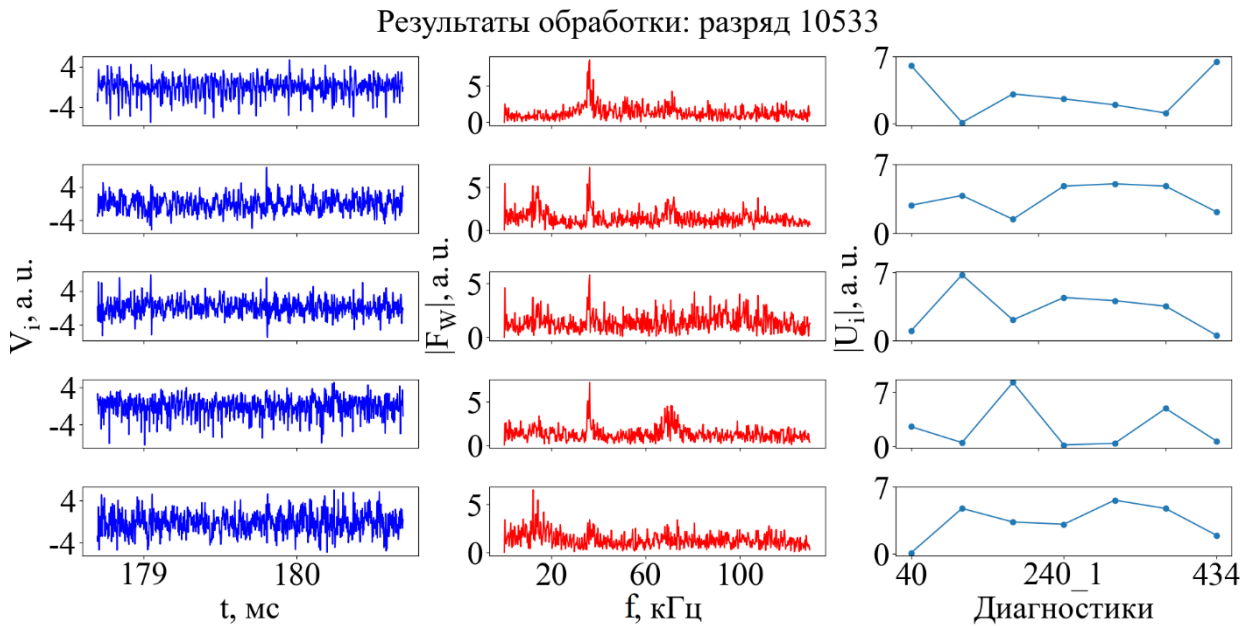
Возмущения в транспортной секции и в расширителях разделяются и имеют разную частоту.



Главные компоненты и оси в промежутке времени 158,7-162,7 мс.

Слева – главные компоненты, по центру – их спектр, справа – абсолютные значения главных осей.

Возникает более низкочастотное возмущение, имеющее большую амплитуду в транспортной секции. Частоты 37 кГц не фиксируется.



Главные компоненты и оси в промежутке времени 178,7-182,7 мс.

Слева – главные компоненты, по центру – их спектр, справа – абсолютные значения главных осей.

Амплитуда возмущений на частотах 14 и 70 кГц снижается, частота доминирующего во всей установке возмущения 37 кГц.

На промежутке $t = 138,7-142,7$ мс описываемое первой главной компонентой доминирующее возмущение в расширителях имеет частоту 37 кГц. В спектре следующих трех главных компонент данная частота также присутствует, однако основной пик их спектра находится на частоте 70 кГц. Последняя показанная компонента имеет достаточно широкий спектр с пиком в 14 кГц и фиксируется в основном в транспортной секции. Однако в следующий временной промежуток $t = 158,7-162,7$ мс данное возмущение становится более выраженным и проявляется во всех компонентах, и, соответственно, имеет ненулевую амплитуду во всей длине установки. Также стоит отметить, что существенное на предыдущем временном промежутке возмущение с частотой 37 кГц подавлено. В последнем временном промежутке $t = 178,7-182,7$ мс возмущение с частотой 14 кГц опять начинает описываться в основном пятой компонентой, главная ось которой указывает на ее локализацию в транспортной секции. Первые же четыре главные компоненты имеют максимум на частоте 37 кГц и имеют ненулевую амплитуду на всей длине установки, в отличие от временного промежутка $t = 138,7-142,7$ мс, где это возмущение имело максимум амплитуды в расширителях, в то время как в транспортной секции доминировало возмущение с частотой в 70 кГц. Во временном промежутке $t = 178,7-182,7$ мс возмущение с частотой 70 кГц подавлено и описывается в основном четвертой компонентой.

В заключении данного пункта хотелось бы остановиться на явных отличиях между тем, как выглядят результаты разложения для синтетических и экспериментальных сигналов. Во-первых, наблюдаются отличия в спектрах сингулярных значений. В экспериментальном случае не выделяются исключительно шумовые компоненты, сингулярные значения которых меньше сингулярных значений значимых компонент на порядки. Во-вторых, сингулярные значения не образуют привычные пары, отвечающие синусоидальным и косинусоидальным компонентам для бегущих волн. В структуре самих главных компонент также отмечаются отличия, они имеют

достаточно широкий спектр и часто больше одного выраженного пика. Более того, несколько главных компонент могут содержать одну и ту же частоту. Данные отличия могут возникать из-за нескольких причин. Первая возможная причина – недостаточное количество сигналов, включенных в обработку. Если их меньше, чем независимых источников, то полное разделение невозможно. Данная проблема решается добавлением новых сигналов, что означает необходимость расширения набора диагностик. Создание новых зондовых сборок есть в планах работ на установке СМОЛА. Вторая возможная причина заключается во влиянии нелинейных эффектов. Экспериментальные параметры заметно отличаются в разных частях установки и зависят от времени, что может приводить, например, к изменению волновых чисел в разных частях и в разные моменты времени. Данная проблема решается переходом к другим методам: необходимо либо использовать нелинейные обобщения метода главных компонент, либо принципиально другие методы. Однако, несмотря на обозначенные недостатки, полученные результаты позволяют удовлетворительно описывать существующие в установке возмущения, определять их частоту и локализацию.

3.2. Характеристики выделенных колебаний

Для обозначенных в прошлом пункте колебаний были рассмотрены зависимости их характеристик от экспериментальных параметров.

