

ПУЧКИ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ЧАСТИЦ В
УСКОРИТЕЛЯХ И НАКОПИТЕЛЯХ

ПУЧКИ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ЧАСТИЦ В
УСКОРИТЕЛЯХ И НАКОПИТЕЛЯХ

Ю.М.ШАТУНОВ

30 декабря 2014 г.

Оглавление

| | | |
|-------|---------------------------------------------------------------------------|----|
| 1 | Предисловие | 7 |
| 2 | Уравнение движения спина | 9 |
| 2.1 | Спин и магнитный момент | 9 |
| 2.1.1 | Анализ уравнения движения | 12 |
| 3 | Движение спина в циклических ускорителях | 17 |
| 3.1 | "Равновесная" траектория спина | 17 |
| 3.1.1 | Примеры нахождения "равновесной" траектории | 20 |
| 3.2 | "Возмущение" спинового движения | 25 |
| 3.3 | Линейные спиновые резонансы | 27 |
| 3.3.1 | Уединенный спиновый резонанс | 30 |
| 3.3.2 | Модуляционные резонансы | 31 |
| 3.4 | Функции спинового отклика. | 33 |
| 4 | Ускорение поляризованных частиц | 43 |
| 4.1 | Пересечение спиновых резонансов на ВЭПП-2М | 44 |
| 4.2 | Ускорение поляризованных протонов | 46 |
| 4.2.1 | Протонный синхротрон У-70. | 46 |
| 4.3 | Ускорение поляризованных протонов в синхротроне AGS. | 49 |
| 4.4 | Ускорение поляризованных дейтронов. | 53 |
| 5 | Спиновые ротаторы и Сибирские змейки | 59 |
| 5.1 | Сибирские змейки на основе соленоидов. | 60 |
| 5.1.1 | Проверка концепции Сибирской змейки на установке IUCF. | 61 |
| 5.1.2 | Сибирская змейка на установке AmPS. | 64 |
| 5.2 | Спиновые ротаторы с поперечным полем. | 68 |
| 5.3 | Спиральные магниты для управления поляризацией. | 70 |
| 5.3.1 | Орбитальное движение в спиральном магните (нулевое приближение) | 73 |
| 5.3.2 | Движение спина в спиральном магните в нулевом приближении | 75 |

| | | |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 5.4 | Сибирские змейки из спиральных магнитов | 76 |
| 5.5 | Спиновые ротаторы из спиральных магнитов | 80 |
| 5.6 | Частичные Сибирские змейки из спиральных магнитов. | 85 |
| 5.6.1 | Схема частичных змеек для ускорения поляризованных протонов в синхротроне У-70 | 89 |
| 6 | Поляризованные протоны в накопителе RHIC. | 93 |
| 6.1 | Змеечные резонансы | 95 |
| 6.2 | Ускорение поляризованных протонов в RHIC. | 100 |
| 7 | Поляризованные электроны | 105 |
| 7.1 | Стохастическая деполяризация | 107 |
| 7.2 | Радиационная поляризация | 112 |
| 7.3 | Экспериментальное изучение радиационной поляризации. | 117 |
| 7.3.1 | Эксперимент на ВЭПП-2 | 118 |
| 7.3.2 | Спин и высокочастотное поле. | 122 |
| 7.4 | Радиационная поляризация на ВЭПП-2М. | 125 |
| 7.5 | Радиационная поляризация на SPEAR. | 133 |
| 7.6 | Радиационная поляризация при высоких энергиях. | 136 |
| 7.7 | Радиационная поляризация встречных пучков. | 145 |
| 7.8 | Радиационная поляризация в накопителях с Сибирскими змейками. | 151 |
| 8 | Прецизионные эксперименты с поляризованными пучками | 161 |
| 8.0.1 | Разброс спиновых частот в накопителе. | 161 |
| 8.1 | Прецизионные измерения масс частиц на ВЭПП-2М. | 165 |
| 8.1.1 | Измерение массы Φ -мезона. | 165 |
| 8.1.2 | Измерение масс K^+ и K^- мезонов. | 166 |
| 8.1.3 | Стабильность энергии накопителя. | 168 |
| 8.1.4 | Измерение массы нейтрального каона. | 170 |
| 8.1.5 | Измерение массы ω -мезона. | 173 |
| 8.1.6 | Прецизионное сравнение аномальных магнитных моментов электрона и позитрона. | 175 |
| 8.2 | Прецизионные измерения на ВЭПП-4. | 182 |
| 8.2.1 | Прецизионные измерения масс ψ -семейства. | 183 |
| 8.2.2 | Измерения масс D^0 и D^+ мезонов. | 190 |
| 8.2.3 | Лазерный поляриметр на ВЭПП-4. | 191 |
| 8.2.4 | Прецизионные измерения масс Υ -мезонов. | 194 |
| 8.2.5 | Наблюдение спиновой зависимости Синхротронного излучения. | 198 |
| 8.3 | Измерение аномального магнитного момента мюона. | 202 |

| | | |
|-------|----------------------------------------------------------------------------------|-----|
| А | Орбитальное движение в магнитном поле. | 209 |
| А.1 | Уравнения движения в линейном приближении. | 209 |
| А.1.1 | Движение при слабой связи x и z колебаний | 211 |
| А.1.2 | Радиальное движение с учетом второго приближения | 213 |
| А.1.3 | Орбитальное движение в гамильтоновых переменных. | 214 |
| А.1.4 | Вектор Y для преобразования спин-орбитальных функций в маг- нитных. | 216 |
| В | Синхротронное излучение электронов (позитронов). | 219 |
| В.0.5 | Влияние излучения на движение электрона. | 221 |
| С | Методы измерения поляризации электронных пучков. | 225 |
| С.1 | Измерение поляризации электронов по Комптоновскому рассеянию. . . | 225 |
| С.1.1 | Комптоновское рассеяние синхротронного и ондуляторного из- лучений. | 228 |
| С.2 | Измерение поляризации по упругому рассеянию. | 233 |
| С.2.1 | Измерение поляризации по рассеянию внутри сгустка. | 234 |
| С.2.2 | Измерение поляризации встречных пучков. | 238 |

Глава 1

Предисловие

Понятие спина было предложено в 1925 году Дж.Уленбеком и С.Гюудсмитом для объяснения тонкой структуры спектров излучения атомов. Спин как внутренняя степень свободы является фундаментальным свойством частицы наравне с её массой и электрическим зарядом. В начале эры экспериментов с ускоренными частицами считалось, что такая малость как спин совершенно не влияет на столкновения высокоэнергичных частиц. Однако, в последствии выяснилось, что сечения взаимодействия элементарных частиц также существенным образом зависят от спиновых переменных. Это обстоятельство естественно привело исследователей еще в середине прошлого века к мысли о возможности использовать спин как дополнительный инструмент изучения элементарных частиц. В настоящее время большинство экспериментов в физике высоких энергий и ядерной физике проводится на ускорителях, где первичные частицы обладают спином. Последние десятилетия демонстрируют нарастающий интерес физиков к постановке экспериментов с поляризованными частицами. Для этих целей были разработаны интенсивные источники пучков поляризованных частиц, понята динамика спина в ускорителях и развиты методы управления направлением и степенью поляризации. Многие ускорители были модернизированы для использования поляризованных пучков. Как правило, сегодня установки нового поколения изначально проектируются с учетом возможности поляризационных исследований и многие лаборатории во всем мире включают поляризованные пучки в свои будущие программы.

Сравнительно недавний успех Брукхейвенской Национальной Лаборатории (БНЛ) по накоплению и ускорению поляризованных встречных протонных пучков в установке RHIC до энергии 250 ГэВ с применением так называемых Сибирских змеек и спиновых ротаторов является, с одной стороны, кульминацией усилий многих лабораторий мира в области поляризованных пучков в течение последних 50-60 лет, а, с другой стороны, открывает путь ускорения поляризованных пучков до более высоких энергий. В связи с этим динамика спинов в ускорителях еще долгое время будет востребована новыми поколениями специалистов. Однако, необходимые сведения по

данному вопросу разбросаны в большом количестве теоретических и экспериментальных работ и частично отражены в двух-трех обзорных статьях на английском языке.

Автор этой книги более 10 лет читает курс "Пучки поляризованных частиц в ускорителях и накопителях" на кафедре ускорителей в Новосибирском государственном университете и на собственном опыте ощутил необходимость современного широкого обзора обсуждаемых вопросов. Такой обзор должен описывать основные принципы ускорения поляризованных пучков, дать примеры практической реализации и применения поляризованных пучков как в современных, так и в исторически важных экспериментах. В частности, должно быть также уделено внимание фундаментальным физическим принципам и физике ускорителей в той части, которая необходима для понимания проблем ускорения поляризованных частиц.

С самого начала необходимо подчеркнуть различие между двумя понятиями: спин—свойство отдельной элементарной частицы и поляризация — один из параметров пучка в целом. Измерение поляризация пучка совершенно необходимо как в процессе ускорения частиц, так и для проведения физических экспериментов. В связи с этим отдельная глава посвящена методам измерения поляризации пучков, развитым к настоящему времени как для электронов, так и для протонов.

В представленном обзоре рассматривается, в основном, ускорение в циклических ускорителях частиц со спином $1/2$ (электроны, позитроны, мюоны и протоны). Учитывая нарастающий интерес к экспериментам с поляризованными дейтронами, спин которых равен 1, упоминаются также и особенности ускорения этих частиц. Однако, целый ряд важных вопросов, которые еще требуют своего разрешения, таких как поляризованные частицам в линейных коллайдерах, пучки поляризованных μ -мезонов и т.д., явно выходят за рамки этого обзора.

Мы не будем также обсуждать (кроме редких упоминаний) источники поляризованных частиц и поляризованные мишени - тему, вообще говоря, крайне важную для людей, работающих с поляризованными пучками. Эта тема заслуживает отдельного обзора, который еще ждет своего автора. Недаром, обсуждению этих вопросов специально посвящена регулярная серия международных совещаний.

В данном обзоре кратко представлен ряд исследований и экспериментов по развитию и применению пучков поляризованных частиц в физике высоких энергий. Автору посчастливилось принять участие в заметной части этих исследований, выполненных в разные годы, на различных установках и в разных лабораториях в течение почти 50 лет. Написание этого обзора, в значительной мере, продиктовано искренним желанием автора выразить признательность многочисленным соавторам полученных результатов и поблагодарить всех участников работы. Отдельно, необходимо отметить многогранный вклад А.Н.Скринского в создание в ИЯФ, еще в 60-тидесятых годах прошлого столетия и сохраненной поныне, творческой атмосферы в вопросах теории и практического использования поляризации.

Глава 2

Уравнение движения спина

2.1 Спин и магнитный момент

Для начала следует напомнить описание спина в нерелятивистской квантовой механике, где движение частиц подчиняется уравнению Шредингера ¹

$$i\dot{\Psi} = \hat{H}\Psi .$$

Решение этого уравнения есть волновая функция, спиновая часть которой есть двухкомпонентный спинор [1]

$$\Psi = \begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix}; \quad \Psi^\dagger = (f^* \quad g^*) .$$

В важном случае частиц со спином 1/2 Гамильтониан \hat{H} в магнитном поле \mathbf{B} имеет вид:

$$\hat{H} = 1/2 q (\hat{\sigma} \cdot \mathbf{B}), \quad (2.1)$$

где оператор спина $\hat{\sigma}$ состоит из компонент (матрицы Паули):

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (2.2)$$

Хорошо известно, что решение уравнения Шредингера в магнитном поле дает прецессию вектора спина $\mathbf{S} = \langle \Psi^\dagger | \hat{\sigma} | \Psi \rangle$ вокруг направления магнитного поля ($\mathbf{B} \parallel \mathbf{e}_z$) с частотой $\boldsymbol{\Omega} = -q\mathbf{B}$; ²
($S_z = |f|^2 - |g|^2 = \text{const}$).

Эта прецессия вызвана воздействием магнитного поля на связанный со спином магнитный момент частицы $\boldsymbol{\mu} = q \cdot \mathbf{S} = (q_0 + q') \cdot \mathbf{S}$, где q есть гиромагнитное

¹здесь и в дальнейшем полагаем $\hbar = c = 1$

²вектор спина есть квантово-механическое среднее (ожидание) оператора спина

отношение. Нормальная часть $q_0 = \frac{e}{m_0}$ гиромагнитного отношения $q = q_0 + q'$ отражает внутреннее вращения электрического заряда частицы (m_0 - масса покоя). Аномальная часть q' возникает из-за взаимодействия частицы с физическим вакуумом. Величина $a = \frac{q'}{q_0} = \frac{g-2}{2}$ задаёт относительную аномалию магнитного момента, которая является таким же фундаментальным свойством частицы как и её масса³. Точные измерения магнитных аномалий составляют отдельную главу современной экспериментальной физики. В таблице 2.1 представлены значения магнитной аномалии a для наиболее "важных" для ускорителей частиц [140].⁴

Таблица 2.1: Аномалии магнитных моментов

| частица | аномалия $a = q'/q_0$ | точность |
|------------------------------|------------------------------|--------------------------|
| e^\pm - электрон, позитрон | $1.159652193 \times 10^{-3}$ | $\pm 1. \times 10^{-11}$ |
| μ^\pm - мюон | 1.1659230×10^{-3} | $\pm 8.4 \times 10^{-6}$ |
| p - протон | 1.79284739 | $\pm 6.3 \times 10^{-8}$ |
| d - дейтрон | -0.1429878 | $\pm 5 \times 10^{-7}$ |

Для ускорения частиц до высоких энергий необходимо релятивистское обобщение уравнения Шредингера, которое было сделано Дираком ещё в 1932 году. К сожалению, технические трудности, возникающие при применении уравнения Дирака для описания процессов при ускорении частиц, настолько велики, что до настоящего времени можно назвать только несколько успешных попыток. В частности, по аналогии с атомом можно для вращения частицы в поле ускорителя ввести уровни энергии (уровни Ландау) с главным квантовым числом n . Радиус соответствующей орбиты $r_n \propto \sqrt{n}$, так что орбиты с радиусом порядка метра соответствуют $n \simeq 10^{20}$. Это означает, что все уровни энергии глубоко перекрыты из-за относительно большой энергии поперечных колебаний частицы. Вследствие этого орбитальное движение частиц в ускорителе есть далекая квази-классика и классический подход к его описанию достаточно хорошо описывает физику дела.

На первый взгляд для спина, как принципиально квантовой величины, квази-классический подход неприменим, поскольку спин может принимать только два значения: $\pm \frac{1}{2}$. С другой стороны, известно, что в классической механике прецессия магнитного момента описывается уравнением:

$$\dot{\mathbf{S}} = [\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{S}] \quad (2.3)$$

Имеется несколько способов обобщить уравнение 2.3 для ультра релятивистских частиц (см. например [3]). Мы постараемся сделать это наиболее наглядным способом, основанным только на преобразованиях Лоренца.

³фактор Ланде $g = \frac{\mu}{\mu_0}$, где $\mu_0 = \frac{1}{2}q_0$ есть магнетон Бора

⁴Для протонных пучков обычно вместо "a" используют обозначение "G".

Следуя Л.Томасу [4] рассмотрим релятивистскую частицу, движущиеся со скоростью \mathbf{V} в магнитном \mathbf{B} и электрическом \mathbf{E} полях вдоль траектории, определяемой уравнением движения:

$$\dot{\mathbf{V}} = -\frac{q_0}{\gamma} (\mathbf{E} + [\mathbf{V} \times \mathbf{B}]) \quad (2.4)$$

Теперь выберем в лабораторной системе "L" в начальный момент времени $t = 0$ две другие системы отсчета: систему покоя частицы "C" и инерциальную систему "I", движущуюся со скоростью частицы $\mathbf{V}(t = 0)$ и совпадающую при $t = 0$ с "C"-системой.

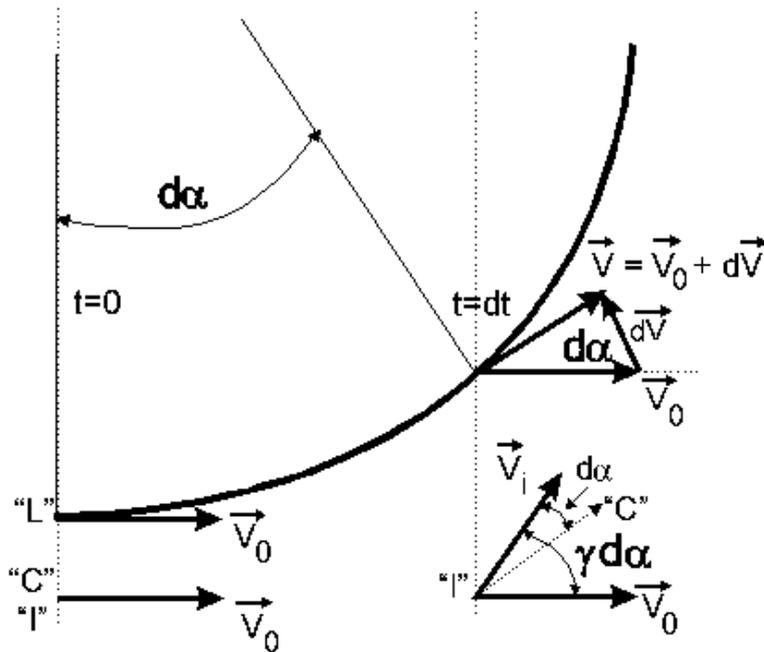


Рис. 2.1: Релятивистские преобразования в систему покоя частицы

За промежуток времени $t = dt$ частица повернется на угол

$$d\alpha = \frac{[\dot{\mathbf{V}} \times \mathbf{V}]}{V^2} \cdot dt = -\frac{q_0}{\gamma} \left(\mathbf{B}_\perp + \frac{\gamma^2}{\gamma^2 - 1} [\mathbf{E} \times \mathbf{V}] \right) \cdot dt. \quad (2.5)$$

Сделав Лоренцовское преобразование с релятивистским фактором γ , найдем магнитное поле в движущейся системе

$\mathbf{B}_C = \gamma (\mathbf{B}_\perp + [\mathbf{E} \times \mathbf{V}]) + \mathbf{B}_\parallel$, где \mathbf{B}_\perp , \mathbf{B}_\parallel перпендикулярная и параллельная к скорости \mathbf{V} компоненты лабораторного магнитного поля \mathbf{B} . За время $d\tau = dt/\gamma$ согласно с 2.3 в "I"-системе спин изменится на величину

$$d\mathbf{S}_I = -q [\mathbf{B}_C \times \mathbf{S}] \cdot d\tau.$$

Чтобы найти изменение спина в системе покоя "С", необходимо учесть, что сама система "С" поворачивается относительно инерциальной системы "I" на некоторый угол $d\phi$, так что

$$d\mathbf{S} = (d\mathbf{S})_I - [d\phi \times \mathbf{S}].$$

Угол $d\phi$ можно найти из простых соображений. Во-первых, очевидно, что в момент dt "старая" система покоя повернута на угол $-d\alpha$ к "новой" скорости $\mathbf{V} + d\mathbf{V}$. Во-вторых, оба эти направления вращаются в "I"-системе в γ раз быстрее чем лабораторная скорость.

Таким образом $d\phi = \gamma d\alpha - d\alpha = (\gamma - 1)d\alpha$ и мы получаем:

$$d\mathbf{S} = \left(-\frac{q}{\gamma} [\mathbf{B}_C \times \mathbf{S}] + \frac{q_0(\gamma - 1)}{\gamma} [d\alpha \times \mathbf{S}] \right) \cdot dt. \quad (2.6)$$

Это выражение содержит два слагаемых. Первое - это прямой поворот спина магнитным полем. Второе вращение, полученное Л.Томасом в 1927 году, возникает вследствие релятивистской кинематики. Подставляя 2.5 и выражение для \mathbf{B}_C в уравнение 2.6, после простых преобразований приходим к уравнению движения спина. [5]:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{S}}{dt} &= \dot{\mathbf{S}} = [\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{S}] \\ -\boldsymbol{\Omega} &= \left(\frac{q_0}{\gamma} + q' \right) \mathbf{B}_\perp + \frac{q_0 + q'}{\gamma} \mathbf{B}_\parallel + \left(\frac{q_0}{\gamma + 1} + q' \right) [\mathbf{E} \times \mathbf{V}]. \end{aligned} \quad (2.7)$$

В таком виде это уравнение было получено сразу несколькими авторами в 1959 году и в литературе упоминается как Thomas-BMT уравнение (Bargman, Michel, Telegdi).

2.1.1 Анализ уравнения движения

Рассмотрим особенности этого уравнения и сделаем некоторые очевидные выводы.

1. Во-первых необходимо подчеркнуть, что время t и величины полей \mathbf{B} и \mathbf{E} в этом уравнении берутся в лабораторной системе, в то время как вектор спина \mathbf{S} определен в системе покоя частицы (где он только и имеет смысл). Во-вторых, для простоты (и без потери физического содержания) в дальнейшем мы можем считать \mathbf{S} единичным вектором.

Вектор $\boldsymbol{\Omega}$ есть частота прецессии спина. Легко видеть, что вклады нормальной и аномальной частей магнитного момента в частоту прецессии не симметричны. Сравнение вектора $\boldsymbol{\Omega}$ с Ларморовской частотой вращения частицы, которая легко находится из 2.4

$$-\boldsymbol{\omega}_0 = \frac{q_0}{\gamma} \mathbf{B}_\perp + \frac{\gamma q_0}{\gamma^2 - 1} [\mathbf{E} \times \mathbf{V}], \quad (2.8)$$

показывает, что существование Томасовской прецессии делает движение спина и наши возможности управлять этим процессом более интересными.

2. В частности, при отсутствии электрического поля ($\mathbf{E} = 0$) спин частицы без аномального момента ($q' = 0$) будет вращаться вместе со скоростью частицы, так что угол $\hat{\mathbf{S}}\mathbf{V} = const$). Близкая к этому случаю ситуация возникает для электронов низких энергий ($\gamma \simeq 1$). Из-за малости магнитной аномалии ($a_e \sim 10^{-3}$) управлять направлением электронной поляризации в источниках поляризованных электронов возможно только комбинацией поперечных электрических и продольных магнитных полей.

Для иллюстрации приведен Рис.2.2, на котором изображена схема так называемого "Z"-спинового манипулятора для ускоренных до 100 КэВ электронов из *ArGa* фотокатода. [6] Первоначально продольная поляризация электронов вращается в ротаторе на $\pm 90^\circ$ в горизонтальной плоскости двумя электростатическими поворотами ($\alpha = \pm 107.7^\circ$) и с помощью набора соленоидов (расположенных до и после каждого поворота) приводится к любому требуемому направлению на выходе ротатора. Углы поворота пучка электрическим полем и фокусировка соленоидами подобраны для энергии 100 КэВ.

3. В обратном случае больших энергий ($\gamma a_e \gg 1$) самым эффективным способом становится поворот спина поперечным полем, , когда вращение спина значительно опережает поворот скорости, Для установок со встречными пучками интересной, как правило, является продольная поляризация в месте встречи, в то время как в поворотных арках, поляризацию желателно иметь вертикальной (позднее мы обсудим почему так). Простейший вариант спинового ротатора из 4-х дипольных магнитов с радиальным полем изображен на Рис.2.3. Этот ротатор предлагался несколькими авторами, но нигде не бы реализован. Возможно из-за необходимости наклонять детектор в месте встречи на заметный угол $\alpha = 90/(\gamma \cdot a_e)$.
4. Для промежуточных энергий электронов ($\gamma > 1/a_e$) предпочтительными для спиновых ротаторов становятся комбинации поперечных и продольных магнитных полей. На Рис.2.4 представлена схема организации продольной поляризации пучков в месте встречи на электрон-позитронном накопителе ВЭПП-4М для энергии $E=4.7$ ГэВ. [7] В начале экспериментального промежутка поляризация из вертикального направления переводится в горизонтальную плоскость соленоидальным полем. Затем магнит с вертикальным полем поворачивает её точно вдоль скорости при определенной энергии. После места встречи поляризация восстанавливается к вертикальному направлению в обратном порядке.
5. Красивым примером анализа уравнения 2.7 для практического применения является идея эксперимента по измерению аномального магнитного момента мюона.[8, 9]. При движении продольно поляризованного мюона в предельно

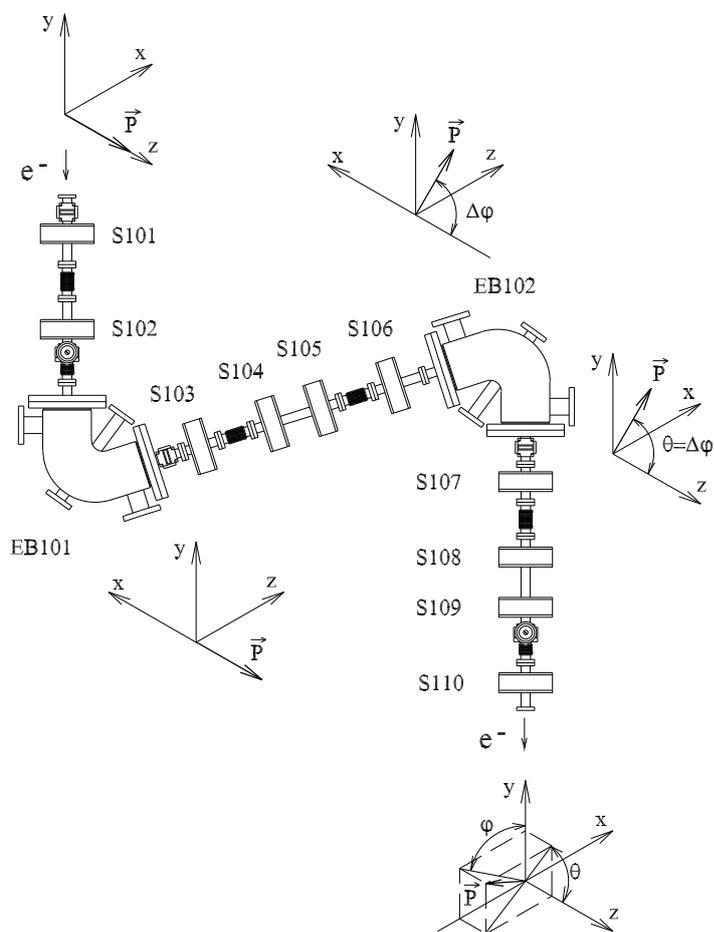


Рис. 2.2: "Z" - спиновый ротатор для 100 КэВ поляризованных электронов

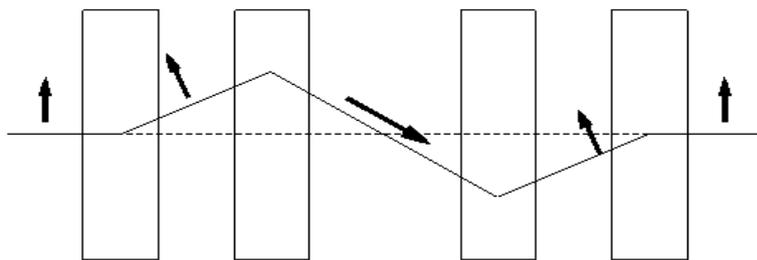
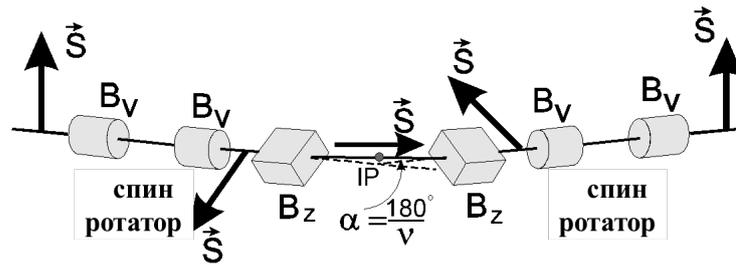


Рис. 2.3: Спиновый ротатор из 4-х магнитов с радиальным полем

Рис. 2.4: Спиновый ротатор для ВЭПП-4М ($E=4.7$ ГэВ).

однородном магнитном поле вращение его спина относительно скорости будет определяться разностью частот

$$\boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\omega}_0 = \boldsymbol{\omega} = q'\mathbf{B} + q_0 \left(a_\mu - \frac{1}{\gamma^2 - 1} \right) [\mathbf{E} \times \mathbf{V}]. \quad (2.9)$$

Легко видеть, что при некотором "магическом" значении $\gamma = \gamma_{mag}$ электрическое поле не влияет на частоту $\vec{\omega}$, которая определяется только магнитным полем и величиной магнитной аномалии. Используя данные Таблицы 2.1 находим $\gamma_{mag} = 29.304$. Стабильность поперечного движения мюона в этом случае может быть обеспечена электростатическими квадрупольями.

Интересным выглядит недавнее предложение поиска электрического дипольного момента [10] в схеме эксперимента, когда аномальная прецессия в вертикальном магнитном поле накопителя частиц скомпенсирована радиальным электрическим полем. Из 2.9 легко заключить, что такая схема становится возможной при правильном соотношении величин полей, зависящем от энергии частиц. В таких условиях спин будет вращаться только вокруг радиального направления за счёт воздействия электрического поля на электрический дипольный момент, если он существует.

6. Протонная аномалия не мала ($a_p \approx 1.79$), поэтому при всех энергиях применение электрических полей для управления спинами протонов не эффективно. Учитывая факт слабого возмущения орбиты частиц, использование продольных полей сверхпроводящих соленоидов в комбинациях с поперечными полями вполне оправдано до средних энергий ($\gamma \leq 20$). При больших энергиях только поперечные поля практичны для вращения направления поляризации. Как мы увидим в дальнейшем наилучшим способом оказалось применение для этих целей спиральных магнитов.

Глава 3

Движение спина в циклических ускорителях

Одна из особенностей циклических ускорителей состоит в малом изменении энергии частиц под воздействием ускоряющих электрических полей за время оборота. Это обстоятельство позволяет для начала рассмотрения движения спина в ускорителе считать энергию частиц неизменной и $\mathbf{E} = 0$. Позднее мы учтем влияние электрических полей и связанных с ними изменений энергии частицы на движение спина.

3.1 "Равновесная" траектория спина

Напомним традиционный подход к описанию орбитального движения частиц. Самым важным является существование периодической замкнутой орбиты $\mathbf{r}_0(\theta + 2\pi) = \mathbf{r}_0(\theta)$ для частиц, обладающих равновесной энергией $E = E_0$. Малые отклонения от равновесной орбиты

$$|\Delta\mathbf{r}| = |x\mathbf{e}_x + z\mathbf{e}_z| \ll |\mathbf{r}_0|$$

приводят к бетатронным колебаниям с характеристическими частотами ν_x, ν_z . Уравнения движения для поперечных отклонений x и z (см. Приложение 1) выводятся из 2.4 с разложением ведущего магнитного поля в окрестности равновесной орбиты вдоль ускорительных ортов: $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y = \mathbf{V}/V$, $\mathbf{e}_z = [\mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_y]$. [11] При этом движение частиц удобно рассматривать не во времени, а вдоль равновесной траектории, введя обобщенный азимут θ .

По аналогии с орбитальным движением мы разделим частоту спиновой прецессии (2.7) на две части: $\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{W}_0(\theta) + \mathbf{w}(\theta)$, где $\mathbf{W}_0(\theta)$ содержит поля на равновесной орбите, в то время как $\mathbf{w}(\theta)$ возникает только при отклонениях частицы от \mathbf{r}_0 ; ($|\mathbf{w}| \ll |\mathbf{W}_0|$). Тогда уравнение движения спина принимает вид: [15]

$$\frac{d\mathbf{S}}{d\theta} \equiv \mathbf{S}' = [(\mathbf{W}_0 + \mathbf{w}) \times \mathbf{S}] \quad (3.1)$$

Частота прецессии спина \mathbf{W} в базисе $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ находятся вычитанием из 2.7 Ларморовской частоты 2.8, с которой ускорительные орты вращаются в лабораторной системе: $\mathbf{W} = \mathbf{\Omega} - \boldsymbol{\omega}_0$. Тогда компоненты периодической части частоты прецессии очевидны: ¹.

$$\begin{aligned} W_{0_x} &= \nu_0 K_x; & K_x &= \frac{B_x}{B_0}; \\ W_{0_y} &= (1+a) K_y; & K_y &= \frac{B_y}{B_0}; \\ W_{0_z} &= \nu_0 K_z; & K_z &= \frac{B_z}{B_0}, \end{aligned} \quad (3.2)$$

где мы ввели обозначение $\nu_0 = \gamma q' / q_0 = \gamma a$.

Движение вектора спина на равновесной орбите может быть легко найдено матричным способом. Любой циклический ускоритель представляет из себя набор из N следующих друг за другом локальных электрических и магнитных полей, так что одно оборотная матрица преобразования спина от точки θ до $(\theta + 2\pi)$ есть произведение матриц локальных спиновых вращений на угол ϕ_i вокруг локальной оси \mathbf{n}_i . Хорошо известно, что одно оборотная матрица 3-х мерных вращений имеет три собственных вектора и три собственных числа $\lambda_{1,2,3}$, удовлетворяющих условию:

$$\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 = 1 \quad (3.3)$$

На практике отыскание собственных векторов и собственных чисел вместо матриц группы 3-х мерных вращений $O(3)$ проще проводить с использованием унитарных матриц $SU(2)$. Последний способ является более компактным. В самом общем виде унитарная 2×2 матрица поворота спина на угол ϕ_i вокруг локальной оси \mathbf{n}_i имеет вид:

$$M_i = I \cdot \cos \frac{\phi_i}{2} - i(\mathbf{n}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}) \cdot \sin \frac{\phi_i}{2}, \quad (3.4)$$

где матричный вектор $\boldsymbol{\sigma}$ имеет компоненты - матрицы Паули и I единичная 2×2 матрица.

$$T = M_N \cdot M_{N-1} \cdot \dots \cdot M_2 \cdot M_1 = I \cdot \cos \frac{\phi}{2} - i(\mathbf{n}_0 \cdot \boldsymbol{\sigma}) \cdot \sin \frac{\phi}{2}. \quad (3.5)$$

Как видно из сравнения 3.4 и 3.5 мы свели последовательность локальных вращений спина за оборот частицы к одному повороту вокруг единичного вектора \mathbf{n}_0

¹Здесь и в дальнейшем используются безразмерные единицы: магнитное поле нормировано на среднее ведущее поле на орбите $B_0 = 1/2\pi \oint B_z d\theta$; длины измеряются в величинах среднего радиуса r_0 ; частоты даются в единицах частоты обращения

на угол ϕ . Имея ввиду периодичность полей на равновесной орбите, на следующем обороте ситуация в точности повторится и мы можем заключить, что вектор \mathbf{n}_0 является осью прецессии спина на азимуте θ , а угол ϕ задает нормированную частоту спиновой прецессии $\nu = \phi/2\pi$ (число спиновых вращений за оборот частицы). Ввиду некоммутативности матриц M_i одно оборотное преобразование T , а, следовательно, и \mathbf{n}_0 , в общем случае зависят от азимута, сохраняя в каждой точке орбиты периодичность: $\mathbf{n}_0(\theta + 2\pi) = \mathbf{n}_0(\theta)$. Таким образом, вектор \mathbf{n}_0 является решением уравнения 2.7 на равновесной орбите ($\mathbf{n}_0' = [\mathbf{W}_0 \times \mathbf{n}_0]$). По аналогии с $\mathbf{r}_0(\theta)$ вектор \mathbf{n}_0 может быть назван "равновесной спиновой траекторией".

Из 3.5 легко получить выражения для нахождения локальной оси прецессии $\mathbf{n}_0(\theta)$ и спиновой частоты ν :

$$\mathbf{n}_0 = \frac{i}{2 \sin \pi \nu} \text{Tr}(\boldsymbol{\sigma} \cdot T); \quad \cos \pi \nu = \frac{1}{2} \text{Tr} T. \quad (3.6)$$

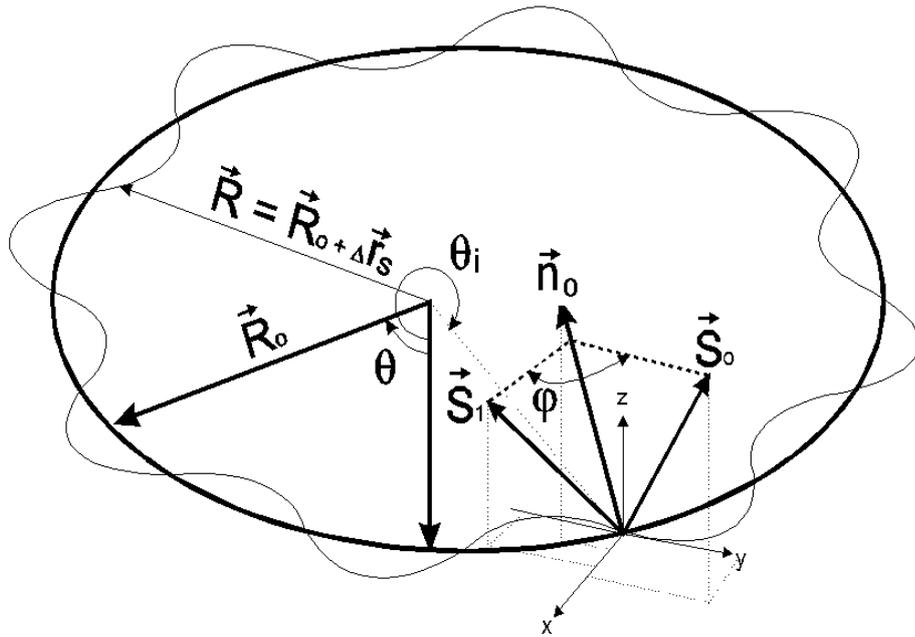


Рис. 3.1: Поворот спина за оборот частицы на азимуте $\theta = \theta_i$

Найденный вектор \mathbf{n}_0 есть периодическое решение ВМТ-уравнения, которое является также и собственным вектором одно оборотной 3-х мерной матрицы с собственным числом $\lambda_3 = 1$. Из условия 3.3 получаем два других собственных чис-

ла: $\lambda_{1,2} = e^{\pm iv}$, которые соответствуют двум другим ортогональным решениям ВМТ-уравнения - комплексным векторам $\boldsymbol{\eta}$ и $\boldsymbol{\eta}^*$, вращающимся с частотой $\pm v$ в плоскости перпендикулярной к вектору \mathbf{n}_0 и удовлетворяющих условию периодичности:

$$\boldsymbol{\eta}(\theta + 2\pi) = e^{\pm 2\pi iv} \boldsymbol{\eta}(\theta). \quad (3.7)$$

Любой вектор спина может быть разложен по собственным векторам:

$$\mathbf{S} = S_n \mathbf{n}_0 + \Re e(i S_{\perp} \boldsymbol{\eta}^*), \quad (3.8)$$

где $S_n = (\mathbf{S} \cdot \mathbf{n}_0) = \text{const}$ есть интеграл движения и $S_{\perp}^2 = 1 - S_n^2$.

Из двух комплексных решений всегда можно построить пару действительных ортогональных векторов \mathbf{n}_1 и \mathbf{n}_2 ; ($\mathbf{n}_1 - i\mathbf{n}_2 = \boldsymbol{\eta}$), которые, однако, не являются собственными векторами.

Иногда бывает удобно использовать периодический базис $\mathbf{n}_0, \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$; ($\mathbf{e}_1 + i\mathbf{e}_2 = \mathbf{e} = \boldsymbol{\eta} e^{iv\theta}$). Уравнение движения в периодическом базисе выглядит предельно просто: $\mathbf{S}' = v[\mathbf{n}_0 \times \mathbf{S}]$.

3.1.1 Примеры нахождения "равновесной" траектории

Для практического знакомства с техникой нахождения векторов $\mathbf{n}_0, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\eta}^*$ и спиновой частоты v рассмотрим несколько простых примеров.

1. В идеальном "плоском" кольце ведущее магнитное поле везде направлено вертикально $\mathbf{B} = K_z B_0 \cdot \mathbf{e}_z$ и частота прецессии имеет только одну компоненту $\mathbf{W}_0 = v_0 K_z \cdot \mathbf{e}_z$. Однооборотная транспортная матрица спина в этом случае одинакова для любой точки кольца:

$$T = M_z = V(2\pi v_0) = \begin{pmatrix} e^{-i\pi v_0} & 0 \\ 0 & e^{+i\pi v_0} \end{pmatrix}.$$

Отсюда, используя 2.2 и 3.6, легко находим:

$$\mathbf{n}_0 = \mathbf{e}_z; \quad v = v_0 = \gamma a. \quad (3.9)$$

Перпендикулярное решение также очевидно:

$$\boldsymbol{\eta} = (\mathbf{e}_x - i\mathbf{e}_y) e^{-iv_0 \tilde{\theta}}, \quad (3.10)$$

где мы ввели обозначение угла поворота скорости на пути от $\theta = 0$ до θ : $\tilde{\theta} = \int_0^\theta K_z d\theta$. В этом простом случае не трудно представить и периодический базис $\mathbf{n}_0, \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$, в котором спин прецессирует с постоянной частотой:

$$\mathbf{e} = (\mathbf{e}_x - i\mathbf{e}_y) e^{iv_0(\tilde{\theta} - \theta)}.$$

Здесь хотелось бы обратить внимание на замечательное соответствие между частотой спиновой прецессии и энергией частиц в 3.9. Поскольку массы частиц и их магнитные аномалии, как было подчеркнуто ранее (см. таблицу 2.1), известны с высокой точностью, постольку измерение нормированной частоты спиновой прецессии одновременно есть и абсолютное определение энергии частиц. Этот метод абсолютного измерения энергии был развит на электрон-позитронном накопителе ВЭПП-2М [12], [13] и теперь широко используется в практике ускорителей. Заметное число прецизионных экспериментов было сделано в мире с калибровкой энергии частиц по спиновой частоте.[14] Позднее мы остановимся на этом методе подробно.

2. Теперь мы введем в один из промежутков идеального ускорителя ($2\pi \leq \theta \leq \theta_2$) соленоид с продольным полем $B_y = K_y B_0$, которое поворачивает спин на некоторый угол $\phi = (1 + a) \int K_y d\theta$ (см. рисунок 3.2).

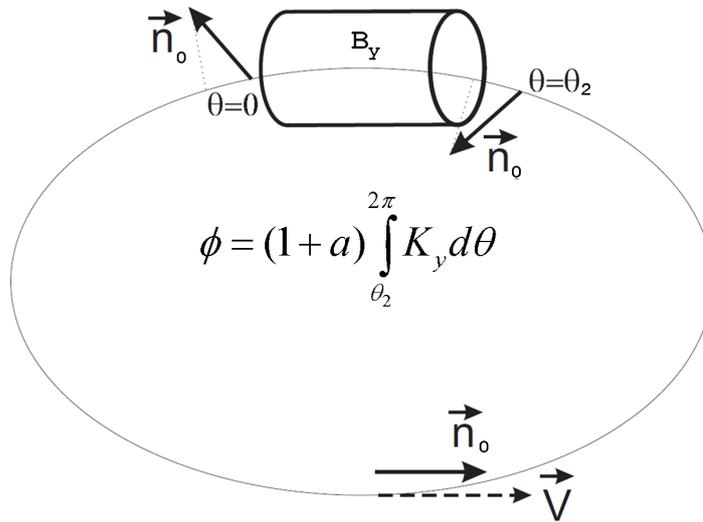


Рис. 3.2: Вектор \mathbf{n}_0 в "плоском" кольце с соленоидом.

Если подавить некоторым образом связь поперечных колебаний частицы, неизбежно возникающую от соленоида, то такая вставка практически не возмущает орбитального движения. В то же время, движение спина становится существенно другим. Для точки θ_1 , противоположной центру соленоида, получаем транспортную одно оборотную матрицу:

$$T(\theta_1) = V(\pi\nu_0) \cdot M_y(\phi) \cdot V(\pi\nu_0) = \begin{pmatrix} e^{-i\pi\nu_0} \cdot \cos \phi/2 & -\sin \phi/2 \\ \sin \phi/2 & e^{i\pi\nu_0} \cdot \cos \phi/2 \end{pmatrix},$$

откуда находим (согласно 3.6) компоненты вектора \mathbf{n}_0 в точке θ_1

$$n_x = 0, \quad n_y = \frac{\sin \phi/2}{\sin \pi\nu}, \quad n_z = \frac{\cos \phi/2 \cdot \sin \pi\nu_0}{\sin \pi\nu} \quad (3.11)$$

и спиновую частоту: $\cos \pi\nu = \cos \phi/2 \cdot \cos \pi\nu_0$.

Как видно из 3.11 продольное поле сдвигает спиновую частоту ν от идеального значения ν_0 и отклоняет ось прецессии от вертикали. Это отклонение зависит как от угла поворота ϕ , так и от энергии частиц. При $\nu_0 = k$ (k -целое) ось прецессии в точке θ_1 направлена вдоль скорости $n_x = n_z = 0$, $n_y = 1$. Именно этот случай изображен на рисунке 3.2.

Наиболее интересная ситуация возникает, когда соленоид поворачивает спин на 180 градусов. При $\phi = \pi$ периодическое решение лежит в горизонтальной плоскости и поляризация продольна во всем промежутке, противоположном соленоиду. Спиновая частота независимо от энергии равна $\nu = 1/2$; ($\cos \pi\nu = 0$). Ортогональное решение вне соленоида ($0 \leq \theta \leq \theta_2$) в этом случае составлено из компонент:

$$\begin{aligned} \eta_x &= -\cos(\pi - \tilde{\theta})\nu_0 \\ \eta_y &= \sin(\pi - \tilde{\theta})\nu_0 \\ \eta_z &= -i, \end{aligned} \quad (3.12)$$

имеющих периодичность $\eta(\theta + 2\pi) = -\eta(\theta)$.

Впервые такая схема с соленоидом была предложена в [?] как способ исключения спиновых резонансов, поскольку частоты бетатронных колебаний, как правило, выбираются вдали от резонанса $\nu_{x,z} = 1/2$. Рассмотренная схема с соленоидом является не единственной. Поворот спина на 180 градусов может быть организован некоторым устройством вокруг любого направления, лежащего в медианной плоскости. Если характеризовать это направление углом α ($\mathbf{n}_i = \mathbf{e}_x \cos \alpha + \mathbf{e}_y \sin \alpha$), то нетрудно показать, что в точке напротив этого устройства вектор \mathbf{n}_0 будет направлен параллельно \mathbf{n}_i и спиновая частота ν также будет равна 1/2. Имея ввиду замечательные качества таких схем и с учетом географии места, [18] где это было предложено, такие спиновые ротаторы получили специальное название - "Сибирские змейки". Естественно направление \mathbf{n}_i назвать осью змейки.

Исходя из 3.4, унитарная матрица произвольной Сибирской змейки может быть записана в виде:

$$S_\alpha = \begin{pmatrix} 0 & -ie^{-i\alpha} \\ -ie^{i\alpha} & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.13)$$

3. Большой интерес для ускорения поляризованных частиц представляют схемы с несколькими Сибирскими змейками. Предположим, что в дополнение к соленоидальной змейке ($\alpha_1 = \pi/2$) мы установим в противоположной точке кольца другую Сибирскую змейку с осью перпендикулярной первой $\alpha_2 = 0$. На рисунке 3.3 змейки изображены в виде двух "черных ящиков".

Нетрудно найти одно обратную матрицу в точке начала первой змейки

$$T_{\theta_1} = V(\pi\nu_0) \cdot S_{\alpha_2} \cdot V(\pi\nu_0) \cdot S_{\alpha_1} = \pm i\sigma_z, \quad (3.14)$$

откуда получаем равновесное решение $(\mathbf{n}_0)_z = \pm 1$ и частота прецессии равна $1/2$. Вектор \mathbf{n}_0 переворачивается при очередном прохождении змейки, так что поляризация вертикальна в поворотных арках. Такая же картина будет наблюдаться и случае двух змеек с перпендикулярными друг другу осями при произвольном угле α_1 . Из самых общих соображений понятно, что движение спина, направленного вдоль или против ведущего поля, более стабильно, чем в случае одной Сибирской змейки. Поэтому именно схема с двумя Сибирскими змейками нашла применение при ускорении поляризованных протонов до энергии 250 ГэВ.[36]

4. Матричная "техника" позволяет обобщить вставку произвольного четного числа Сибирских змеек. Считая кольцо плоским вне вставок, расположим $2N$ змеек в точках $\theta_1, \theta_2 \dots \theta_{2N} = 2\pi$ и будем характеризовать каждую i -тую змейку углом оси α_i . На рисунке 3.3 дополнительные змейки показаны в виде черных и светлых кружков. Как и ранее сначала найдем одно обратную матрицу

$$T(\theta = 0) = S(\alpha_{2N})V(\nu_0\Delta\tilde{\theta}_{2N}) \dots S(\alpha_2)V(\nu_0\Delta\tilde{\theta}_2)S(\alpha_1)V(\nu_0\Delta\tilde{\theta}_1),$$

где $\Delta\tilde{\theta}_i = \tilde{\theta}_i - \tilde{\theta}_{i-1}$ дает поворот скорости между i -той и $(i-1)$ змейками. ($\Delta\tilde{\theta}_1 = \tilde{\theta}_1$).

Теперь заметим, что переворот спина Сибирской змейкой можно разложить на переворот вокруг радиальной оси \mathbf{e}_x с последующим поворотом на угол 2α вокруг \mathbf{e}_z :

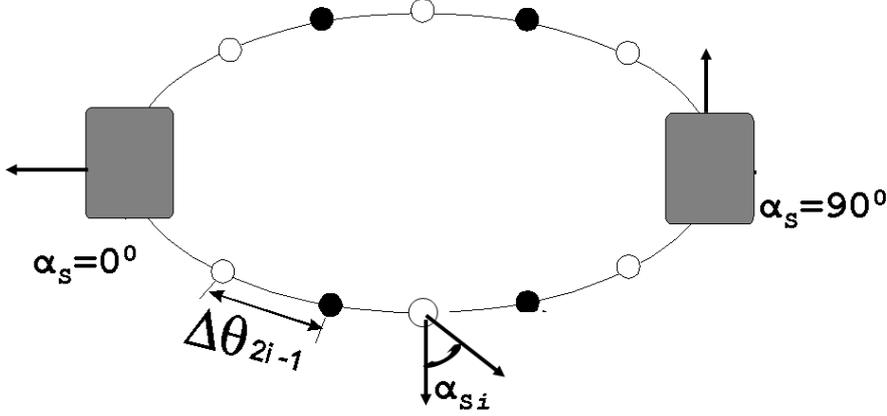
$$S(\alpha) = V(2\alpha) \cdot (-i\sigma_x) = (-i\sigma_x) \cdot V(2\alpha). \quad (3.15)$$

Нетрудно проверить также, что для унитарных 2×2 матриц справедливы соотношения: $M \cdot M = -I$ и $V(\phi)\sigma_x = \sigma_x V(-\phi)$. С учетом этих замечаний после некоторых перестановок матрица T сводится только к последовательным поворотам вокруг вертикальной оси:

$$T(\theta = 0) = (-1)^N V(-2\alpha_{2N})V(-\nu_0\Delta\tilde{\theta}_{2N}) \dots V(2\alpha_1)V(\nu_0\Delta\tilde{\theta}_1),$$

откуда находим набег спиновой фазы за оборот частицы:

$$\mu = 2 \sum_{i=1}^N (\alpha_{2i-1} - \alpha_{2i}) + \nu_0 \sum_{i=1}^N (\Delta\tilde{\theta}_{2i-1} - \Delta\tilde{\theta}_{2i}). \quad (3.16)$$

Рис. 3.3: Кольцо с $2N$ Сибирскими змейками.

Из 3.16 можно заключить, что при равномерном расположении змеек

$$\sum_{i=1}^N (\Delta\tilde{\theta}_{2i-1} - \Delta\tilde{\theta}_{2i}) = 0$$

спиновая частота $\nu = \mu/2\pi$ перестает зависеть от энергии частиц и её величина может быть подобрана правильным выбором углов α_i .

В частности, при

$$\sum_{i=1}^N (\alpha_{2i-1} - \alpha_{2i}) = \frac{\pi}{2}$$

мы опять приходим к $\nu = \frac{1}{2}$.

Равновесная ось прецессии вне змеек будет вертикальной, изменяя знак при прохождении каждой змейки.

5. Определенный интерес представляет также схема с нечетным количеством одинаковых змеек, равно расположенными вдоль кольца. В простейшем случае с тремя соленоидальными змейками (угол $\alpha = \pi/2$) легко найти одну обратную матрицу для точки, противоположной одной из змеек ($\theta = 0$):

$$T(0) = V(\nu_0\pi/6) \cdot S(\pi/2) \cdot V(\nu_0\pi/3) \cdot S(\pi/2) \cdot V(\nu_0\pi/3) \cdot S(\pi/2) \cdot V(\nu_0\pi/6) = i\sigma_y.$$

Таким образом, имеем ситуацию как с одним соленоидом при $\phi = \pi$: $\nu = 1/2$ и поляризация продольна в точке $\theta = 0$ ($\mathbf{n}_0(0) = \mathbf{e}_y$). Аналогичная ситуация будет с тремя змейками, имеющими одинаковые оси \mathbf{n}_i : $\nu = 1/2$ и поляризация лежит в плоскости орбиты $\mathbf{n}_0 = \mathbf{n}_i$. Естественно, что тот же результат получается при любом нечетном количестве одинаковых Сибирских змеек.

3.2 "Возмущение" спинового движения

В предыдущем параграфе мы проанализировали спиновую прецессию \mathbf{W}_0 на равновесной орбите. Как уже обсуждалось выше, изменение частоты прецессии, связанное с отклонениями частиц от равновесной орбиты мало ($|\mathbf{w}| \ll |\mathbf{W}_0|$) вследствие малости самих отклонений и может рассматриваться как возмущение спинового движения.[16]

Для анализа "возмущенной" динамики спина необходимо выписать явные выражения для компонент возмущения \mathbf{w} , для чего, прежде всего, надо знать компоненты магнитного поля и его производных в окрестности равновесной орбиты.

Аналогично тому, как это было сделано для орбитального движения в Приложении 1, расписывая в линейном приближении по отклонениям частиц компоненты магнитного поля для частиц с энергией $\gamma = \gamma_0 + \Delta\gamma$ и используя уравнения орбитального движения А.10, получаем следующие выражения составляющих спинового возмущения:

$$\begin{aligned} w_x &= (1 + \nu_0)z'' + (\nu_0 + \frac{a}{\gamma})K_x \frac{\Delta\gamma}{\gamma} + (1 + a)K_y x'; \\ w_y &= (1 + a)(K'_x x + K'_z z + \Delta K_y - K_y \frac{\Delta\gamma}{\gamma}) - (\nu_0 - a)(K_x x' + K_z z'); \\ w_z &= -(1 + \nu_0)x'' + (\nu_0 + \frac{a}{\gamma})K_z \frac{\Delta\gamma}{\gamma} + (1 + a)K_y z'. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Здесь x, z являются решениями уравнений орбитального движения со связью колебаний, которые включают в себя поля и градиенты на проектной равновесной орбите и их отклонения от проектных значений ($\Delta K_{x,y,z}$).

Из выражений 3.17 сразу можно заключить, что при высоких энергиях ($\nu_0 \gg 1$) вклад w_y становится пренебрежим по сравнению с нарастающим влиянием w_x и w_z .

Из самых общих соображений мы в праве предположить, что подобно одно периодическому вектору $\mathbf{n}_0(\theta)$ на орбите каждой неравновесной частицы существует решение ВМТ уравнения (2.7), зависящее от координат частицы в фазовом пространстве (вектор $\mathbf{X}^T = (x, x', z, z')$) и периодическое по всем фазам движения частицы:[94]

$$\mathbf{n}(\mathbf{X}, \frac{\Delta\gamma}{\gamma}, \theta + 2\pi) = \mathbf{n}(\mathbf{X}, \frac{\Delta\gamma}{\gamma}, \theta). \quad (3.18)$$

Также как и на равновесной орбите, ввиду консервативности системы, проекция $\mathbf{S}_n = (\mathbf{S} \cdot \mathbf{n}) = \text{const}$. Ансамбль индивидуальных осей прецессии $\mathbf{n}(\mathbf{X}, \theta)$ образует некоторое распределение направлений вокруг $\mathbf{n}_0(\theta)$, иногда называемое "спиновым полем". Усредненная по этому ансамблю величина \mathbf{S}_n дает наблюдаемую поляризацию пучка в целом $\zeta = \langle \mathbf{S}_n \rangle_A$.

В соответствии с принципом теории возмущений вектор $\mathbf{n} = \mathbf{n}(\mathbf{X}, \theta)$ может быть выражен через решения \mathbf{n}_0 и $\boldsymbol{\eta}^*$ на равновесной орбите в виде:

$$\mathbf{n} = \sqrt{1 - |C|^2} \mathbf{n}_0 + \Re(iC\boldsymbol{\eta}^*), \quad (3.19)$$

где $C = C(\theta)$ -малая комплексная величина. Теперь подставляя 3.19 в уравнение движения 3.1, получим точное "укороченное" уравнение для величины C :

$$C' = -i\sqrt{1 - |C|^2} w_{\perp} + iw_{\parallel}C; \quad w_{\perp} = (\mathbf{w} \cdot \boldsymbol{\eta}); \quad w_{\parallel} = (\mathbf{w} \cdot \mathbf{n}_0), \quad (3.20)$$

В предположении $|C| \ll 1$ в первом приближении "укороченное" уравнение упрощается к виду $C' = w_{\perp}$, так как в этом приближении w_{\parallel} только модулирует частоту прецессии спина, не изменяя вектор \mathbf{n}_0 . При этих предположениях легко находим решение "укороченного" уравнения:

$$C \simeq -i \int_{-\infty}^{\theta} (\mathbf{w} \cdot \boldsymbol{\eta}) d\theta. \quad (3.21)$$

Еще раз подчеркнем, что мы ограничиваемся линейным приближением, в котором получено спиновое возмущение 3.17. Учет высших приближений, в соответствии с теорией возмущений, требует решения нелинейных уравнений движения как для частиц, так и для их спинов в соответствующих порядках. Ясно, что несмотря на отсутствие влияния спина на траекторию частицы, такой подход неизбежно ведет к громоздким вычислениям.

Один из способов решения уравнения 3.21 состоит в разложении $w_{\perp} = \mathbf{w} \cdot \boldsymbol{\eta}$ в ряд по частотам орбитального движения. Для общности рассмотрения введем также и синхротронные колебания энергии частиц ($\gamma = \gamma_0 + \Delta\gamma \cos \nu_s \theta$). Тогда, в орбитальном движении имеем частоты $\pm\nu_x$; $\pm\nu_z$; $\pm\nu_s$, каждой из которых соответствует "мода" возмущения.

$$w_{\perp} = \mathbf{w} \cdot \boldsymbol{\eta} = \sum_k w_k e^{i(\nu_k \theta - \nu_0 \bar{\theta})} d\theta, \quad (3.22)$$

где мы ввели обозначение $\nu_k = k \pm \nu_x \pm \nu_z \pm \nu_s$. С таким возмущением решение "укороченного" уравнения очевидно:

$$C = \sum_k \frac{w_k}{\nu_0 - \nu_k} e^{i(\nu_k \theta - \nu_0 \bar{\theta})}. \quad (3.23)$$

Полученное решение имеет резонансный характер. Вблизи резонансов $|C|$ резко нарастает и решение 3.23 становится неприменимым. Резонансная гармоника каждого резонанса w_k находится из интеграла по периметру с соответствующим возмущением при $\nu_0 = \nu_k$:

$$w_k = \frac{1}{2\pi} \oint w_{\perp} e^{-i\nu_k \theta} d\theta. \quad (3.24)$$

Последнее представление C (в виде ряда 3.23) эквивалентно представлению 3.21, поэтому запишем отклонение "возмущенной" оси прецессии от равновесной \mathbf{n}_0 в общем виде:

$$\Delta \mathbf{n} = \mathbf{n} - \mathbf{n}_0 = -\Im \left(\boldsymbol{\eta}^* \int_{-\infty}^{\theta} (\mathbf{w} \cdot \boldsymbol{\eta}) d\theta \right) = \Re \left(\sum_k \frac{w_k}{\nu_0 - \nu_k} e^{i(\nu_k \theta - \nu_0 \tilde{\theta})} \boldsymbol{\eta}^* \right). \quad (3.25)$$

Подчеркнем, что $\Delta \mathbf{n}$ лежит в плоскости поперечной к \mathbf{n}_0 .

3.3 Линейные спиновые резонансы

Мы начнем рассмотрение линейных спиновых резонансов с идеального плоского кольца ($K_x = K_y = 0$). Как мы видели, 3.9 в таком кольце ось прецессии направлена вдоль ведущего поля ($\mathbf{n}_0 = \mathbf{e}_z$) и $\boldsymbol{\eta} = (\mathbf{e}_x - i\mathbf{e}_y) e^{i\nu_0 \tilde{\theta}}$. В этом случае из 3.17 и находим возмущение спиновой прецессии:

$$w_{\perp} = (w_1 - i w_2) e^{-i\nu_0 \tilde{\theta}} = \left[(1 + \nu_0) z'' - i(1 + a) K'_z \cdot z + i(\nu_0 - a) K_z z' \right] e^{-i\nu_0 \tilde{\theta}}, \quad (3.26)$$

которое обязано только вертикальным колебаниям частиц:

$$z = A_z f_z e^{i\nu_z \theta} + A_z^* f_z^* e^{-i\nu_z \theta}.$$

Очевидно, что возможны спиновые резонансы с вертикальными бетатронными колебаниями $\nu_0 = k \pm \nu_z$. Например, для резонанса $k + \nu_z$ резонансная гармоника будет представлена в виде:

$$w_{k+\nu_z} \simeq \frac{A_z}{2\pi} \oint \left\{ [(1 + \nu_0) g_z + i((1 + a) K'_z)] f_z + (\nu_0 - a) (i\nu_z f_z + f'_z) K_z \right\} e^{ik\theta} d\theta. \quad (3.27)$$

Отметим общие свойства этих резонансов: резонансные гармоники пропорциональны амплитуде колебаний A_z и при больших энергиях нарастают с увеличением энергии частиц. Последнее легко видеть для электронов, когда мы можем пренебречь в 3.26 членами пропорциональными $a_e \ll 1$ и тогда сила резонансов $w_{k \pm \nu_z} \propto \nu_0$, что справедливо и для других частиц при $\nu_0 \gg 1$.

Отклонение оси прецессии от вертикали дается выражением:

$$|\Delta \mathbf{n}| = |A_z| \left| \sum_k \frac{I_{\pm \nu_z}(\theta)}{e^{i2\pi(\nu_0 \pm k\nu_z)} - 1} \right|. \quad (3.28)$$

Здесь $I_{\pm \nu_z}$ есть так называемые спин-орбитальные интегралы по периоду от возмущения (см. 3.26). [20] Как видим отклонение оси прецессии от вертикали нарастает резонансным образом при выполнении условия $\nu_0 = \nu_k = \nu_z \pm k$, где k - произвольное целое число.^{2 3}

При переходе от идеального случая к рассмотрению движения спина в реальных ускорительных кольцах с произвольным линейным возмущением отклонение $|\Delta \mathbf{n}| = |\mathbf{n}_0 - \mathbf{n}|$ может быть представлено, аналогично 3.28, в форме:

$$|\Delta \mathbf{n}| = \left| \sum_j \frac{A_{\pm \nu_j} I_{\pm \nu_j}(\theta)}{e^{i2\pi(\nu_0 \mp \nu_k)} - 1} + \frac{I_0(\theta)}{e^{i2\pi\nu_0} - 1} \right|, \quad (3.29)$$

где $A_{\pm \nu_j}$ и ν_j амплитуды и частоты "мод" орбитального движения. Здесь спин-орбитальные интегралы $I_{\pm \nu_j}$ описывают колебания \mathbf{n} с частотами бетатронных и синхротронных колебаний, в то время как I_0 дает поправку периодического решения на реальной орбите, отличающейся от проектной. Очевидно также, что из всех резонансов наиболее сильными будут резонансы с числом k , пропорциональным периодичности магнитной системы ($k = l \cdot P$), поскольку вклады всех периодов просто суммируются при вычислении спин-орбитальных интегралов.

Другой тип резонансов возникает, когда спиновая частота кратна частоте обращения. Целые резонансы $\nu_0 = k$ появляются от присутствия на замкнутой орбите продольных или радиальных полей. Из 3.17 легко получить силы целых резонансов w_k возникающих от присутствия продольных полей:

$$w_k = -i \frac{(1+a)}{2\pi} \oint K_y e^{-ik\theta} d\theta. \quad (3.30)$$

Действие радиального поля ($K_x \neq 0$) на спин гораздо сложнее, поскольку оно возмущает вертикальное движение частиц. Возмущенная замкнутая орбита Z_s проходит так, что $\oint K_x d\theta = 0$. При этом радиальные поля, "видимые" частицами, при смещении орбиты в квадрупольях, дополнительно подкручивают спин. В итоге, сила резонанса от радиального поля находится из 3.17 в виде:

$$w_k = \frac{\nu_0}{2\pi} \oint Z_s'' e^{-i\nu_0 \bar{\theta}} d\theta.$$

²Интегрирование в 3.28 заменено по-оборотным суммированием с малой мнимой добавкой к показателю экспоненты, что для функций, обладающих свойством $f(\theta + 2\pi) = f(\theta)e^{i\mu}$, позволяет воспользоваться формулой для суммы членов геометрической прогрессии.

³Следует помнить, что для протонов и дейтронов амплитуды колебаний адиабатически уменьшаются при ускорении $A_{x,z} \sim 1/\sqrt{\gamma}$, в то время как для электронов и позитронов нарастают $A_{x,z} \sim \gamma$.

Это выражение можно преобразовать, используя вынужденное периодическое решение для вертикального движения Z_s в присутствии радиального поля K_x :

$$Z_s = \frac{1}{2i} \left(f_z e^{iv_z \theta} \int_{-\infty}^{\theta} K_x f_z^* e^{-iv_z \theta} d\theta - c.c. \right).$$

Напомним, что Z_s и ее производные периодические функции азимута. Подставим Z_s в предыдущее выражения и проведем интегрирование по частям, а затем, меняя порядок интегрирования в двойном интеграле, получим:

$$\begin{aligned} w_k &= \frac{\nu_0}{2\pi} \oint K_x F_{\nu=k}(\theta) e^{ik\theta} d\theta; \\ F_{\nu}(\theta) &= \frac{\nu_0}{2} \left(f_z^* e^{-iv_z \theta} \int_{-\infty}^{\theta} K_z (f_z' + iv_z f_z) e^{i(\nu_z \theta - \nu_0 \tilde{\theta})} d\theta - \right. \\ &\quad \left. - f_z e^{iv_z \theta} \int_{-\infty}^{\theta} K_z (f_z'^* - iv_z f_z^*) e^{-i(\nu_z \theta + \nu_0 \tilde{\theta})} d\theta \right). \end{aligned} \quad (3.31)$$

Последнее выражение в 3.31 определяет так называемую функцию спинового отклика $F_{\nu}(\theta)$, которая учитывает также и вклад квадрупольных линз в повороты спина при возмущении вертикальной орбиты.[19] Модуль $|F_{\nu}(\theta)|$ - есть периодическая функция, характерная для конкретной магнитной оптики кольца, задающая, вообще говоря, чувствительность оси прецессии \mathbf{n} к вертикальным ударам:

$$\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial z'} = \nu_0 F_{\nu}(\theta).$$

$|F_{\nu}(\theta)| \sim \nu_0$ кроме областей спиновых резонансов $\nu_0 \approx k \pm \nu_z$, где эта величина может возрасти во много раз. Для слабо фокусирующих колец функция отклика принимает вид: $F_{\nu} = \frac{\nu_0^2}{\nu_0^2 - \nu_z^2}$.

В практике циклических ускорителей часто возникает возмущение структуры от перекосов фокусирующих квадрупольей, приводящее к связи x и z колебаний (A.10). При слабой связи радиальные колебания можно считать не возмущенными ($A_x \gg A_z$). Из вида вынужденного решения для Z -колебаний A.14

$$z = (A_z f_z e^{iv_z \theta} + A_x F_{xz} e^{iv_x \theta} + c.c.) + \frac{\Delta \gamma}{\gamma} \psi_z$$

очевидно появление спиновых резонансов с частотой радиальных бетатронных колебаний: $\nu_0 = \nu_k = k \pm \nu_x$. Вычисление силы этих резонансов можно, как и в предыдущем случае, провести, используя вынужденное решение A.14. Однако, есть более простой

путь с применением полученной функции отклика на радиальное поле, появляющееся при наличии связи: $K_x = g \cdot x$, где $g = \frac{dK_x}{dx}$. Отсюда сразу можно записать резонансные гармоники для резонансов $\nu = k \pm \nu_x$:

$$w_k = \frac{\nu_0 A_x}{2\pi} \oint g F_{\nu=k+\nu_x} e^{ik\theta} d\theta. \quad (3.32)$$

3.3.1 Уединенный спиновый резонанс

Вообще говоря, при выполнении резонансного условия

$$\nu_0 = \nu_k = k \pm \nu_x \pm \nu_z \pm \nu_s \quad (3.33)$$

выражение для $\Delta \mathbf{n}$ не корректно, поскольку в этом случае C не мало. Однако, вблизи одного из резонансов, для которого $(\nu_0 - \nu_k = \varepsilon \ll 1)$, можно найти точное решение уравнения 3.20, если взять возмущение в виде:

$w_{\parallel}(\theta) = \text{const} = w_{\parallel}^0$; $w_{\perp}(\theta) = w_k e^{i\varepsilon\theta}$, где w_k есть некоторая комплексная константа. Действительно, сделав подстановку $\hat{C} = C e^{-i\varepsilon\theta}$ в укороченное уравнение, легко находим вынужденное решение, имеющее ту же частоту, что и возмущение w_{\perp} :

$$C = -i \frac{w_k}{\sqrt{(\varepsilon + w_{\parallel}^0)^2 + |w_k|^2}} e^{i\varepsilon\theta}. \quad (3.34)$$

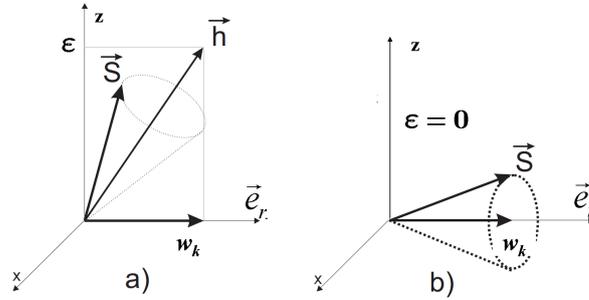


Рис. 3.4: Прецессия спина в резонансной системе.

Данная подстановка соответствует переходу к вращающейся системе, в которой спин прецессирует в постоянном "поле" $\mathbf{h} = (\varepsilon + w_{\parallel}^0) \mathbf{e}_z + |w_k| \mathbf{e}_y$ с частотой $h = \sqrt{(\varepsilon + w_{\parallel}^0)^2 + |w_k|^2}$. Движение спина в резонансной системе демонстрирует рисунок 3.4 (при $w_{\parallel}^0 = 0$), где направление возмущающего поля выбрано вдоль \mathbf{e}_r .

В точном резонансе ($\varepsilon = 0$) из 3.34 находим, что $|\hat{C}| = |C| = 1$, то есть спин вращается

вокруг $\mathbf{n} = \mathbf{h}/h = \mathbf{e}_r$ с частотой w_k (рисунок 3.4 b). Величину w_k естественно назвать силой резонанса.

Обсуждаемый способ рассмотрения влияния отдельного резонанса на спин является наглядным и продуктивным. Переход в резонансную систему при сложных возмущениях значительно облегчает изучение отдельного резонанса, пренебрегая действием других гармоник спектра как быстрыми (по сравнению с ε) переменными в методе усреднения. В дальнейшем мы еще неоднократно обратимся к этому способу.

3.3.2 Модуляционные резонансы

В качестве первого применения этого подхода рассмотрим более подробно влияние на динамику спина синхротронных колебаний энергии $\gamma = \gamma_0 + \Delta\gamma \cdot \cos(\nu_s\theta)$. Как правило, частота этих колебаний значительно меньше других частот орбитального движения ($\nu_s \ll 1$; $\nu_s \ll \nu_{x,z}$).

Рассмотрим уединенный резонанс $\nu_0 = \nu_k$, определяемый гармоникой w_k в резонансной системе с отстройкой $\varepsilon = \nu_0 - \nu_k$.

Присутствие колебаний энергии модулирует отстройку с амплитудой $\Delta = \nu_0 \frac{\Delta\gamma}{\gamma}$, которая, как правило, превосходит величины резонансных гармоник машинных резонансов. В результате, в резонансной системе мы имеем многократные пересечения резонанса.

Эта ситуация была исследована в работе [16], где было показано, что заметная деполаризация кроме основного резонанса возникает также и на, так называемых боковых резонансах, т.е. при значении отстройки кратной синхротронной частоте $\varepsilon = k\nu_s$. Вид спектра боковых резонансов зависит от индекса модуляции $\chi = \Delta/\nu_s$. Для определения силы боковых резонансов перейдем в систему координат, оси которой вращательно колеблются с частотой ν_s вокруг \mathbf{n} . Такой переход соответствует замене переменных в укороченном уравнении 3.20: $\hat{C} = C e^{i\varepsilon\theta} e^{i\chi \sin(\nu_s\theta)}$. В новой системе возмущение принимает вид:

$$w_{\perp}(\theta) = w_k e^{i(\varepsilon + \chi \sin \nu_s \theta)}.$$

Используя разложение $e^{i\chi \sin(\nu_s\theta)}$ в ряд, приходим к выражению: [17]

$$w_{\perp}(\theta) = w_k e^{i\varepsilon\theta} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} J_m(\chi) e^{im\nu_s\theta}, \quad (3.35)$$

где $J_m(\chi)$ - функции Бесселя с целочисленным индексом.

Отсюда можно заключить, что в результате модуляции вместо одного резонанса с частотой ν_k возникает целый набор резонансов с частотами $\nu_k \pm m\nu_s$, отстоящих друг от друга на частоту синхротронных колебаний ν_s , Из 3.35 очевидны величины резонансных гармоник нового спектра:

$$|w_k^m| = |w_k| J_m(\chi). \quad (3.36)$$

В общем случае спектр боковых резонансов достаточно сложный. Однако в случае малых индексов модуляции $\chi \ll 1$, картина боковых линий спектра упрощается (см. Рис. 3.5), так как силы модуляционных резонансов быстро падают с ростом их номера m , что, как правило, и бывает на протонных и электронных ускорителях.⁴

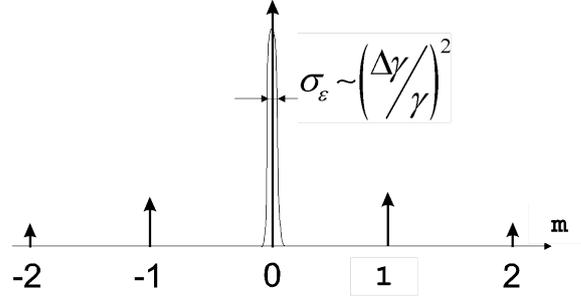


Рис. 3.5: Модуляционные резонансы, возникающие от синхротронных колебаний.

Воспользовавшись разложением функций Бесселя в степенной ряд, получаем:

$$|w_k^m| = |w_k| \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l \left(\frac{\chi}{2}\right)^{m+2l}}{l!(m+l)!} \approx |w_k| \frac{\chi^m}{2^m m!}. \quad (3.37)$$

Ширина центральной линии спектра есть разброс частот спиновой прецессии после усреднения по бетатронным и синхротронным колебаниям частицы, который квадратичен по отклонениям частиц и составляет величину порядка $10^{-5} - 10^{-6}$. Это обстоятельство обеспечивает высокую точность упомянутого выше способа абсолютной калибровки энергии частиц. Мы еще вернемся позднее к более детальному рассмотрению разброса спиновых частот и точности измерения энергии.

Ширины боковых линий определяются нелинейностью потенциальной ямы продольных колебаний, так что уже для первого бокового резонанса ширина превышает величину 10^{-3} . Необходимо также подчеркнуть, что боковые резонансы с $m > 1$ получены из спиновых возмущений линейного приближения и, в этом смысле, их нельзя считать резонансами высших приближений.

Кроме фазовой модуляции возможна также и амплитудная модуляция резонансной гармоники, связанная с радиальными синхротронными колебаниями

$$x_\gamma = \frac{\Delta\gamma}{\gamma} \psi_x \cos(\nu_s \theta),$$

⁴Индекс модуляции " χ " нарастает с ростом энергии частиц и достигает значения $\chi \sim 1$ только для электронов при энергиях ($E = 50 \div 100 \text{ GeV}$).

которые модулируют спиновые возмущения (3.17). Амплитудная модуляция приводит к "расщеплению" резонансов на два резонанса равной силы, отстоящих друг от друга на $2\nu_s$.

При наличии связи целые резонансы (и связанные с ними боковые) появляются не только от K_x и K_y но и от самой связи.

$$w_k(\pm\nu_s) = \frac{\Delta\gamma}{\gamma} \frac{\nu_0}{4\pi} \frac{\Delta\gamma}{\gamma} \oint g \psi_x F_{\nu=k\pm\nu_s} e^{ik\theta} d\theta. \quad (3.38)$$

Всё это вместе взятое значительно усложняет картину спиновых резонансов.

3.4 ФУНКЦИИ СПИНОВОГО ОТКЛИКА.

До сих пор мы обсуждали спиновые резонансы в ускорительных кольцах с вертикальным ведущим полем при малых спиновых возмущениях. Однако, как мы видели в параграфе 3.1, применение Сибирских змеек вовсе исключает условие возникновения спиновых резонансов. Однако создание таких устройств требуется, вообще говоря, применения больших магнитных полей, включая продольные, что неизбежно ведет к сильной связи бетатронных колебаний. В такой задаче адекватным подходом является использование гамильтоновых уравнений, в которых переменными являются: [11]

- Для поперечного движения - горизонтальное и вертикальное отклонения от расчетной замкнутой орбиты x и z , нормированные на средний радиус R_0 ; и канонически сопряженные импульсы p_x и p_z ;
- Для продольного движения:

$$\sigma = \theta - \omega_0 t, \quad p_\sigma = \frac{1}{\beta^2} \frac{\Delta E}{E_0},$$

где ω_0 , E_0 - частота обращения и энергия равновесной частицы, $\beta = v/c$, $\Delta E = E - E_0$.

Гамильтоновский формализм, кратко изложенный в приложении А.1.3 в теории ускорителей применяется в сложных случаях и, в частности, при изучении сильно связанных колебаний. При создании Сибирских змеек был разработан специальный подход с применением канонических переменных для описания движения спина в установках с произвольным набором магнитных полей.[22], [23], [24] Этот подход состоит в отыскании функций спинового отклика, которые определяют чувствительность оси прецессии \mathbf{n} к изменениям орбитальных переменных, энергии частиц, возмущений равновесной орбиты или оптики кольца. В результате, мы находим шесть периодических по модулю комплексных функций, определенных на равновесной орбите,

с помощью которых в линейном приближении может быть полностью описана спиновая динамика, включая линейные спиновые резонансы и радиационные эффекты, в накопителе с произвольным полем.

Мы начнем с приближенного уравнения в виде 3.21, соответствующего нерезонансному случаю $|C| \ll 1$, которое в общем виде может быть записано следующим образом:

$$C' = \mathbf{W}^T X + \mathbf{w}_0, \quad (3.39)$$

где \mathbf{X} - шестимерный вектор орбитальных переменных, а \mathbf{W}^T шестимерный вектор коэффициентов $\mathbf{W}_i(\theta)$ перед соответствующими орбитальными переменными. \mathbf{w}_0 включает в себя "ошибки" полей на расчетной замкнутой орбите, обусловленные некоторыми сдвигами и наклонами дипольных и квадрупольных магнитов или поля корректирующих элементов. В системе ортов $\mathbf{n}_0, \vec{\eta}_1, \vec{\eta}_2$ компоненты вектора \mathbf{W} и \mathbf{w}_0 удовлетворяют следующим условиям периодичности:

$$\mathbf{W}_i(\theta + 2\pi) = \mathbf{W}_i(\theta)e^{i2\pi\nu}, \quad \mathbf{w}_0(\theta + 2\pi) = \mathbf{w}_0(\theta)e^{i2\pi\nu}$$

В присутствии только ускоряющего электрического ВЧ поля, ввиду медленности синхротронных колебаний, мы можем считать спиновое движение не зависящим от продольной фазы. Как мы видели в параграфе 3.3.2, влияние синхротронных колебаний на спиновую динамику сказывается в виде медленной модуляции спиновой частоты и амплитуд спиновых резонансов. Таким образом, будем использовать канонические переменные для поперечных орбитальных колебаний (см. Приложение А.1.3), задавая только отклонение по энергии: $p_\sigma = \Delta\gamma/\gamma = const$.

Ограничиваясь линейным приближением для спинового возмущения 3.17, представим уравнение 3.20 в виде:

$$\begin{aligned} C' &= \mathbf{w}\boldsymbol{\eta} = (1 + \nu_0)(z''\eta_x - x''\eta_z) + \dots \\ &= (1 + \nu_0)(z'\eta_x - x'\eta_z)' - (1 - \nu_0)(z'\eta'_x - x'\eta'_z) + \dots \\ &= (1 + \nu_0)(z'\eta_x - x'\eta_z)' + \hat{C}'. \end{aligned} \quad (3.40)$$

Решение последнего уравнения представим в виде:

$$C = (1 + \nu_0)(z'\eta_x - x'\eta_z) + \hat{C} = (1 + \nu_0)\left[\left(p_z - \frac{1}{2}K_y x\right)\eta_x - \left(p_x + \frac{1}{2}K_y z\right)\eta_z\right] + \hat{C},$$

где ввели, согласно А.22, канонические переменные.

