

## Экспериментальные методы исследования плазмы, ч. 1

Электронный лекционный курс\*

Судников А. В.

### Лекция 2

#### Зондовые методы исследования плазмы (продолжение)

© Новосибирский государственный университет 2013 г. Редакция 2017 г.

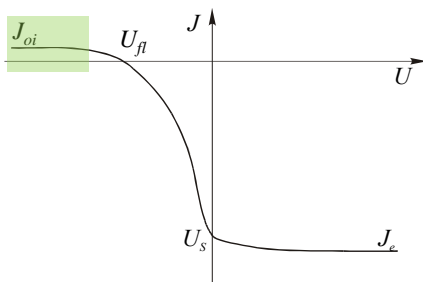
\* Курс подготовлен в рамках реализации Программы развития НГУ НГУ на 2009–2018 годы

## Зондовые методы исследования плазмы (Лекция 2)

- Распределение потенциала вблизи зонда, формула Бома, размер слоя.
- Плавающий и эмитирующий зонд.
- Двойной зонд.
- Тройной зонд.
- Рекомендации по применению ленгмюровских зондов.
- Многосеточные зонды.
- Электрический зонд в магнитном поле
- Высокочастотный зонд

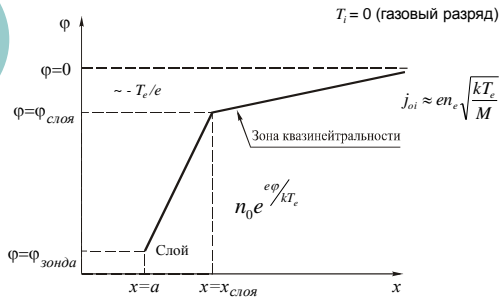
2

## Вольт-амперная характеристика одиночного зонда



3

### Распределение потенциала вблизи зонда и ток ионного насыщения.




---

---

---

---

---

---

---

---

### Распределение потенциала вблизи зонда: постановка задачи

Будем рассматривать *плоский зонд*.  
 Потенциал зонда *отрицателен* по отношению к плазме.  
 $T_i = 0$ .  
 Плазма вблизи зонда *бесстолкновительна*.



Впервые приводимая оценка для величины ионного тока на зонд в неизотермической плазме была получена Д. Бомом

---

---

---

---

---

---

---

---

### Распределение потенциала в прилегающем к зонду слое

$n_i$  – из уравнения неразрывности:

$$en_i \sqrt{\frac{-2e\phi}{M}} = j_0 = const$$

$$n_i(\phi) = \frac{j_0}{e \sqrt{\frac{-2e\phi}{M}}}$$

$n_e$  – из распределения Больцмана

$$n_e = n_0 e^{e\phi/kT_e}$$

$$n_0 = n_e(\infty) = n_i(\infty)$$

Уравнение Пуассона для слоя :

$$\Delta\phi \equiv \frac{d^2\phi}{dx^2} = -4\pi e(n_i - n_e)$$

---

---

---

---

---

---

---

---

### Распределение потенциала в прилегающем к зонду слое

$$\Delta\phi = -4\pi e \left( \frac{j_0}{e} \sqrt{\frac{M}{-2e\phi}} - n_0 e^{\phi/T_e} \right)$$

Разлагаем правую часть вблизи границы слоя, где

$$\phi \sim \phi_{\text{слой}}$$

$$j_0 \approx en_0 \sqrt{\frac{-2e\phi_{\text{слой}}}{M}}$$

$$\frac{e\phi_{\text{слой}}}{T_e} \approx 1$$

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} + 4\pi n_0 e^2 \left[ \frac{1}{-2e\phi_{\text{слой}}} - \frac{1}{T_e} \right] \cdot (\phi - \phi_{\text{слой}}) = 0$$

7

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Распределение потенциала в прилегающем к зонду слое