В первую очередь рассмотрим колебание на частоте 17 кГц, которое возникало при продольной компоненте поля $B_z = 40$ мТл и $R_{mean} = 1,7$. Анализируя данные, полученные при различных полях, но при одинаковом потоке газа в источник газа $5,5 \times 10^{20} \times \text{с}^{-1}$ были получены условия на продольное поле и гофрировку, при которых колебание фиксируется на диагностиках. Данные условия изображены на рис. 3.13

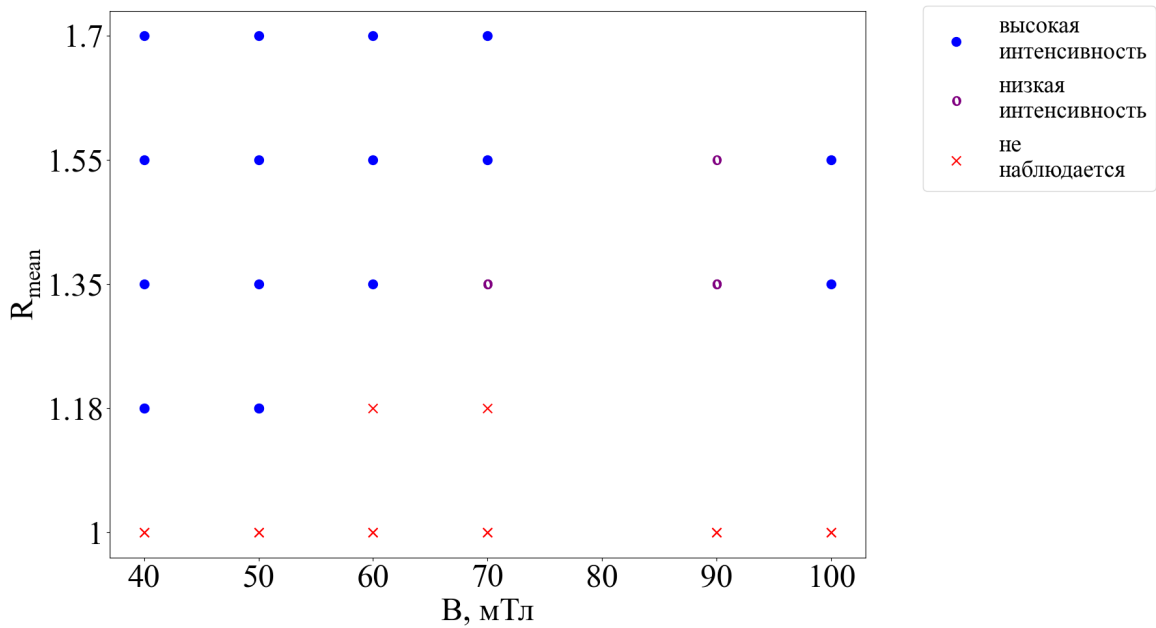


Рис. 3.13.

Условия наблюдения возмущения

Синий круг – возмущение фиксируется и является доминирующим, фиолетовой пустой круг – возмущение фиксируется, но не является доминирующим, красный крест – возмущение не фиксируется, отсутствие отметки – эксперимента в данной конфигурации не проводилось.

Видно, что данное возмущение не наблюдается в отсутствие винтового поля при всех используемых в рамках эксперимента значениях напряженности продольной компоненты. Из этого можно сделать вывод, что наблюдаемое явление связано с винтовым удержанием. Еще одной характерной особенностью условия наблюдения данного возмущения является увеличение необходимого для наблюдения возмущения R_{mean} в транспортной секции с ростом продольного магнитного поля. Исключением из этого правила могут показаться поля $B_z = 90$ и 100 мТл, при которых возмущение фиксируется, даже если не фиксировалось при более низких полях. Также стоит отметить, что при этих полях наблюдается изменение поведения динамики частоты возмущения от поля: если в диапазоне полей $B_z = 40-70$ мТл частота росла с полем, то при $B_z = 90-100$ мТл снижается. Возможной причиной изменения зависимости могут быть отличия в радиальном профиле плотности. Данные отличия могут быть обусловлены как процессами, протекающими в плазме, так и работой в другом

экспериментальном режиме, так как разряды с данными полями проводились через некоторое время после основной серии.

В связи с наблюдаемым ростом частоты с ростом напряженности продольной компоненты поля и падение частоты с ростом плотности, была исследована зависимость частоты от параметра $\frac{B}{\sqrt{\rho}}$, пропорционального альфеновской скорости. Для построения такой зависимости были взяты разряды при $R_{mean} = 1,35$, $B_z = 40-70$ мТл, $n = 2,7 - 4 \times 10^{18}$ м⁻³. Для анализа брались отрезки времени в диапазоне от 130-180 мс. Синими кругами на графике отмечены частоты при $R_{mean} = 1,35$, полученные при различных магнитных полях и плотностях и в разные моменты времени. Используя для этих точек метод наименьших квадратов, была проведена прямая. Также на графике были отмечены частоты, полученные для других пробочных соотношений. Результат представлен на рис. 3.14.

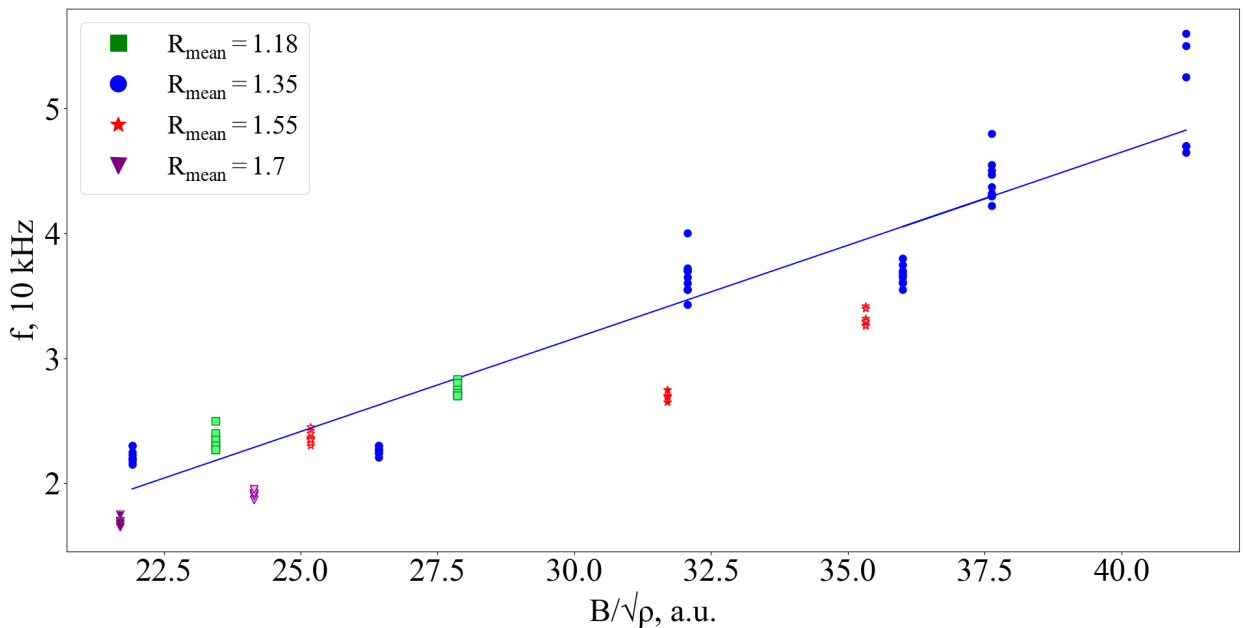


Рис. 3.14.