Если мы знаем решение орбитальных уравнений, то нам известен и первый член в правой части предыдущего уравнения, который, очевидно, не содержит спиновых резонансов. Вся информация о спиновых резонансах "вынесена" в уравнение для \hat{C} :

$$\begin{aligned} \hat{C}' &= - (1 + \nu_0) \left\{ z'[(1 + a)K_y\eta_z - \nu_0 K_z\eta_y] - x'[v_o K_x\eta_y - (1 + a)K_y\eta_x] \right\} \\ &+ [(1 + a)(K'_x x + K'_z z + \Delta K_y - K_y p_\sigma) - (\nu_0 - a)(K_x p_x + K_z p_z)] \eta_y \\ &+ \left[\left(\nu_0 + \frac{a}{\gamma_o}\right) K_x p_\sigma + (1 + a)K_y x' \right] \eta_x + \left[\left(\nu_0 + \frac{a}{\gamma_o}\right) K_z p_\sigma + (1 + a)K_y z' \right] \eta_z. \end{aligned} \quad (3.41)$$

Члены с x' и z' должны быть выражены через канонические переменные x, z, p_x и p_z , т.е. \hat{C}' есть линейная функция орбитального вектора \mathbf{X} ($\mathbf{X}^T = (x, p_x, z, p_z, p_\sigma, 0)$). Теперь мы можем записать уравнение для \hat{C}' в матричной форме:

$$\hat{C}' = \mathfrak{W}^T \mathbf{X} + w_0, \quad (3.42)$$

Здесь $w_0 = (1+a)\Delta K_y \eta_y$, а \mathfrak{W} - шестимерный вектор коэффициентов W_i перед соответствующими переменными.

Для дальнейшего использования выпишем эти коэффициенты в явном виде:

$$\begin{aligned} W_1 &= (1+a)K'_x \eta_y + \frac{1}{2}v_0(1+a)K_y^2 \eta_z; \\ W_2 &= (v_0^2 + a)K_x \eta_y - v_0(1+a)K_y \eta_x; \\ W_3 &= (1+a)K'_x \eta_y - v_0(1+a)K_y \eta_x; \\ W_4 &= (v_0^2 + a)K_z \eta_y - v_0(1+a)K_y \eta_z; \\ W_6 &= \left(v_0 + \frac{a}{\gamma_0}\right)(K_x \eta_x + K_z \eta_z) - (1+a)K_y \eta_y. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Напомним, что $W_5 = 0$.

Из периодичности вектора $\mathbf{n}(X, \theta + 2\pi) = \mathbf{n}(X, \theta)$ следует, что в системе координат, связанной с векторами $(\mathbf{n}_0, \boldsymbol{\eta}_1, \boldsymbol{\eta}_2)$ решение для \hat{C} должно обладать той же периодичностью ($\hat{C}(X, \theta + 2\pi) = \hat{C}(X, \theta)$).

Решение уравнения 3.42, естественно, искать в виде линейной функции от \mathbf{X} :

$$\hat{C} = f_0(\theta) + \mathbf{F}^T S \mathbf{X}. \quad (3.44)$$

При этом, уравнения движения для \mathbf{F} и \mathbf{X} в гамильтоновом формализме будут задаваться одной и той же 6×6 матрицей H . (А.23)

$$\mathbf{X}' = S H \mathbf{X} + \mathbf{Q}; \quad (3.45)$$

Здесь $\mathbf{Q}^T = (0, -\Delta K_z, 0, \Delta K_x, 0, 0)$ вектор отклонений полей от проектных значений на равновесной орбите.

$$\mathbf{F}' = S H \mathbf{F} + \mathbf{P}. \quad (3.46)$$

Вектор \mathbf{P} не равен 0 только для элементов структуры кольца, имеющих магнитное поле на орбите пучка.

$$\begin{aligned}
P_1 &= -(v_0 - a)K_y\eta_x + (v_0^2 + a)K_x\eta_y; \\
P_2 &= -(1 + a)K'_x\eta_y - (v_0 - a)\frac{1}{2}K_y^2\eta_z; \\
P_3 &= (v_0^2 + a)K_z\eta_y - (v_0 - a)K_y\eta_z; \\
P_4 &= (v_0 - a)\frac{1}{2}(K_y\eta_x - (1 + a)K'_z\eta_y); \\
P_5 &= (v_0 + \frac{a}{\gamma_0})(K_x\eta_x + K_z\eta_z) - (1 + a)K_y\eta_y; \\
P_6 &= 0.
\end{aligned} \tag{3.47}$$

Функции $F_1 - F_5$ есть искомые функции отклика. Мы не рассматриваем влияние электрического поля, поэтому компонента $P_6 = F_6 = 0$.

Аналогично решению орбитального уравнения, значение каждой функции отклика находится последовательными преобразованиями через элементы структуры:

$$F_{out} = MF_{in} + Y, \tag{3.48}$$

где матрица M и вектор Y определены для каждого элемента. Еще раз подчеркнем, что однородная часть уравнений 3.45-3.46 имеет одинаковую форму и матрица M является матрицей преобразования орбитального движения. Вектор Y появляется вследствие наличия неоднородного вектора \mathbf{P} . Вид вектора Y для магнитов с B_x, B_z, B_y приведен в Приложении А.1.4).

В результате последовательных преобразований за оборот частицы имеем:

$$F(2\pi) = M_{rev}F(0) + Y_{rev}. \tag{3.49}$$

Используя условие периодичности 5.10, получаем искомое значение вектора F при $\theta = 0$:

$$F(\theta = 0) = (I \cdot e^{i2\pi\nu} - M_{rev})^{-1} Y_{rev}, \tag{3.50}$$

где I - единичная матрица. Значения $F(\theta)$ находятся соответствующим преобразованием 3.48. Найденные решения определены кроме случаев, когда $e^{i2\pi\nu}$ является собственным значением орбитальной матрицы M_{rev} , т.е. вне спин-орбитальных резонансов.

После нахождения функций отклика \mathbf{F} мы вернемся к укороченному уравнению 3.42, решение которого мы имеем право записать в виде:

$$C = (1 + \nu_0)[(p_z - \frac{1}{2}K_{y,x})\eta_x - (p_x + \frac{1}{2}K_{y,z})\eta_z] + f_0 + \mathbf{F}^T S \mathbf{X}. \tag{3.51}$$

По определению функции спин-орбитальной связи есть частные производные от \mathbf{n} , а, вернее от C , по каноническим переменным. Поскольку траектория частицы

непрерывна, то нас интересуют только производные по каноническим импульсам. Из уравнения 3.51 находим:

$$\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial p_x} = \Re \{ i[-(1 + \nu_0)\eta_z + F_1]\boldsymbol{\eta}^* \} \quad (3.52)$$

$$\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial p_z} = \Re \{ i[-(1 + \nu_0)\eta_x + F_3]\boldsymbol{\eta}^* \}. \quad (3.53)$$

$$\mathbf{d} = \gamma \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \gamma} = \Re (iF_5\boldsymbol{\eta}^*) \quad (3.54)$$

Как мы видим функция F_5 определяет отклик оси прецессии \mathbf{n} на скачок энергии (излучения фотона). Эта спин-орбитальная функция особенно важна для электрон-позитронных пучков в связи с их радиационной самополяризацией. В теории этого явления эта функция, которая есть вектор, перпендикулярный \mathbf{n}_0 , получила специальное обозначение \mathbf{d} , использованное нами в 3.54. Проблеме радиационной поляризации посвящена специальная Глава в этом обзоре, где мы и будем обсуждать применение этого вектора спин-орбитальной связи для практических целей. Две другие функции отклика F_1 и F_3 характеризуют реакцию \mathbf{n} на скачки p_x и p_z :

После нахождения функций отклика F_1 и F_3 мы можем написать из 3.42 уравнение для определения функции f_0 :

$$f'_0 = \omega_0 - \mathbf{F}^T \mathbf{S} \mathbf{Q} = \Delta K_z F_1 - \Delta K_x F_3 + (1 + a)\Delta K_y \eta_y. \quad (3.55)$$

Решение этого уравнения находится с помощью известного приема замены интегрирования пооборотным суммированием. Откуда мы получаем:

$$f_0 = \frac{1}{e^{i2\pi\nu} - 1} \int_{\theta}^{\theta+2\pi} [\Delta K_z F_1 - \Delta K_x F_3 + (1 + a)\Delta K_y \eta_y] d\theta. \quad (3.56)$$

Вблизи целых резонансов главный вклад в C происходит от f_0 из-за резонансного знаменателя в 3.56. Согласно определению, сила резонанса есть модуль соответствующей резонансной гармоники, вычисленной при $\nu = k$. Отсюда, для силы резонанса находим:

$$\begin{aligned} |w_k| &= \frac{1}{2\pi} \left| \int_0^{2\pi} C'(\nu = k) d\theta \right| = \frac{1}{2\pi} \left| \int_0^{2\pi} f'_0(\nu = k) d\theta \right| \\ &= \frac{1}{2\pi} \left| \int_0^{2\pi} [\Delta K_z F_1 - \Delta K_x F_3 + (1 + a)\Delta K_y \eta_y] d\theta \right|, \end{aligned} \quad (3.57)$$

где F_1 , F_2 и η_y вычисляются при $\nu = k$.⁵

Из 3.57 видны вклады в силы целых резонансов от различных возмущений. F_1 и F_3 показывают усиление возмущений от ошибок вертикального и радиального полей, а η_y представляет собой функцию отклика на воздействие на спин продольного поля.

Из приведенного примера вычисления силы целых резонансов 3.57 уже понятно, что метод функций отклика является новым подходом для описания движения спина в произвольных магнитных полях, который не требует предварительного решения орбитальных уравнений.

Продемонстрируем возможности метода функций спинового отклика в обычных ситуациях "плоских" машин с небольшими возмущениями орбиты и магнитной структуры колец. Мы знаем, что в таких случаях ось прецессии \mathbf{n} зависит, прежде всего, от переменных z и p_z , так что не равны нулю только спин-орбитальные функции F_3 и F_4 . При $\nu_0 \gg 1$, расписывая покомпонентно матричное уравнение 3.46 находим уравнения для F_3 и F_4 :

$$\begin{aligned} F'_3 &= F_4 + \nu_0^2 K_z \eta_y; \\ F'_4 &= -g_z F_3. \end{aligned} \quad (3.58)$$

Взяв вторую производную от F_3 мы приходим к уравнению второго порядка для этой функции, которое, легко видеть, есть уравнение для z - движения с правой частью. Решение такого уравнения хорошо известно ???. Выражая решение однородного уравнения А.12 через функцию Флоке f_z находим функцию F_3 :

$$F_3 = \frac{i\nu_0^2}{2} \left(\frac{f_z}{e^{i2\pi(\nu-\nu_z)} - 1} \int_{\theta}^{\theta+2\pi} \eta_y K_z f_z^*{}' d\theta - \frac{f_z^*}{e^{i2\pi(\nu+\nu_z)} - 1} \int_{\theta}^{\theta+2\pi} \eta_y K_z f_z' d\theta \right), \quad (3.59)$$

которая, как не трудно видеть, совпадает с функцией $F_\nu(\theta)$ из 3.31.

⁵Считаем $\mathbf{n}_0(\nu = k) = \lim_{\nu \rightarrow k} \mathbf{n}_0(\nu)$.

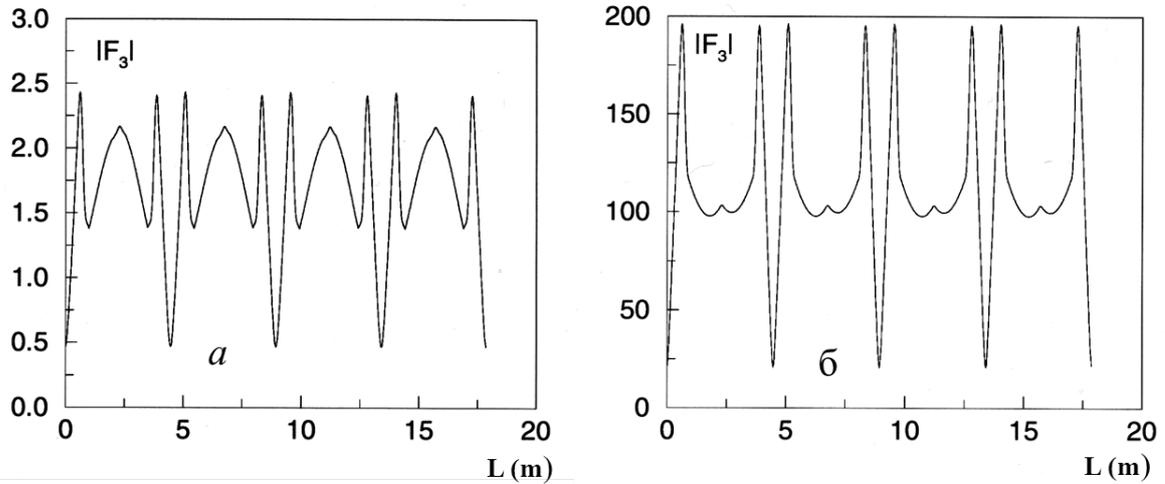


Рис. 3.6: График функция $|F_3|$ вдоль орбиты на накопителе ВЭПП-2М: (а) - энергия $E=510$ МэВ; (б) - энергия $E=490$ МэВ.

Описанный выше метод нахождения функций отклика был реализован в программе ASPIRRIN (Analysis of SPIn Resonances in RINgs). [?] Программа позволяет проводить анализ спинового движения в сложных конфигурациях магнитных полей, которые возникают при использовании таких элементов как спиновые ротаторы, Сибирские змейки и спин-флипперы. При этом для спин-орбитального согласования ASPIRRIN вычисляет азимутальные зависимости функций спинового отклика.

На Рис.3.6 приведен результат расчета модуля функции F_3 для электрон-позитронного накопителя ВЭПП-2М при двух близких энергиях. Из сравнения рисунков а) и б) очевидно резкое нарастание функции отклика, связанное с приближением к резонансу $\nu_0 = \nu_z - 2$.

Мы уже видели в предыдущем параграфе 3.3, что знание функции F_3 позволяет вычислить силы спин-бетатронных резонансов без расчета функций Флоке f_x и f_x , как это требуется в "обычном" подходе (см.3.27). Покажем также как функция F_3 "работает" в рассмотренной выше ситуации слабой связи, возникающей от перекосов квадруполь (g_{zx}).

Поскольку речь идет о малых перекосах, это, практически, не затрагивает величину F_3 , зависящую от g_z . Однако, для функций отклика, соответствующих горизонтальным бетатронным колебаниям из 3.51 находим:

$$\begin{aligned} F'_1 &= F_2 \\ F'_2 &= -g_x F_1 + g(\theta) F_3. \end{aligned} \quad (3.60)$$

Действуя аналогично выводу уравнения 4.4, находим функцию F_1 в виде:

$$F_1 = \frac{i}{2} \left(\frac{1}{e^{i2\pi(\nu+\nu_x)} - 1} f_x^* \int_{\theta}^{\theta+2\pi} g F_3 f_x d\theta - \frac{1}{e^{i2\pi(\nu-\nu_x)} - 1} \int_{\theta}^{\theta+2\pi} g F_3 f_x^* d\theta \right), \quad (3.61)$$

где f_x - функция Флоке радиальных бетатронных колебаний.

Отсюда легко получить выражения для силы спиновых резонансов с частотой радиальных колебаний: для $\nu_0 = k + \nu_x$:

$$|w_k| = \frac{1}{2\pi} |A_x| \int_0^{2\pi} g F_3(\nu_0 = k + \nu_x) f_x^0 d\theta \quad (3.62)$$

и для $\nu_0 = k - \nu_x$:

$$|w_k| = \frac{1}{2\pi} |A_x| \int_0^{2\pi} g F_3(\nu_0 = k - \nu_x) f_x^{0*} d\theta, \quad (3.63)$$

которые, естественно, совпадают с полученными ранее формулами (A.11) с использованием функции $F_\nu(\theta)$.

Для демонстрации поведения спин-орбитальных функций приведем результат расчета программой ASPIRRIN $|F_1|$ и $|F_3|$ для накопителя AmPS (E=900 МэВ)

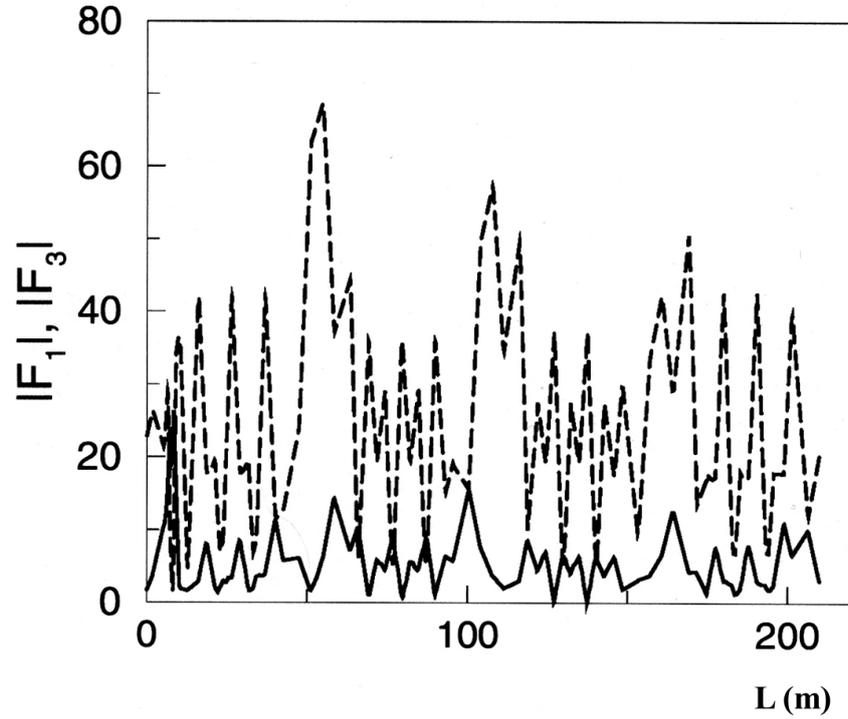


Рис. 3.7: Графики функций $|F_3|$ (линия) и $|F_1|$ (пунктир) вдоль орбиты на накопителе АмPS: (энергия $E=900$ МэВ).

Уравнение для F_5 также получается из 3.51:

$$F_5' = K_z(\nu_0\eta_z - F_1) + K_x(\nu_0\eta_x - F_3) - K_y\eta_y, \quad (3.64)$$

из которого видно, что изменение F_5 происходит только на участках орбиты, где есть магнитное поле.

Поскольку F_5 по определению удовлетворяет условию периодичности $F_5(\theta + 2\pi) = e^{i\nu 2\pi} F_5(\theta)$, то решение уравнения 3.64 есть:

$$F_5 = \frac{i}{e^{i\nu 2\pi} - 1} \int_{\theta}^{\theta+2\pi} [K_z(\nu_0\eta_z - F_1) + K_x(\nu_0\eta_x - F_3) - K_y\eta_y] d\theta. \quad (3.65)$$

Откуда мы заключаем, что функция F_5 имеет ярко выраженный резонансный характер: нарастает вблизи целых резонансов $\nu = k$ и на спин-бетатронных резонансах, где возрастают F_1 и F_3 .

Глава 4

Ускорение поляризованных частиц

Первое, с чем столкнулись экспериментаторы при попытке ускорения поляризованных частиц в циклических ускорителях, оказалась необходимость пересечения спиновых резонансов, когда частота спиновой прецессии удовлетворяет резонансному условию (3.33). Этот вопрос чрезвычайно важен при ускорении до высоких энергии, так как при этом частота спиновой прецессии изменяется во много раз пропорционально энергии частиц ($\nu_0 = \gamma q' / q_0$).

Модель изолированного резонанса позволяет получить точный ответ на вопрос, как изменится поляризация пучка при пересечении уединенного резонанса. Такое рассмотрение впервые было сделано М.Фруасар и Р.Стора,[21] которые нашли, что при изменении расстройки спиновой частоты $\varepsilon = \nu_0 - \nu_k$ от $-\infty$ до $+\infty$ со скоростью $\varepsilon' = \text{const}$ конечная проекция S_n связана со своим начальным значением формулой:

$$S_n(+\infty) = S_n(-\infty) \left[2e^{-\pi|w_k|^2/(2\varepsilon')} - 1 \right]. \quad (4.1)$$

Результат пересечения резонанса зависит от набора спиновой фазы $\Delta\phi = \int h(\theta)d\theta \simeq |w_k|^2/\varepsilon'$ в эффективной зоне резонанса, которая определяется соотношением величин: w_k^2 и $1/\varepsilon'$.

Интеграл движения $S_n = (\mathbf{S} \cdot \mathbf{n})$ сохраняется при адиабатическом изменении параметров ($\Delta\phi \gg 1$) как и в стационарном случае. В итоге, при таком прохождении спин переворачивается вместе с осью прецессии \mathbf{n} . В обратном случае быстрого пересечения ($\Delta\phi \ll 1$), спин только слегка отклоняется от первоначального положения с некоторым уменьшением степени поляризации $\Delta S_n \simeq w_k^2/\varepsilon'$. В промежуточных случаях $\Delta\phi \simeq 1$ потери поляризации могут быть значительными.

Следует сказать, что потеря поляризации при нарушении адиабатичности в области отдельного резонанса может быть значительно компенсирована применением специального приема, предложенного сравнительно недавно в работе [25]. Если в стационарных условиях резонансная гармоника w_k хорошо известна и существует возможность знакопеременной вариации скорости $\varepsilon'(\theta)$, то при быстром пересечении потери поляризации могут быть снижены до уровня $\Delta S_n \simeq (|w_k|^2/\varepsilon')^2$.

Однако, в реальных условиях при ускорении неизбежно пересечение всей области спектра модуляционных резонансов, возникающих от синхротронных колебаний энергии. При $w_k^m \ll \nu_s$ боковые линии спектра можно рассматривать как отдельные уединенные резонансы. Однако, общая "мощность" всех модуляционных резонансов всегда равна "мощности" материнского резонанса: $\sum_m (w_k^m)^2 = (w_k)^2$. Отсюда следует, что, если условие быстрого прохождения выполнимо для основного резонанса, тогда конечный результат не будет зависеть от присутствия модуляции: $\Delta S_n \approx |w_k|^2 / \varepsilon'$.

Менее предсказуемы потери поляризации при адиабатическом пересечении, когда $|w_k| \sim \nu_s$. Практически невозможно подобрать значения ε' , w_k , ν_s для медленного пересечения всех линий модуляционного спектра. Однако возможен комбинированный подход, который помогает сохранить поляризацию также и в этом случае. Реальное положение боковых резонансов определяется формулой:

$$m\nu_s = \sqrt{\varepsilon^2 + |w_k|^2}.$$

При $|w_k| \sim \nu_s$ линии с номерами $m < |w_k|/\nu_s$ отсутствуют и возможно оптимизировать параметры таким образом, что центральный резонанс ($m = 0$) проходит адиабатически, а первый из возможных боковых уже удовлетворял бы условию быстрого прохождения

4.1 Пересечение спиновых резонансов на ВЭПП-2М

До сих пор мы обсуждали поведение спина одной частицы. В реальных экспериментах нужно обсуждать поляризацию пучка частиц, которая есть среднее по ансамблю значение $\langle S_n \rangle = \zeta$.

После успешного получения в 1974 году радиационной поляризации электронов и позитронов $\approx 90\%$ в накопителе ВЭПП-2М сразу были проведены эксперименты по проверке идей быстрого и адиабатического пересечения спиновых резонансов.[26] Предварительно, используя выражения (3.27) и (A.11), были вычислены силы линейных спиновых резонансов для средне-квадратичных амплитуд колебаний $\langle A_{z,x} \rangle$. Как оказалось, сила резонансов $\nu = \nu_{z,x} - 2$ не превышает значения $w_k \approx 10^{-5}$, в то время как гармоники резонансов $\nu = 4 - \nu_x$ и $\nu = 4 - \nu_z$ на порядок более сильные вследствие периодичности магнитной системы накопителя $P = 4$.

Оценка силы единственного целого резонанса в области энергий ВЭПП-2000 ($\nu_0 = 1$) проводилась по формуле (3.31) в предположении существования паразитного радиального поля K_x , способного вызывать вертикальное искажение равновесной орбиты на уровне точности её измерения $\Delta Z \approx 0.3$ мм. Полученное значение $w_k(\nu_0 = 1) \approx 10^{-4}$ близко к силе резонансов $\nu = 4 - \nu_{z,x}$.

Согласно формуле Фруасар-Стора (4.1), резонансы с гармониками $w_k \approx 10^{-5}$, должны проходить без видимой деполяризации при "естественной" скорости изменения энергии частиц в накопителе ($\varepsilon' \approx 10^{-8}$). Однако пересечение остальных ли-

нейных резонансов потребовало специальных усилий. При быстром изменении частот бетатронных колебаний с помощью корректирующих обмоток стало возможным избежать разрушения поляризации при пересечении резонансов $\nu = 4 - \nu_{z,x}$.¹

Для безопасного пересечения целого резонанса $\nu_0 = 1$ с переворотом поляризации специальный соленоид с полем $0.2 T \times m$ был введен в структуру накопителя, который усилил гармонику целого резонанса до величины $w_1 = 0.025$. Такая сила резонанса потребовалась для преодоления вклада боковых резонансов, связанных с синхротронными колебаниями. При специально пониженном ускоряющем напряжении на резонаторе ВЭПП-2М частота синхротронных колебаний составила $\nu_s \approx 0.007$, так что первый боковой резонанс в этих условиях возникает только при ($m = 7$), сила которого ($w_1^7 < 10^{-6}$) уже позволяет его быстрое пересечение. В результате полный переворот поляризации при "естественной" скорости изменения энергии частиц осуществлялся за время ≈ 10 секунд. Было измерено также время деполяризации на "вершине" резонанса $\tau_d \approx 200$ секунд.²

Все экспериментальные результаты этих измерений собраны воедино на Рис.4.1, где показан квадрат степени поляризации ζ^2 пучка позитронов до и после пересечения каждого резонанса без включения соленоида (треугольники) и с включением продольного поля перед пересечением целого резонанса (черные кружки). Видно, что поляризация слабо меняется даже после двойного прохождения резонанса.

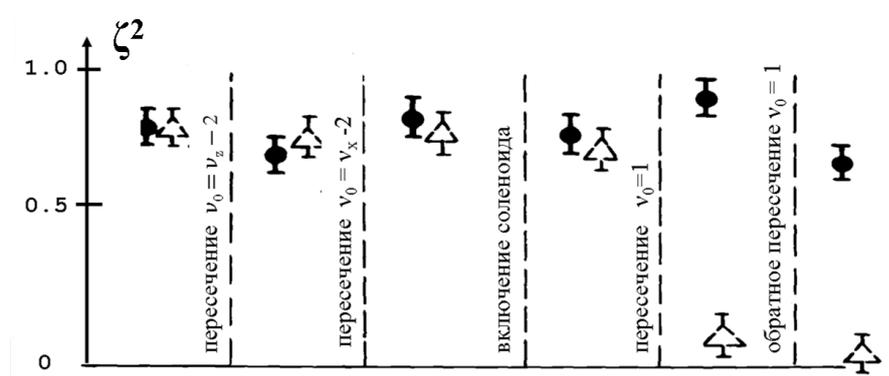


Рис. 4.1: Прохождение резонансов на ВЭПП-2М.

Позднее этот прием, названный частичной Сибирской змейкой, неоднократно применялся на ВЭПП-2М и без специального соленоида. При этом, необходимая величина гармоники целого резонанса достигалась частичным понижением тока в компенсирующих катушках детектора с продольным магнитным полем КМД-2.

¹Примерно одновременно и независимо прием быстрого пересечения резонансов с помощью дополнительных "быстрых" квадрупольей был применен на протонном ускорителе ZGS [27]

²Эффекты деполяризации и поляризации, возникающие вследствие радиационных потерь, будут обсуждаться позднее в этом обзоре.

4.2 Ускорение поляризованных протонов

Суммирую изложенное в предыдущей главе, представим общую картину линейных спиновых резонансов при ускорении протонов до высоких энергий. Целые резонансы $\nu_0 = k$ следуют при ускорении друг за другом с интервалом $\Delta E = 523.34$ МэВ. Каждый из них сопровождается двумя парами резонансов с бетатронными частотами: $\nu = k \pm \nu_{z,x}$, расположенными по обе стороны от целого. В первую очередь, нас интересуют, конечно, резонансы с вертикальными колебаниями. В соответствии с (3.27) силы w_k нарастают, в целом, $\propto \gamma^{3/2}$, так как нормализованный эмиттанс протонного пучка с ростом энергии сохраняется ($A_z \sim \gamma^{-1/2}$). Очевидно также, что резонансные гармоники зависят от фокусирующей структуры каждого конкретного кольца.

Исторически, первые попытки ускорения поляризованных протонов были приняты в Сакле (Франция) на слабо фокусирующем синхротроне SATURN в начале 60-х годов прошлого века. В середине 70-х годов эти работы нашли продолжение в Сакле на синхротроне SATURN-2 [28] и в Аргонской лаборатории (США) на ускорителе ZGS (Zero Gradient Synchrotron), где был достигнут уровень поляризации $\zeta \simeq 50\%$ на энергии $E = 12.5$ ГэВ.[27] В последствии, поляризованные протоны успешно ускорялись также в Цукубе (Япония) [29] и в Юлихе (Германия). [30].

На всех перечисленных установках основные усилия тратились на минимизацию гармоник как целых резонансов, так и резонансов с бетатронными частотами для обеспечения их быстрого пересечения в соответствии с формулой Фруасар-Стора (4.1). Описанный выше прием искусственного увеличения силы целых резонансов (частичная Сибирская змейка) начал использоваться для ускорения поляризованных протонов только с 1994 года.[32]

4.2.1 Протонный синхротрон У-70.

Для иллюстрации проблем, возникающих при ускорении поляризованных протонов, рассмотрим конкретный синхротрон У-70 Института физики высоких энергий (Протвино), где этот вопрос обсуждался неоднократно. На Рис.4.2 представлены расчетные силы спин-бетатронных резонансов для ускорителя У-70 при нормализованном вертикальном эмиттансе $e_z = 15\pi$ мм мрад и бетатронной частоте $\nu_z = 9.87$.

Как мы отмечали выше, среди всех резонансов $\nu_0 = k \pm \nu_z$ наиболее сильными должны быть резонансы с k , пропорциональными периодичности магнитной структуры, так как набег бетатронной и спиновой фаз накапливается на всех периодах, содержащих поворотные магниты. Магнитная система синхротрона У-70 организована в 12 суперпериодов, каждый из которых содержит 5 периодов FODO фокусировки. Таким образом, следует ожидать сильнейших спин-бетатронных резонансов при $\nu_0 = 0 + \nu_z$; $\nu_0 = 60 \pm \nu_z$ и $\nu_0 = 120 \pm \nu_z$, что и демонстрирует с очевидностью Рис.4.2.

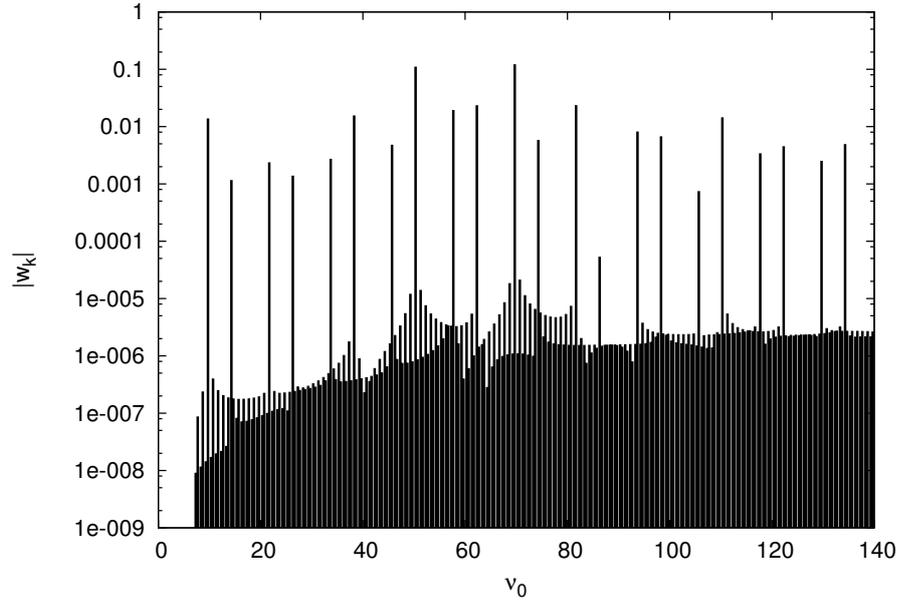


Рис. 4.2: Расчетные спин-бетатронные резонансы ускорителя У-70.

Для расчета силы целых резонансов необходима модель возмущений равновесной орбиты. Следующий рисунок представляет оценку величины целых резонансов в предположении, что вертикальные искажения равновесной орбиты в кольце У-70 не превышает значения ± 5 мм, что примерно соответствует точности выставки магнитных элементов (± 0.5) мм.

Здесь мы видим линии сильных целых резонансов вблизи упомянутых выше спин-бетатронных. Это связано с эффектом спинового отклика на вертикальные искажения равновесной орбиты. Поведение модуля функции отклика вдоль орбиты ($|F_3(\theta)|$) довольно однородное, практически повторяющее $|f_z\theta|$. Однако, средний уровень отклика резко нарастает, когда частота спиновой прецессии совпадает с одной из комбинаций $k \pm \nu_z$ (см. 3.31). Этот тезис подтверждает Рис.4.4, где приведены результаты расчета программой ASPIRRIN средних значений $|F_3(\theta)|$ в зависимости от ν_0 :

Сравнение трех последних рисунков показывает, что, так как в этом "моделировании" мы не изменяли возмущения орбиты, то именно функция спин-орбитальной связи ответственна за увеличение амплитуд как целых, так и спин-бетатронных резонансов при $\nu_0 \sim 50$ и $\nu_0 \sim 70$.

Интересно также оценить, согласно формулы (4.1), возможность прохождения спиновых резонансов в процессе прямого ускорения пучка протонов в У-70. При ускорении за время $\Delta t = 2$ секунды от энергии инжекции 3.5 ГэВ до максимальной энергии 70 ГэВ параметр Фруасар-Стора w_k^2/ε' равен 1 при $w_k \approx 0.1$. Так что для двух целых резонансов большой силы ($\nu_0 = 50$ и $\nu_0 = 70$) возможно их аддиа-

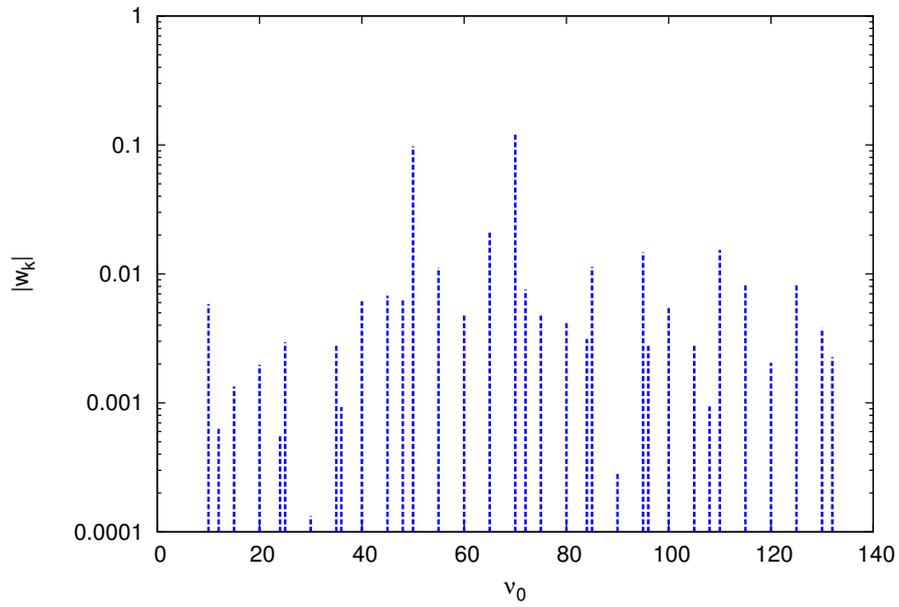
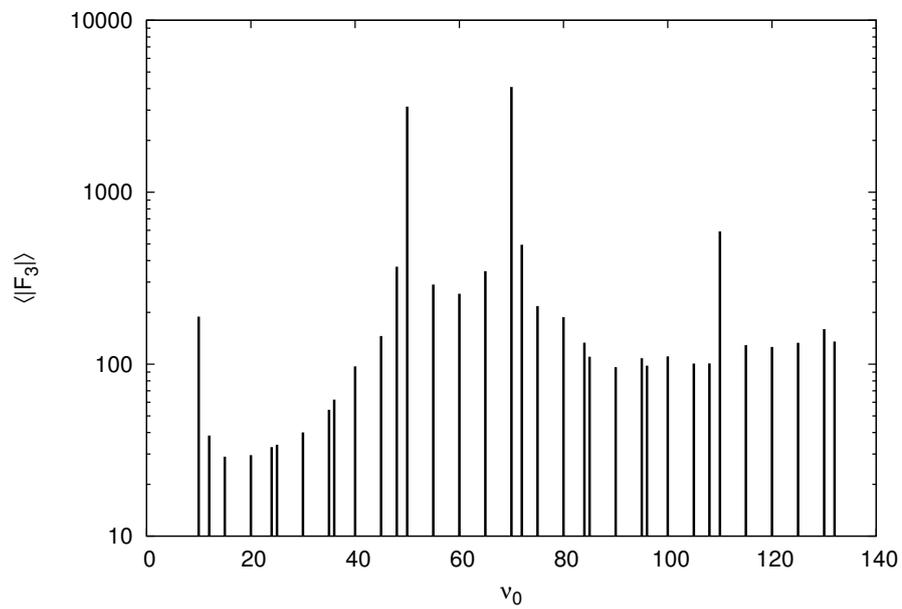


Рис. 4.3: Оценка целых резонансы для ускорителя У-70.

Рис. 4.4: Среднее значение $\langle |F_3(\theta)| \rangle_\theta$ в зависимости от ν_0 для синхротрона У-70.

батическое пересечение с переворотом спина. Подавляющее же большинство целых резонансов попадают в промежуточную область между возможным медленным и быстрым прохождением, т.е. будут приводить к сильной деполяризации. И только несколько резонансов с $w_k \leq 2 \div 3 \times 10^{-3}$ доступны для быстрого пересечения.

Что касается спин-бетатронных резонансов, то существующее распределение амплитуд вертикальных колебаний ($w_k \sim A_z$) практически приводит к полной потере поляризации выше уровня, позволяющего быстрое пересечение ($w_k \approx 2 \div 3 \times 10^{-3}$). Учитывая также наличие модуляционных резонансов, связанных с синхротронными колебаниями, не удивительно, что до настоящего времени вопрос ускорения поляризованных протонов в синхротроне У-70 остается открытым. Ввиду отсутствия достаточно длинных промежутков, применение полной Сибирской змейки требует кардинальной реконструкции всего синхротрона. [44]

4.3 Ускорение поляризованных протонов в синхротроне AGS.

В наиболее концентрированном виде технические приемы, применяемые в ранних работах по получению и ускорению поляризованных пучков протонов, вместе с новыми разработками представлены сегодня в Брукхейвенской национальной лаборатории (США) на протонном синхротроне AGS, запуск которого был произведен еще в 1952 году. [41] В настоящее время AGS (E=25 ГэВ) является также инжектором поляризованных протонов в протон-протонный коллайдер RHIC.[36] Схема комплекса показана на Рис.4.5.

В начале, кратко представим всю современную цепь получения и доставки поляризованных протонов до RHIC: источник поляризованных частиц, радиочастотный фокусирующий ускоритель RFQ (2.5 МэВ), линейный ускоритель (200 МэВ), бустерный синхротрон и синхротрон AGS. [41]

Источник поляризованных частиц OPPIS основан на захвате поляризованных электронов от атомов рубидия протонами с энергией 5 КэВ, пролетающим сквозь пары рубидия. Атомы рубидия получают поляризацию "внешних" электронов близкую к 100 процентам при оптической накачке лазерными фотонами с циркулярной поляризацией.[33] После этого с помощью ВЧ перехода поляризация ($\approx 85\%$) переводится на ядро и производится дозарядка атомов водорода до ионов H^- Источник обеспечивает импульсный ток ионов до 1 мА длительностью $300 \mu s$ с частотой 7.5 Гц. Полученные таким образом поляризованные по ядру ионы H^- последовательно ускоряются сначала в RFQ и линейном ускорителе до 200 МэВ, затем в бустерном синхротроне до 2.5 ГэВ и впускаются через тонкую углеродную фольгу с потерей обоих электронов ("перезарядная инжекция") в синхротрон AGS. После накопления 20 сгустков, с 2×10^{11} протонов в каждом, пучок протонов за 2.5 секунды ускоряется до 25 ГэВ. Существенным моментом этой схемы является наличие измерителей поляризации на всех этапах ускорения, что позволяет оптимизировать параметры

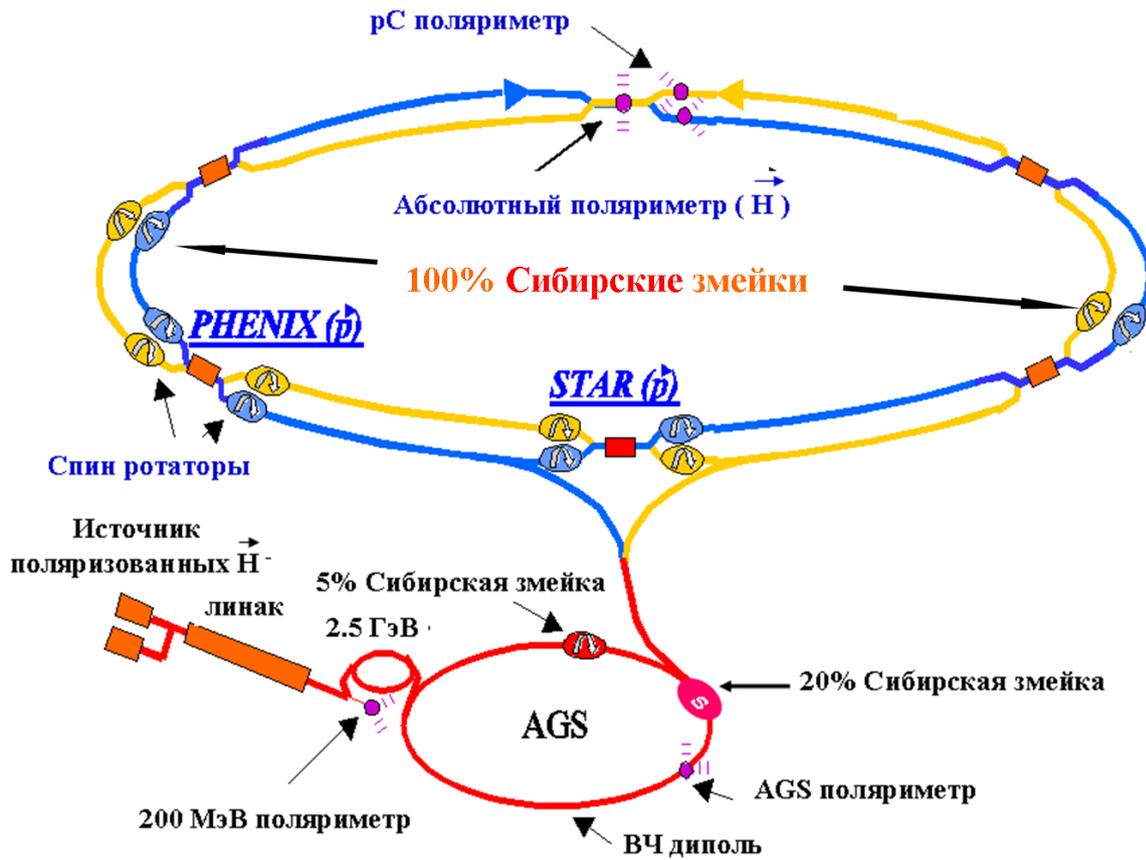


Рис. 4.5: Комплекс со встречными пучками поляризованных протонов RHIC.

устройств вдоль всей цепочки ускорения протонов. Самым сложным звеном является, конечно, сохранение поляризации при ускорении в AGS, где присутствует более сотни линейных деполаризирующих резонансов.

Начало деятельности по ускорению поляризованных протонов в AGS относится к 1984 году. Первоначально, для пересечения спиновых резонансов использовалась та же стратегия, что и в ранних работах на других установках. Для быстрого прохождения наиболее опасных спин-бетатронных резонансов ($0 + \nu_z$, $24 - \nu_z$, $12 + \nu_z$) на AGS одновременно подавался ток в 12 импульсных квадрупольей, так что общий сдвиг бетатронной частоты при максимальном токе достигал значения $\Delta\nu_z = 0.12$. Схематично, процедура единичного прохождения резонансов $\nu_0 = k + \nu_z$ и $\nu_0 = k - \nu_z$ показана на Рис.4.6

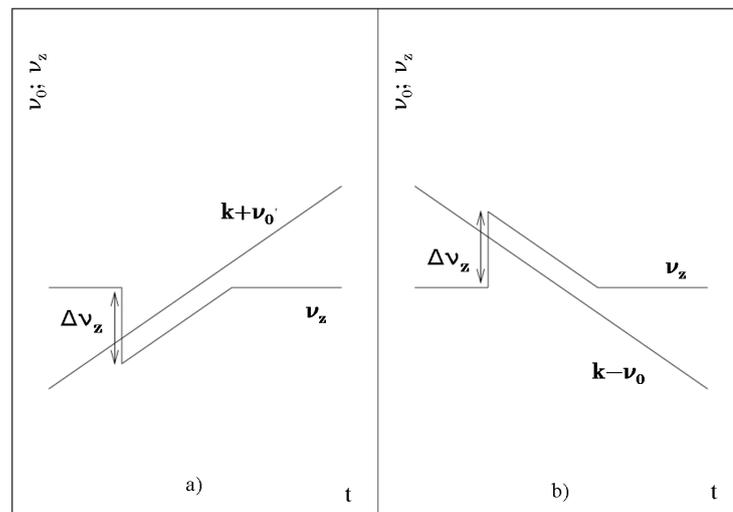


Рис. 4.6: Скачок бетатронной частоты при прохождении $\nu_0 = k \pm \nu_z$.

Более сложным выглядит прохождение целых резонансов. Для подавления опасной резонансной гармоники использовалось 96 корректоров с радиальным полем. Так как гармоника w_k величина комплексная, необходимо подобрать как амплитуду искажения вертикальной орбиты, так и определить фазу возмущения. Для этой цели в качестве обратной связи служили данные поляриметра.

Однако, подавление соответствующей гармоники вертикальных искажений равновесной орбиты не всегда приводит к компенсации гармоники спинового резонанса. Как видно из общей формулы для силы целых резонансов 3.57, вклад радиального поля входит под интегралом в произведении с функцией отклика $\Delta K_x \cdot F_3$ и требуется компенсировать соответствующую гармонику этого произведения. На AGS была обнаружена "интересная" особенность для целых резонансов, лежащих вблизи сильных спин-бетатронных резонансов (например $k = 27$). "Естественная" сила этих резонан-

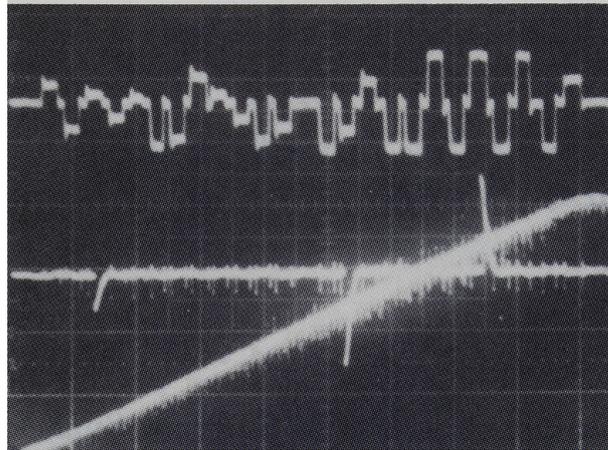


Рис. 4.7: Ускорение поляризованных протонов в AGS (первый этап).

сов была много больше соседних резонансов $k = 26$ или $k = 28$. Выше мы обсуждали аналогичную "интересную" проблему для У-70 и, можно предположить, что эта особенность на AGS также возникает из-за быстрого роста функции отклика (3.31) от резонанса $\nu_0 = 36 - \nu_z = 27.25$. В этом случае подавление 27-ой гармоники оказалось возможным с помощью искусственной 9-ой гармоники ($36 - 9 = 27$), которая также возрастала за счет спин-орбитальной связи.³

В результате достаточно длительных усилий, потраченных на настройку пересечения 40 резонансов, в первый год была получена поляризация $\approx 40\%$. Рис.4.7 (осциллограмма из пульта ускорителя) демонстрирует всю процедуру ускорения от инъекции до энергии 16.5 ГэВ: нижняя кривая - изменение энергии; верхняя токи корректоров, средняя - импульсы квадрупольей. [34]

В следующих заходах 85-88 годов были существенно модернизированы источник H^- и поляриметры. Верхняя энергия протонов примерно с той же поляризацией поднялась до 22 ГэВ за счет лучшей предварительной геодезической выставки магнитных элементов ускорителя в вертикальном и горизонтальном планах, что снизило силы целых резонансов. Юстировка положения импульсных квадрупольей уменьшила рост эмиттанса, возникающий при скачке бетатронных частот.

Дальнейшее продвижение по энергии стало возможным после введения в структуру кольца частичной Сибирской змейки, что было сделано только в 1994 году. В одном из промежутков AGS был установлен соленоид, поле которого изменялось пропорционально энергии ускорителя и поворачивало спин протона на 9 градусов (5% от полной Сибирской змейки). К удивлению авторов [37] вместе с адиабатическим

³Невольно вызывает удивление тот факт, что теория спинового отклика для расчета спин-бетатронных резонансов и прием частичной Сибирской змейки для прохождения целых резонансов были неизвестны для исследователей на AGS, хотя эти понятия были сформулированы и опубликованы задолго до начала работ в БНЛ.[26]-[31]

переворотом поляризации на каждом целом резонансе змейка привела к заметным потерям поляризации при пересечении упомянутых выше спин-бетатронных резонансов $(0 + \nu_z, 24 - \nu_z, 12 + \nu_z)$ как с включением импульсных квадрупольей, так и без них. Причиной этого явилась сильная связь бетатронных колебаний, вводимая установленным соленоидом.

Решение этой проблемы было найдено в адиабатическом прохождении этих резонансов с помощью ВЧ раскачки радиальным полем когерентных вертикальных колебаний.[38] Раскачка включалась вблизи резонанса, а затем частота ВЧ поля адиабатически перестраивалась, так что, при наличии заметной октупольной нелинейности, частицы затягивались на резонанс, с сохранением когерентности. После пересечения спинового резонанса частота раскачки так же медленно возвращалась к начальному значению. При этом эммиттанс пучка практически не изменялся. Величина гармоник спинового резонанса, благодаря функции отклика (3.31), резко нарастающей вблизи резонанса, оказалась достаточной для адиабатического прохождения резонанса с переворотом поляризации.

В итоге, введение частичной змейки и резонансной раскачки позволило ускорить поляризованные протоны до энергии $E=25$ ГэВ (энергия инжекции в протон-протонный накопитель RHIC). При входной поляризации 75% уровень поляризации 50% на выходе синхротрона уже был достаточен для начала работы RHIC с поляризованными пучками.⁴

Потеря поляризации в AGS в значительной мере, связана с резонансами $\nu_0 = k \pm \nu_x$, которые возникли от связи $x - z$ колебаний, наведенной соленоидом частичной змейки. Естественный выход из этой ситуации - подавить связь или применить частичную змейку, не имеющую таких паразитных эффектов. Мы обсудим это в конце следующей главы.

4.4 Ускорение поляризованных дейтронов.

Дейтрон - ядро тяжелого водорода ($p + n$) примерно в два раза тяжелее протона. Эта достаточно устойчивая частица очень популярна в ядерной физике. Естественно, сразу после первого успешного ускорения протонов в Аргонне на ускорителе ZGS начались попытки ускорить и дейтроны. [40] Кроме разницы в массах протон и дейтрон, как видно из Таблицы 2.1, сильно различаются по величине аномального магнитного момента: $a_p/a_d \simeq -12.5$. Но главной особенностью дейтрона является его спин, равный 1. По правилам квантовой механики это означает, что проекция спина на ось квантования (как мы знаем в случае плоского циклического ускорителя это вектор $\mathbf{n}_0 = \mathbf{e}_z$) может принимать значения +1, 0 и -1. Для характеристики поляризации пучка дейтронов уже не достаточно величины векторной поляризации

⁴Проблемы ускорения протонов с сохранением поляризации в RHIC будут обсуждены в одной из последующих глав.

$\zeta_z = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_- + N_0} = n_+ - n_-$, где N_+ , N_0 и N_- число частиц с соответствующей проекцией спина. Необходимо ввести также тензорную поляризацию $\zeta_{zz} = \frac{N_+ - N_- - 2N_0}{N_+ + N_- + N_0} = 1 - 3n_0$. Легко видеть, что векторная поляризация, как и для частиц с полуцелым спином, может принимать значения $-1 \leq \zeta_z \leq 1$, в то время как, тензорная поляризация изменяется в пределах $-2 \leq \zeta_{zz} \leq 1$. Для неполяризованного пучка дейтронов обе поляризации равны $\zeta_z = \zeta_{zz} = 0$. Нужно отметить также, что только для частиц со спином $1/2$ возможны чистые состояния $\pm 100\%$. В случае спина 1 векторная поляризация может принимать значения $+100\%$, 0 и -100% , когда $n_+ = 1$, $n_0 = 1$, $n_- = 1$ соответственно.

Часто в работах по анализу тензорной поляризации различных ядер авторы используют сферические спин-тензоры T_{ik} ; ($i, k = 0, 1, 2$), составленные из компонент вектора спина в сферической системе координат: $S_0 = S_z$; $S_{\pm} = \pm 1/\sqrt{2}(S_x \pm iS_y)$. Однако, сферические спин-тензоры не столь наглядны как декартовые. Кроме того, при ускорении нас не интересуют все компоненты спинового тензора. Для характеристики эффективности ускорения пучка дейтронов кроме $\zeta_z = \langle S_z \rangle$ достаточно измерять еще компоненту ζ_{zz} , которая однозначно связана с тензором T_{20} : [42]

$$\zeta_{zz} = 1/2(3S_z^2 - 1)$$

. Расположение спиновых деполярирующих резонансов вдоль шкалы ν_0 одинаково, как для протонов, так и для дейтронов. Деполяризация вследствие раскогеренирования спинов при ускорении не зависит от величины спина будь он $1/2$, 1 или выше. Однако энергетический зазор между резонансами для дейтронов в ≈ 25 больше, чем для протонов. Так, например, первый целый резонанс $\nu_0 = -1$ возможен только при энергии дейтрона $E = 11.3$ ГэВ. Но самым первым на пути ускорения дейтронов встречается спин-бетатронный резонанс $\nu_0 = -k + \nu_z$.

После первых экспериментов на ZGS поляризованные дейтроны ускорялись в целом ряде синхротронов: в синхротроне Saturn (Сакле, Франция) [43]; в протонном синхротроне PS (Цукуба, Япония) [45] и в синхрофазотроне (Дубна) [46], [47] Остановимся несколько подробнее на исследованиях на синхрофазотроне, где пучок дейтронов ускорялся до 12 ГэВ/с. В Дубне работы по ускорению поляризованных дейтронов были начаты практически одновременно с синхротроном ZGS и проводились систематически в течение целого ряда лет. Схема комплекса синхрофазотрона приведена на Рис.4.8

Источник поляризованных дейтронов "Polaris", который многократно улучшался за время работы, обеспечивал на выходе в импульсе $250 \mu A$ ($\sim 1 \times 10^{11}$) продольно поляризованных частиц. [48] После ускорения в линейном ускорителе перед инжекцией в синхрофазотрон спин дейтронов поворачивался соленоидом на некоторый угол ϕ для получения вертикальной поляризации при ускорении.

Для настройки оптимальной поляризации использовалось 4 поляриметра, обозначенных цифрами 1-4 на Рис.4.8: (1) - на выходе из линейного ускорителя; (2) -

внутренняя мишень в кольце (пленка полиэтилена толщиной $\sim 10 \mu\text{м}$); (3) - быстрый вывод пучка для измерения векторной поляризации в пузырьковой камере; (4) - медленный вывод частиц для определения векторной и тензорной поляризаций. [49]

В большей части экспериментов, чтобы избежать пересечения целого резонанса, использовались поляризованные дейтроны с импульсом не выше 9 ГэВ/с. Для того чтобы не пересекать спин-бетатронный резонанс $\nu_0 = -k + \nu_z$ поляриметрии вышущенного пучка (4) проводилась при импульсе 3 ГэВ/с. Экспериментальная оценка силы этого резонанса проводилась в двух циклах измерений следующим образом: в первом - пучок ускорялся только до 3 ГэВ/с, где и измерялась поляризация; в другом цикле пучок дейтронов ускорялся до 10 ГэВ, а затем замедлялся до 3 ГэВ/с и снова следовали измерения поляризации. Спин-бетатронный резонанс таким образом пересекался дважды. Сравнение измерений поляризации в двух циклах не обнаружило разницы результатов с точностью до качества поляриметра, которое оценивается в 3 – 5%.

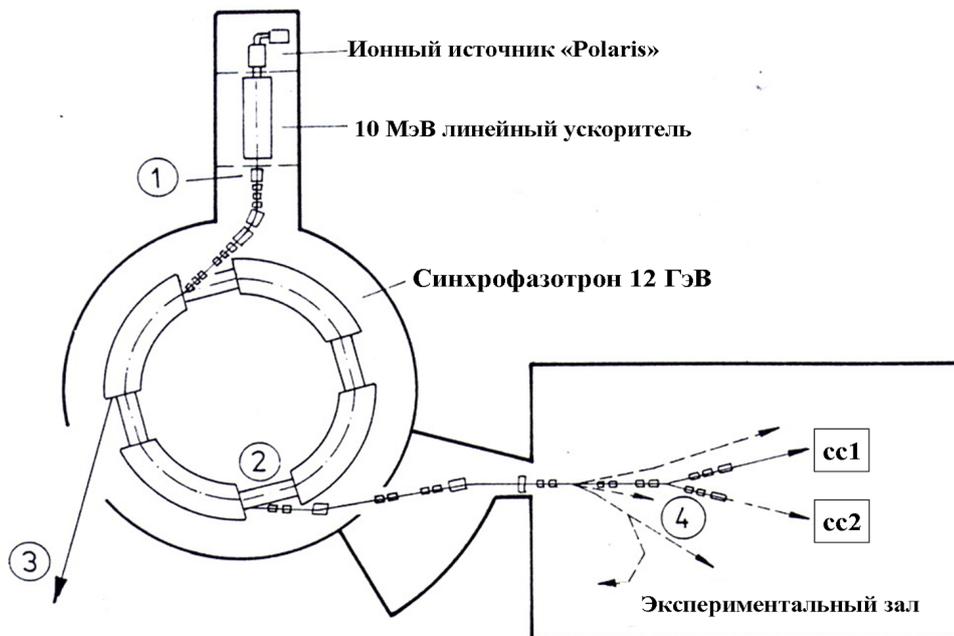


Рис. 4.8: Схема комплекса синхрофазотрона в Дубне. Цифрами 1-4 обозначены поляриметры.

Измерения были основаны на упругом рассеянии дейтрона на протонах жидкой водородной мишени. Рассеянный дейтрон и протон отдачи, пройдя соответственно через левую и правую "руки" спектрометра регистрировались на совпадение сцинтилляционными счетчиками СС1 и СС2. (см. Рис.4.8). Векторная ζ_z и тензорная поляризация ζ_{zz} , в соответствии с данными выше определениями, вычислялись их вы-

ражений:

$$\zeta_z = \frac{1}{2A_y} \left(\frac{R_{pol}^l}{R_0^l} - \frac{R_{pol}^r}{R_0^r} \right); \quad \zeta_{zz} = \frac{1}{2A_{yy}} \left(\frac{R_{pol}^l}{R_0^l} + \frac{R_{pol}^r}{R_0^r} - 2 \right), \quad (4.2)$$

где R^l, R^r скорости счета событий рассеяния в левом (и в правом плечах спектрометра для поляризованных (R_{pol}) и не поляризованных (R_0) дейтронов. Для абсолютных измерений поляризации использовались анализирующие способности реакции dp рассеяния A_y и A_{yy} , известные из более ранних измерений при данной энергии (см. например, [50]).

Пример измерения векторной и тензорной поляризаций обсуждаемым поляриметром в зависимости от угла поворота спина соленоидом на входе в кольцо синхрофазотрона приведен на Рис.4.9.

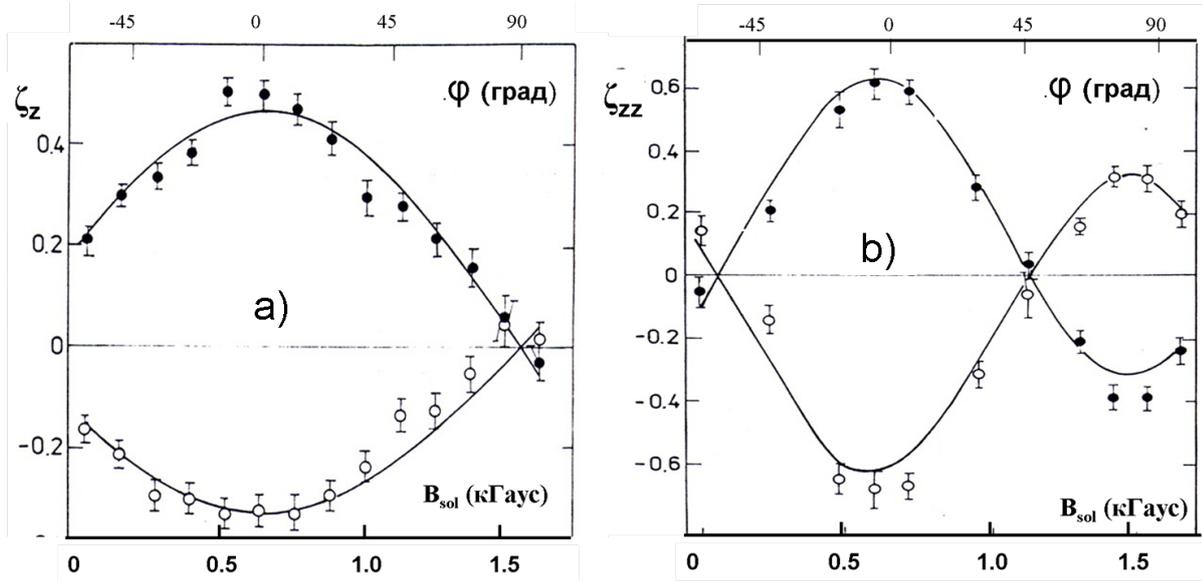


Рис. 4.9: Измерение векторной и тензорной поляризации на выходе синхрофазотрона при изменении угла поворота спина на входе в кольцо.

Обе поляризации ведут себя в соответствии с ожиданиями:

$$\zeta_z = \zeta_z(0) \cos \phi; \quad \zeta_{zz} = \zeta_{zz}(0) \frac{1}{2} (3 \cos^2 \phi - 1).$$

Как мы видим, источник поляризованных дейтронов способен производить ионы с положительной и отрицательной поляризациями, что является существенным фактором при проведении поляризационных экспериментов, позволяя исключать систематические ошибки.

Опыт работы с поляризованными дейтронами, накопленный за время работы синхрофазотрона, используется и после его остановки. Поляризационные эксперименты одна из важных частей в программе синхротрона следующего поколения - "Nuclotron". [51]

Глава 5

Спиновые ротаторы и Сибирские змейки

Из описаний проблем, возникающих при ускорении поляризованных частиц, понятно, что радикальным способом преодоления спиновых резонансов является введение в структуру ускорителя одной или нескольких Сибирских змеек, которые, как мы видели во второй главе, делают спиновую частоту независимой от энергии и, тем самым, исключают проблему прохождения спиновых резонансов. До настоящего времени только несколько установок в мире были оборудованы 100% Сибирскими змейками и спиновыми ротаторами.

Как правило, устройства для управления поляризацией (полные или частичные Сибирские змейки и спиновые ротаторы) являются отдельными локальными вставками. При этом желательно, чтобы эти устройства не возмущали равновесную орбиту и магнитную оптику кольца вне самой вставки и не вносили других паразитных эффектов. Кроме того, важным требованием к конструкции этих спиновых устройств является их, так называемая "спиновая прозрачность". Суть этого требования сводится к одинаковости поворотов спинов на длине вставки $0 \div \theta_1$ для равновесных частиц и для частиц с колебаниями. То есть:

$$\int_0^{\theta_1} (\mathbf{w} \cdot \boldsymbol{\eta}^*) d\theta = 0.$$

При этом спиновое возмущение w определено в 3.17, а перпендикулярные решения $\boldsymbol{\eta}_1$ и $\boldsymbol{\eta}_2$ должны быть найдены внутри обсуждаемой вставки. Наиболее важна спиновая прозрачность для электронных накопителей при получении радиационной поляризации. Поэтому мы обсудим эту проблему позднее, вместе с самой радиационной поляризацией.

5.1 Сибирские змейки на основе соленоидов.

По-видимому простейшим устройством, поворачивающим спин от вертикального направления на угол $\phi = (1+a) \int K_y d\theta$ является соленоид, который, на первый взгляд, не возмущает равновесную орбиту. Однако, связь поперечных колебаний, вносимая соленоидом требует пристального внимания.[52]

Уравнения движения в поле соленоида наиболее простой вид имеют в системе координат, вращающейся вокруг оси соленоида с кручением $\chi(\theta) = K_y(\theta)/2$:

$$y'' + \chi^2(\theta)y = 0; \quad y = x, z.$$

Транспортная 4×4 матрица соленоида для движения частиц может быть представлена в виде:

$$M_s = R(\alpha) \cdot \begin{pmatrix} F & 0 \\ 0 & F \end{pmatrix}; \quad R(\alpha) = \begin{pmatrix} I \cos \alpha & I \sin \alpha \\ -I \sin \alpha & I \cos \alpha \end{pmatrix}.$$

Здесь $R(\alpha)$ - матрица преобразования поворота на угол $\alpha = \frac{\phi}{2(1+a)}$;

F это 2×2 матрица фокусировки, которая для однородного соленоида имеет вид:[53]

$$F = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \frac{2}{(1+a)K_y} \sin \alpha \\ -\frac{(1+a)K_y}{2} \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

Очевидно, соленоид не будет привносить связи колебаний при $\alpha = \pm \pi k$. Во всех других случаях необходимо подавление связи набором обычных или повернутых квадрупольных линз.

Симплектическая транспортная 4×4 матрица имеет 10 независимых элементов. Для подавления связи колебаний необходимо сделать равными нулю четыре элемента (2×2 блок вдоль не главной диагонали), для чего требуется не более четырех квадрупольных линз. Дополнительно к этим четырём нужны еще линзы для компенсации фокусирующего влияния соленоида. Практически наиболее удобным способом компенсации влияния соленоида является приведение 2×2 блоков вдоль главной диагонали либо к единичной матрице I , либо к матрице промежутка L занимаемого всей вставкой (соленоид + квадруполь):

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad M_L = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

В обоих случаях включение или выключение змейки приводит только к сдвигу бетатронных частот без изменения оптической схемы всего кольца.

Наиболее универсальная схема соленоидальной змейки, удовлетворяющая обсуждаемым условиям, представлена на Рис.5.1.[54] Здесь поворот спина продольным полем разбит на два равных участка, между которыми установлены 6 нормальных

квадрупольных линз. Вследствие симметрии, полная транспортная матрица (от начала первого и до конца второго соленоида) может быть записана в виде:

$$M_s = R \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix} R, \quad (5.1)$$

где A, B - матрицы 2×2 с необходимым требованием: $B = -A$. Преимущество схе-

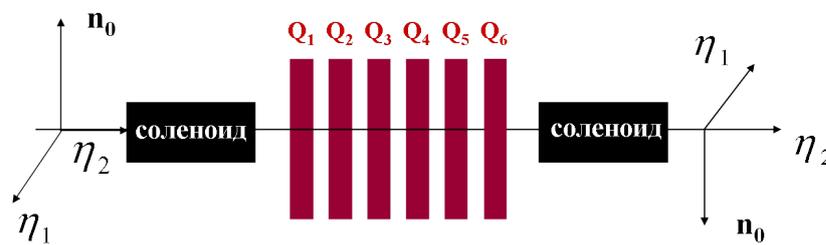


Рис. 5.1: Схема универсальной соленоидальной Сибирской змейки.

мы ?? состоит в том, что при произвольных значениях полей соленоидов матрица A всегда может быть сведена к единичной ($A = I$) за счет настройки градиентов в линзах. Это позволяет адиабатически менять направление поляризации без пересечения спиновых резонансов, если изначально спиновая частота выбрана в точке $\nu = 1/2$.

Матрица любой другой комбинации соленоидов и квадрупольных линз, не приводящая к искажениям оптической схемы ускорителя, должна иметь вид, аналогичный 5.1. При этом частоты бетатронных колебаний могут увеличиваться на целое число или полуцелое число.

5.1.1 Проверка концепции Сибирской змейки на установке IUCF.

Приведем примеры реализации Сибирских змеек с использованием сильных продольных полей. Исторически первым в этом плане был накопитель с электронным охлаждением COOLER в университета штата Индиана (США) на установке IUCF, схема которой изображена на Рис.5.2.[55] Основным назначением этой Сибирской змейки была проверка самого принципа подавления спиновых резонансов.

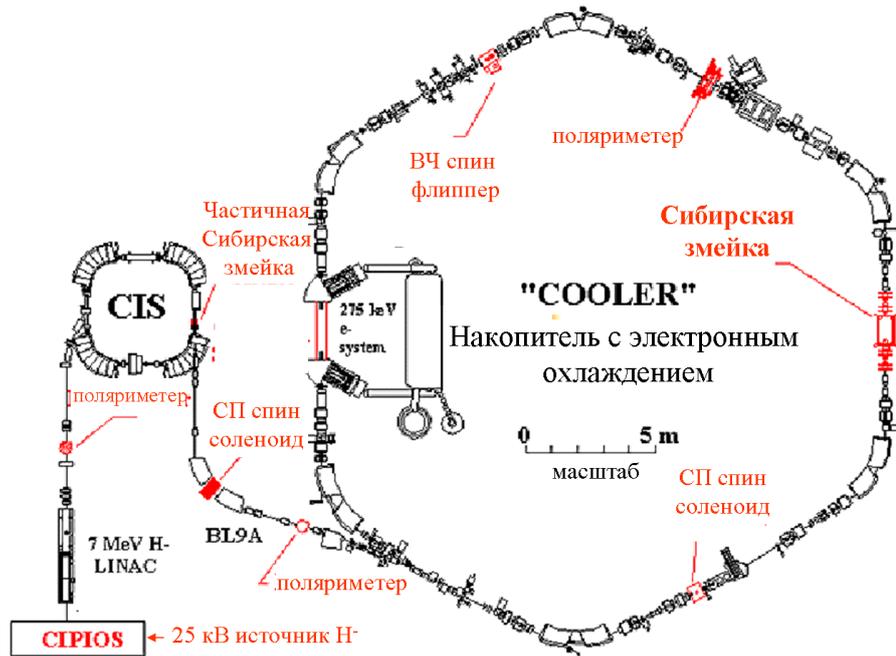


Рис. 5.2: Схема установки IUCF в университете штата Индиана.

На схеме установки красным цветом обозначены основные части комплекса, предназначенные для работы с поляризованными пучками протонов и дейтеронов. Главными из них являются источник поляризованных по ядру атомов H^- и D^- CIPIOS и сама Сибирская змейка, ионно-оптическая схема которой приведена на Рис.5.3



Рис. 5.3: Схема Сибирской змейки на установке IUCF.

Первоначально предполагалось, что две пары повернутых квадрупольных линз в схеме змейки устраняют связь бетатронных колебаний, а две пары обычных квадрупольных линз приводят транспортную матрицу к виду матрицы промежутка по одному направлению и к единичной матрице по другому. Для воплощения в жизнь этой идеи потребовались очень сильные квадрупольные линзы, которые, к сожалению, ограничили полезную для пучка апертуру. Таким образом, проектная оптическая схема змейки так и не была реализована.

Однако, несмотря на эти проблемы, на этой установке в 1988 году была успешно проверена идея Сибирской змейки и было продемонстрировано "уничтожение" как целых резонансов, так и резонансов с бетатронными частотами. На Рис.5.4 представлены измерения поляризации протонов в области целого резонанса $\nu_0 = 2$.

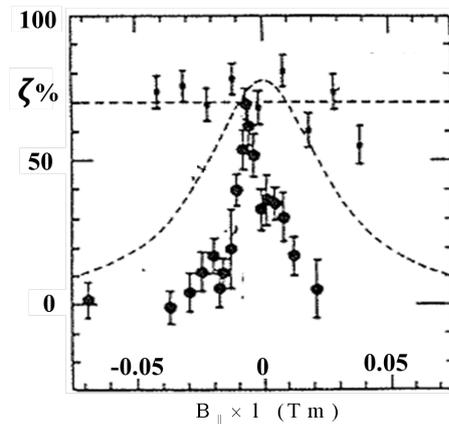


Рис. 5.4: Подавление резонанса $\nu_0 = 2$ Сибирской змейкой ($E=108$ МэВ).

Без Сибирской змейки введение даже небольшого продольного поля приводит к деполаризации пучка протонов (черные кружки на рисунке), в то время как с включенной змейкой (квадратные точки) поляризация $\zeta \approx 70\%$ остается неизменной в диапазоне интеграла продольного поля $B_{\parallel} \times l = \pm 0.05$ Тм.

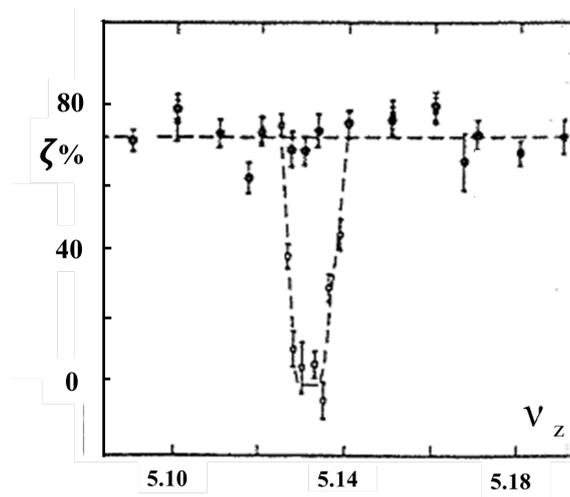


Рис. 5.5: Подавление Сибирской змейкой спин-бетатронного резонанса $\nu_0 = -3 + \nu_z$ ($E=177$ МэВ).

Аналогичное действие, т.е. полное отсутствие деполяризации, оказывает включение Сибирской змейки при спиновом резонансе с вертикальными бетатронными колебаниями (см. Рис.5.5). В отсутствие Сибирской змейки поляризация исчезает (светлые кружки) при выполнении резонансного условия $\nu_0 = -3 + \nu_z$, которое для IUCF возникает при энергии 177 МэВ.

В целом, эксперименты на IUCF рассеяли все сомнения скептиков по поводу идеи Сибирской змейки, хотя сама идея практически очевидна и является ускорительным вариантом спинового эха в методе ЯМР.

Кроме того, на IUCF в том же году был проведен тест частичной Сибирской змейки, образованной малым сверхпроводящим соленоидом.[56] Необходимо отметить, что наличие поляриметров в источнике частиц, на тракте ускорения и в самом накопителе безусловно способствовало успеху этих экспериментов.

5.1.2 Сибирская змейка на установке AmPS.

Следующая успешная попытка оснастить накопитель полной Сибирской змейкой была предпринята институтом NIKHEF (Амстердам, Голландия) совместно с Институтом ядерной физики (Новосибирск) на установке AmPS. Установка AmPS (энергия электронов 900 МэВ) ранее использовалась как накопитель-растяжитель электронного пучка из линейного ускорителя MEA.[57]

Целью этой работы было получение интенсивного пучка электронов с продольной поляризацией в месте взаимодействия с внутренней поляризованной мишенью. Для достижения этой цели в ИЯФ СО РАН был разработан интенсивный источник поляризованных электронов с током до $50 \mu\text{A}$, длительностью $2 \mu\text{s}$ и степенью поляризации $\approx 75\%$.

Согласно основной идеи Сибирской змейки для получения продольной поляризации в экспериментальном промежутке змейку необходимо расположить в противоположном промежутке. Схема накопителя AmPS вместе с инжекционной частью, включая источник поляризованных электронов и Сибирскую змейку, приведена на Рис.5.6. [6]

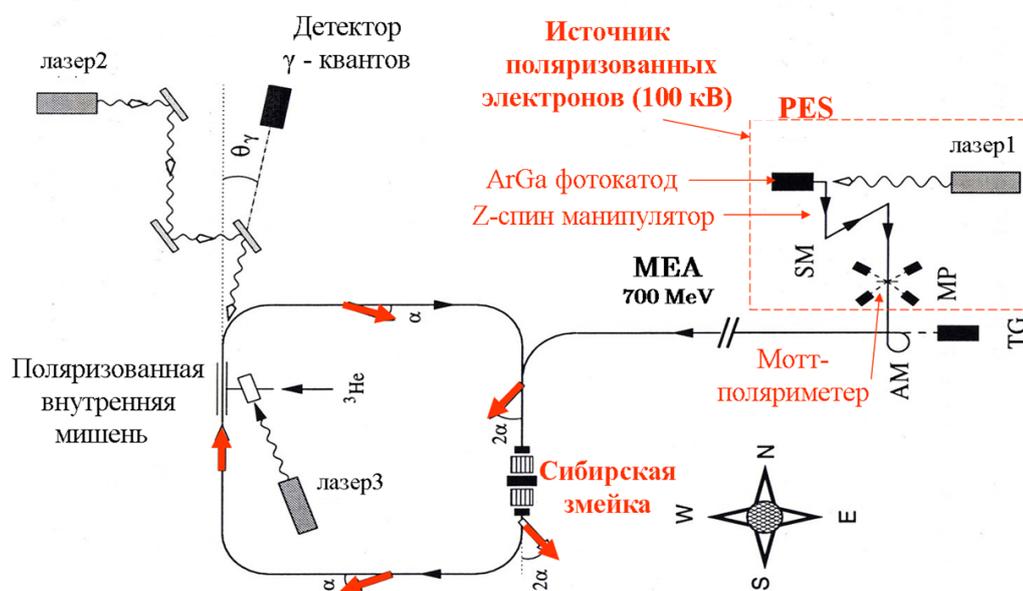


Рис. 5.6: Схема установки AmPS с Сибирской змейкой и источником поляризованных электронов.

Поскольку змейка вставляется в уже работающий ускоритель, необходимо провести орбитальное согласование этой вставки с оптической схемой всего кольца. Электронно-оптическая схема полной Сибирской змейки показана на Рис.5.7. Она образована двумя соленоидами с полем до 7.5 Т, нормальным квадруполем между ними и двумя парами скью-квадруполей.[58]

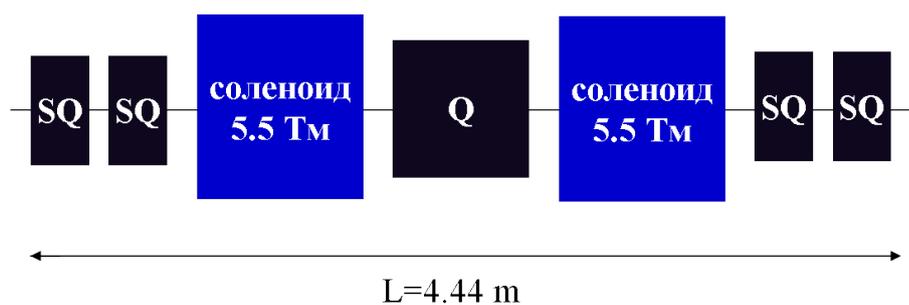


Рис. 5.7: Схема Сибирской змейкой для AmPS.

Как видно из Рис.5.7, змейка установлена в промежуток сразу после впуска пучка. С учетом этого обстоятельства полная транспортная 4×4 матрица секции с

Сибирской змейкой имеет вид:

$$M_s = \begin{pmatrix} -B & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4.44 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (5.2)$$

При этом транспортная матрица для вертикального движения эквивалентна пустому промежутку, занимаемого вставкой, в то время как, фаза горизонтального бетатронного движения приобретает на участке змейки дополнительный набег π . Такой выбор транспортной матрицы определяется схемой инжекции пучка из линейного ускорителя, которая была изначально сделана в вертикальном направлении.¹

Электронно-оптическая схема кольца AmPS с Сибирской змейкой оптимизировалась с помощью программы RING, предназначенной для расчета собственных 4-мерных векторов поперечных колебаний (см. матрица \mathcal{F} в А.24. На Рис.5.8 показаны проекции огибающих горизонтального и вертикального размеров пучка внутри змечной вставки:

$$W_{1x} = \sqrt{f_{1x}^2 + h_{1x}^2}, \quad W_{1z} = \sqrt{f_{1z}^2 + h_{1z}^2}, \quad W_{2x} = \sqrt{f_{2x}^2 + h_{2x}^2}, \quad W_{2z} = \sqrt{f_{2z}^2 + h_{2z}^2}.$$

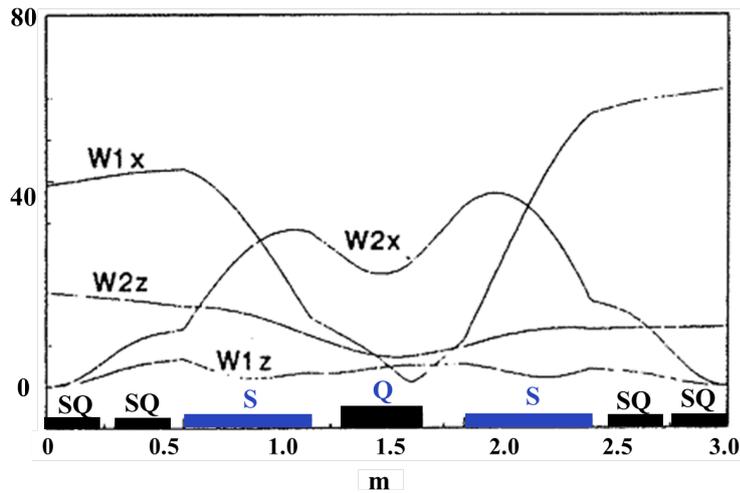


Рис. 5.8: Огибающие поперечных размеров в Сибирской змейке.