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} - 4\pi n_0 e^2 \left[ \frac{1}{2e\phi_{\text{слой}}} + \frac{1}{T_e} \right] \cdot (\phi - \phi_{\text{слой}}) = 0$$

Потенциал монотонен при:

$$\left[ \frac{1}{2e\phi_{\text{слой}}} + \frac{1}{T_e} \right] \geq 0$$

$$\phi_{\text{слой}} \leq -\frac{T_e}{2e}$$

8

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Распределение потенциала в области квазинейтральности

$$n_e = n_i$$

$$\frac{j_0/e}{\sqrt{\frac{2}{M}(-e\phi)}} = n_0 e^{\phi/T_e}$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial x} \right)$$

$$\left[ \frac{1}{2} \cdot \frac{j_0/e}{\left(\frac{2}{M}(-e\phi)\right)^{3/2}} - 2 \cdot \frac{j_0/e}{M} - n_0 \frac{e}{T_e} e^{\phi/T_e} \right] \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0$$

$$\left[ \frac{j_0/e}{\sqrt{\frac{2}{M}(-e\phi)}} \cdot \frac{1}{M \left(\frac{2}{M}(-e\phi)\right)} - n_0 e^{\phi/T_e} \cdot \frac{1}{T_e} \right] \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0$$

$$\left[ \frac{1}{2e\phi} + \frac{1}{T_e} \right] \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0$$

9

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Распределение потенциала в области квазинейтральности

$$\left[ \frac{1}{2e\phi} + \frac{1}{T_e} \right] \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0$$

Переход в область слоя, где условие квазинейтральности нарушается, происходит, когда электрическое поле обращается в бесконечность т.е.:

$$\frac{d\phi}{dx} \rightarrow \infty \Rightarrow \phi \rightarrow -T_e/2e \quad \phi_{\text{слоя}} \geq -\frac{T_e}{2e}$$

Совместно с условием в слое:

$$\phi_{\text{слоя}} = -\frac{T_e}{2e}$$

$$j_0 = en_0 \cdot e^{-1/2} \cdot \sqrt{\frac{T_e}{M}} \approx 0.6en_0 \sqrt{\frac{T_e}{M}}$$

10

## Размер слоя пространственного заряда вокруг зонда

Оценку удобно провести при большом отрицательном потенциале зонда:

$$|\phi| \gg \frac{T_e}{2e}$$

$$\Delta\phi = -4\pi j_0 \sqrt{\frac{M}{-2e\phi}} = -4\pi e^{-1/2} \cdot en_0 \cdot \sqrt{\frac{T_e}{-2e\phi}}$$

Граничные условия:

на поверхности зонда:  $\varphi = \varphi_{\text{зонда}}$

на границе слоя:

$$\begin{cases} \varphi = \varphi_{\text{слоя}} = -\frac{T_e}{2e} \\ \frac{d\varphi}{dx} \rightarrow \infty \end{cases}$$

11

## Размер слоя пространственного заряда вокруг зонда

$$\frac{x_{\text{слой}}}{\lambda_D} = \frac{2}{3}(2e)^{1/4} \left( \left( \frac{-e\phi_{\text{зонда}}}{T_e} \right)^{1/2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^{1/2} \left( \left( \frac{-e\phi_{\text{зонда}}}{T_e} \right)^{1/2} + \sqrt{2} \right) \approx$$

$$\approx 1.02 \cdot \left( \left( \frac{-e\phi_{\text{зонда}}}{T_e} \right)^{1/2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^{1/2} \cdot \left( \left( \frac{-e\phi_{\text{зонда}}}{T_e} \right)^{1/2} + \sqrt{2} \right)$$

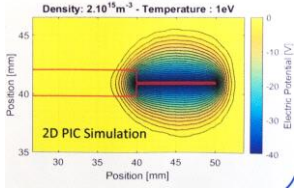
При  $\varphi_{\text{зонда}} = -3.8 T_e/e$   $x_{\text{слой}} \approx 4 \lambda_D$

Для формирования слоя потенциал должен заметно отличаться от плавающего. Можно показать, что при этом ионы достигают звуковой скорости на границе слоя.