Зависимость частоты исследуемого возмущения от $\frac{B}{\sqrt{\rho}}$.

Сверху слева обозначения для различных пробочных соотношений в транспортной секции.

Прямая вписана для $R_{mean} = 1,35$.

Вписанная прямая $f_{fit} = a \times \frac{B}{\sqrt{\rho}} + b$, где $a = 0,149 \frac{\text{м}^{3/2}}{\text{мТл} \times \text{с}}$ и $b = -13,1$ кГц

описывает экспериментальные данные с коэффициентом детерминации R^2 равным 0,897. Значение коэффициента b указывает на отрицательное

смещение частоты на 13,1 кГц от проходящей через ноль при $\frac{B}{\sqrt{\rho}} = 0$ зависимости для альфеновских колебаний. Зависимость от $\frac{B}{\sqrt{\rho}}$ также характерна для магнитозвуковых колебаний. Для рассматриваемых параметров $V_A = (4 - 7) \times 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $C_S = 7 \times 10^4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ и можно рассматривать отношение квадрата звуковой и альфеновской скоростей, как малую величину. Однако в этом случае добавка к скорости (подробный вывод в приложении 2), и, соответственно, к частоте будет положительной и скорость волны будет иметь вид $v_+^2 = v_A^2 + C_S^2 \times \sin^2(\theta)$, где θ – угол между направлением распространения магнитозвуковой волны и внешним магнитным полем. Следовательно, смещение частоты не объясняется возможной магнитозвуковой природой колебания. Остается открытым вопрос о возможной добавке к скорости волны, связанной с движением плазмы и локальной скоростью движения магнитных пробок.

Предполагая, что колебания распространяются с альфеновской скоростью, можно провести оценку характерной длины волны. Для напряженностей продольной компоненты магнитного поля $B_z = 40 - 70$ мТл и плотностей $n = 2,7-4 \times 10^{18} \text{м}^{-3}$ альфеновская скорость лежит в диапазоне $V_A = (4 - 7) \times 10^5$ м/с. Так как колебание имеет узкий пик, логично предположить, что остальные длины волн отсеиваются из-за условия резонанса. Тогда рассматриваемая волна должна находиться внутри некоего резонатора, которым могут выступать стенки установки, область между магнитными пробками и т.п. В этом случае длину волны можно оценить как $\lambda = \frac{V_A}{2 \times f}$, где λ – длина волны, f – частота. Тогда характерная длина волны лежит в диапазоне 7 – 10 м, что по порядку близко к длине установки. Данная оценка хорошо соотносится с тем, что колебание фиксируется на всей длине установки, не смотря на отличие в плотности и магнитных полях в разных ее частях.

Глава 4. Колебания в режиме ускорения

Эксперименты в режиме ускорения проводились с измененным набором диагностик. Для анализа были выбраны сигналы радиальной сборки из трех двойных зондов, имеющих вертикальные координаты $y = 2, 0, -2$ см, и продольную $z = 204$ см, а также сигналы радиальной сборки, расположенной в продольной координате $z = 240$ см, состоящей из трех двойных зондов в вертикальных координатах $y = 2, 0, -2$ см. В рамках данной работы будет описана серия из 43 разрядов, проходивших при равномерном снижении потока нейтрального газа в пушку с $6,5 \times 10^{20} \text{ с}^{-1}$ до $0,5 \times 10^{20} \text{ с}^{-1}$ от разряда к разряду. Примеры сигналов представлены на рис. 4.1.

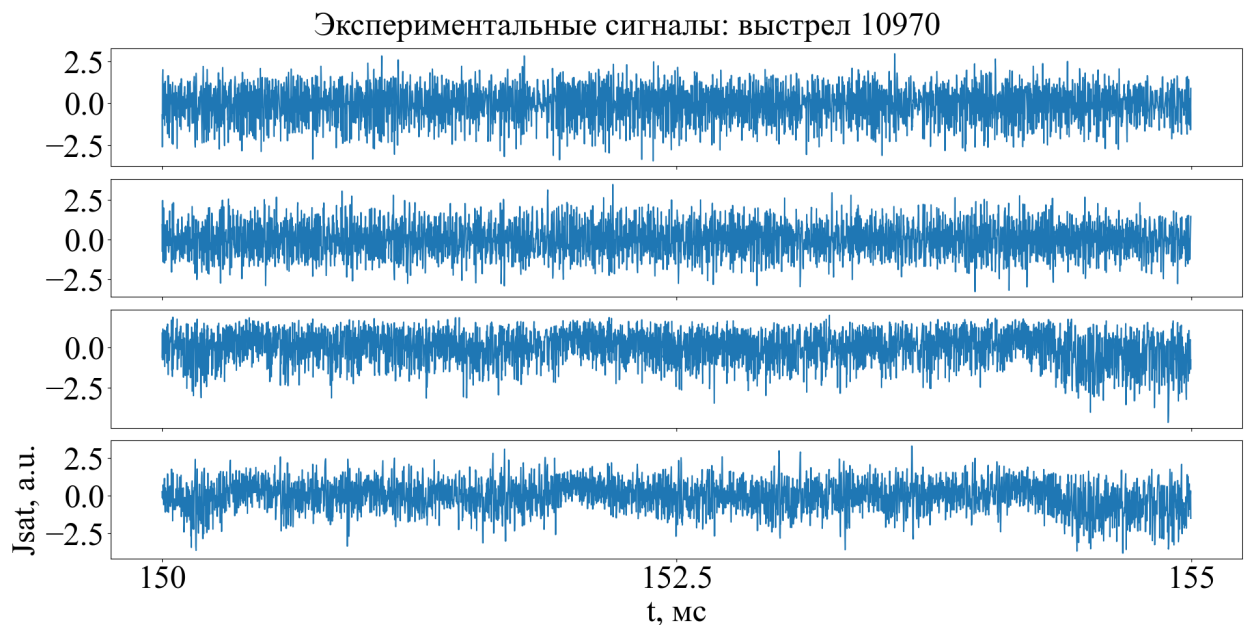


Рис. 4.1.

Пример экспериментальных сигналов в режиме ускорения.
 Координаты зондов сверху вниз сверху вниз: $z = 204$ см, $y = 2$ см; $z = 204$ см, $y = -2$ см, $z = 240$ см, $y = 0$ см, $z = 240$ см, $y = -2$ см.