По виду огибающих видно, что вся секция змейки эквивалентна пустому промежутку и моды, отвечающие за связь колебаний ($W_{2x} = W_{1z} = 0$), не выпускается за границы вставки.

¹Смена знаков градиентов в линзах приводит к сдвигу фазы для вертикальных колебаний, не затрагивая радиальное направление. Именно такой вариант аналогичной змейки был установлен на накопителе SHR (Массачусетский технологический институт, Бостон, США).[62]

Как было упомянуто выше, кроме орбитального согласования, вставка соленоидальной змейки требует также спин-орбитального согласования. Мы будем обсуждать эту проблему для AmPS позднее в разделе про радиационную поляризацию (7.8). Здесь только упомянем, что направление поляризации на входе в накопитель должно быть в медианной плоскости и согласовано с энергией пучка (см. Рис.???: угол 2α - направление поляризации относительно импульса). Это согласование осуществляется настройкой углов поворота спина в спиновом ротаторе (Z- манипулятор, схема которого приведена на Рис.2.2).

Для измерения продольной поляризации электронов в накопителе AmPS использовались два метода: упругое рассеяние на поляризованной внутренней мишени (см. С.2) и Комптоновское рассеяние циркулярно-поляризованных лазерных фотонов, сечение которого зависит от поляризации электронов (см. параграф С.1.1). Для уменьшения фона от тормозного излучения место встречи фотонов и электронов было выбрано не в длинном экспериментальном промежутке, а после поворотного маенита, где спин уже имеет угол к импульсу $\phi \simeq 11.25^\circ \times (E(\text{MeV})/440)$.

На Рис.5.9 приведен картина набранной статистики комптоновских рассеяний в одном из заходов по измерению степени продольной поляризации лазерным поляриметром. [61]

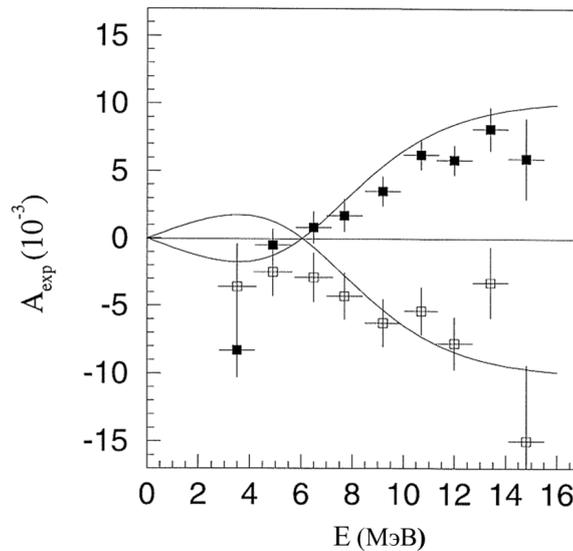


Рис. 5.9: Измерение продольной поляризации в AmPS.

Поток обратных γ -квантов регистрируется детектором полного поглощения. Для абсолютных измерений применялась смена знака циркулярной поляризации фотонов ($\xi_2 = \pm 1$) как в измерительном лазере, так и в лазере источника PES, который

изменял поляризацию электронов в накопителе. [61] Измеряемой величиной была асимметрия

$$A_{exp} = \frac{N_+(E) - N_-(E)}{N_+(E) + N_-(E)},$$

где N_{\pm} , число событий, набранных при положительной и отрицательной спиральности в заданном диапазоне энергий. В приведенном на Рис.5.9 измерении поляризация составляла $\zeta = 0.42$.

Введение в структуру накопителя Сибирской змейки позволило провести ряд дважды поляризационных экспериментов с внутренней мишенью из атомов водорода и ${}^3\text{He}$. [59] В этих экспериментах необходимо было знать среднюю поляризацию пучка электронов за время набора статистики. Для этих целей изучался вопрос о времени жизни поляризации. Однако при работе с мишенью время жизни пучка из-за рассеяния на атомах внутренней мишени было существенно короче времени деполяризации,

5.2 Спиновые ротаторы с поперечным полем.

Позднее мы еще вернемся к обоим описанным установкам в связи с обсуждением методов измерения поляризации и использования радио-частотных устройств для контроля направления спина. Сейчас же отметим, что первые Сибирские змейки с сильными соленоидами как для протонов, так и для электронов были созданы для частиц сравнительно небольших энергий ($\nu_0 \sim 1$). Как уже отмечалось при первоначальном анализе ВМТ-уравнения, при больших энергиях ($\nu_0 \gg 1$) энергетически выгоднее для спиновых ротаторов применять поперечные магнитные поля K_x , K_z .

В промежуточной области энергий ($\nu_0 \sim 10$) достаточно эффективно построение комбинаций из продольного и поперечного магнитных полей. В качестве примера, можно привести проект спинового ротатора на накопителе ВЭПП-4 (см. Рис.2.4). [7] Вначале, поляризация из вертикального направления переводится в горизонтальную плоскость соленоидальным полем. Затем, магнит с вертикальным полем поворачивает её при определенной энергии точно вдоль скорости. После места встречи поляризация восстанавливается к вертикальному направлению в обратном порядке. Присутствие соленоидов порождает, конечно, все проблемы появления связи колебаний и дополнительной фокусировки пучка, которые мы обсуждали в предыдущем разделе. При наличии свободных промежутков для размещения необходимых квадрупольных линз решение этих проблем возможно с тем же подходом - т.е. без возмущения электронно-оптической схемы кольца вне самих ротаторов. На накопителе ВЭПП-4 проект спинового ротатора не был реализован именно из-за недостатка свободного места вблизи детектора. Однако сама идея комбинированных ротаторов жива и поныне и, время от времени, обсуждается в проектах электрон-позитронных коллайдеров на энергию 2-5 ГэВ. Возможно, эта опция спинового ротатора будет

использована для получения продольной поляризации в местах встречи в новых проектах τ – *charm*-фабрики и *SuperB*-фабрики. [63]

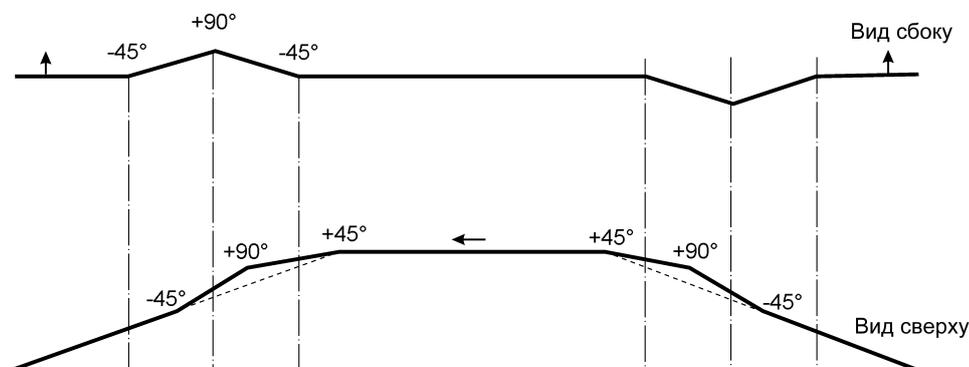


Рис. 5.10: Схема спинового "мини" - ротатора установки HERA.

Успешным примером манипуляции спинами электронов высокой энергии ($\gamma_0 \gg 1$) набором последовательных вращений поперечными полями является, так называемый, "мини-ротатор", использовавшийся в электронном кольце электрон-протонного коллайдера HERA (Рис.5.10). [64] По обе стороны от места встречи были установлены (механически подвижные) относительно слабые магниты с чередующимся вертикальным и горизонтальным магнитным полем для доставки "правильной" поляризации - т.е. продольной в месте встречи и вертикальной в арках. На Рис.5.10 показаны траектории электронов в вертикальной и горизонтальной плоскостях. Цифрами обозначены углы поворота спина в соответствующих магнитах. Схема позволяет сохранять неизменным положение орбиты в месте встречи при энергии электронов ($E = 20 - 30$ ГэВ) и сравнительно легко изменять знак продольной поляризации механической перестройкой вертикального положения магнитов (до 1.5 метров).

Аналогичны подход к протонам высокой энергии ($\gamma_0 \geq 100$) из-за их большой жесткости неизбежно ведет к применению сверхпроводящих магнитов с поперечным полем, механическое передвижение которых крайне затруднительно. Однако большая величина аномального магнитного момента протона делает этот подход не безнадежным.

В первую очередь для ускорения поляризованных протонов, как мы знаем, требуются Сибирские змейки. Прямые попытки сделать Сибирскую змейку из дипольных магнитов с однородным магнитным полем разной ориентации в плоскости ортогональной орбите пучка, также выявили значительные технические трудности. В качестве примера можно привести змейку с непрерывной осью прецессии (см. Рис.5.11), предложенную для накопителя RHIC с максимальной энергией протонов 250 ГэВ. [65]

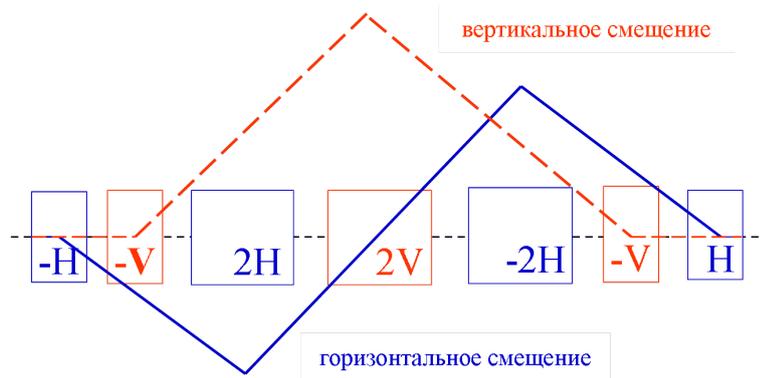


Рис. 5.11: Схема Сибирской змейкой для RHIC из дипольных магнитов с горизонтальным (H) и вертикальным (V) полем.

Последовательные вращения спина магнитами с вертикальным (V) и горизонтальным полем (H) для $v \gg 1$ практически не зависят от энергии пучка. Центральная симметрия к вертикальным поворотам и антисимметрия к поворотам в горизонтальной плоскости автоматически обеспечивают как восстановление орбиты на выходе, так и положение оси змейки в горизонтальной плоскости. Угол оси змейки относительно скорости задается выбором величины полей V и H. Все это замечательно отвечает необходимым требованиям для создания Сибирских змеек. Но искажения орбиты внутри ротатора ведут себя обратно пропорционально энергии и, к сожалению, достигают максимума 20-30 см на энергии инжекции 25 ГэВ, что приводит к огромной апертуре относительно коротких $\approx 20 - 30$ см сверхпроводящих магнитов. Стремление достичь меньших искажений орбиты внутри ротатора привело к идее применения спиральных магнитов.[68]

5.3 Спиральные магниты для управления поляризацией.

Поперечное сечение спирального магнита (см.Рис.5.12) имеет вид обычного магнита с поперечным полем. Магнитное поле в центре магнита строго поперечно его оси. Однако, в целом, магнитное поле в спиральном магните далеко от однородного. Расчетная зависимость компонент поля от координат поля представлена на Рис.5.13. Для расчета полей с обмоткой, изображенной на предыдущем рисунке, использовалась программа "МЕРМАЙД".[66] Координата "z" направлена вдоль оси спирали, а ось "y" - вертикальна. Компьютерные расчеты показывают, что в такой геометрии магнита с периодом спирали $\lambda = 2.5$ метра в сверхпроводящем варианте достижимое поле на оси составляет 4.7 Т.

Очевидно, что в такой ситуации для расчета произвольных траекторий частицы и спина требуется, вообще говоря, решать соответствующие дифференциальные урав-

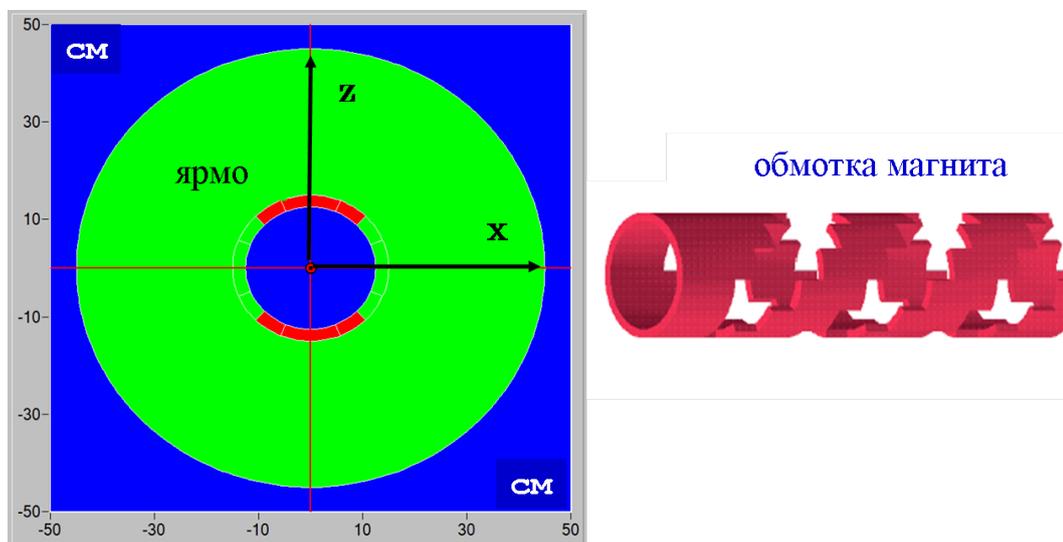


Рис. 5.12: Поперечное сечение спирального магнита с 3-х мерной моделью обмотки.

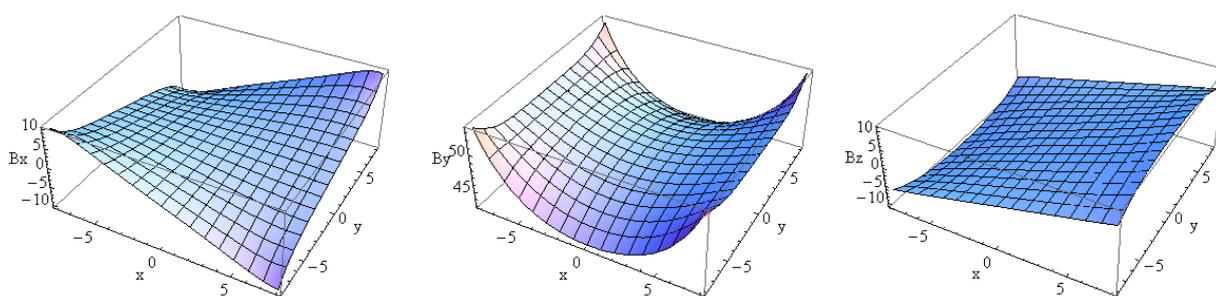


Рис. 5.13: Зависимость компонент поля (B_x, B_y, B_z в единицах кГс) от поперечных координат.

нения. В данном случае естественно считать "z" независимой переменной. Тогда в лабораторной ортогональной системе ортов $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ находим скорость частицы:

$$\mathbf{V} = \dot{\mathbf{R}} = \mathbf{R}'\dot{z} = \mathbf{R}'V_z = (x'\mathbf{e}_x + y'\mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z)V_z,$$

откуда получаем: $V = V_z \sqrt{1 + x'^2 + y'^2} = V_z \cdot g$.

Уравнение движения 2.4 в этой системе имеет вид:

$$\mathbf{V}' = \frac{q_0}{\gamma} \left[(x'\mathbf{e}_x + y'\mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z) \times \mathbf{B} \right].$$

Теперь, расписывая это уравнение покомпонентно, найдем точные уравнения для траектории частицы $x(z)$ и $y(z)$ в спиральном магните:

$$\begin{aligned} x''(z) &= \frac{g}{B\rho} \left\{ x'(z)y'(z)B_x - [(1 + x'^2(z))B_y + y'(z)B_z] \right\}; \\ y''(z) &= -\frac{g}{B\rho} \left\{ x'(z)y'(z)B_y - [(1 + y'^2(z))B_x + x'(z)B_z] \right\}; \\ g &= \sqrt{1 + x'^2(z) + y'^2(z)}. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Здесь $B\rho = -\frac{\gamma V c}{q_0}$ есть "жесткость".

Подобно орбитальному движению, запишем в той же системе координат ВМТ-уравнение для компонент вектора спина $\mathbf{S} = S_x\mathbf{e}_x + S_y\mathbf{e}_y + S_z\mathbf{e}_z$:

$$\begin{aligned} S'_x &= \frac{g}{B\rho} \left\{ S_y \left[(1 + \gamma a)B_z - \frac{a\gamma}{g^2} \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) (x'B_x + y'B_y + B_z) \right] - \right. \\ &\quad \left. - S_z \left[(1 + \gamma a)B_y - \frac{a\gamma}{g^2} \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) y'(x'B_x + y'B_y + B_z) \right] \right\}; \\ S'_y &= \frac{g}{B\rho} \left\{ S_z \left[(1 + \gamma a) - \frac{a}{g^2} (1 - \gamma)x'(x'B_x + y'B_y + B_z) \right] - \right. \\ &\quad \left. - S_x \left[(1 + \gamma a)B_z - \frac{a\gamma}{g^2} \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) (x'B_x + y'B_y + B_z) \right] \right\}; \\ S'_z &= \frac{g}{B\rho} \left\{ S_x \left[(1 + \gamma a)B_y - \frac{a\gamma}{g^2} \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) y'(x'B_x + y'B_y + B_z) \right] - \right. \\ &\quad \left. - S_z \left[(1 + \gamma a)B_x - \frac{a\gamma}{g^2} \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) x'(x'B_x + y'B_y + B_z) \right] \right\} \end{aligned} \quad (5.4)$$

Таким образом, если мы знаем 3-х мерную карту магнитного поля, то последовательное решение уравнений 5.3 и 5.4 приводит нас к желанной цели. При этом, движение спина рассматривается в полях на траектории частицы.

Однако в случае сравнительно небольших отклонений частиц от оси спирального магнита, возможно значительно упростить процедуру поиска воздействия этого магнита на спин.

Аналитическое выражение величины магнитного поля следует из уравнения Максвелла $\mathbf{B} = -\nabla \cdot \psi$, где ψ есть скалярный потенциал вне области токов. В цилиндрической системе координат $(r = \sqrt{x^2 + y^2}, z, \alpha)$ вид скалярного потенциала хорошо известен. [39] Удерживая несколько членов в низших порядках по r , имеем:

$$\psi(r, \varphi = \alpha - kz) = -2b_0r \cos \varphi - \frac{2}{3}b_1 \frac{I_2(2kr)}{kr} \sin 2\varphi + 2b_2 \frac{I_3(3kr)}{kr} \cos 3\varphi + \dots, \quad (5.5)$$

где I_n - модифицированные функции Бесселя. Амплитуды гармоник зависят от распределения токов в обмотках. При симметрии прямого и обратного тока (см. Рис.5.12) $b_1 = 0$ и при $kr \ll 1$ мы приходим к выражению для потенциала:

$$\psi \simeq -2b_0r \left(1 + \frac{k^2 r^2}{8}\right) \cos \varphi + \frac{3}{8}b_2 k^2 r^3 \cos 3\varphi.$$

Подставляя полученное выражение потенциала в уравнения Максвелла, нетрудно найти компоненты магнитного поля в цилиндрической системе координат.

Затем переходом из цилиндрической системы к ортогональным ортам $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ получим искомые компоненты магнитного поля:²

$$\begin{aligned} B_x &\simeq -b_0 \left\{ \left[1 + \frac{k^2}{8}(3x^2 + y^2) \sin(kz) - \frac{k^2}{4}xy \cos(kz) \right] \right\}, \\ B_y &\simeq b_0 \left\{ \left[1 + \frac{k^2}{8}(x^2 + 3y^2) \cos(kz) - \frac{k^2}{4}xy \sin(kz) \right] \right\}, \\ B_z &\simeq -b_0 k \left\{ 1 + \frac{k^2}{8}(x^2 + y^2) \right\} [x \cos(kz) + y \sin(kz)]. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Теперь, вместо карты поля мы знаем аналитическую зависимость компонент поля от координат 5.6 и, действуя в том же порядке, в результате придем к выражению, описывающему 3-х мерную траекторию спина. Но и такой путь достаточно сложен, особенно для начального анализа возможности применения спиральных магнитов для конструирования спиновых ротаторов. Из общего вида выражений 5.6 видно, что в этом приближении отсутствует линейная фокусировка частиц со стороны поля спирального магнита, а вносимая им квадратичная нелинейность имеет порядок величины $\frac{r^2}{\lambda^2} \ll 1$. Поэтому для первоначального анализа, по-видимому, достаточно воспользоваться нулевым приближением.

5.3.1 Орбитальное движение в спиральном магните (нулевое приближение)

В нулевом приближении поле спирального магнита будет иметь вид:

$$B_x = -b_0 \sin kz; \quad B_y = b_0 \cos kz; \quad B_z = 0, \quad (5.7)$$

²Для определенности направим поле на входе в магнит вертикально.

где $|k| = 2\pi/\lambda$. Знак k определяет левую и правую винтовую спиральность магнитного поля, так что можно ввести величину, характеризующую спиральность $\varkappa = k/|k|$. Из уравнение движения в поле 5.7 с независимой переменной z , находим траекторию частицы в виде:

$$\begin{aligned} x &= -\frac{p}{\gamma|k|}[1 - \cos(kz)] + x'_0 + x_0 \\ y &= \frac{p}{\gamma|k|} \sin(kz) + (y'_0 - \frac{p}{\gamma}R) + y_0, \end{aligned} \quad (5.8)$$

где x_0, x'_0, y_0, y'_0 - значения координат и их производных на входе в спиральный магнит. Для дальнейшего описания введен параметр p

$$p = \frac{q_0 b_0}{c |k|}, \quad (5.9)$$

который представляет собой безразмерную величину интеграла магнитного поля на одном периоде магнита. На Рис.5.14 показаны траектории по x и y на двух периодах

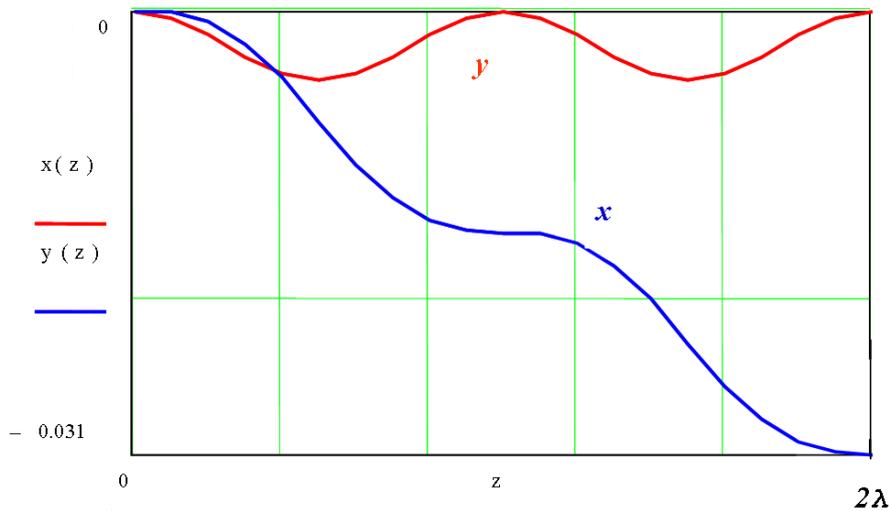


Рис. 5.14: Вид траектории в спиральном магните при нулевых начальных условиях

магнита при нулевых начальных условиях. Из этого рисунка видно, что частица входящая вдоль оси магнита сдвигается в направлении поля на входе в магнит (в данном случае - вертикально). Знак смещения зависит от знака произведения $p \cdot \varkappa$.

При произвольных начальных условиях значения координат и их производных преобразуются после одного периода следующим образом:

$$\begin{aligned}
x &= x_0 + x'_0 \lambda \\
y &= y_0 + y'_0 \lambda - \frac{p}{\gamma} \kappa \lambda \\
x' &= x'_0 \\
y' &= y'_0.
\end{aligned} \tag{5.10}$$

Эти выражения определяют матрицу преобразования через период, которая совпадает с матрицей свободного промежутка длиной λ .

5.3.2 Движение спина в спиральном магните в нулевом приближении

Движение спина в спиральном магните удобно рассматривать во вращающейся системе ортов $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ ($\mathbf{e}_3 \equiv \mathbf{e}_z$), которая связана с лабораторной системой следующим преобразованием:[39]

$$\begin{aligned}
\mathbf{e}_1 &= \mathbf{e}_x \cos kz + \mathbf{e}_y \sin kz \\
\mathbf{e}_2 &= \mathbf{e}_y \cos kz - \mathbf{e}_x \sin kz \\
\mathbf{e}_3 &= \mathbf{e}_z
\end{aligned} \tag{5.11}$$

Отметим, что вращающиеся орты совпадают с лабораторным базисом $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ после прохождения каждого периода спирального магнита: $z = m\lambda$, где m - целое число.

Согласно общим правилам, уравнение движения спина во вращающейся системе записывается в виде:

$$\dot{\mathbf{S}} = (\boldsymbol{\Omega}_{lab} - \boldsymbol{\Omega}_{rot}) \times \mathbf{S}, \tag{5.12}$$

где $\boldsymbol{\Omega}_{lab}$ есть частота прецессии в лабораторной системе 2.7, а $\boldsymbol{\Omega}_{rot} = k \dot{z} \mathbf{e}_z$ представляет частоту вращения базиса $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$.

Переходя к независимой переменной z вместо времени t , получаем:

$$\mathbf{S}' = \frac{d\mathbf{S}}{dz} = \mathbf{W} \times \mathbf{S}; \quad \mathbf{W} = \frac{\boldsymbol{\Omega}_{lab}}{\dot{z}} - k \mathbf{e}_z. \tag{5.13}$$

В нулевом приближении во вращающейся системе спин частицы прецессирует с постоянной угловой скоростью:

$$W_1 = 0; \quad W_2 = -(1 + \nu_0) \frac{p|k|}{\gamma}; \quad W_3 = -k \tag{5.14}$$

и решение уравнения 5.13 очевидно: вектор спина вращается вокруг направления, определяемого единичным вектором \mathbf{m} , который лежит в плоскости, определяемой продольной осью и направлением поля на входе в магнит: [39]

$$\mathbf{m} = -\frac{1}{\sqrt{1 + A^2 p^2}} (A p \mathbf{e}_2 + \kappa \mathbf{e}_3) \tag{5.15}$$

где $A = (a + 1/\gamma)$. Учитывая периодичность движения в спиральном магните, по аналогии с движением в ускорителе мы введем нормированную частоту прецессии ν_s :

$$\nu_s = \sqrt{1 + A^2 p^2}, \quad (5.16)$$

Величина $2\pi\nu_s$ есть угол поворота спина на одном периоде спирального магнита.

Из последних выражений видно, что, во-первых, величина A для $\gamma \gg 1$ не зависит от энергии; во-вторых, спин частиц с маленьким аномальным моментом в выбранной системе будет вращаться вокруг оси магнита и направление n_0 , например для электронов, в лабораторной системе, практически, не изменяется даже в очень больших полях. Для протонов же ($a \simeq 1.8$) параметр $p = 1$ достигается при интеграле поля на периоде 19.665 Тм. Поэтому в сильных полях вектор \mathbf{m} может значительно отклоняться от \mathbf{e}_3 . Поскольку вращающаяся система совпадает с лабораторной после каждого оборота, можно заключить, что вектор \mathbf{m} является также периодическим решением в лабораторной системе. Таким образом, ось вращения \mathbf{m} и угол поворота спина $2\pi\nu_s$ полностью определяют матрицу преобразования спина (см. 3.4) на одном периоде спирального магнита:

$$M_h = \begin{pmatrix} \cos(\pi\nu_s/2) - i m_3 \sin(\pi\nu_s/2) & -i m_2 e^{-i\varphi_0} \sin(\pi\nu_s/2) \\ i m_2 e^{i\varphi_0} \sin(\pi\nu_s/2) & \cos(\pi\nu_s/2) + i m_3 \sin(\pi\nu_s/2) \end{pmatrix},$$

где компоненты вектора \mathbf{m} (m_2 и m_3) определяются выражением 5.15. Для общности подхода к расчету преобразований спина мы ввели угол φ_0 , который задает направление поля на входе в магнит относительно вертикали.

Полученные выражения для преобразования спина и траектории частицы через один период являются основой для конструирования спиновых ротаторов, состоящих из спиральных магнитов, которые имеют целое число периодов различной полярности и спиральности. Ввиду того, что аналитическое рассмотрение даже в нулевом приближении достаточно сложно, расчет и анализ конкретных схем проводился численным образом.

5.4 Сибирские змейки из спиральных магнитов

Простейшая Сибирская змейка может быть образована из 2 спиральных магнитов, имеющих одинаковое число периодов. Такая змейка восстанавливает орбиту на выходе при обратной полярности $p_1 = -p_2$ или обратной спиральности второго магнита $\kappa_1 = -\kappa_2$. Однако, такая змейка переворачивает спин только вокруг одного строго заданного направления (ось змейки). Учитывая тот факт, что уже в случае двух змеек на обороте их оси должны быть взаимно перпендикулярны, необходимо увеличить число магнитов, чтобы иметь достаточное количество параметров для выбора произвольного направления оси змейки. [68],[69]

Очевидно, что, как и в случае змейки с непрерывной осью из дипольных магнитов, змейка из спиральных магнитов должна иметь центральную симметрию. Из анализа матрицы спинового движения для 4-х магнитов с вертикальным полем на входе ($M_S = M_h(1) \cdot M_h(2) \cdot M_h(3) \cdot M_h(4)$) следует, что подходящими условиями для симметрии являются следующие:

1. $\kappa_1 = \kappa_4, \quad \kappa_2 = \kappa_3$
2. $p_1 = -p_4, \quad p_2 = -p_3$
3. $N_1 = N_4, \quad N_2 = N_3$

Приведенная симметрия может быть реализована двумя семействами змеек: $\kappa_1 = \kappa_2$ или $\kappa_1 = -\kappa_2$. В свою очередь, каждое семейство имеет множество вариантов с различным числом периодов.

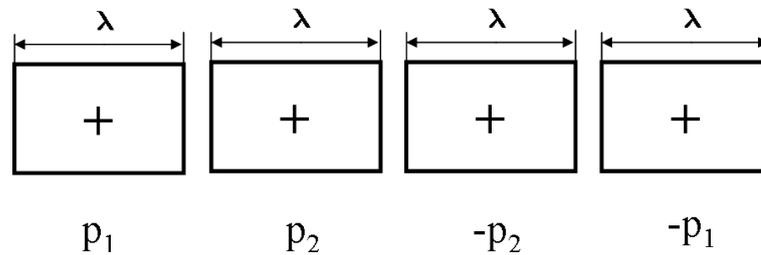


Рис. 5.15: Оптимальная схема змейки из 4-х магнитов.

Численный анализ различных схем змеек показал, что увеличение числа периодов дает некоторое уменьшение максимальных отклонений траектории, но неизбежно увеличивает длину змейки и интеграл поля. Из расчета также следует, что вариант с одинаковой спиральностью имеет меньший интеграл магнитного поля. Наилучшим со всех точек зрения оказался вариант: $N_1 = N_2 = 1$, схема которого изображена на Рис.5.15. Здесь и далее знак \pm на магните обозначает его спиральность.

В дальнейшем расчет был ориентирован на конкретные условия накопителя РНЭС, в структуре которого в каждом кольце имеются 12 пустых промежутков длиной 12 метров каждый. Учитывая этот факт, были выбраны период спирального магнита $\lambda = 2.5$ метра и величина максимального поля $B = 4.5$ Т. При этих параметрах была рассчитана диаграмма выбора токов в магнитах для различных углов оси змейки α_s . Оказалось, что выбранный простейший вариант змейки из 4-х магнитов уже полностью перекрывает диапазон углов $\alpha_s \pm 90$ градусов. Подбор параметров p_1 и p_2 при этом должен быть произведен в соответствии с диаграммой, представленной на Рис.5.16.

В Таблице 5.1 приведены численные значения параметров магнитов для оси змейки, направленной под углом $0, \pm 45$ и 90 градусов. Сравнение этих данных по максимальному отклонению и интегралу поля явно говорит в пользу выбора двух змеек

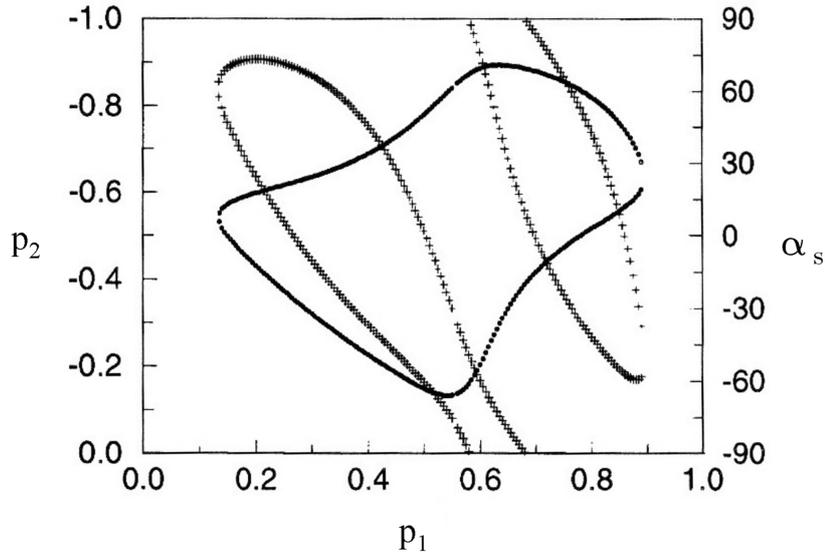


Рис. 5.16: Зависимость параметра p_2 (точки) и углов оси змейки α_s (крестики) от p_1 .

с перпендикулярными осями $\pm 45^\circ$, что и было сделано в реальном исполнении для накопителя RHIC.

Таблица 5.1: Параметры вариантов Сибирских змеек для RHIC.

| Угол α_s | p_1 | p_2 | интеграл поля (Tm) | y_{max} (cm) |
|-----------------|-------|--------|------------------------|----------------|
| 0° | 0.267 | -0.335 | 24.47 | 2.1 |
| -45° | 0.435 | -0.198 | 24.48 | 3.5 |
| 45° | 0.115 | -0.493 | 25.45 | 2.7 |
| 90° | 0.581 | -0.163 | 29.29 | 4.6 |

Максимальные значения отклонений орбиты y_{max} в Таблице 5.1 приведены для энергии инжекции $E=25$ ГэВ и они примерно определяют геометрическую апертуру спиральных магнитов. Оценка влияния нелинейностей второго порядка, проведенная в работе [70] показала, что при таких отклонениях сдвиг бетатронных частот от двух змеек на кольце не превышает $\Delta\nu \approx 0.015$ при энергии инжекции.

На Рис.5.17 приведено продольное распределение компонент магнитного поля, измеренное в реальных магнитах вдоль расчетной траектории, которое несколько отличается от идеального, в частности, присутствием продольной компоненты и наличием краевых полей.

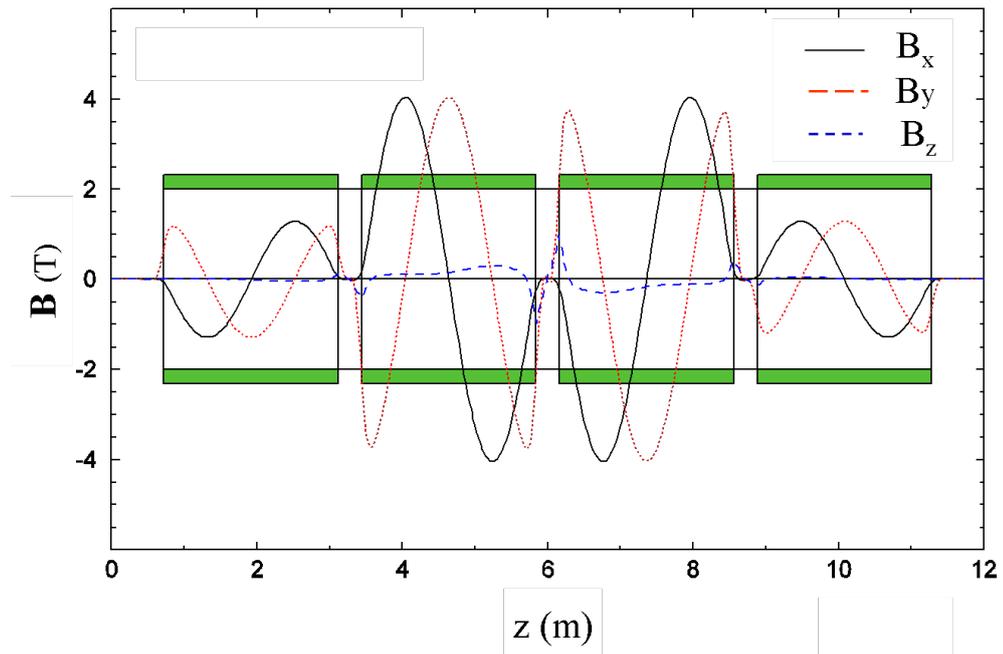
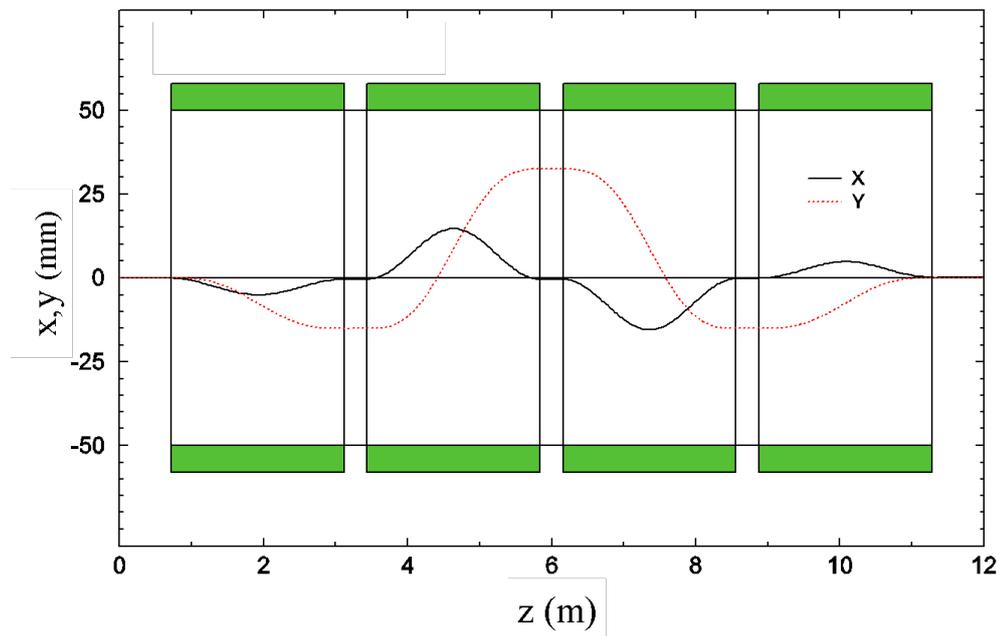


Рис. 5.17: Продольное распределение компонент магнитного поля.

Рис. 5.18: Отклонения орбиты в магнитах змейки при энергии $E=25$ ГэВ

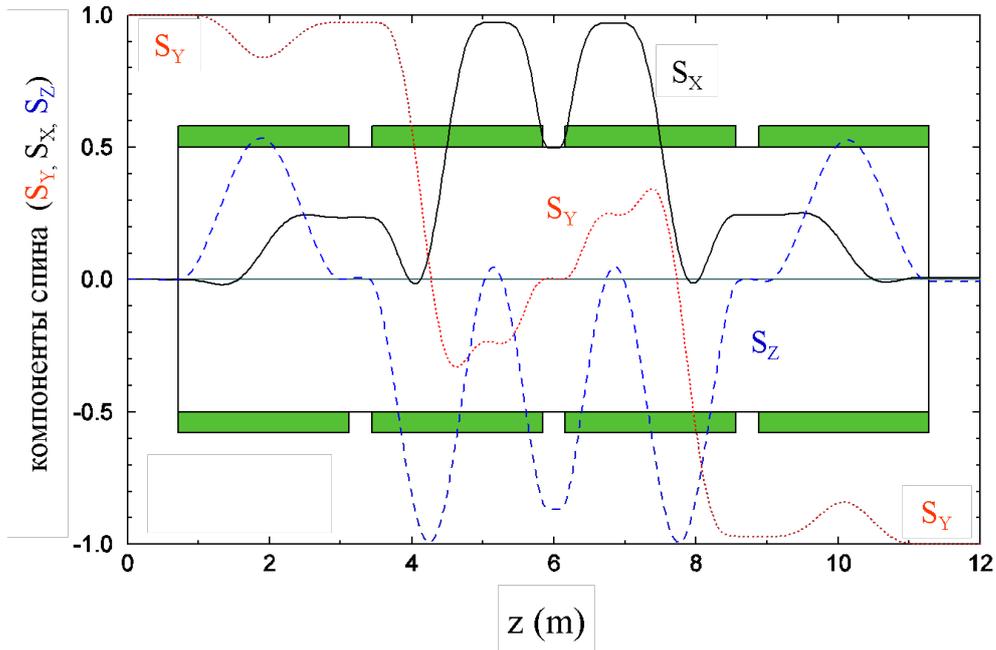


Рис. 5.19: Трансформация компонент спина при пролете через змейку.

Расчетная траектория протона при энергии инжекции, когда искажения орбиты максимальны, показана на Рис.5.18. Если мы сравним два рисунка (5.17) и 5.18), то станет понятно, что транспортная матрица Сибирской змейки близка к единичному преобразованию. Симметрия орбиты в магнитах с разными полярностями способствует взаимной компенсации вкладов поперечной неоднородности и влияния продольного поля. Благодаря этому, Сибирская змейка из спиральных магнитов без принятия дополнительных усилий практически удовлетворяет требованию спиновой прозрачности, что было подтверждено компьютерным моделированием. Результаты моделирования показали также, что наиболее важным параметром, влияющим на динамику пучка и спина, является равенство нулю интегральной напряженности поля; $\int B_x dz = \int B_y dz = 0$. В отдельном магните это эквивалентно требованию точного поворота вектора поля на 360° градусов).[70]

Трансформацию спиновых компонент от состояния $S_y = 1$ на входе к полному перевороту спина на выходе ($S_y = -1$) демонстрирует Рис.5.19.

5.5 Спиновые ротаторы из спиральных магнитов

Сибирская змейка по своей природе является, конечно, спиновым ротатором. Но в литературе так уж сложилось, что название "ротатор" относится к устройствам, обеспечивающим необходимое направление поляризации в местах взаимодействия

пучков с мишенью или со встречным пучком. В данном разделе мы обсудим общий подход к выбору конструкции спиновых ротаторов из спиральных магнитов и, в частности, вариант ротатора для накопителя RHIC. [109],[?]

Протонные пучки в RHIC сводятся в место встречи поворотом в дипольных магнитах на угол ± 3.675 мрад. Для того, чтобы поляризация в месте встречи была продольной при любой энергии, необходимо поворачивать спин протона из вертикального положения в плоскость орбиты под углом к скорости $\alpha_r = 3.675 \times v_0$ мрад: т.е. угол α_r должен изменяться от 5.6° при $E=25$ ГэВ до 56° при максимальной энергии $E=250$ ГэВ. Учитывая возможность других требований на направление поляризации в месте встречи, лучше заранее предусмотреть возможность поворота поляризации в полном диапазоне углов α_r (от π до $-\pi$).

Чтобы удовлетворить условию восстановления орбиты и получить нужное направление спина на выходе ротатора, требуется как минимум три независимых магнита. Из требования восстановления орбиты следует, что ориентация магнитного поля на входе всех магнитов должна быть одинакова, а величина поля в последнем магните p_3 связана с p_1 и с p_2 соотношением:

$$p_3 = \frac{R_3}{N_3}(N_1 p_1 R_1 + N_2 p_2 R_2).$$

Требуемое направление спина на выходе ротатора определяется теперь выбором p_1 и p_2 . Для восстановления вертикального направления спина после места встречи второй ротатор должен осуществить преобразование зеркальное первому, что сводится к расстановке магнитов в обратном порядке с противоположными поляриностями и спиральностями.

Очевидно, в случае ротатора из 3-х магнитов отсутствует "право-левая" симметрия, поэтому для зануления интеграла поля в реальных магнитах ($\int B_x dz = \int B_y dz = 0$) потребуется некоторая корректировка краевых полей. От этого недостатка свободны схемы ротаторов из 4-х магнитов.[71] Не трудно сформулировать условия на комбинацию магнитов. Если поле на входе в j -тый магнит направлено под углом φ_j , то для восстановления орбиты на выходе ротатора необходимо выполнить условие:

$$\sum_{j=1}^4 \sin \varphi_j \cdot p_j \cdot R_j = 0; \quad \sum_{j=1}^4 \cos \varphi_j \cdot p_j \cdot R_j = 0.$$

Возможный способ, удовлетворяющий этому условию, - это попарная группировка магнитов таким образом, что магниты в паре имеют равные углы φ_0 и противоположные знаки произведения $p \cdot R$. После этого два параметра p_1 и p_2 остаются свободными, значения которых выбираются для необходимого вращения спина в горизонтальную плоскость. Из нескольких возможных вариантов группировки был выбран один, приводящий к меньшим искажениям орбиты на энергии инжекции (см. Рис.5.20). Заметим, кстати, что входное поле во всех 4-х магнитах направлено горизонтально

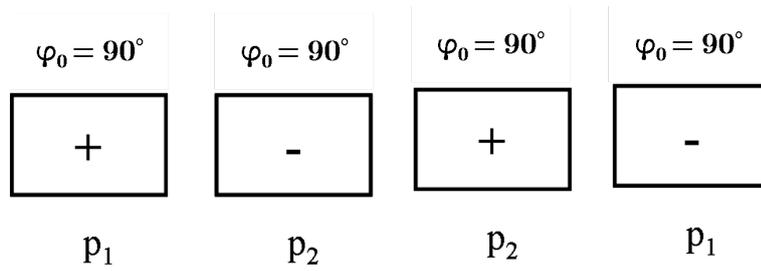


Рис. 5.20: Вариант спинового ротатора из 4-х спиральных магнитов.

($\varphi_0 = 90^\circ$). Выбранный вариант ротатора способен обеспечить произвольное направление спина в горизонтальной плоскости при правильном выборе параметров p_1 и p_2 на основании численного анализа соответствующей транспортной матрицы. Результаты анализа представлены на Рис.5.21 и Рис.5.22.

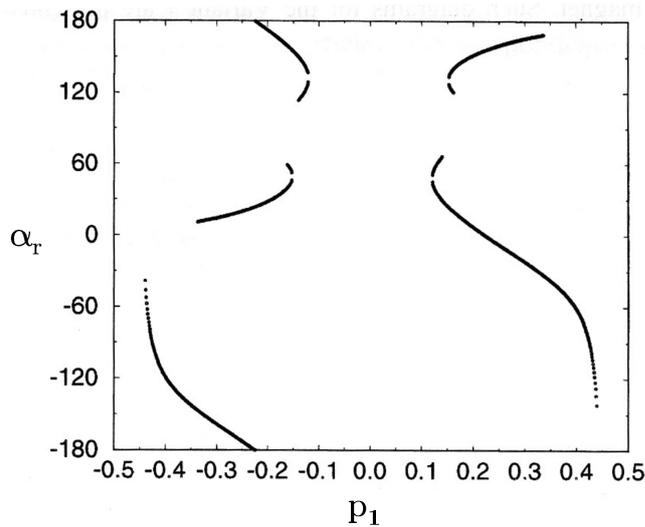


Рис. 5.21: Зависимость параметра p_1 от угла α_r .

В отличие от Сибирских змеек, определение значений p_1 и p_2 для ротаторов выполняется в два этапа. Сначала по диаграмме Рис.5.21 для нужного угла находим значение p_1 . Необходимая при полученном p_1 величина p_2 определяется из Рис.5.22. Как оказалось, для накопителя RHIC спиральные магниты с выбранным нами шагом $\lambda = 2.5$ метра реализуют любой необходимый угол α_r .

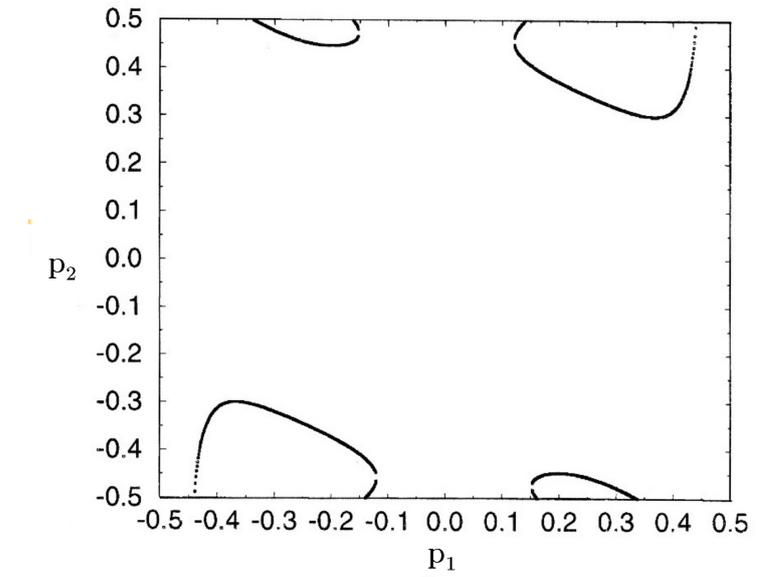
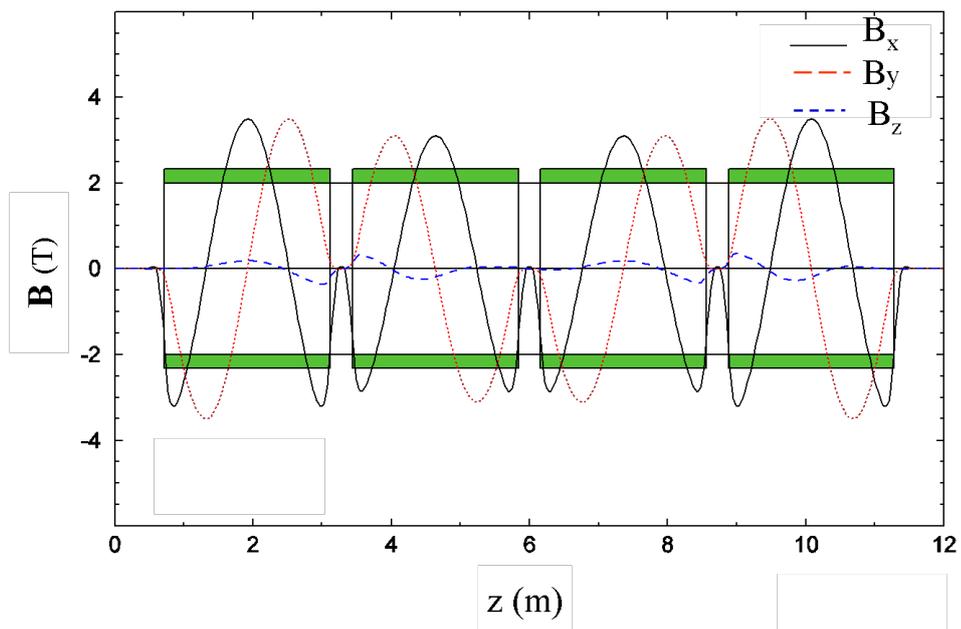
Рис. 5.22: Зависимость параметра p_2 от параметра p_1 .

Рис. 5.23: Продольное распределение компонент поля в ротаторе из 4-х магнитов.

Реальное распределение компонент магнитного поля в ротаторе дано на Рис.5.23. Как видно из рисунка в выбранном варианте ротатора продольное поле значительно

меньше чем в случае Сибирской змейки.

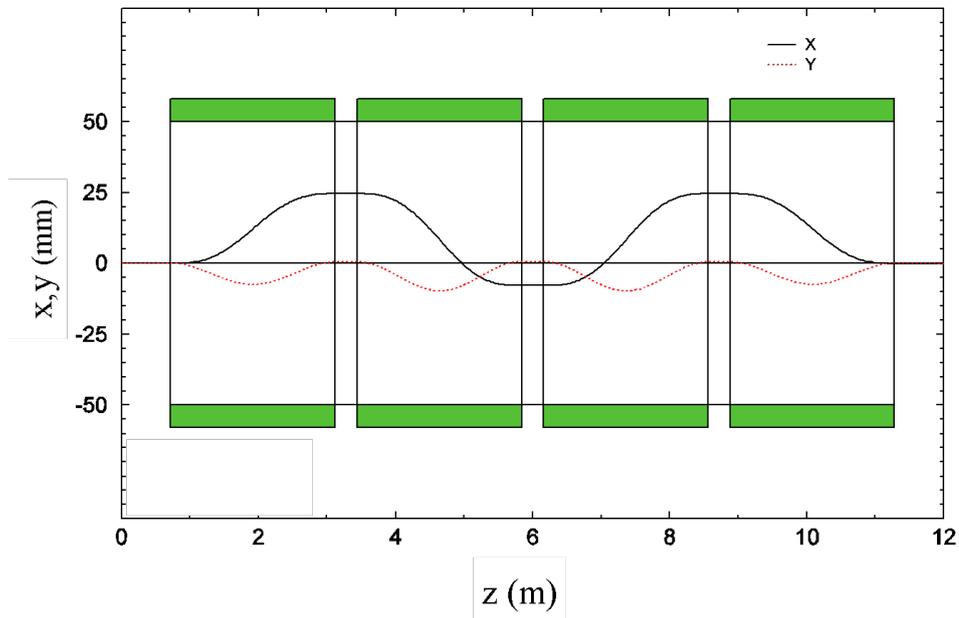


Рис. 5.24: Отклонения орбиты в магнитах ротатора при энергии $E=25$ ГэВ

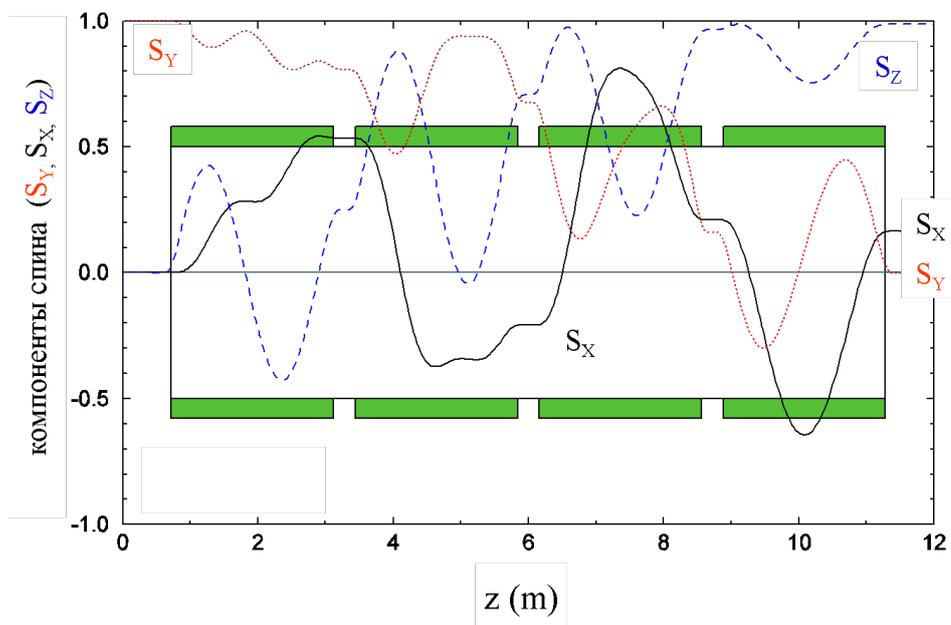


Рис. 5.25: Поворот спина в ротаторе.

На Рис.5.25 и Рис.5.24 показаны отклонения орбиты частиц при энергии инжекции и траектория вектора спина при вертикальном положении на входе в ротатор. В данном случае на выходе ротатора поляризация направлена под углом $\alpha_r \approx 10^\circ$ к продольному направлению. Также как и для Сибирской змейки, учет нелинейностей спиральных магнитов внес некоторые коррективы в результаты рассмотрения движения частиц и их спинов в приосевом приближении.

5.6 Частичные Сибирские змейки из спиральных магнитов.

Применение поперечных полей при слабом возмущении орбитального движения спиральными магнитами послужило толчком для создания частичных Сибирских змеек из таких магнитов на установках, где нет возможности установить полную змейку. [72], [75], [74] Достигаемая при этом сила змейки значительно превосходит соленоидальные варианты при сравнительно небольших искажениях орбиты и отсутствии других возмущений. Для частичной змейки не требуется иметь определенное направление оси змейки. Главное требование - ось должна быть в медианной плоскости ускорителя, чтобы более эффективно воздействовать на вертикальную поляризацию ускоряемого пучка. Этим требованием сразу задается горизонтальное поле на входе змейки. Мы не ограничены также никакими условиями симметрии. Поэтому нет необходимости составлять змейку из нескольких магнитов. Простейший вариант выглядит как магнит с несколькими периодами спиральной обмотки. Но, как мы знаем (Рис.5.7), в таком магните систематически нарастает отклонение по одной из координат - в данном случае по вертикали. Кроме того, в отдельном магните нет компенсации краевых полей, которая присутствует в полной симметричной змейке из 4-х магнитов с целым числом периодов. Оба этих отрицательных эффекта, как оказалось, легко устраняются дипольными корректорами по краям магнита.

Из сказанного понятно, что нулевое приближение, которое мы применяли для конструирования полных змеек не достаточно. Краевые поля в относительно коротком магните могут существенно повлиять и на траекторию частицы и на поворот спина. В связи с этим, учет второго приближения в поле спирального магнита также не даст надежного результата и требуется более серьезный подход, описанный выше. В качестве примера приведем частичную змейку, спроектированную для синхротрона AGS ($E = 25$ ГэВ). [72] В структуре этого ускорителя имеются прямолинейные промежутки длиной 2.5 метра, достаточных для размещения спирального магнита вместе с дипольными корректорами.

Расчетная амплитуда спирального поля $B = 4T$ достигалась при выборе периода спирального магнита $\lambda = 50$ см с наружным диаметром ярма 38 см (сравните эти цифры с данными Рис.5.12 и Рис.5.13). Для решения дифференциальных уравнений движения частицы и спина применялась программа "MATHEMATICS". [67] В итоге оптимизации параметров змейки был получен поворот спина при пролете спирально-

го магнита на угол $\phi = 32^\circ$, что соответствует силе змейки ($w_{ps} \approx 0.09$). В литературе часто силу частичной змейки измеряют в процентном отношении к полной змейке, так что в этих единицах значение $w_{ps} \approx 18\%$.

Приведенный пример демонстрирует существенные преимущества частичных змеек из спиральных магнитов. Необходимо также отметить, что кроме значительно большей в сравнении с соленоидальным вариантом силы змейки и отсутствия возмущений орбитального движения, поворот спина в такой змейке практически не изменяется с ростом энергии, в то время как искажения орбиты внутри змейки линейно уменьшаются.

Более подробно применение частичной спиральной змейки мы разберем на примере предложения, сделанного для протонного ускорителя У-70. [74] В этом ускорителе имеется 12 промежутков длиной 3.5 метра, пригодных для размещения частичной змейки. По сравнению с магнитом для AGS, учитывая большую длину промежутка, конструкция спирального магнита была изменена ($\lambda = 75\text{cm}$; $B = 4.3\text{T}$). Интерполированные поперечные компоненты магнитного поля на оси магнита с включенными корректорами представлены на Рис.5.26

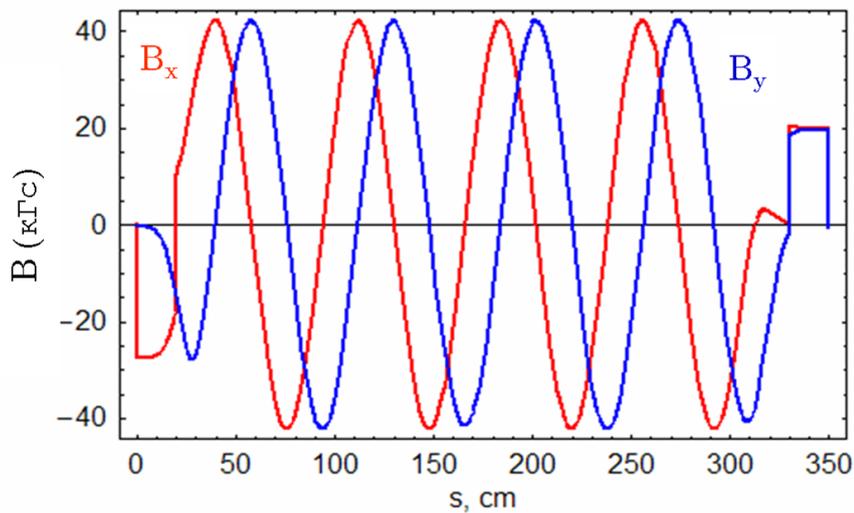


Рис. 5.26: Поведение поля на оси частичной змейки.

Численное решение уравнений 5.3 было проведено для протона с энергией $E=25$ ГэВ. Поперечные отклонения частиц в расчетном поле представлены на Рис.5.27. Величины полей и их поворот вокруг оси змейки подобраны для зануления выходных координат. При выбранных параметрах m максимальное отклонение в вертикальном направлении не превышает 0.25 см.

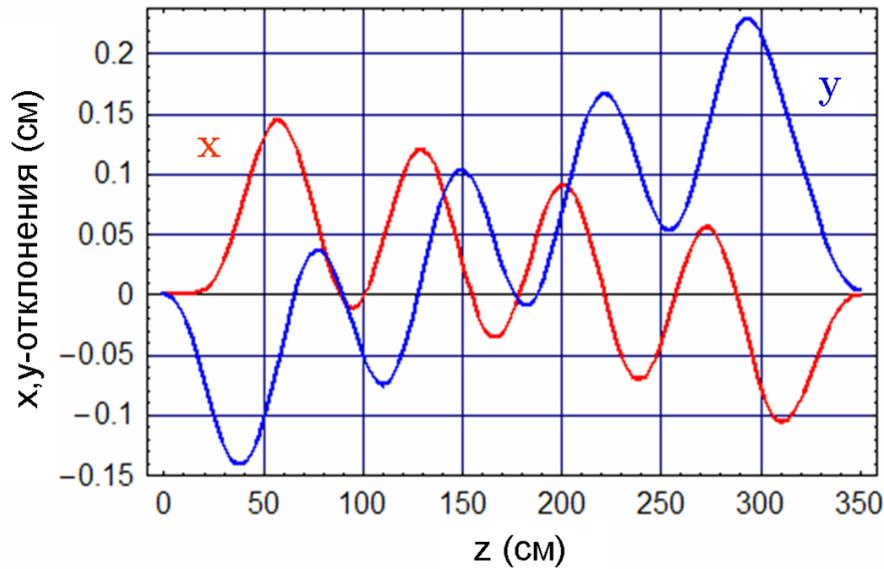
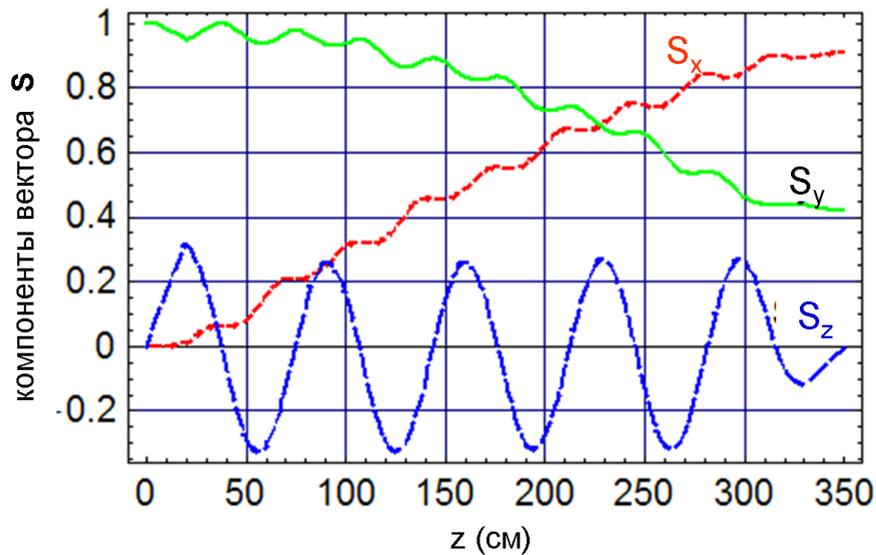
Рис. 5.27: Траектория протона в У-70 при энергии $E=25$ ГэВ.

Рис. 5.28: Компоненты спина в частичной змейке.

Результат компьютерного вычисления "траекторий" компонент вектора спина (S_x, S_y, S_z) вдоль змейки показан на Рис.5.28. Спин направлен вертикально на входе в змейку и поворачивается на $\phi \approx 60^\circ$, что дает нам значение силы змейки $w_{ps} \approx 0.165 = 33\%$). Из Рис.5.28 видно, что поворот спина происходит с хорошей точностью вокруг про-

дольной оси. Это значит, что транспортная 2×2 -матрица спина для такого магнита практически совпадает с матрицей соленоида:

$$M_{ps} \cong M_y(\phi)s = I \cos(\phi/2) - i\sigma_y \sin(\phi/2).$$

Ранее, в главе 4.0.5 мы обсуждали расчетные величины спиновых резонансов для протонного синхротрона У-70 (см. Рис.4.2 и Рис.4.3). Частичная змейка, описанная выше, будучи примененной на ускорителе У-70, создаст бесконечный ряд целых резонансов одинаковой силы $w_{k=n} = w_{ps} = 0.165$, что значительно превышает расчетные значения аналогичных машинных резонансов для У-70.³

Зная матрицу преобразования спина в частичной змейке, нетрудно найти, аналогично 3.11, частоту спиновой прецессии: $\cos \pi\nu = \cos \phi/2 \cdot \cos \pi\nu_0$. Наличие сильных резонансов нарушает линейное нарастание спиновой частоты при увеличении энергии, как это показано на Рис.5.29.

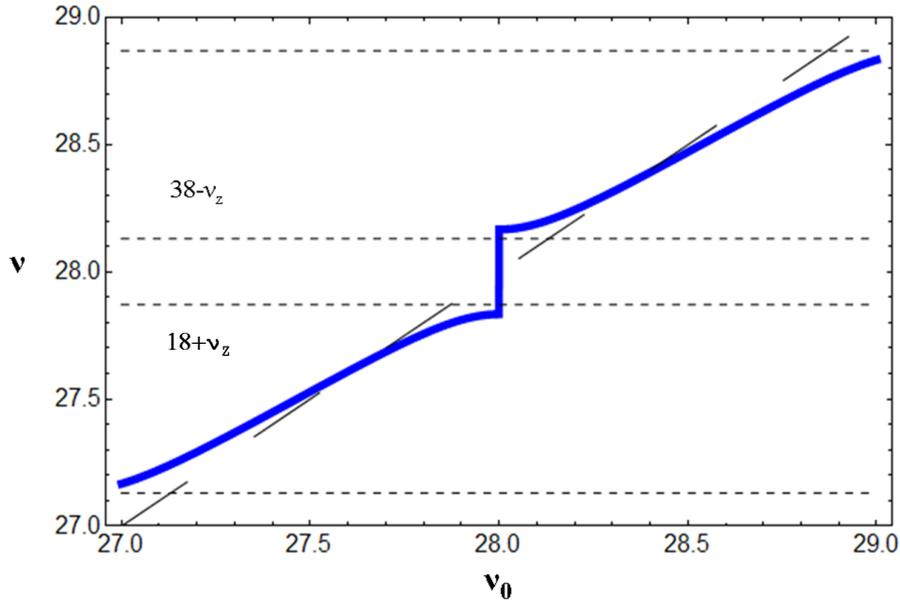


Рис. 5.29: Спиновая частота вблизи целого резонанса $\nu_0 = 28$.

Более того, условие возникновения линейных резонансов с орбитальными частотами $\nu = k \pm \nu_z$ не может быть выполнено в случае достаточно большой ширины целого резонанса. При выборе бетатронных частот вблизи целых значений ($\nu_z = 9.87$) спин-бетатронные резонансы попадают в "тень" целых резонансов, возбуждаемых частичной змейкой. Однако, это не значит, что влияние бетатронного движения на спин

³Здесь и далее мы возвращаемся к обычным ускорительным ортам: \mathbf{e}_x , $\mathbf{e}_y = \mathbf{V}/V$, $\mathbf{e}_z = [\mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_y]$.

исчезает. При некоторой силе спин-бетатронный резонанс может привести к нарушению адиабатического прохождения соседнего целого резонанса. Оценка величины этого эффекта накладывает дополнительное требование на силу целого резонанса, которая должна в несколько раз превышать гармонику своего спин-бетатронного соседа.

5.6.1 Схема частичных змеек для ускорения поляризованных протонов в синхротроне У-70

Протонные ускорители на большие энергии как правило состоят из многих одинаковых супер периодов. Это обстоятельство может быть использовано для установки нескольких частичных змеек. При правильном выборе набега спиновой фазы между такими змейками можно существенно увеличить гармоники некоторых целых резонансов, близких к наиболее сильным спин-бетатронным резонансам. Для синхротрона У-70 был проведен анализ нескольких вариантов расположения частичных змеек. В случае двух змеек одинаковой силы всегда найдутся частоты $\nu_0 = k$, для которых змейки компенсируют друг друга, т.е. $w_k = 0$. От этого недостатка свободны схемы с тремя частичными змейками. Наиболее удачным оказалось расположение змеек, изображенное на Рис.5.30)

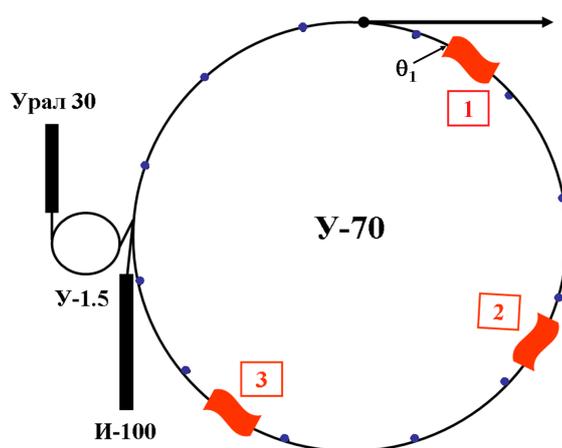


Рис. 5.30: Схема установки У-70 с тремя частичными змейками.

Используя технику $SU(2)$ матриц, нетрудно получить для данной схемы одну обратную транспортную матрицу для спина:

$$T(\theta_1) = M_y(\phi_1)V(\pi\nu_0/2)M_y(\phi_2)V(\pi\nu_0/2)M_y(\phi_3)V(\pi\nu_0)$$

Стартуя от змейки №1 при выборе полярностей ” + - + ”, получаем следующие вы-

ражения для компонент матрицы $T(\theta_1)$:

$$\begin{aligned}
 t_{11} &= \cos^3(\phi/2)e^{-i\pi\nu_0} - \cos(\phi/2)\sin^2(\phi/2)(1 - e^{-i\pi\nu_0/2}) + \cos(\phi/2)\sin^2(\phi/2)e^{-i\pi\nu_0/2}; \\
 t_{12} &= -\sin^3(\phi/2)e^{i\pi\nu_0/2} - \cos^2(\phi/2)\sin(\phi/2)(1 - e^{i\pi\nu_0/2}) - \cos^2(\phi/2)\sin(\phi/2)e^{i\pi\nu_0}; \\
 t_{21} &= \sin^3(\phi/2)e^{-i\pi\nu_0/2} + \cos^2(\phi/2)\sin(\phi/2)(1 - e^{-i\pi\nu_0/2}) + \cos^2(\phi/2)\sin(\phi/2)e^{-i\pi\nu_0}; \\
 t_{22} &= \cos^3(\phi/2)e^{i\pi\nu_0} - \cos(\phi/2)\sin^2(\phi/2)(1 - e^{i\pi\nu_0/2}) + \cos(\phi/2)\sin^2(\phi/2)e^{+i\pi\nu_0/2}.
 \end{aligned} \tag{5.17}$$

Теперь, зная матрицу преобразования спина, легко найти, согласно 3.6, приведенную частоту спиновой прецессии:

$$\cos \pi\nu = \cos^3(\phi/2)\cos(\pi\nu_0) + \cos(\phi/2)\sin^2(\phi/2)[2\cos(\pi\nu_0/2) - 1].$$

В точках $\nu_0 = k$ из последнего выражения получаем три типа целых резонансов: $\cos \pi\nu = -\cos(\phi/2)$ при нечетных "k", $\cos \pi\nu = \cos(\phi/2)\cos(\phi)$ при четных "k" и $\cos \pi\nu = \cos(\phi/2)\cos(\phi) - \sin(\phi/2)\sin(\phi)$ в случае "k", делящемся на 4.

Рис.5.31 показывает поведение дробной части спиновой частоты в области сильных машинных резонансов для схемы с тремя частичными змейками одинаковой силы $w_{ps} = 0.165$ с полярностями " + - + ". В точках $\nu_0 = k$ эта кривая дает, соответственно, силу целых резонансов: $|w_k| = 0.165$, $|w_k| = 0.144$ и $|w_k| = 0.5$.

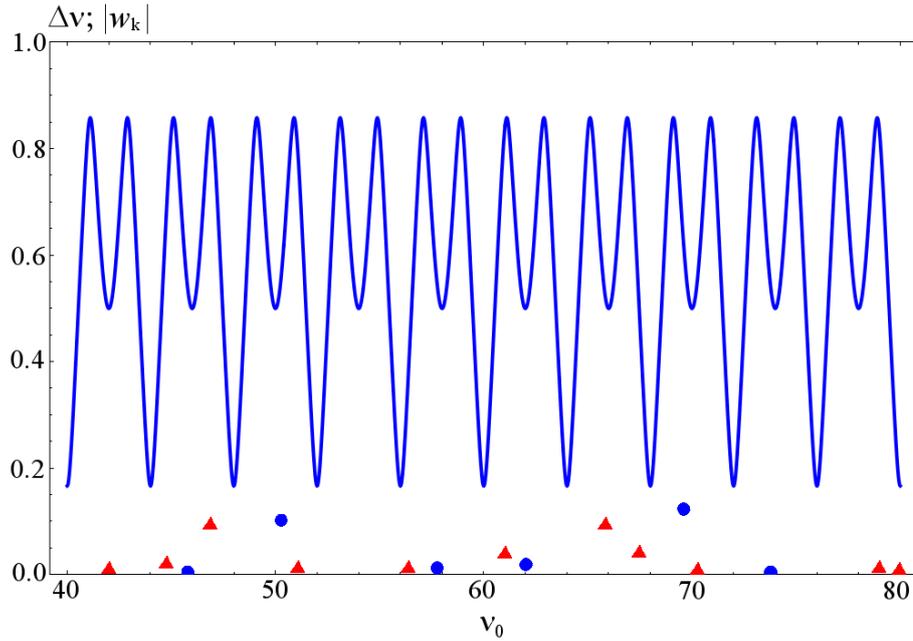


Рис. 5.31: Дробная часть спиновой частоты и резонансы $|w_k|$ в области самых сильных машинных резонансов ускорителя У-70 с тремя частичными змейками.

Как видно из рисунка картина целых резонансов повторяется через каждые $\Delta\nu_0 = 4$. При смене полярности змейки №2 картинка резонансов передвигается на 1 вдоль

оси ν_0 . Выбранный вариант полярностей ”+-+” позволяет ”накрыть” наиболее сильные машинные резонансы $\nu_0 = 60 \pm \nu_z$, которые попадают в область искусственных целых резонансов $\nu_0 = 50$ и $\nu_0 = 70$ с $w_k = 0.5$. Силы машинных резонансов, приведенные на Рис.5.31, взяты из Рис.4.2 и Рис.4.3 и показаны треугольниками (целые) и кружками (спин-бетатронные).

Интересно также проследить поведение вектора поляризации \mathbf{n}_0 при ускорении протонов в У-70 с включенными частичными змейками. В частности, зная транспортную спиновую матрицу, вертикальная поляризация в точке θ_1 может быть найдена из 3.6:

$$n_z = \frac{i}{2 \sin \pi \nu} Tr(\sigma_z T) = -\cos(\phi/2) \frac{\cos^2(\phi/2) \cos(\pi \nu_0) + \sin^2(\phi/2) \cos(\pi \nu_0/2)}{\sin(\pi \nu)}$$

Ясно, что вектор \mathbf{n}_0 будет изменяться с той же периодичностью $\Delta \nu_0 = 4$, что и картина целых спиновых резонансов. Один такой период изменения вертикальной поляризации показан на Рис.5.32. В точках $\nu_0 = 40.8$ и $\nu_0 = 43.2$ поляризация чисто вертикальная. Такие точки удобно использовать для инжекции и вывода ускоренных частиц.

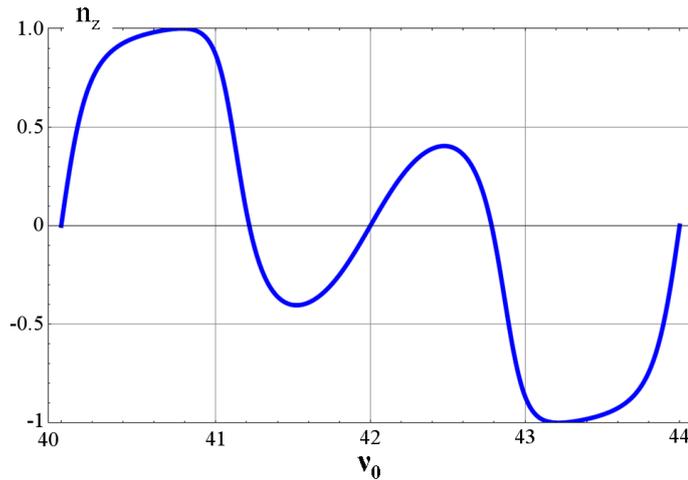


Рис. 5.32: Вертикальная поляризация при ускорении протонов в У-70 с тремя частичными змейками.

Из Рис.5.32 понятно, что в этих точках по энергии вектор \mathbf{n}_0 сохраняется на половине кольца между первой и третьей змейками. При $\nu_0 = 42.0$, ($\nu = 1.2$) вектор спина на азимуте θ_1 направлен вдоль скорости и вращается в медианой плоскости с частотой ν_0 между змейками №1 и №3.

В заключении этого параграфа хочется выразить надежду, что несмотря на солидный возраст синхротрона У-70, реализация высказанных выше предложений для

ускорения поляризованных протонов до энергии 70 ГэВ откроет широкие возможности постановки поляризационных экспериментов и, тем самым, вдохнет новую жизнь в эту, во многом рекордную по своим параметрам, установку.

Некоторым залогом успеха предлагаемой схемы с частичными змейками является результат AGS, где (наконец-то, после долгих лет всевозможных усилий по преодолению спиновых резонансов) постановка двух спиральных частичных змеек с $w_{ps} = 6\%$ и $w_{ps} = 19\%$ позволила в 2006 году сразу получить поляризацию 60% вместо имевшихся ранее 30% с соленоидальной змейкой. [88] При дальнейшей оптимизации схемы с двумя спиральными змейками поляризация достигла значения 70%. [76]

Глава 6

Поляризованные протоны в накопителе RHIC.

По ходу изложения проблем получения поляризованных пучков высоких энергий мы неоднократно упоминали о протон-протонном коллайдере RHIC. Настало время рассказать несколько подробнее о самой установке и тех проблемах, которые были решены в процессе ускорения поляризованных встречных пучков до энергии 250 ГэВ. Схема двух колец накопителя RHIC представлена на Рис.6.1. Инжектором поляризованных протонов для RHIC является синхротрон AGS (см. параграф 4.0.6) с максимальной энергией 25 ГэВ. Сам коллайдер RHIC состоит из двух, пересекающихся в 6 местах встречи, накопительных колец, условно называемых "голубое" и "желтое". Каждое кольцо содержит по две Сибирские змейки с взаимно перпендикулярными осями, лежащими в горизонтальной плоскости под углом ± 45 градусов относительно скорости. Змейки в каждом кольце установлены в местах, противоположных друг другу. Кроме того, два промежутка встречи с детекторами STAR и PHENIX имеют по две пары спиновых ротатора для поворота поляризации протонов от вертикальной в арках к продольному направлению в точках взаимодействия и обратно. Сибирские змейки и спиновые ротаторы организованы из 4 спиральных магнитов каждый.[70] Мы обсуждали конструкцию этих змеек и ротаторов в разделах 4.1.6. и 4.1.7. На Рис.6.1 последовательность спиральных магнитов в каждом устройстве показана символами $R^{\pm}; L^{\pm}$, обозначающими их спиральность и полярированность.