**NB!** С изменением потенциала зонда меняется и площадь собирающей поверхности (или эффективной площади зонда).

12

### Размер слоя пространственного заряда вокруг зонда



S. Devaux et al.

3D investigations of a radio-frequency plasma with a Langmuir probe // 44<sup>th</sup> EPS Conference on plasma physics

13

---

---

---

---

---

---

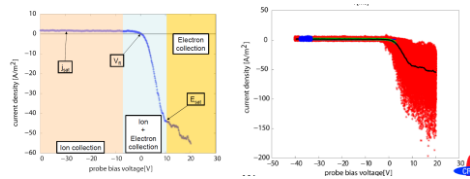
---

---

---

---

### ВАХ одиночного зонда



Ivo Furno. Theory of electrostatic probes

14

---

---

---

---

---

---

---

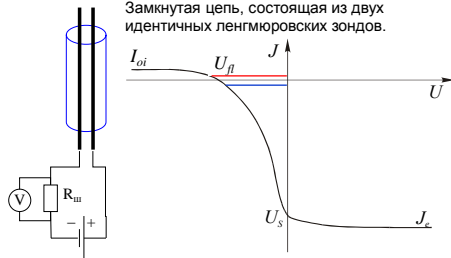
---

---

---

### Двойной ленгмюровский зонд

Замкнутая цепь, состоящая из двух идентичных ленгмюровских зондов.



15

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Двойной ленгмюровский зонд

Распределение электронов максвелловское.

$\phi_1$  и  $\phi_2$  — потенциалы зондов.

Тогда плотность электронного тока:

$$j_{e1} = -\frac{en}{4} \langle v_e \rangle \cdot e^{\frac{e\phi_1}{T_e}} \quad j_{e2} = -\frac{en}{4} \langle v_e \rangle \cdot e^{\frac{e\phi_2}{T_e}}$$

Плотность ионного тока:

$$j_{i1} = j_{i2} = j_{i0} = \frac{en}{4} \langle v_i \rangle \quad \langle v_i \rangle = \sqrt{\frac{8T}{m\pi}}$$

Ток в цепи:

$$J = S \cdot \left( j_{i0} - \frac{en}{4} \langle v_e \rangle \cdot e^{e\phi_1/T_e} \right) = S \cdot \left( \frac{en}{4} \langle v_e \rangle \cdot e^{e\phi_2/T_e} - j_{i0} \right)$$

16

## Двойной ленгмюровский зонд

Цепь замкнута, суммарный ток из плазмы на оба электрода зонда отсутствует:

$$\left( j_{i0} - \frac{en}{4} \langle v_e \rangle \cdot e^{e\phi_1/T_e} \right) - \left( \frac{en}{4} \langle v_e \rangle \cdot e^{e\phi_2/T_e} - j_{i0} \right) = 0$$

$$2j_{i0} = j_{e0} \cdot (e^{e\phi_1/T_e} + e^{e\phi_2/T_e}), \quad \text{где} \quad j_{i0} = \frac{en}{4} \langle v_e \rangle$$

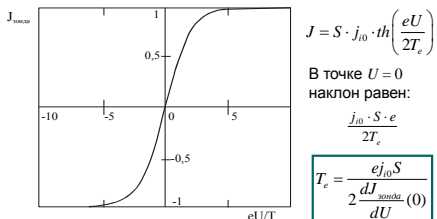
Выразим  $j_{e0}$  через  $j_{i0}$  и подставим в выражение для  $J$

$$J = S \cdot \left( j_{i0} - \frac{2j_{i0}}{e^{e\phi_1/T_e} + e^{e\phi_2/T_e}} \cdot e^{e\phi_1/T_e} \right) = S \cdot \frac{j_{i0} \cdot (e^{e\phi_2/T_e} - e^{e\phi_1/T_e})}{e^{e\phi_1/T_e} + e^{e\phi_2/T_e}} =$$

$$= S \cdot j_{i0} \cdot th \left( \frac{e(\phi_2 - \phi_1)}{2T_e} \right) = S \cdot j_{i0} \cdot th \left( \frac{eU}{2T_e} \right)$$