В сигналах наблюдаются колебания с частотой до 8 кГц, связанные колебаниями тока разряда плазменной пушки. В предыдущих экспериментах магнитная конфигурация плазменной пушки оптимизировалась для минимизации данных колебаний, однако в данных экспериментах этого не было сделано. В связи с этим колебания, находящиеся в области частот от 0 – 8 кГц, были удалены с помощью фильтра Баттерворта в рамках предобработки. Результаты разложения методом главных компонент

сигналов, полученных при $B_z = 50$ мТл, $R_{mean} = 1,35$ и потоком нейтрального газа в пушку равным $6,5 \times 10^{20} \text{ с}^{-1}$ представлены на рис. 4.2. – 4.3.

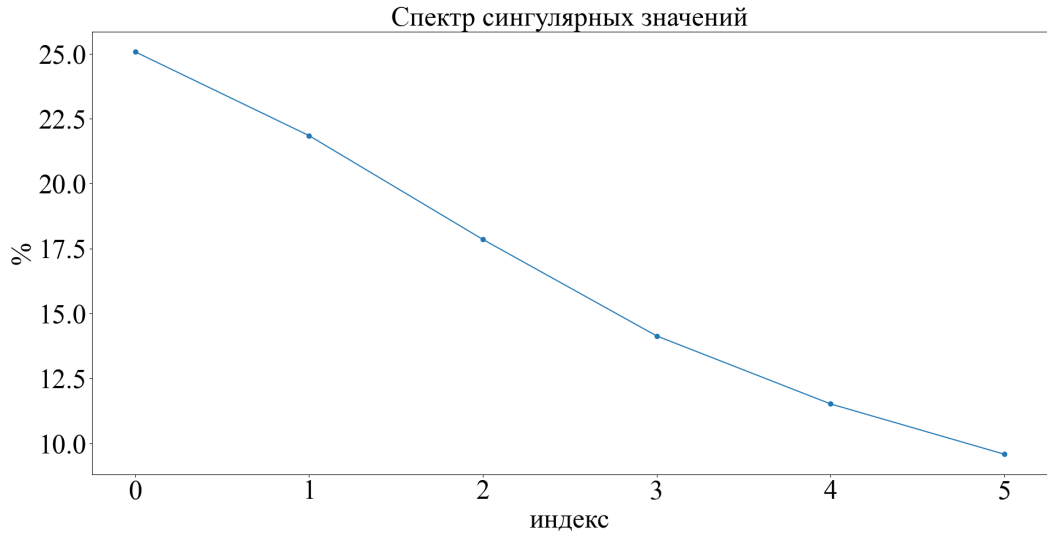


Рис. 4.2.

Спектр сингулярных значений.

Первые три компоненты содержат 65% информации в сигналах.

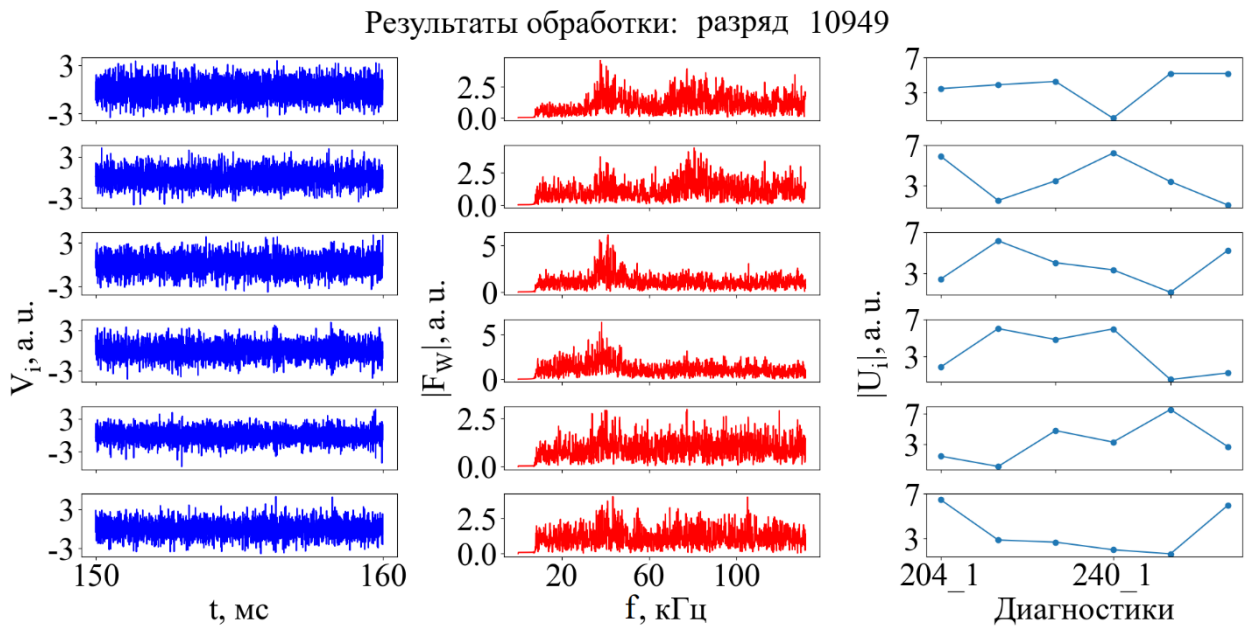


Рис. 4.3.

Слева – главные компоненты, по центру – их спектр, справа – абсолютные значения главных осей. Колебания имеют широкий спектр.

Как видно, колебания в режиме ускорения имеют широкий спектр с пиками в 37,5 кГц и 80,5 кГц. При этом структура первой главной оси показывает, что первая компонента имеет ненулевую и почти одинаковую по модулю амплитуду на всех зондах, принадлежащих одной сборке, кроме зонда в координатах $z = 240$ см, $y = -2$ см. Это означает, что данное колебание,

несмотря на широкий спектр, проявляется с одинаковой по модулю амплитудой на всех имеющихся диагностиках кроме обозначенного выше зонда.

При снижении потока нейтрального газа в пушку, и, соответственно, плотности наблюдается ослабление первого пика в спектре. Результат обработки разряда, выполненного вблизи минимального достаточного для наблюдения рассматриваемого колебания, представлен на рис. 4.4. – 4.5.