В одном из промежутков накопителя имеются два взаимно дополняющих друг друга поляриметра. В первом из них, для абсолютного измерения поляризации используется упругое рассеяние протонов на протонах струи атомов поляризованного водорода; [79] в другом, поляризация протонов определяется из асимметрии рассеяния поляризованных протонов на атомах углерода, возникающая вследствие кулон-

ядерной интерференции (так называемый pC поляриметр) [80] ¹

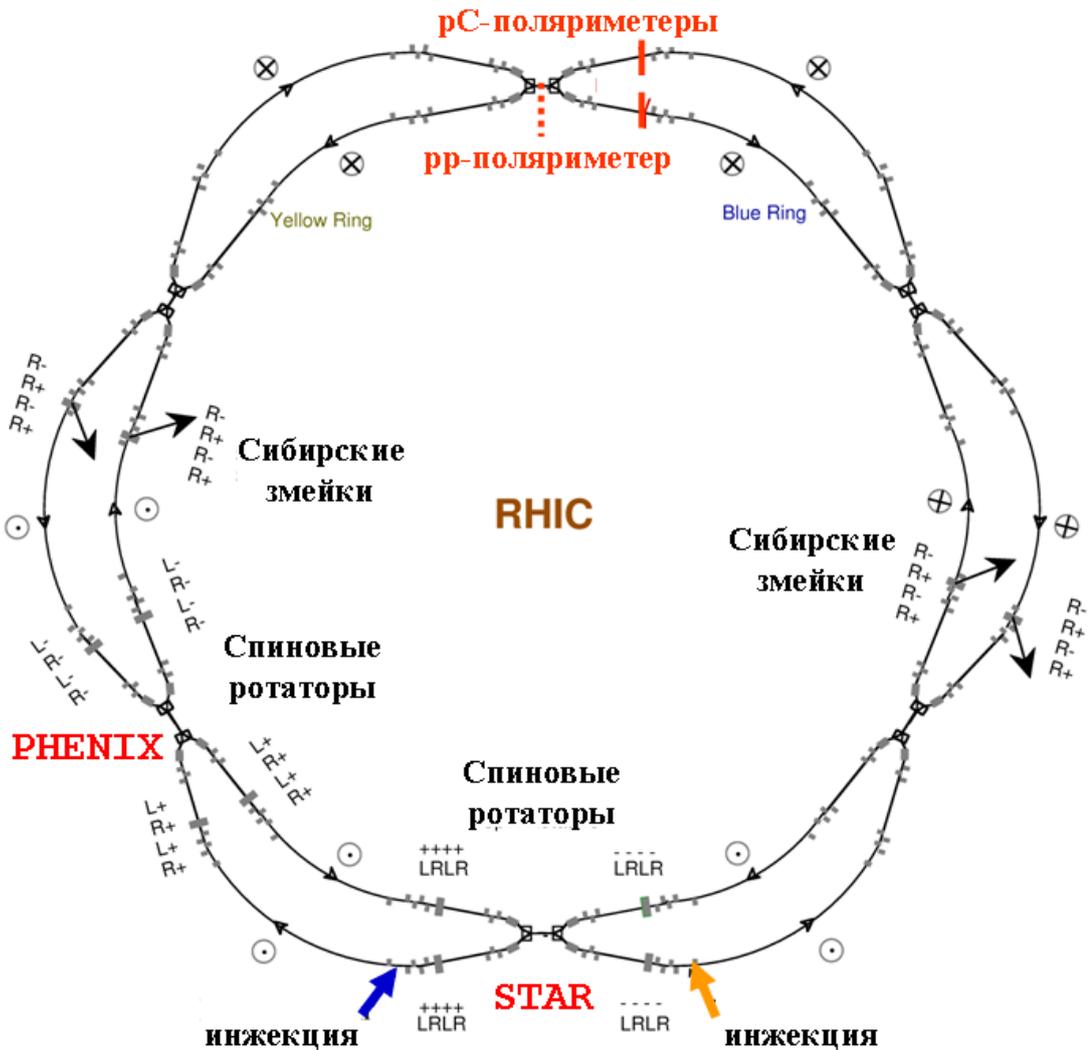


Рис. 6.1: Схема колец коллайдера RHIC.

Фотография одного из технических промежутков RHIC (Рис.6.2) дает представление о размерах накопителя и одной из Сибирских змеек, сверхпроводящие магниты которой помещены в общий криостат с остальными магнитами кольца (выделено коричневым цветом).

¹С недавних пор в каждом кольце используется два pC поляриметра.



Рис. 6.2: Один из промежутков RHIC с Сибирской змейкой.

Впервые протонные пучки с поляризацией $\sim 40\%$ были ускорены в RHIC до энергии 100 ГэВ в 2002 году. [77] Для сохранения поляризации в каждом кольце две Сибирские змейки обеспечивали спиновую частоту $\nu = 1/2$ независимо от энергии, исключая тем самым все машинные резонансы. Тем не менее, в ходе настройки ускорения пучков иногда наблюдалась значительная деполяризация на так называемых "змеечных" резонансах. Это феномен был теоретически предсказан ранее в работе [82].

6.1 Змеечные резонансы

Для качественного понимания явления "змеечных" резонансов рассмотрим еще раз влияние деполяризующих факторов, возникающих от бетатронных колебаний частиц. В плоском кольце, как мы знаем, вследствие бетатронных колебаний возникают спиновые резонансы: $\nu_0 = \nu_k = \nu_z \pm k$. Для накопителя RHIC в отсутствие змеек

расчет силы целых и спин-бетатронных резонансов был проведен, конечно, заблаговременно. (см. Рис.6.3). [81]

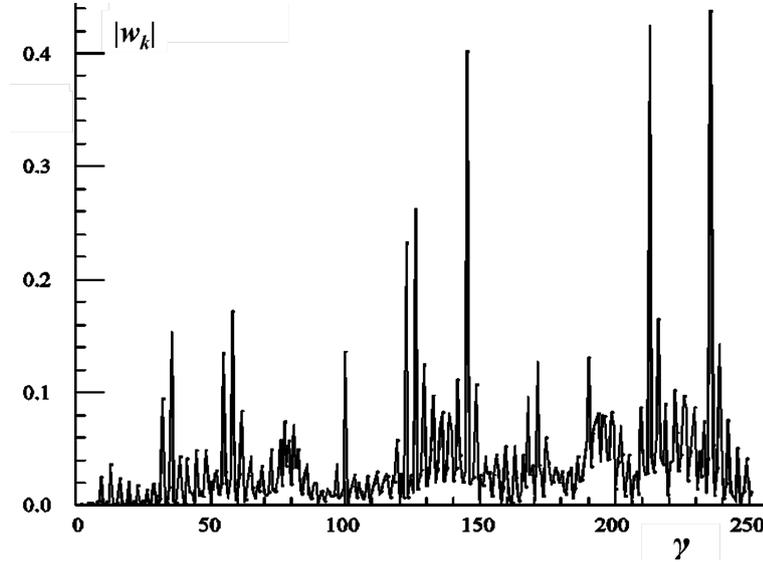


Рис. 6.3: Спин бетатронные резонансы в RHIC без змеек (эммитанс пучка 10π).

При включенных Сибирских змейках возмущение спиновой прецессии от бетатронных колебаний при движении между змейками не исчезает, однако, вследствие переворотов спина в змейках, суммарный характер возмущения изменяется существенным образом. Этот вопрос изучался разными авторами в подходе, аналогичном модели уединенного спинового резонанса (см. 3.3.1). Для накопителя с двумя ортогональными Сибирскими змейками эта модель впервые использована в работе [82]. Позднее, эта проблема в наиболее полном виде была исследована автором работы [83]. Однако, для знакомства с вопросом достаточно рассмотреть описываемый случай по теории возмущений. [84]

Допустим, что в плоском случае есть резонанс, определяемый гармоникой возмущения:

$$w_k = |w_k| e^{i\phi_k} e^{i\nu_k\theta}. \quad (6.1)$$

Поле этой гармоники существенно изменяет движение спина (см. Рис.3.4) только в резонансной области $|\epsilon| \sim |w_k|$. Теперь проследим влияние этого резонанса в кольце с двумя Сибирскими змейками, имеющих оси с углами α_1 и α_2 ; ($\alpha_2 - \alpha_1 = \pm\pi/2$). Как и ранее, рассмотрение влияния возмущения удобно провести в резонансной системе, связанной со спином равновесной частицы. Эта система сама вращается вокруг вертикального поля в основных магнитах кольца с частотой ν_0 и поворачивается на угол π вокруг осей змеек. На каждом азимуте оси этой системы повторяются через

каждые два оборота частицы. В отсутствие возмущения в этой системе спин остается неподвижным.

Считая каждую Сибирскую змейку точечным объектом, преобразуем возмущение w_k в резонансную систему координат:

$$\tilde{w}_k = |w_k|(e^{i\phi_k} e^{-i\varepsilon\theta} A_1(\theta) + e^{i(2\alpha_1 - \pi\nu_0)} e^{-i\phi_k} e^{i\varepsilon\theta} A_2(\theta)). \quad (6.2)$$

Здесь $\varepsilon = \nu_0 - \nu_k$; дополнительный набег спиновой фазы $2\alpha_1$ появляется при прохождении змейки (3.15). Функции $A_1(\theta)$ и $A_2(\theta)$ определены на кольце следующим образом:

$$A_1(\theta) = \begin{cases} 1, & \text{если } 0 \leq \theta < \pi \\ 0, & \text{если } \pi \leq \theta < 2\pi \end{cases}$$

$$A_2(\theta) = \begin{cases} 0, & \text{если } 0 \leq \theta < \pi \\ 1, & \text{если } \pi \leq \theta < 2\pi \end{cases}$$

и удовлетворяют условиям периодичности:

$$A_1(\theta + 2\pi) = -e^{2i\pi\nu_0} A_1(\theta); \quad A_2(\theta + 2\pi) = -e^{-2i\pi\nu_0} A_2(\theta). \quad (6.3)$$

Следуя периодичности \tilde{w}_k , разложим выражение 6.2 в ряд Фурье. Это приводит к сумме линейных гармоник:

$$\tilde{w}_k = -e^{i\tilde{\alpha}} \sum_m i^m \tilde{w}_{km} \sin(\varepsilon_m \theta + \tilde{\phi}_k), \quad (6.4)$$

где

$$\tilde{w}_{km} = |w_k| \frac{\sin(\Delta_m \pi/2)}{\Delta_m \pi/2}, \quad \varepsilon_m = \nu_k - (m + 1/2),$$

$$\Delta_m = \nu_0 - (m + 1/2), \quad \tilde{\alpha} = \alpha_1 - \pi\nu_0/2 + \pi/4, \quad \tilde{\phi}_k = \phi_k - \alpha_1.$$

Не трудно проделать анализ полученного выражения для возмущения в резонансной системе:

1. Наличие Сибирских змеек "преобразует" циркулярную гармонику 6.1 в ряд линейных гармоник.
2. Все линейные гармоники \tilde{w}_{km} с нечетным m имеют одинаковую ось колебаний, которая перпендикулярна оси четных.
3. Направление осей определяется только энергией частиц (ν_0) и выбором осей змеек.
4. При пересечении резонанса во время ускорения величины ε_m постоянны, тогда как линейные гармоники \tilde{w}_{km} изменяются достаточно сложным образом, достигая максимального значения при $\nu_0 = m + 1/2$.

5. Мерой величины отклонение спина от \mathbf{n}_0 является отношение $\tilde{w}_{km}/\varepsilon_m$.

Наибольшее влияние на спин оказывают гармоники с номерами, близкими к $m_0 = [\nu_k]$ (целая часть ν_k).

Вблизи уединенного резонанса выразим решение для спина в виде:

$$S_x = \sin \vartheta \cos \varphi; \quad S_y = \sin \vartheta \sin \varphi; \quad S_z = \cos \vartheta,$$

где ϑ и φ - углы в сферической системе координат. В нулевом приближении учтем воздействие только сильнейшей гармоники \tilde{w}_{km_0} , полагая бетатронную частоту ν_z удаленной от целого и полу целого значений. Без потери общности будем считать направление гармоники вдоль оси x . Тогда $\varphi = \text{const}$, а угол ϑ будет колебаться вокруг некоторого начального значения ϑ_0 :

$$\vartheta = \vartheta_0 - \frac{\tilde{w}_{km_0}}{\varepsilon_{m_0}} \cos(\varepsilon_{m_0} \theta + \tilde{\phi}_k).$$

Вместе с углом ϑ будут изменяться с разностной частотой ε_{m_0} и поперечные компоненты вектора спина \mathbf{S} . В частности, для частицы с бетатронными колебаниями ось прецессии спина в лабораторной системе \mathbf{n} ($\varphi = \pi/2$; $\vartheta_0 = 0$) будет изменяться следующим образом:

$$\mathbf{n}_x = 0; \quad \mathbf{n}_y = -\sin\left(\frac{\tilde{w}_{km_0}}{\varepsilon_{m_0}} \cos(\varepsilon_{m_0} \theta + \tilde{\phi}_k)\right); \quad \mathbf{n}_z = \cos\left(\frac{\tilde{w}_{km_0}}{\varepsilon_{m_0}} \cos(\varepsilon_{m_0} \theta + \tilde{\phi}_k)\right). \quad (6.5)$$

Ввиду медленности изменений оси прецессии этот эффект деполяризации имеет динамический характер и поляризация пучка возвращается к начальному значению после прохождения резонанса.

Учет большего числа гармоник в разложении 6.4 проведен в работе [84], где получено усредненное по бетатронным фазам ϕ_k аналитическое решение для степени поляризации $\langle n_z \rangle = \langle \cos \vartheta \rangle$. Поляризация в этом случае зависит от точки наблюдения и от расстройки ε . При $\theta = 0$ (на выходе второй змейки) зависимость от расстройки дается выражением:

$$\langle n_z \rangle \simeq J_0\left(\frac{\pi |w_k|}{\sin(\varepsilon_{m_0} \pi)} \frac{\sin(\varepsilon \pi/2)}{\varepsilon \pi/2}\right)$$

На Рис.6.4 представлено поведение поляризации (пунктирные линии) в накопителе RHIC вблизи резонанса $\nu_k = 59.23$ для нескольких величин $|w_k|$.

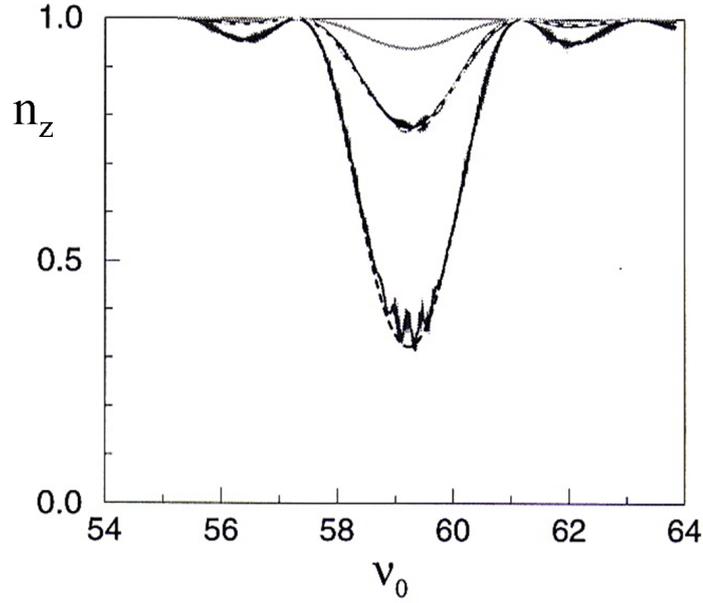


Рис. 6.4: Вертикальная поляризация с двумя ортогональными змейками на азимуте $\theta = 0$ при пересечении резонансов с величинами $|w_k| = 0.12; 0.25; 0.5$.

Видим, что рассмотрение влияния полного возмущения \tilde{w}_k привело к тому же результату, что и учет только ведущей гармоники \tilde{w}_{m_0} - сохранение поляризации после прохождения резонанса для достаточно больших значений гармоник $|w_k|$. При сравнении этих расчетов с величинами резонансных гармоник для РНЭС, приведенных на Рис.6.4, казалось бы можно ожидать, что ускорение поляризованных протонов вплоть до максимальных энергий этого накопителя должно проходить без особых приключений. Однако, в случае большого количества рассматриваемых гармоник в спектре 6.4 оказывается возможным появление комбинационных резонансов, которые получили название "змеечные резонансы".[82]

Для качественного понимания проблемы учтем кроме ведущей еще две ближайшие с номерами $m_0 \pm 1$. При переходе в систему, вращающуюся с частотой ведущей гармоники, аналогично с (3.35) придем к возмущению следующего вида, поперечному к \tilde{w}_{m_0} :

$$\hat{w}_\perp = \left[\tilde{w}_{m_0+1} \cos((\varepsilon - 1)\theta + \tilde{\phi}_k) + \tilde{w}_{m_0-1} \cos((\varepsilon + 1)\theta + \tilde{\phi}_k) \right] \cdot \left[J_0\left(\frac{\tilde{w}_{m_0}}{\varepsilon}\right) + 2 \sum_{p=1}^{\infty} (-1)^p J_{2p}\left(\frac{\tilde{w}_{m_0}}{\varepsilon}\right) \cos(2p(\varepsilon\theta + \tilde{\phi}_k)) \right], \quad (6.6)$$

где $p > 0$ и для сокращения записи введено $\varepsilon = \varepsilon_{m_0}$. Из вида этого возмущения можно ожидать, что при совпадении частоты одной из гармоник $\varepsilon \pm 1$ с частотой

модуляции ее амплитуды $2p\varepsilon$ возникнет параметрический резонанс $(2p + 1)\varepsilon = \pm 1$, который будет приводить к нарастанию отклонения спина от решения (6.5). Отсюда, используя определение ε_m , можно записать условие для дробной части бетатронной частоты, при которой возможны змеечные резонансы:

$$\{v_z\} = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2p + 1}. \quad (6.7)$$

Величина p определяет порядок резонанса.

При учете большего количества гармоник в возмущении (6.4) общее определение змеечных резонансов может быть записано в виде:

$$\{v_z\} = \frac{1}{2} \pm \frac{l}{2p + 1}, \quad (6.8)$$

где $l, p > 0$. В низшем порядке ($p = 1$) змеечные резонансы могут возникать при $\{v_z\} = 1/6; 5/6$. В следующем порядке ($p = 2$) резонансы возможны при $\{v_z\} = 1/10; 3/10; 7/10; 9/10$.

Для иллюстрации явления змеечных резонансов, генерируемых линейным "материнским" резонансом, мы рассмотрели только спиновые резонансы с вертикальными бетатронными колебаниями $\nu_0 = \nu_z \pm k$. Аналогично, змеечные резонансы могут возбуждаться достаточно сильными целыми резонансами и резонансами с радиальными бетатронными колебаниями, появляющимися вследствие связи X-Z колебаний.

6.2 Ускорение поляризованных протонов в RHIC.

Так как RHIC есть установка со встречными пучками, то выбор рабочих точек по частотам бетатронных колебаний, в первую очередь, определяется условиями достижения большей светимости и лучшего времени жизни пучков. Из этих соображений, а также с учетом требований эффективности для степени поляризации, в первых попытках ускорения поляризованных протонов до энергии 100 ГэВ был выбран диапазон $\{v_{xz}\} = 0.225 \div 0.235$. В целом, выбор рабочей точки был оправдан успешным ускорением пучков. Тем не менее, в первых заходах на RHIC деполяризация наблюдалась и на резонансах высших порядков: $\nu = m\nu_{x,z} + k$, где m и k -целые. На первоначальном этапе ускорения поляризованных протонов вследствие не идеальной настройки змеек и самого накопителя спиновая частота могла отличаться от $1/2$. В результате, при $\nu = 1/2 + \delta\nu$ могло возникать условие змеечных резонансов:

$$\{v_{z,x}\} = \frac{2k + 1}{2m} + \frac{\delta\nu}{m}. \quad (6.9)$$

Анализ накопленных данных в этих заходах показал наличие целого ряда змеечных резонансов высших порядков. [77], [78]

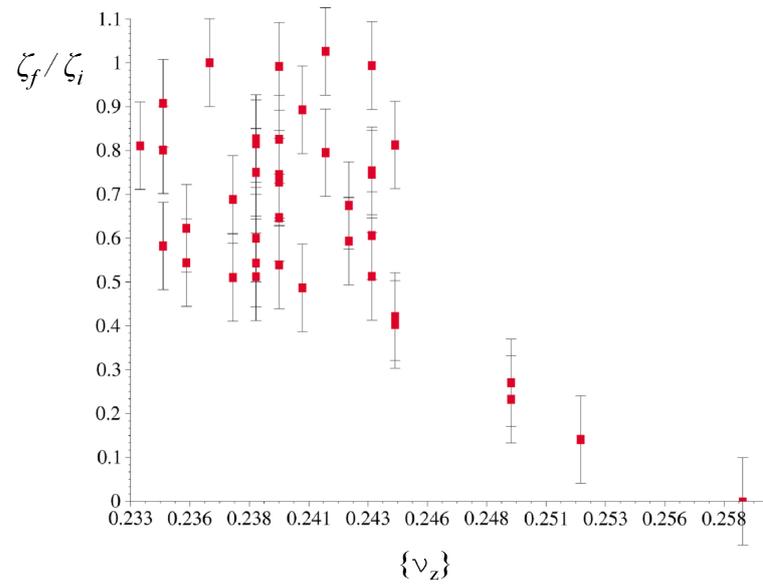


Рис. 6.5: Эффективность ускорения поляризованных протонов в зависимости от ν_z ; змеичный резонанс $\nu_z = 1/4$

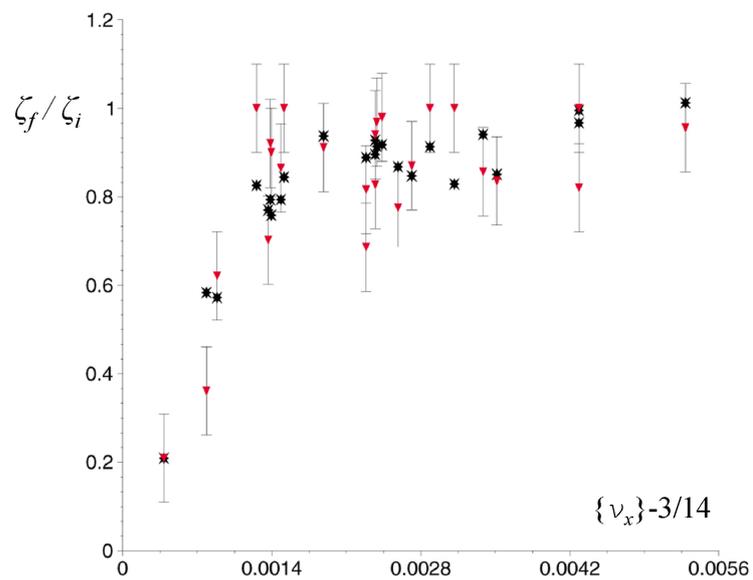


Рис. 6.6: Змеичный резонанс $\{\nu_x\} = 3/14$.

На Рис.6.5 и Рис.6.6 показана эффективность ускорения поляризованного пучка (отношение конечной степени поляризации к ее начальному значению) от частот вертикальных бетатронных колебаний. Резонанс $\nu_x = 3/14$, по-видимому, обязан связи колебаний, которая возникала от несовершенства настройки змейки и накопительных колец.

В дальнейшем эти змеечные резонансы были использованы для настройки накопителя и Сибирских змеек. Наблюдение за шириной и положением резонансов способствовало получению точного значения спиновой частоты $\nu = 1/2$ за счет настройки токов в магнитах змеек. Для подавления связи Z-X колебаний существенной оказалась взаимная выставка змеек и орбиты частиц в них. Большие усилия были потрачены на выполнение этих требований на всем пути ускорения от энергии инжекции.

В последующие годы эффекты встречи протонных пучков были промоделированы в широком диапазоне бетатронных частот $\{\nu_{x,z}\} = 0.68 \div 0.75$ с дополнительным требованием достаточной отстройки от змеечных резонансов. Здесь необходимо еще раз подчеркнуть, что выбор рабочих точек в коллайдере существенным образом ограничен эффектами встречи и необходимостью иметь достаточную динамическую апертуру. Резонанс $\{\nu_{x,z}\} = 3/4$ является точкой пересечения многих нелинейных резонансов и, поэтому, "опасен" для эффектов встречи, которые ведут к раздуванию размеров встречных пучков. То же самое можно сказать и про рабочую точку $\{\nu_{x,z}\} = 2/3$. Таким образом, поле "игры" для ускорения поляризованных протонов свелось к узкой области $0.68 - 0.72$. [85], [89]

Экспериментально после подъема энергии пучков в указанном диапазоне частот до 100 ГэВ были изучены рабочие точки $\{\nu_{x,z}\} = 0.738 \div 0.735$ и $\{\nu_{x,z}\} = 0.69 \div 0.685$. Оказалось, что время жизни протонов с интенсивностью 1.7×10^{11} частиц в каждой ступке примерно одинаково в обеих рабочих точках, в то время как, время жизни поляризации существенно лучше в нижней точке $\{\nu_{x,z}\} = 0.69 \div 0.685$.

При частотах в обсуждаемой области ожидалось змеечные резонансы $\{\nu_z\} = 7/10$ и $\{\nu_z\} = 3/4$, причем второй должен быть гораздо большей силы. В связи с этими областями змеечного резонанса $7/10$ была тщательно экспериментально обследована. По положению и ширине резонанса $\{\nu_z\} = 7/10$ снова были настроены змейки и орбиты частиц в новой рабочей точке. Вместе с другими улучшениями накопителя и всего комплекса в 2009 году эти меры обеспечили на энергии 100 ГэВ получение практически интересной светимости $L = 5 \times 10^{30} \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$ со степенью поляризации $45 \div 50\%$ в обоих кольцах.

Перед следующим экспериментальным сезоном для достижения более высокой энергии с целью снижения силы машинных резонансов вместе с правкой протонно-оптической схемы колец были также проведены заново геодезическая выставка магнитных элементов и калибровка измерителей положения пучков. Существенный вклад в уменьшение эмиттанса пучков и, тем самым, в улучшение эффективности ускоре-

ния поляризованных пучков внесло применение обратных связей для коррекции орбиты и хроматичности бетатронных колебаний на протяжении всего процесса ускорения. В итоге, в 1911-1912 годах протоны были ускорены до энергии 255 ГэВ с эффективностью выше 95%. Светимость встречных пучков в режиме 109×109 сгустков достигала в пике $1 \times 10^{32} \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$. Среднее значение степени поляризации $\zeta \approx 50\%$. [90]

Интересное наблюдение было сделано с помощью рС - поляриметра, где в качестве мишени использовалась подвижная тонкая углеродная нить. Таким способом одновременно были измерены распределение вдоль координаты x плотности частиц (в относительных единицах) и степени поляризации в пучке протонов.

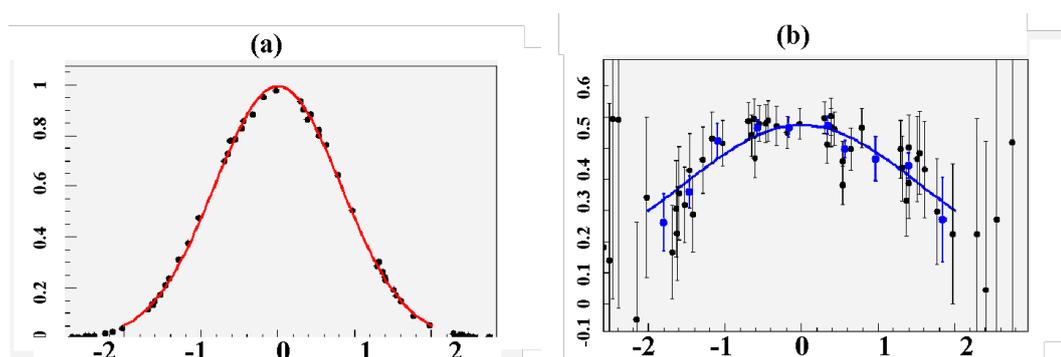


Рис. 6.7: Профиль плотности частиц (a) и их поляризации (b).

Эти распределения показаны на Рис.6.7 (соответственно (a) и (b)). Явная зависимость степени поляризации от амплитуды бетатронных колебаний отражает, в среднем, нарастание силы машинных резонансов при больших амплитудах. Шкала по оси абсцисс дана в мм. При долговременных наблюдениях прослеживались также медленные потери поляризации (примерно 1.2% в час), что, по-видимому связано с ростом эмиттанса пучков из-за эффектов встречи.

Тема ускорения поляризованных протонов достаточно обширна. Мы не коснулись многих аспектов проблемы в теории и практике получения поляризованных протонов. В частности, мы не рассматривали применения большего количества пар змеек, что безусловно должно увеличивать эффективность ускорения. Нет сомнения в дальнейшем прогрессе ускорения поляризованных протонов на коллайдере RHIC, как в увеличении светимости, так и степени поляризации. Этому в значительной мере будет способствовать метод электронного охлаждения протонных пучков высоких энергий, разрабатываемый в БНЛ. Читатели, интересующиеся подробностями таких исследований, смогут найти их в цитируемой литературе.

Глава 7

Поляризованные электроны

Как мы знаем, понятие спина было впервые введено именно для электрона при объяснении атомарных спектров. Однако, возможность непосредственного доказательства существования спина (а не косвенного, как спектроскопические факты) вызвала оживленную дискуссию среди физиков в конце 20-х годов 20 века. Кратко, сущность рассуждений сводится к следующему. В нерелятивистском случае из 2.1 находим, что сила воздействия на магнитный момент со стороны магнитного поля определяется его неоднородностью: $\mathbf{F}_\mu = (\boldsymbol{\mu} \cdot \nabla)\mathbf{B}$. Для однонаправленного поля $\mathbf{B} = B \cdot \mathbf{e}_z$ имеем: $(F_\mu)_z \simeq q_0(\partial B/\partial z)$ (для краткости записи: $\hbar = c = 1$). Ввиду малости этой силы (в обычных единицах $F_\mu \sim \hbar$) необходимо учесть квантовые соотношения неопределенностей $\Delta p_{x,z} \Delta x, z \geq 1$, которые приводят, в частности, к неопределенности силы Лоренца, действующей на заряд частицы в неоднородном поле: $\Delta F_e = q_0[p_x(\partial B/\partial z)\Delta z + B\Delta p_x]$. Для частицы, двигающейся вдоль оси x находим отношение $\Delta F_e/F_\mu \simeq p_x/\Delta p_z \gg 1$, откуда становится понятно, что непосредственное наблюдение магнитного момента свободного электрона вообще невозможно.

Ситуация меняется в случае "тяжелого" электрона, т.е. электрона достаточно сильно связанного с некоторым массивным балластом. В качестве наиболее подходящего балласта могут быть использованы атомы водорода, которые в 2000 раз тяжелее электрона, и еще более массивные атомы первой группы периодической системы, имеющие в основном состоянии один внешний электрон. Если пропустить пучок таких атомов через неоднородное магнитное поле, то на выходе мы будем иметь два пространственно разделенных пучка с противоположными магнитными моментами.

Такой опыт впервые был проведен Отто Штерном и Вальтером Герлахом во Франкфуртском университете еще в 1922, т.е. за пять лет до появления идеи спина. [91] В этом эксперименте использовался пучок атомов серебра, оставивший на фотопластинке после прохождения магнита с неоднородным полем две полосы, равно отстоящие от полосы в случае выключенного магнита. Свое объяснение этот эксперимент нашел только в рамках идеи о наличии спина электрона. Однако, несмотря на то, что авторы эксперимента не смогли объяснить свои результаты, их имена навсегда

вошли в учебники физики. Идея метода в следующем десятилетии нашла широкое применение для измерения магнитных моментов различных атомов, что служило доказательством квантовой механики. Позднее, метод Штерна-Герлаха стал основой для построения источников поляризованных частиц (электронов, протонов и дейтронов). До настоящего времени самые интенсивные пучки поляризованных дейтронов и протонов получают с использованием метода Штерна-Герлаха для разделения атомов по знаку поляризации на первом этапе преобразований первичных атомарных пучков (Na, Cs, Rb). [92]

Для получения поляризованных электронов сегодня используется совершенно другая техника, основанная на ионизации атомов некоторых кристаллов (например, арсенида галлия GaAs) циркулярно поляризованным лазерным излучением. Эта техника хорошо согласуется с линейными ускорителями за счет синхронизации лазерных импульсов с ускоряющим высоко частотным напряжением. Современные источники поляризованных электронов (интенсивность $\approx 10^{10}$ частиц в коротком сгустке и поляризация $\approx 90\%$) активно разрабатываются во многих лабораториях мира. [93]

Линейный ускоритель увеличивает энергию электронов из источника ($\sim 50 \div 200$ кВ) до необходимой для инжекции в циклический ускоритель или в накопительное кольцо. При этом направление поляризации пучка на выходе из источника должно быть согласовано с направлением вектора \mathbf{n}_0 в точке инжекции с учетом всех возможных поворотов пучка. В качестве примера вернемся к установке *AmPS*, схема которой приведена на Рис.???. Так как кольцо *AmPS* снабжено одной Сибирской змейкой, то вектор \mathbf{n}_0 лежит в медианой плоскости и его угол со скоростью частицы в месте впуска зависит от энергии накопителя. Для согласования направления поляризации на выходе линейного ускорителя с \mathbf{n}_0 используется спиновый ротатор (*Z*-манипулятор) (см. Рис.2.2). В простейшем случае плоского кольца или накопителя с двумя Сибирскими змейками направление поляризации на входе линейного ускорителя и накопителя должно быть вертикально (с компенсацией всех возможных поворотов пучка) Последнее требование одинаково как для электронных, так и для протонных пучков. Однако, для электронов при согласовании направления поляризации при инжекции, как и во многих других случаях, необходимо учитывать радиационные эффекты.

Главное отличие от тяжелых частиц при рассмотрении динамики спина электронов и позитронов заключается в необходимости учитывать электромагнитное излучение, возникающее под действием центростремительной силы 2.4. Это, так называемое, синхротронное излучение существенным образом влияет на движение частицы и спина. В первую очередь, излучение приводит к потерям энергии, которые необходимо компенсировать ускоряющим продольным ВЧ электрическим полем. Во-вторых, квантовый характер излучения приводит к стохастической раскачке (диффузии) амплитуд колебаний.¹

¹Основные свойства синхротронного излучения приведены в Приложении.

7.1 Стохастическая деполяризация

Рассмотрим влияние эффекта квантовых флуктуаций на движение спина вблизи уединенного резонанса ($\nu_0 - \nu_k = \varepsilon \sim w_k$). [16] Напомним, что без учета излучения спин прецессирует с частотой $h = \sqrt{w_k^2 + \varepsilon^2}$ вокруг оси прецессии $\mathbf{n} = \mathbf{h}/h$ с сохранением S_n . При излучении кванта $\omega = \delta\gamma$, которое происходит практически мгновенно на длине орбиты $\Delta l \simeq \rho/\gamma$, в случае целого резонанса скачком изменяется расстройка ε на $\Delta\varepsilon = \nu_0\delta\gamma$ и ось прецессии \mathbf{n} на $\delta\mathbf{n} = \mathbf{n}_1 - \mathbf{n}$. При спин-бетатронном резонансе изменяется еще и резонансная гармоника, пропорциональная амплитуде колебаний 3.27 как по абсолютной величине на δw_k , так и по ориентации в поперечной плоскости. Именно последний случай изображен на Рис.7.1.

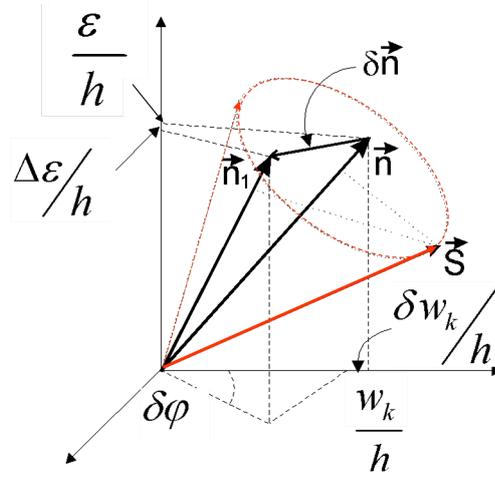


Рис. 7.1: Скачок оси прецессии в резонансной системе при излучении кванта.

Из уравнения 3.8 не трудно найти в резонансной системе изменение проекции S_n :

$$\delta S_n = \delta(\mathbf{S} \cdot \mathbf{n}) = S_n(\mathbf{n} \cdot \delta\mathbf{n}) + S_{\perp} \text{Im}(\boldsymbol{\eta}^* \cdot \delta\mathbf{n}) \approx -\frac{1}{2}(\delta\mathbf{n})^2 S_n. \quad (7.1)$$

Так как фаза спина в момент излучения фотона случайна, то при усреднении по времени член с S_{\perp} даст ноль. Оставшаяся часть вследствие квантовых флуктуаций приводит к диффузному "дрожанию" \mathbf{n} и, в среднем, к затуханию поляризации:

$$S'_n = -\frac{1}{2} S_n \left\langle \mathbf{d}^2 \cdot \frac{d(\delta\gamma/\gamma)^2}{d\theta} \right\rangle_{\theta} = -\alpha_+ \cdot S_n. \quad (7.2)$$

Здесь мы использовали выражение 3.54 для знакомого нам вектора спин-орбитальной связи $\mathbf{d} = \gamma \mathbf{dn}/d\gamma$, впервые введенного авторами работы [97], и хорошо известную формулу для скорости диффузии энергии за счет квантовых флуктуаций В.8.

Решение уравнения 7.2 элементарно и, таким образом, мы видим результат случайных скачков оси прецессии - экспоненциальное затухание поляризации:

$$S_n = S_n(0)e^{-t/\tau_d}, \quad (7.3)$$

где $\tau_d = \alpha_+^{-1} = \left(\frac{5\sqrt{3}}{8} q_0^5 \gamma^2 \frac{11}{18} \langle |\mathbf{B}|^3 \mathbf{d}^2 \rangle_\theta\right)^{-1}$ есть характерное время деполяризации.²

Из параграфа 3.4 мы знаем, что вектор спин-орбитальной связи F_5 имеет резонансный характер, а его модуль $|F_5| = |\mathbf{d}|$ есть периодическая функция азимута, характерная для конкретной электронно-оптической системы накопителя. Алгоритм расчета этой функции как и других функций спинового отклика реализован в программе ASPIRRIN. На Рис.7.2 показан, для примера, результат программного расчета поведения функций спинового отклика $|F_1|$, $|F_3|$, $|F_5|$ на кольце ВЭПП-2М при энергии $E=480$ МэВ.

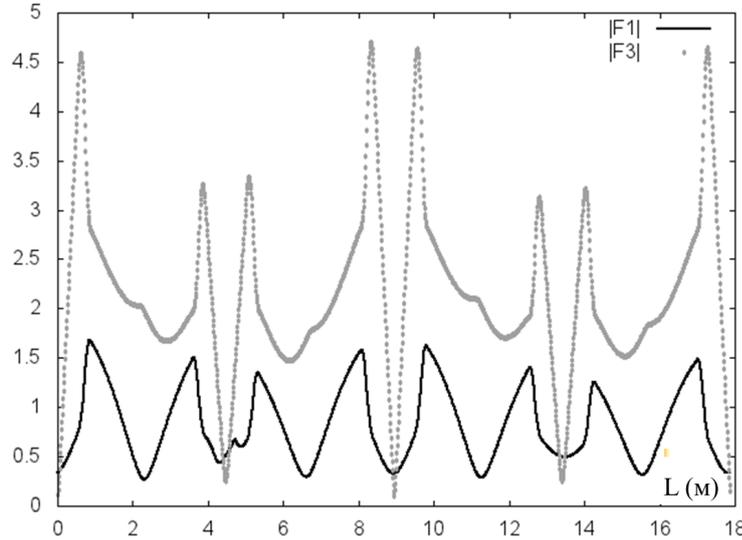


Рис. 7.2: Результат расчета функций спинового отклика для накопителя ВЭПП-2М ($E=480$ МэВ).

Знание функций отклика F_1 и F_3 , позволяет на основании формул 3.57 и 3.32 определять силы спиновых резонансов, а F_5 дает возможность легко сосчитать время деполяризации из 7.5.

Однако, для лучшего понимания происходящих физических процессов полезно на время забыть о программе ASPIRRIN и провести расчет $\mathbf{d} = \gamma d\mathbf{n}/d\gamma$ традиционным способом в простейшем случае плоской машины с малыми возмущениями.

²Впервые влияние квантовых флуктуаций на поляризацию было рассмотрено авторами работы [95], которые назвали этот эффект "спиновой диффузией".

В частности, ярко выраженный резонансный характер функции \mathbf{d} легко видеть, если формально взять производную по энергии от выражения 3.25:

$$\mathbf{d}^2 = \left(\gamma \frac{d\Delta\mathbf{n}}{d\gamma} \right)^2 = \nu_0^2 \sum_k \frac{|w_k|^2}{(\nu_0 - \nu_k)^4}. \quad (7.4)$$

Из этого результата мы можем сделать важный вывод: вблизи целых резонансов (при $\varepsilon = \nu_0 - \nu_k \ll 1$) время деполяризации $\tau_d = \alpha_+^{-1} \sim \varepsilon^4$, а для спин-бетатронных резонансов $\tau_d \sim \varepsilon^2$, так как для них $\delta w_k \neq 0$ при излучении. Для обоих типов резонансов стохастическая деполяризация не может произойти быстрее времени радиационного затухания τ_0 , которое является также характерным временем перемешивания амплитуд колебаний вследствие квантовых флуктуаций внутри установившихся равновесных распределений.

Оценим время стохастической деполяризации в резонансной системе уединенного резонанса. Характерное время деполяризации определяется квадратичным поворотом оси прецессии \mathbf{n} на угол порядка 1.

$$\left\langle \frac{d(\delta\mathbf{n})^2}{dt} \right\rangle_S \cdot \tau_d \sim 1,$$

где $\langle \rangle_S$ означает усреднение по распределению частиц. Как это можно видеть из рисунка Рис.7.1, в отдельном акте излучения фотона имеем:

$$(\delta\mathbf{n})^2 = \left(\delta \arctg \left(\frac{w_k}{\varepsilon} \right) \right)^2 \simeq \frac{\varepsilon^2 (\delta w_k)^2 + w_k^2 (\delta\varepsilon)^2}{(\varepsilon^2 + w_k^2)^2} + (\delta\phi)^2. \quad (7.5)$$

Здесь мы пренебрегли перекрестным членом, считая, что $\langle \delta\varepsilon \cdot \delta w_k \rangle_S = 0$.

Поскольку время спиновой диффузии заведомо превышает время τ_0 , то за это время амплитуды всех колебаний частицы придут к нормальному распределению вблизи своих средних значений. Тогда $w_k \sim A_{x,z}$ и ε в формуле 7.5 также примут некоторые средние значения \bar{w}_k и $\bar{\varepsilon}$ со своими установившимися разбросами σ_w и σ_ε . Это означает, что индивидуальные оси прецессии также имеет некоторое установившееся распределение направлений на временах $t > \tau_0$, как это изображено на Рис.7.3

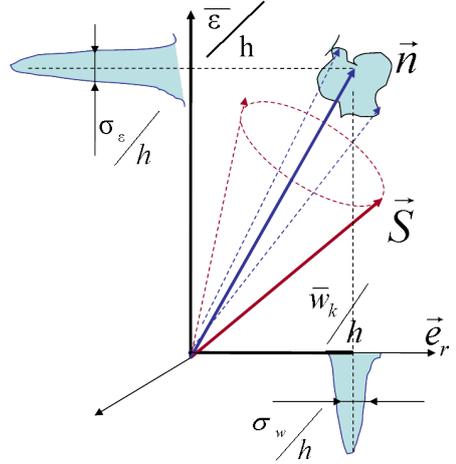


Рис. 7.3: Стохастическая деполяризация в резонансной системе.

Параметры этого распределения, по аналогии с энергетическим разбросом В.8, определяются следующим образом:

$$\sigma_w \approx \sqrt{\frac{1}{2} \left\langle \frac{d(\delta w_k)^2}{dt} \right\rangle_S} \tau_0; \quad \sigma_\varepsilon \approx \sqrt{\frac{1}{2} \left\langle \frac{d(\delta \varepsilon)^2}{dt} \right\rangle_S} \tau_0. \quad (7.6)$$

При таких параметрах усредненное по пучку время деполяризации из 7.5 приближенно можно представить в виде:

$$\tau_d^{-1} \approx \frac{\bar{\varepsilon}^2 \sigma_w^2 + \bar{w}_k^2 \sigma_\varepsilon^2}{(\bar{w}_k^2 + \bar{\varepsilon}^2)^2} \tau_0^{-1}. \quad (7.7)$$

Необходимо заметить, что разброс спиновых частот σ_ε не есть $\nu_0 \sigma_E$, поскольку, как мы упоминали ранее, вследствие синхротронных колебаний энергии, разброс спиновых частот пропорционален квадрату энергетического разброса. Мы еще вернемся позднее в этом обзоре к разбросу σ_ε .

В обсуждаемом примере почти идеального кольца явный вид функции спин-орбитальной связи в линейном приближении можно получить из 3.25 взятием полной производной по энергии. При этом для ультра релятивистских электронов можно пренебречь флуктуациями импульса в поперечном направлении, поскольку скорость диффузии продольного импульса в γ^2 раз выше и рассматривать только влияние флуктуаций энергии т.е.

$$\mathbf{d} \approx \left(\gamma \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \gamma} \right) = \Im \left(\boldsymbol{\eta}^* \gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} \int_{-\infty}^{\theta} (\mathbf{w} \cdot \boldsymbol{\eta}) d\theta \right). \quad (7.8)$$

Возмущение в 7.8 берется из 3.17. Для электронов, пренебрегая членами $\propto a \ll 1$, имеем: $w_{\perp} = \mathbf{w} \cdot \boldsymbol{\eta} = (w_1 - iw_2)e^{-iv_0\bar{\theta}} = (v_0g_z - iK'_z)z e^{-iv_0\bar{\theta}}$.

Теперь, для случая слабой связи подставляем z из А.14 и находим:

$$\gamma \frac{\partial w_{\perp}}{\partial \gamma} \simeq \left(\gamma \frac{\partial A_z}{\partial \gamma} f_z e^{iv_z\theta} + \gamma \frac{\partial A_x}{\partial \gamma} F_{xz} e^{iv_x\theta} + c.c. + \psi_z \right) (v_0g_z - iK'_z) e^{-iv_0\bar{\theta}}, \quad (7.9)$$

где ψ_z , F_{xz} , $\gamma \frac{\partial A_x}{\partial \gamma} = \Phi_x$, $\gamma \frac{\partial A_z}{\partial \gamma} = \Phi_z$ периодические функции, определенные в Приложении А (А.14, В.11 и В.13). Скачок радиальной амплитуды приведен в В.11:

$$\gamma \frac{\delta A_x}{\delta \gamma} = \Phi_x = \frac{i}{2} \left\{ [\psi_x(f_x^{*'} - iv_x f_x^*) - \psi'_x f_x^*] e^{-iv_x\theta} \right\}. \quad (7.10)$$

Для нахождения $\gamma \frac{\delta A_z}{\delta \gamma}$ требуется знать распределение источников связи на периметре кольца, что далеко не всегда возможно. В Приложение А приведен пример, в котором связь задана одним повернутым квадруполем, введенным в идеальную структуру кольца при $\theta = 0$ в виде δ -функции: $g(\theta) = g \cdot \delta(\theta = 0)$. Задание связи в виде скью-квадруполя удобно тем, что такое возмущение не изменяет, в первом приближении, ни ось прецессии \mathbf{n}_0 , ни оптических функций кольца.³ Полученное выражение для $\gamma \frac{\delta A_z}{\delta \gamma}$, значительно упростилось:

$$\begin{aligned} \gamma \frac{\delta A_z}{\delta \gamma} = \frac{-g}{4} |f_z|(0) |f_x|(0) & \left\{ \left[\gamma \frac{\delta A_x}{\delta \gamma} [1 + i \operatorname{ctg} \pi(v_x - v_z)] + \right. \right. \\ & \left. \left. + \gamma \frac{\delta A_x^*}{\delta \gamma} [1 - i \operatorname{ctg} \pi(v_x + v_z)] - 2[1 + i \operatorname{ctg} \pi v_z] \right\}. \end{aligned} \quad (7.11)$$

Из приведенного примера видно, что $\gamma \frac{\delta A_z}{\delta \gamma} \sim g \gamma \frac{\delta A_x}{\delta \gamma}$. С другой стороны, тот же фактор малости $g \ll 1$ содержат гармоники резонансов $\nu_0 = k \pm \nu_x$ (см.А.11). Отсюда можно заключить, что в случае слабой связи диффузионный процесс примерно выравнивает деполяризующее действие спин-бетатронных резонансов $\nu_0 = k \pm \nu_z$ и $\nu_0 = k \pm \nu_x$. Более того, возрастание вертикального размера вблизи резонансов связи $\nu_x - \nu_z = k$ не приводит к большей деполяризации, поскольку этот процесс происходит адиабатически по сравнению с частотой спиновой прецессии.

Сказанного выше достаточно для понимания того, что нахождение вектора \mathbf{d} , даже в простейшем случае плоской машины с малой связью, требует значительных усилий и применение концепции функций спинового отклика необходимо. Особенно в случае ускорителей со специальными вставками в виде спиновых ротаторов возмущающих оптические функции кольца.

³Сила этого скью-квадруполя может быть задана из измерений ширины резонанса связи $\Delta \nu_{min} = (\nu_x - \nu_z)_{min} = g |f_z|(0) \cdot |f_x|(0)$ (см.А.15).

Пока же, мы можем констатировать, что спиновая диффузия существенно осложняет сохранение поляризации электронов в процессе их ускорения. При прохождении спиновых резонанса кроме динамических эффектов, описываемых формулой 4.1, необходимо учитывать стохастическую деполяризацию; т.е. время деполяризации должно быть много больше времени пересечения области резонанса: $\tau_d \gg w_k/\epsilon'$. В реальности, наличие спиновой диффузии существенным образом ограничивает возможности ускорения поляризованных электронных пучков. Ускорение электронов даже до энергии в несколько ГэВ является трудной задачей. [96]

7.2 Радиационная поляризация

К счастью, трудности, возникающие при ускорении поляризованных электронов и позитронов, с избытком компенсируются эффектом само-поляризации этих частиц при больших энергиях. И это особенно важно для получения поляризованных позитронов, для которых сколько-нибудь интенсивные источники вообще отсутствуют. Кроме того, радиационная поляризация получается непосредственно при высокой энергии и при этом, как правило, не требуется пересечения спиновых резонансов.

Для объяснения эффекта само-поляризации мы рассмотрим влияние на спин классического синхротронного излучения, включая излучение магнитного момента. Мы знаем, что при движении в постоянном магнитном поле решение ВМТ-уравнения $S_n = (\mathbf{S} \cdot \mathbf{n}_0) = const$. Однако, в следующем приближении мы можем написать:

$$S'_n = (\mathbf{S} \cdot \mathbf{n})' = (\mathbf{S}' \cdot \mathbf{n}) + (\mathbf{S} \cdot \mathbf{n}'). \quad (7.12)$$

Первый член в этом уравнении описывает движение спина в поле излучения вращающегося магнитного момента $\boldsymbol{\mu} = q\mathbf{S}$. В системе покоя электрона ("С"-система) вектор $\boldsymbol{\mu}$ вращается с частотой $\boldsymbol{\Omega}_C = -q\mathbf{B}_C$. Магнитное поле излучения, возникающее вследствие этого вращения, может быть представлено в виде:

$$\mathbf{h}_\mu \simeq \frac{2}{3} \ddot{\boldsymbol{\mu}} = -\frac{2}{3} q \Omega_C^2 [\boldsymbol{\Omega}_C \times \mathbf{S}] = q^4 B_C^3 [\mathbf{b} \times \mathbf{S}]; \quad \mathbf{b} = \frac{\mathbf{B}}{B} = \frac{\mathbf{B}_C}{B_C}.$$

Это поле вращается вместе со спином и поэтому, несмотря на свою малую величину, медленно отклоняет спин (см. Рис.7.4)

$$\frac{d\mathbf{S}}{d\tau} = -q [\mathbf{h}_\mu \times \mathbf{S}] \sim q^5 B_C^3 (\mathbf{b}(\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}) - \mathbf{S}(\mathbf{b} \cdot \mathbf{S})).$$

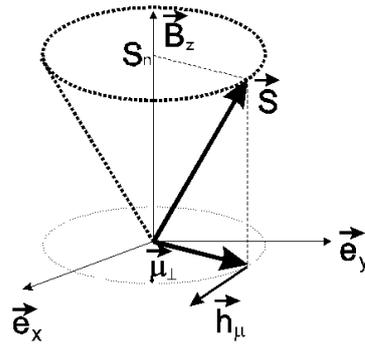


Рис. 7.4: Спин и поле излучения.

После релятивистских преобразований ведущего поля и времени в лабораторную систему и усреднений по быстрым переменным (фаза спиновой прецессии) и вдоль орбиты частиц мы приходим к уравнению:

$$(S'_n)_\mu = (\mathbf{S}' \cdot \mathbf{n}) \sim q^5 \gamma^2 \langle |\mathbf{B}|^3 (\mathbf{b} \cdot \mathbf{n}) \rangle_\theta \cdot S_\perp^2; \quad S_\perp^2 = 1 - S_n^2. \quad (7.13)$$

Решение уравнения 7.13

$$S_n = \frac{1 - e^{-t/\tau}}{1 + e^{-t/\tau}} \quad (7.14)$$

описывает процесс выстраивания спинов вдоль \mathbf{n}_0 с декрементом затухания $\tau^{-1} = q^5 \gamma^2 \langle |\mathbf{B}|^3 (\mathbf{b} \cdot \mathbf{n}) \rangle_\theta$, как это показано на Рис.7.5:

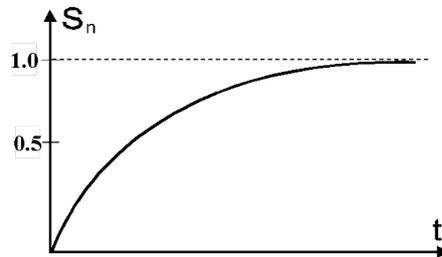


Рис. 7.5: Процесс выстраивания поляризации во времени.

Поскольку в приведенных рассуждениях мы полностью пренебрегли излучением заряда, мощность которого [3]

$$\mathcal{W}_0 = \frac{2}{3} \ddot{\mathbf{d}}^2 = \frac{2}{3} e^2 |\dot{\mathbf{v}}^2| \gamma^4 = \frac{2}{3} e^2 \left\langle \frac{1}{\rho^2} \right\rangle_\theta \gamma^4 \quad (7.15)$$

на много порядков больше магнитно-дипольного излучения $\mathcal{W}_\mu = \frac{2}{3} \dot{\boldsymbol{\mu}}^2$, то приведенное чисто классическое описание процесса радиационной поляризации скорее подходит для некой нейтральной частицы с достаточно большим магнитным моментом.

При решении уравнения Дирака вклад магнитного момента в излучение электронов, связанный с переворотом спина при движении в однородном магнитном поле, появляется только во втором приближении по параметру ξ .

$$\xi = \frac{\omega_c}{E} = \frac{3\lambda_c}{2\rho}\gamma^2 = \frac{3}{2}\gamma\frac{B}{H_0}, \quad (7.16)$$

где $\omega_c = \frac{3}{2}\omega_0\gamma^3$ - критическая энергия фотонов СИ; $\lambda_c = \frac{h}{mc} = 3.86 \times 10^{-11}$ см - Комптоновская длина волны электрона; $H_0 = 4.41 \cdot 10^{13}$ э - магнитное поле, численно равное напряженности электрического поля на поверхности вакуумного радиуса электрона.

В этом приближении мощность излучения без переворота спина и с переворотом даются выражениями: [99]

$$\begin{aligned} W^{\uparrow\uparrow} &= \mathcal{W}_0 \left[1 - \xi \left(\frac{55}{24} \sqrt{3} - \zeta \right) + \xi^2 \left(20 + \frac{245}{48} \sqrt{3} \zeta \right) \right] \\ W^{\uparrow\downarrow} &= \mathcal{W}_0 \left[\xi^2 \left(\frac{4}{3} + \frac{35}{48} \sqrt{3} \zeta \right) \right] \end{aligned} \quad (7.17)$$

Для электронов с энергией ≈ 1 ГэВ параметр $\xi \sim 10^{-6} \div 10^{-7}$ и интенсивность излучения с переворотом спина составляет $\sim (10^{-12} \div 10^{-14})\mathcal{W}_0$. Несмотря на малость этой части СИ, спины электронов выстраиваются в вдоль $\mathbf{n}_0 = \mathbf{e}_z$ по закону:

$$S_n = \frac{8}{5\sqrt{3}}(1 - e^{-t/\tau_p}) \quad (7.18)$$

с характерным временем

$$\tau_p = \left[\frac{5\sqrt{3}}{8} q^5 \gamma^2 \langle |\mathbf{B}|^3 (\mathbf{b} \cdot \mathbf{n}) \rangle_\theta \right]^{-1}. \quad (7.19)$$

Этот механизм выстраивания спинов называют поляризацией А.А.Соколова и И.М.Тернова, по имени авторов, теоретически его предсказавших.⁴

Как это ни странно, равновесная степень и время поляризации 7.18, полученные из решения уравнения Дирака количественно слабо отличается от 7.14. Равновесная степень поляризации ($\zeta_0 = \frac{8}{5\sqrt{3}} = 0.924$) отличается от 1 вследствие деполаризующего влияния электромагнитного вакуума. По той же причине время релаксации несколько короче полученного выше (7.13) характерного времени.⁵

⁴Следует отметить, мощность излучения без переворота спина содержит при поперечной поляризации линейную по спину поправку, что свидетельствует об интерференции излучения заряда и магнитного момента. Интерференционная часть синхротронного излучения, получившая название "спиновый свет," была экспериментально наблюдаена на накопителе ВЭПП-4 (см. параграф 8.2.5).

⁵Хотя для магнитного момента $q_0 \approx 2$ точное решение близко к классической модели, не стоит ее переоценивать. Как показано в [97], конечный результат поляризации зависит от магнитной аномалии частицы $a = q'/q_0$. Так, например, при $-1 < a < -0.5$ спины выстраиваются, вообще, в противоположном направлении.

Второй член в уравнении 7.12 учитывает влияние радиационного трения на ось прецессии \mathbf{n} . Из первого уравнения 7.17 мы видим, что интерференция излучения заряда и магнитного момента приводит к зависимости силы радиационного торможения от спина:

$$\mathbf{F}_r = -W^{\uparrow\uparrow} \cdot \mathbf{V} = \mathcal{W}_0 \mathbf{V} \left[1 - \xi \left(\frac{55\sqrt{3}}{24} - \mathbf{S} \cdot \mathbf{b} \right) \right]. \quad (7.20)$$

Так как импульс отдачи от излучения фотона, в основном, продольный, то мы можем записать

$$\mathbf{n}' = \left(\dot{\mathbf{p}} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \right) \mathbf{n} \simeq \left(\mathbf{F}_r \cdot \frac{\partial \gamma}{\partial \mathbf{p}} \right) \frac{d\mathbf{n}}{d\gamma} = (\mathbf{F}_r \cdot \mathbf{V}) \frac{\mathbf{d}}{\gamma m}.$$

Как мы видим из 7.20, отклонение $\Delta \mathbf{n}$, вследствие действия силы торможения, зависит от проекции $\mathbf{S} \cdot \mathbf{b}$. Рис.7.6 демонстрирует, что этот эффект не симметричен по отношению к \mathbf{n}_0 . В результате многих вращений спина \mathbf{S} вокруг синхронно качающегося вектора \mathbf{n} они оба затухают к \mathbf{n}_0 .

Аналогично 7.13, усредняя последнее выражение по фазе спиновой прецессии и вдоль равновесной орбиты, получим уравнение для, так называемой, кинетической поляризации:

$$(S'_n)_{F_r} = (\mathbf{S} \cdot \mathbf{n}') \simeq -q^5 \gamma^2 \langle |\mathbf{B}|^3 (\mathbf{b} \cdot \mathbf{d}) \rangle_\theta \cdot S_\perp^2. \quad (7.21)$$

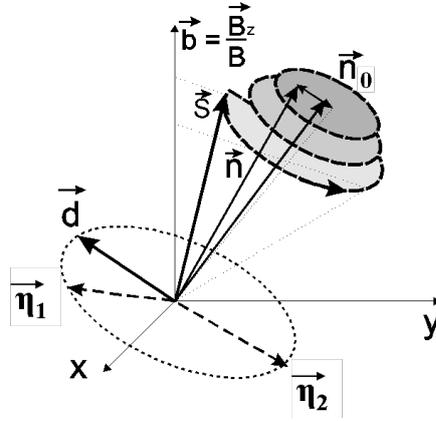


Рис. 7.6: Кинетическая поляризация.

Так как все три обсуждаемых радиационных эффекта (поляризация Соколова-Тернова, кинетическая поляризация и стохастическая деполяризация), действуют независимо и одновременно, объединим их в одном уравнении:

$$(S'_n) = \alpha_- S_\perp^2 - \alpha_+ S_n, \quad (7.22)$$

которое содержит поляризующий ($\sim \alpha_-$) и деполяризующий ($\sim \alpha_+$) механизмы. Суммарное действие приводит к выстраиванию спинов вдоль \mathbf{n}_0 к равновесной степени поляризации $\zeta_{eq} = \alpha_-/\alpha_+$ с характерным временем $\tau = \alpha_+^{-1}$.

Приведенное рассмотрение ни в коей мере не претендует на сколько-нибудь серьезное описание влияния излучения на движение спина. Скорее, это есть простейшая иллюстрация происходящих процессов. Последовательное исследование спин-радиационных эффектов в квази-классическом приближении в реальных неоднородных полях ускорителей было проведено А.М.Кондратенко и Я.С.Дербеневым в работе [97]. Они получили уравнение для процесса само-поляризации электронов и позитронов, аналогичное 7.22, с величинами α_- и α_+ , даваемых следующими выражениями:

$$\begin{aligned}\alpha_- &= q_0^5 \gamma^2 \langle |\mathbf{B}|^3 \mathbf{b} \cdot (\mathbf{n}_- - \mathbf{d}) \rangle_\theta \\ \alpha_+ &= \frac{5\sqrt{3}}{8} q_0^5 \gamma^2 \langle |\mathbf{B}|^3 \left[1 - \frac{2}{9}(\mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{V}) + \frac{11}{18} \mathbf{d}^2 \right] \rangle_\theta.\end{aligned}\quad (7.23)$$

Эта, называемая в литературе, ДК-формула успешно прошла проверку на многих накопителях в широком диапазоне энергий, правда, в подавляющем числе случаев речь идет о поперечной поляризации. Достижимая степень поляризации при этом определяется функцией спин-орбитальной связи $\mathbf{d} = \gamma \frac{d\mathbf{n}}{dy}$.

Выше мы уже обсуждали трудности, возникающие при аналитическом вычислении этой величины даже в простом случае плоской машины со слабыми возмущениями. Нужен был алгоритм для компьютерной программы, рассчитывающей спин-орбитальную связь при заданных возмущениях.

В 1981 году появилась первая такая программа SLIM, написанная A.Chao. [124] Программа SLIM успешно применялась на многих установках для расчета спин-орбитальной связи в линейном приближении. Алгоритм этой программы основан на трехмерном расчете движения частиц и спинов с линейными отклонениями от \mathbf{R}_0 и \mathbf{n}_0 . Для этого к обычному орбитальному 6-ти вектору добавлены две спиновые, перпендикулярные к \mathbf{n} , компоненты α, β ($\mathbf{S} \approx \mathbf{n} + \alpha \mathbf{m} + \beta \mathbf{l}$). Однооборотная транспортная 8×8 матрица $T(\theta)$ содержит произвольные магнитные и электрические поля на замкнутой орбите и поля, возникающие при отклонении от оной в секстиполях, нормальных и скью-квадруполях. При расчете находятся собственные числа λ_k и собственные вектора $E_k(\theta)$ этой матрицы на реальной (возмущенной) орбите $k = \pm I, \pm II, \pm III, \pm IV$. Для расчета спин-орбитальной связи $\mathbf{d} = \gamma \frac{d\mathbf{n}}{dy}$ задается возмущенный вектор $\partial X^T = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \Delta E/E \ 0 \ 0)$, который раскладывается по собственным векторам матрицы T , откуда находятся новые $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$, из которых и получается искомая величина $\mathbf{d}(\theta)$.

Программа SLIM очень близка к идее, реализованной в алгоритме ASPIRRIN. Обе программы рассматривают линейное движения частиц и спинов. Однако, имеются существенные различия, связанные с начальной постановкой вопроса. Основное

уравнение в ASPIRRIN использует 4×4 транспортную матрицу орбитального движения, отвечающую за движение на равновесной орбите. Все спиновые возмущения по аналогии с орбитальным движением вынесены в неоднородный член уравнения 3.46. В итоге, ASPIRRIN находит периодические функции спинового отклика (являющиеся аналогами оптических функций для бетатронных колебаний), через которые аналитически описываются все линейные спиновые резонансы. При этом считается, что резонансы с синхротронными колебаниями легко находятся, если нам известна сила основного резонанса (3.3.2).

Так как алгоритм SLIM включает все орбитальные и спиновые компоненты вместе со всеми их возмущениями, то первоначально необходимо выписать 8×8 транспортную матрицу. Общее решение находится, в итоге, на возмущенной орбите. Для нахождения спинового отклика требуется задание начального возмущения и, затем, повторное решение начального уравнения. Из сравнения двух решений и находится спиновый отклик, в основном, $\gamma \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial y}$, который затем используется для вычисления равновесной поляризации в соответствии с уравнением 7.23. Единственным преимуществом SLIM можно считать учет продольного движения, что, автоматически, приводит к вычислению боковых спиновых резонансов с синхротронной частотой.

В настоящее время, существует целый ряд программ, использующих много оборотный трекинг частиц и спинов. Этот подход хорошо себя показал для расчета ускорения протонов. Однако, для электронов даже современные компьютеры не в силах учесть всех тонкостей трехмерного движения частиц и их спинов, связанных с диффузией из-за квантовых флуктуаций синхротронного излучения.

7.3 Экспериментальное изучение радиационной поляризации.

Первое наблюдение радиационной поляризации было осуществлено за несколько лет до появления ДК-формулы 7.23. В 1970 году практически одновременно группы в Орсе на накопителе АСО при энергии $E = 540$ МэВ [103] и в Новосибирске на ВЭПП-2 при энергии $E = 643$ МэВ. [106] подтвердили существование эффекта самополяризации в реальных условиях колец с неоднородным полем. За прошедшие с тех пор годы этот эффект наблюдался и изучался на многих установках на энергии от 0.5 ГэВ до 50 ГэВ. Каждое такое измерение потребовало несколько лет работы больших коллективов физиков. В рамках настоящего обзора, вообще говоря, невозможно рассказать о всех достижениях на этом пути длиной более 40 лет. Постараемся осветить ключевые, по мнению автора, моменты.

При обсуждении радиационной поляризации полезно представить характерное время процесса τ_p (без учета деполяризующих факторов) в практических единицах:

$$\tau_p(\text{час}) = \left[\frac{5\sqrt{3}}{8} q^5 \gamma^2 \langle |\mathbf{B}|^3 (\mathbf{b} \cdot \mathbf{n}) \rangle_\theta \right]^{-1} \approx \frac{R/\rho}{[B(\text{T})]^3 [E(\text{ГэВ})]^2}. \quad (7.24)$$

Для параметров накопителя АСО получаем $\tau_p \approx 2.7$ часа и $\tau_r \approx 1$ час для ВЭПП-2. Эти времена уже превышают время жизни интенсивных пучков на этих установках, поэтому требовалась какая-то оценка влияния деполяризующих резонансов в реальных условиях.

7.3.1 Эксперимент на ВЭПП-2

Установка ВЭПП-2 [104] изначально строилась для доказательства возможности встречных электрон-позитронных пучков, что еще в начале 60-х годов казалось не очень реальным делом. Однако, уже в 1967 на ВЭПП-2 были проведены реальные измерения рождения ρ -мезонов при e^+e^- аннигиляции. [105]

ВЭПП-2 был слабо фокусирующим кольцом с максимальной энергией пучков $E = 700$ МэВ. Два из четырех промежутков (60 см каждый) были заняты детектором, ускоряющим резонатором; в два других производилась инжекция частиц: на энергии 120 МэВ e^+ и 250 МэВ e^- .

В Приложении С рассмотрены несколько способов поляриметрии для электрон-позитронных накопителей. Очевидно, самым простым является использование эффекта внутреннего рассеяния (ЭВР) частиц при бетатронных колебаниях в сгустке. К счастью, для регистрации событий ЭВР на ВЭПП-2 не потребовалось даже устройства специальных счетчиков. На Рис.?? показана схема регистрации, для которой использовались два сцинтилляционных счетчика с ФЭУ, расположенных в противоположных промежутках. Обычно эти счетчики применялись для измерения светимости по упругому рассеянию электронов и позитронов на малые углы.

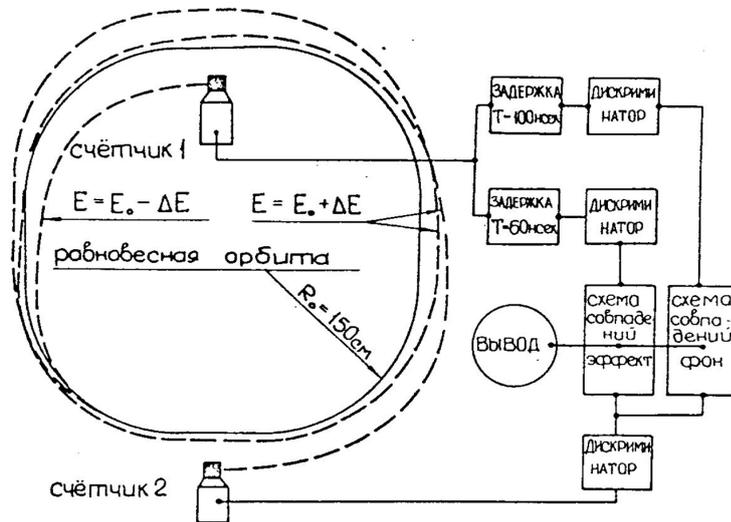


Рис. 7.7: Регистрация ЭВР на ВЭПП-2.

Геометрическое расположение счетчиков обеспечивало регистрацию рассеянных электронов с отклонением по импульсу $\Delta P/P = \eta \geq 0.02$. Если один электрон вскоре после рассеяния попадал на внутренний счетчик, то второй, вследствие набега бетатронной фазы, достигал наружного счетчика через 1.5 оборота.

При максимальной энергии накопителя, где самое быстрое время радиационной поляризации, радиальный средне-квадратичный поперечный импульс в пучке равнялся $\sigma_q \simeq 1.5$. При названных параметрах вклад вертикальной поляризации для плоского пучка составляет $\Delta_z = 0.04$. Таким образом, скорость счета ЭВР дается выражением:

$$\dot{N} \sim \frac{I_-^2}{\sigma_x \sigma_z \sigma_y} (1 - 0.04 \zeta^2). \quad (7.25)$$

Оценка скорости счета при токе пучка $I_- = 40$ мА дает $\dot{N} \simeq 500$ гц.

Сравнительно малая чувствительность Тушек эффекта к поляризации пучка изначально поставила вопрос об оценке деполяризующих факторов. Для такой оценки ВЭПП-2 можно считать круглой машиной со спиновым возмущением в виде точечного повернутого квадрупольа $g(\theta) = g \cdot \delta(\theta = 0)$. Таким образом, требуется оценить по известным формулам (3.26-3.30) величины резонансных гармоник с выбранным возмущением; найти время стохастической деполяризации на резонансах по формуле 7.7 и, зная его поведение на склонах резонансов, "нарисовать" полную картину спиновых резонансов.

В выбранной модели резонансные гармоники спин-бетатронных резонансов при параметрах ВЭПП-2 примерно равны друг другу и составляют величину $w_{x,z} \sim 2 \cdot 10^{-4}$. Разбросы δw_k находятся из средне-квадратичных размеров. Например, для резонансов $\nu_0 = \nu_x \pm k$ из А.11 находим $\sigma_w^2 \sim \nu_0^2 g^2 \sigma_x^2$. Разброс спиновых частот σ_ε в реальных условиях накопителя ВЭПП-2 определялся шумами в системе питания поворотных магнитов, которые оценивались как $(\Delta B/B) \sim 10^{-4}$.

В модели с одним скью-квадруполем целый резонанс $\nu_0 = 1$, вследствие амплитудной модуляции синротронными колебаниями, будет иметь две линии с амплитудами

$$|w_{1+\nu_s}| = |w_{1-\nu_s}| \sim g\psi \frac{\Delta y}{\gamma} \sim 10^{-4}.$$

На основании выше сказанного была проведена численная оценка возможности получения радиационной поляризации на ВЭПП-2, результат которой представлен на Рис.7.8. Время деполяризации на основных резонансах достигает своей минимальной величины $(\tau_d)_{min} \sim \tau_0$. На Рис.7.8 приведена также кривая времени радиационной поляризации τ_p^{-1} .

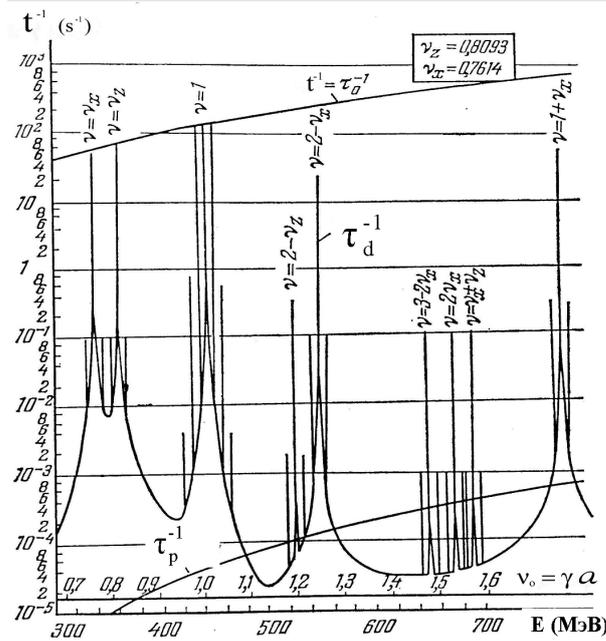


Рис. 7.8: Спиновые резонансы на ВЭПП-2.

Кроме основных резонансов на Рис.7.8 показаны также боковые резонансы, вычисленные по формуле 3.37, и три нелинейных резонанса второго порядка, оцененных из величин линейных гармоник согласно $w_2 \sim w_1 \cdot (a/R_0)^2$, где a -апертура. Из сравнения τ_p^{-1} и τ_d^{-1} видно, что получение поляризации возможно далеко не в каждой точке по энергии. А там, где это доступно, конечная степень поляризации будет меньше теоретически достижимой $\zeta_0 = \frac{8}{5\sqrt{3}} = 0.924$:

$$\zeta_f = \zeta_0 \frac{\tau_d}{\tau_d + \tau_p}.$$

Для увеличения степени поляризации предпринимались усилия по подавлению связи колебаний. В результате было достигнуто значение $g \approx 0.1$, которое и заложено в расчет.

На основании проведенного анализа для радиационной поляризации была выбрана энергия $E \approx 640$ МэВ. Как показали первые измерения ЭВР, при нормировке скорости счета на квадрат тока пучка \dot{N}/I^2 зависимость эффекта от времени помимо во много раз превышает ожидаемый вклад от поляризации. Размеры зависят от тока пучка и точность их измерения, особенно продольного и вертикального размеров, совершенно недостаточна для нормировки скорости счета на объем сгустка. В этих условиях принципиальную роль сыграла идея, по аналогии с ЯМР, применить ВЧ-поле для быстрой деполяризации пучка. Реально в деполяризаторе использовалось

продольное магнитное поле $\vec{B}_y \approx 10$ Гаусс с резонансной частотой

$$f_d = f_0(\nu_0 - 1), \quad (7.26)$$

здесь f_0 - частота обращения частиц.

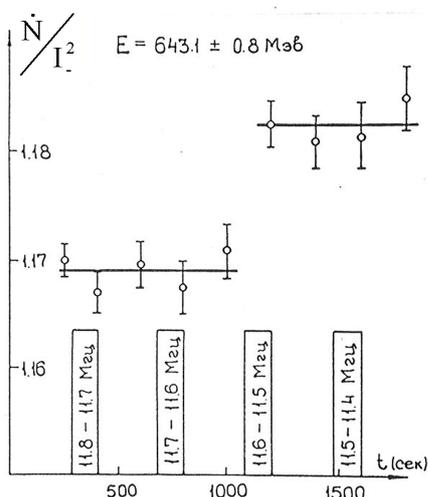


Рис. 7.9: Измерение поляризации на ВЭПП-2.

Измерение поляризации проводилось следующим образом: электронный ток $I \approx 100$ mA выдерживался при заданной энергии в течении 2-х часов; набиралась статистика ЭВР (несколько циклов по 200 секунд), включалось ВЧ поле в некотором интервале частот, снова набиралась статистика и опять включался деполяризатор уже в следующем частотном диапазоне. Всего делалось пять шагов по частоте с заполнением шумовым спектром в каждом измерении. Поведение нормированной скорости счета через 2 часа с момента начала захода показано на Рис.7.9. Скачок скорости счета, связанный с быстрой деполяризацией пучка составляет $\approx 1.1\%$, что соответствует степени поляризации $\zeta_f = 0.52 \pm 0.13$.

Аналогичные измерения были осуществлены еще в четырех точках по энергии, в которых частота деполяризации линейно изменялась. Были проведены также циклы измерений без включения ВЧ поля и с включением в заведомо другом месте по частоте. При этом скачков скорости счета не наблюдалось.

Измеренная степень поляризации на ВЭПП-2 согласуется в пределах ошибки с ожидаемым значением. Но главная причина низкой поляризации связана с большими размерами пучка на слабо фокусирующем накопителе ВЭПП-2. Косвенным доказательством этого предположения является аналогичный эксперимент на накопителе АСО, где радиальный фазовый объем пучка был более чем на порядок меньше. Измеренная на АСО степень радиационной поляризации была близка к максимальной. [103]

Поскольку частота прецессии спина пропорциональна энергии частицы, а магнитная аномалия электрона хорошо известна (см. Талицу 1), то показанная на Рис.7.9 резонансная деполяризация одновременно является измерением энергии частиц $E = 643.1 \pm 0.8$ МэВ. Этот результат положил начало целому циклу метрологических экспериментов по прецизионному измерению масс частиц, рождающихся на установках со встречными пучками. Сами эти эксперименты мы обсудим позднее.

7.3.2 Спин и высокочастотное поле.

Рассмотрим подробнее применение ВЧ полей для быстрой деполяризации и не только, которые нашли активное применение в работе с поляризованными пучками. Ясно, что искусственная резонансная гармоника, создаваемая ВЧ полем должна лежать в плоскости, перпендикулярной оси прецессии \mathbf{n} . В случае плоской машины это может быть высоко-частотный соленоид или магнит с радиальным переменным полем. Такие устройства занимают короткий участок орбиты $\Delta l \ll L$. Считая их δ -функцией, получаем спектр возбуждаемых частот, которые могут быть резонансными со спином: $\nu_0 = \nu_d \pm k$ (к-целое).

Величины резонансных гармоник получаем из 3.30 для продольного поля

$$w_k = -i(1 + a)\tilde{K}_y \frac{\Delta l}{2L} \quad (7.27)$$

и из 3.31 для ВЧ магнита с радиальным полем

$$w_k = \nu_0 \tilde{K}_x F_{\nu=\nu_0}(\theta) \frac{\Delta l}{2L}. \quad (7.28)$$

Вместо радиального магнитного поля можно применять вертикальное электрическое ВЧ поле, резонансная гармоника которого с точностью $1/\gamma$ будет даваться предыдущей формулой.

В эксперименте на ВЭПП-2 для деполяризации использовался высокочастотная катушка, создающая продольное поле с амплитудой 30 Гаусс, что соответствует $w_k \simeq 10^{-4}$. Частота ВЧ генератора модулировалась низкочастотным шумом с дивижией около ± 50 КГц ($\Delta\varepsilon \simeq 1 \cdot 10^{-3}$). При таких параметрах спин только малую долю времени находится в резонансной зоне $\varepsilon \sim w_k \ll \Delta\varepsilon$. Т.е. мы имеем случай многократных быстрых пересечений резонанса, который был рассмотрен в работе [94]. Если частота модуляции $f_m \sim \tau_0^{-1}$, то вследствие квантовых флуктуаций СИ спин "забывает" свою фазу между двумя прохождениями и время деполяризации дается формулой:

$$\tau_d = \frac{\Delta\varepsilon}{\pi w_k^2}. \quad (7.29)$$

Отсюда, для ВЭПП-2 находим $\tau_d \simeq 2 \cdot 10^7$ оборотов частиц или ~ 1 секунды. При таких параметрах деполяризатора точность измерения энергии $\sim 10^{-3}$. Однако этот

метод абсолютного измерения энергии, получивший название метод резонансной поляризации, обладает гораздо большими потенциальными возможностями. С одной стороны это обусловлено высочайшей точностью знания магнитной аномалии электронов и позитронов $\sim 10^{-10}$, а с другой стороны, динамикой частиц и их спинов в накопителе.