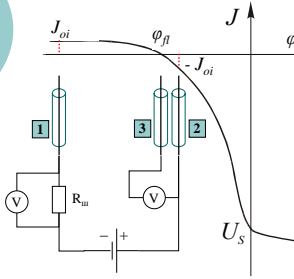
17

## Двойной ленгмюровский зонд



18

## Тройной зонд



Зонд имеет три одинаковых, близко расположенных электрода:  
 Два из них (1,2) включаются по схеме двойного зонда, причем величина поданного напряжения выбирается из условия, чтобы двойной зонд работал в режиме насыщения.  
 Третий электрод является плавающим.

19

---

---

---

---

---

---

---

---

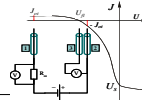
---

---

---

---

## Тройной зонд



$$\begin{aligned} \text{2)} |J_{e2}| &= S \frac{en}{4} \langle v_e \rangle \cdot e^{e\phi_2/T_e} = 2J_{oi} & \Rightarrow & \frac{e(\phi_2 - \phi_3)}{T_e} = 2 \\ \text{3)} |J_{e3}| &= S \frac{en}{4} \langle v_e \rangle \cdot e^{e\phi_3/T_e} = J_{oi} & & T_e = \frac{e(\phi_2 - \phi_3)}{\ln 2} = \frac{eU_{23}}{\ln 2} \\ \text{1)} J_1 = J_{i0} &= S_{\text{зонда}} \frac{en}{4} \langle v_i \rangle & \Rightarrow & n = \frac{4J_1}{S_{\text{зонда}} e \langle v_i \rangle} \end{aligned}$$

$T_i < T_e$	$T_i = T_e = T$
$n = \frac{J}{0.6 \cdot e \cdot S_{\text{зонда}}} \sqrt{\frac{M}{T_e}}$	$n = \frac{4J}{S_{\text{зонда}} e} \sqrt{\frac{\pi \cdot M}{8T}} = \frac{J}{0.4 \cdot e \cdot S_{\text{зонда}}} \sqrt{\frac{M}{T}}$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

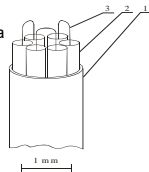
---

---

---

## Рекомендации по применению ленгмюровских зондов

- Выгодно использовать зонды с  $a \gg \lambda_{\text{слоя}}$
- |  |   |
|--|---|
| $S_{\text{собр.}} \approx S_{\text{зонда}} \cdot \left(1 + \frac{\lambda_{\text{слоя}}}{a}\right)$ Цилиндр. зонд | $S_{\text{собр.}} \approx S_{\text{зонда}} \cdot \left(1 + \frac{\lambda_{\text{слоя}}}{a}\right)^2$ Сфер. зонд |
|--|---|
- Для измерения  $T_e$  выгодно использовать участок ВАХ вблизи  $\phi_{\text{л}}$ .
  - Термическая очистка поверхности зонда непосредственно перед измерениями значительно повышает достоверность
  - Рекомендуемый диапазон измеряемой  $T_e$ : 0...50 эВ
  - Быстродействие: RC-цепь из R слоя и паразитных C
  - Тонкие и длинные зонды меньше влияют на параметры плазмы



21

---

---

---

---

---

---

---

---

---

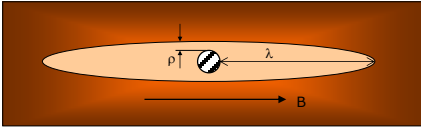
---

---

---

### Электрический зонд в магнитном поле

- Частицы вращаются вокруг силовых линий магнитного поля. Поэтому скорости частиц вдоль и поперек поля различны.
- Эффективная длина свободного пробега поперек поля  $\lambda_e \sim \rho_e$  мала (особенно для электронов). Бесстолкновительная теория не «работает».
- В очень сильном магнитном поле зонд любой формы действует фактически как плоский.