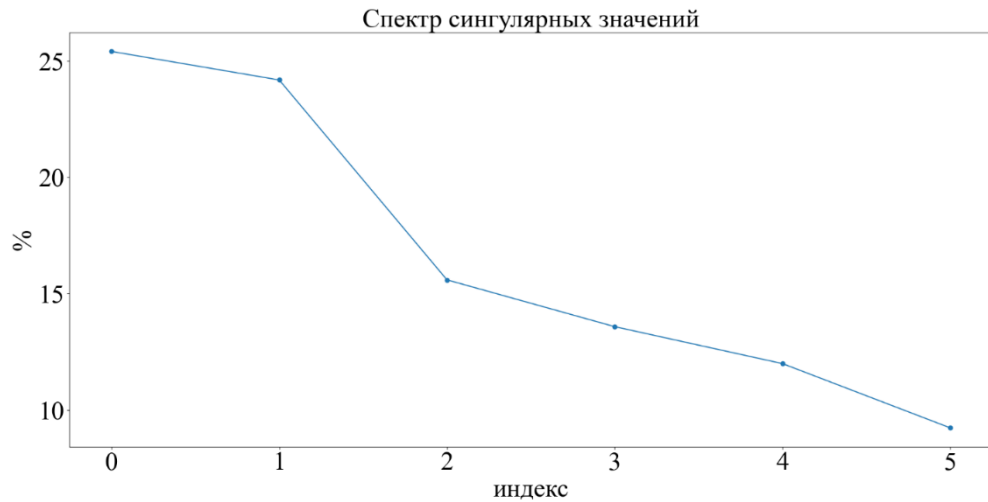


Рис. 4.4

Спектр сингулярных значений.

В первые две компоненты содержат 50% информации сигналов.

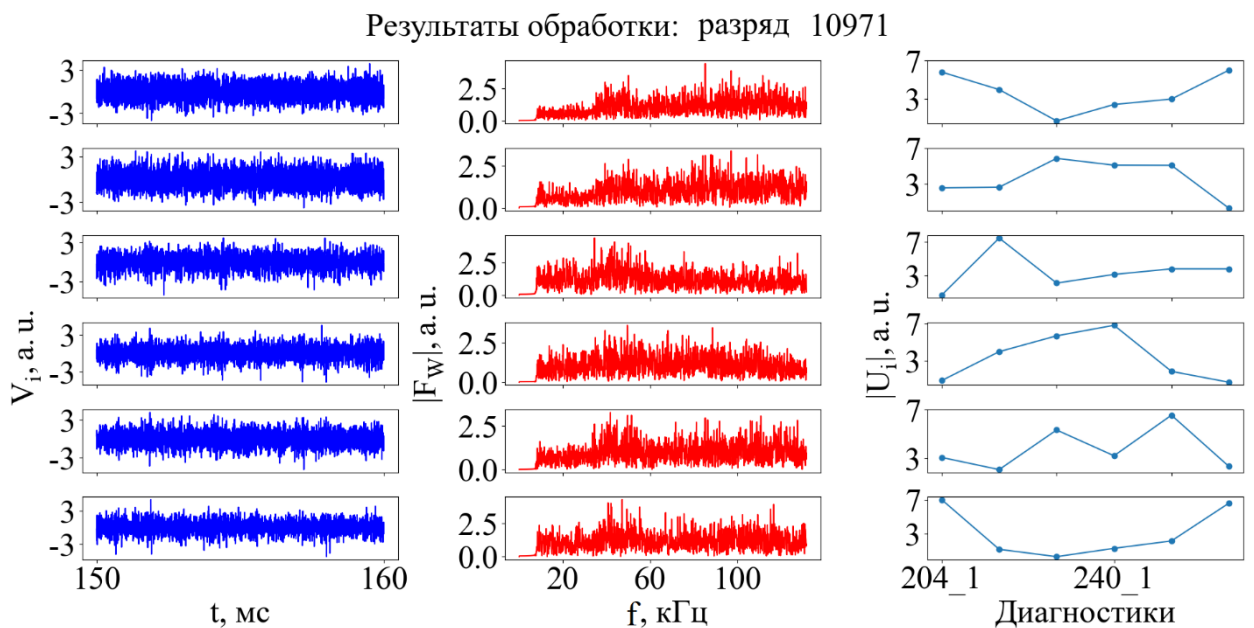


Рис. 4.5.

Слева – главные компоненты, по центру – их спектр, справа – абсолютные значения главных осей.

Как видно из графиков, первый пик в спектре компонент подавлен, и пространственная структура компонент отличается от случая с высоким давлением. Стоит также отметить, что две первые компоненты описывают 50% информации, содержащейся в исходных сигналах, и проявляются на всех диагностиках.

Частота, соответствующая первому пику спектра в доминирующих главных компонентах, увеличивается с падением потока нейтрального газа в плазменную пушку. Зависимость частоты от потока нейтрального газа в пушку показана на рис. 4.6.

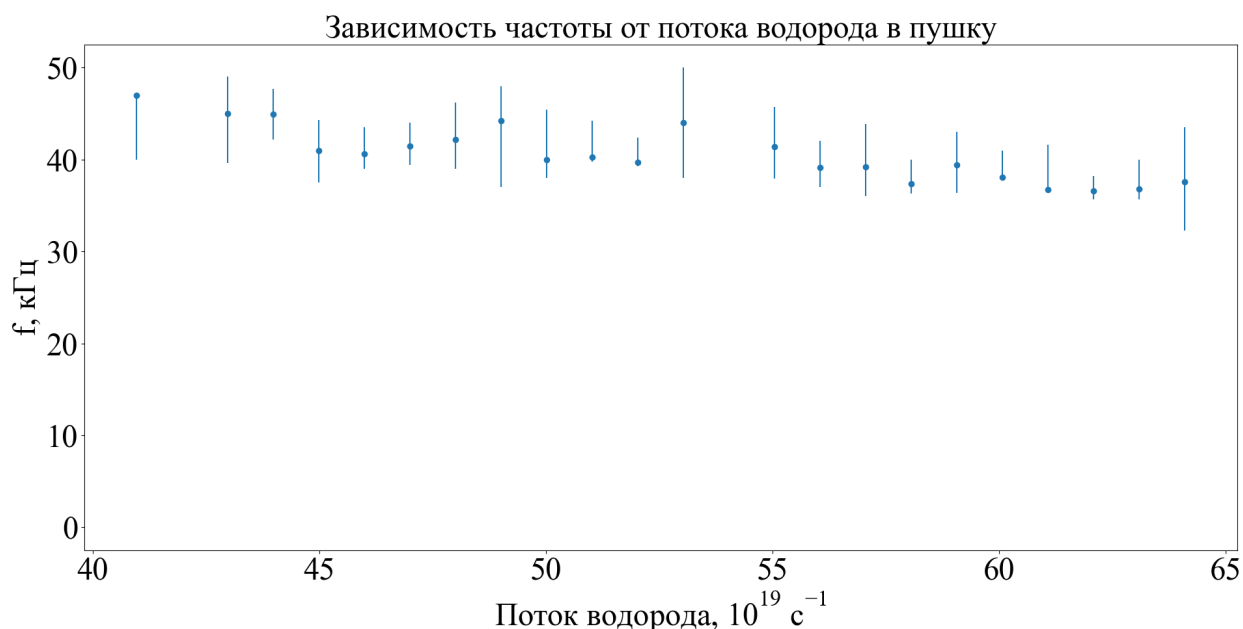


Рис. 4.6.