В параграфе 3.3.2 было показано, что в присутствии синхротронных колебаний, частота которых обычно мала $\nu_s \sim 10^{-2} \div 10^{-3}$, в спектре спиновых частот появляются полосы боковых резонансов: $\nu_0 = k \pm \nu_d \pm m\nu_s$. Модифицированный спектр частот описывается формулой 3.3б: $|w_k^m| = |w_k| J_m(\kappa)$. Как правило, для протонных и электронных ускорителей индекс модуляции $\kappa = \Delta/\nu_s \ll 1$. Важно подчеркнуть, что боковые резонансы не перекрываются $w_k^m \ll \nu_s$; центральная линия спектра соответствует средней энергии частиц и ее ширина есть разброс спиновых частот $\sigma_\nu \sim (\Delta\gamma/\gamma)^2$.

При излучении кванта СИ амплитуды всего спектра испытывают скачки $\delta w_k^m = w_k J'_m \nu_0/\nu_s \delta(\Delta\gamma)/\gamma$. Предполагая распределении частиц в продольном фазовом пространстве гауссовским, найдем среднее по пучку от квадрата силы центрального резонанса $\bar{w}_k^0 \equiv w$ и ее средне-квадратичное отклонение σ_w :

$$w^2 = w_k^2 I_0(\chi) e^{-\chi}; \quad \sigma_w^2 = w_k^2 \frac{\chi}{2} I_1(\chi) e^{-\chi}, \quad (7.30)$$

где I_0, I_1 - модифицированные функции Бесселя от аргумента $\chi = (\nu_0/\nu_s) \sigma_E$; ($\sigma_E^2 = (\Delta\gamma/\gamma)^2$).

Рассмотрим теперь движение спина в резонансной системе центральной линии спектра, где спин прецессирует вокруг направления $\mathbf{h} = \varepsilon \mathbf{e}_z + w \mathbf{e}_r$. В этой системе спиновая диффузия определяется временем деполяризации 7.7. Затем будем изменять частоту ВЧ поля от $-\varepsilon_0$ до ε_0 при условии $w \ll \varepsilon_0 < \nu_s$, так чтобы даже в резонансной зоне выполнялось условие адиабатического пересечения резонанса, т.е. набор спиновой фазы $\Delta\phi = \int h(\theta) d\theta \simeq |w_k|^2/\dot{\varepsilon} \gg 1$. В этих условиях поляризации пучка будет изменяться динамически, вследствие формулы 4.1, и, по ходу дела, испытывать стохастическую деполяризацию:

$$\zeta(t) = \zeta(0) \cdot \int_0^t e^{-\frac{t}{\tau_d}} dt$$

С таким подходом численно найдем, для примера, поляризацию после однократного прохождения резонанса при различных величинах w и $\dot{\varepsilon}$, используя типичные параметры некоего условного накопителя с энергией 1 ГэВ.

Начальная поляризация всегда $\zeta(0) = 1$. На Рис.?? показаны результаты вычислений степени поляризации $\zeta(t)$ при линейном изменении расстройки $\varepsilon(t)$ для двух наборов исходных данных. На рисунке *a*) фиксирована скорость сканирования частотой $\bar{\varepsilon} \cdot f_0 = 400$ гц в секунду. При этом красная кривая соответствует $w = 1 \cdot 10^{-5}$; $\sigma_\varepsilon = 3 \cdot 10^{-7}$, синяя кривая - $w = 4 \cdot 10^{-5}$; $\sigma_\varepsilon = 3 \cdot 10^{-6}$ и розовая

- $w = 1 \cdot 10^{-4}$; $\sigma_\varepsilon = 3 \cdot 10^{-6}$. Эти результаты показывают влияние стохастической деполяризации при перевороте спина ВЧ полем даже при увеличении резонансной гармоники на порядок.

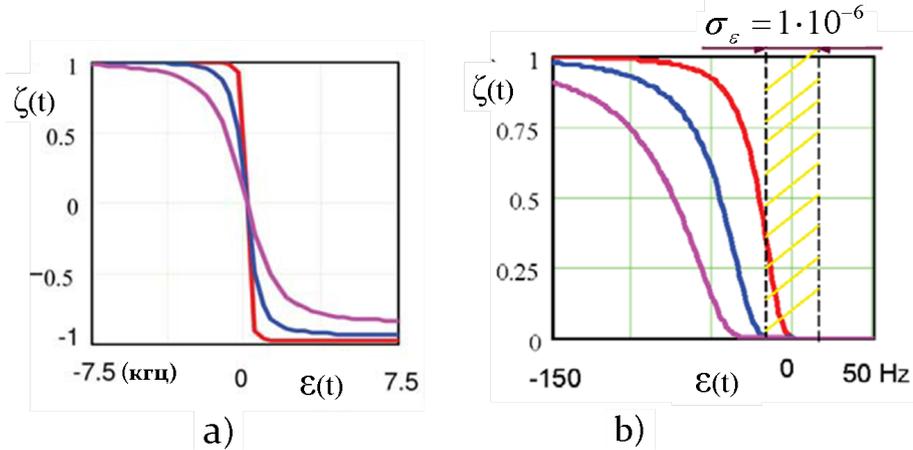


Рис. 7.10: Переворот спина и резонансная деполяризация ВЧ полем.

На соседнем рисунке *b*) представлена обратная ситуация, когда фиксированы разброс спиновых частот $\sigma_\varepsilon = 1 \cdot 10^{-6}$ и скорость сканирования $\bar{\varepsilon} \cdot f_0 = 2$ гц в секунду, а варьируется амплитуда резонанса. Здесь розовая кривая соответствует $w = 1 \cdot 10^{-6}$, синяя - $w = 5 \cdot 10^{-7}$ и красная - $w = 5 \cdot 10^{-7}$. Видно, что при уменьшении амплитуды ВЧ поля резонансная деполяризация способна определить среднюю частоту прецессии с точностью до разброса спиновых частот.

Оба варианта использования высокочастотных полей были доведены до регулярного практического применения на накопителе ВЭПП-2М как в режиме деполяризатора, так и в качестве флиппера. Но прежде, чем перейти к результатам этого накопителя, кратко коснемся особенностей влияния ВЧ устройств на спин в ускорителях тяжелых частиц. [108] Процедура переворота спинов протонов и дейтронов выглядит много более легкой задачей из-за отсутствия электромагнитного излучения и связанных с ним квантовых флуктуаций. Вследствие этого амплитуда ВЧ поля может быть существенно меньше. Ограничением в этом случае будут являться шумы в питании поворотных магнитов и в ускоряющей системе, которые модулируют отстройку ε . Флуктуации амплитуды флиппера (деполяризатора) являются источником шума для w_k . Эти эффекты легко оценить, если нам известна спектральная плотность шумов в каждом источнике:

$$\mathfrak{P}(\omega) = \int \hat{f}(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau; \quad \hat{f}(\tau) = \frac{1}{T} \int x(t)x(t-\tau)dt, \quad (7.31)$$

где $\hat{f}(\tau)$ есть корреляционная функция шума. Тогда, для идеального осциллятора, каким является спин, получим требуемые средне-квадратичное значение и скорость

диффузии:

$$\langle x^2 \rangle = \int_0^\infty \mathfrak{F}(\omega) d\omega; \quad \frac{d\bar{x}^2}{dt} \cong \mathfrak{F}(\omega_c). \quad (7.32)$$

Используя эти величины мы можем написать формулу для времени деполяризации τ_d , аналогичную 7.7, и рассчитать потери поляризации при ее перевероте ВЧ полем ($\zeta(t) = \zeta(0) \cdot \int_0^t e^{-\frac{t}{\tau_d}} dt$). При этом $\omega_c = h(t) = \sqrt{w^2(t) + \varepsilon^2(t)}$ есть частота прецессии спина в резонансной системе в момент "t".

7.4 Радиационная поляризация на ВЭПП-2М.

Эксперименты по радиационной поляризации на ВЭПП-2 были прерваны в 1970 году в связи со строительством установки ВЭПП-2М - накопителя следующего поколения с той же максимальной энергией 700 МэВ. [107] На Рис.7.11 показана схема комплекса ВЭПП-2М, который состоит из линейного ускорителя ИЛУ (МэВ), синхротрона Б-3М (250 МэВ), бустерного накопителя БЭП (800 МэВ), транспортных каналов и кольца со встречными $e^+ e^-$ пучками ВЭПП=2М. Две короткофокусные литиевые линзы использовались для фокусировки электронов из синхротрона на мишень и сбора позитронов перед инъекцией в бустер на энергии 120 МэВ. Первоначально в качестве бустера использовалось кольцо ВЭПП-2, на месте которого впоследствии был сооружен БЭП с большим аксептансом. В целом, система $e^+ e^-$ конверсии обеспечивала скорость накопления позитронов ~ 4 мА в минуту. Накопитель ВЭПП=2М имел два места встречи, в которых за время его существования 1974-2000 гг. работало несколько поколений различных детекторов.

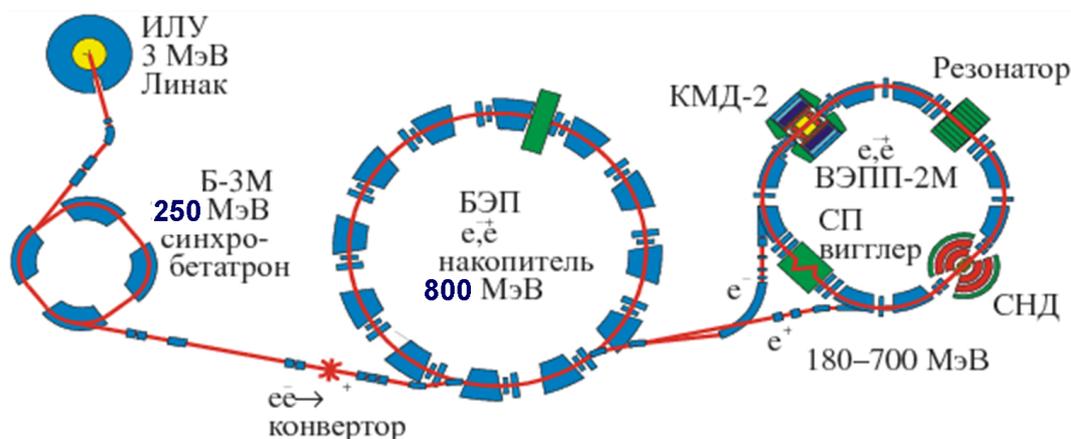


Рис. 7.11: Схема комплекса ВЭПП-2М.

После обнаружения поляризации на ВЭПП-2 естественно было продолжить изучение этого явления на новом накопителе. Для измерений поляризации пучков элек-

тронов и позитронов, в основном, использовалось упругое рассеяние частиц внутри сгустков. Схема поляриметра приведена на Рис.7.12.

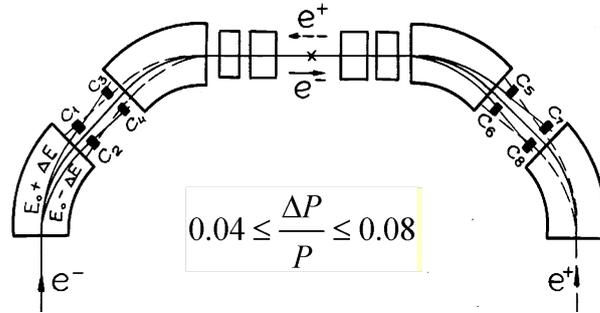


Рис. 7.12: ЭВР поляриметр на ВЭПП-2М

Частицы, претерпевшие рассеяние вдоль экспериментальных промежутков, разводились в противоположные стороны последующим дипольным магнитом и регистрировались на совпадение сцинтилляционными счетчиками в двух технических промежутках по обе стороны одного из мест встречи. Счетчики "видели" частицы с отклонением по импульсу в диапазоне $0.04 \leq (\Delta P)/p \leq 0.08$. Симметричное расположение счетчиков позволяло регистрировать электроны и позитроны, причем из нескольких сгустков. Скорость счета событий ЭВР и вклад поляризации зависят от энергии пучков. Например, для энергии 500 МэВ расчет этих величин согласно формулам С.13, С.14 и С.15 давал следующее численное выражение, определяющее скорость счета в Гц и чувствительность поляриметра к ζ^2 :

$$\dot{N} \approx 10 \cdot I^2 (1 - 0.1 \zeta^2), \quad (7.33)$$

здесь I ток пучка в мА.

Ясно, что нормированная скорость ЭВР при каждой данной энергии будет зависеть от качества подавления связи, которая, как мы знаем, определяет вертикальный размер пучка. При увеличении энергии падает как скорость счета $\dot{N}/I^2 \sim 1/\gamma^3$, так и вклад поляризации $\Delta_i \sim 1/\gamma$ (см. Рис.??).

Одним из первых измерений на ВЭПП-2М был эксперимент по наблюдению процесса радиационной поляризации. Результат этого эксперимента, проведенного на энергии $E=625$ МэВ, представлен на Рис.7.13.

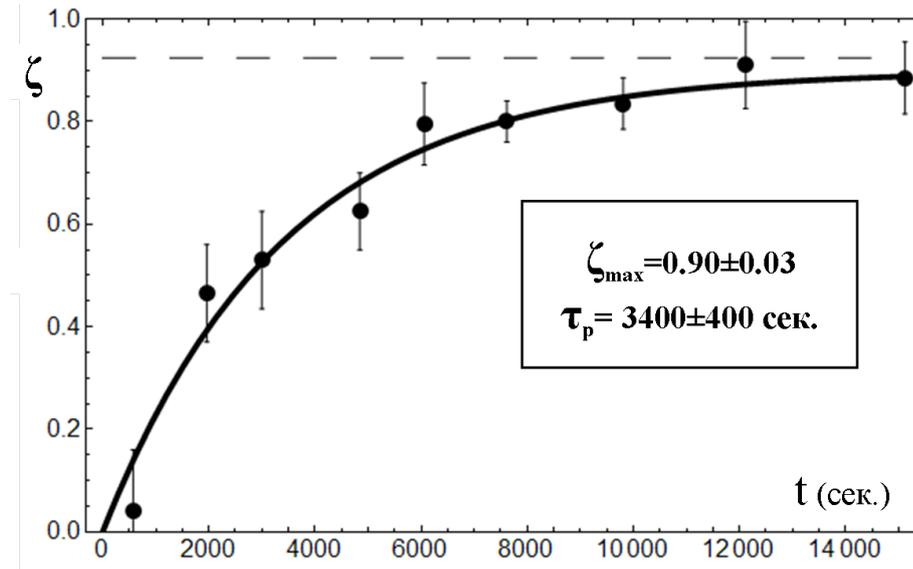


Рис. 7.13: Процесс нарастания поляризации во времени.

Наблюдение эффекта само-поляризации осуществлялось в нескольких заходах с измерением степени поляризации по скачку скорости счета ЭВР при резонансной деполяризации в разные моменты времени. Предельная степень поляризации $\zeta_{\max} = \zeta_f = 0.90 \pm 0.03$ согласуется с $\zeta_0 = \frac{5\sqrt{3}}{8} = 0.924$, что свидетельствует о малой величине спин-орбитальной связи.

Это измерение процесса поляризации на энергии 625 МэВ, показало хорошее согласие с предварительно проведенным расчетом отношения τ_p/τ_d . Первоначально, до появления формулы 7.23 расчет деполяризирующего действия спиновых резонансов для ВЭПП-2М по той же схеме, что и для ВЭПП-2. В качестве спинового возмущения использовалась модель со скью-квадрупольем в виде δ -функции. Сила этой повернутой линзы задавалась из измерений ширины резонанса связи. Электронно-оптическая схема ВЭПП-2М была далека от понятия "круглой" машины, поэтому для численных расчетов спин-орбитальных интегралов (3.27, 3.30, 3.31) был написан специальный компьютерный код DEPSKEW, который, по-видимому, являлся первой программой для расчета деполяризирующих эффектов спиновых резонансов. Впоследствии эта программа, которая так и не была опубликована, применялась в начале спиновых экспериментов и на ВЭПП-4.

Появление программы ASPIRRIN значительно упростило процедуру вычисления спиновых резонансов. Однако, при таких расчетах всегда требуется модель кольца с какими-то возмущениями. В первую очередь, для сравнения двух программ был проведен расчет спиновых резонансов при уже "традиционном" возмущении в виде одного скью квадруполя. На Рис.7.14 приведены результаты расчета программой ASPIRRIN отношения времен τ_p/τ_d на ВЭПП-2М при разных энергиях пучка. Спи-

новые резонансы здесь вычислены для средне-квадратичных амплитуд колебаний частиц. Из рисунка видно, что радиационная поляризация на ВЭПП-2М возможна практически везде кроме узких полос резонансов. Но время поляризации $\tau_p \sim \gamma^{-5}$ делает этот процесс реальным на энергии 500 МэВ и выше.

На Рис.7.14 видны две группы спин-бетатронных резонансов. Резонансы $\nu_0 = 4 - \nu_{x,z}$ с резонансными гармониками $|w_k| \sim 10^{-4}$ и резонансы $\nu_0 = \nu_{x,z} - 2$ с амплитудой на порядок меньшей, что связано с небольшим вкладом 2-ой гармоники в электронно-оптическую схему кольца. Нужно отметить также факт выравнивания амплитуд в первой и во второй группах резонансов. Этот эффект является следствием того, что вертикальный размер пучка обязан связи колебаний $\sigma_z \sim g\sigma_x$.

Целый резонанс $\nu_0 = 1$ на этом рисунке появляется от паразитного радиального поля, способного привести к искажениям вертикальной орбиты, которые находятся на уровне точности измерений положения пучка.

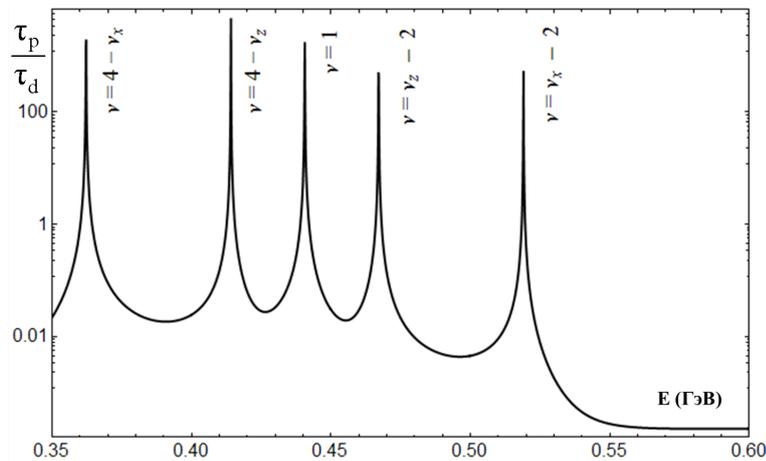
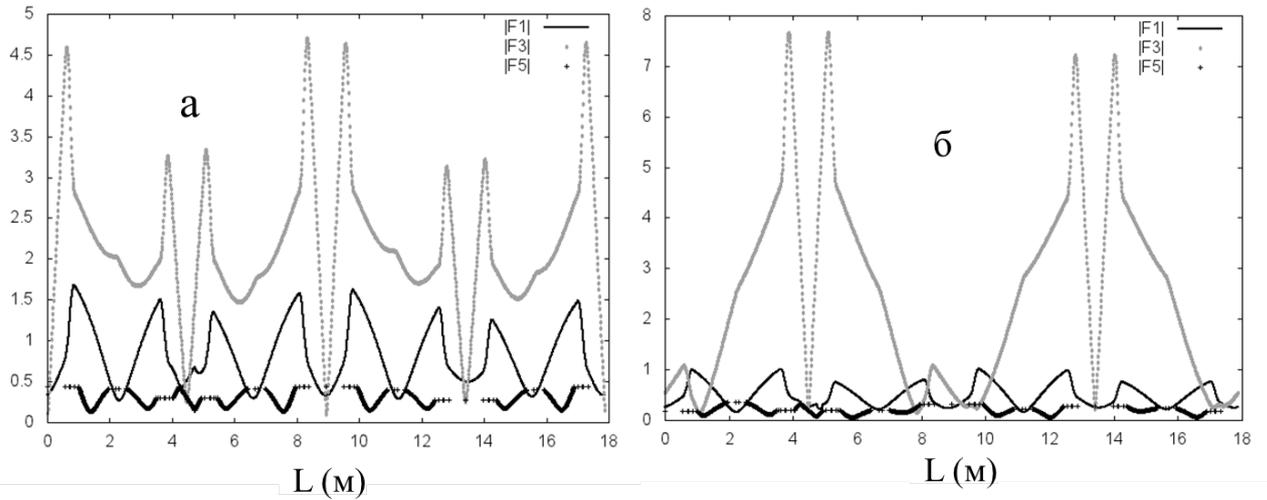


Рис. 7.14: Основные спиновые резонансы на ВЭПП-2М.

В целом, результаты программы ASPIRRIN не противоречат предварительным оценкам и экспериментальным данным. В частности, измерение процесса поляризации на энергии 625 МэВ, показало, что отношение τ_p/τ_d в этой точке составляют менее одного процента.

Более детальному пониманию эффектов деполяризации способствовало использование расчетов функций спинового отклика, что стало возможным после "изобретения" программы ASPIRRIN. Как видно из Рис.7.14 возможные на ВЭПП-2М линейные резонансы расположены в довольно узкой области вокруг целого резонанса ($E=440$ МэВ). Интересно было исследовать поведение функций спинового отклика F_1, F_3, F_5 вблизи отдельных резонансов при том же спиновом возмущении. На Рис.7.15, для примера, представлены расчеты функций отклика на энергии $E=480$ МэВ в двух режимах накопителя.

Рис. 7.15: Поведение функций отклика на ВЭПП-2М ($E=480$ МэВ).

Слева (рисунок "а"), рабочая точка находится вблизи спиновых резонансов $\nu_0 = \nu_{x,z} - 2$ и вблизи резонанса связи: $\nu_x = 3.066$; $\nu_z = 3.092$. В этом режиме видно нарастание модуля $|F_1|$, отвечающего за силу резонанса $\nu_0 = \nu_x - 2$, и заметный подъем $|F_5| \sim 1$ (нижняя кривая). На правом рисунке ("б") бетатронные частоты выбраны вне резонанса связи, так что этот режим близок к плоскому кольцу. Профиль функции $|F_3|$ практически повторяет огибающую вертикальных бетатронных колебаний f_z^2 , а $|F_5| \approx 0$.

В Главе 4 уже рассказывалось об экспериментах по прохождению спиновых резонансов на ВЭПП-2М, которые качественно подтверждали правильность численных оценок силы этих резонансов (см. Рис.4.1). Более точное количественное измерение резонансной гармоникой было проведено на резонансе $\nu_0 = \nu_z - 2$, который при энергии $E = 509.6$ МэВ должен наблюдаться при частоте вертикальных колебаний $\nu_z = 3.1565$. На Рис.7.16 показано поведение скорости счета ЭВР вблизи этого резонанса. При $\nu_z = 3.152$ поляризация предварительно поляризованного пучка сохраняется достаточно долгое время. Затем, включаются шумовые пульсации ведущего магнитного поля $\Delta B/B \approx 2 \cdot 10^{-3}$, что приводит к модуляции частоты прецессии спина и, тем самым, к уширению резонанса. Скорость счета ЭВР не изменяется. Однако быстрое изменение частоты вертикальных колебаний до $\nu_z = 3.156$ приводит к деполаризации пучка за время $\Delta t \approx 400$ секунд. Полную деполаризацию подтверждает контрольное включение деполаризатора и возвращение к частоте $\nu_z = 3.152$.

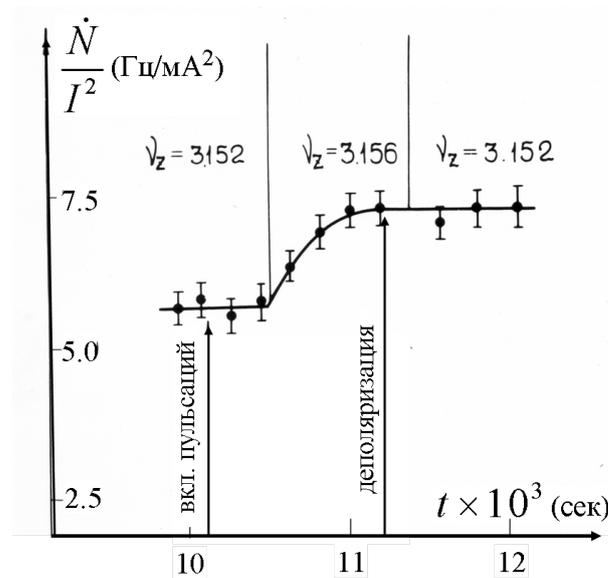


Рис. 7.16: Измерение резонансной гармоники $\nu_0 = \nu_z - 2$.

При ожидаемой силе резонанса и искусственно увеличенному разбросу $\sigma_\varepsilon \gg w_k$ мы можем воспользоваться формулой 7.29, откуда для резонанса $\nu_0 = \nu_z - 2$ получаем величину его резонансной гармоники: $w_k \approx 4 \cdot 10^{-6}$, что близко к модельной оценке программы ASPIRRIN.

Данное измерение, во-первых, наметило путь для определения, при необходимости, силы других резонансов и, во-вторых, показало, что этот резонанс не мешает, при некоторой осторожности, проведению эксперимента по прецизионному определению массы Φ -мезона, сечение рождения которого как раз имеет максимум на энергии пучков 509.6 МэВ. Мы расскажем про этот и другие прецизионные эксперименты позднее в специальной главе.

Как понятно из выше изложенного, на ВЭПП-2М широко применялся метод резонансной деполяризации. В частности его точность измерения частоты прецессии была доведена до уровня превышающего в тот момент средне мировую точность знания массы электрона $\Delta m_e/m_e = 2.7 \cdot 10^{-6}$. Из моделирования процесса деполяризации, представленного на Рис.7.10 ("b"), можно вывести "стратегию" достижения предельной точности измерения частоты прецессии спина.⁶ "Стратегия" требует в последовательных измерениях снижать от захода к заходу амплитуду деполяризатора до момента, когда деполяризация становится заметно неполной. После этого понизить в 2-3 раза скорость сканирования и снова, шаг за шагом, уменьшать величину w_k и т.д. Конечный результат одной из таких процедур на энергии 652 МэВ

⁶В начале этой процедуры следует, конечно, проверить, что деполяризация происходит на центральной линии спектра. Для этого требуется убедиться, что частота деполяризации не изменяется при снижении (увеличении) амплитуды напряжения в ускоряющем резонаторе.

показан на Рис.7.17. В этом измерении частота деполяризации изменялась со скоростью 3 Гц в секунду. Скачок нормированной скорости счета (в предположении, что время деполяризации много меньше интервала Δt набора статистики ЭВР) дает определение частоты прецессии с точностью $\Delta\Omega/\Omega \approx 5 \cdot 10^{-7}$. Величина амплитуды искусственного резонанса при этом составляла $2 \div 3 \cdot 10^{-8}$.

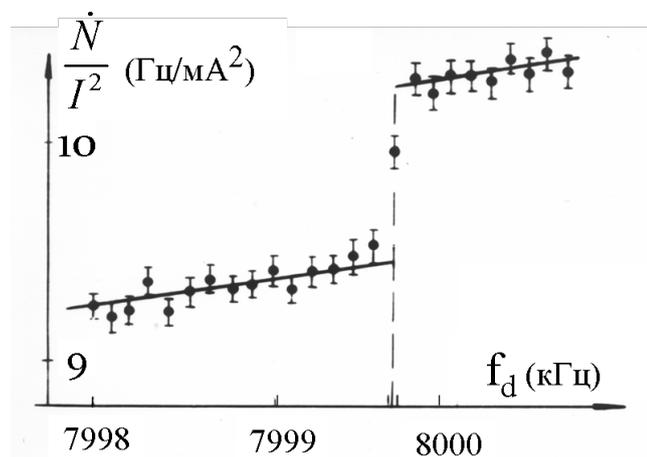


Рис. 7.17: Точное измерение частоты прецессии.

"Паразитный" наклон нормированной скорости счета, связан по-видимому, с неконтролируемым изменением малого вертикального размера пучка. Для получения более наглядной картинки иногда применялся метод двух сгустков. Второй сгусток, примерно равной интенсивности, добавлялся после поляризации первого и измерялось отношение $(\dot{N}_p - \dot{N}_0)/\dot{N}_0$. Такая нормировка, исключая систематические ошибки, применялась для измерения деполяризации при пересечении спиновых резонансов (Рис.4.1).

Как мы упоминали в параграфе 7.3.2, на ВЭПП-2М был впервые применен искусственный резонанс с продольным ВЧ полем в режиме флиппера. Амплитуда резонанса $w_k \approx 6 \cdot 10^{-5}$ создавалась катушкой, являющейся частью высоко частотного резонансного контура с добротностью ~ 200 , возбуждаемого ВЧ генератором мощностью 5 Квт. Катушка ($l \sim 0.4$ м) контура находилась в вакуумной камере накопителя и создавала поле ~ 100 Гс. Потеря степени поляризации при ее перевороте таким флиппером на энергии 652 МэВ, согласно моделирования, не должна превышать $\approx 1 \div 2 \%$. ВЧ генератор включался на 2 секунды, в течение которых частота генератора изменялась от 7990 кГц до 8010 кГц.

Результат одной демонстрации аддиабатического переворота поляризации приведен на Рис.7.18. [109] Первоначально пучок поляризовался в течение 2-х часов. За это время поляризация (согласно 7.23 при $|\mathbf{d}| = 0$) должна достичь значения $\zeta \approx 0.85$. С этого момента начинались измерения скорости счета ЭВР, которые продолжались

еще в течении $t > 3\tau_p$. В момент " $t = 0$ " включался флиппер. Поскольку вклад поляризации пропорционален ζ^2 , то изменение знака поляризации ЭВР поляриметр не различает.

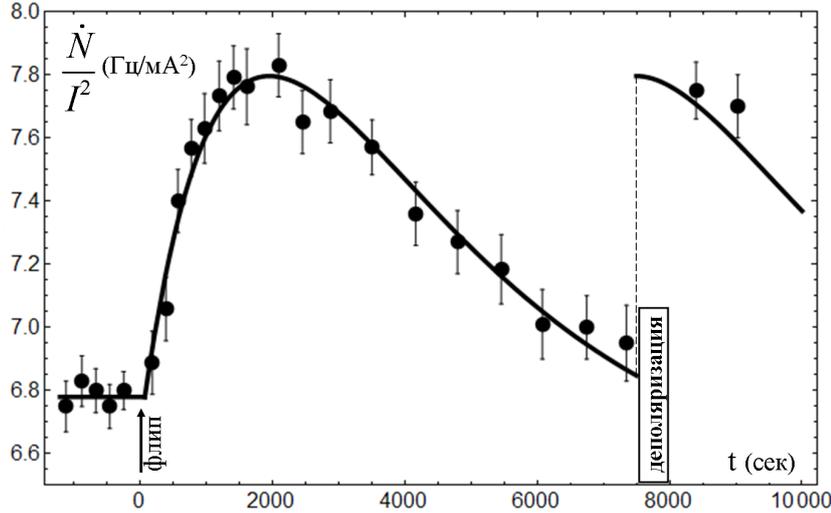


Рис. 7.18: Адиабатический переворот поляризации ВЧ флиппером.

Однако, дальнейшее поведение скорости счета прекрасно отражает процесс радиационной поляризации, который начался в момент " $t = 0$ " с начальным значением поляризации $\zeta(t = 0) = \zeta_1$, которая далее изменяется по закону:

$$\zeta = \zeta_0 - (\zeta_0 - \zeta_1) e^{-\frac{t}{\tau_p}}. \quad (7.34)$$

Обработка экспериментальных точек с такой аналитической зависимостью дает следующие результаты: $\zeta_1 = -0.85 \pm 0.02$; $\tau_p = 3000 \pm 200$ секунд.

Через 8000 секунд поляризация насильно разрушается, вследствие чего \dot{N}/I^2 прыгает на неполяризованный уровень. К сожалению, количественно определить потерю поляризации в момент переворота из приведенных данных не представляется возможным. Можно только сказать, что эта потеря не превышает нескольких процентов.

В целом, результаты изучения процесса радиационной поляризации на ВЭПП-2М согласуются с ожиданиями, основанными на оценке деполаризующих факторов. Измеренная равновесная степень поляризации ζ_{max} на энергии 625 МэВ (Рис.7.13) и на энергии 650 МэВ (Рис.7.18) не отличается, с точностью до ошибок измерений, от $\zeta_0 = \frac{8}{5\sqrt{3}}$.

Именно на ВЭПП-2М, метод резонансной деполаризации превратился в инструмент для управления степенью и направлением поляризации пучка и стал основой метрологических экспериментов, чему позднее будет посвящена целая глава 8.

7.5 Радиационная поляризация на SPEAR.

Практически одновременно с ВЭПП-2М опыты по радиационной поляризации начались в Стенфордском университете на электрон-позитронном накопителе SPEAR. В первых измерениях поляризации на энергии $E = 2.4$ ГэВ использовался эффект внутреннего рассеяния. [110] Система регистрации ЭВР, во многом аналогичная ВЭПП-2М, регистрировала электроны с отклонением по энергии $\eta = 0.05 \div 0.2$.

При энергии 2.4 ГэВ средне квадратичный поперечный импульс $\delta p_x = 0.6$, однако увеличение энергии и размеров кольца потребовало накапливалось около 10^{11} частиц в сгустке для получения приемлемой скорости счета. В нескольких заходах наблюдалось изменение нормированной скорости счета во времени в течении 6 часов ($\tau_p = 124$ минуты). Для анализа были выбраны только 3 захода, в которых стабильность равновесной орбиты была не хуже, чем ± 0.1 мм, а бетатронные частоты не отклонялись от выбранных значений на 10^{-3} . В конце каждого захода производилась деполяризация пучка сдвигом энергии на спиновый резонанс и обратно. Суммарный результат трех выбранных заходов: $\zeta_{max} = 0.85^{+0.15}_{-0.25}$; $\tau_p = 90^{+40}_{-50}$ минут.

Существенным продвижением в изучении радиационной поляризации стало увеличение энергии пучков в SPEAR до 3.75 ГэВ, где время релаксации τ_p стало 15 минут. При такой энергии использование ЭВР для поляриметрии становится совершенно не эффективным, поэтому на SPEAR был впервые применен метод обратного Комптоновского рассеяния (ОКР) циркулярно поляризованных фотонов (см. Приложение С.1).

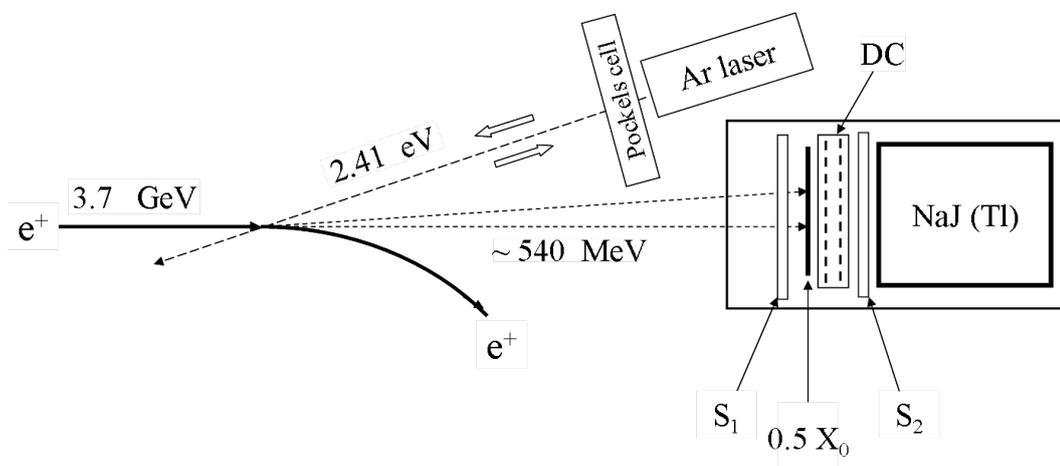


Рис. 7.19: Схема лазерного поляриметра на SPEAR.

Источником фотонов служил импульсный аргон-ионный лазер с длиной волны 514.5 нм (2.41 эВ), длительностью импульса 12-15 нсек, пиковой мощностью 80 Вт с частотой повторения $f_0 = 1.28$ МГц. На выходе лазера поляризация фотонов была

вертикальная, которая затем трансформировалась ячейкой Погкельса поочередно в правую или левую круговую поляризацию. Световой поток фокусировался на позитронный пучок под вертикальным углом 8 мрад. Схема лазерного поляриметра приведена на Рис.7.19. [111] Рассеянные γ -кванты ($\omega_{max} \approx 540$ МэВ) регистрировались детектором на расстоянии 20 метров от места взаимодействия. Координаты γ -квантов на входе детектора определялись дрейфовой камерой DC, перед которой располагался конвертор толщины в $0.5 X_0$; энергия квантов измерялась счетчиком полного поглощения (кристалл $NaJ(Tl)$); сцинтиляционные счетчики S_1, S_2 исполняли роль триггера и вето для заряженных частиц.

При типичных условиях измерений (ток пучка позитронов $I_+ = 20$ мА; средняя мощность лазера 0.5 Вт) скорость счета событий ОКР составляла $\dot{N} \sim 15$ кГц при фоне 100-200 Гц. Набор статистики осуществлялся по 2-3 минуты при каждой круговой поляризации.

Рис.7.20 представляет результат одного цикла измерений на энергии 3.6 ГэВ.

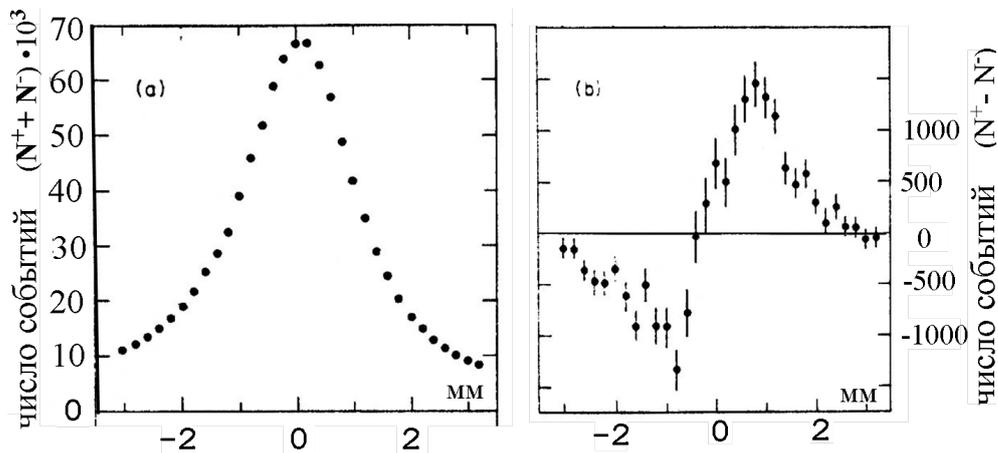


Рис. 7.20: Вертикальное распределение событий ОКР.

На рисунке справа - сумма событий с правой и левой поляризацией фотонов $N^+ + N^-$; слева - разность $N^+ - N^-$. Для получения из этих данных степени поляризации пучка необходимо знать анализирующую способность поляриметра. Расчет этой величины на основе формул С.2 для поперечной поляризации пучка с учетом некоторой систематической неопределенности давал значение 2.5 - 3 процента. Окончательно чувствительность поляриметра была определена в наблюдении процесса радиационной поляризации. Быстродействие ОКР поляриметра оказалось достаточно для того чтобы проследить процесс выстраивания спинов во времени на нескольких энергиях 2.82, 3.26 и 3.7 ГэВ. На Рис.7.21 показано измерение асимметрии "вверх-вниз" $A_{\perp} = (N_+ - N_-)/(N_+ + N_-)$ на энергии 3.7 ГэВ.

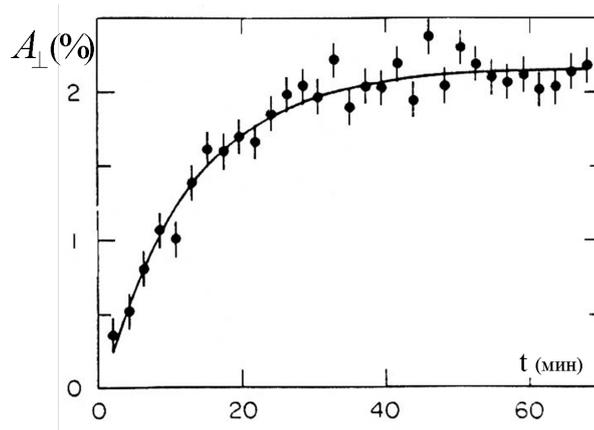


Рис. 7.21: Радиационная поляризация на энергии 3.7 ГэВ.

Обработка экспериментальных данных, полученных на энергиях 2.82, 3.26 и 3.7 ГэВ, производилась в предположении о возможных источниках деполяризации. Т.е. степень поляризации нарастает согласно формулы 7.23, записанной в виде:

$$\zeta = \frac{8}{5\sqrt{3}} \frac{1}{1+x} \left(1 - e^{-\frac{t(1+x)}{\tau_p}} \right); \quad x = \tau_p/\tau_d. \quad (7.35)$$

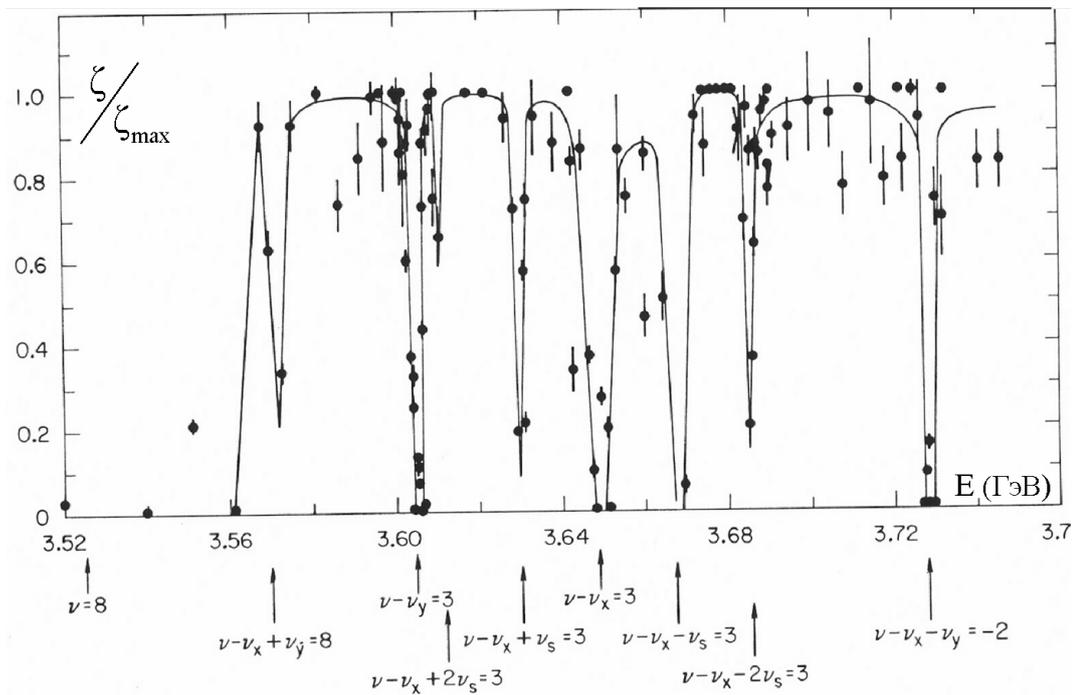


Рис. 7.22: Спиновые резонансы на SPEAR.

Наилучшее согласие данных с аналитической зависимостью получается при $x = 0$, что, с одной стороны, говорит об отсутствии деполаризующих факторов, а, с другой, стороны, дает абсолютную калибровку анализирующей способности поляриметра: 2.1 процента асимметрии соответствует поляризации $\zeta_{max} = \frac{8}{5\sqrt{3}} = 0.924$.

Сравнение времен поляризации τ_p для трех энергий соответствует закону $\tau_p \sim \gamma^{-5}$.

Абсолютная калибровка поляриметра и сравнительно быстрое время радиационной поляризации позволили провести сравнительный анализ большого количества спиновых резонансов в области энергий 3.5 - 3.75 ГэВ. Полные данные об измерении достижимой степени поляризации (в единицах ζ_{max}) в этой области энергий представлены на Рис.7.22.

В нижней части рисунка 7.22 все резонансы персонально поименованы комбинациями, составленными из частот орбитального движения $\nu_{x,y,s}$; ("у" в данном случае направлен вверх). Мы видим на Рис.7.22 один целый резонанс $\nu_0 = 8$, два линейных резонанса $\nu_0 = \nu_{x,y} + 3$ с их боковыми сателлитами и два резонанса ($\nu_0 = \nu_x - \nu_y + 8$ и $\nu_0 = \nu_x + \nu_y - 2$), которые формально должны считаться нелинейными, хотя движение частиц при наличие связи колебаний есть, как мы знаем, линейная задача.

Кривая на рисунке проведена "на глаз". Однако, было сделано несколько попыток провести единое аналитическое рассмотрение всей картины резонансов. Для выполнения этой задачи необходимо сделать предположения о реальной структуре накопителя. Поскольку данные, приведенные на Рис.7.21, были получены в течении заметного промежутка времени, когда могли произойти непреднамеренные изменения структуры, то задача еще более усложняется. Тем не менее, расчет степени равновесной поляризации, основанный на SLIM, воспроизвел часть линейных целых и спин-бетатронных резонансов вместе с их синхротронными сателлитами. Естественно, что SLIM, как чисто линейный алгоритм, не способен описать все подробности эксперимента. Единственный анализ, который претендует на учет и нелинейных возмущений, сделан С.Мане, на основе развитого им компьютерного кода SMILE. [114] Однако, рассмотрение нелинейной динамики выходит за рамки нашего обзора.

7.6 Радиационная поляризация при высоких энергиях.

В рассмотренных нами накопителях ВЭПП-2М и SPEAR радиационная поляризация достигала своего максимального значения в областях между резонансами. Но мы знаем, что с ростом энергии пучков нарастают силы спиновых резонансов и диффузия спинов из-за квантовых флуктуаций синхротронного излучения.

На энергиях выше, чем энергия SPEAR, радиационная поляризация была получена на многих $e^+ e^-$ накопителях и источниках синхротронного излучения: ВЭПП-4 [125], DORIS [168], CESR [167], TRISTAN [127], HERA [119], LEP [133], где, в основном, была использована для абсолютной калибровки энергии пучков методом резонансной деполаризации. На всех перечисленных установках, как правило, первона-

начально увиденная с помощью лазерного поляриметра, степень поляризации затем постепенно увеличивалась с применением нескольких приемов. Глядя на ДК-формулу 7.23, очевидно, что главный путь к увеличению ζ_{eq} лежит в подавлении функции спин-орбитальной связи \mathbf{d} . Другими словами, в идеальном случае требуется одинаковость движения спинов для равновесных частиц и для частиц с колебаниями, т.е. необходимо выполнение условия, так называемой, спиновой прозрачности для всего кольца.

$$\oint (\mathbf{w} \cdot \boldsymbol{\eta}^*) d\theta = 0. \quad (7.36)$$

Так как поляризация (\mathbf{n}_0 и \mathbf{d}) зависит от всей структуры кольца, то, формально, требование спиновой прозрачности сводится к занулению всех спин-орбитальных интегралов в формуле 3.28, что накладывает 10 дополнительных условий на выбор фокусирующей системы ускорителя.

Поскольку обычно вопрос о радиационной поляризации возникает значительно позднее создания проекта установки, то на практике для подавления спин-орбитальной связи приходится прибегать к полумерам. Один из вариантов борьбы со спин-орбитальной связью очевиден из уравнения 7.4, а именно, подавление гармоник некоторых резонансов, ближайших к частоте спиновой прецессии ν_0 . [168] Этот подход, получивший название "гармоническое согласование" (ГС), в основном, касался целых резонансов, так как их сила нарастает с энергией $\sim \nu_0^2$. На практике, согласование выполнялось чисто эмпирически, используя данные поляриметра как сигнал обратной связи на изменение положения вертикальной орбиты. Это достигалось с помощью набора корректоров с радиальным полем, из которых, глядя на данные поляриметра, подбирались амплитуда и фаза соответствующей гармоники искажения вертикальной орбиты. Однако, следует заметить, что компенсация гармоник искажения вертикальной орбиты, вообще говоря, не гарантирует подавление гармоники соответствующего спинового резонанса. Как мы знаем из формулы для силы целых резонансов от K_x 3.31, резонансная гармоника отыскивается от произведения KF_3 :

$$w_k = \frac{\nu_0}{2\pi} \oint K_x F_3(\theta) e^{ik\theta} d\theta,$$

где, напомним, функция отклика F_3 , (4.4) вычисленная при $\nu = k$, имеет свою амплитуду и фазу. К сожалению, на перечисленных выше установках по непонятным причинам функции спинового отклика ни коим образом не учитывались. Позднее мы еще вернемся к обсуждению этого вопроса.

Значительно выделялась среди других накопителей установка со встречными электрон-протонными пучками HERA, которая состояла из двух колец: сверхпроводящего кольца для протонов с энергией 900 ГэВ и электронного (позитронного) накопителя на энергию 30 ГэВ. Главной особенностью электронного кольца этой установки является продольная поляризация пучка в месте встречи. Это было организовано с помощью двух, так называемых, мини ротаторов, расположенных с

двух сторон от места встречи. Схема и описание этого ротатора приведены в Главе 5 на Рис.5.10. Для уменьшения деполяризации от магнитных полей ротатора его конструкция сделана с учетом минимизации интеграла $\oint |\mathbf{B}|^3 d^2\theta$. [64]

Первоначально степень поперечной поляризации $\sim 20\%$ была получена (без ротатора) на энергии $E = 27.5$ ГэВ при $\nu_0 = 62.5$. [119] Для увеличения поляризации потребовалась длительная процедура геодезической выставки квадрупольных линз по результатам измерений реакции орбиты частиц на изменение градиента в каждой линзе. В результате этих действий отклонения квадрупольных линз не превышали ± 0.1 мм и степень поперечной поляризации возросла до $60 \pm 15\%$. Следующим шагом была процедура поиска локальных орбитальных искажений, увеличивающих степень поляризации. В итоге, компенсация "опасных" гармоник вместе с предыдущей выставкой квадрупольных линз позволили достичь уровня поляризации $\sim 70\%$. [128] Этот успех в значительной мере связан с качеством и быстродействием лазерного поляриметра. [129]

Из-за некоммутативности поворотов спинов в магнитах ротаторов ($\nu \neq \nu_0 = a\gamma$) при их установке пришлось сдвинуть энергию кольца на ~ 20 МэВ, чтобы вернуть частоту прецессии к предыдущему значению $\nu = 62.5$. Сразу после установки ротаторов степень продольной поляризации достигала величины 57% и вскоре после небольшой настройки спиновой частоты поляризация вышла на уровень, который был достигнут без ротаторов $\approx 70\%$.⁷

Следующей установкой, на которой радиационная поляризация была получена на еще более высокой энергии, был e^+e^- коллайдер LEP. Надо сказать, что изначально, еще на стадии проекта, активно обсуждалась возможность радиационной поляризации на этом накопителе. [133], [134] Однако, реально никаких специальных мер для подавления деполяризации принято не было. Скорее наоборот: борьба с потерями энергии за оборот, которые достигали ~ 3 ГэВ при энергии 100 ГэВ, привела к увеличению размеров этого кольца до 27 км. Низкий уровень ведущего поля сказался на времени поляризации: $\tau_p \sim 6$ часов на энергии 46 ГэВ.⁸

⁷Полученная продольная поляризация на установке HERA достаточно долго использовалась в эксперименте HERMES, в котором поляризованные электроны и позитроны рассеивались на поляризованной внутренней мишени из атомов водорода или дейтерия для изучения спиновой структуры протона и дейтрона. [130].

⁸После нескольких лет работы с радиационной поляризацией на LEP был установлен асимметричный виглер с полем в центральной части до $B \cdot l = 0.8Tm$, который в несколько раз убыстрял процесс выстраивания спинов.

спиновая частота оказалась близка к полу целому значению

$$\nu_0 = \frac{a \cdot 1/2M_Z}{m_e} = \frac{45.6}{0.4406486} \approx 103.5.$$

О первом наблюдении радиационной поляризации на LEP с помощью лазерного поляриметра на уровне $9.1 \pm 0.3 \pm 1.8\%$ было сообщено в работе [133]. Низкая степень поляризации частично компенсировалась сравнительно малым характерным временем $\tau \sim 35$ минут при $\tau_p \approx 5.7$ часа. Этой степени поляризации оказалось достаточно для первого измерения энергии по резонансной деполяризации с точностью $\approx 10^{-5}$. При этом выяснилось, что измеренная энергия сдвинута на 35 МэВ относительно расчетной. [134] Более того, точности измерений хватило, чтобы увидеть временной дрейф энергии пучков в диапазоне $\pm 6 \times 10^{-5}$, несмотря на систему стабилизации токов в магнитах на уровне 10^{-5} . Такие отклонения энергии частично были объяснены нестабильностью температуры магнитов. Но оказалось, что существует, в полном смысле слова, глобальная причина систематических уходов энергии. При размерах LEP, изменение гравитационной силы, вызванной вращением Луны ($\Delta g = 1.4 \cdot 10^{-4}$ см/сек² в районе Женевы), приводило к деформации кольца ускорителя, изменяющей длину орбиты на $\Delta L \approx 0.5$ мм. Однако ввиду малой величины коэффициента пространственного уплотнения на LEP ($\alpha = 1.6 \cdot 10^{-4}$) влияние Луны заметно сдвигало энергию частиц:

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\Delta L}{L}.$$

Было решено провести 11 ноября 1992 года суточный заход с непрерывным измерением энергии по резонансной деполяризации. Результаты этого захода, получившие мировую известность, приведены на Рис.7.24.

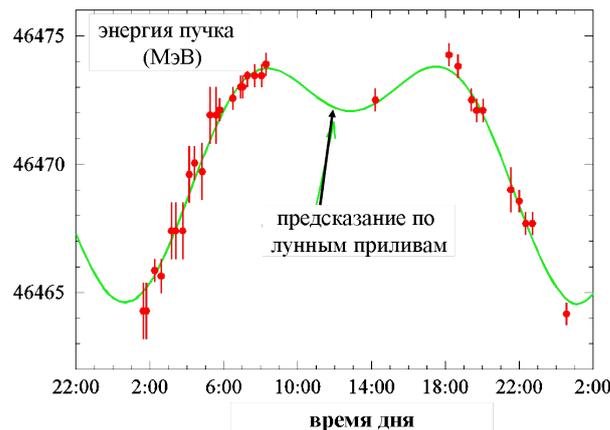


Рис. 7.24: Суточные изменения энергии пучков в LEP 11 ноября 1992 года.

В дальнейшем при всех измерениях энергии на LEP1 учитывалась фаза лунного вращения.

Как оказалось, кроме глобальных эффектов, приводящих к сдвигу энергии пучка, обнаружались явления районного масштаба такие, как сезонные колебания уровня воды в Женевском озере, приводящие к изменению гидростатического давления в тоннеле ускорителя, и токи утечки "на землю" при прохождении электропоезда, которые изменяли в течение 2-3 минут ведущее поле накопителя ($B = 746.34$) Гс на 0.06 Гс. Эти токи показаны стрелками на Рис.7.23 Для учета всех упомянутых эффектов командой LEP была разработана эмпирическая "формула энергии," которая позволяла держать стабильность средней энергии частиц с точностью $\approx 2 \cdot 10^{-5}$.

В 1993-94 гг. на LEP была проведена большая работа по улучшению условий для радиационной поляризации. [135] В первую очередь, значительно возросла точность измерения положения орбиты. Геодезическая правка положения магнитных элементов, основанная на этих измерениях, привела к значительному увеличению ζ_{eq} . Существенная прибавка в степени поляризации произошла при компенсации спиновых поворотов от четырех соленоидов детекторов, которые не имели локальной компенсации. Но, главный вклад в дело борьбы с деполяризующим влиянием спиновых резонансов был достигнут за счет процедуры гармонического согласования и осторожного выбора рабочей точки по частотам бетатронных и синхротронных колебаний. Наилучший результат $\zeta_{eq} = 57 \pm 3\%$ был получен при энергии, сдвинутой на 2 МэВ вниз от пика Z^0 мезона. На Рис.7.25 (слева) представлен 16-ти часовой процесс оптимальной настройки кольца по измерению поляризации частиц в двух сгустках. Справа в углу показано нарастание поляризации частиц в двух других сгустках в оптимальной точке, которое использовалось для калибровки поляриметра по измерению характерного времени $\tau = \tau_p \tau_d / (\tau_p + \tau_d)$.

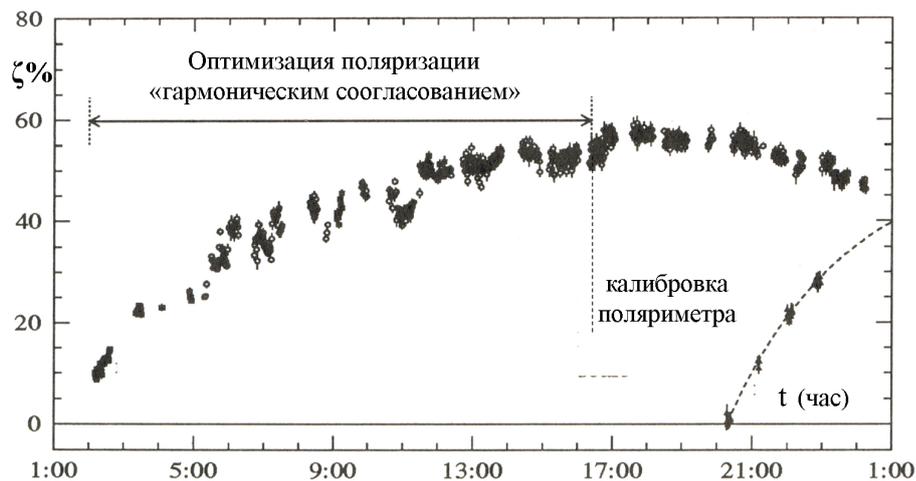


Рис. 7.25: Оптимальная настройка радиационной поляризации.

В регулярной работе при очередном подъеме энергии после инъекции пучков воспроизводимый уровень поляризации пучков составлял $10 \div 25\%$. Однако, при необходимости в специальных заходах поляризация настраивалась до $\sim 50\%$.

Эксперимент по измерению параметров Z^0 состоял из двух сканирований Z -резонанса в 1993 и в 1995 годах. Статистика набиралась на пике т.е. при энергии 91.2 в с.ц.м. и еще в двух точках на 1.8 МэВ выше и ниже центра.[136] В итоге, при обработке всех набранных событий распадов Z -бозона и калибровок энергии были получены результаты: $M_Z = 91.1876 \pm 0.0021$ ГэВ и $\Gamma_Z = 2.4952 \pm 0.0023$. [139] Последний результат для ширины распада Γ_Z оказался очень важным в Стандартной модели. Он показал, что число поколений в теории элементарных частиц равно трем.

В планах работы LEP на энергиях выше Z -пика (LEP2) первоначально значилась и радиационная поляризация. Но попытки применить всю технику подавления деполяризующих резонансов существенно выше Z -пика были не очень удачными. Последнее значимая степень поляризации $\zeta_{eq} \approx 8\%$ была достигнута на энергии 60 ГэВ. [137]

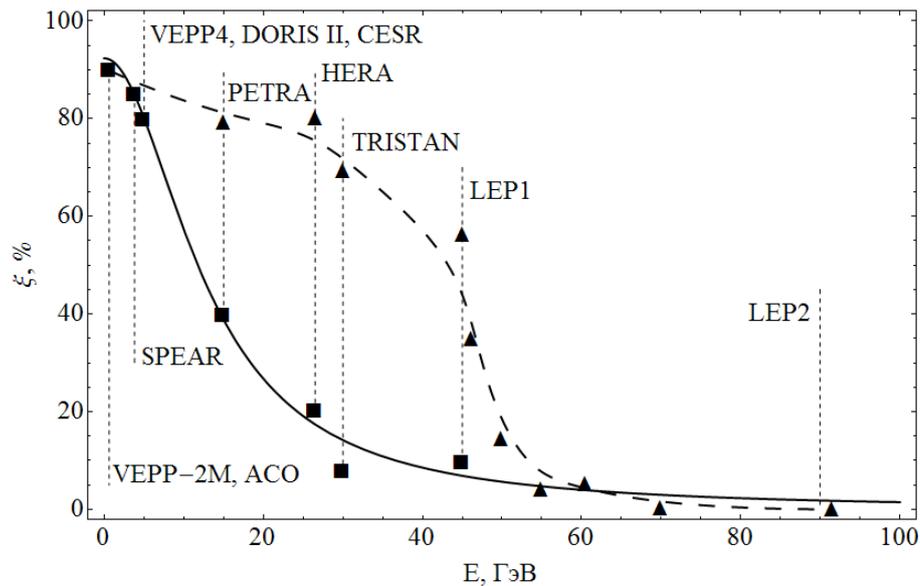


Рис. 7.26: Максимальный уровень равновесной поляризации на различных e^+e^- коллайдерах.

На Рис.7.26 собраны результаты измерения радиационной поляризации на LEP, вместе с данными других e^+e^- коллайдеров. "Квадратные" экспериментальные точки соответствуют первым измерениям на каждой установке, в то время, как "треугольные" точки есть результат настройки линейной оптики колец и компенсации опасных гармоник линейных резонансов. Вызывает удивление, что обе кривые, проведенные

по экспериментальным точкам, описываются одним эмпирическим законом:

$$\zeta_{eq} \approx \zeta_0 \frac{1}{1 + \beta^2 E^2}, \quad (7.37)$$

где β - эмпирический параметр, общий для всех накопителей: $\beta \approx 0.06$ для нижней кривой и $\beta \approx 0.015$ после компенсации гармоник ближайших резонансов.

Замена ДК-формулы 7.23 эмпирической зависимостью 7.37 не принесла большего понимания причин деполяризующих эффектов. Из общих соображений понятно, что параметр β для каждого накопителя есть некоторая функция, зависящая от оптических свойств кольца. Эту зависимость проясняет использование функций спин-орбитального отклика, если вспомнить, что $\mathbf{d}^2 = |F_5|^2$ и функция F_5 дается выражением 3.64

$$F_5 = \frac{i}{e^{i\nu 2\pi} - 1} \int_{\theta}^{\theta+2\pi} [K_z(\nu_0 \eta_z - F_1) + K_x(\nu_0 \eta_x - F_3) - K_y \eta_y] d\theta.$$

Отсюда становится очевидным, что для уменьшения величины β в эмпирической формуле 7.37 необходим учет функций отклика. Причем, в плоском случае ($\eta_z \approx 0$) второй член в подинтегральном выражении, содержащий $K_x F_3$, является главным. Выше мы уже указывали, что учет функций спинового отклика может существенно поднять эффективность согласования гармоник спиновых резонансов. Следует напомнить, что $|F_3| \sim \nu_0^2$ и $|F_3| \sim (\nu_0 - \nu_z)^{-1}$.

Третий член в формулу для F_3 связан с наличием в накопителе продольных полей. Практически, все установки со встречными электрон-позитронными пучками имеют детекторы с продольным полем. Как правило, для избежания связи колебаний частиц применяются компенсирующие соленоиды, расположенные симметрично относительно основного. Такая схема не возмущает ось прецессии \mathbf{n}_0 , но не обладает, вообще говоря, спиновой прозрачностью. Но, оценка этого эффекта показывает, что при величине поля в детекторе порядка 10 кГс, компенсированного с точностью $\sim 1\%$, остаточная спин-орбитальная связь в поворотных магнитах пренебрежимо мала: $\mathbf{d}^2 \leq 10^{-2}$.

Однако, следует признать, что улучшенная с помощью функций спинового отклика, процедура подавления гармоник резонансов принципиально не решает проблему. В разделе 3.3.2 мы упоминали, что в электронных накопителях при энергии $\approx 50 \div 100$ ГэВ индекс синхротронной модуляции спиновой частоты становится большим $\chi \sim 1$, что приводит к деформации спектра боковых резонансов. Учет боковых резонансов и, как следствие, возрастание деполяризующего действия линейных спиновых резонансов был рассмотрен еще задолго до LEP в 1979 году. [138]

$$\left\langle \left(\gamma \frac{\partial C}{\partial \gamma} \right)^2 \right\rangle = \nu_0^2 \sum_{k,m} \frac{w_k^2 \cdot I_m(\chi^2/2) e^{-\chi^2/2}}{[(k - \nu_0 - m\nu_s)^2 - \nu_s^2]^2}. \quad (7.38)$$

При выводе этой формулы сначала взята производная по энергии от выражения 3.23, затем просуммированы квадраты резонансных гармоник с учетом разложения 3.35 и произведено усреднение по амплитудам и фазам синхротронных колебаний. Численная оценка этого выражения для параметров LEP на энергиях выше Z-пика (спиновая частота $\nu_0 > 100$, энергетический разброс $\Delta E/E \geq 10^{-3}$; частота синхротронных колебаний $\nu_s \sim 0.1 \div 0.3$) показывает существенный, нарастающий с энергией вклад синхротронных колебаний в понижение достижимой степени радиационной поляризации.

Одновременно с увеличением плотности деполяризующих резонансов (динамический эффект) быстро нарастает также спиновая диффузия. Вернемся снова в резонансную систему, которая вращается с частотой спина равновесной частицы. На Рис.7.27 показан "вид сверху" на движение спинов в этой системе.

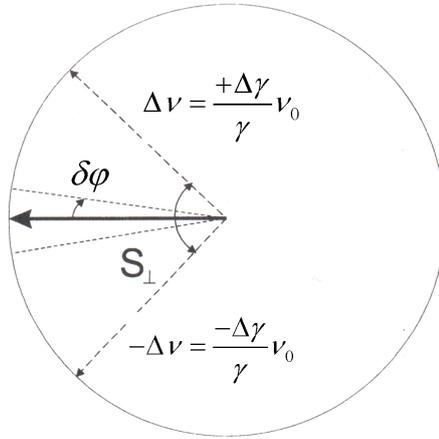


Рис. 7.27: Спиновая диффузия "вид сверху".

По определению поперечная компонента спина \mathbf{S}_\perp равновесной частицы неподвижна в этой системе. Все остальные при синхротронных колебаниях качаются в окрестности \mathbf{S}_\perp от $-\Delta\nu$ до $\Delta\nu$. Малое диффузное отклонение энергии $\delta\gamma/\gamma$ приводит за полпериода синхротронного колебания ($\delta\theta \sim \pi/\nu_s$) к набегу спиновой фазы:

$$\delta\varphi \sim \nu_0 \int_0^{\pi/\nu_s} \delta\gamma/\gamma \sin(\nu_s\theta) d\theta \simeq \frac{\nu_0}{\nu_s} \frac{\delta\gamma}{\gamma}.$$

Средне-квадратичный набег фазы $(\delta\varphi)^2$, который уже не высредняется, а накапливается при синхротронных колебаниях, можно рассматривать как стохастический разброс спиновых частот:

$$(\sigma_\nu)_{st} \sim \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/\nu_s} (\delta\varphi)^2 d\theta \sim \frac{\nu_0^2}{\nu_s^3} \frac{d(\delta\gamma/\gamma)^2}{dt} \simeq \frac{\nu_0^2}{\nu_s^3} \frac{\sigma_\gamma^2}{\tau_0}, \quad (7.39)$$

где σ_γ - средне-квадратичный разброс энергии в пучке В.9.

Прежде всего необходимо отметить, что стохастический разброс частот нарастает как γ^8 (т.е. быстрее, чем декремент радиационной поляризации). Подставляя в последнюю формулу параметры LEP для энергии 70 ГэВ, находим, что разброс спиновых частот для этой энергии становится $\sim \nu_s$. Это означает, что синхротронные колебания больше не усредняют энергетический разброс. Тогда разброс спиновых частот есть просто $\sigma_\nu = \nu_0 \sigma_\gamma \sim \nu_s$ и мы приходим к ситуации перекрывающихся резонансов.

7.7 Радиационная поляризация встречных пучков.

Хорошо известно, что при работе накопителя в режиме встречных пучков коллективное нелинейное поле встречного сгустка приводит к сдвигу и разбросу частот бетатронных колебаний. При Гауссовском распределении плотности частиц в месте встречи ($x = 0$) вертикальная компонента силы, действующая на колеблющуюся частицу ($z = a \cdot \cos \theta$, дается выражением:

$$F_z = -\frac{4N r_e}{\gamma \sigma_z} \int_0^1 \frac{z e^{z^2 t / \sigma_z^2}}{\sqrt{\sigma_z^2 (1-t) + \sigma_x^2 t}} dt.$$

Поле встречного сгустка имеет явно не линейный характер, так что при его воздействии возникает разброс частот вертикальных колебаний σ_{ν_z} , который в случае плоского пучка ($\sigma_x \gg \sigma_z$) по порядку величины равен линейному сдвигу частоты для малых амплитуд колебаний: [141]

$$\Delta \nu_z = \frac{2N r_e R f_z^2}{\pi \gamma \sigma_{\nu_z} \sigma_x}. \quad (7.40)$$

Эта величина обычно не превышает значения $\Delta \nu_z \simeq 0.05$.

Поля встречных сгустков взаимно воздействует также и на спины частиц, что, в принципе, может приводить к разрушению поляризации. В работе [142], проведена оценка деполяризующего влияния эффектов встречи в "слабо-сильном" приближении, т.е. когда тестовая частица движется в поле встречного сгустка.

В простейшем случае плоского кольца ($K_x = K_y = 0$) возмущение для спина по-прежнему имеет вид 3.26, где Z теперь есть решение возмущенного уравнения с учетом влияния короткого встречного сгустка. Считая F_z малой добавкой можно найти вынужденное решение:

$$Z'' + g_z Z = F_z \cdot \delta(\theta).$$

Однако, из-за нелинейности поля встречного сгустка, теперь нельзя ограничиться только линейным приближением как для машинных резонансов. В этом случае "наведенные" спин-бетатронные резонансы могут возникать при условии $\nu_0 = k \pm n \nu_z$.

Ввиду зеркальной симметрии F_z , все гармоники с четными n равны нулю. Численный расчет соответствующих нечетных резонансных гармоник ($w_k^n \propto \Delta v_z$) показывает, что их силы слабо убывают с возрастанием их номера и имеют порядок величины линейных машинных резонансов с вертикальными колебаниями ($w_k^n \sim (10^{-6} \div 10^{-7})\omega_0$). Но это не означает, что сетка спиновых резонансов становится все более и более плотной при увеличении светимости встречных пучков. Дело в том, что нарастание разброса частот вертикальных колебаний приводит к быстрым некоррелированным прохождениям слабых резонансов и увеличению разброса расстройки вблизи каждого резонанса $\Delta \epsilon \sim n \cdot \Delta v_z$. Оценка времени деполяризации за счет встречного сгустка тогда дается формулой 7.29:

$$\tau_d \approx \frac{\Delta \epsilon}{\pi w_k^2} \approx \frac{n \cdot \Delta v_z}{\pi (w_k^n)^2}. \quad (7.41)$$

Численно уже для резонансов с $|n| = 3$ время деполяризации $\tau_d \sim \tau_p$,

Таким образом, можно заключить, что если выполняется условие существования самих встречных пучков ($\Delta v_z \leq 0.05$), то при правильном выборе рабочих частот бетатронных колебаний возможна и поляризация этих пучков. Однако, необходимо помнить, что эффекты встречи могут также сдвигать и уширять сильные машинные спиновые резонансы.

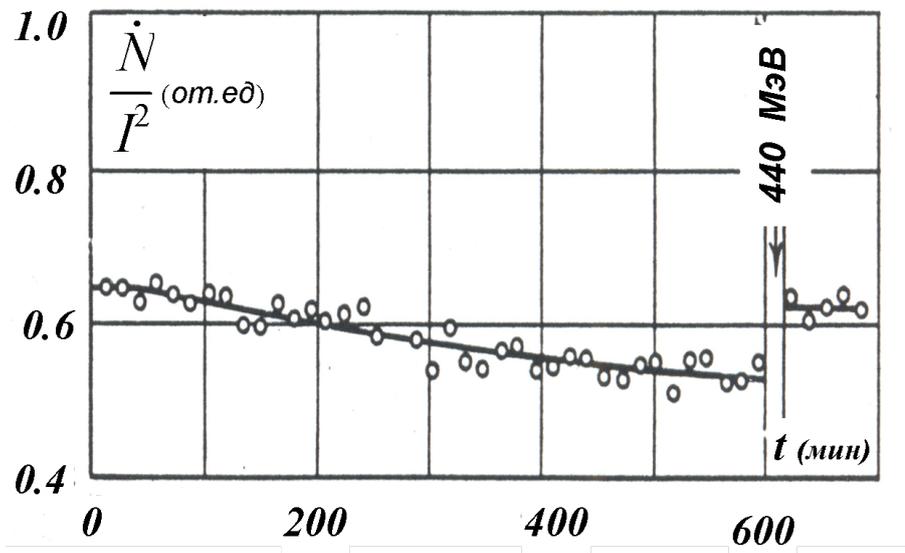


Рис. 7.28: Поляризация позитронов в присутствии пучка электронов.

Вопрос о влиянии эффектов встречи на процесс радиационной поляризации волновал экспериментаторов с самого начала этой деятельности. Уже в ранних экспериментах на АСО было произведено сравнение радиационной поляризации позитронов

в случае одиночного пучка и в режиме встречи с электронным сгустком. [103] Прямое измерение на энергии $E=536$ МэВ зависимости нормированной скорости счета эффекта рассеяния позитронов внутри сгустка в присутствии пучка электронов с током $I^- \approx 13$ мА показало выстраивание поляризации позитронов в режиме встречных пучков примерно с тем же характерным временем как и для одиночного пучка (см. Рис.7.28).

После достижения предельной поляризации энергия пучка понижалась до 440 МэВ (целый резонанс $\nu_0 = 1$), а затем возвращалась обратно. Скачок нормированной скорости счета свидетельствовал о разрушении поляризации.

Еще более убедительные данные о радиационной поляризации встречных пучков приведены на Рис.7.29. Здесь представлены результаты нескольких заходов, аналогичных Рис.7.28. Относительный скачок скорости счета позитронов в конце захода (пропорциональный их поляризации) зависит от интенсивности электронного пучка. При токе электронов $I^- \approx 20$ мА за счет линейного сдвига $\Delta\nu_z$ достигается спиновый резонанс $\nu_0 = 3 - 2\nu_z$.

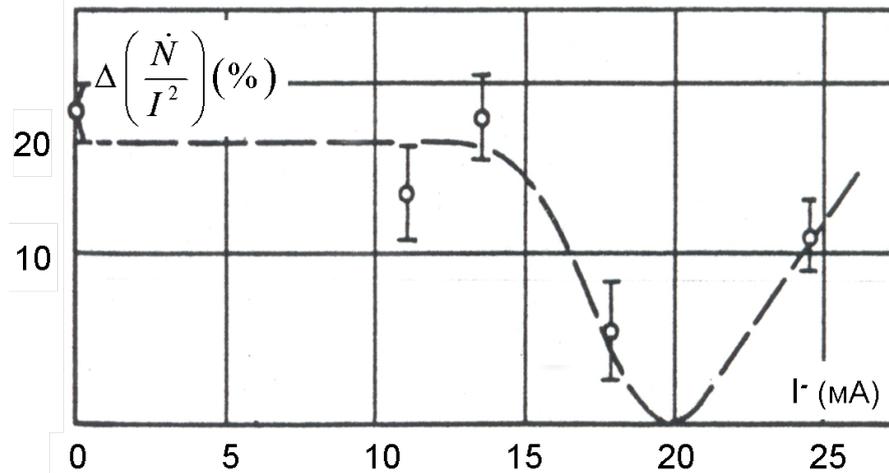


Рис. 7.29: Зависимость поляризации позитронов от электронного тока.

Естественно, что для измерения радиационной поляризации встречных пучков были использованы процессы рождения вторичных частиц, которые зависят от поляризаций электронов и позитронов (см. Приложение С.2.2). На накопителях ВЭПП-2М и SPEAR II для этого использовалось рождение пары μ -мезонов ($e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$), которые при поперечной поляризации электронов и позитронов имеют вертикальную асимметрию $\mathcal{A}_\perp(2\mu) \propto \cos(2\varphi)$. [12], [181]

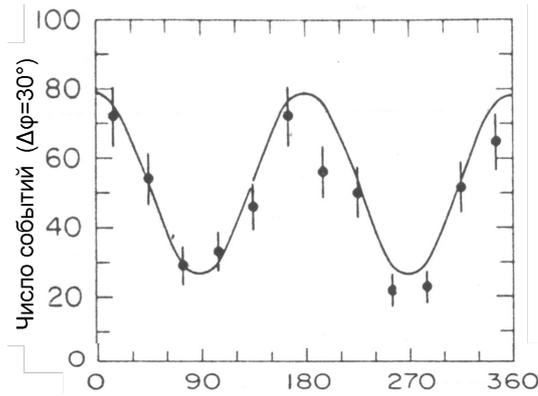


Рис. 7.30: Зависимость рождения мюонных пар от азимутального угла φ .

На Рис.7.30 по вертикальной оси отложено количество пар μ^\pm -мезонов, зарегистрированных на SPEAR II ($E=3.08$ ГэВ) после времени $t = 2\tau_p$ в зависимости от азимутального угла φ . Диапазон полярных углов выбран вблизи вертикали ($\cos \theta < 0.3$). Из обработки этих данных, а также из измерения характерного времени нарастания асимметрии было получено значение равновесной поляризации $\zeta_{eq} = 0.76 \pm 0.05$. Это значение существенно ниже $\zeta_{max} = 0.924$, что свидетельствует о наличии деполяризующих факторов.

Однако, полученная поляризация встречных пучков очень быстро позволила получить интересный физический результат. При анализе эффекта струйной структуры рождения адронов в e^+e^- аннигиляции. [181] была получена азимутальная асимметрия направлений осей струй. На Рис.7.31 представлено распределение струй для двух энергий.

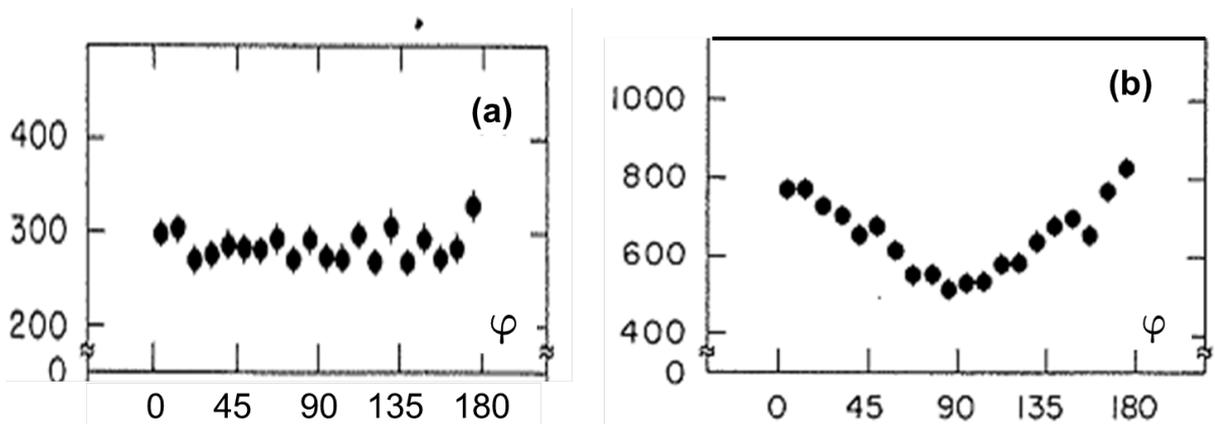


Рис. 7.31: Зависимость направлений струй от азимутального угла φ ($\cos \theta < 0.6$).

На рисунке Рис.7.31 (б) при энергии $E_{cm} = 7.4$ ГэВ ($\nu_0 = 8.4$) наблюдалась ази-

мутальная асимметрия событий рождения адронов. В контрольном измерении на энергии $E_{cm} = 6.2 \text{ ГэВ}$, где радиационная поляризация отсутствует из-за целого резонанса $\nu_0 = 7$, асимметрия не возникает (Рис.7.31 (а)). Из сравнения с предыдущим рисунком 7.30 мы видим, что асимметрия адронных струй повторяет распределение мюонов, что свидетельствует о полужелом спина кварков.

На ВЭПП-2М, кроме наблюдения асимметрии рождения μ -мезонов, поляризация встречных пучков была измерена также по регистрации событий $e^+ e^- \rightarrow \Phi \rightarrow K^+ K^-$ с помощью детектора "ОЛЯ". [12] Пучки электронов и позитронов поляризовались в течении двух времен поляризации на энергии $E=670 \text{ МэВ}$. Затем энергия пучков снижалась до $E=510 \text{ МэВ}$ ($1/2$ массы Φ -мезона) с прохождением всех резонансов, как это описано в параграфе 4.1. Измеренное распределение заряженных каонов в зависимости от φ представлено на Рис.7.32.

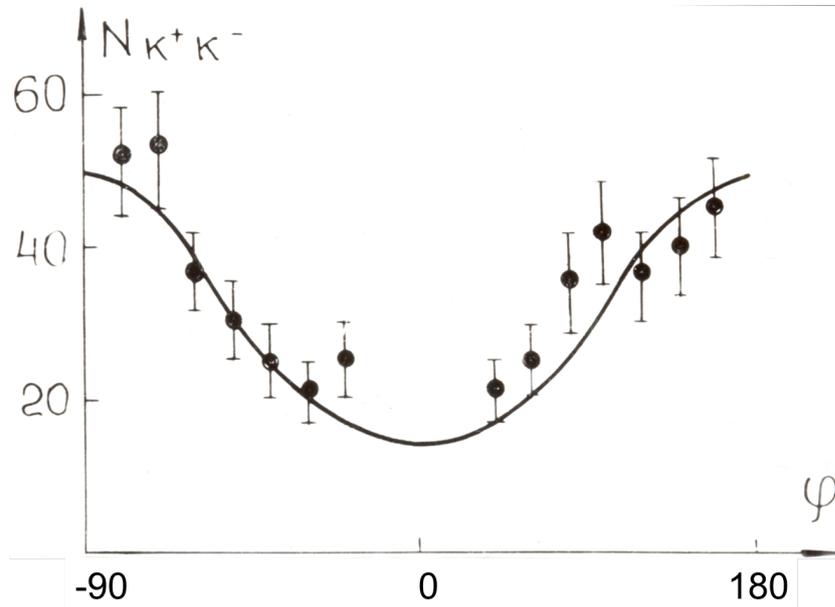


Рис. 7.32: Азимутальная угловая зависимость образования пар $K^+ K^-$.