22

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Электрический зонд в магнитном поле

Наиболее заметным эффектом при наложении магнитного поля является уменьшение электронного тока насыщения:

Без поля:

$$\frac{|J_{oe}|}{J_{oi}} \sim \left(\frac{T_e}{m}\right)^{1/2} / \left(\frac{T_i}{M}\right)^{1/2} \sim 10^2$$

Классический коэффициент диффузии:

$$D = \frac{\lambda \bar{v}}{3}$$

Магнитное поле слабо влияет на движение ионов (ВАХ левее  $\phi_p$  почти не меняется) и сильно снижает диффузию и поток электронов (ВАХ правее  $\phi_p$  верить нельзя)

В магнитном поле при  $\rho_e \gg a, \lambda_D; \rho_e \sim a, \lambda_D$ :

$$\frac{|J_{oe}|}{J_{oi}} \sim 10 - 20$$

Диффузия поперек магнитного поля:

$$D_{\perp} = \frac{D}{1 + \omega_c^2 \tau^2}$$

23

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Электрический зонд в магнитном поле

При средних значениях магнитного поля ( $\rho_e \ll a \ll \rho_i$ ), токи насыщения для зонда произвольной формы можно выразить как:

$$J_{oi} \approx \frac{1}{2} en_0 S \sqrt{\frac{T_e}{M}}$$

$$J_{oe} \approx - \frac{en_0 v_{Te}}{4} S \cdot \frac{4}{3} \frac{\lambda}{a} \sqrt{\frac{D_{\perp}}{D}}$$

Эту теорию впервые развили Бом, Бархоп и Мэсси. [D.Bohm "The characteristics of Electrical Discharges in Magnetic Fields", NY 1964]

Диагностика плазмы. / Под ред. Р.Хаалстона и С.Леонарда. М.:Мир, 1967. Глава 4

24

---

---

---

---

---

---

---

---

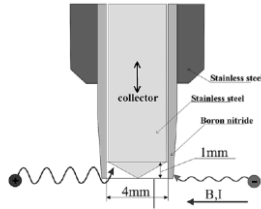
---

---



## Ball-pen probe

Основная задача: приблизить потенциал зонда к потенциалу плазмы, подавив поток электронов. Зонд закрывается экраном, глубина сравнима с ларморовским радиусом ионов:

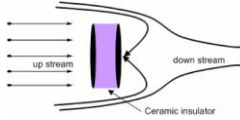


Требуются детальные расчёты движения частиц для выбранной геометрии зонда.

25

## Зонд Маха (Mach probe)

Основная задача: измерение скорости течения плазмы.



Скорость движения ионов содержит положительную («наветренная» сторона) либо отрицательную («подветренная» сторона) добавку. В общем случае

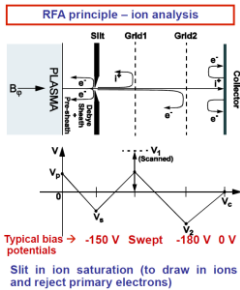
$$\frac{I_{up}}{I_{down}} = \exp(kM)$$

$$M = \frac{V_{flow}}{c_s}, c_s = \sqrt{\frac{2T}{m_i}}$$

Коэффициент  $k$  определяется моделью (см. ссылки [1])