Зависимость частоты от потока водорода в плазменную пушку

В связи с тем, что колебание имеет широкий спектр, на графике отмечены планки погрешностей, где уровень колебания в Фурье-представлении спадает на треть. Частота остаётся практически постоянной. Наблюдается слабый рост частоты с падением потока нейтрального газа, однако это снижение ниже ширины планок погрешностей. Можно заметить, что частота спадает с ростом потока водорода в пушку более медленно, чем частота для

альфеновского колебания с характерной зависимостью от плотности $w_A \sim \frac{1}{\sqrt{n}}$

Таким образом, показано, что метод главных компонент выделяет колебания, существующие в режиме ускорения. Данные колебания имеют более широкий спектр, чем колебания в режиме удержания, и слабо зависят от плотности. Для более точного исследования их характеристик необходимы дальнейшие эксперименты.

Заключение

Для определения параметров колебания был разработано математическое обеспечение, включающее в себя метод главных компонент и M-SSA. Написанный алгоритм был протестирован на синтетических сигналах и показал свою работоспособность в определенных условиях. Было показана применимость данных методов для обработки экспериментальных данных

В результате проделанной работы экспериментально доказано наличие в плазме установки СМОЛА возмущений, специфичных для винтового удержания. Анализ, проведенный для наиболее интенсивно проявляющегося в режиме удержания колебания, показал, что:

- Колебание имеет однополярную структуру и узкий спектр
- Колебание наблюдается на всей длине установки
- При росте напряженности продольной компоненты поля в транспортной секции B_z необходимо увеличивать среднее пробочное отношение в транспортной секции R_{mean} для наблюдения данного колебания
- Частота колебания слабо спадает с ростом от R_{mean} .
- Частота колебания линейно зависит от пропорционального альфеновской скорости параметра $B/\sqrt{\rho}$.

Также показано, что в режиме ускорения колебания имеют широкополосный спектр, в отличии от колебаний в режиме удержания Частота колебания почти

не меняется с уменьшением потока нейтрального газа в пушку. Наблюдаемый слабый рост частоты лежит в пределах ширины планок погрешностей.

Благодарности

Автор выражает благодарность научному руководителю Судникову А.В. за должное внимание к представленной работе при проведении исследований и написании текста магистерской диссертации. Также автор выражает глубокую признательность всему коллективу установки СМОЛА за введение в работу новых диагностик, получение полезных для интерпретации полученных данных результатов, а также обеспечения условий, необходимых для удаленной работы, что позволило получать результаты в условиях невозможности присутствия автора в лаборатории.

Список литературы

1. Арцимович Л. А. Управляемые термоядерные реакции. — М.: Физматлит, 1961. — 15 с.
2. Иванов А. А., Приходько В. В. Газодинамическая ловушка: результаты исследований и перспективы // УФН. — 2017. — Т. 187, 5. — С. 547-574.
3. T.C.Simonen, A.Anikeev, P.Bagryansky, A.Beklemishev, A.Ivanov, A.Lizunov, V.Maximov, V.Prikhodko, Yu.Tsidulko, High beta experiments In the GDT axisymmetric magnetic mirror, J. Fusion Energy 29 (2010) 558–560.
4. Бурдаков А.В., Поступаев В.В. Многопробочная ловушка: путь от пробкотрона Будкера к линейному термоядерному реактору // УФН. — 2018. — Т. 188, 6. — С. 651-671.
5. Budker, G. I., V. V. Mironov, and D. D. Ryutov. "Gas dynamics of a dense plasma in a corrugated magnetic field." In Collection of papers. (1982).
6. Ilan Be'ery et al, Plasma confinement by moving multiple mirror, Plasma Phys. Control. Fusion, 60 (2018)
7. A.D. Beklemishev, Helicoidal system for axial plasma pumping in linear traps, Fusion Sci. Technol. 63 (1T) (2013) 355–357A. D. Beklemishev, Fusion Sci. Technol, 63 (No. 1T), 355 (2013).
8. A. V. Anikeev, P.A. Bagryansky, K.V. Zaitsev, O.A. Korobeinikova, S.V. Murakhtin, D.I. Skovorodin, D.V. Yurov, Energy spectrum of longitudinal ion losses in the GDT facility under development of Alfvén ion-cyclotron instability, Plasma Physics Reports, том 41, выпуск 10, с. 773 – 782, 2015.
9. A.V. Arzhannikov, V.T. Astrelin, A.V. Burdakov, I.A. Ivanov, V.S. Koidan, K.I. Mekler, V.V. Postupaev, A.F. Rovenskikh, S.V. Polosatkin, S.L. Sinitskii, Direct observation of anomalously low longitudinal electron heat conductivity in the course of collective relaxation of a high-current relativistic electron beam in plasma, JETP Letters, том 77, выпуск 7, с. 358 – 361, 2003.

10. A. D. Beklemishev, Helical plasma thruster, *Phys. Plasmas* 22 (2015) 103506. DOI: 10.1063/1.4932075
11. А.А. Инжеваткина, А.В. Бурдаков, И.А. Иванов, К.А. Ломов, В.В. Поступаев, А.В. Судников, В.О. Устюжанин, Исследование вращения плазмы в открытой винтовой ловушке СМОЛА, *ФИЗИКА ПЛАЗМЫ*, 2021, т. 47, №8,
12. T.D. Akhmetov, V.I. Davydenko, A.A. Ivanov, G.I. Shulzenko, A.Kreter, B.Unterberg, Studies of plasma production in a linear device with plane LaB6 cathode and hollow anode, *AIP Conference Proceeding* 1771, 070003 (2016).
13. N.E. Huang, Z. Shen, S.R. Long, M.C. Wu, H.H. Snin, Q. Zheng, N.-C. Yen, C.C. Tung, H.H. Liu, The empirical mode decomposition and the Hubert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis, *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, том 454, Выпуск 1971, Pages 903 – 995, 1998.
14. A.M. Kakurin, I.I. Orlovsky, Hilbert-Huang transform in MHD plasma diagnostics, *Plasma Physics Reports*, том 31, Выпуск 12, с. 1054 – 1063, 2005.
15. R. Jha, D. Raju, A. Sen, Analysis of Tokamak data using a novel Hilbert transform based technique, *Physics of Plasmas*, том 13, выпуск 8, 2006, номер статьи 082507.
16. H. Faridyousefi, M.K. Salem, M. Ghoranneviss, MHD Mode Identification from Mirnov Coils Signals in Tokamak Via Combination of Singular Value Decomposition and Hilbert–Huang Transform Analysis Methods, *Journal of Fusion Energy*, том 39, выпуск 6, с. 512 – 520, 2020.
17. Ааро Hyvarinen, Juha Karhunen, Erkki Oja, *Independent Component Analysis*, John Wiley & Sons, 2001.
18. I. T. Jolliffe, *Principal Component Analysis*, Springer New York, 2002
19. Nardone C., Multichannel fluctuation data analysis by the singular value decomposition method. Application to MHD modes in JET, *Plasma Physics and Controlled Fusion*, том 34, выпуск 9, с. 1447 – 1465, 1992.