Степень поляризации начальных пучков, определенная из этого эксперимента $\zeta_1 = \zeta_2 = 0.68 \pm 0.05$, также несколько ниже ожидаемых значений после двух времен поляризации $\zeta_{1,2} \approx 80\%$.

Интересный эксперимент по изучению деполяризации, "наведенной" эффектами встречи был сделан на LEP при энергии $E=45 \text{ ГэВ}$ (см. Рис.7.33) [137] Одновременно лазерным поляриметром измерялись поляризации двух сгустков электронов (сгусток 1 - черные точки; сгусток 2 - светлые треугольники). Вначале захода параметры кольца оптимизировались описанным выше образом (см. 7.6 до получения

примерно равной степени поляризации обоих сгустков ($\approx 25\%$). Затем захватывался один сгусток позитронов, который встречался только со вторым электронным сгустком. Интенсивность позитронного пучка была достаточно для создания сдвига бетатронной частоты $\Delta\nu_z = 0.04$.

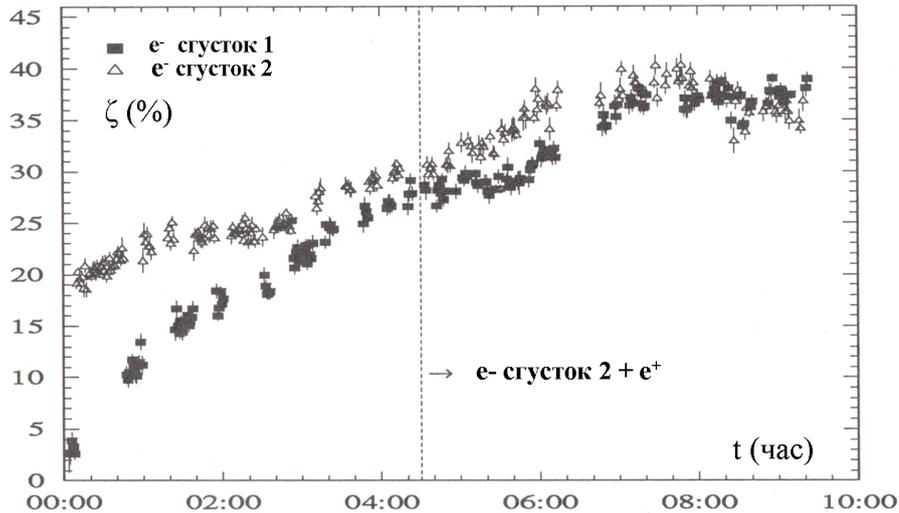


Рис. 7.33: Эффекты встречи и радиационная поляризация на LEP

Процесс оптимизации накопителя продолжался до достижения равновесной степени поляризации $\zeta_1 \approx \zeta_2 \approx \zeta_{eq} \approx 38\%$. При этом уровень поляризации сталкивающихся электронов был примерно на 4% выше, чем в первом сгустке.

В целом, приведенные экспериментальные результаты подтверждают вывод теоретического рассмотрения проблемы: поле встречного сгустка вдали от машинных резонансов и при условии слабого увеличения размеров пучков от эффектов встречи ($\Delta\nu_z \leq 0.05$) не исключает получения достаточно высокого уровня радиационной поляризации встречных пучков.

Аналогичный вывод о не фатальном влиянии эффектов встречи на поляризацию пучков можно сделать также из опыта работы RHIC (см. параграф 6.2). В протонном накопителе без затухания степень поляризации уменьшается при нарастания вертикального размера из-за эффектов встречи.

7.8 Радиационная поляризация в накопителях с Сибирскими змейками.

До сих пор, обсуждая радиационную поляризацию, на самом деле, мы имели ввиду, так называемую поляризацию Соколова-Тернова, т.е. выстраивание спинов к \mathbf{n}_0 , направленному вдоль ведущего магнитного поля. Не менее, а может быть и более интересен механизм кинетической радиационной поляризации, когда вектор \mathbf{n}_0 не совпадает с $\mathbf{b} = \mathbf{V}/V$ и, более того, перпендикулярен к нему (см. ДК формулу 7.23). Последний случай, как мы обсуждали в разделе ??, реализуется в накопителе с нечетным количеством Сибирских змеек. В таком накопителе поляризация Соколова-Тернова вообще отсутствует так как $\mathbf{b} \cdot \mathbf{n}_0 = 0$, но равновесная поляризация, возникающая благодаря спин-орбитальной связи $\mathbf{d} = \gamma \frac{\mathbf{p}\mathbf{n}}{\delta\gamma}$, вообще говоря, может достигать значительной величины.

Простейший случай такой установки - электронное кольцо с одной соленоидальной Сибирской змейкой. Два примерно идентичных накопителя на энергию порядка 1 ГэВ были снабжены такими змейками: накопитель AmPS (NIKHEF, Амстердам) (см. параграф 5.1) [58] и накопитель SHR (MIT, Бостон) [62].

В главе 5.1 уже рассказывалось про успешную работу накопителя AmPS с Сибирской змейкой. В значительной мере этому успеху способствовало спин-орбитальное согласование накопителя и змейки. Промежеток, использованный для вставки змейки, изначально обладал нулевой дисперсией $\psi_x = \psi_z = 0$. Связь поперечных мод колебаний, неизбежно вносимая соленоидами, компенсирована с помощью квадрупольных линз вставки и не выходит за ее пределы (см. Рис.5.8). Об отсутствии связи вне змейки свидетельствует вид полной транспортной матрицы змейки с зануленными 2×2 матрицами вдоль не главной диагонали 5.2. Напомним, что для обеспечения инжекции пучка в вертикальной плоскости, матрица вертикального движения должна быть эквивалентна пустому промежутку, занятому змейкой, чтобы не менять настройку инжекционной части кольца и транспортного канала.

Дальнейшее спин-орбитальное согласование проводилось по анализу функций спинового отклика для подавления деполаризующих факторов и создания условий для получения кинетической поляризации. Согласно формулы 7.23, главной функцией спин-орбитальной связи здесь является F_5 , однозначно связанная с $\mathbf{d} = \Re(i F_5 \boldsymbol{\eta}^*)$. Явный вид F_z получается из 3.65. Для дальнейшего продвижения представим F_5 в виде суммы из двух составляющих: $F_5 = F_{5\gamma} + F_{5\beta}$, где $F_{5\gamma}$ напрямую зависит от скачка энергии при излучении фотона, $F_{5\beta}$ учитывает изменения амплитуд бетатронного движения в этом акте.

Пренебрегая синхротронными колебаниями, используем четырехмерный формализм для поперечного орбитального движения (см. параграф 3.4). Тогда интегрирование уравнения 3.65 для функции F_5 дает:

$$F_{5\gamma}(\theta) = \frac{1}{e^{i2\pi\nu} - 1} \int_{\theta}^{\theta+2\pi} (V^T(\theta)\Psi(\theta) + V_{\delta}(\theta)) d\theta \quad (7.42)$$

$$F_{5\beta}(\theta) = \sum_{j,k,n=1}^4 \frac{\mathcal{F}_{jk}^{-1}(\theta)\Psi(\theta)}{e^{i2\pi(\nu+\nu_x)} - 1} \int_{\theta}^{\theta+2\pi} V_n^T(\theta)\mathcal{F}_{nj}(\theta)d\theta. \quad (7.43)$$

Напомним: здесь $\nu_1 = -\nu_2 = \nu_I$; $\nu_3 = -\nu_4 = \nu_{II}$ - частоты собственных мод бетатронного движения.

Для электронов, пренебрегая малой величиной $a \sim 10^{-3}$, компоненты вектора V записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} V_1 &= K'_x \boldsymbol{\eta}_y + \nu_0^2 \frac{K_y^2}{2} \boldsymbol{\eta}_z; \\ V_2 &= \nu_0^2 K_x \boldsymbol{\eta}_y - \nu_0 K_y \boldsymbol{\eta}_x; \\ V_3 &= K'_z \boldsymbol{\eta}_y + \nu_0^2 \frac{K_y^2}{2} \boldsymbol{\eta}_x; \\ V_4 &= \nu_0^2 K_z \boldsymbol{\eta}_y - \nu_0 K_y \boldsymbol{\eta}_z; \\ V_{\delta} &= \nu_0 K_x \boldsymbol{\eta}_x + \nu_0 K_z \boldsymbol{\eta}_z - K_y \boldsymbol{\eta}_y. \end{aligned} \quad (7.44)$$

При заданных выше условиях орбитального согласования из 3.65 находим:

$$F_{5\gamma} = -\frac{1}{2} \left(\nu_0 \int_{\theta}^{\theta+2\pi} \boldsymbol{\eta}_z K_z(\theta) d\theta - \int_{\theta}^{\theta+2\pi} \boldsymbol{\eta}_y K_y(\theta) d\theta \right). \quad (7.45)$$

Для вычисления степени поляризации по формуле 7.23 функцию \mathbf{d} достаточно знать только в поворотных магнитах. Учитывая поведение вектора $\boldsymbol{\eta}$ на кольце вне змейки $0 < \theta < \theta_2$ (3.12)

$$(\boldsymbol{\eta}_x = -\cos(\pi\nu_0 - \nu_0\tilde{\theta}); \quad \boldsymbol{\eta}_y = \sin(\pi\nu_0 - \nu_0\tilde{\theta}); \quad \boldsymbol{\eta}_z = -i),$$

в результате интегрирования получаем:

$$F_{5\gamma} = \frac{\pi}{2} \sin(\pi\nu_0) + i\nu_0(\pi - \tilde{\theta}). \quad (7.46)$$

Отметим тот факт, что $F_{5\gamma}$ не зависит от оптических функций орбитального движения. Реальный член в 7.46 отражает разницу вращений спинов в соленоидах для частиц с разной энергией. Мнимый член определяется разностью вращений в дипольных магнитах кольца. Вклад последнего члена нарастает с энергией частиц, однако в противоположном змейке промежутке он всегда равен 0.

Бетатронная составляющая $F_{5\beta}$ выглядит несколько сложнее. При тех же требованиях к орбите частиц на участке вне змейки полезно выразить функцию $F_{5\beta}$ через оптические функции кольца:

$$F_{5\beta} = \frac{-i\nu_0}{4\cos(\pi\nu_x)} \left(J^*(\theta)e^{-i\pi\nu_x} \int K_y(\eta_x f'_{Ix} + \eta_z f'_{Iz}) d\theta - J(\theta)e^{i\pi\nu_x} \int K_y(\eta_x f'_{Ix} + \eta_z f'_{Iz}) d\theta \right). \quad (7.47)$$

Здесь интегрирование проводится только по участкам с продольным полем. Функция $J(\theta) = f_{Ix}\psi' - f'_{Ix}\psi_x$ определяет поведение $F_{5\beta}$ вдоль орбиты.

В случае змейки с одним соленоидом интегрирование в 7.47 приводит к:

$$F_{5\beta} = \frac{\pi\nu_0}{2\cos(\pi\nu_x)} \left[\cos(\pi\nu_0) \Im \left(e^{i\pi\nu_x} J(\theta) f'_{Iz0} \right) - i \Im \left(e^{i\pi\nu_x} J(\theta) f'_{Ix0} \right) \right], \quad (7.48)$$

где f'_{Ix0} и f'_{Iz0} представляют собой производные соответствующих функций Флоке, вычисленные в средней точке соленоида. В последнем выводе использовано сохранение величины $x'\eta_x + z'\eta_z$ при движении в продольном магнитном поле.

В случае змейки из двух соленоидов из 7.47 получаем:

$$F_{5\beta} = \frac{\pi\nu_0}{4\cos(\pi\nu_x)} \left[\cos(\pi\nu_0) \Im \left(e^{i\pi\nu_x} J(\theta) G_{Ix}^* \right) + i \Im \left(e^{i\pi\nu_x} J(\theta) G_{Iz}^* \right) \right]. \quad (7.49)$$

Здесь функция $G_{Ix,z} = f'_{Ix,z(out)} - f'_{Ix,z(in)}$ содержит значения производных функций Флоке на входе первого соленоида и на выходе второго.⁹ Как мы видим величина $|F_{5\beta}|$ в обеих версиях змейки зависит как от оптики электронного кольца, так и от структуры самой вставки. Кроме того, присутствие резонансного знаменателя приводит к нарастанию спин-орбитальной связи при $\nu_x \sim k + 1/2$.

На Рис.7.34 приведен расчет зависимости $|F_5|$ от азимута для Сибирской змейки, установленной на накопителе AmPS для энергии $E=880$ МэВ ($\nu_0 = 2$). Вклад бетатронной части спин-орбитальной связи хорошо виден на правом рисунке в виде резких выбросов. Такое поведение $|F_5|$ в нашем случае связано с вынужденным выбором транспортной матрицы змейки для инжекции пучка.[115]

⁹Считается, что каждый соленоид имеет тонкие края, так, что "вход" это первая точка после края, а "выход" - точка, предшествующая второму краю.

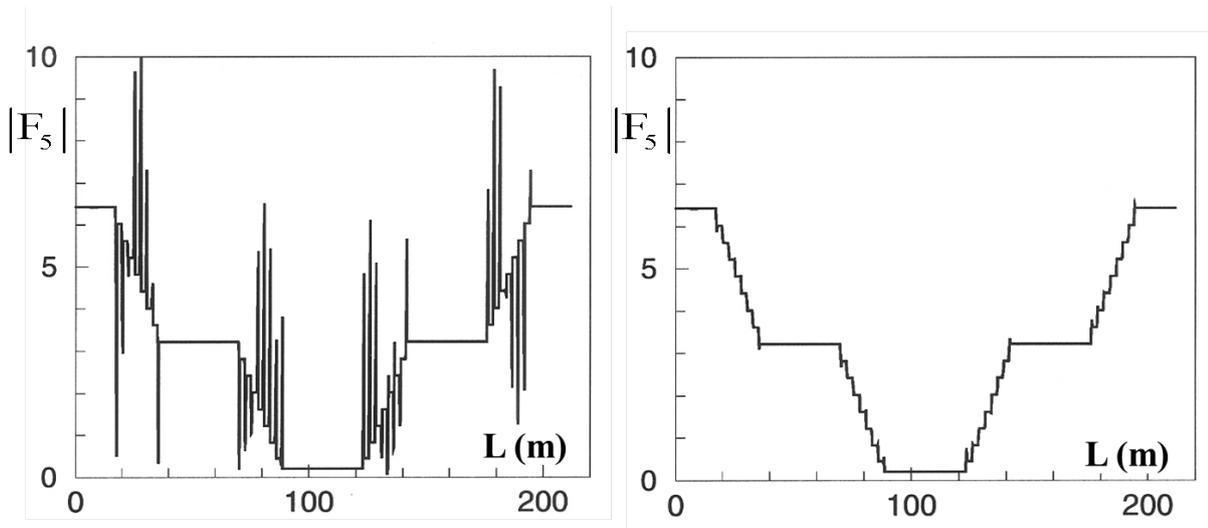


Рис. 7.34: Функция спин-орбитальной связи на AmPS

Простая смена полярности компенсирующих связей квадрупольей змейки, меняет местами X и Z матрицы. При этой полярности выполняются условия спин-орбитального согласования: $G_{Ix} = G_{2z} = 0$ или $f'_{Ix(out)} = f'_{Ix(in)}$, $f'_{Iz(out)} = f'_{Iz(in)}$. На левой части рисунка представлен вид функции спин-орбитального отклика $|F_5|$ в этом случае, которая превратилась, практически, в чистую $|F_{5\gamma}|$ функцию 7.46, которая изменяется только в дипольных магнитах.

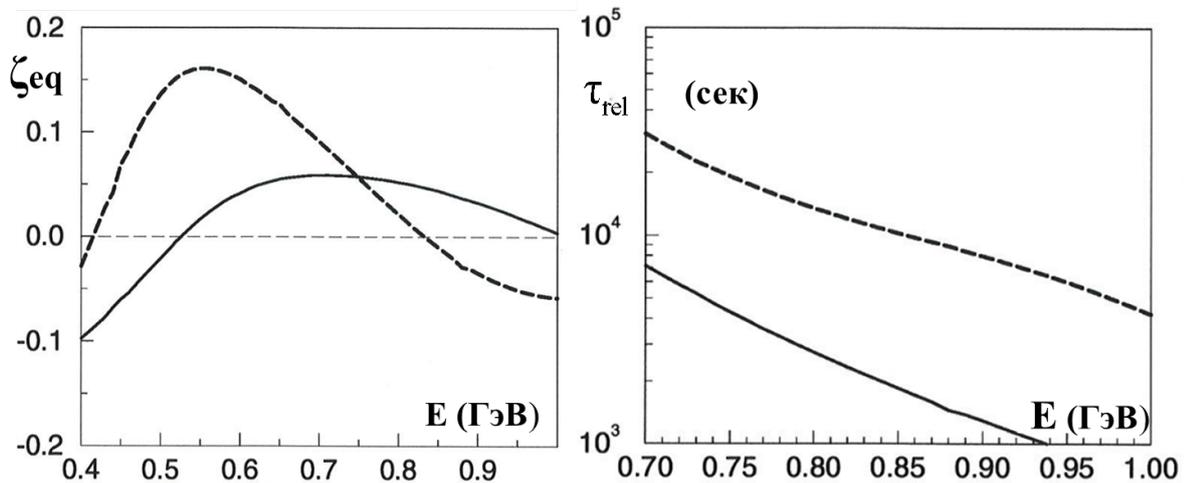


Рис. 7.35: Расчетные степень и время радиационной поляризации на AmPS.

На Рис.7.35 представлен результат расчета программой ASPIRRIN равновесной степени поляризации, которая должна быть продольной в месте встречи, и време-

ни поляризации для двух комбинаций полярности квадрупольей в зависимости от энергии пучка. Пунктирные линии на правой и левой частях рисунка соответствуют компенсированной спин-орбитальной связи. Время поляризации в данном случае является временем релаксации поляризации впущенного пучка ($\approx 75\%$) к ее равновесному значению, показанному слева.

К сожалению, упомянутые выше условия инжекции электронов в AmPS требуют включения "плохой" полярности квадрупольей. Однако, при инжекции уже поляризованных электронов это обстоятельство не мешает выполнению поставленной задачи. Ясно, что при частой инжекции пучка, эффект кинетической поляризации практически не сказывался на средней степени поляризации, так как даже при максимальной энергии 1 ГэВ время релаксации в рабочем режиме без компенсации составляло около 1000 секунд.

Как видно из результатов расчета при энергии $E \approx 750$ МэВ равновесная поляризация $\zeta_{eq} = 5 \div 6\%$ при $\tau_p \approx 5000$ секунд. Эта величина уже является вполне измеримой дазерным поляриметром, тем более, что можно измерять продольную поляризацию. Таким образом, появляется принципиальная возможность прямого наблюдения кинетической поляризации. Требовалось достаточное время жизни пучка $\tau_{ж} \sim \tau_p$. Как уже отмечалось, накопитель AmPS первоначально задумывался как кольцо-стретчер пучка из линака. В соответствии с этой задачей вакуумная камера была не прогревная и вакуумные условия в кольце были далеки от нормальных накопительных колец, где время жизни пучка составляет 10-20 часов. Однако, вследствие длительной работы с большими электронными токами произошла тренировка стенок вакуумной камеры синхротронным излучением и время жизни электронов возросло до величины, когда уже можно было совершить попытку наблюдения кинетическую поляризацию первоначального неполяризованного пучка. [116]

Эксперимент проводился на энергии 720 МэВ. Вначале ток неполяризованных электронов накапливался до $I(0) \approx 200$ мА и, затем, эти электроны выдерживались в разных заходах от 3000 до 15000 секунд. К концу каждого захода оставался ток $I(t)$ (примерно несколько мА электронов), поляризация которых измерялась комптоновским поляриметром (см. 5.1.2).

Для калибровки поляриметра после измерения поляризации пучок сбрасывался и накапливался новый поляризованный пучок ($\zeta \approx 75\%$) примерно той же интенсивности $I(t)$. Результаты нескольких таких заходов собраны на Рис.7.36, где пунктирная линия показывает ожидаемое значение поляризации. Расчеты были сделаны, используя программы ASPIRRIN и SLIM, которые дали идентичные результаты: ASPIRRIN ($\zeta_{eq} = 0.063$; $\tau_p = 6.39 \times 10^3$ сек.) и SLIM ($\zeta_p = 0.061$; $\tau_p = 6.18 \times 10^3$ сек.). Однако, обработка экспериментальных точек показала большое несоответствие с ожидаемыми значениями: $\zeta_{eq} = -0.29 \pm 0.06$; $\tau_p = 21.0_{-4}^{+7} \times 10^3$ секунд.

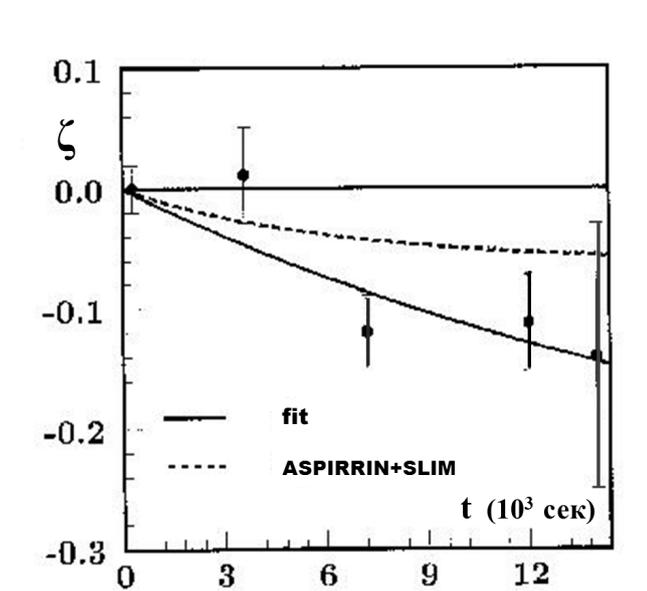


Рис. 7.36: Наблюдение кинетической поляризации на AmPS.

К сожалению, это расхождение экспериментальных данных с теоретическими предсказаниями так и не было понято. Измерения были остановлены в связи с закрытием установки AmPS. Однако, вопрос о кинетической поляризации, в какой-то мере, является принципиальным для правильности всей теории радиационной поляризации. Выше мы упоминали о накопителе SHR в Массачусетском Технологическом Институте, который во многом был похож на установку AmPS, включая источник поляризованных электронов и Сибирскую змейку, аналогичную той, что была на AmPS. Радиальная инжекция пучка в SHR позволяла включать змейку в режиме подавления спин-орбитальной связи.

Для повышения интереса к вопросу о кинетической поляризации была предложена некоторая модернизация кольца SHR, в результате которой равновесная степень поляризации с Сибирской змейкой могла достигать $\approx 60\%$. [117]

Если формально найти максимум поляризации в формуле 7.23 при включенной змейке, то мы получим $\zeta_{max} \sim 80\%$ при $|\mathbf{d}| \approx 1.2$. Из формулы 7.46 и глядя на Рис.7.34, становится понятно, что основная деполяризация при компенсированной спин-орбитальной связи происходит в диполях вблизи змейки.

Основная идея модернизации SHR состоит в установке двух поляризующих асимметричных дипольных триплетов в области, где $|\mathbf{d}| \approx 1 \div 1.5$. Каждый триплет (виглер) имеет центральный магнит с полем 10 Т на длине 10 см и два компенсирующих магнита с полем -1.111 Т длиной 45 см. Для компенсации возмущения электронно-

оптической системы тонкие квадрупольные линзы устанавливаются по обе стороны каждого виглера (-1.95 кГс/см; $l=10$ см) так, что вставка виглеров локально слабо искажают огибающие поперечных размеров и дисперсию $D_x \approx 0$ в местах кстановки виглеров.

Расчетное поведение $|F_5|$ для SHR с одной спин-прозрачной Сибирской змейкой и двумя виглерами слабо отличается от ситуации на AmPS (Рис.7.37).

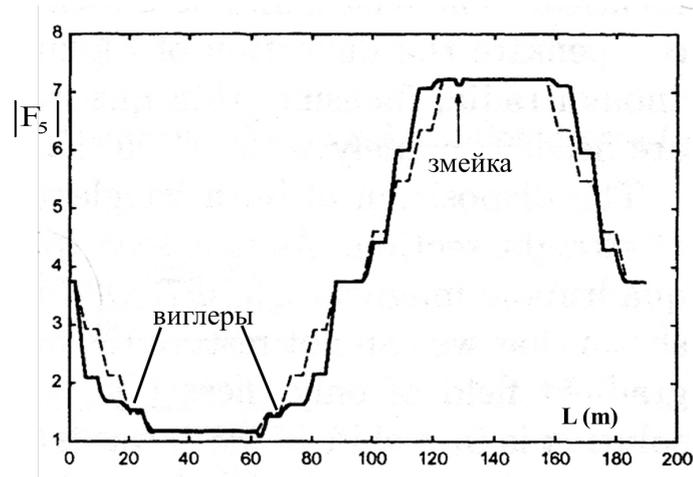


Рис. 7.37: Функция спин-орбитальной связи на SHR ($E=1$ ГэВ). Пунктирная линия - $|F_5|$ без поляризующих магнитов.

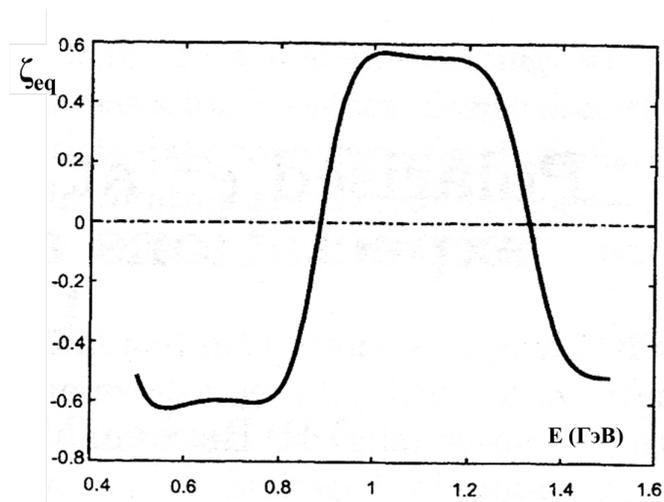


Рис. 7.38: Зависимость от энергии рановой степени кинетической поляризации на SHR с поляризующими виглерами.

Без виглеров время и степень поляризации в SHR такие же как расчетные значения для AmPS. Большое магнитное поле и оптимальное расположение поляризующих магнитов значительно увеличило равновесную степень продольной поляризации. Результат расчета ζ_{eq} программой ASPIRRIN в зависимости от энергии приведен на Рис.7.38. Следует обратить внимание, что при компенсированной части спин орбитальной функции ($F_{5\beta} = 0$) степень поляризации изменяет знак на каждом целом резонансе. В случае $F_{5\beta} \neq 0$ (см. Рис.7.35), знак поляризация также зависит от энергии, но пересечение нулевого уровня сдвинуто от $\nu_0 = k$. Основным результатом предложенной модернизации SHR несомненно представляет физический интерес: равновесная степень поляризации достигает $\zeta_{eq} = 57\%$ для энергии $E=1$ ГэВ при времени поляризации $\tau_p = 1800$ секунд.

Предложение о модернизации SHR с целью проверки теории радиационной поляризации было подано MIT совместно с ИЯФ СО РАН в National Science Foundation. К большому сожалению, предложение не нашло финансовой поддержки и возможность такой проверки была упущена. Это тем более печально, так как накопитель SHR уже прекратил свое существование. Таким образом, вопрос о кинетической радиационной поляризации, строго говоря, попрежнему остается открытым.

Однако, сравнительно недавно, идею Сибирской змейки с продольной осью, как вариант организации продольной поляризации в месте встречи пучков, было предложено применить в проекте $C - \tau$ фабрики (энергия пучков 1 - 2.5 ГэВ) со светимостью $L \sim 10^{35} \text{см}^{-2} \text{сек}^{-1}$. [118] При такой высокой светимости время жизни пучков ($\tau_{ж} \sim 1000$ сек.) будет полностью определяться взаимным рассеянием частиц в месте встречи и нет никакой надежды использовать радиационную поляризацию.

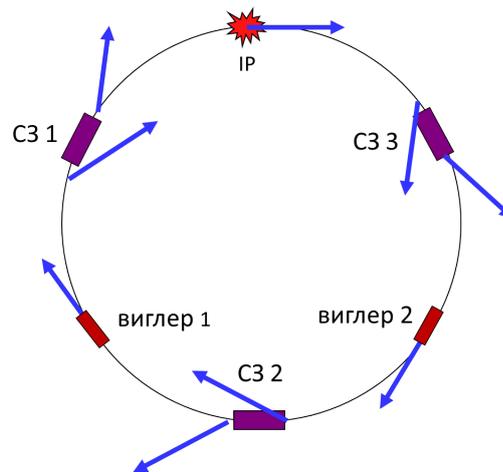
В экспериментах, которые планируются на этой установке достаточно иметь только один поляризованный электронный пучок, инжектируемый из линейного ускорителя (аналогично как это делалось в AmPS 5.1.2), с поляризацией в медианной плоскости.

Как мы обсуждали в параграфе 3.1.1, устойчивая продольная поляризация и $\nu = 1/2$ получаются не только в схеме с одной Сибирской змейкой, а также в случае произвольного нечетного числа змеек с продольной осью. На Рис.7.39 показана схема $C - \tau$ фабрики с тремя Сибирскими змейками. Стрелками показано направление поляризации. Поляризация продольна в месте встречи и в двух виглерах при всех энергиях, если выполнить условие спин-орбитального согласования $F_{5\beta} = 0$. При выборе конструкции змейки, идентичной "универсальной" (см. Рис.5.1), подавление бетатронного вклада в спин-орбитальную связь достигается при:

$$f_{Ix(out)} = f_{Ix(in)}; \quad f'_{Iz(out)} = f'_{Iz(in)}.$$

Оставшаяся часть спин-орбитальной связи $F_{5\gamma}$ из уравнения 7.45 легко обобщается для случая любого нечетного числа змеек N :

$$F_{5\gamma} = \frac{\pi}{2} \sin(\nu_0 \frac{\pi}{N}) + i\nu_0 \frac{(\pi - \tilde{\theta})}{N}. \quad (7.50)$$

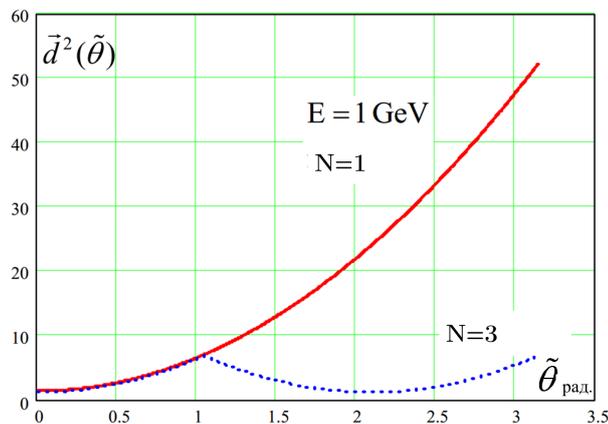
Рис. 7.39: Схема $C - \tau$ фабрики с тремя Сибирскими змейками.

Выбор места для виглеров, которые установлены точно посередине между змейками, обусловлен минимумом величины вектора спин-орбитальной связи

$$\mathbf{d} = \Re\{iF_5\eta^*\} = \mathbf{e}_z \frac{\pi}{2} \sin\left(\nu_0 \frac{\pi}{N}\right)$$

в этой области при равномерном распределении змеек по кольцу.

Увеличение числа Сибирских змеек ведет к резкому уменьшению деполаризующего влияния спин-орбитальной связи. На Рис.7.40 приведен график функции $\mathbf{d}^2(\tilde{\theta})$ с одной и тремя Сибирскими змейками.

Рис. 7.40: Поведение функции $\mathbf{d}^2(\tilde{\theta})$ в накопителе с одной (сплошная кривая) и тремя (пунктир) Сибирскими змейками.

Расчет по формуле 7.23 равновесной степени радиационной кинетической поляризации при выбранной геометрии поворотных магнитов, виглеров и Сибирских змеек

дает величину $\zeta_{eq} \approx 5\%$. Однако, влияние эффекта кинетической поляризации на среднее значение $\bar{\zeta}$ мало, так как $\tau_p \gg \tau_{ж}$. Рис.7.41 показывает зависимость средней поляризации от энергии при условии, что инжектируемый пучок поляризован на 90%.

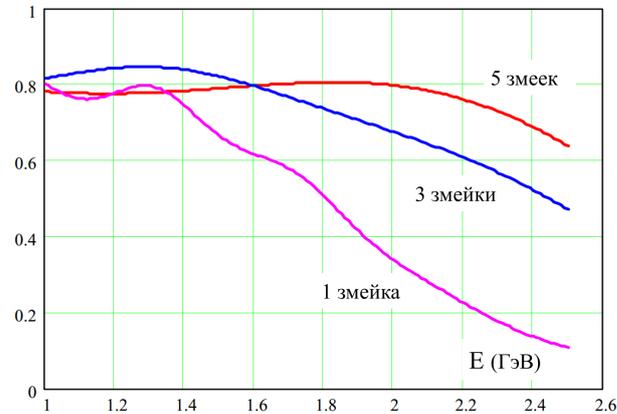


Рис. 7.41: Средняя поляризация пучка в зависимости от энергии для трех конфигураций Сибирских змеек.

Инжекция поляризованных электронов из линейного ускорителя позволяет произвольным образом чередовать поляризацию в последовательности сгустков. Возможная асимметрия положительной и отрицательной поляризации сгустков, вызванная слабым присутствием механизма кинетической поляризации, может быть устранена сдвигом энергии пучка на целый спиновый резонанс $\nu_0 = k$.

Глава 8

Прецизионные эксперименты с поляризованными пучками

В этом обзоре мы уже неоднократно касались частотных свойств спинового движения, которые составляют, вообще говоря, отдельную главу физики, начиная со времен измерения атомных спектров. В какой-то степени неожиданным, оказалось применение частоты спиновой прецессии для физики высоких энергий, исследуемой на накопителях частиц.

Применение метода резонансной деполяризации поляризованного пучка высочастотным электромагнитным полем открыло возможность постановки метрологических измерений масс широкого класса элементарных частиц. Но прежде чем перейти к описанию этих экспериментов, оценим предельные возможности получения узкой спектральной линии в движении спина в реальных накопителях.

8.0.1 Разброс спиновых частот в накопителе.

Мы введем на равновесной орбите периодический равномерно вращающийся орт $\mathbf{e} = \mathbf{e}_1 + i\mathbf{e}_2 = \eta e^{i\nu_0\theta} = (\mathbf{e}_x + i\mathbf{e}_z)e^{-i\nu_0(\tilde{\theta}-\theta)}$, перпендикулярный \mathbf{n}_0 . В системе вращающихся периодических ортов $\mathbf{n}_0, \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ изменение вектора спина \mathbf{S} за оборот такое же как лабораторной системе.

$$\mathbf{S}' = \mathbf{W} \times \mathbf{S} = \nu[\mathbf{n}_0 \times \mathbf{S}],$$

откуда находим связь приведенной частоты прецессии с угловой скоростью вращения спина в неподвижной системе:

$$\nu = \mathbf{W} \cdot \mathbf{n}_0 - \mathbf{e}'_1 \cdot \mathbf{e}_2. \quad (8.1)$$

Частота прецессии спина на траектории вблизи равновесной орбиты запишется как: $\mathbf{W} = \nu \mathbf{n}_0 + \mathbf{w}$. При этом "укороченное" уравнение 3.20 в периодических ортах изменится к виду:

$$C' = -i\sqrt{1 - |C|^2} w_{\perp} + i(\nu + w_{\parallel})C, \quad (8.2)$$

где $w_{\perp} = (\mathbf{w} \cdot \mathbf{e}^*)$; $w_{\parallel} = (\mathbf{w} \cdot \mathbf{n}_0)$, поперечная и параллельная компоненты возмущения.

Согласно основной идеи метода усреднения, для нахождения приведенной частоты прецессии ν на возмущенной траектории необходимо вектор \mathbf{n} дополнить двумя поперечными ортогональными векторами $\boldsymbol{\tau}_1, \boldsymbol{\tau}_2$, переходящими в $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ на равновесной траектории. Аналогичный $\mathbf{e} = \mathbf{e}_1 + i\mathbf{e}_2$ комплексный орт $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_1 + i\boldsymbol{\tau}_2$ запишется в виде:

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{1}{2} \left[(1 + \sqrt{1 + |C|^2})\mathbf{e} - C^*\mathbf{n}_0 - \frac{(C^*)^2\mathbf{e}^*}{2(1 + \sqrt{1 + |C|^2})} \right]. \quad (8.3)$$

Легко проверить, что $\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n} = \boldsymbol{\tau}^2 = 0$: $\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\tau}^* = 2$ и на равновесной орбите $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{e}$.

Теперь, аналогично 8.1, находим приведенную частоту прецессии вокруг \mathbf{n} :

$$\nu = \langle \mathbf{W} \cdot \mathbf{n} - \boldsymbol{\tau}'_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2 \rangle = \left\langle \mathbf{W} \cdot \mathbf{n} + \frac{1}{2} \Im(\boldsymbol{\tau}'_1 \cdot \boldsymbol{\tau}^*) \right\rangle,$$

где скобки $\langle \rangle$ означают усреднение по всем фазам движения частицы. После несложных вычислений имеем:

$$\nu = \nu_0 + \langle w_{\parallel} \rangle + \left\langle \frac{1}{(1 + \sqrt{1 + |C|^2})} \Re(Cw_{\perp}^*) \right\rangle. \quad (8.4)$$

Вклад поперечного возмущения в отклонение оси \mathbf{n} от \mathbf{n}_0 мы знаем из 3.23. Тогда мы можем записать, что неравновесная частица имеет сдвиг частоты прецессии на величину:

$$\delta\nu = \langle w_{\parallel} \rangle + \frac{1}{2} \sum_k \frac{|w_k^2|}{\nu - \nu_k}. \quad (8.5)$$

Незначительный, вдали от спиновых резонансов, вклад поперечных возмущений обсудим позже. Отметим только, что этот вклад пропорционален квадрату амплитуд колебаний. С этой же точностью нужно рассматривать и часть изменения частоты, связанного с $w_{\parallel} = \mathbf{w} \cdot \mathbf{n}_0$.

С одной стороны, это изменение вызвано наличием поперечных колебаний неравновесной частицы, приводящих к эффекту запаздывания, и, как следствие, сдвигу ее средней орбиты для сохранения синхронизма с ускоряющим ВЧ полем. С другой стороны, на этой орбите интеграл магнитного поля отличается от "равновесного" при наличии нелинейностей.

Поскольку обычно в электронных накопителях амплитуда вертикальных колебаний много меньше радиальной (вне резонанса связи), мы ограничимся, для простоты, только радиальным движением с условием $K_x = K_y = 0$. Магнитное поле вблизи равновесной орбиты запишем в виде: $B_z = B_0[K_z - nx - \frac{1}{2}n_1x^2]$, где $n_1 = -\frac{\partial^2 K_z}{\partial x^2}$ - квадратичная нелинейность.

Таким образом, средняя энергия частицы с колебаниями $\bar{\gamma}$ будет отличаться от равновесного значения γ_0 . Тогда, естественно, предположить, что

$$\delta v = \langle w_{\parallel} \rangle = v_0 \frac{\bar{\gamma} - \gamma_0}{\gamma} = v_0 \frac{\overline{\Delta\gamma}}{\gamma}.$$

Искомую разницу $\overline{\Delta\gamma}$ следует искать из условия синхронизма частицы с фазой ускоряющего напряжения:

$$\frac{d\phi}{dt} = \dot{\theta} - \omega_0 = 0. \quad (8.6)$$

Так как мы хотим учесть вклады, квадратичные по амплитудам колебаний, то воспользуемся полным решением уравнения радиального движения во втором приближении (см. Приложение А.1.2): $X = x_{0\beta} + x_{0\gamma} + x_1$.

Раскладывая $\dot{\theta}$ из А.9, которое в нашем случае упрощается к виду: ($K \equiv K_2$) $\dot{\theta} = \omega_0 / \sqrt{(1 + KX)^2 + (X')^2}$ в ряд с квадратичной точностью по x имеем:

$$\overline{Kx + \frac{1}{2}(x')^2} = \overline{Kx_1} + \overline{K\psi \frac{\Delta\gamma}{\gamma}} + \frac{1}{2} \overline{(x')^2} = 0. \quad (8.7)$$

Не трудно получить, что $\overline{(x')^2} = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T (x'_0)^2 d\theta = 2A_x^2 \left\langle |f_x|^2 + \frac{1}{|f_x|^2} \right\rangle_{\theta} + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta\gamma}{\gamma} \right)^2 \langle \psi_x'^2 \rangle_{\theta}$ при переходе к пределу $T \rightarrow \infty$.

Аналогично $\overline{K\psi \frac{\Delta\gamma}{\gamma}} = \langle K\psi \rangle_{\theta} \frac{\overline{\Delta\gamma}}{\gamma} = \alpha \frac{\overline{\Delta\gamma}}{\gamma}$, где α - коэффициент уплотнения орбит. В свою очередь

$$\overline{Kx_1} = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T K \frac{1}{2i} \left\{ f_x e^{i\nu_x \theta} \int_{-\infty}^{\theta} f_x^* e^{-i\nu_x \theta} F_2(x_0) d\theta - c.c. \right\} d\theta = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T F_2(x_0) \psi_x d\theta,$$

где после интегрирования по частям введена функция: $\psi_x = \frac{1}{2i} \left\{ f_x e^{i\nu_x \theta} \int_{-\infty}^{\theta} K f_x^* e^{-i\nu_x \theta} - c.c. \right\}$.

В выражении F_2 из А.17 при усреднении все члены с частотами ν_x и $2\nu_x$ исчезнут. Усреднение оставшихся сводится к взятию интеграла по периметру. В итоге, группируя отдельно члены с амплитудой бетатронных колебаний A_x и с амплитудой колебаний энергии $\frac{\Delta\gamma}{\gamma}$, получим:

$$\begin{aligned} -\alpha \frac{\overline{\Delta\gamma}}{\gamma} &= A_x^2 \left\langle \left(K^3 - 2Kg_x - \frac{1}{2}n_1 \right) |f_x|^2 \psi_x + \frac{1}{2} (1 + K\psi_x) \left(|f_x|^2 + \frac{1}{|f_x|^2} \right) + K' \psi_x |f_x| |f_x'| \right\rangle_{\theta} \\ &+ \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta\gamma}{\gamma} \right)^2 \left\langle \left(K^3 - 2Kg_x - \frac{1}{2}n_1 \right) \psi_x^3 + \frac{1}{2} (1 + K\psi_x) \psi_x'^2 + \psi_x^2 (K' \psi_x' + 2K - n) \right\rangle_{\theta}. \end{aligned} \quad (8.8)$$

Для жестко фокусирующих накопителей обычно: $k \sim 1$; $\psi_x \ll 1$; $g_x \sim n$; $n_1/g_x \sim (R_0/a) \gg 1$ (a - апертура). Выделяя в формуле 8.8 главные члены и пренебрегая вкладом синхротронных колебаний ($\psi_x \ll |f_x|$), запишем упрощенное выражение: [143]

$$\delta\nu \approx \frac{\nu_0 |A_x|^2}{\alpha} \left\langle n_1 |f_x|^2 \psi_x - \left(|f_x|^2 + \frac{1}{|f_x|^2} \right) \right\rangle_\theta \quad (8.9)$$

Для Гауссовского распределения амплитуд $|A_x| = 2\sigma_x$, тогда эта формула с σ_x вместо A_x будет определять установившийся средне квадратичный разброс спиновых частот $\sigma_\nu \equiv \sigma_\varepsilon$.¹

Выражение в угловых скобках в 8.9 совпадает в главных членах с формулой хроматизма радиальных бетатронных частот А.20. Эта величина является важным фактором для подавления коллективной неустойчивости типа "голова-хвост". Для устойчивой работы ускорителя требуется иметь положительный хроматизм по обеим направлениям движения частиц, что достигается введением в структуру ускорителя нескольких семейств секступольных линз.

Хроматизм бетатронных колебаний легко измеряется при перестройке частоты обращения частиц и одновременным измерением бетатронных частот. Ввиду обыденности этих измерений возникает желание подавлять разброс спиновых частот простой компенсацией радиального хроматизма секступольными линзами.

Эта идея была экспериментально проверена на накопителе ВЭПП-2М с применением спинового флиппера. Как мы обсуждали в параграфе 7.3.2, при адиабатическом пересечении искусственного спинового резонанса степень поляризации изменяется по закону

$$\zeta(t) = \zeta(0) \cdot \int_0^t e^{-\frac{t}{\tau_d}} dt,$$

где время деполяризации определяется амплитудой резонансной гармоники и разбросом спиновых частот 7.7

$$\tau_d^{-1} \approx \frac{\bar{\varepsilon}^2 \sigma_w^2 + \bar{w}_k^2 \sigma_\varepsilon^2}{(\bar{w}_k^2 + \bar{\varepsilon}^2)^2} \tau_0^{-1}.$$

В эксперименте при фиксированной амплитуде ВЧ-поля в нескольких заходах измерялась остаточная поляризация при различных скоростях изменения частоты флиппера \dot{f}_d . Затем экспериментальная кривая $\frac{\zeta_1}{\zeta_0}(f_d)$ сравнивалась с модельными расчетами, аналогичными Рис.7.10 и по методу κ^2 определялась величина σ_ν .

Такие измерения были проделаны при нескольких значениях радиального хроматизма. Результаты этой серии измерений σ_ν , как функции радиального хроматизма, представлены на Рис.8.1.

¹Необходимо заметить, что в этом случае среднее значение энергии всегда больше равновесной на величину $\sim \sigma_\nu$.

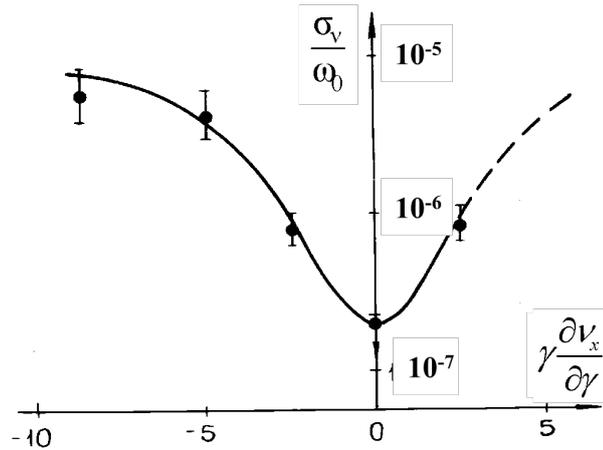


Рис. 8.1: Зависимость разброса спиновых частот от хроматичности радиальных бета-тронных колебаний.

Самая левая точка на рисунке соответствует "естественному" хроматизму при выключенных секступолях. Включение секступолей понижает разброс спиновых частот до минимума при $\gamma \frac{\partial v_x}{\partial \gamma} \approx 0$. Полученное при этом значение $\sigma_v = 2 \times 10^{-7}$ является скорее верхней оценкой величины разброса спиновых частот. Измерение столь малых величин требует, по-видимому, более строгого контроля систематических ошибок методики. Таких, например, как нарушение адиабатичности включения и выключения флиппера, стабильности его амплитуды и т.д. Однако, достигнутый результат вполне достаточен для проведения большого цикла экспериментов даже при положительном хроматизме $\gamma \frac{\partial v_x}{\partial \gamma} \approx +1$, который уже позволяет превзойти порог неустойчивости "голова-хвост" и работать при больших токах для получения необходимой светимости встречных e^+e^- пучков.

8.1 Прецизионные измерения масс частиц на ВЭПП-2М.

8.1.1 Измерение массы Φ -мезона.

Исторически первым применением резонансной деполяризации в физике высоких энергий было измерение массы Φ -мезонного резонанса в 1975 году на накопителе ВЭПП-2М. В начале эксперимента была проведена калибровка абсолютной шкалы энергии накопителя по резонансной деполяризации с привязкой к измерителю магнитного поля по ядерному магнитному резонансу. Пучок электронов поляризовался до уровня $\zeta \approx 80\%$ на энергии 650 МэВ, где время поляризации $\tau_p \approx 50$ минут. Затем энергия снижалась с пересечением резонансов по процедуре, описанной в 4.1 до области Φ -мезона и производился стандартный цикл сканирования частотой деполяризатора. По скачку скорости счета событий внутрисгусткового рассеяния определялась

энергия частиц и начинался набор статистики на встречных пучках.

Распределение событий по энергиям представлено на Рис.8.2

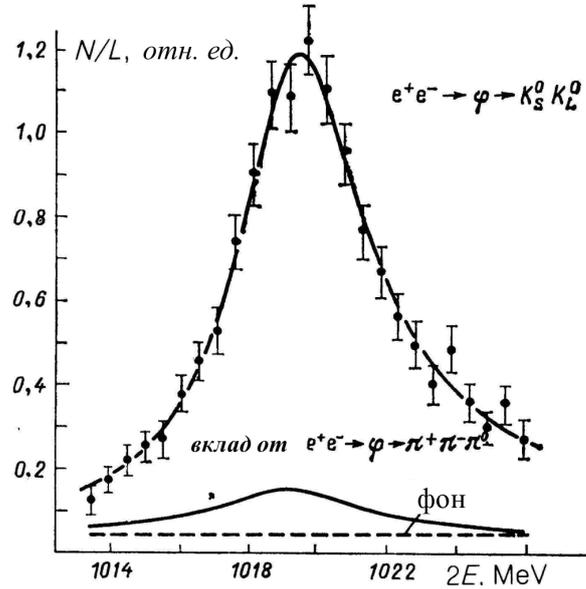


Рис. 8.2: Кривая возбуждения Φ -мезонного резонанса.

Кривая возбуждения Φ -мезонного резонанса измерялась детектором ОЛЯ по двум каналам $e^+ + e^- \rightarrow K_L^0 + K_S^0$ и $e^+ + e^- \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$. [12] Было проведено три цикла измерений кривой Φ -мезона в интервале энергий от 2×507 до 2×513 МэВ с шагом $\Delta 2E = 0.5$ МэВ. Набранный интеграл светимости $\int L dt = 4 \cdot 10^{34} \text{ см}^{-2}$. При обработке данных всего было выделено событий $N(K_L K_S) = 2370$ и $N3\pi = 950$. Оптимальная кривая проведена с учетом радиационных поправок и интерференции Φ и ω мезонов. Эта кривая соответствует значению массы Φ -мезона:

$$M_\phi = 1019.52 \pm 0.13 \text{ МэВ.}$$

Экспериментальная точность, полученная в одном этом измерении, превысила суммарную ошибку всех предыдущих работ на эту тему. Этот эксперимент заложил основу для многолетнего цикла прецизионных измерений масс частиц на электрон-позитронных пучках. [14]

Впоследствии, масса ϕ -мезона уточнялась в эксперименте на ВЭПП-2М с детектором КМД-2, где была достигнута относительная точность $\frac{\Delta M_\phi}{M_\phi} = 6 \cdot 10^{-5}$. [147]

8.1.2 Измерение масс K^+ и K^- мезонов.

Возможность прецизионного измерения масс K^\pm -мезонов связана с тем обстоятельством, что вблизи максимума Φ -мезонного резонанса заряженные каоны рождаются

с кинетической энергией ≈ 16 МэВ. Поэтому определение кинетической энергии с точностью $\sim 10^{-3}$ дает хорошую точность в измерении масс вторичных частиц, если энергия первичных электронов и позитронов фиксирована по резонансной деполяризации.

На ВЭПП-2М в первом измерении использовался эмульсионный детектор из 5-ти слоев фотоэмульсии БР-2, охватывающих вакуумную камеру накопителя в месте встречи пучков. К-мезоны с кинетической энергией 16 МэВ имеют пробег в эмульсии ≈ 2 мм и легко идентифицируются по распаду или характеру взаимодействия в конце пробега.

Калибровка средней энергии частиц осуществлялась также как и в предыдущем измерении с той лишь разницей, что поляризовался пучок позитронов, который деполяризовался только в одной точке по энергии. После калибровки добавлялся второй пучок и устанавливалась эмульсионная камера. С момента включения деполяризатора и до конца облучения магнитное поле накопителя поддерживалось системой стабилизации на постоянном уровне.

Было проведено два сеанса облучения. Первое облучение при токах 3×3 мА² на энергии $E = 509.345 \pm 0.010$ МэВ длилось 50 минут. Второй сеанс на энергии $E = 509.326 \pm 0.010$ МэВ проходил при токах 5×5 мА² в течении 30 минут.

При обработке было отобрано 350 событий рождения $e^+ + e^- \rightarrow K^+ K^-$. Энергетический спектр каонов определялся разбросом энергии в пучке, флуктуациями радиационных потерь в эмульсии и радиационными поправками к сечению. Измеренный спектр приведен на Рис.8.3. Среднее значение массы каонов составило:

$$M_{K^\pm} = 493.670 \pm 0.029 \text{ МэВ.}$$

При этом статистическая точность дала в ошибку 0.021 МэВ; калибровка эмульсии - 0.016 МэВ и точность калибровки энергии пучков - 0.010 МэВ. [145]

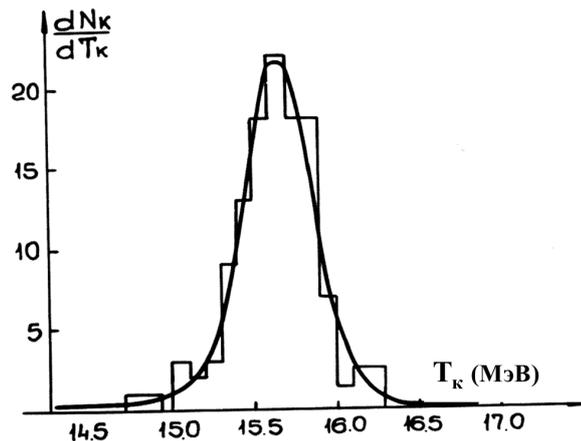


Рис. 8.3: Кинетическая энергия каонов.

Следует подчеркнуть, что в данном эксперименте определялось среднее значение $\frac{M_{K^+} + M_{K^-}}{2}$. Но практически с той же точностью, из этого измерения можно получить массу M_{K^+} , поскольку масса отрицательного каона M_{K^-} хорошо известна из К-мезоатомных экспериментов. [140]

8.1.3 Стабильность энергии накопителя.

В параграфе, посвященном радиационной поляризации на LEP (см. 7.6), мы уже касались проблемы долговременной стабильности энергии частиц, когда рассказывали про "формулу энергии", учитывающей целый ряд факторов, включая лунные приливы. [135]

На много лет раньше проблема стабильности энергии, благодаря методу резансной деполяризации, была осознана на накопителе ВЭПП-2М. [144] Как оказалось, целый ряд калибровок энергии, сделанных в разное время в области энергии Φ мезонного резонанса, показал разброс значений энергии почти на два порядка хуже точности отдельного измерения. Поиск причин этого разброса выявил однозначную корреляцию энергии, измеряемой по резонансной деполяризации, с температурой водяного охлаждения обмоток магнитов. Естественно было предположить, что температурные изменения приводят к механическим смещениям магнитов и фокусирующих линз кольца, которые, в свою очередь, сдвигают энергию на величину

$$\frac{\Delta E}{E} \sim \frac{k}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\Delta R_i}{R_i},$$

где R_i радиусы орбиты в средней части i -го магнитного элемента из n магнитов и линз; коэффициент k определяется конструкцией магнитных элементов и их подставок и имеет порядок величины $k \sim 1/\alpha$. Здесь α - коэффициент прорастившего расширения орбит. Хорошо известно, что для жестко фокусирующих установок всегда $\alpha \sim v_x^{-2} \leq 1$. [11] Для ВЭПП-2М расчетное значение $\alpha = 0.16$.

Для подтверждения этой гипотезы и устранения паразитного дрейфа энергии была разработана система относительного измерения положения магнитов с помощью механических штанг из специальной стали манганин с малым коэффициентом линейного температурного расширения. Один конец каждой штанги фиксировался в геодезическом знаке соответствующего элемента. Обратные концы штанг заканчивались магнитными сердечниками, каждый из которых свободно перемещался в некоей катушке, являющейся частью резонансного контура. Благодаря малому размеру установки ВЭПП-2М ($R_0 \sim 3$ м) все катушки и сердечники собирались на центральном геодезическом знаке (см. Рис.8.5)

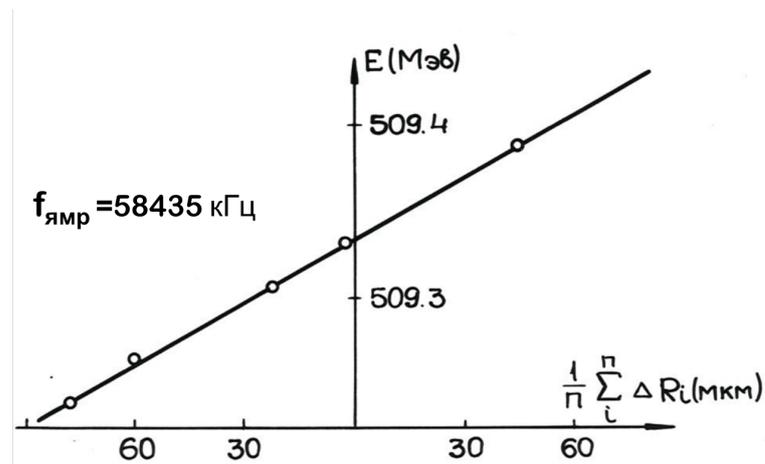


Рис. 8.4: Изменение среднего радиуса кольца ВЭПП-2М.

Кроме того, для компенсации остаточного "паразитного" температурного расширения штанг, в одну из катушек была вставлена короткая штанга соответствующей длины из нержавеющей стали. Каждый резонантный контур был настроен на боковую часть резонансной кривой с достаточно хорошей линейностью сигнала фазометра в диапазоне движения магнитного сердечника. На Рис.8.4 показаны результаты калибровки этой системы с помощью измерения энергии по резонансной деполяризации при фиксированной частоте ядерного магнитного резонанса, измеряющего величину магнитного поля в дополнительном опорном дипольном магните.

По результатам калибровки видно, что изменение среднего радиуса, вызванного температурным дрейфом, может достигать величины $\approx \pm 60$ мкм. Разрешающая способность созданной измерительной системы оказалась \sim мкм, что, в принципе, достаточно для получения долговременной стабильности энергии $\approx 10^{-5}$, если использовать данные измерения $(\Delta R/R)$ как сигнал обратной связи для системы стабилизации энергии пучков. Кстати, из данных калибровки находим, что коэффициент $k \approx 0.12$.

Для реализации этой идеи была модернизирована вся система питания магнитов накопителя, схематически представленная на Рис.8.5

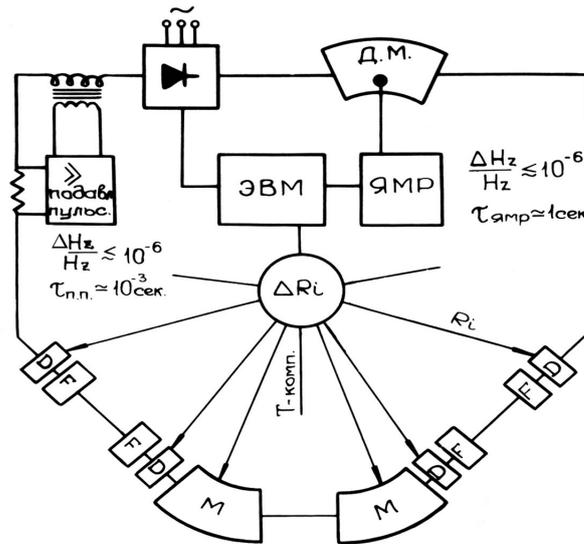


Рис. 8.5: Схема стабилизации энергии пучка в накопителе ВЭПП-2М.

Основой системы является мощный выпрямитель с током $I_{max} = 10$ кА и дополнительный "опорный" магнит, идентичный диполям кольца. Дополнительно были разработаны:

- система подавления пульсаций тока выпрямителя до уровня $\Delta I/I \approx 10^{-6}$ в диапазоне частот от 10 Гц до 10^4 Гц;
- введен контур, включающий в себя нутационный ядерный магнетометр, для стабилизации магнитного поля $\Delta B/B = 10^{-6}$ в частотном диапазоне 0 - 1 Гц;
- после калибровки системы измерительных штанг, ее данные использовались для управления (с обратной связью через ЭВМ) задающей частотой ЯМР, стабилизирующего магнитное поле.

Описанная система стабилизации позволяла стабильно поддерживать энергию пучков в ВЭПП-2М с точностью не хуже $\pm 1.5 \times 10^{-5}$ в течении 2-3 месяцев, необходимых для набора статистики при любых перепадах температуры и погодных условий, столь изменчивых в Сибири.

8.1.4 Измерение массы нейтрального каона.

Интерес к нейтральным каонам связан с присутствием K_S^0 , K_L^0 в распадах многих других частиц. Поэтому более точное знание массы K_S^0 , K_L^0 позволяет улучшить знание масс их партнеров в различных реакциях.

На ВЭПП-2М масса нейтрального каона в реакции $e^+ + e^- \rightarrow K_L^0 + K_S^0$ определялась с помощью криогенного магнитного детектора. [146] Детектор КМД имел продольное поле 32 кГаусс. Для компенсации связи радиальных и вертикальных колебаний, возникающей от продольного поля, детектор включал две компенсирующие катушки с полем до 50 кГаусс. Для проведения прецизионных экспериментов необходимо было убедиться в отсутствии сдвига спиновой частоты, вызванной продольным полем. Из 3.11 находим:

$$\Delta\nu = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\langle K_y \rangle}{\langle K_z \rangle} \right)^2 \text{ctg}(\pi\nu_0),$$

т.е. для $E=509$ МэВ ($\nu_0 = 1.155$) $\Delta\nu \approx 0.7(\Delta K_y/K_z)^2$. откуда следует, что продольное поле детектора необходимо компенсировать до уровня 10^{-3} . Этому вопросу уделялось внимание при магнитных измерениях поля детектора. Кроме того, эти калибровки проверялись непосредственно в эксперименте по измерению ширины резонанса связи $\nu_x - \nu_z = 0$. Как показано в Приложении А.1.1 точно в резонансе разность частот нормальных колебаний ν_1, ν_2 достигает минимальной величины $|\nu_1 - \nu_2| = |G|$. Константа связи

$$G = \langle |f_z| (g|f_x| - K_y|f'_x|) e^{-i\Delta\nu\theta} \rangle_\theta$$

вместе со скью-квадрупольный членом $g = \partial K_x / \partial x$ содержит и продольное поле K_y .

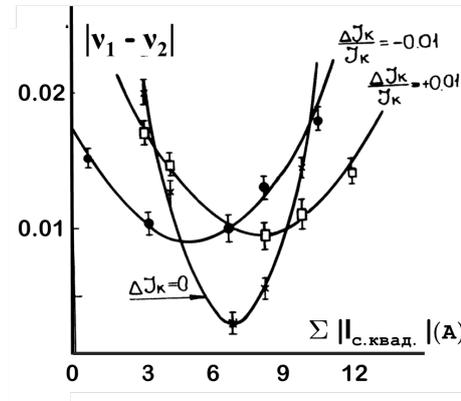


Рис. 8.6: Компенсация продольного поля детектора КМД.

На Рис.8.6 представлены результаты измерений разницы $|\nu_1 - \nu_2|$ в зависимости от суммарного тока скью квадрупольей при нескольких значениях тока компенсирующих катушек детектора. "Минимум-миниморо" для $|\nu_1 - \nu_2|$ на этом рисунке соответствует наименьшей связи колебаний. При этом ток, питающий компенсирующие

катушки, оказался близок к значению, полученному в магнитных испытаниях детектора.

С целью уменьшения температурных сдвигов, неизбежных при поляризации пучков на энергии, близкой к максимальной, в этом эксперименте радиационная поляризация осуществлялась непосредственно на рабочей энергии $E=509.32$ МэВ, которая была выбрана для уменьшения радиационных поправок на левом склоне Φ -мезонного резонанса.

Однако, при таком подходе возникли трудности с получением достаточно интенсивного пучка поляризованных позитронов. Во-первых, время радиационной поляризации на выбранной энергии составляет $\tau_p \approx 3$ часа, хотя время жизни пучка $\tau_{ж} \approx 0.5$ часа в рабочей точке $\nu_x = 3.06$, $\nu_z = 3.09$ (плоский пучок) при токе $I \approx 10$ мА. Во-вторых, возможный сдвиг спиновой частоты от ближайших спиновых резонансов $\nu_0 = \nu_{x,z} - 2$ (см. 8.6 и Рис.7.14) необходимо было уменьшить "передвижкой" резонансов также за счет изменения бетатронных частот.

Оба последние требования удалось совместить выбором рабочей точки бетатронных колебаний на резонансе связи $\nu_x = \nu_z = 3.21$. Время жизни пучка на резонансе связи выросло в 5-6 раз без ухудшения условий для радиационной поляризации, как мы обсуждали это ранее.

В результате принятых мер за время $t \sim 3$ часа получалось 5 мА позитронов с поляризацией $\zeta \approx 60\%$. Калибровка энергии по резонансной деполяризации осуществлялась с нормировкой на второй сгусток примерно той же интенсивности, который захватывался в накопитель после возвращения бетатронных частот в рабочую точку.

На Рис.8.7 приведен результат одного из измерений средней энергии в описанной выше моде.

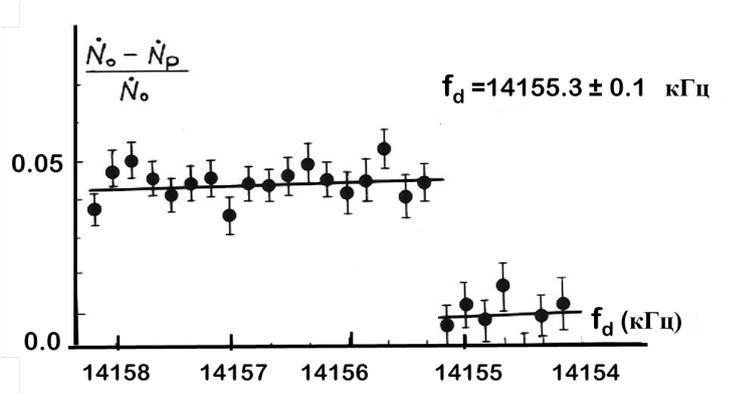


Рис. 8.7: Калибровка энергии: $E = 509.325 \pm 0.005$ МэВ.

Аналогичные калибровки энергии проводились ежедневно в разное время суток. Полный набор калибровок показал стабильность средней энергии пучков лучше 15

КэВ. За время эксперимента была набрана интегральная светимость около 60 обратных нанобарн. Из всей статистики 250000 кадров было отобрано 3713 событий $e^+e^- \rightarrow K_L^0 K_S^0$ ($K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$).

Масса каона определялась двумя различными способами. Во-первых, кинетическая энергия нейтральных каонов так же не велика как и у заряженных. Разрешение детектора поэполяет по векторной сумме импульсов π^+ и π^- восстановить импульс K_S^0 и, тем самым, при фиксированной энергии первичных частиц определить среднюю массу нейтральных каонов. Второй способ связан с измерением минимального угла разлета π^\pm -мезонов, который соответствует разлету пионов в системе покоя K_S^0 перпендикулярно его импульсу. Масса каона связана с углом ψ соотношением:

$$M_{K_S^0} = \sqrt{E_k^2 \sin^2 \frac{\psi}{2} + 4m_\pi^2 \cos^2 \frac{\psi}{2}}.$$

Зная массу пиона m_π , энергию нейтрального каона E_k , равную, с точностью до радиационных поправок, энергии e^\pm , измерение угла ψ однозначно определяет массу $M_{K_S^0}$. В итоге, обработка отобранных событий и усреднение результатов обоих способов найдено значение массы нейтрального каона:

$$M_{K_S^0} = (497.6669 \pm 0.030) \text{ МэВ}$$

Отсюда, используя среднемировое значение массы M^\pm получаем разность масс нейтрального и заряженного каонов:

$$\Delta M_K = (4.002 \pm 0.033) \text{ МэВ}.$$

8.1.5 Измерение массы ω -мезона.

Решение проблемы пересечения целого резонанса $\nu_0 = 1$ (4.1) открыло возможность применения метода резонансной деполяризации в области ω -мезона ($E=390$ МэВ), где время радиационной поляризации $\tau_p \sim 8$ часов практически исключает получение поляризованных пучков на нужной энергии.

Пучок поляризовался на энергии 650 МэВ. Затем, по процедуре описанной ранее, энергия снижалась до области ω -мезона с адиабатическим переворотом на целом резонансе ($E=440$ МэВ). Продольное поле нужной величины $K_y/K_z = 3\%$ создавалось частичны снижением тока в комперсирующих катушках КМД на энергии 510 МэВ (после пересечения резонансов $\nu_0 = \nu_{x,z} - 2$). Конфигурация продольного поля восстанавливалась при $E=420$ МэВ. Присутствие сильных резонансов $\nu_0 = 4 - \nu_{x,z}$ с $|w_k| \sim 10^{-4}$, ввиду невозможности их быстрого пересечения без компенсации соответствующих гармоник возмущения, приводит к необходимости "передвижки" этих резонансов существенно ниже ω -мезона. Поэтому калибровка энергии проводилась в рабочей точке по бетатронным частотам $\nu_x = 3.19$, $\nu_z = 3.21$, при которых эти резонансы отодвигаются к энергии $E=350$ МэВ.

Вклад этих резонансов в сдвиг спиновой частоты, который легко оценить из 8.6: $\Delta\nu = 1/2 \sum_{i=1,2} |w_k|^2 / (\nu_0 - \nu k) \sim 10^{-7}$ пренебрежимо мал. Существенно большая ошибка в калибровке энергии при сдвинутой частоте радиальных колебаний возникает от измерения коэффициента уплотнения орбит ($\alpha \sim 1/\nu_x^2$). Так как набор статистики для определения параметров ω -мезона происходит в обычной рабочей точке, "хорошей" по эффектам встречи ($\nu_x = 3.06$, $\nu_z = 3.09$), то за счет изменения α возможен систематический сдвиг энергии, если равновесная орбита частиц имеет среднее смещение ΔR относительно центров квадрупольей: $\Delta E/E = (\Delta\alpha/\alpha) \Delta R/R_0$.

Точность измерителей положения орбиты, "нули" которых калибруются по отсутствию смещений орбиты при изменении градиентов в соответствующих квадрупольях, составляет ≈ 0.2 мм, Этот эффект может дать систематический сдвиг энергии относительно калибровки $\Delta E \approx 20$ КэВ, что вполне допустимо для данного эксперимента.

В течение эксперимента в 15 точках по энергии был набран интеграл светимости $\mathcal{L} \approx 50$ обратных нанобарн. Из всей статистики было отобрано 3800 событий - кандидатов на реакцию $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$. На Рис.8.8 представлена зависимость сечения этого процесса от энергии, вычисленная по формуле: $\sigma_{3\pi} = N_{3\pi}/(\mathcal{L}\epsilon(1+\delta))$, с учетом эффективности детектора ϵ и радиационной поправки δ ,

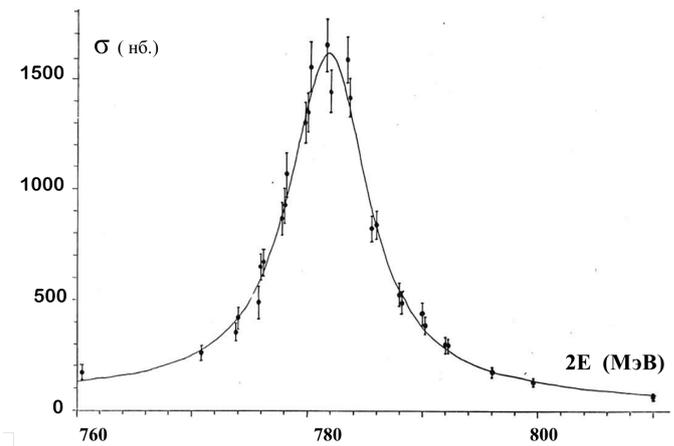


Рис. 8.8: Кривая возбуждения ω -мезона.

Кривая на рисунке соответствует оптимальным значениям массы ω -мезона

$$M_\omega = (781.78 \pm 0.10) \text{ МэВ}$$

и его ширины

$$\Gamma_\omega = (8.3 \pm 0.4) \text{ МэВ}.$$

8.1.6 Прецизионное сравнение аномальных магнитных моментов электрона и позитрона.

В отсутствии электрического поля частоты прецессии спинов электронов и позитронов $\Omega^\pm = \omega_0(1 + \gamma \frac{\mu'^{\pm}}{\mu_0})$ не должны различаться, если справедлива СРТ теорема, предсказывающая равенство по абсолютной величине свойств частицы и античастицы (m, e, μ_0, μ'). Электрон-позитронный накопитель, где частицы и античастицы и их спины вращаются одновременно в одном и том же магнитном поле, наилучшим образом соответствует задаче сравнения свойств электрона и позитрона.

Первая реализация этой идеи была осуществлена в 1976 году на накопителе ВЭПП-2М. [174] В результате этого сравнительного эксперимента - одновременной резонансной деполяризации электронов и позитронов было показано, что $\frac{\Omega^+ - \Omega^-}{\Omega} \leq 10^{-5}$ на 95% уровне достоверности. Этот результат был ограничением на разность АММ электрона и позитрона, поскольку сравнительная точность для масс этих частиц была выше.

Именно в ходе этого эксперимента был выявлен и осознан не контролируемый дрейф величины магнитного поля и нестабильность энергии частиц из-за температурных сдвигов элементов магнитной системы.

Следующий этап сравнительного эксперимента был предпринят после введения в строй системы стабилизации энергии (8.1.3). Благодаря этому нововведению, стало возможным поднять точность сравнения Ω^\pm примерно на два порядка. [175]

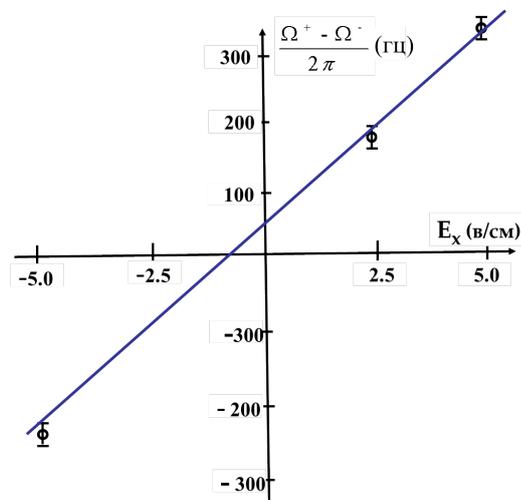


Рис. 8.9: Разность частот прецессии.

Эксперимент проходил на энергии 650 МэВ. После достижения степени поляризации $\zeta \approx 80\%$ включался деполяризатор в сканирующем режиме с узкой частотной линией. Обработка данных нескольких идентичных заходов, обнаружила наличие

некоторой разницы частот прецессии $\Omega^+ - \Omega^-$. Для прояснения ситуации был сделан цикл измерений с включением на части орбиты радиального электрического поля E_x , которое разводит частоты прецессии спинов электронов и позитронов на величину $\Delta\Omega \simeq 2q_0 \langle E_x \rangle / (\gamma + 1) = 2\omega_0 \langle E_x \rangle / \langle B_z \rangle$. Результаты измерения разности частот $\Omega^+ - \Omega^-$ при различных напряженностях электрического поля показаны на Рис.8.9. Измеренная разница частот при $E_x = 0$ составляет $\Delta\Omega(E_x = 0) = 2\pi(45 \pm 5)$ Гц.

Поиски возможных источников разведения частот внутри вакуумной камеры накопителя привели к выключению питания распределенных магнито-разрядных насосов. Несколько измерений $\Omega^+ - \Omega^-$, сделанных в этом режиме, показали что разница частот деполяризации не превышает $2\pi \cdot 3$ гц. В относительных единицах эта разница соответствует ограничению

$$\frac{\Omega^+ - \Omega^-}{\Omega_0} \leq 1.2 \cdot 10^{-7}$$

на уровне достоверности 95%.

Дальнейшее улучшение точности сравнения АММ в методе одновременной резонансной деполяризации требует повышения стабильности поля накопителя, что, вообще говоря возможно, но представляется затруднительным. Однако, при уже достигнутом уровне стабильности можно существенно повысить точность сравнения Ω^\pm , если изменить схему измерений. Речь идет об измерении разности фаз

$\Delta\phi = \int_0^T (\Omega^+ - \Omega^-) dt$, набранных спинами электрона и позитрона за фиксированный промежуток времени T при вращении вокруг направления магнитного поля. Ясно, что наилучшая точность такого сравнения достигается в случае, когда спины вращаются в плоскости перпендикулярной полю, т.е. требуется когерентный поворот поляризации от "естественного" вертикального направления в плоскость орбиты.

В параграфе 7.4 был продемонстрирован переворот поляризации при адиабатическом пересечении "искусственного" спинового резонанса (см. Рис.7.18). Ясно, что процесс поворота может быть остановлен при любой отстройке от резонанса, в частности, и (с точностью знания энергии частиц) при $\varepsilon = 0$, когда спины будут в медианной плоскости. Быстрое выключение ВЧ поля (за время, определяемое добротностью ВЧ системы) практически не изменит положение спинов. После выключения флиппера спины электронов и позитронов совершают "свободную" прецессию вокруг ведущего магнитного поля. Эта прецессия может наблюдаться по гармоническому изменению продольной поляризации, как это делалось, например, в эксперименте по измерению $(g-2)$ мюона. [?] ²

²Следует подчеркнуть, что флиппер одинаково действует на электроны и позитроны. Линейное поле флиппера есть суперпозиция двух автомтически сфазированных циркулярных гармоник, одна из которых воздействует на спины электронов - другая на спины позитронов, вращающиеся в противоположном направлении.

Однако, поскольку нас интересует только разность спиновых фаз $\Delta\phi$, то ее измерение можно осуществить, не прибегая к поворотному наблюдению за направлением поляризации. Достаточно через некоторое время T снова быстро включить ВЧ поле при $\varepsilon = 0$ и аддиабатически "восстановить" стабильную к деполяризующим воздействиям вертикальную поляризацию. В такой постановке эксперимента, условно названной "спиновая гимнастика", у экспериментатора есть достаточно много времени для того, чтобы измерить поляризации обоих пучков до и после включений ВЧ поля и затем сравнить результаты.

Кроме необходимости когерентного поворота поляризации, в методе разности фаз принципиальным является вопрос о разбросе спиновых частот. Предельная точность в обсуждаемой методике определяется в конце концов, количеством оборотов спинов за время T , ограниченное временем существования поляризации. Наличие у неравновесной частицы сдвига спиновой частоты $\delta\nu$ приводит к изменению угла направления спина относительно равновесного с начальной скоростью $d\phi/dt = \delta\nu$ до времени $t \sim \tau_0$. На больших временах диффузное перемешивание частот прецессии внутри установившегося разброса σ_ν приводит к замедлению "расплывания" направлений спинов, так что при $T \gg \tau_0$ среднеквадратичный разброс фаз прецессии за время T равен:

$$\overline{(\delta\phi)^2} = \sigma_\nu^2 \cdot T \tau_0. \quad (8.10)$$

Для того, чтобы в методе спиновой гимнастики достичь точность лучшую, чем при резонансной деполяризации, необходимо, как легко подсчитать, выдерживать спин в горизонтальной плоскости в течении времени $T \sim 0.3 \div 1$ сек. Если задать разумным требованием $\sqrt{\overline{(\delta\phi)^2}} \approx 0.5$, то из 8.10 получаем, что разброс спиновых частот не должен превышать $\sigma_\nu = 3 \cdot 10^{-7}$. Как мы видели выше (Рис.8.1), это значение легко достигается при компенсации квадратичной нелинейности секступольными линзами.

В эксперименте флиппер, с амплитудой $w_k = 6 \cdot 10^{-5}$, включался с начальной расстройкой от резонанса $f_1 = 15$ кГц ($\Delta\varepsilon \approx 10^{-3}$), которая затем уменьшалась со скоростью 50 кГц/сек. Выключение ВЧ и повторное включение через время $T = 0.3$ секунды производилось вблизи истинной резонансной частоты с неизвестной ошибкой ε_1 , которая определяется нестабильностью средней энергии частиц ($\Delta E/E \approx 1.5 \cdot 10^{-5}$).

После двух включений ВЧ поля (сначала от f_1 до $f_r = (\nu_0 - 2) \cdot f_0$, затем в обратном порядке) усредненная по пучку восстановленная степень поперечной поляризации ζ_1 связана с начальной поляризацией ζ_0 формулой:

$$\zeta_1 = \zeta_0(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta - \cos \bar{\phi} \cdot e^{-\frac{\overline{(\delta\phi)^2}}{2}}), \quad (8.11)$$

где θ - угол поворота спина от вертикали, $\overline{(\delta\phi)^2}$ - среднеквадратичный разброс набранных углов вблизи среднего $\bar{\phi}$ за время T . В идеальной ситуации угол $\theta = \pi/2$, но

из-за неточности знания энергии $|\theta - \pi/2| \approx |w_k|/(\Delta E/E)$. Вследствие этого, восстановленная поляризация будет меньше начальной даже в случае совпадения фазы ВЧ с фазой спина. Но, вообще говоря, фаза ВЧ поля при вторичном включении после $\sim 10^7$ оборотов спина будет случайной по причине все той же нестабильности энергии. Но это обстоятельство не мешает измерять разность $|\phi^+ - \phi^-|$, ввиду одинаковых изменений энергии для обоих пучков.