26

## Многосеточные зонды (Retarding field analyzer)



$$j_{ионов} = e \int_{eV_1}^{\infty} f(E) \sqrt{\frac{2E}{M}} dE$$

$$j_{max} = \frac{1}{9\pi} \sqrt{\frac{2e}{M}} \frac{U^{3/2}}{d^2}$$

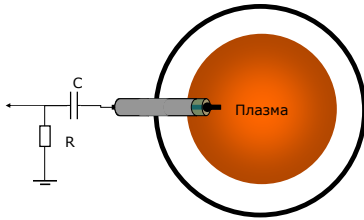
Для протонов:

$$j_{max} \left[ \frac{A}{cm^2} \right] = 5.44 \times 10^{-8} \frac{U^{3/2} [B]}{d^2 [cm]}$$

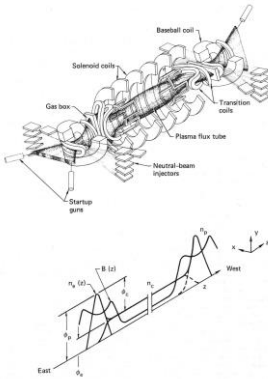
27

## Высокочастотный зонд

Основная задача: измерение быстрых осцилляций потенциала плазмы, связанных с распространением волн.



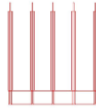
28



## TMX

$$\Delta x = 1 \text{ cm}$$

$$r \geq 2R_p$$

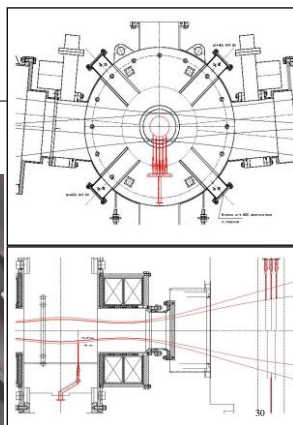
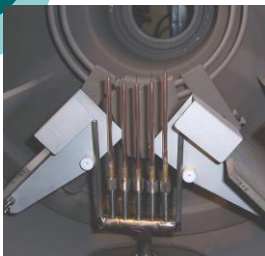


**Электрические зонды:**  
5 вч-зондов отстоящих друг от друга на  $\Delta x$ , по азимуту, на радиусах  $r$  (20-30см)

FIG. 3-1. TMX magnet geometry and expected axial plasma profiles.

29

## ГДЛ



## Комбинированная зондовая головка

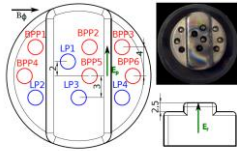


Figure 1: Schematics and a picture of the modified Reynolds stress probe head containing Langmuir (LP, blue) and ball-pen (BPP, red) probes. All dimensions are in mm. The directions of the toroidal magnetic field  $B_\theta$ , the radial  $E_r$ , and poloidal electric field  $E_\phi$ , are also displayed.

O. Grover et al.  
*Reynolds stress and fluctuation measurements with Langmuir and ball-pen probes in the vicinity of the L-H transition on COMPASS // 44<sup>th</sup> EPS Conference on plasma physics*

31

## Что почитать?

Зондовые измерения в целом:

- Диагностика плазмы. / Под ред. Р. Хаддлстоуна, С. Леонарда. М.: Мир, 1967.
- Методы исследования плазмы. / Под ред. В. Лохте-Хольтгревена. М.: Мир, 1971.
- Чан П., Тэлбот Л., Туряи К. Электрические зонды в неподвижной и движущейся плазме. М.: Мир, 1978.
- Ivo Furno. *Theory of electrostatic probes (и литература в данной лекции)*

Зонды Маха

- V.J. Peterson, J.N. Talmadge, D.T. Anderson, F.S.B. Anderson, and J.L. Shohet, *Rev. Sci.Instrum* **65**, 2599 (1994).
- (Замечательные) K.S. Chung and I.H. Hutchinson, *Phys. Rev. A* **38**, 4721 (1988) and references therein.
- (Незамечательные) M. Hudis and L.M. Lidsky, *J. Appl. Phys* **41**, 5011 (1970).

32

## Конец лекции 2

- Корреляционные измерения отправляются в лекцию 13

33