20. Dudok De Wit T, A.-L. Pecquet, J.-C. Vallet, The biorthogonal decomposition as a tool for investigating fluctuations in plasmas, *Physics of Plasmas*, том 1, выпуск 10, с. 3288 – 3300, 1994.
21. N. Aubry, R. Guyonnet, R. Lima, Spatiotemporal analysis of complex signals: Theory and applications, Volume 64, Issue 3-4, Pages 683-739, 1991.
22. J.S. Kim, D.H. Edgell, J.M. Greene, E.J. Strait, M.S. Chance, MHD mode identification of tokamak plasmas from Mirnov signals, *Plasma Physics and Controlled Fusion*, том 41, выпуск 11, с. 1399 – 1420, 1999.
23. A. Isayama, N. Iwama, Y. Hosoda, S. Satake, N. Isei, S. Ishida, M. Sato, Singular value decomposition analysis of multichannel electron cyclotron emission signals of Tokamak plasma, *Japanese Journal of Applied Physics, Part 2: Letters*, том 42, выпуск 3 B, с. L329-L331, 2003.
24. M. Tan, H. Li, C. Tu, T. Deng, Z. Li, B. Luo, J. Xie, T. Lan, A. Liu, W. Mao, W. Ding, C. Xiao, MHD Mode Analysis Using the Unevenly Spaced Mirnov Coils in the Keda Torus eXperiment, *IEEE Transactions on Plasma Science*, том 47, выпуск 7, с. 3298 – 3304, 2019.
25. D. Raju, R. Jha, P.K. Kaw, S.K. Mattoo, Y.C. Saxena, Mirnov coil data analysis for tokamak ADITYA, *Pramana - Journal of Physics*, том 55, выпуск 5-6, с. 727 – 732, 2000.
26. A. Manini, J.-M. Moret, F. Ryter, Signal processing techniques based on singular value decomposition applied to modulated ECH experiment, *Nuclear Fusion*, том 43, выпуск 6, с. 490 – 511, 2003.
27. C. Marchetto, G. Granucci, F. Gandini, Sensitivity analysis of SVD algorithm for real time mode control on FTU, 37th EPS Conference on Plasma Physics 2010, *EPS 2010Volume 3*, Pages 1652-1655, 2010.
28. S. Benkadda, Dudok de Wit, M. Endler, X. Garbet, A. Sen, A. Verga, Characterization of coherent structures in plasma edge turbulence, *Phys. Rev. Lett.*, том 73, выпуск 25, 1994
29. Н.Э. Голяндина, Метод «Гусеница» - SSA: анализ временных рядов, Учеб. пособие. – СПб., 2004 - 76 с.

30. L. Marrelli, R. Bilato, P. Franz, P. Martin, A. Murari, M. O'Gorman, Singular spectrum analysis as a tool for plasma fluctuations analysis, *Review of Scientific Instruments*, том 72, выпуск 1 II, с. 499 – 502, 2001.
31. H. Akaike, A New Look at the Statistical Model Identification, *IEEE Transactions on Automatic Control*, том 19, выпуск 6, с. 716 – 723, 1974.
32. D. S. Broomhead, G.P. King, Extracting qualitative dynamics from experimental data, *Physica D: Nonlinear Phenomena*, том 20, выпуск 2-3, с. 217 – 236, 1986.

Приложение 1

Листинг алгоритма на языке Python:

```

import numpy as np
import pandas as pd
import readrmn as rmn
import signals as sigs
import matplotlib.pyplot as plt
import shotDB as db
from sklearn import preprocessing
from scipy import signal

# Сокращение частоты дискретизации: выбирает отсчеты, кратные coef.
# Необходимо для #включения в анализ сигналов, записанных с разной
# частотой дискретизации
def Sampling(t, sig, coef):
    New_sig = np.empty((np.int(sig.size/coef),))
    new_t = np.empty((np.int(sig.size/coef),))
    new_t[0]=t[0]
    New_sig[0] = sig[0]
    for i in range(1,len(New_sig)):
        new_t[i]=t[i*coef-1]
        New_sig[i] = sig[i*coef-1]
    return new_t, New_sig

# Функция для фильтрации. Используется фильтр Баттерворта
def Filtering(t, sig, cfreq, order = 30):
    Fs = 1/(t[1]-t[0])
    sos = signal.butter(order, cfreq, 'lp', fs = Fs, output='sos')
    return signal.sosfilt(sos, sig)

# Стандартизация данных
def scale_data(df):
    scaled = preprocessing.StandardScaler().fit_transform(df)
    scaled = pd.DataFrame(scaled, columns = df.columns)
    return scaled

# Функция предобработки. Центрирует/стандартизует данные, приводит
# к одной частоте #дискретизации
def Data_Preprocessing(Data,preprocessing_type = "standart"):
    Data -= Data.mean()
    if preprocessing_type == ("None" or "centering"):
        pass
    elif preprocessing_type == "standart":

```

```

    Data=scale_data(Data)
    return Data
def Experimental_Data_Extracting(directory, shot, S_N):
    Data_Matrix = pd.DataFrame()
    Fs_min = np.inf
    for signal_name in S_N:
        t,s = sigs.load(shot,signal_name,path=directory)
        if 1./(t[1]-t[0])<Fs_min:
            Fs_min = 1./(t[1]-t[0])
    for signal_name in S_N:
        t,s = sigs.load(shot,signal_name,path=directory)
        if np.round(1./(t[1]-t[0]),5) == np.round(Fs_min,5):
            Data_Matrix[signal_name] = s
        else:
            Fs = 1./(t[1]-t[0])
            #print(signal_name, Fs)
            #s = Filtering(t,s,Fs/(2*np.int(Fs/Fs_min)))
            t,s = Sampling(t,s,np.int(Fs/Fs_min))
            Data_Matrix[signal_name] = s

    return t, Data_Matrix

# Функция восстановления сигнала по выбранным главным
КОМПОНЕНТАМ
def Signals_Restoration(Eign,Spectr,Factors,Components):
    X = np.zeros((len(Eign),len(Factors)))
    for i in Components:
        X += Spectr[i]*np.reshape(Eign[i], (len(Eign[i]),1))*Factors[i]
    return X

# Функция восстановления сигнала по выбранным главным
КОМПОНЕНТАМ для MSSA
def MSSA_Signals_Restoration(t, Eign, Spectr, Factors, Components):
    X = Signals_Restoration(Eign, Spectr, Factors, Components)
    return Aver(t, X, np.int(len(Eign)/(len(t)-len(Factors))))

# Усреднение побочным диагоналям для MSSA
def Aver(t, X, Num_Sig):
    extr_sigs = np.tile(np.zeros(len(t)),[Num_Sig,1])
    X = np.array_split(X,Num_Sig)
    print(np.shape(X))

    L,K,N = len(X[0][0]),len(X[0]),len(t)
    print(L,K,N)