Случайность фазы ВЧ приводит к необходимости измерять не только степень восстановленной поляризации, но и ее знак. Нужно сказать, что специально для этого эксперимента был изобретен Комптоновский поляриметр, в котором в качестве источника циркулярно поляризованных фотонов использовалось ондуляторное излучение встречного пучка. Принцип, конструкция и применение этого поляриметра описаны в приложении С.1.1. Но оказалось, что в реальном эксперименте проще обойтись привычной регистрацией ЭВР рассеяний. На первый взгляд, ЭВР поляриметр, имеющий квадратичную зависимость от поляризации не способен различать ее направление. Однако, на энергии 650 МэВ, где время радиационной поляризации составляет 50 минут, длительное наблюдение за скоростью счета событий ЭВР после спиновой гимнастики позволяет определить и степень и знак восстановленной поляризации. Как видно на Рис.7.18 измерение производной $d(\dot{N}/I^2)/dt$ после включения флишера говорит о знаке поляризации. На Рис.8.10 приведен пример одного измерения поляризации позитронного пучка после спиновой гимнастики.

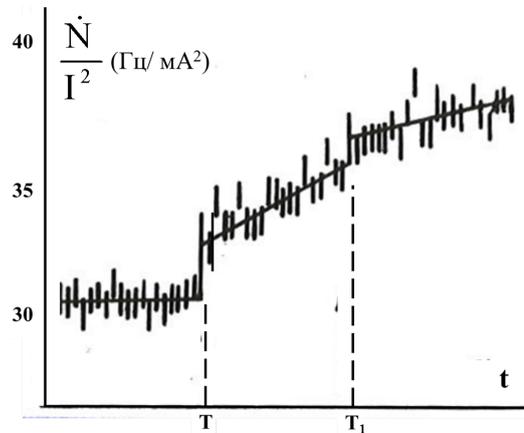


Рис. 8.10: Определение знака поляризации.

Измерение начинается при $\zeta_0 \approx 0.85$. Из Рис.8.10 можно заключить, что в результате спиновой гимнастики поляризация пучка позитронов стала отрицательной с частичной деполаризацией: $\zeta_1/\zeta_0 = -0.8$. Это подтверждает также и резонансная деполаризация через 1000 секунд (точка T_1), где скачок скорости счета маленький, поскольку пучок терял поляризацию за счет процесса радиационной поляризации к равновесному значению.

Несколько экспериментальных циклов, аналогичных изображенному на Рис.8.10, были проведены с двумя пучками. На время манипуляций со спинами выключались магнито-разрядные насосы и секступольные коррекции соответствовали нулевому хроматизму. Калибровка энергии по резонансной деполяризации осуществлялась в каждом цикле примерно через час после спиновой гимнастики. По данным калибровок были отобраны циклы, в которых $|\varepsilon_1| \leq 400$ Гц, что соответствует углу поворота спина от вертикали $70^\circ \leq \theta \leq 110^\circ$. Все результаты собраны на Рис.8.11:

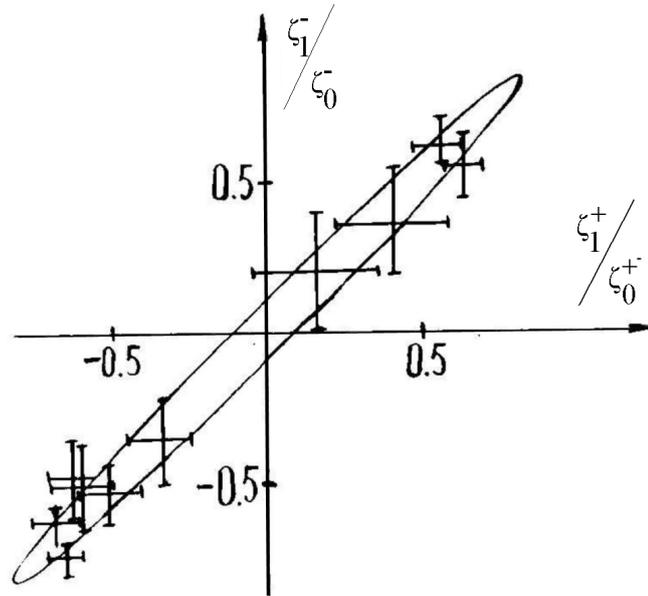


Рис. 8.11: Сравнение АММ электрона и позитрона.

По экспериментальным точкам методом наименьших квадратов проведен эллипс, задаваемый параметрически:

$$\begin{aligned} \zeta_1^+ / \zeta_0 &= r \cdot \cos \alpha, \\ \zeta_1^- / \zeta_0 &= r \cdot \cos(\alpha + \Delta\phi); \\ r &= e^{-\frac{(\delta\phi)^2}{2}}, \end{aligned} \quad (8.12)$$

где $\Delta\phi$ - искомая разность набега углов прецессии электронов и позитронов.

Для лучшего определения "радиуса" и для демонстрации чувствительности метода был сделан ряд заходов с включением на участке орбиты длиной 40 см электрического поля $E_x = 3$ в/см, которое разводило частоты прецессии на величину $\Delta\nu \approx \frac{1}{4f_0T}$.

Суммарные результаты этих заходов представлены на Рис.8.12:

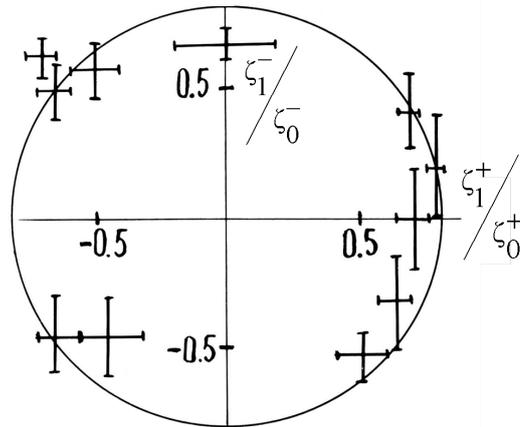


Рис. 8.12: Сравнение АММ электрона и позитрона при разведении частот прецессии электрическим полем.

Из этих данных получаем $r = 0.8 \pm 0.03$. Откуда, используя формулу 8.10, находим величину разброса спиновых частот $\sigma_\nu \approx 2 \cdot 10^{-7}$.

С тем же "радиусом" r оптимально проведен эллипс на Рис.8.13, где показаны результаты трех заходов с увеличенным в 1.5 раза напряжением на пластинах с радиальным электрическим полем.

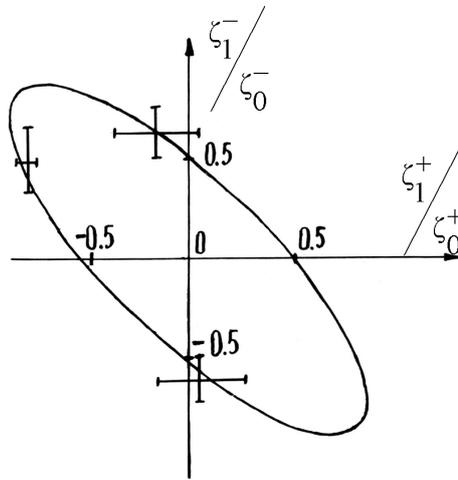


Рис. 8.13: Сравнение АММ электрона и позитрона при разведении частот электрическим полем в 1.5 раза большим, чем на предыдущем рисунке.

Суммарная обработка данных всех измерений позволяет заключить, что в отсут-

ствии электрического поля разность фаз

$$\Delta\phi = \int_0^{0.3 \text{ сек}} (\Omega^+ - \Omega^-) dt \leq 5^\circ,$$

что соответствует $\frac{\Delta\mu'}{\mu'} \leq 1 \cdot 10^{-8}$ на уровне достоверности 95%.

Данный результат вместе с измерениями μ' в магнитной ловушке [153] можно рассматривать как уточнение массы позитрона, которая известна с худшей точностью чем электронная масса. Но в накопителе, в отличие от магнитной ловушки, сравнивается комбинация трех основных параметров (электрический заряд, масса и магнитный момент) частицы и античастиц, поэтому данные этого эксперимента лучше считать проверкой СРТ теоремы для лептонов.

До сих пор мы не упоминали еще об одном источнике электрического поля, а именно об ускоряющем резонаторе, где продольное электрическое поле может иммитировать разность спиновых частот в случае горизонтального угла орбиты внутри резонатора. Это обстоятельство является реальным трудно устранимым ограничением точности сравнения АММ. Полученный результат говорит о том, что паразитный наклон орбиты (или резонатора) не превышал величины 10^{-3} .

Значительное уменьшение влияния резонатора можно добиться проведением измерений на существенно меньшей энергии, где потери энергии на оборот частицы ($\sim \gamma^4$) снижают реальное ускоряющее напряжение. Кроме того, на меньшей энергии резко возрастает допустимое время "свободной" прецессии $T \sim \gamma^{-7}$ (см. 8.10). Хочется надеяться, что эта идея еще ждет своего воплощения.

8.2 Прецизионные измерения на ВЭПП-4.

Ускорительно-накопительный комплекс ВЭПП-4 был создан в 1979 году для экспериментов по физике элементарных частиц в области суммарной энергии электрон-позитронных встречных пучков до 11 ГэВ. В ускорительной цепочке для получения позитронов используются сильноточный линейный ускоритель и синхротрон Б-4, которые обеспечивает скорость накопления позитронов около 5 мА/мин. в бустерном накопителе ВЭПП-3, имеющего максимальную энергию ≈ 2 ГэВ. Схема комплекса (в современном виде) изображена на Рис.8.14

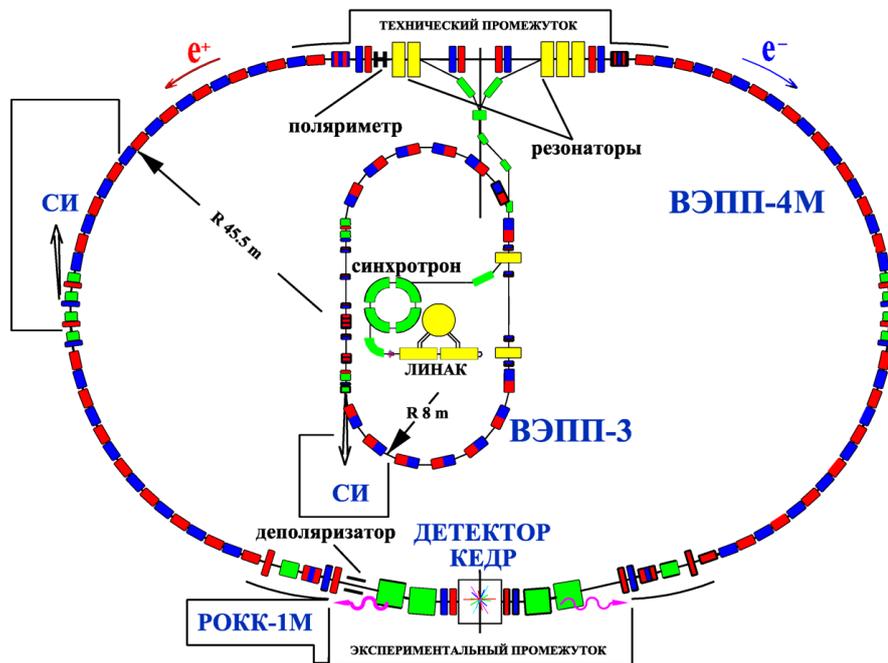


Рис. 8.14: Схема комплекса ВЭПП-4.

Накопитель ВЭПП-4 представляет собой два полукольца со средним радиусом 45.5 м., разделенных двумя длинными промежутками. Каждое полукольцо состоит из 19 элементов периодичности. Один промежуток (технический) используется для инъекции пучков. Там же располагаются пять ускоряющих резонаторов. Во втором (экспериментальном) промежутке в разное время устанавливались детекторы: ОЛЯ (1980-1982), детектор с вертикальным магнитным полем МД-1 (1983-1986) и с 1992 универсальный детектор КЕДР с продольным полем. Каждый из этих детекторов внес весомый вклад в прецизионные измерения масс с применением резонансной деполаризации для абсолютной калибровки энергии пучков.

8.2.1 Прецизионные измерения масс ψ -семейства.

К моменту ввода ВЭПП-4 в строй действующих установок уже были открыты новые узкие резонансы: J/ψ - мезоны со скрытым "очарованием" и Υ - мезоны со скрытой "красотой". Резонансы ψ и Υ семейств лежат в области энергий ВЭПП-4. Поэтому практически одновременно с получением встречных пучков на накопителе ВЭПП-4 вместе с детектором ОЛЯ на новый накопитель была перенесена также и технология резонансной деполяризации и постановки прецизионных экспериментов.

В ВЭПП-4 на энергии 1.8 ГэВ (1/2 массы ψ' мезона) время радиационной поляризации более 100 часов. Поэтому получение поляризованных пучков в области ψ семейства осуществляется в бустерном накопителе ВЭПП-3, где на той же энергии $\tau_p \approx 40$ минут. Поляризованный за $t \sim 2\tau_p$ пучок переводится затем без специальных спиновых ротаторов с потерей $\approx 10\%$ поляризации в накопитель ВЭПП-4 на энергии эксперимента.

На Рис.?? приведен расчет мощности линейных деполяризирующих резонансов для ВЭПП-4 в области ψ семейства. В качестве модельного возмущения в программе DEPSKEW, по аналогии с ВЭПП-2М, использовался одиночный скью квадруполь. Из рисунка видно, что в выбранной рабочей точке по бетатронным частотам при энергиях ψ и ψ' отсутствуют деполяризирующие резонансы и время "естественной" деполяризации достаточно велико. Однако, надо помнить, что электроны, поляризованные в ВЭПП-3, как видно из Рис.8.14, инжектируются в ВЭПП-4 с поляризацией противоположной равновесной.

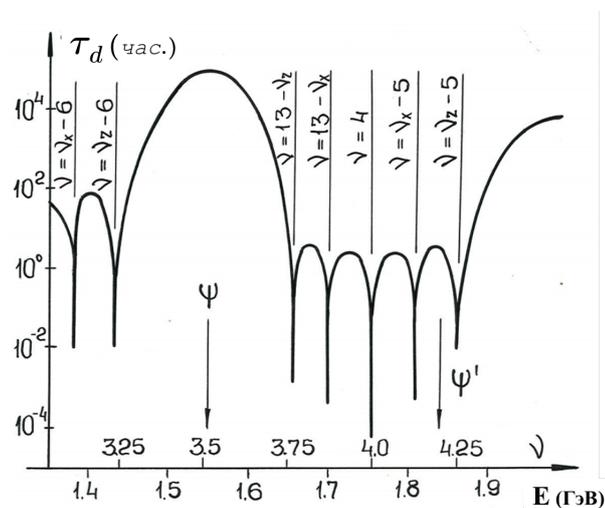


Рис. 8.15: Деполярирующие резонансы на ВЭПП4 в области ψ семейства.

В качестве поляриметра для этой области энергий вполне пригоден метод регистрации эффекта внутри сгусткового рассеяния, который обеспечивал скорость счета

$\sim 10^3$ гц/мА² при токе пучка $\sim 1 \div 2$ мА с чувствительностью к поляризации $\Delta_{\perp} \simeq 3.5\%$. Для деполяризации на ВЭПП-4 используются пластины инфлектора, создающие в бегущей волне радиальное магнитное поле $\vec{B}_x \cdot l \simeq 25$ Гс·см, что обеспечивает (с учетом усиления за счет функции спинового отклика) время деполяризации порядка секунды.

В первых измерениях с детектором ОЛЯ в нескольких циклах сканирования области резонансов с шагом $2\Delta E = 0.5$ МэВ были измерены формы ψ и ψ' резонансов при регистрации процессов $e^+e^- \rightarrow$ адроны. Калибровка энергии проводилась в конце и в начале каждого цикла. Внутри цикла поддерживалась стабильность ведущего поля и систем коррекций. Светимость ВЭПП-4 при энергии ~ 1.5 ГэВ составляла $\sim 5 \cdot 10^{28}$ см⁻²сек⁻¹ при токах 0.5×0.5 мА². Измерение светимости осуществлялось регистрацией процесса упругого электрон-позитронного рассеяния на малые углы. За время эксперимента было набрано ≈ 4.0 нбн⁻¹.

В отличие от экспериментов на ВЭПП-2М, новые резонансы имеют ширину много меньшую энергетического разброса в пучке, так что наблюдаемая в эксперименте форма резонанса определяется разбросом энергии и радиационными поправками. С учетом этих факторов экспериментальное сечение аппроксимировалось следующей формулой:

$$\sigma_{\text{эксп}} = \epsilon \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_T(\mathcal{E}') G(\mathcal{E}' - \mathcal{E}) d\mathcal{E}', \quad (8.13)$$

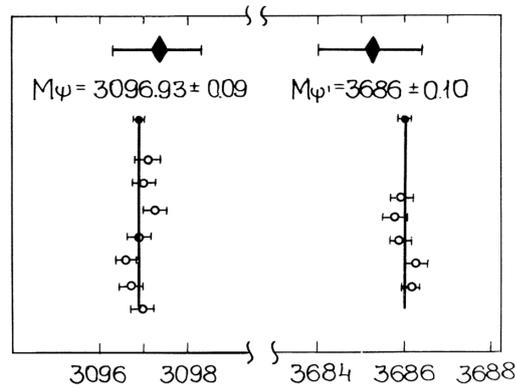
где $\mathcal{E} = 2E$ -полная энергия, ϵ - эффективность регистрации данного процесса, \mathcal{E}' - энергия взаимодействующей пары e^+e^- пары,

$$G(\mathcal{E} - \mathcal{E}') = 1/(\sqrt{2\pi}\sigma_{\mathcal{E}}) e^{-(\mathcal{E}-\mathcal{E}')^2/2\sigma_{\mathcal{E}}^2}$$

- функция распределения полной энергии, σ_T - сечение рождения с учетом радиационных поправок в дважды логарифмическом приближении.

При обработке экспериментальных данных методом максимума правдоподобия в каждом цикле измерений свободными считались 4 параметра: масса резонанса M , энергетический разброс $\sigma_{\mathcal{E}}$, сечение фоновых событий $\sigma_{\text{ф}}$ и эффективность регистрации ϵ . В ошибку массы была квадратично включена ошибка калибровки энергии. Однако, статистическая достоверность распределения масс вокруг среднего оказалась маленькой: для измерений на ψ -мезоне $\mathcal{P}(\chi^2) = 0.1\%$ и $\mathcal{P}(\chi^2) = 8\%$ на ψ' -мезоне, что свидетельствует о наличии неучтенных ошибок. Действительно, уже в ходе эксперимента были получены данные о зависимости энергии пучков от суточных колебаний температуры в тоннеле накопителя. Эти неконтролируемые изменения энергии были учтены введением дополнительной ошибки δ_i , одинаковой во всех циклах: 180 КэВ для ψ -мезона и 102 КэВ для ψ' -мезона.

С учетом этой ошибки массы резонансов, измеренные в результате обработки экспериментальных данных в каждом цикле сканирования, и средние по всем циклам представлены на Рис.8.16. [149]

Рис. 8.16: Результаты измерения масс ψ и ψ' резонансов.

На рисунке вверху приведены усредненные экспериментальные точки предыдущих измерений.

В ходе эксперимента и обработки данных проводился анализ возможных систематических ошибок:

1. Точность измерения светимости, включая вклад поляризации вакуума в сечение сечение мониторирующего процесса.
2. Так как по резонансной деполяризации определяется энергия средняя по обороту частиц, требуется учесть несимметричное расположение детектора и ВЧ-резонатора, компенсирующего потери электронов и позитронов на синхротронной излучение. Эффект оказался незначительным: разность энергий электронов и позитронов в точке взаимодействия около 2 КэВ.
3. Наличие в кольце электрических полей для разведения частиц в "паразитном" месте встречи. Возможное разведение энергий и спиновых частот проверялось по резонансной деполяризации с включенным и выключенным разведением. Эффект пренебрежимо мал.
4. Теоретическая неточность радиационных поправок и возможная зависимость эффективности регистрации многоадронных событий от энергии. Во всех случаях изменения масс были незначительными ($\sim 10 \div 20$ КэВ).

Двадцать лет спустя эксперименты по измерению масс ψ семейства были предприняты снова на модернизированном ВЭПП-4М с более универсальным детектором КЕДР. Надо сказать, что на ВЭПП-4 в области энергии $1.5 \div 1.8$ ГэВ разброс спиновых частот при $\gamma dv_x/d\gamma = 2$ составляет величину $\sim 10^{-7}$, что изначально создает благоприятные условия для прецизионной калибровки энергии методом резонансной деполяризации. Таким образом, для более точных прецизионных измерений масс

требовалась соответствующая стабильность энергии и достаточная светимость накопителя.

Светимость на ВЭПП-4М значительно возросла до $2 \cdot 10^{30} \text{см}^{-2} \text{сек}^{-1}$ на энергии 1.8 ГэВ. Для измерения поляризации применялся улучшенный за счет подвижности счетчиков ЭВР поляриметр со скоростью счета $\sim 10^4$ Гц при токе 4 мА и той же анализирующей способностью $\approx 3 \div 3.5\%$. [155] Амплитуда деполяризатора $|w_k| \approx 3 \cdot 10^{-7}$ была оптимизирована для сканирования со скоростью 0.5 Гц/сек с частотной модуляцией $\Delta f_d \sim 1 \div 4$ Гц. Качество поляриметра демонстрирует Рис.8.17, где в одном заходе дважды произведена деполяризация: сначала частичная деполяризация при сканировании f_d снизу-вверх; затем окончательная при обратном ходе f_d сверху-вниз.

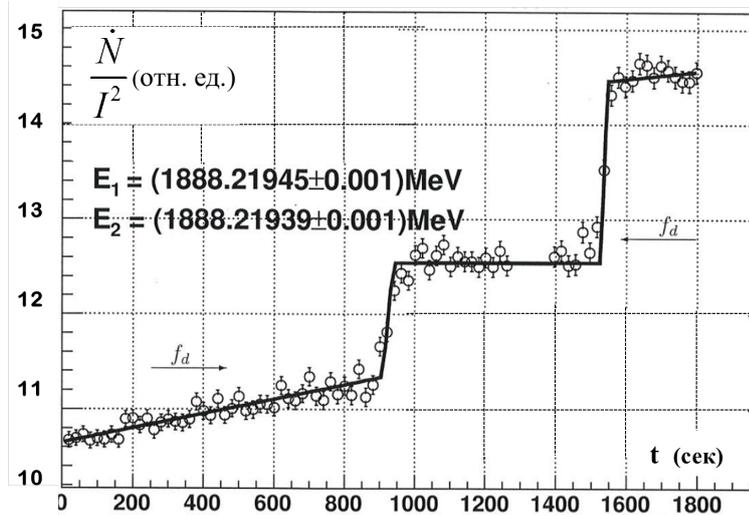


Рис. 8.17: "Два в одном" измерении энергии на ВЭПП-4М

Приведенная на рисунке точность двух измерений энергии скорее свидетельствует о некотором дрейфе энергии между измерениями, чем о точности калибровки. При постоянной энергии разброс спиновых частот плюс ширина частотной полосы деполяризатора $(\sigma_v + \Delta f_d / f_0)$ должны были привести к разнице $|E_1 - E_2| \approx 4 \div 5$ КэВ, тогда как из приведенных данных следует: $|E_1 - E_2| \leq 0.1$ КэВ. Справедливости ради следует сказать, что точность калибровки энергии $\approx 4 \div 5$ КэВ вполне соответствовала задачам эксперимента.

В ходе эксперимента с этим поляриметром был изучен дрейф средней энергии, вызываемый изменением температуры магнитов, охлаждающей воды и воздуха в тоннеле. Сезонное и суточное поведение дрейфа показано на Рис.8.18

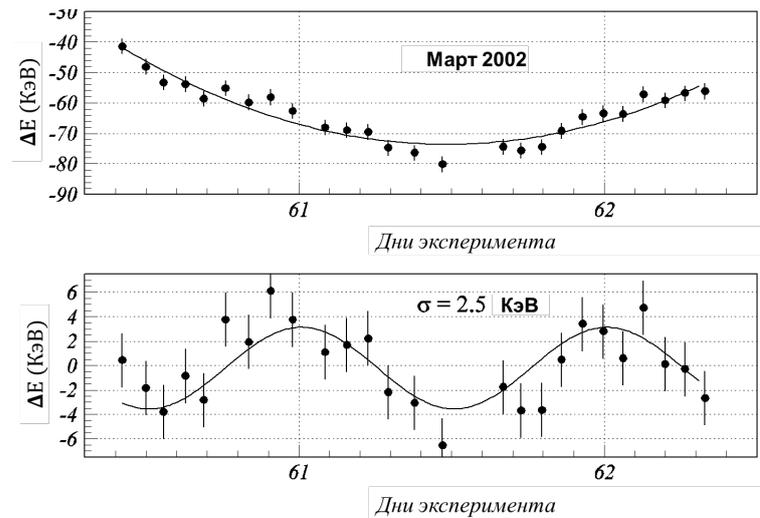


Рис. 8.18: Сезонное и суточное изменение энергии пучка на ВЭПП-4М

Амплитуда суточных колебаний зависела от времени года. Так мартовские колебания $\sim \pm 4$ КэВ в мае выросли в 10 раз, что было уже связано не столько с температурой магнитов, сколько с изменением средней орбиты пучков из-за сдвига магнитов при весеннем прогреве окружающего тоннель грунта. В итоге этих исследований появилась (аналогично с LEP) "формула энергии", по которой энергия предсказывалась с точностью ~ 8 КэВ даже после выключения магнитного поля и после циклов намагничивания.

С таким уровнем стабильности в 2002 году был предпринят эксперимент по более точному измерению масс семейства ψ -мезона. [157] Было сделано 3 сканирования ψ -мезона с калибровкой энергии в 5-ти точках с интегралом светимости $\int L dt \simeq 40$ нбарн $^{-1}$ и 3 сканирования ψ' -мезона ($\int L dt \simeq 76$ нбарн $^{-1}$). Кроме того, для изучения систематики дополнительное сканирование с набором 10 обратных нанобарн было сделано на ψ -мезоне с уменьшенным энергетическим разбросом за счет перераспределения декрементов синхротронных и бетатронных колебаний.

В процессе обработки набранной статистики, дополнительно к названным в предыдущем эксперименте 1981 года систематическим ошибкам, были учтены также следующие факторы: [156]

1. Хроматизм фокусировки в месте встречи, который приводит к отличию профиля плотности частиц с разными отклонениями энергии, так что максимум дифференциальной светимости приходится не на среднюю энергию. Как показали моделирование и эксперименты, хроматизм существенно зависит от настройки секступолей. В итоге, поправки к массам в каждом сканировании были разные (вплоть до смены знака) и имели порядок $\pm(4 \div 5)$ КэВ ± 2 КэВ.

2. На новом уровне точности было учтено наличие в кольце электрических полей для разведения частиц в трех "паразитных" местах встречи, которое генерирует ветрикальную дисперсию, в том числе, и в центральном месте встречи ($\psi_z \approx 300$ мкм). Вертикальная дисперсии, во-первых, разводит орбиты электронов и позитронов по вертикали, что, естественно, снижает светимость, во-вторых, изменяет суммарную энергию частиц в системе центра масс. Более того, разведенные в паразитных местах встречи, электроны и позитроны испытывают влияние полей друг друга, что вызывает дополнительное динамическое, зависящее от токов встречных пучков, разведение в основном месте встречи. Эффект на сдвиг энергии не превышает $\sim 3 \div 4$ КэВ.
3. Были проанализированы также влияние полей в секступолях, стоящих вблизи паразитных мест встречи, где пучки разведены по вертикали, влияние потенциала собственного пучка, зависимость коэффициента уплотнения орбит от энергии и т.д. Суммарное воздействие этих эффектов существенно меньше первых двух.

В результате обработки набранных событий по методике, описанной выше, с учетом вероятности потери доли энергии в начальном состоянии, получились следующие значения масс:

$$\begin{aligned} M_\psi &= 3096.917 \pm 0.010 \pm 0.007 \text{ МэВ} \\ M_{\psi'} &= 3686.111 \pm 0.025 \pm 0.009 \text{ МэВ} \end{aligned} \quad (8.14)$$

Сравнивая эти значения масс с предыдущим измерением (Рис.8.16) видим, что точность возросла примерно в 3 раза.

Здесь хотелось бы отметить, что в экспериментах по прецизионному измерению масс создаются "метрологические" стандарты для уточнения масс многих других частиц, рождающихся в распадах векторных мезонов. Так, например, после первого измерения M_ψ на ВЭПП-4, массы D^\pm , D^0 и $D^{*\pm}$, измеренные ранее в единицах массы ψ -мезона, были значительно уточнены, также как и массы частиц $\kappa(3510)$ и $\kappa(3550)$ после измерений ψ и ψ' .

В 2004 году на ВЭПП-4М был предпринят новый эксперимент по сканированию области энергий $\psi(2S)$ и $\psi(3770)$ -мезонов с набором большого интеграла светимости ($\int L dt \approx 650$ нбарн⁻¹). Сканирование ψ' было проведено по предыдущему сценарию. Количество набранных много адронных событий в этом эксперименте позволило существенно улучшить статистическую точность измерений, практически с той же систематической ошибкой. [158] Усредненное по двум измерениям значение массы $\psi(2S)$ равно:

$$M_{\psi(2S)} = 3686.119 \pm 0.004 \pm 0.008 \text{ МэВ.}$$

Этот результат имеет относительную точность $\frac{\Delta M_{\psi'}}{M_{\psi'}} = 2.5 \cdot 10^{-6}$.

Для $\psi(3770)$ -мезона данные набирались в 11 точках по энергии $3.75 \div 3.92$ ГэВ. [159] Роль прецизионной калибровки энергии, которая была сделана только на вершине $\psi(3770)$ -мезона, была не столь важна, как в предыдущих измерениях. В остальных точках контроль энергии осуществлялся по измерению края спектра обратного комптоновского рассеяния лазерных фотонов.[160] Преимущество этого метода состоит в возможности непрерывного контроля текущего значения энергии. Точность этого метода $\leq 10^{-4}$ значительно хуже резонансной деполяризации, однако вполне адекватна задаче измерения массы $\psi(3770)$ -мезона.

Основная проблема в определении массы этой частицы, состояла в учете интерференции резонансного и не резонансного рождений $D\bar{D}$ -мезонов в $\psi(3770)$ и в поиске лучшей потенциальной модели для теоретических расчетов масс и полных и электронных ширин всего ψ -семейства. Однако обсуждение этих вопросов далеко выходит за рамки этого обзора.

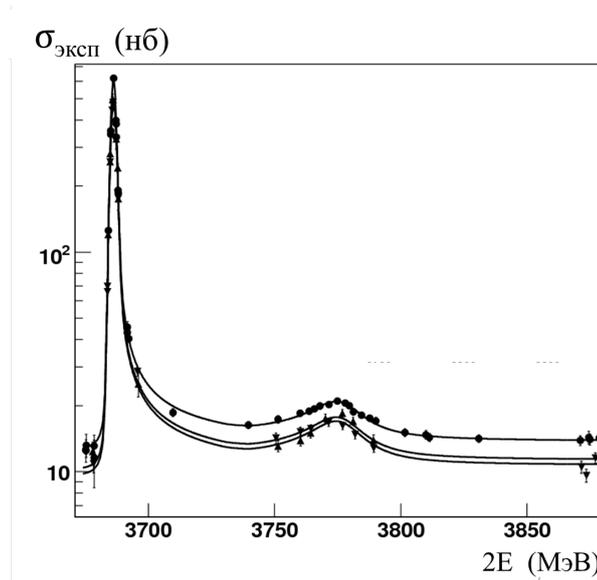


Рис. 8.19: Данные эксперимента 2004 года.

Мы приведем только, представленную на Рис.8.19, общую кривую зависимости измеренного сечения рождения много адронных событий в диапазоне энергий $2E = 3650 \div 3900$ МэВ и окончательный результат измерения массы $\psi(3770)$ -мезона, который имеет точность на уровне лучших работ детекторов BABAR и BELLE:

$$M_{\psi(3770)} = 3779.2 \pm 0.6 \pm 0.8 \text{ МэВ}.$$

8.2.2 Измерения масс D^0 и D^+ мезонов.

На ВЗПП-4М с детектором КЕДР были проведены еще несколько экспериментов, в которых энергия постоянно мониторировалась по ОКР с контрольными, время от времени, поверками по резонансной деполяризации. Первым из этих экспериментов было измерение масс D^0 и D^+ мезонов. [161] По аналогии с заряженными и нейтральными каонами (см. 8.1.4), измерение масс D^0 и D^+ мезонов основано на том, что вблизи порога рождения эти частицы имеют малые импульсы p_D . Определение этих импульсов по реконструкции событий распада одного из D -мезонов позволяет получить точность измерения масс на средне-мировом уровне, при условии прецизионного знания энергии начального состояния $2E$.

На ВЭПП-4М эксперименты были проведены в пике $\psi(3770)$ -мезона ($p_D \approx 260$ МэВ), используя процесс рождения пар D -мезонов: $e^+e^- \rightarrow \psi(3770) \rightarrow D\bar{D}$. Нейтральные D -мезоны реконструировались по $K^-\pi^+$ в конечном состоянии, а заряженный - по регистрации финальных событий $K^-\pi^+\pi^+$.

Инвариантная масса D -мезона вычисляется из соотношения: $M_D = \sqrt{E^2 - (\sum_i \vec{p}_i)^2}$, где \vec{p}_i импульсы продуктов распада. Абсолютное измерение импульсов конечных частиц основано на знании карты магнитного поля в трекинговой системе детектора и перекрестных проверках с реконструкциями уже известных процессов (например, $e^+e^- \rightarrow \psi(1S)\pi^+\pi^-$).

В эксперименте было набрано около 3000 событий в каждой моде распада ($\int Ldt \sim 0.9$ пбарн $^{-1}$). Анализ событий $D^0 \rightarrow K^-\pi^+$ и $D^+ \rightarrow K^-\pi^+\pi^+$ с симуляцией эффективности регистрации методом Монте-Карло, с учетом всех коррекций и систематических неопределенностей привел к результатам, представленным на Рис.8.20 вместе с данными других измерений этих масс

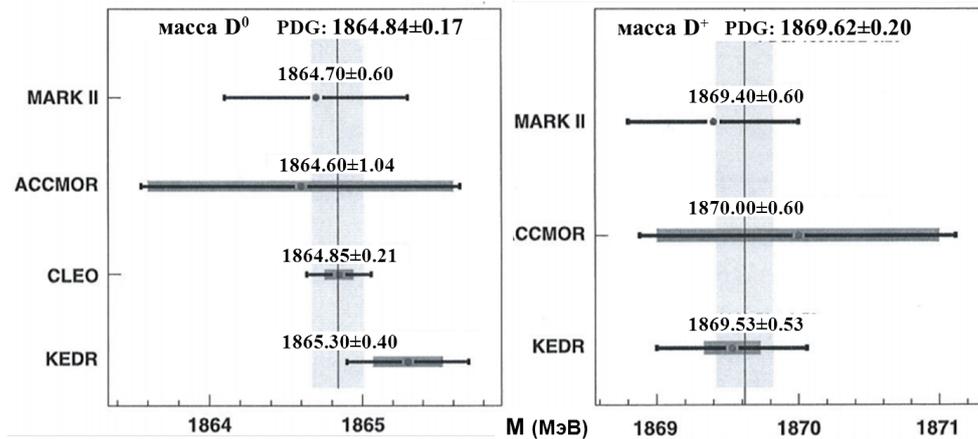


Рис. 8.20: Измерение масс D^0 и D^+ мезонов.

Нейтральный и заряженный D -мезоны являются основными состояниями семейств частиц с открытым "шармом". Таким образом, точные измерения масс D^0 и D^+ -мезонов создает шкалу энергий для более тяжелых возбужденных состояний этого семейства.

8.2.3 Лазерный поляриметр на ВЭПП-4.

В области энергий Υ -семейства время радиационной поляризации вполне приемлемо для получения поляризованных пучков в самом ВЭПП-4, если устранить влияние деполаризующих резонансов. И первый вопрос, который нужно было решить - адекватный поляриметр. Скорость счета внутрисгусткового рассеяния резко падает с возрастанием энергии ($\dot{N} \sim \gamma^{-7/2}$). Кроме того, возрастание поперечного импульса в пучке снижает чувствительность к поляризации $\Delta_{\perp} \sim \gamma^{-1}$ (см. С.2.1).

Альтернативный способ - измерение поляризации электронов по Комптоновскому рассеянию лазерных фотонов. Как ясно из С.1, основные требования, предъявляемые к лазеру, определяются следующими соображениями:

1. Для получения максимальной асимметрии, вызванной поляризацией пучка, лазер должен быть как можно более коротковолновым.
2. Необходима достаточная мощность для достижения высокой светимости фотон-электронных столкновений.
3. Управление поляризацией лазерного излучения.
4. Для подавления фона от тормозного излучения на атомах остаточного газа, предпочтительнее использовать импульсный лазер со световым импульсом сравнимым с длиной области взаимодействия.

Наиболее соответствующим перечисленным требованиям для ВЭПП-4 оказался импульсный твердотельный YAG лазер ЛТИ-502 с удвоенной частоты излучения в монокристалле йодата лития. Это устройство генерировало на длине волны 5300 \AA ($\omega \simeq 2.26 \text{ эВ}$) мощность 3.5 Вт с частотой повторения до 20 кГц и длительностью импульсов 200 нсек. На расстоянии 20 метров лазерный свет фокусировался в область места встречи с электронным пучком. Размер и положение пятна фотонов автоматически управлялись для достижения максимальной скорости счета вторичных γ -квантов. Координаты этих квантов регистрировались (после конвертора $1X_0$) индукционной пропорциональной камерой с разрешением 200 мкм. Энергия γ -квантов ($\omega_2 = 200 \div 900 \text{ МэВ}$) измерялась счетчиком полного поглощения на основе кристалла NaJ(Te). Детектор располагался на расстоянии 20 метров от области взаимодействия.

Измеряемой величиной являлась асимметрия вертикального распределения регистрируемых γ -квантов:

$$A_{\text{эксп}} = \frac{N_{\uparrow} - N_{\downarrow}}{N_{\uparrow} + N_{\downarrow}},$$

где N_{\uparrow} и N_{\downarrow} число событий, зарегистрированных выше и ниже центра распределения. Расчетное значение асимметрии, усредненное по параметрам пучка и фотонов, составляет $\langle \mathcal{A} \rangle \approx 2\%$.

Достигнутая скорость счета Комптоновских рассеяний была $\approx 10^4$ Гц на 1 мА тока пучка. Набор статистики осуществлялся при попеременном переключении ячейкой Погкельса знака циркулярной поляризации фотонов. На Рис.8.21 показан набор статистики в стандартном цикле измерений вертикального распределения γ -квантов с $\xi_2 \pm 1$. Слева внизу показаны разность и сумма двух распределений, откуда получаем экспериментальную величину асимметрии и ее ошибку: $A_{\text{эксп}} = 1.31 \pm 0.18$, что соответствует степени поляризации $\zeta_{\perp} = 0.65 \pm 0.1$.

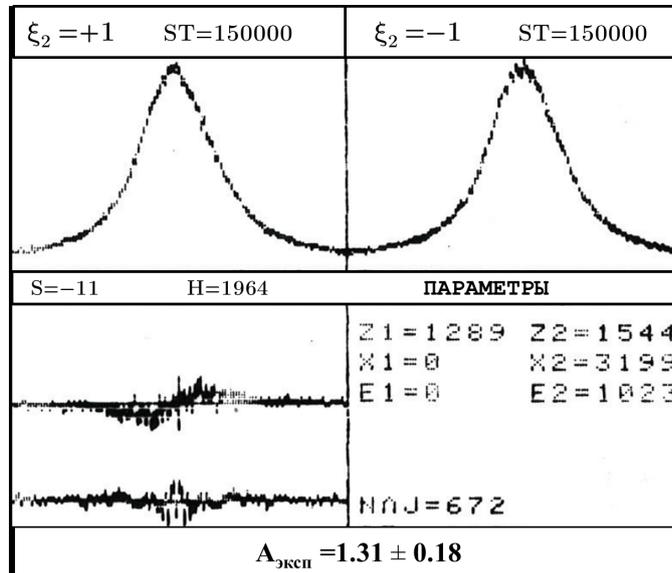


Рис. 8.21: Измерение поляризации лазерным поляриметром на ВЭПП-4М

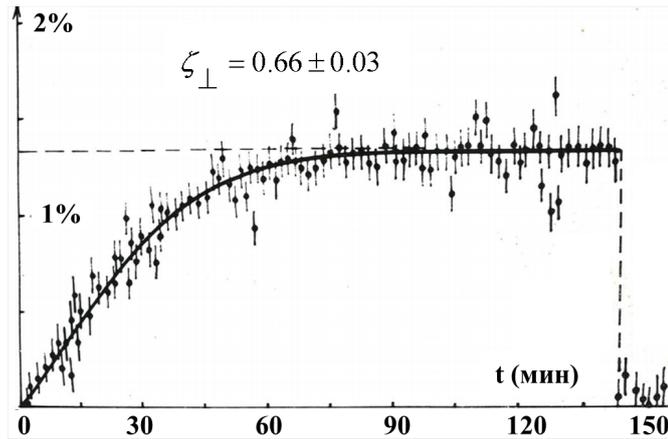
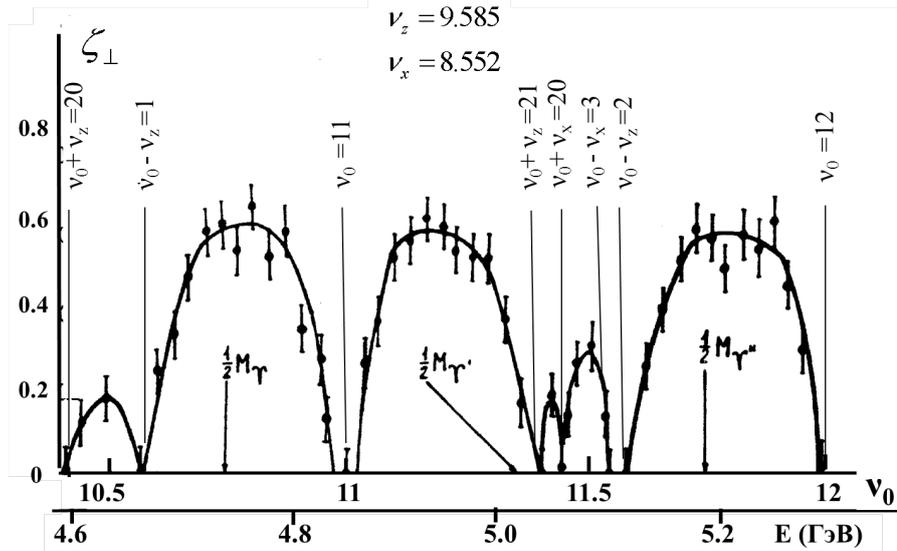


Рис. 8.22: Калибровка лазерного поляриметра на ВЭПП-4М

Измеренная степень поляризации значительно отличается от $\zeta_{max} = 0.924$, что объясняется, по-видимому, наличием деполяризующего влияния спиновых резонансов. Для калибровки чувствительности поляриметра было проведено наблюдение процесса поляризации на энергии 4.7 ГэВ (Рис.8.22), где время $\tau_p \approx 77$ минут. [154] При наличии деполяризации, характеризуемой временем τ_d , равновесная поляризация ζ_{eq} и время релаксации связаны с τ_p формулами:

$$\zeta_{eq} = \zeta_{max} \frac{\tau_d}{\tau_p + \tau_d}; \quad \tau_r = \frac{\tau_p \cdot \tau_d}{\tau_p + \tau_d}.$$

Из экспериментальных данных (Рис.8.22) находим $\tau_r = 40 \pm 2$ минуты, т.е. равновесная поляризация $\zeta_{eq} = 0.66 \pm 0.03$. К сожалению, оптическая структура полуколец ВЭПП-4 практически неизменна, а попытки поиска средств подавления резонансных гармоник за счет изменений фокусировки в двух промежутках успеха не принесли. Но полученной степени поляризации оказалось вполне достаточно для изучения спиновых резонансов в области энергии Υ -семейства. Результат сканирования спиновых резонансов приведен на Рис.8.23.

Рис. 8.23: Спиновые резонансы в области энергий Υ -резонансов

Как видно из данных сканирования, поляризация полностью отсутствует в области $\nu_0 = 11$, $\nu_0 = 12$, $\nu_0 = \nu_z + 2$ и $\nu_0 = 21 - \nu_z$. Влияние резонансов $\nu_0 = \nu_x + 3$ и $\nu_0 = 20 - \nu_x$ несколько слабее. В целом, ситуация вполне благоприятная для прецизионного измерения масс Υ -резонансов. Разве что, пик $\Upsilon(2S)$ потребует оценки сдвига спиновой частоты от ближних линейных резонансов.

8.2.4 Прецизионные измерения масс Υ -мезонов.

Измерение масс Υ -семейства выполнялось с помощью детектора МД-1, который регистрировал события процесса $e^+e^- \rightarrow$ адроны при сканировании энергий с шагом $2\Delta E = 1$ МэВ. [163] Также как и в предыдущих прецизионных экспериментах, набор статистики разбивался на циклы с независимой калибровкой энергии в каждом из них. Для проверки малости ошибок, связанных с угловой деформацией сечения взаимодействия из-за поперечной поляризации электронов и позитронов, в некоторых циклах набор статистики осуществлялся с включенным деполяризатором с широкой полосой δf_d в области резонансной частоты.

При калибровке шкалы энергии накопителя по резонансной деполяризации использовались два поляриметра. Кроме описанного выше лазерного поляриметра, хорошо себя зарекомендовал способ измерения поляризации встречных пучков по комптоновскому рассеянию фотонов синхротронного излучения электронов (позитронов) в вертикальном магнитном поле самого детектора МД-1. Для использования циркулярной поляризации фотонов пучки электростатически разводились в месте встречи в вертикальном направлении на величину $\delta z \approx 4\sigma_z$. Это разведение не изменяет

энергию частиц, что было проверено измерением частоты деполяризации лазерным поляриметром в сведенном и разведенном состояниях пучков.

На Рис.8.24 показана схема ("вид сверху") поляриметра, использующего фотоны синхротронного излучения детектора МД-1.

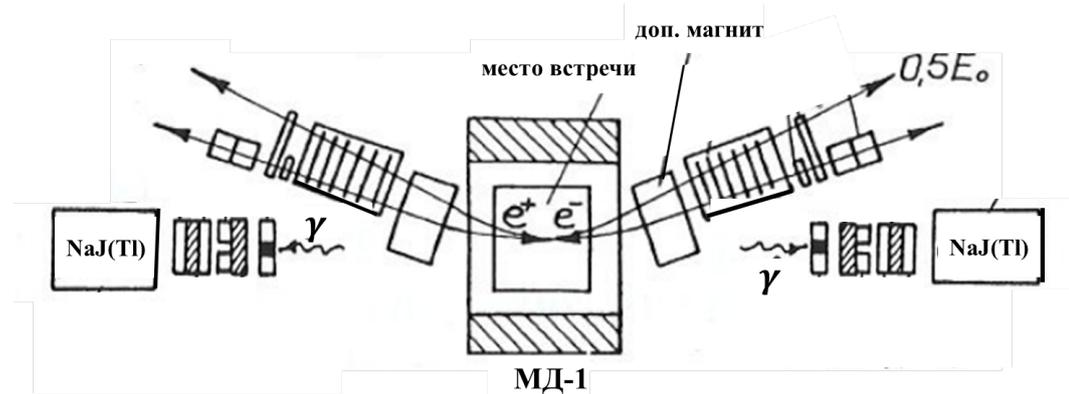


Рис. 8.24: Поляриметр детектора МД-1

Система регистрации γ -квантов, вылетающих из места встречи, позволяет определять асимметрию "вверх-вниз" для измерения поляризации; одновременно измеряется и светимость по однократному тормозному излучению. Для стабилизации вертикальной орбиты с обеих сторон впереди детекторов γ -квантов расположены ионизационные камеры, регистрирующие поток квантов синхротронного излучения. Данные с этих камер включены через ЭВМ в систему обратной связи с корректорами вертикальной орбиты.

Благодаря энергии первичных фотонов $\omega \sim 25$ эВ, расчетная асимметрия этого поляриметра составляет $\langle \mathcal{A} \rangle \simeq 6\%$; скорость счета $\dot{N} \sim 400$ Гц при токах пучков 6×6 мА² (см. приложение С.1.1). Рис.8.25 демонстрирует одну из резонансных деполяризаций, зарегистрированных этим поляриметром, из которой получена точность калибровки энергии обоих пучков ~ 60 КэВ.

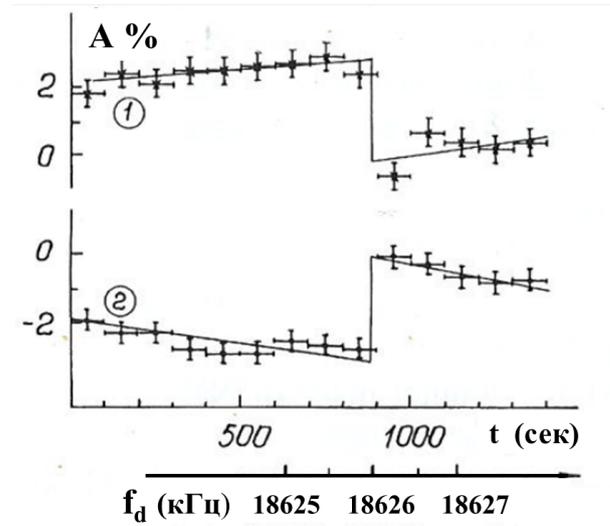
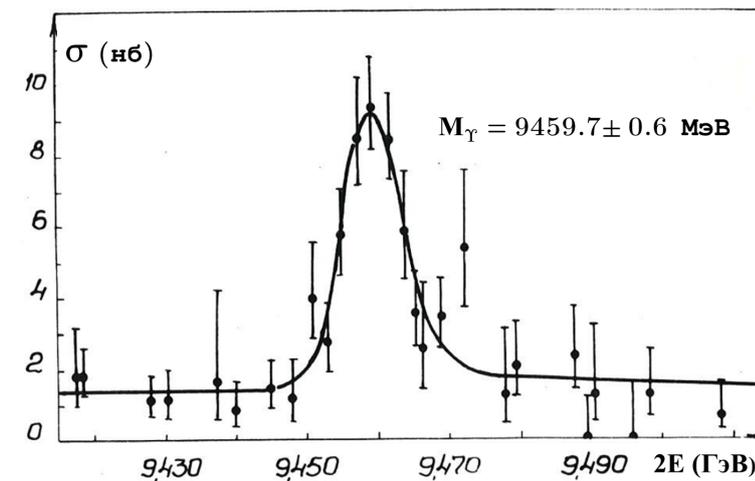


Рис. 8.25: Калибровка энергии электронов и позитронов "двойным" поляриметром

Рис. 8.26: Сечение регистрации адронных событий в области $\Upsilon(1S)$.

Детектор МД-1 совершил в разные годы три независимых эксперимента по измерению массы $\Upsilon(1S)$. Но уже в первом измерении была получена точность в 80 раз превосходящую предыдущие эксперименты. [164] За время эксперимента (3 недели) было набрано в двух циклах измерения $\sim 80 \text{ нб}^{-1}$ и выполнено около 100 калибровок энергии двумя комптоновскими поляриметрами. Результат этого эксперимента (кривая возбуждения Υ -резонанса) представлен на Рис.8.26. Значение массы, показанное на рисунке, получено в процедуре обработки данных, аналогичной описанной выше

(см. 8.2.1), и с учетом всех ранее упомянутых систематических ошибок. Эта величина хорошо согласуется с последующим наиболее точным измерением массы $\Upsilon(1S)$ тем же детектором: [166]

$$M_{\Upsilon(1S)} = 9460.59 \pm 0.09 \pm 0.05 \text{ МэВ.}$$

Аналогичные кривые возбуждения $\Upsilon(2S)$ и $\Upsilon(3S)$ были получены в эксперименте 1984 года, которые при обработке дали соответственно: [165]

$$M_{\Upsilon(2S)} = 10023.6 \pm 0.5 \text{ МэВ;}$$

$$M_{\Upsilon(3S)} = 10355.3 \pm 0.5 \text{ МэВ.}$$

Как мы отмечали выше, резонанс $\Upsilon(3S)$ расположен вблизи нескольких линейных резонансов (см. Рис.8.23), которые смещают частоту спиновой прецессии на величину (8.6)

$$\delta\nu \sim \frac{1}{2} \sum_k \frac{|w_k|^2}{\nu_0 - \nu_k}.$$

Эта систематическая ошибка требует отдельного рассмотрения. Так как, те же резонансы ответственны в ближней к ним зоне за спин-орбитальную связь (3.25):

$$|\mathbf{d}|^2 \sim \nu_0^2 \sum_k \frac{|w_k|^2}{(\nu_0 - \nu_k)^4},$$

то они и определяют равновесную поляризацию: $\zeta_{eq} = \zeta_{max}(1 + \tau_p/\tau_d)$. Ввиду сильной зависимости спин-орбитальной связи от расстройки ($\varepsilon = \nu_0 - \nu_k$), мы можем оценить "обобщенную" гармонику ближайшего резонанса $\nu_0 + \nu_z = 21$ из соотношения: $\tau_p/\tau_d \approx \nu_0^2 |w_k|^2 / \varepsilon^4$. Откуда получаем $w_{\nu_0 + \nu_z = 21} \approx 10^{-3}$, что приводит к сдвигу спиновой частоты на величину $\approx 10^{-5}$ или на ≈ 5 КэВ по шкале энергий. Полученная оценка систематического сдвига на два порядка меньше общей ошибки измерения массы $\Upsilon(2S)$ -резонанса.

Годом позже после прецизионных экспериментов по измерению масс Υ -резонансов на ВЭПП-4 по аналогичной методике с применением резонансной деполяризации были измерены масса $\Upsilon(2S)$ на накопителе CESR [167]) и масса $\Upsilon(3S)$ на установке DORIS [168]. Десять лет спустя, как мы уже обсуждали в главе 7.6, в ЦЕРН на LEP была измерена с калибровкой энергии пучков по резонансной деполяризации масса Z^0 -бозона с точностью $2 \cdot 10^{-5}$. [139]

8.2.5 Наблюдение спиновой зависимости Синхротронного излучения.

В главе 7.2 мы уже обсуждали, что при поперечной поляризации электрона в интенсивности Синхротронного излучения без переворота спина возникает интерференционный член 7.17, пропорциональный произведению параметра ξ 7.16 и поляризации пучка ζ . Этот же эффект создает зависимость силы радиационного торможения электрона от его спина, что, при определенных условиях, может привести к самополяризации пучка (кинетическая поляризация).

Такая прямая зависимость СИ от поляризации пучка очень заманчива для измерения последней. Однако, численная оценка величины эффекта показывает, что параметр ξ для обычных условий современных ускорителей имеет порядок величины $O(10^6)$. Как это видно из 7.16, параметр ξ локально может быть увеличен в несколько раз с применением специального магнита с более сильным магнитным полем. Однако при внимательном рассмотрении оказалось, что существенное увеличение вклада зависящего от поляризации излучения может быть достигнуто за счет выбора области спектра Синхротронного излучения. В своей статье ([99]) авторы радиационной поляризации приводят формулу спектрального распределения интенсивности излучения, которая в интересующем нас приближении ($\sim \xi$) для π и σ компонент выглядит следующим образом:

$$\mathcal{W} = \mathcal{W}_0 \int_0^{\infty} f(u) du;$$

$$f(u) \approx \frac{9\sqrt{3}}{16\pi} \frac{u}{(1+4\xi u)} \left[(1+\xi u) \int_u^{\infty} K_{5/3}(x) \pm K_{3/2}(u) \right] - 2\zeta\xi u K_{1/3}(u), \quad (8.15)$$

где "±" относятся, соответственно, к σ и π компонентам.

Вклад поляризации в величину интерференции нарастает с энергией фотонов, т.е. нас интересует область $u \gg 1$. В этом пределе $\int_u^{\infty} K_{5/3}(x) = K_{2/3}(u) = K_{1/3}(u) \approx \sqrt{\pi/2u} e^{-u}$, поэтому относительный вклад спина в излучение просто равен $\delta = \pm\zeta\xi u = \pm\zeta\omega/E$. Знак ± зависит от взаимной ориентации поперечной поляризации и направления магнитного поля в точке излучения.

При $u = 10$ полное число фотонов, излучаемых электроном, еще достаточно велико ($\dot{n}_\phi \sim 10^{10} \div 10^{11} \text{сек}^{-1}$), чтобы иметь необходимую статистику. Фиксируя $u = 10$ и величину магнитного поля $B = 10 \text{ кГс}$, для электронов в области энергий $10 \div 100 \text{ ГэВ}$ имеем $\delta \approx 10^{-4} \div 10^{-3}$.

Для наблюдения "спинового света" на накопителе ВЭПП-4 (энергия электронов 5 ГэВ) было предложено установить несимметричный трехполосный виглер с магнитным полем в центральной части $B=22 \text{ кГс}$. [169] Интеграл магнитного поля в

виглере равен 0, чтобы изменение знака поля не приводило к искажениям орбиты вне виглера. Схема измерений изображена на Рис.8.27

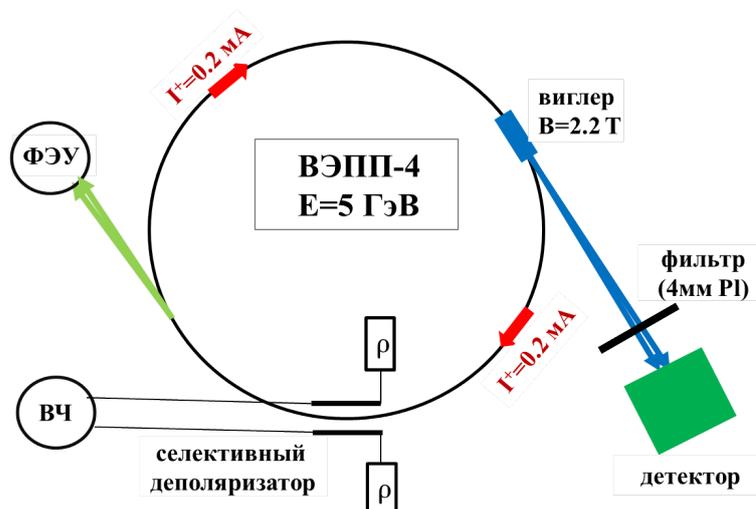


Рис. 8.27: Схема наблюдения "спинового света" на ВЭПП-4.

Учитывая малую величину эффекта и неизбежные проблемы со стабильностью источников питания, температуры и прочее, на ВЭПП-4 с самого начала планировалось готовить пучок из двух равной интенсивности сгустков электронов ($I_1^+ = I_2^+ \approx 0.2 \div 0.5$ мА), отстоящих друг от друга на пол оборота. В каждом измерении сразу после инжекции из бустерного накопителя ВЭПП-3 и подъема энергии, число частиц в сгустках ($\sim 3 \cdot 10^9$) выравнивались с точностью $\approx 10^{-3}$ сфазированными короткими (~ 100 нсек) электрическими импульсами, приводящими к некоторой гибели частиц. Эта процедура занимала 5-10 минут.

Специально для этого эксперимента был разработан селективный деполяризатор. Короткие импульсы, заполненные низко частотным шумом, подавались на две пластины, нагруженные на волновое сопротивление. Амплитуды импульсов были промодулированы минимальной разностной частотой $(\nu_0 - k)f_0$ и их фаза могла настраиваться на любой из двух сгустков.

"Мягкая" компонента Синротронного излучения отсекалась свинцовым фильтром толщиной 4 мм. Поток жестких фотонов СИ от обоих сгустков ($\omega \approx 250$ КэВ) регистрировался одним и тем же сцинтилляционным счетчиком с привязкой к фазе движения пучка. Число набранных событий за 60 секунд N_1 и N_2 от обоих сгустков записывалась в компьютер. На Рис.8.28 приведен результат одного измерения, который показан в виде отклонения отношения N_1/N_2 от единицы.

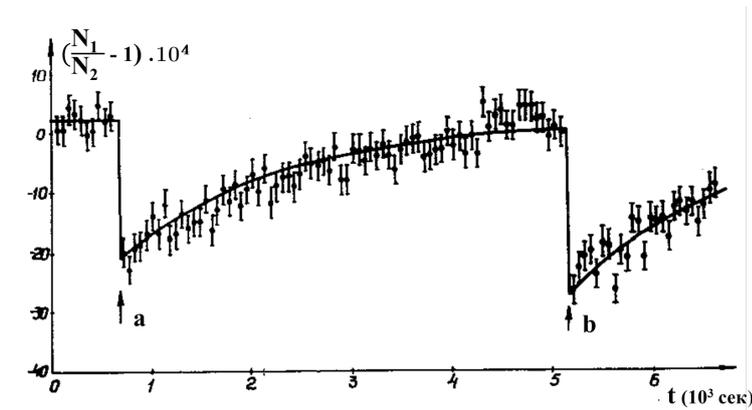


Рис. 8.28: Наблюдение "спинового света" на ВЭПП-4 (пример №1).

В начале рисунка оба сгустка уже поляризованы в течение одного часа. Время радиационной поляризации на ВЭПП-4 для этой энергии согласно 7.24 равно 0.62 часа. В точке "а" один сгусток (N_1) быстро деполаризуется, о чем свидетельствует скачок отношения N_1/N_2 на величину $\delta = 22.07 \pm 4 \cdot 10^{-4}$. Далее этот сгусток снова поляризуется к равновесному значению поляризации с характерным временем релаксации τ_{rel} . Экспериментальное измерение этого времени $\tau_{rel} = 1740 \pm 20$ секунд определяет и предельную степень поляризации: $\zeta_{eq} = \zeta_{max} \tau_{rel} / \tau_p = 0.726 \pm 0.4$. В момент "b" тот же сгусток снова деполаризуется. Некоторая разница уровня отношения N_1/N_2 в точках "а" и "b" объясняется статистическими флуктуациями потерь частиц в сгустках.

Другой пример наблюдения спиновой добавки к Синхротронному излучению приведен на Рис.8.29

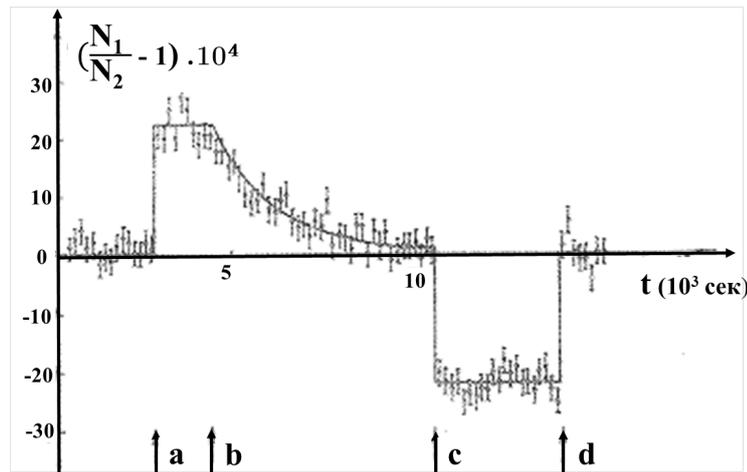


Рис. 8.29: Наблюдение "спинового света" на ВЭПП-4 (пример №2).

В этом измерении деполяризации подвергся другой сгусток (N_2), причем деполяризатор продолжал быть включенным на промежутке времени от "a" до "b". Далее снова следовал процесс радиационной поляризации, в конце которого на отрезке времени "c" ÷ "d" был изменен знак поля в виглере, а затем поляризация поля восстановлена. Количественно измеренные значения скачка δ и времени релаксации τ_{rel} находятся в хорошем согласии с предыдущим примером (с точностью до ошибок обработки набранной статистики).

В целом, результаты эксперимента на ВЭПП-4 безусловно свидетельствуют о наличии такого красивого явления как "спиновый свет" (несмотря на то, что это название не полностью отражает его физическую природу). Более того, это наблюдение породило определенный энтузиазм о применении эффекта для практического измерения степени поляризации на электрон-позитронных коллайдерах на более высокие энергии, особенно, принимая во внимание, возростание эффекта с энергией пучков. [171] Однако, приветствуя такое предложение, необходимо сказать, эффект не будет расти линейно с энергией из-за больших потерь мощности на СИ в поле порядка 20 кГс или выше. Специальный режим для эксперимента, организованный на ВЭПП-4, не всегда возможен при рабочих токах пучков (особенно, для встречных пучков). Кроме того, абсолютное измерение степени поляризации в этом способе требует длительного наблюдения процесса радиационной поляризации. Но главное, на фоне хорошо отработанной техники измерений поляризации по Комптоновскому рассеянию лазерных фотонов, которая применима в широком диапазоне энергий на циклических и линейных коллайдерах, описанное наблюдение на ВЭПП-4 выглядит скорее прецизионным экспериментом, почему и рассказано о нем в этом разделе.

8.3 Измерение аномального магнитного момента мюона.

В первой Главе (2.1) мы констатировали, что наравне с массой и электрическим зарядом, спин является фундаментальным свойством частицы. Столь же принципиальным является и связанный со спином магнитный момент частицы, гиромагнитное отношение которого мы молчаливо разделили на "нормальную" (q_0) и "аномальную" (q') части. Последняя часть до сих пор была важна для нас как величина, влияющая на частоту прецессии спина. Однако теоретически, в отличие от массы и электрического заряда, магнитная аномалия $a = q'/q_0$, в принципе, может быть рассчитана с произвольной точностью. Тем самым, расчет и измерение магнитной аномалии становятся критерием истинности теории строения частиц. В первую очередь, это утверждение относится к электрону и мю-мезону, как наиболее простым ("точечным") частицам. В первом приближении аномальный магнитный момент равен 0. Ненулевое значение $a = q'/q_0 = \frac{g-2}{2}$ возникает только в более высоких порядках теории возмущений за счет петлевых поправок.

В частности, для электрона, в основном, - это петли в рамках квантовой электродинамики. Здесь, расчет [172] и эксперименты [173]

$$a_{e^-} = 1159652188.4(4.3) \times 10^{-12},$$

$$a_{e^+} = 1159652187.9(4.3) \times 10^{-12}$$

достигли столь высокого уровня, что являются самой строгой проверкой квантовой электродинамики, при условии точного знания постоянной тонкой структуры α . Можно сказать и наоборот, что теория и измерение a_e определяют сегодня наиболее точное значение постоянной тонкой структуры α .

В рамках Стандартной модели магнитная аномалия μ -мезона представляется выражением:

$$a_\mu(CM) = a_\mu(QED) + a_\mu(H) + a_\mu(W), \quad (8.16)$$

где каждое слагаемое учитывает вклад поляризации вакуума, соответственно, от петель, содержащих фотоны и лептоны (QED), от петель с адронами (H) и от петель (W), включающих Z , W и Higgs-бозоны. Эффекты от первого и третьего члена в этой сумме хорошо учитываются современной теорией. В то время как, вычисление адронного вклада требует измерения сечений рождения адронов в электрон-позитронных взаимодействиях. В общем виде адронная часть a_μ описывается уравнением: [122]

$$a_\mu(H) = \left(\frac{\alpha m_\mu}{3\pi}\right)^2 \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{ds}{s^2} K(s)R(s); \quad R(s) = \frac{\sigma_{tot}(e^+e^- \rightarrow hadrons)}{\sigma_{tot}(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}. \quad (8.17)$$

Здесь "s"-инвариантная переменная ($s = 2E$ для e^+e^- встречных пучков); $K(s)$ - кинематический фактор.

Измерение магнитной аномалии мюона имеет достаточно долгую историю. Серия из трех измерений ($g-2$) мюона была проведена со все более высокой точностью в 60-70-х годах в ЦЕРН. В первом ЦЕРН эксперименте поляризованные мюоны (из распадов π -мезонов) инжектировались в длинный 6-ти метровый магнит с продольным полем, где, вращаясь по винтовой траектории, доходили до поляриметра вне магнита. Измеренное направление поляризации на выходе показало, что значение a_μ с точностью $4.3 \cdot 10^{-3}$ не отличается от значения a_e , которая с учетом первой радиационной поправки равна $\alpha/2\pi \approx 1.16 \cdot 10^{-3}$. [174]

В следующем эксперименте, протоны сбрасывались на мишень, установленную внутри магнитной дорожки, где рождались π -мезоны, распадавшиеся затем в μ -мезоны, часть из которых захватывалась в устойчивую область вблизи центральной орбиты. Частота прецессии спинов мюонов определялась по синусоидальной модуляции скорости счета детектора, регистрирующего позитроны от распавшихся мюонов. Детектор располагался на противоположной от инжекции стороне кольца. В этом методе точность измерения a_μ возросла до $0.27 \cdot 10^{-3}$.

Принципиально другая схема эксперимента была предложена в третьем измерении в ЦЕРН, где поляризованные мюоны от распада π -мезонов захватывались в накопитель с однородным магнитным и слабо-фокусирующим электрическим полем. [176] При импульсе мюона $p_\mu = 3.09$ ГэВ ($\gamma_\mu = 29.3$) электрическое поле не влияет на движение спина (см. параграф 2.1.1) и частота прецессии определяется только аномальной частью магнитного момента и магнитным полем:

$$\omega_a = a_\mu \cdot q_0 \mathbf{B}, \quad (8.18)$$

так что одновременное измерение частоты прецессии и магнитного поля определяет a_μ . С изменением знака магнитного поля в одной той же установке можно измерять значение $g-2$ как у μ^+ -мезона, так и у его античастицы. Захваченные в кольцо, например, μ^+ распадаются слабым образом $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$, причем наиболее энергичные позитроны испускаются преимущественно вдоль спина мюона. В итоге, скорость счета позитронов в выбранной диапозоне импульсов изменяется по закону:

$$\dot{N}_e(t) = \dot{N}_e(0)e^{-t/\gamma\tau_\mu}(1 + A \cdot \cos \omega_a t + \Phi), \quad (8.19)$$

где $\tau_\mu \approx 64.4 \cdot 10^{-6}$ сек. - время жизни мю-мезона в лабораторной системе, а A и Φ - подгоночные параметры. В этом эксперименте удалось дойти до точности измерения магнитной аномалии мюона $\sim 7 \cdot 10^{-6}$.

Параллельно с прогрессом экспериментов в ЦЕРН, новые данные измерений сечений рождения адронов на накопителе ВЭПП-2М позволили улучшить точность предсказания Стандартной модели для a_μ до уровня $\sim 1.4 \cdot 10^{-6}$. Этот факт побудил Вернона Хьюза вместе с рядом других авторов предыдущих измерений инициировать следующий эксперимент с целью проверки Стандартной модели при более высокой точности измерения a_μ . На этот раз эксперимент планировалось провести в

Брукхейвенской национальной лаборатории, где имелся, знакомый нам, интенсивный протонный синхротрон AGS. [?] Метод измерения в БНЛ, в основном, был аналогичен предыдущему эксперименту в ЦЕРН с рядом существенных улучшений. Кольцо накопителя мюонов, длиной 44 метра, было построено без промежутков с 4-мя сверхпроводящими обмотками, которые вкуче с теплым С-образным ярмом создавали магнитное поле с однородностью $\approx 10^{-6}$ (см. Рис.8.30).

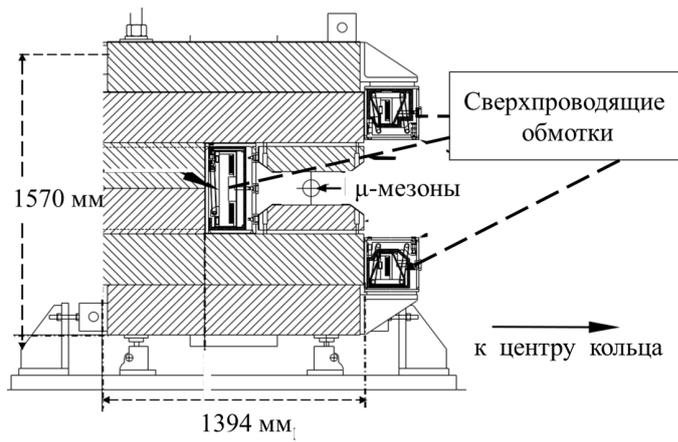


Рис. 8.30: Поперечное сечение магнита кольца (g-2).

Схема транспортного канала для протонов, π и μ -мезонов и накопительного кольца показана на Рис.8.31.

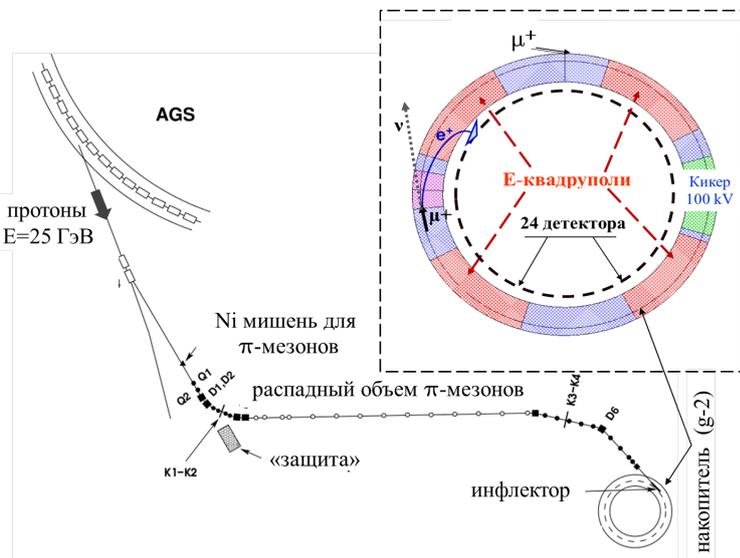


Рис. 8.31: Схема эксперимента в БНЛ.

Пучок $\sim 5 \cdot 10^{12}$ протонов из AGS фокусировался на вращающуюся водоохлаждаемую никелевую мишень в размер $\sim 1 \text{ мм}^2$. Пучок вторичных частиц после мишени снова фокусировался перед поворотным участком, настроенным на "магический" импульс 3.094 ГэВ (коэффициент "конверсии" $p \rightarrow \pi \approx 10^{-5}$). После поворота пионы с разбросом по импульсу $\delta p/p \approx \pm 0.5\%$ попадали в длинный 80-ти метровый распадный участок с *FODO* структурой, так что инжектируемый в кольцо пучок состоял, в основном, из μ -мезонов. Мюоны впускались в накопитель через сверхпроводящий инфлектор, который компенсировал основное поле на траектории впуска до центральной области радиусом $r = 4.5 \text{ см}$, куда частицы захватывались после удара электрическим полем кикера ($V = 100 \text{ кВ}$; $\Delta t = 200 \text{ нсек.}$).

Электростатические квадруполь, расположенные в 4-х секторах кольца, могли изменять бетатронные частоты частиц в пределах $\Delta \nu_z = \pm 0.1$: $\Delta \nu = \pm 0.05$ вдоль окружности $\nu_z^2 + \nu_x^2 = 1$, что позволяло выбрать рабочую точку наиболее благоприятную для захвата μ -мезонов. Кроме того, раздельное питание пластин электрических квадруполей позволяло искажать орбиту по вертикали и горизонтали для "чистки" крайних частиц перед началом набора статистики.

24 детектора, равномерно расположенные вдоль внутренней стенки вакуумной камеры, регистрировали распадные позитроны. На Рис.8.32 показан результат набора статистики в одной из 14 экспериментальных сезонов.

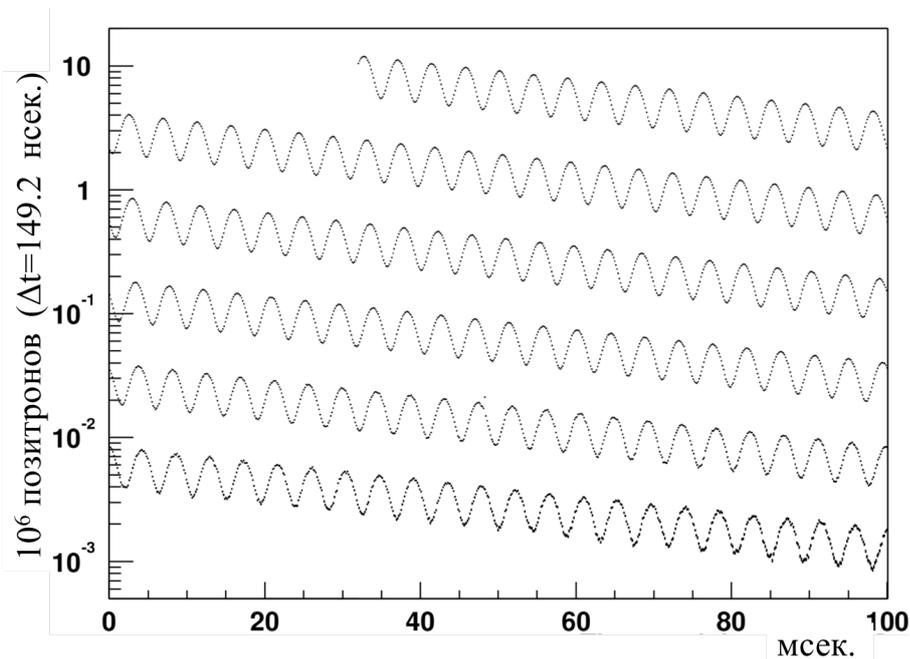


Рис. 8.32: Поведение скорости счета позитронов при наборе статистики

На рисунке 8.32, каждая точка показывает сумму позитронов (в миллионах штук) с энергией более 2 ГэВ, набранных за 149.2 нсек всеми 24 детекторами. Полное время набора разбито на рисунке на подциклы по 100 мсек. каждый. Всего за сезон записано около 4.5 миллиардов слабых распадов мюонов на позитрон и нейтрино. Явно видна модуляция скорости счета. Фурье анализ записанных событий кроме частоты аномальной прецессии $f_{(g-2)}$ обнаружил паразитную модуляцию от коллективных бетатронных колебаний пучка (см. Рис.8.33). Остаточные радиальные бетатронные колебания (СВО) на частоте 446 кГц, порожденные не полным согласованием удара кикера с входным углом пучка мюонов, приводят к целому ряду связанных колебаний: f_{CBO} ; $2f_{CBO}$; $f_{CBO} \pm f_{(g-2)}$. Кроме того, по-видимому от связи колебаний, возникают вертикальные колебания пучка как целого (VO), так и с изменением вертикального размера с частотой VW , которые также генерируют в спектре частот линии $f_{VW} \pm f_{(g-2)}$. При совсем низких частотах виден пик от фоновых потерь частиц. В итоге, вместо простой зависимости 8.19 с двумя подгруппными параметрами, для получения приемлимого значения параметра χ^2 , искомую частоту $f_{(g-2)}$ пришлось выделять из сложного спектра с 14-тью свободными параметрами .

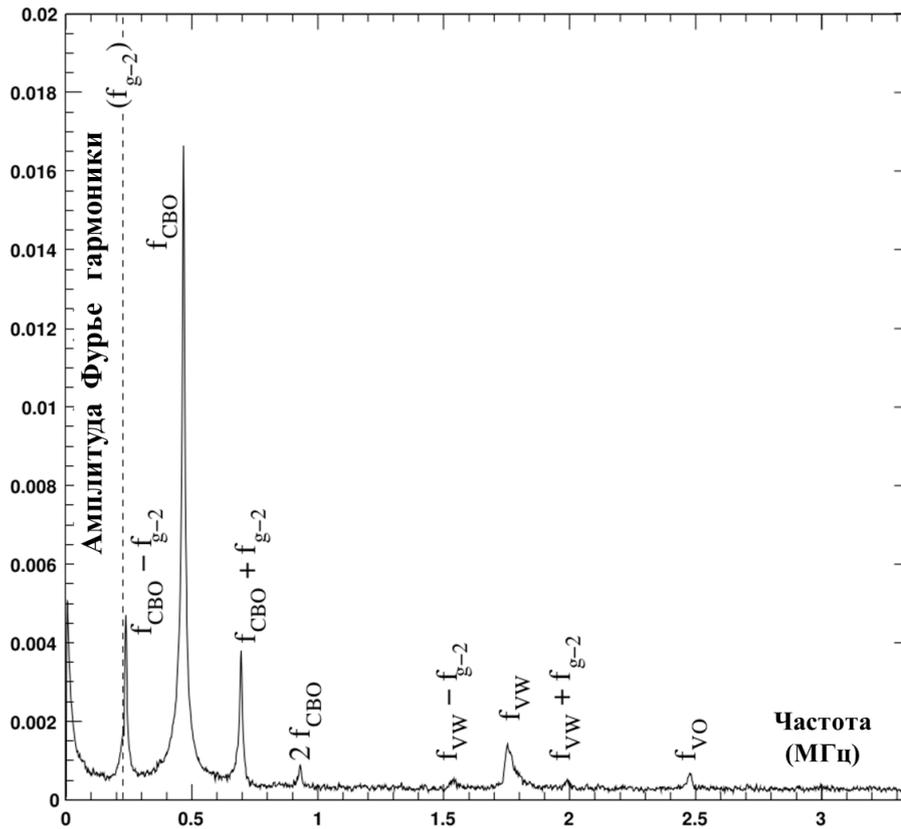


Рис. 8.33: Спектр частот модуляции скорости счета

Определение $f_{(g-2)}$ это только часть общей задачи. Не менее важная проблема - абсолютное измерение величины магнитного поля. Для этой цели была изготовлена матрица из 17-ти датчиков ядерного магнитного резонанса, которая могла перемещаться по специальным рельсам вдоль всего кольца. При наборе статистики матрица "пряталась" в специальный гараж внутри вакуумной камеры.