```

```

for i in range(Num_Sig):
    if L>=K:
        X[i]=np.transpose(X[i])
        L,K = K,L
    for j in range(N):
        if j < L-1:
            for k in range(1,j+2):
                extr_sigs[i][j] += (1/(1+j))*X[i][j-k-1+2,k-1]
        elif L-1<=j<K :
            for k in range(1,L+1):
                extr_sigs[i][j] += (1/L)*X[i][j-k-1+2,k-1]
        elif j>=K:
            for k in range(j-K+2,N-K+1):
                extr_sigs[i][j] += (1/(N - j))*X[i][j-k-1+2,k-1]
    return extr_sigs

```

Вычисление кросс-корреляционной функции

```

def CorFun(s1,s2,index_start,index_finish,L,Fs):
    CorrF=[]
    t=[]
    for i in range(L):
        t.append(i/Fs)
        CorrF.append(np.corrcoef(s1[index_start:index_finish],
            s2[index_start+i:index_finish+i])[0][1])
    return t,CorrF

```

Алгоритм для MSSA

```

def MSSA(Data_Matrix,Sig_names,L_window):
    New_M = pd.DataFrame()
    for sig in Sig_names:
        for shift in range(len(Data_Matrix[sig])-L_window):
            New_M[sig+"
shift:"+str(shift)]=Data_Matrix[sig][shift:shift+L_window].to_numpy()
    Eign,Spectr,Factors = SVD(New_M)
    return Eign,Spectr,Factors

```

Выполнение сингулярного преобразования

```

def SVD(Data_Matrix):
    Eign,Spectr,Factors =
np.linalg.svd(np.transpose(Data_Matrix.to_numpy()))
    Eign = np.transpose(Eign)
    return Eign,Spectr,Factors

```

```
### Алгоритм обработки данных для Метода Главных Компонент
```

```
#Выгружаем нужные сигналы из базы данных
directory = 'X:/Bank/2021a/'
shot = 10533
Sig_names = ["jsat_z40","jsat_z204","jsat_z240_1",
,"jsat_z240_2","jsat_z240_3","jsat_z348","jsat_z434"]
t_start,t_finish = (178700,182700)
t,Data_Matrix = Experimental_Data_Extracting(directory,shot,Sig_names)
Fs = 1/(t[1]-t[0])
index_start, index_finish =
np.int((-t[0]+t_start)*Fs),np.int((-t[0]+t_finish)*Fs)
index_start, index_finish = np.int((t_start)*Fs),np.int((t_finish)*Fs)

#Удаление наводок с зонда на z = 348 см и частоты 50 Гц с зондах в
расширителях
Data_Matrix["jsat_z348"][np.int(Fs*174700):np.int(186700*Fs)]-=guidance_
z348[0]
Data_Matrix["jsat_z40"][np.int(170700*Fs):np.int(190700*Fs)]-=guidance_E
xprand[0]
Data_Matrix["jsat_z434"][np.int(170700*Fs):np.int(190700*Fs)]-=guidance_
Expand[1]

#Вырезание нужного промежутка и предобработка
t, Data_Matrix = t[index_start:index_finish],
,Data_Preprocessing(Data_Matrix[index_start:index_finish],preprocessing_ty
pe='standart')

#Выполнение сингулярного разложения
E, S,
F=SVD(Data_Matrix*(Data_Matrix.shape[0]*Data_Matrix.shape[1])**-0.5)

### MSSA для удаления наводок зондов в расширителях (для зонда в z =
348 см аналогично)
# Экстракция сигналов из базы данных
directory = 'X:/Bank/2021a/'
shot =10533
Sig_names = ["jsat_z40","jsat_z434"]
t_start,t_finish = (170700,190700)
t,Data_Matrix = Experimental_Data_Extracting(directory,shot,Sig_names)
Fs = 1/(t[1]-t[0])
index_start, index_finish = np.int(t_start*Fs),np.int(t_finish*Fs)
```

```
# Предобработка
t,Data_Matrix = t[index_start:index_finish],
Data_Preprocessing(Data_Matrix[index_start:index_finish],preprocessing_type="
None")
```

```
#Задание окна преобразования и выполнение MSSA
L_window = np.int(10000*Fs)
Eign,Spectr,Factors = MSSA(Data_Matrix,Sig_names,L_window)
index_finish, index_start= index_finish-index_start,0
```

```
# На данном этапе выполняется восстановление сигнала по
компонентам, отвечающим за #наводки
```

```
guidance_Expand =
MSSA_Signals_Restoration(t,Eign,Spectr,Factors,[список номеров нужных
компонент в формате: «[0,1,2,3,10,11]»])
```

Приложение 2

Вывод скоростей для магнитозвуковой волны в приближении $\left(\frac{C_s}{V_A}\right)^2 \ll 1$:

$$V_{\pm}^2 = \frac{1}{2} \left(V_A^2 + C_s^2 \pm \sqrt{(V_A^2 + C_s^2)^2 - 4 \times V_A^2 \times C_s^2 \times \cos^2(\theta)} \right), \text{ где } \theta - \text{ уг}$$

$$V_{\pm}^2 = \frac{1}{2} \left(V_A^2 + C_s^2 \pm V_A^2 \times \sqrt{\left(1 + \frac{C_s^2}{V_A^2}\right)^2 - 4 \times \frac{C_s^2}{V_A^2} \times (\theta)} \right) = \frac{1}{2} \left(V_A^2 + C_s^2 \right)$$

$$V_+ = \frac{1}{2} \left(V_A^2 + C_s^2 + V_A^2 - (1 - 2 \times (\theta)) \times C_s^2 \right) = V_A^2 + C_s^2 \times (\theta)$$

$$V_- = \frac{1}{2} \left(V_A^2 + C_s^2 - V_A^2 + (1 - 2 \times (\theta)) \times C_s^2 \right) = C_s^2 \times (\theta)$$