Карта поля снималась 2-3 раза в неделю в разное время суток. Перед каждым измерением проводилась калибровка подвижных датчиков по специальной процедуре всегда на одном и том же азимуте кольца с наиболее однородным полем. На Рис.8.34 приведены усредненные вдоль кольца данные одного из измерений карты поля. Линии уровня поля на рисунке проведены с интервалом $0.5 \cdot 10^{-6}$.

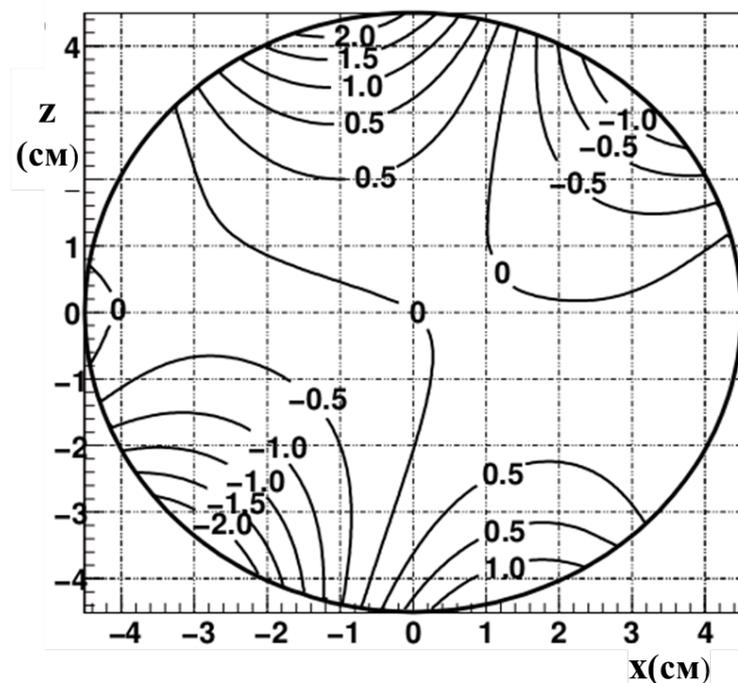


Рис. 8.34: Карта магнитного поля, усредненная вдоль кольца.

Измерение $f_{(g-2)}$ и среднего магнитного поля проводились двумя независимыми командами без обмена информацией между ними до финального момента, когда был получен результат для a_{μ^+} .

Проведение эксперимента в БНЛ заняло более четырех лет, в течение которых было получено примерно равное число положительных и отрицательных мезонов с независимой обработкой данных для вычисления a_{μ^+} . Усредненные по годам результаты показаны на Рис.8.35.[177]

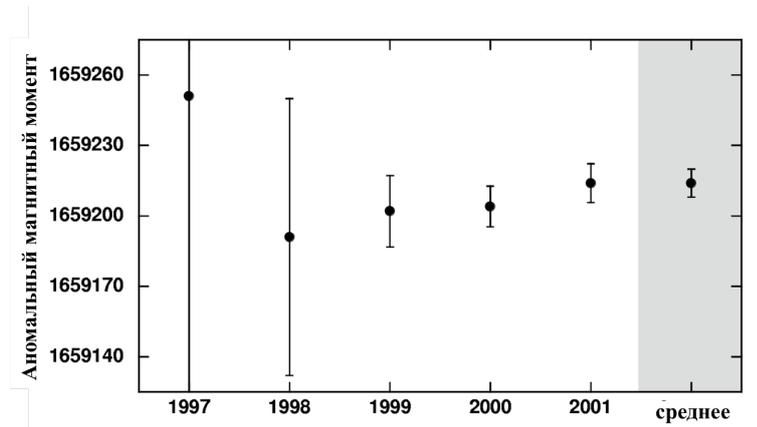


Рис. 8.35: Результаты эксперимента в БНЛ.

Средняя по всем измерениям a_{μ^\pm} магнитная аномалия μ -мезона:

$$a_{\mu}(exp) = 11659208.9(6.3) \cdot 10^{-10}.$$

За годы прошедшие от начала работ по $(g - 2)$ в БНЛ, целый ряд электрон-позитронных накопителей значительно улучшили точность измерения сечений рождения адронов. Как это видно из выражения 8.17, особенно это важно в области низких энергий ($a_{\mu}(th) \sim s^{-2}$), где большое количество адронных событий было набрано на накопителе ВЭПП-2М в области энергий $2 \times (180 \div 700)$ МэВ ([178]) и на Ф-фабрике во Фраскатти ([179]). Огромный интеграл светимости, набранный на В-фабриках, также позволил улучшить измерение "R" при низких энергиях за счет выделения событий с излучением первичного кванта большой энергии. [180] С учетом этой экспериментальной информации и новых расчетов поправок от сечения рождения адронов при рассеянии "свет-на-свете" предсказание Стандартной модели для a_{μ} дает:

$$a_{\mu}(th) = 11659180.2(4.9) \cdot 10^{-10}.$$

[?]

Разница теоретического и экспериментального значений a_{μ} составляет около 3.5 стандартных отклонений, что создает некоторую интригу, разрешение которой, по-видимому, невозможно без новых более точных измерений.

Приложение А

Орбитальное движение в магнитном поле.

А.1 Уравнения движения в линейном приближении.

Управление направлением поляризации в накопителях, вообще говоря, требует применения комбинаций сильных разнонаправленных магнитных полей. Однако, в большинстве случаев кольцо ускорителя остается плоским с относительно короткими вставками в виде спиновых ротаторов. Поэтому вначале рассмотрим движение частицы в кольце с вертикальным ведущим магнитным полем и возможными корректорами с радиальным полем.

Положение частицы задается её радиус вектором $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0(\theta) + x\mathbf{e}_x(\theta) + z\mathbf{e}_z(\theta)$, где координаты x и z есть смещения в некоторой точке от равновесной орбиты \mathbf{r}_0 , вдоль так называемых периодических ускорительных ортов (θ - обобщенный азимут):

$$\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_z, \mathbf{e}_y = \mathbf{V}/V; \quad (\mathbf{V} = \mathbf{r}'_0), \quad (\text{A.1})$$

удовлетворяющих соотношениям:

$$\mathbf{e}'_x = K_z\mathbf{e}_y; \quad \mathbf{e}'_y = K_x\mathbf{e}_z - K_z\mathbf{e}_x, \quad \mathbf{e}'_z = -K_x\mathbf{e}_y, \quad (\text{A.2})$$

где

$$K_x = \frac{B_x}{B_0}, \quad K_z = \frac{B_z}{B_0}$$

безразмерные компоненты кривизны равновесной орбиты в единицах среднего ведущего поля $B_0 = 1/2\pi \oint B_z d\theta$.

Будем рассматривать величины $u^i = x, z, \theta$ как криволинейные координаты точки, которым сопоставляется, вообще говоря, тройка не ортогональных векторов:

$$\mathbf{a}_1 = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial x} = \mathbf{e}_x; \quad \mathbf{a}_2 = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \theta} = (1 + K_x x - K_z z) \mathbf{e}_y; \quad \mathbf{a}_3 = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial z} = \mathbf{e}_z \quad (\text{A.3})$$

В системе векторов \mathbf{a}_i метрический тензор имеет вид:

$$G_{ik} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & (1 + K_z x - K_x z)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

с детерминантом $g = (1 + K_x x - K_z z)^2$.

Магнитное поле естественно представить в виде

$$\mathbf{B} = B_x \mathbf{e}_x + B_y \mathbf{e}_y + B_z \mathbf{e}_z.$$

Однако, для написания правильного уравнения движения частицы в магнитном поле \mathbf{B} с энергией $\gamma = \gamma_0 + \Delta\gamma$ необходимо знать связь компонент B_x , B_θ , B_z с ковариантными и контрвариантными составляющими поля в выбранной криволинейной системе координат:

$$\begin{aligned} B^1 &= B_x; & B^2 &= (1 + K_x x - K_z z)^{-1} B_\theta; & B^3 &= B_z; \\ B_1 &= B_x; & B_2 &= (1 + K_x x - K_z z) B_\theta; & B_3 &= B_z. \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Уравнения Максвелла для постоянного магнитного поля \mathbf{B} имеют вид:

$$\text{div} \mathbf{B} = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial u^i} (B^i \sqrt{g}) = 0; \quad (\text{A.6})$$

$$\text{rot} \mathbf{B} = \left(\frac{\partial B_3}{\partial u^2} - \frac{\partial B_2}{\partial u^3} \right) \mathbf{a}_1 + \left(\frac{\partial B_1}{\partial u^3} - \frac{\partial B_3}{\partial u^1} \right) \mathbf{a}_2 + \left(\frac{\partial B_2}{\partial u^1} - \frac{\partial B_1}{\partial u^2} \right) \mathbf{a}_3 = 0. \quad (\text{A.7})$$

Откуда получаем соотношения компонент поля:

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial x} B_x (1 + K_x x - K_z z) + \frac{\partial}{\partial z} B_z (1 + K_x x - K_z z) &= 0; \\ \frac{\partial B_z}{\partial x} = \frac{\partial B_x}{\partial z}; & \quad \frac{\partial B_z}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial z} B_\theta (1 + K_x x - K_z z); & \quad \frac{\partial B_x}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial x} B_\theta (1 + K_x x - K_z z). \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Переходя в уравнении движения частицы 2.4

$$\dot{\mathbf{V}} = -\frac{q_0}{\gamma} [\mathbf{V} \times \mathbf{B}]$$

к θ как к независимой переменной, используем точное выражение

$$\dot{\theta} = \frac{\omega_0}{\sqrt{(1 + K_z x - K_x z)^2 + x'^2 + z'^2}}. \quad (\text{A.9})$$

где (ω_0 - Ларморовская частота вращения синхронной частицы 2.8).

Теперь, расписывая уравнение движения по компонентам ускорительного базиса, в линейном приближении приходим к уравнениям для радиальных и вертикальных бетатронных колебаний: (x и z в единицах r_0)

$$\begin{aligned} x'' + g_x x &= g z - K_y z' - \Delta\gamma/\gamma K_z; \\ z'' + g_z z &= -g x + K_y x' + \Delta\gamma/\gamma K_x. \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Здесь введены обозначения:

$$\begin{aligned} g_x &= K_z^2 + \frac{\partial K_z}{\partial x}, & g &= \frac{\partial K_z}{\partial z}; \\ g_z &= K_x^2 + \frac{\partial K_x}{\partial z}, & K_y &= \frac{B_y}{B_0}; & \kappa &= \frac{\partial K_x}{\partial x} - \frac{\partial K_z}{\partial z}. \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

В случае плоского кольца необходимо выполнение условия $\oint B_x d\theta = 0$.

Решения уравнений без связи хорошо известны:

$$\begin{aligned} x &= (A_x f_x e^{iv_x \theta} + c.c.) + \frac{\Delta\gamma}{\gamma} \psi_x; \\ z &= A_z f_z e^{iv_z \theta} + c.c., \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

где $A_{x,z}$ амплитуды и $v_{x,z}$ частоты свободных бетатронных колебаний; $f_{x,z}$ - функции Флоке (Floquet):

$$f_{x,z}(\theta) = |f_{x,z}(\theta)| \cdot e^{i \int_0^\theta |f_{x,z}|^{-2} d\theta - v_{x,z} \theta},$$

удовлетворяющие условиям периодичности $f_{x,z}(\theta + 2\pi) = f_{x,z}(\theta)$

Периодическая функция ψ_x описывает дисперсионные свойства кольца и удовлетворяет уравнению $\psi_x'' + g_x \psi = K_z$.

А.1.1 Движение при слабой связи x и z колебаний

Рассмотрим часто встречающийся на практике случай слабой связи между вертикальным и орбитальным движениями. Пусть ($K_x = 0$); $g \ll 1$ и $K_y \ll 1$, тогда правую часть в уравнении А.10 можно рассматривать как возмущение и искать решение методом вариации постоянных. Подставляя $A_{x,z} = A_{x,z}(\theta)$ и используя условие нормировки $f_{x,z}^*(f'_{x,z} + iv_{x,z} f_{x,z}) - f_{x,z}(f_{x,z}^{*'} - iv_{x,z} f_{x,z}^*) = 2i$, приходим к системе "укороченных" уравнений:

$$\begin{aligned} A'_x &= \frac{1}{2i} f_x^* e^{-iv_x \theta} (-g \cdot z + K_y z') \\ A'_z &= \frac{1}{2i} f_z^* e^{-iv_z \theta} (g \cdot x - K_y x'). \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

1. Вдали от резонанса связи $\nu_x - \nu_z = k$ (k -целое), для электронных машин радиальный размер пучка обычно много больше вертикального, следовательно можно пренебречь влиянием связи на радиальное движение. Тогда решение для z имеет вид:

$$z = (A_z f_z e^{iv_z \theta} + A_x F_{xz} e^{iv_x \theta} + c.c.) + \frac{\Delta \gamma}{\gamma} \psi_z,$$

где F_{xz} и ψ_z - периодические функции азимута.

$$\begin{aligned} \psi_z &= \Im \left[f_z e^{iv_z \theta} \int_{-\infty}^{\theta} f_z^* e^{-iv_z \theta} (g \psi_x - K_y \psi_x') d\theta \right]; \\ F_{xz} &= \frac{e^{-iv_x \theta}}{2i} \left\{ f_z e^{iv_z \theta} \int_{-\infty}^{\theta} f_z^* [g f_x - K_y (f_x' + iv_x f_x)] e^{i(\nu_x - \nu_z) \theta} d\theta - \right. \\ &\quad \left. - f_z^* e^{-iv_z \theta} \int_{-\infty}^{\theta} f_z [g f_x - K_y (f_x' + iv_x f_x)] e^{i(\nu_x + \nu_z) \theta} d\theta \right\}. \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

2. Вблизи резонанса связи $\nu_x - \nu_z = k$ (k -целое) решение системы А.13 легко получить методом усреднения. Быстро осциллирующие члены с частотами ν_x, ν_z и $\nu_x + \nu_z$ при усреднении дают нуль и "укороченные" уравнения упрощаются к виду:

$$\begin{aligned} C_x' &= \frac{C_z}{2i} G e^{i\Delta \theta} \\ C_z' &= \frac{C_x}{2i} G^* e^{-i\Delta \theta}, \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

где $\Delta \nu = \nu_x - \nu_z$; $G = \langle |f_z| (g |f_x| - K_y |f_x'|) e^{-i\Delta \nu \theta} \rangle_{\theta}$.

Решение А.15 ищем в виде $C_{x,z} = C e^{i\mu \theta}$, откуда прямой подстановкой находим

$$\mu_{1,2} = \pm \frac{\Delta \nu \pm \sqrt{(\Delta \nu)^2 + |G|^2}}{2}.$$

Таким образом, вместо x и z - колебаний имеем две нормальные поперечные моды, колеблющиеся с частотами

$$\nu_{1,2} = \nu_{x,z} + \mu_{1,2} = \frac{\nu_x + \nu_z \pm \sqrt{(\Delta \nu)^2 + |G|^2}}{2}.$$

В точном резонансе $\Delta \nu = 0$ и разность частот нормальных мод достигает минимальной величины $|\nu_1 - \nu_2| = |G|$. Это обстоятельство можно использовать для измерения величины связи и её компенсации внешними полями.

А.1.2 Радиальное движение с учетом второго приближения

Для целого ряда задач полезно выписать уравнение x -движения с учетом квадратичных членов. В частности, в электрон-позитронных накопителях амплитуды вертикальных колебаний много меньше радиальных (вне резонанса связи) и для простоты можно рассматривать колебания частиц только вдоль \mathbf{e}_x . Для этой компоненты уравнение движения в случае $K_x = K_y = 0$ представляется точным равенством ??

$$(\dot{\theta}x')' = (1+x)(K_z + \dot{\theta}), \quad (\text{A.16})$$

где $\dot{\theta}$ определено в А.9. С нужной точностью магнитное поле B_z в окрестности равновесной орбиты запишем в виде: $B_z = B_0 [K_z - n \cdot x + n_1 x^2]$, где $n_1 = -\frac{\partial^2 K_z}{\partial x^2}$ - безразмерная квадратичная нелинейность. Удерживая в А.16 члены порядка x^2 , для частицы с энергией $\gamma = \gamma_0 + \Delta\gamma$ получим уравнение движения:

$$x'' + g_x = K_z \frac{\Delta\gamma}{\gamma} + F_2, \quad (\text{A.17})$$

где $F_2 = (K_z^3 - 2K_z g_x - n_1/2)x^2 + (2K_z - n)x \frac{\Delta\gamma}{\gamma} - K_z(x'/2)^2 + (K_z x)' x'$ - добавка к линейному уравнению.

Решение А.17 согласно общим правилам есть сумма свободных А.12 и вынужденных колебаний. Считая F_2 малым, вынужденное решение получаем

$$x_1 = \frac{1}{2i} \left\{ f_x e^{i\nu_x \theta} \int_{-\infty}^{\theta} f_x^* e^{-i\nu_x \theta} F_2(x_0) d\theta - c.c. \right\}, \quad (\text{A.18})$$

где x_0 есть невозмущенное решение А.12.

Учет второго приближения приводит, в частности, к зависимости частот бетатронных колебаний от энергии частицы. В самом деле, выделяя в уравнении А.17 члены с $x_{0\beta} \cdot x_{0\gamma}$, получим уравнение для x_β :

$$x_\beta'' + (g_x + g_2 \frac{\Delta\gamma}{\gamma}) x_\beta = \Phi(x_\beta^2, x_\beta'^2), \quad (\text{A.19})$$

где $g_2 = -[K' \psi_x' + (2K^2 - n) + 2(K^3 - 2K g_x - \frac{1}{2} n_1) \psi_x]$. Отсюда нетрудно получить величину хроматизма радиальных бетатронных колебаний, которая в главных членах имеет вид:

$$\gamma \frac{\partial \nu_x}{\partial \gamma} \simeq \left\langle n_1 |f_x|^2 \psi_x - \left(|f_x|'^2 + \frac{1}{|f_x|^2} \right) \right\rangle_\theta \quad (\text{A.20})$$

А.1.3 Орбитальное движение в гамильтоновых переменных.

В ряде случаев в накопителях применяются сильное продольное магнитное поле. Это может быть поле детектора для разведения продуктов реакций или спиновый ротатор (Сибирская змейка). Как мы знаем, наличие сильного продольного поля приводят к связи поперечных колебаний частиц, для описания которых приближение слабой связи оказывается недостаточным. В таких случаях орбитальное движение удобно описывать, используя гамильтоновский формализм, который в трехмерном виде задается шестью каноническими переменными:

1. x, z - поперечные горизонтальное и вертикальное отклонения от расчетной замкнутой орбиты;
 p_x, p_z - канонически сопряженные импульсы.
2. $\sigma = \theta - \omega_0 t$, $p_\sigma = \frac{1}{\beta_0^2} \frac{\Delta E}{E_0}$ - сдвиг по фазе и по продольному импульсу от равновесной частицы.

Эти переменные составляют орбитальный вектор $\mathbf{X}^T = (x, p_x, z, p_z, \sigma, p_\sigma)$, который определяет траекторию в шестимерном фазовом пространстве.

Однако, часто нас не интересует продольное движение частиц, но необходимо рассмотрении связанных поперечных колебаний частиц с учетом их отклонений по энергии. Тогда для рассматриваемого линейного приближения Гамильтониан орбитального движения в ускорительном базисе имеет вид:[11]

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{orb}(p_x, p_z, x, z, \theta) = & \frac{1}{2}[p_x^2 + p_z^2] + \frac{1}{2} \left\{ [g_x + \frac{1}{4}K_y^2]x^2 + [g_z + \frac{1}{4}K_y^2]z^2 + [\frac{\partial K_x}{\partial x} - \frac{\partial K_z}{\partial z}]xz \right\} \\ & + \frac{1}{2}K_y(p_z x - p_x z), \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

где использованы введенные выше обозначения (А.11).

Согласно основной идеи метода, движение частицы в линейном приближении подчиняется набору уравнений первого порядка:

$$\begin{aligned} x' &= p_x + \frac{K_y}{2}z; \\ p'_x &= -(g_x + \frac{K_y^2}{4})x - \kappa z + K_z p_\sigma + p_z \frac{K_y}{2} - \Delta K_z; \\ z' &= p_z - \frac{K_y}{2}x; \\ p'_z &= -(g_z + \frac{K_y^2}{4})z - \kappa x - K_x p_\sigma - p_x \frac{K_y}{2} + \Delta K_x. \\ p'_\sigma &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

Эти уравнения движения в матричной форме выглядят следующим образом:

$$\mathbf{X}' = S H \mathbf{X} + \mathbf{Q}, \quad (\text{A.23})$$

где H есть 4×4 симметричная гамильтонова матрица, составленная из $H_{ij} = \partial^2 \mathcal{H}_{orb} / \partial X_i \partial X_j$. Неоднородный вектор \mathbf{Q} содержит в себе ошибки полей на заданной орбите $(\Delta K_x, \Delta K_z)$, а матрица S имеет вид:

$$S = \begin{pmatrix} S_0 & 0 \\ 0 & S_0 \end{pmatrix}, \quad \text{где } S_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение А.23 также записывается в матричном виде:

$$\hat{\mathbf{X}} = A_I \hat{\mathfrak{G}}_I + A_{II} \hat{\mathfrak{G}}_{II} + c.c. + \Psi p_\sigma = \mathcal{F} \mathbf{A} + \Psi p_\sigma. \quad (\text{A.24})$$

Столбцы матрицы \mathcal{F} составлены из 4-х мерных собственных векторов Флоке $\hat{\mathfrak{G}}_j$; ($j = I, II$). Комплексные амплитуды, задаваемые начальными условиями, объединены в 4-х вектор \mathbf{A} . $\hat{\mathfrak{G}}_j$ - собственные вектора двух мод орбитального движения нормируются условием:

$$\hat{\mathfrak{G}}_j^{*T} S \hat{\mathfrak{G}}_j = 2i \quad (\text{A.25})$$

и подчиняются условиям периодичности:

$$\hat{\mathfrak{G}}_i(\theta + 2\pi) = e^{i2\pi\nu_j} \hat{\mathfrak{G}}_i(\theta),$$

где ν_j - собственные частоты мод.

Движение частицы с отклонением по энергии определяется 4-х вектором дисперсии Ψ .

В общем виде матрицу \mathcal{F} запишем как:

$$\mathcal{F} = \begin{pmatrix} f_{Ix} & f_{Ix}^* & f_{IIx} & f_{IIx}^* \\ h_{Ix} & h_{Ix}^* & h_{IIx} & h_{IIx}^* \\ f_{Iz} & f_{Iz}^* & f_{IIz} & f_{IIz}^* \\ h_{Iz} & h_{Iz}^* & h_{IIz} & h_{IIz}^* \end{pmatrix}. \quad (\text{A.26})$$

Здесь функции f_{jk} , h_{jk} есть функции Флоке.

При отсутствии связи $K_y = 0$ орбитальное движение упрощается и мы приходим к ситуации рассмотренной в начале этого раздела. Матрица \mathcal{F} распадается на две двумерные матрицы для горизонтального и вертикального движений:

$$f_{Iz} = h_{Iz} = f_{IIx} = h_{IIx} = 0; \quad f_{Ix} = f_x, \quad f_{IIz} = f_z, \quad \nu_I = \nu_x, \quad \nu_{II} = \nu_z, \quad A_I = A_x, \quad A_{II} = A_z.$$

Изложенный выше подход для нахождения собственных функций и собственных чисел поперечного движения частиц в произвольных наборах магнитных полей реализован в целом ряде компьютерных программ. Одна из таких программ "RING" оттестирована на накопителе ВЭПП-2М и была использована для расчета колец с соленоидальными Сибирскими змейками.

А.1.4 Вектор Y для преобразования спин-орбитальных функций в магнитах.

Для преобразования спин-орбитальных функций F_i в магнитах (3.48) необходимо знание вектора Y для различных магнитов. Как и ранее для электронов пренебрегаем малой величиной $a \sim 10^{-3}$. Длина магнита дается величиной $\theta = L/R_0$. Вектор η имеет компоненты $\eta_{x0}, \eta_{y0}, \eta_{z0}$ на входе в магнит и η_x, η_y, η_z - на выходе. m_{ik} элементы матрицы преобразования M для данного магнита.

1. Магнит с вертикальным полем

$$\begin{aligned}
 Y_1 &= 0 \\
 Y_2 &= 0 \\
 Y_3 &= \frac{v_0^2 K_z}{v_0^2 K_z^2 + g} (v_0 K_z (\eta_{x0} m_{33} - \eta_x) + m_{43} \eta_{y0}) - K_z \eta_{y0} m_{34} \\
 Y_4 &= -\frac{v_0^2 K_z g}{v_0^2 K_z^2 + g} (\eta_y - m_{33} \eta_y - v_0 K_z m_{12} \eta_{x0}) + K_z (\eta_y - \eta_{y0} m_{33}) \\
 Y_5 &= v_0 K_z \theta \eta_z \\
 Y_6 &= 0
 \end{aligned} \tag{A.27}$$

2. Магнит с радиальным полем

$$\begin{aligned}
 Y_1 &= \frac{v_0^2 K_x}{v_0^2 K_x^2 - g} (-v_0 K_z (\eta_{z0} m_{11} - \eta_z) + m_{21} \eta_{y0}) - K_x \eta_{y0} m_{12} \\
 Y_2 &= \frac{v_0^2 K_x g}{v_0^2 K_x^2 - g} (\eta_y - m_{11} \eta_{y0}) + v_0 K_x m_{12} \eta_{z0} + K_x (\eta_y - \eta_{y0} m_{11}) \\
 Y_3 &= 0 \\
 Y_4 &= 0 \\
 Y_5 &= v_0 K_x \theta \eta_x \\
 Y_6 &= 0
 \end{aligned} \tag{A.28}$$

3. Магнит с продольным полем

$$\begin{aligned}
 Y_1 &= -v_0 K_y \theta \eta_x \\
 Y_2 &= -v_0 \frac{K_y^2}{2} \theta \eta_z \\
 Y_3 &= -v_0 K_y \theta \eta_z \\
 Y_4 &= v_0 \frac{K_y^2}{2} \theta \eta_x \\
 Y_5 &= -K_y \theta \eta_y \\
 Y_6 &= 0
 \end{aligned}$$

(A.29)

Приложение В

Синхротронное излучение электронов (позитронов).

Теории излучения релятивистского электрона, движущегося в магнитном поле, посвящено много работ, всесторонне описывающих свойства этого Синхротронного Излучения. Мы кратко коснемся только тех из них, которые существенно влияют на движение электронов и их спинов. Мощность этого излучения хорошо известна [7.15]

$$\mathcal{W}_0 = \frac{2}{3} e^2 |\dot{\mathbf{V}}|^2 \gamma^4 = \frac{2}{3} e^2 \left\langle \frac{1}{\rho^2} \right\rangle_{\theta} \gamma^4, \quad (\text{B.1})$$

из которой полезно получить величину потерь энергии за оборот частицы в практических единицах: $(\Delta E)_1$ (КэВ) = $88.5 E^4$ (ГэВ)/ ρ (м), где ρ радиус поворота электрона в магнитном поле. Характерное время потерь энергии (выраженное в числе оборотов частицы) $\tau_0 = E/\mathcal{W}_0 \sim 10^4$ для накопителя с энергией $E=1$ ГэВ и радиусом $\rho=3$ м. Потери на излучение становятся существенным для ультра релятивистских электронов и позитронов, в конечном счете, ограничивая максимальную энергию этих частиц в циклических ускорителях.

Спектр излучения релятивистского электрона $\gamma \gg 1$, вращающегося по круговой орбите радиуса ρ , захватывает широкую область от инфракрасного света до области жестких рентгеновских "лучей" с максимумом интенсивности вблизи, так называемой, "критической" частоты $\omega_c = \frac{3}{2} \omega_0 \gamma^3$. Спектральная плотность излучения может быть представлена в виде функции от аргумента $u = \omega/\omega_c$:

$$\frac{d\mathcal{W}_0}{d\omega} = \frac{3\sqrt{3}}{4\pi} \frac{e^2 \gamma^4}{\rho^2} S(u); \quad S(u) = u \int_u^{\infty} K_{5/3}(u') du'. \quad (\text{B.2})$$

График универсальной функции $S(u)$ показана на Рис.В.1.

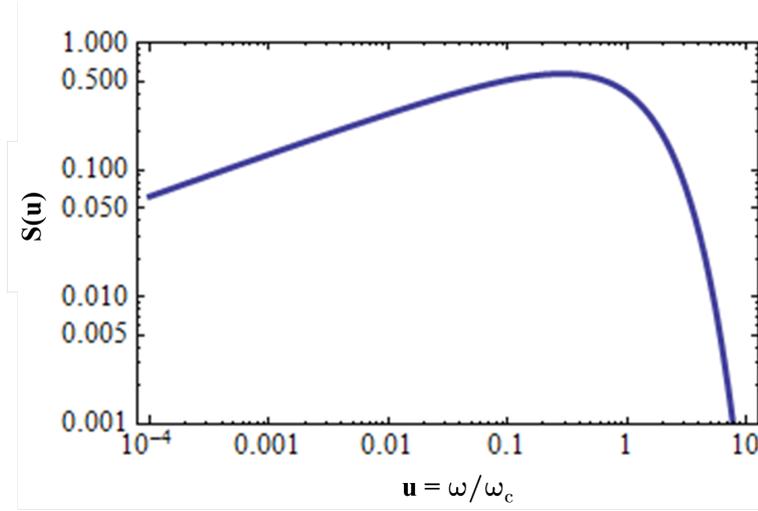


Рис. В.1: Относительная интенсивность частот в спектре СИ.

При $\omega \ll \omega_c$ интенсивность излучения $\frac{d^2W_0}{d\omega} \sim u^{1/3}$. В обратном предельном случае ($\omega \gg \omega_c$) $\frac{d^2W_0}{d\omega} \sim e^{-u}$.

Пространственное и спектральное распределение синхротронных фотонов характеризуется мощностью излучения в единичном интервале энергий фотонов в окрестности ω в единичный интервал углов вблизи $\theta = n/\gamma$: [101]

$$\frac{d^2W_0}{d\omega d\theta} = \frac{3e^2\gamma^2}{\pi\rho} u(1+n^2) \left[K_{2/3}^2(x) + \frac{n^2}{1+n^2} K_{1/3}^2(x) \right], \quad (\text{В.3})$$

где $K_{1/3}; K_{2/3}$ - функции Макдональда от аргумента $x = \frac{u}{2}(1+n^2)^{3/2}$. Два члена в квадратных скобках представляют две линейные поляризации фотонов: σ и π -моды поляризации соответственно. Угловые распределения обеих мод поляризаций демонстрирует Рис.В.2.

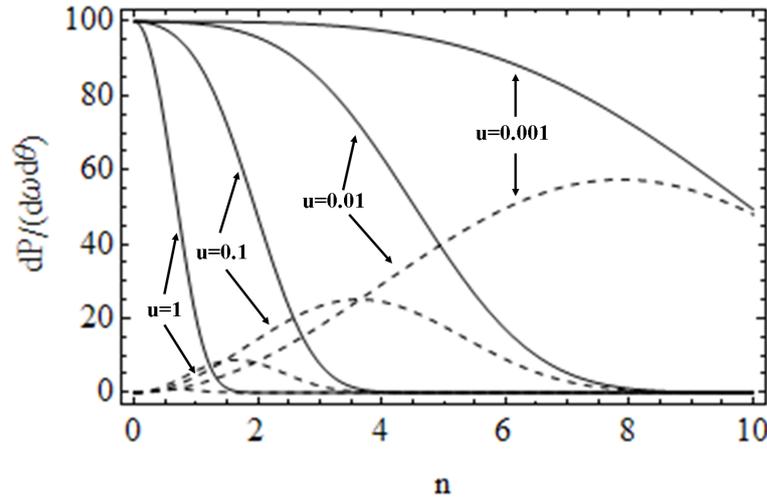


Рис. В.2: Угловое распределение СИ. (π -мода - пунктирные линии).

Из Рис.В.2 хорошо видно, что изучение, как это и положено для ультра релятивистского случая, сосредоточено в узком диапазоне углов $\Delta\theta \sim 1/\gamma$. Частоты $\omega \ll \omega_c$ излучаются в более широком конусе углов, который соответствует той энергии, при которой данная частота будет "критической".

В.0.5 Влияние излучения на движение электрона.

Сила радиационного торможения направлена против полной скорости $\mathbf{F}_{rad} \simeq -\mathcal{W}_0 \mathbf{V}$. Потери продольного импульса, в среднем, компенсируются ускоряющим ВЧ напряжением. Поперечные компоненты силы трения ($F_{rad,x} = -\mathcal{P}_0 x'$; $F_{rad,z} = -\mathcal{P}_0 z'$) приводят к затуханию орбитальных колебаний. При отсутствии связи колебаний в накопителе с постоянным магнитным полем уравнения движения с учетом радиационного трения принимают вид:

$$\begin{aligned} x'' + \frac{\mathcal{W}_0}{E} x' + g_x x &= \Delta\gamma/\gamma K_x; \\ z'' + \frac{\mathcal{W}_0}{E} z' + g_z z &= 0, \end{aligned} \quad (\text{В.4})$$

Ввиду малости энергии излучаемых фотонов ($\omega_c \ll E$) легко проверить, что $\frac{\mathcal{W}_0}{E} \ll \nu_s \ll \nu_{x,z}$ и, таким образом, затухание колебаний имеет адиабатический характер по отношению к их частотам. Из уравнения В.4, в частности, очевидно, что декремент затухания вертикальных колебаний

$$\Lambda_z = \frac{1}{2} \tau_0^{-1} = \frac{1}{2} \frac{\mathcal{W}_0}{E} = \frac{1}{3} r_e J_z \left\langle \frac{1}{\rho^2} \right\rangle_\theta \gamma^3, \quad (\text{В.5})$$

где $r_e = \frac{e^2}{mc^2} = 2.8 \times 10^{-13}$ см - классический радиус электрона. Безразмерный декремент вертикальных бетатронных колебаний (как мы только что нашли) $J_z = 1$. Для радиальных колебаний уравнение движения неоднородное и ситуация с нахождением времен затухания или декрементов выглядит сложнее. В этом случае затухание разделяется на две степени свободы - бетатронные и синхротронные колебания. Соответственно, возникают декременты $\Lambda_{x\beta}$ и Λ_{xs} , величины которых зависят от фокусирующих свойств электронно-оптической системы ускорителя. Оба декремента имеют тот же вид, что и В.5 с заменой безразмерного коэффициента J_z на J_x или J_E , соответственно. Причем, согласно теореме о сумме декрементов $J_x + J_E = 3 J_z$. [102]

Радиационное затухание ограничено квантовым характером синхротронного излучения. Излучение фотонов происходит независимо друг от друга на участках орбиты длиной $\Delta l \sim \rho/\gamma$. Случайность излучения приводит к стохастической раскачке (диффузии) амплитуд колебаний. В результате одновременного действия диффузии и затухания в пучке устанавливается за характерное время $t \sim \tau_i$ равновесное распределение амплитуд бетатронных и синхротронных колебаний. Характер поведения средне-квадратичных амплитуд, вследствие конкуренции адиабатического затухания и стохастической квантовой раскачки, описывается уравнением:

$$\frac{dA_i^2}{dt} = -2\Lambda_i A_i^2 + \left. \frac{dA_i^2}{dt} \right|_{st}, \quad (\text{В.6})$$

имеющим экспоненциальное решение, стремящееся в пределе к равновесному значению:

$$A_{i,eq}^2 = \frac{1}{2\Lambda_i} \left. \frac{dA_i^2}{dt} \right|_{st} = \frac{\tau_i}{2} \left. \frac{dA_i^2}{dt} \right|_{st}. \quad (\text{В.7})$$

Для примера, используя формулу спектральной плотности В.1, найдем скорость нарастания среднеквадратичного отклонения энергии при излучении квантов СИ. Если \bar{n}_j есть среднее число фотонов с энергией $\omega_j = \Delta E_j$, излучаемых в единицу азимута, то

$$\sum_j (\Delta E_j)^2 \bar{n}_j = \omega_c \mathcal{W}_0 \int_0^\infty u U(u) du$$

и будет искомой скоростью. После взятия интеграла по частям, используя рекуррентные свойства функций Макдональда и усредняя по кольцу, получим формулу нарастания среднеквадратичного разброса энергии:

$$\frac{d(\Delta E/E)^2}{dt} = \frac{55}{24\sqrt{3}} r_e \lambda_c \gamma^5 \left\langle \frac{1}{\rho^3} \right\rangle_\theta = \frac{55}{24\sqrt{3}} q_0^5 \gamma^2 \langle |\mathbf{B}|^3 \rangle_\theta. \quad (\text{В.8})$$

В случае равновесия затухания и раскачки (с учетом декремента затухания, аналогичного В.5) мы имеем нормальное Гауссово распределение со стандартным откло-

нением ($\sigma^2 = 1/2 A^2$):

$$\sigma_E = \sqrt{\frac{1}{4} \frac{\tau_0}{J_E} \frac{d(\Delta E/E)^2}{dt}} = \sqrt{\frac{55}{32\sqrt{3}} \frac{\lambda_c}{J_E} \frac{\langle \frac{1}{\rho^3} \rangle_\theta}{\langle \frac{1}{\rho^2} \rangle_\theta}} \gamma. \quad (\text{B.9})$$

Найдем реакцию амплитуд бетатронных колебаний при излучении фотона $\omega = \delta\gamma$. В момент излучения амплитуды колебаний получают приращения $\delta A_{x,z}$, которые можно найти из условий непрерывности координат x, z и углов x', z' :

$$\begin{aligned} \delta(x, z) &= \delta A_{x,z} f_{x,z} + c.c. + \frac{\delta\gamma}{\gamma} \psi_{x,z} = 0; \\ \delta(x', z') &= \delta A_{x,z} (f'_{x,z} + iv_{x,z} f_{x,z}) e^{iv_{x,z}} + c.c. + \frac{\delta\gamma}{\gamma} \psi'_{x,z} = 0. \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

Для x -движения из B.10 имеем:

$$\gamma \frac{\delta A_x}{\delta\gamma} = \Phi_x = \frac{i}{2} \left\{ [\psi_x(f_x^{*'} - iv_x f_x^*) - \psi'_x f_x^*] e^{-iv_x \theta} \right\}. \quad (\text{B.11})$$

Скорость роста амплитуды радиальных колебаний за счет квантовых колебаний можно представить в виде:

$$\frac{d(\delta A_x)^2}{dt} = \Phi_x^2 \frac{d(\Delta E/E)^2}{dt}.$$

Тогда, аналогично B.8, запишется средне-квадратичный разброс амплитуд радиальных бетатронных колебаний:¹

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{4} \frac{\tau_x}{J_x} \frac{d(\delta A_x)^2}{dt}} = \sqrt{\frac{55}{32\sqrt{3}} \frac{\lambda_c}{J_x} \frac{\langle \frac{\Phi_x^2}{\rho^3} \rangle_\theta}{\langle \frac{1}{\rho^2} \rangle_\theta}} \gamma. \quad (\text{B.12})$$

В идеальном накопителе без связи из B.10 в линейном приближении находим $\delta A_z = 0$ и, тогда, установившееся средне-квадратичная равновесная амплитуда вертикальных колебаний определяется в следующем приближении: $(\bar{A}_z^2) \sim \lambda_c \rho$, [11] Однако, эта величина настолько мала, что в реальных накопителях вертикальный размер всегда обязан связи колебаний, так что вне резонанса связи $(\bar{A}_z) \sim g(\bar{A}_x)$. Используя найденное вынужденное решение A.14, а также тот факт, что ψ_z является, что легко

¹Во избежание недоразумений следует напомнить, что амплитуды колебаний нормированы на средний радиус r_0 .

проверить, решением уравнения $\psi'_z + g_z \psi_z = g \psi_z - K_y \psi'_z$, находим скачок вертикальной амплитуды :

$$\begin{aligned} \gamma \frac{\delta A_z}{\delta \gamma} = \Phi_z = \frac{i}{2} \left\{ \left[\Phi_x \int_{-\infty}^{\theta} f_z^* [g f_x - K_y (f'_x + i v_x f_x)] e^{i(v_x - v_z)\theta} d\theta + \right. \right. \\ \left. \left. + \left[\Phi_x^* \int_{-\infty}^{\theta} f_z [g f_x - K_y (f'_x + i v_x f_x)] e^{i(v_x + v_z)\theta} d\theta \right] + \int_{-\infty}^{\theta} f_z^* (g \psi_x - K_y \psi'_x) e^{-i v_z \theta} d\theta \right\}. \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

Из последнего выражение понятно, что средне-квадратичный разброс амплитуд вертикальных бетатронных колебаний будет даваться формулой В.12 с заменой Φ_x на Φ_z и $J_{x\beta}$ на $J_z = 1$.

В реальном накопителе скачок вертикальной амплитуды будет зависеть от распределения источников связи вдоль орбиты. Для иллюстрации приведем модельный пример, в котором связь создается повернутым квадруполем, введенным в идеальную структуру кольца при $\theta = 0$ в виде δ -функции: $g(\theta) = g \cdot \delta(\theta = 0)$. Задание связи в виде скью-квадруполья удобно тем, что такое возмущение не изменяет, в первом приближении, ни ось прецессии \mathbf{n}_0 , ни оптических функций кольца. Тогда интегрирование в В.13 можно заменить суммированием по оборотам и мы получим:

$$\begin{aligned} \gamma \frac{\delta A_z}{\delta \gamma} = \frac{-g}{4} |f_z(0)| |f_x(0)| \left\{ \gamma \frac{\delta A_x}{\delta \gamma} [1 + i \text{ctg} \pi(v_x - v_z)] + \right. \\ \left. + \gamma \frac{\delta A_x^*}{\delta \gamma} [1 - i \text{ctg} \pi(v_x + v_z)] - 2[1 + i \text{ctg} \pi v_z] \right\}. \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

Приложение С

Методы измерения поляризации электронных пучков.

В главе 4.2 мы кратко коснулись методов измерения поляризации протонов и дейтронов, где для желающих даны ссылки для более детального знакомства с предметом. Этой теме посвящено много рабочих совещаний и конференций по ядерной физике и физике высоких энергий.

Любой поляриметр можно характеризовать, так называемой анализирующей способностью, т.е. относительной чувствительностью используемого элементарного процесса к 100% поляризации пучка. Более общим параметром, по которому можно сравнивать различные измерители поляризации, является "качество" поляриметра: $Q = \mathcal{A} \sqrt{\dot{N}}$, где \mathcal{A} - анализирующая способность и \dot{N} - скорость счета событий.

Эти характеристики относятся и к различным методам измерения поляризации электронов, которым и посвящена настоящая глава.

С.1 Измерение поляризации электронов по Комптоновскому рассеянию.

Для ультра релятивистских электронов сечение рассеяния циркулярных фотонов имеет заметную зависимость от поляризации частиц. При лобовом столкновении электронов с фотонами энергии ω рассеянные фотоны имеют угловую расходимость $\theta \sim 1/\gamma$ вблизи начального импульса электрона и энергию

$$\omega_2 = \frac{2\gamma\omega_1}{1 + n^2 + 2\omega_1}, \quad (\text{С.1})$$

где $\omega_1 = 2\gamma\omega$ - энергия фотона в системе покоя электрона; $n = \gamma\theta$.

В общем случае сечение рассеяния фотона с циркулярной поляризацией ξ_2 на покоящемся электроне может быть представлено в виде: [122]

$$d\sigma = d\sigma_0 + \xi_2(d\sigma_{\parallel}\zeta_{\parallel} + d\sigma_{\perp}\zeta_{\perp}) = d\sigma_0 [1 + \xi_2(\mathcal{A}_{\parallel}\zeta_{\parallel} + \mathcal{A}_{\perp}\zeta_{\perp})],$$

где \mathcal{A}_{\parallel} и \mathcal{A}_{\perp} - анализирующие способности для продольной и поперечной поляризации электронов.

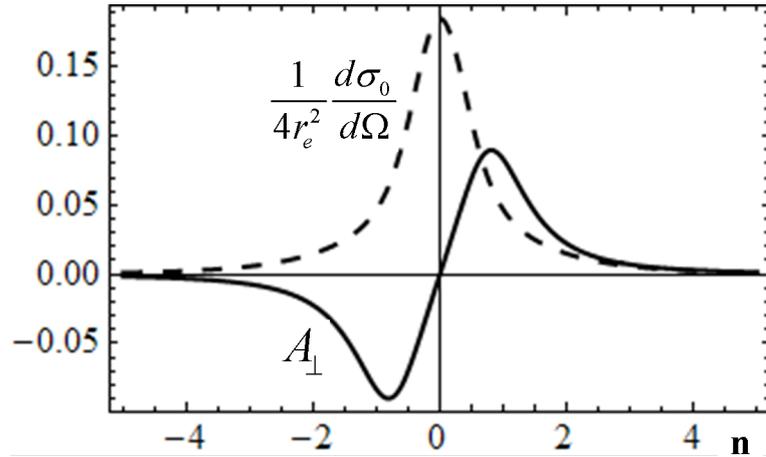
В случае обратного Комптоновского рассеяния на поперечно поляризованном электроне сечение для углов в лабораторной системе преобразуется к виду:

$$\begin{aligned} d\sigma_0 &= 4r_e^2 \frac{2\omega_1^2(1+n^2) + (1+n^2+2\omega_1)(1+n^4)}{(1+n^2)^2(1+n^2+2\omega_1)^3} n dn d\varphi; \\ d\sigma_{\perp} &= 8r_e^2 \frac{\omega_1(1+n^2)}{(1+n^2)^2(1+n^2+2\omega_1)^3} n^2 dn \sin \phi d\varphi; \\ \mathcal{A}_{\perp} &= \frac{d\sigma_{\perp}}{d\sigma_0} = \frac{2\omega_1(1+n^2)}{2\omega_1(1+n^2) + (1+n^2+2\omega_1)(1+n^4)} n \sin \varphi. \end{aligned} \quad (C.2)$$

Здесь φ - угол между плоскостью, перпендикулярной вектору ξ_{\perp} , и плоскостью рассеяния. Как видно из С.2, при $\omega_1 \ll 1$ полное сечение σ_0 практически не изменяется ($\sigma_0 \simeq \frac{8}{3}\pi r_e^2$), а выражение для поперечной асимметрии упрощается

$$\mathcal{A}_{\perp} \simeq \frac{2\omega_1 n \sin \varphi}{(1+n^2)^4}.$$

Поперечная поляризация электронов приводит к азимутальной асимметрии вторичных квантов, которая максимальна вдоль направления ξ_{\perp} и может достигать значения $\mathcal{A}_{\perp}(max) \simeq 1/3$ при $n \simeq 1$ и $\omega_1 \simeq 1$. На Рис.С.1 приведены расчетные зависимости от угла n для поперечной асимметрии $\mathcal{A}_{\perp}(n)$ ($\sin \varphi = 1$) и для неполяризованного дифференциального сечения рассеяния $\frac{1}{4r_e^2} \frac{d\sigma_0}{d\Omega}$ зеленых фотонов ($\hbar\omega = 2.0$ эВ) на поперечно поляризованных электронах с энергией $E = 5$ ГэВ. При названных параметрах максимальная энергия вторичных квантов, излучаемых с $n = 0$, будет близка к $\omega_2 \simeq 4\gamma^2\omega = 800$ МэВ.

Рис. С.1: Асимметрия "вверх-вниз" в Комптоновском рассеянии ($\sin \varphi = 1$).

Использование лазерных источников поляризованных фотонов дает возможность быстрого и контролируемого изменения знака поляризации фотонов, что позволяет исключить систематические ошибки в измерении угловых распределений γ -квантов. Область $\omega_1 \sim 1$ практически не достижима для современных ускорителей и лазеров, поэтому возможность изменения знака ξ_2 особенно важна для измерения поляризации при малых значениях анализирующей способности \mathcal{A}_\perp .

Число событий комптоновского рассеяния определяется полным сечением и светимостью фотон-электронных встречных пучков

$$\mathcal{L} = \frac{\dot{n}_p n_e l}{s L},$$

где \dot{n}_p - число лазерных фотонов в секунду, n_e - количество электронов в пучке, s - поперечная площадь и l - длина области взаимодействия, L - периметр орбиты. Для непрерывного лазера мощностью 20 Вт и при токе $I = 10$ мА оценка светимости дает $\mathcal{L} \simeq 10^{29} \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$, что обеспечивает скорость счета $\dot{N} \sim 10^4$ событий в секунду.

Продольная поляризация электронов существенно влияет на полное сечение рассеяния, поэтому в этом случае анализирующую способность \mathcal{A}_\parallel лучше представить в виде отношения сечений, проинтегрированных по углам рассеяния.[122]

$$\begin{aligned} \sigma_\uparrow + \sigma_\downarrow &= 2\pi r_e^2 \left\{ \frac{1}{\omega_1} \ln(1 + 2\omega_1) - \frac{2(1 + \omega_1)}{\omega_1^3} \ln(1 + 2\omega_1) + \frac{4}{\omega_1^2} + \frac{2(1 + \omega_1)}{(1 + 2\omega_1)^2} \right\}; \\ \sigma_\uparrow - \sigma_\downarrow &= 2\pi r_e^2 \left\{ \frac{1 + \omega_1}{\omega_1^2} \ln(1 + 2\omega_1) - \frac{2(1 + 4\omega_1 + 5\omega_1^2)}{\omega_1(1 + 2\omega_1)^2} \right\} \\ \mathcal{A}_\parallel &= \frac{\sigma_\uparrow - \sigma_\downarrow}{\sigma_\uparrow + \sigma_\downarrow}. \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

График зависимости \mathcal{A}_{\parallel} от ω_1 демонстрирует Рис. С.2. Относительное изменение скорости счета Комptonовских рассеяний при изменении знака циркулярной поляризации фотонов равно $\Delta\dot{N}/\dot{N} = 2\xi_2 \zeta_{\parallel} \mathcal{A}_{\parallel}$. Отметим, что при $\omega_1 \gg 1$ рассеяние при спиральности электронов, противоположной спиральности фотонов, становится все более преобладающим.

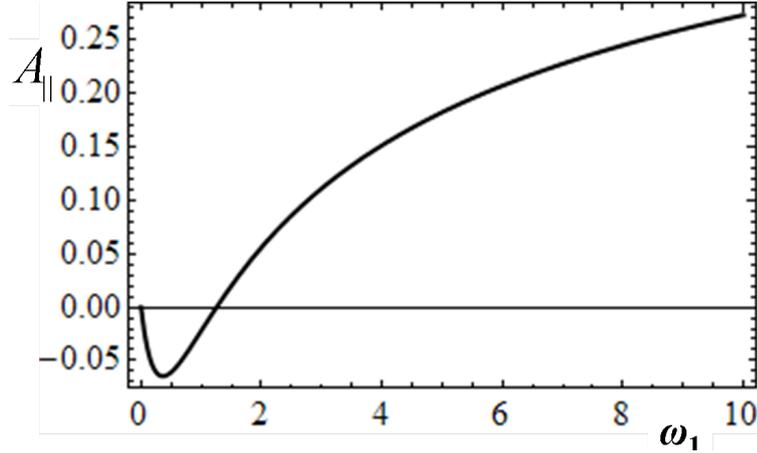


Рис. С.2: Относительный вклад продольной поляризации в сечение рассеяния.

С.1.1 Комptonовское рассеяние синхротронного и ондуляторного излучений.

При энергии электронов в несколько ГэВ можно достичь больших значений \mathcal{A}_{\perp} и \mathcal{A}_{\parallel} , используя в качестве источника циркулярно поляризованных фотонов синхротронное излучение электронов (позитронов) в накопителе. Как мы обсуждали в Главе В, синхротронное излучение обладает заметной эллиптической поляризацией при углах $n = \gamma\theta > 1$ (см. Рис.В.2). Степень круговой поляризации СИ описывается формулой: [100]

$$\xi_2 = \frac{2n K_{1/3}(x) \cdot K_{2/3}(x)}{\sqrt{1+n^2} [K_{2/3}^2(x) + \frac{n^2}{1+n^2} K_{1/3}^2(x)]}, \quad (\text{С.4})$$

где $x = (1+n^2)^{3/2}u/2$ и $u = \omega/\omega_c$ определены в В.3.

Зависимость круговой поляризации от угла излучения приведена на Рис.С.3.

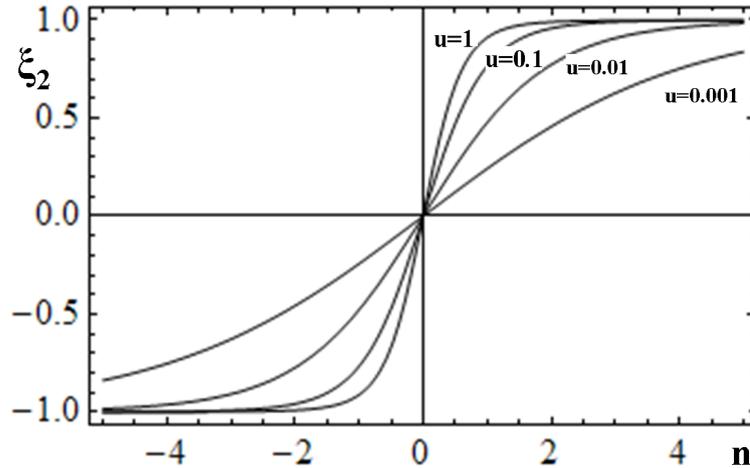


Рис. С.3: Циркулярная поляризация синхротронного излучения.

Использование вакуумного ультрафиолета дает возможность достичь коэффициента \mathcal{A}_\perp , близкому к максимальному. Зная спектральную плотность излучения В.3, не трудно сделать оценку скорости счета вторичных фотонов. Интегрируя В.3 по углам излучения в диапазоне энергий фотонов $\Delta\omega \approx 10 \div 20 \text{ эВ}$, получаем при токе электронов $I_e = 10 \text{ мА}$ число полезных фотонов в секунду $\sim 10^{14}$, что обеспечивает светимость $\mathcal{L} \simeq 10^{28} \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$.

Практическая реализация комптоновского поляриметра на основе СИ может быть осуществлена в нескольких схемах. В случае одного пучка, состоящего из нескольких сгустков, свет от первого сгустка отражается и фокусируется сферическим зеркалом радиуса r на последующий сгусток,двигающийся на расстоянии $l = 2r$ от первого. [187] Измерение энергии электрона отдачи на совпадение со вторичным γ квантом позволяет выбирать область спектра фотонов СИ и, таким образом, добиваться максимума асимметрии. Попеременное отражение либо верхней, либо нижней половины СИ чередует смену знака циркулярной поляризации ξ_2 .

Для встречных электрон-позитронных пучков "организация" места встречи в дипольном магните автоматически приводит к комптоновскому рассеянию синхротронного излучения от встречного сгустка. Знакопеременное электростатическое разведение пучков по вертикали на $\sim \pm 2\sigma_z$ обеспечивает смену знака круговой поляризации и подавление событий e^+e^- взаимодействий, являющихся источником фона для измерения поляризаций обоих встречных пучков. [125].

Достаточно интенсивным источником ультрафиолетовых фотонов с круговой поляризацией может служить также спиральный ондулятор. [183] Кратко напомним свойства ондуляторного излучения. Средняя мощность этого излучения дается формулой:

$$\mathcal{W}_u = \frac{2}{3} r_e^2 B_0 \gamma^2 n_e f_0 l,$$

где B_0 - напряженность магнитного поля на оси, l - длина ондулятора, n_e - число электронов, циркулирующих в накопителе с частотой f_0 . Спектральный состав и угловая расходимость излучения ультра релятивистских электронов зависят от фактора ондуляторности $\kappa = eB_0 \lambda_0/m$, связанного с периодом магнитного поля λ_0 :

$$\omega = \frac{2\gamma^2\omega_0}{1 + \kappa^2 + n^2}; \quad \omega_0 = \frac{2\gamma^2}{\lambda_0(1 + \kappa^2)}; \quad n = \gamma\theta. \quad (\text{C.5})$$

При измерении поляризации встречных электрон-позитронных пучков для вычисления числа Комптоновских рассеяний \dot{N} и среднего значения анализирующих способностей этого метода $\bar{\mathcal{A}}_{\parallel}$ и $\bar{\mathcal{A}}_{\perp}$ необходимо учесть как немонохроматичность ондуляторного излучения, так и факт наличия в нем фотонов обеих спиральностей. В случае, когда поперечная площадь излучения s совпадает с площадью встречного пучка частиц, имеем:

$$\dot{N} = \frac{n_e}{s} \int_0^{\infty} d\omega \left(\frac{dn^+}{d\omega} + \frac{dn^-}{d\omega} \right) (\sigma_{\uparrow} + \sigma_{\downarrow}); \quad (\text{C.6})$$

$$\bar{\mathcal{A}}_{\parallel} = 2 \frac{n_e}{s\dot{N}} \int_0^{\infty} d\omega \left(\frac{dn^+}{d\omega} - \frac{dn^-}{d\omega} \right) (\sigma_{\uparrow} - \sigma_{\downarrow}); \quad (\text{C.7})$$

$$\bar{\mathcal{A}}_{\perp} = \int_0^{\infty} d\omega \left(\frac{dn^+}{d\omega} - \frac{dn^-}{d\omega} \right) d\sigma_{\perp} \Big/ \int_0^{\infty} d\omega \left(\frac{dn^+}{d\omega} + \frac{dn^-}{d\omega} \right) d\sigma_0. \quad (\text{C.8})$$

Здесь $dn^{\pm}/d\omega$ - спектральная плотность фотонов, излучаемых встречным пучком, с положительной и отрицательной спиральностями; $d\sigma_0$ и $d\sigma_{\perp}$ определены в С.2.

Для $\kappa \ll 1$ - спектральные плотности $dn^{\pm}/d\omega$ даются выражениями: [184]

$$\frac{dn^+}{du} = \frac{\alpha}{\lambda_0} n_{e1} \kappa^2 u^2 f_0 l, \quad \frac{dn^-}{du} = \frac{\alpha}{\lambda_0} n_{e1} \kappa^2 (1-u)^2 f_0 l, \quad (\text{C.9})$$

где $u = \omega/\omega_0$ и $\alpha = 1/137$ - постоянная тонкой структуры.

Применение ондуляторного излучения для измерения поперечной поляризации встречных пучков с энергией $E \sim 1$ ГэВ позволяет достичь анализирующей способности, близкой к максимальной для обратного Комптоновского рассеяния:

Это утверждение было продемонстрировано на накопителе ВЭПП-2М, где был реализован Комптоновский поляриметр с использованием спирального ондулятора. [185] Для достижения максимальной чувствительности к поперечной поляризации шаг ондулятора был выбран $\lambda_0 = 2.5$ см, его длина $l = 10$ см, и $\kappa = 1/3$. Максимальная энергия фотонов, излучаемых в этом ондуляторе при энергии 0.65 ГэВ, достигала ≈ 200 эВ. При рассеянии этих фотонов максимальная энергия вторичных γ -квантов была 400 МэВ. Для оптимизации качества поляриметра $Q = \mathcal{A} \sqrt{\dot{N}}$ был произведен расчет по приведенным выше формулам С.6 и С.9 с усреднением по параметрам e^+e^- пучков и различным участкам энергетического спектра вторичных γ -квантов. При

магнитном поле на оси ондулятора 3 кГц ($\kappa = 0.7$) в области спектра $100 \text{ МэВ} \leq \omega_2 \leq 350 \text{ МэВ}$ расчетная асимметрия составляла $\bar{\mathcal{A}}_{\perp} = 12\%$. Скорость счета комptonовских рассеяний \dot{N} при токах $I^+ \times I^- = 6 \times 6 \text{ мА}^2 \approx 10^3$.

Поле спирального магнита, как мы знаем, искажает орбиту пучка. Для компенсации этих искажений ондулятор со сверхпроводящей обмоткой выполнен из двух половин, раздвинутых на $1.5\lambda_0$ в месте встречи. Рис.С.4 демонстрирует результат измерений компонент магнитного поля в ондуляторе.

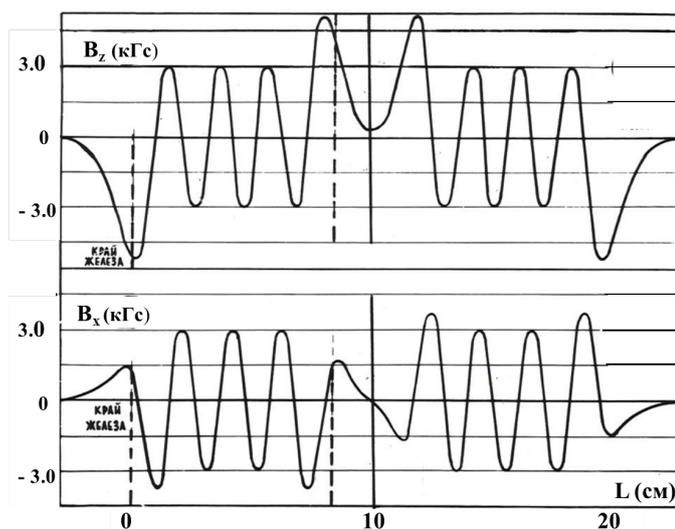


Рис. С.4: Компоненты магнитного поля ондулятора.

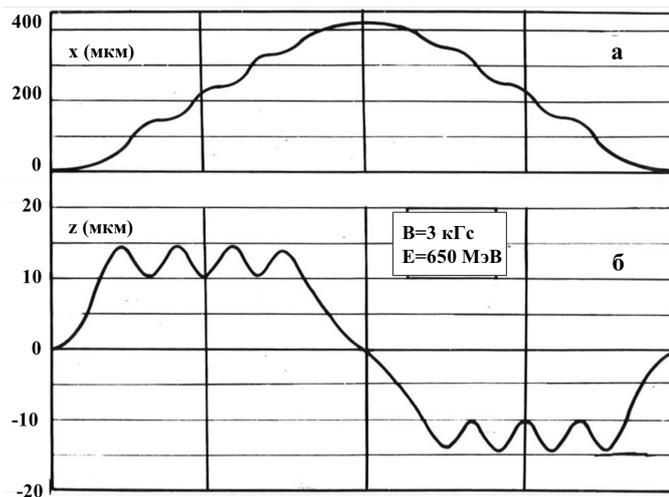


Рис. С.5: Траектории частиц внутри ондулятора.

На Рис.С.5 приведены траектории движения частиц в поле ондулятора, вычисленные по данным магнитных измерений при решении дифференциальных уравнений 5.3. Включение спирального магнита с пучком показало полное отсутствие орбитальных искажений вне ондуляторной вставки. Сдвиг частот бетатронных колебаний при этом $\Delta\nu_{x,z} \leq 10^{-3}$.

На Рис.С.6 изображена схема экспериментального промежутка ВЭПП-2М с установленным ондулятором, флиппером и детекторами вторичных γ -квантов.

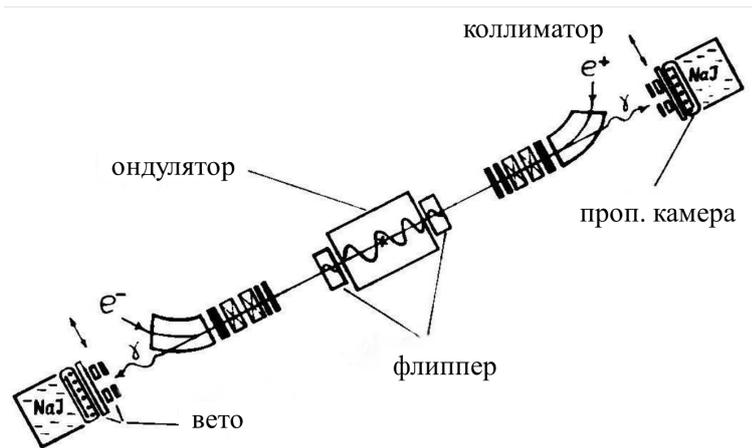


Рис. С.6: Схема экспериментального промежутка с ондулятором.

Каждый детектор содержал коллиматор, свинцовый конвертор ($2X_0$), индукционную пропорциональную камеру, сцинтилляционные счетчики "вверх-вниз" и счетчик полного поглощения (кристалл NaJ $20X_0$).

Главным фоновым процессом для комптоновского рассеяния является однократное тормозное излучение на встречном пучке и тормозное излучение на атомах остаточного газа. Первый источник фона подавляется разведением пучков в месте встречи по вертикали на величину нескольких апертурных размеров, так что светимость встречных пучков падает в $10^2 \div 10^3$ раз. Изменение электрон-фотонной светимости при этом не значительно вследствие расходимости ондуляторного излучения. Фон от тормозного излучения на остаточном газе частично удалось уменьшить, используя изменение угла радиальной орбиты в ондуляторе (см. С.5), что приводило к пространственному "разведению" тормозных и комптоновских γ -квантов в плоскости пропорциональной камеры. Но тем не менее, суммарный фон составлял $\approx 30\%$ полной скорости счета.

Измерение степени поляризации встречных пучков проводилось при энергии 650 МэВ ($\tau_p = 50$ минут). Через $t = 2\tau_p$ включался ондулятор и электростатическое разведение пучков. Измеряемой величиной являлась асимметрия $\mathcal{A}_\perp = (\dot{N}_1 - \dot{N}_2) / (\dot{N}_1 + \dot{N}_2)$, где \dot{N}_1 и \dot{N}_2 скорости счета верхнего и нижнего сцинтилляционных счетчиков в

выбранном по совпадению с NaJ энергетическом диапазоне. На Рис.С.7 показаны результаты одного из измерений.

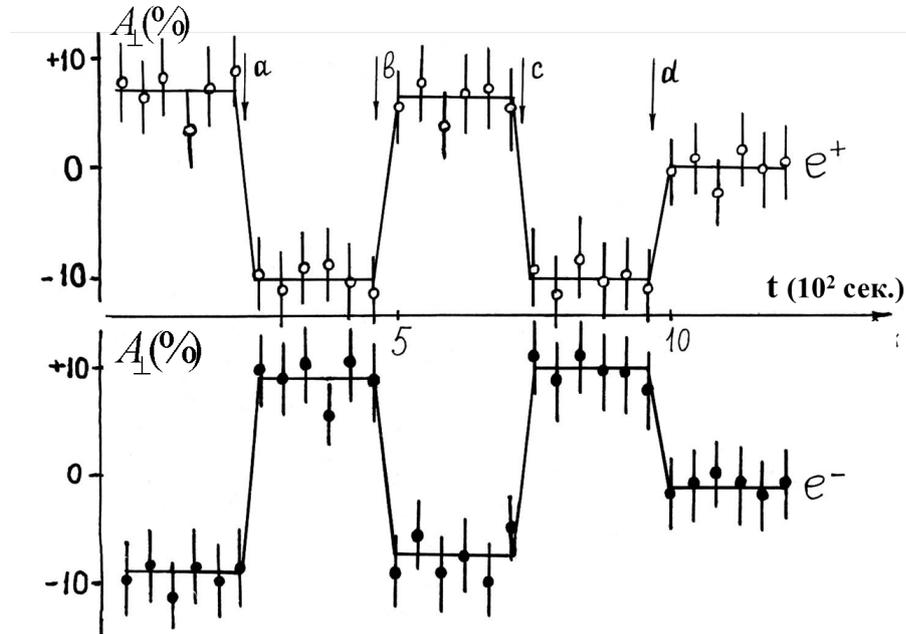


Рис. С.7: Комптоновский поляриметр с ондуляторным излучением.

Время набора статистики в точке - 45 секунд. В точках "a" "b" и "c" производился переворот поляризации включением флишера, а в точке "d" поляризация разрушалась деполяризатором. С учетом фона от тормозного излучения $\approx 30\%$, из скачка асимметрии при первом перевороте $\Delta A_{\perp} = 14.5\%$ находим что степень поляризации вначале измерений составляла $\zeta^+ \approx \zeta^- = 0.83 \pm 0.07$, что хорошо согласуется с предыдущими измерениями. Изменение асимметрии на втором перевороте заметно меньше из-за радиационной поляризации, которая стремится вернуть спин к равновесному состоянию.

С.2 Измерение поляризации по упругому рассеянию.

Хорошо известно, что упругое рассеяние электрона на электроне зависит от спиновых состояний частиц. В общем случае произвольных импульсов в системе центра инерции сталкивающихся электронов сечение рассеяния записывается в виде: [186]

$$d\sigma = d\sigma_0 [1 + \mathcal{A}_{\parallel} \zeta_{\parallel 1} \zeta_{\parallel 2} + \mathcal{A}_{\perp} \zeta_{\perp 1} \zeta_{\perp 2}] d\Omega.$$

Здесь $d\sigma_0$ - Мёллеровское сечение, \mathcal{A}_{\parallel} и \mathcal{A}_{\perp} - анализирующие способности для продольной и поперечной поляризации электронов, которые при рассеянии на угол θ

даются выражениями:

$$\begin{aligned}
 d\sigma_0 &= r_e^2 \frac{m^2(E^2 + \mathbf{p}^2)^2}{4E^2\mathbf{p}^4} \left[\frac{4}{\sin^4 \theta} - \frac{3}{\sin^2 \theta} + \left(\frac{\mathbf{p}^2}{E^2 + \mathbf{p}^2} \right)^2 \cdot \left(1 + \frac{4}{\sin^2 \theta} \right) \right] d\Omega \\
 \mathcal{A}_{\parallel} &= -\frac{\sin^2 \theta (8 - \sin^2 \theta)}{(3 + \cos^2 \theta)^2}; \\
 \mathcal{A}_{\perp} &= -\frac{\sin^4 \theta \cos(\varphi_1 + \varphi_2)}{(3 + \cos^2 \theta)^2},
 \end{aligned} \tag{C.10}$$

где φ_1 и φ_2 - углы между плоскостью рассеяния и плоскостями, перпендикулярными $\zeta_{\perp 1}$ и $\zeta_{\perp 2}$ соответственно.

В ультрарелятивистском случае ($\mathbf{P}^2 \simeq E^2$) выражение для сечения значительно упрощается:

$$d\sigma_0 = r_e^2 \frac{m^2}{E^2} \frac{(3 + \cos^2 \theta)^2}{4 \sin^4 \theta} d\Omega. \tag{C.11}$$

Наиболее чувствительно к поляризации частиц рассеяние на угол $\theta = 90^\circ$: $\mathcal{A}_{\parallel} = -8/9$ и $\mathcal{A}_{\perp} = -1/9$. Такая ситуация может быть организована при рассеянии пучка поляризованных электронов на внутренней мишени из поляризованных по электрону атомов водорода. При этом в лабораторной системе после рассеяния оба электрона имеют равные энергии $E_1 = E_2 = E_0/2$ и разлетаются под углами $\theta_{1,2} = \pm \sqrt{2/\gamma}$. Регистрация этих электронов на совпадение плюс измерение энергии обеих частиц делают этот способ измерения практически без фоновым. Кроме того, вариация знака поляризации мишени значительно уменьшает возможную систематику при определении поляризации пучка. [?]

При современных плотностях поляризованных внутренних мишеней $\rho \sim 10^{14} \text{ см}^{-2}$ вполне достижима скорость счета полезных событий $\dot{N} \sim 1 \text{ Гц}$ на один мА тока пучка при энергии $E = 1 \text{ ГэВ}$. Причем сечение процесса слабо убывает с ростом энергии ($\sigma_0 \sim 1/\gamma$), что делает этот способ измерения поляризации пучка электронов достаточно эффективным в области энергий от 100 МэВ до нескольких ГэВ.

Для выпущенных пучков упругое рассеяние на намагниченной твердой мишени также является надежным способом измерения поляризации, несмотря на низкую степень поляризации мишени (для железа $\zeta_t = 1/8$).

С.2.1 Измерение поляризации по рассеянию внутри сгустка.

Одним из самых простых в практической реализации способов является использования эффекта внутреннего рассеяния (ЭВР) частиц на своих же частицах. Этот эффект применим для ультра релятивистских частиц, когда относительно небольшие поперечные импульсы, имеющиеся у частиц пучка, в результате рассеяния могут перейти в большие отклонения по энергиям, которые выводят рассеянную пару частиц за пределы пучка, что делает возможным регистрацию такого события. Расчет

вклада поляризации в рассеяние при бетатронных колебаниях частиц был проведен в нескольких работах ([188], [123], [189]). Наиболее полный расчет ЭВР проведен в работе [190], следуя которой рассмотрим рассеяние двух электронов, имеющих в лабораторной системе импульсы \mathbf{P}_1 и \mathbf{P}_2 и поляризации $\boldsymbol{\zeta}_1$ и $\boldsymbol{\zeta}_2$. Считая малыми разброс энергий $\Delta\gamma \ll \gamma$ и поперечных импульсов $p_\perp = \sqrt{p_x^2 + p_z^2} \ll P$, сделаем переход вдоль скорости $\mathbf{V} = 1/2(\mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2)$ в систему центра масс с релятивистским фактором $\gamma_V = \gamma/\sqrt{1+q^2}$. В ц-системе частицы имеют импульсы $\tilde{\mathbf{P}}_{1,2} = \pm \mathbf{q} = 1/2(\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_2)$, энергию $\varepsilon = \sqrt{1+q^2}$ и поляризации ¹

$$\tilde{\boldsymbol{\zeta}}_{1,2} = \boldsymbol{\zeta}_{1,2} - (1 - 1/\varepsilon) [\mathbf{m}(\boldsymbol{\zeta}_{1,2} \cdot \mathbf{m}) + \mathbf{q}(\boldsymbol{\zeta}_{1,2} \cdot \mathbf{q})/q^2] + 1/\varepsilon [\boldsymbol{\zeta}_{1,2} \times [\boldsymbol{\zeta}_{1,2} \times \mathbf{m}]],$$

где $\mathbf{m} = \mathbf{V}/V$.

Используя точное выражение для дифференциального сечения рассеяния С.10, проведем интегрирование по направлениям импульса после рассеяния q' , выбрав \mathbf{m} за ось сферической системы координат. Поскольку нас интересуют только частицы, получившие в лабораторной системе отклонение импульса ΔP больше некоторого допустимого $\Delta P_{lim} = P \cdot \eta$, то интегрирование по q' производится от $q'_{min} = \eta/\sqrt{1-\eta^2}$, определяемого из преобразования ΔP_{lim} в ц-систему, до q . В результате получим выражение для сечения взаимодействия, при котором конечные частицы имеют отклонения импульсов $\Delta P \leq \Delta P_{lim}$:

$$\begin{aligned} \sigma_\eta &= \frac{\pi r_e^2}{2q^4(1+q^2)} \left\{ A_0 + \mathcal{A}_1(\boldsymbol{\zeta} \cdot \mathbf{m})^2 + \mathcal{A}_2 \frac{(\boldsymbol{\zeta} \cdot \mathbf{q})^2}{q^2} + \mathcal{A}_3 \frac{(\boldsymbol{\zeta} \cdot [\mathbf{m} \times \mathbf{q}])^2}{q^2} \right\}; \\ A_0 &= (4q^2 + 1) \ln x_0 + (2q^2 + 1)^2 \left(\frac{1}{x_0^2} - 1 \right) + q^4(1 - x_0); \\ \mathcal{A}_1 &= \left[(4q^2 + 1)(1 - 2q^2) - \frac{q^2}{1 + q^2} \right] \ln x_0 - q^4(1 - x_0) - q^2(2q^2 + 1) \frac{1 - x_0^2}{2(1 + q^2)}; \\ \mathcal{A}_2 &= \left[4q^2 + 1 + \frac{q^4}{1 + q^2} \right] \ln x_0 + q^2(2 - q^2)(1 - x_0) + q^4(2q^2 + 1) \frac{1 - x_0^2}{2(1 + q^2)}; \\ \mathcal{A}_3 &= (3q^2 + 1) \ln x_0 - q^2(2 + q^2)(1 - x_0) + \frac{q^2}{2}(1 - x_0^2); \\ x_0 &= \frac{\eta}{q} \sqrt{1 + q^2}. \end{aligned} \tag{C.12}$$

Частицы с импульсами \mathbf{P}_2 образуют поток $j = 2\vartheta \sigma_\eta \rho_2$, где $\vartheta = q/\sqrt{1+q^2}$ - скорость частиц в ц-системе, а ρ_2 - их плотность. При обратном переходе в лабораторную систему поток уменьшается в γ^2 раз за счет преобразования времени и продольного

¹Если в лабораторной системе частицы имеют одинаково направленные спины, но разные импульсы, то в ц-системе между направлениями их спинов появляется угол α : $\sin^2 \alpha/2 = q^2/(1 - q^2) [(\boldsymbol{\zeta} \cdot \mathbf{m})^2 + 1/q^2(\boldsymbol{\zeta} \cdot \mathbf{q})^2]$.

размера сгустка, так что мы получим число рассеяний для одной частицы в единицу времени: $\dot{n} = 2q \sqrt{1 + q^2 \sigma_\eta / (\gamma^2 V_0)}$, где $V_0 = (2\pi)^{3/2} \sigma_x \sigma_z \sigma_y$ - объем пучка. Это выражение необходимо усреднить по распределению частиц по импульсам. Предполагая поперечные движения в сгустке независимыми и считая распределения по P_x и P_z гауссовскими с соответствующими стандартными отклонениями σ_{P_x} и σ_{P_z} , в результате усреднения получим скорость событий рассеяния среди N частиц:

$$\dot{N} = \frac{2\pi r_e^2 N^2}{\gamma^2 V_0 \sigma_{P_x} \sigma_{P_z}} \int_{q_{min}}^{\infty} \frac{dq e^{-\frac{q^2}{2\delta_\pm^2}}}{q^2 \sqrt{1 + q^2}} (a_+ A_+ + a_- A_-), \quad (C.13)$$

Здесь введены обозначения:

$$\begin{aligned} \delta_\pm^2 &= \left(\frac{1}{\sigma_{P_x}^2} \pm \frac{1}{\sigma_{P_z}^2} \right)^{-1}; \quad a_\pm = \frac{1}{2} \left[I_0 \left(\frac{q^2}{2\delta_\pm^2} \right) \pm I_1 \left(\frac{q^2}{2\delta_\pm^2} \right) \right]; \\ A_+ &= A_0 + \zeta_\parallel^2 \mathcal{A}_1 + \zeta_z^2 \mathcal{A}_2 + \zeta_x^2 \mathcal{A}_3; \\ A_- &= A_0 + \zeta_\parallel^2 \mathcal{A}_1 + \zeta_x^2 \mathcal{A}_2 + \zeta_z^2 \mathcal{A}_3, \end{aligned} \quad (C.14)$$

где I_0 и I_1 - модифицированные функции Бесселя.

Как видно из С.13 число рассеяний при постоянных размерах пучка и заданном η зависит только от квадрата числа частиц и от компонент поляризации. Вклад каждой из компонент ζ_i после всех усреднений удобно характеризовать отношением

$$\Delta_i = \frac{\dot{N}_0 - \dot{N}_{\zeta_i}}{\dot{N}_0},$$

где \dot{N}_0 и \dot{N}_{ζ_i} скорости потерь частиц из неполяризованного и полностью поляризованного в данном направлении пучка. Тогда

$$\dot{N} = \dot{N}_0 \left(1 - \Delta_z \zeta_z^2 - \Delta_x \zeta_x^2 - \Delta_\parallel \zeta_\parallel^2 \right). \quad (C.15)$$

Для иллюстрации приведем результаты расчетов Δ_i как функции от $\eta = \Delta P/P$ для плоских пучков $\sigma_{p_x} \gg \sigma_{p_z}$ (Рис.6.1) и в случае круглых пучков $\sigma_{p_x} = \sigma_{p_z}$ (Рис.??) В качестве параметра при кривых приведены средне-квадратичные значения импульсов в С-системе в единицах mc , типичные для установок с энергией пучков от нескольких сот МэВ до нескольких ГэВ. Синие точки означают вклад вертикальной поляризации, черные - для радиальной и красные - для продольной поляризации ($\xi_i = 100\%$).

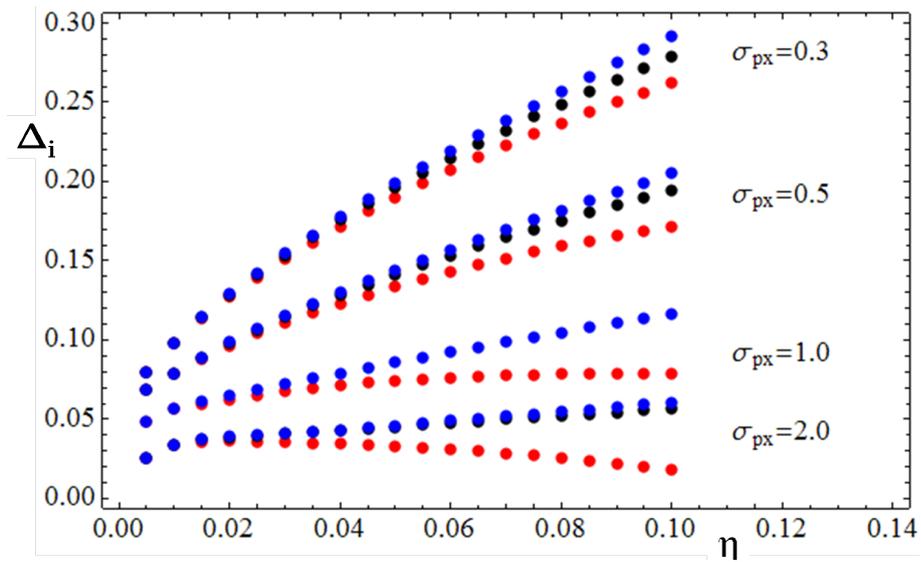


Рис. С.8: Относительный вклад поляризаций в ЭВР (плоский пучок).

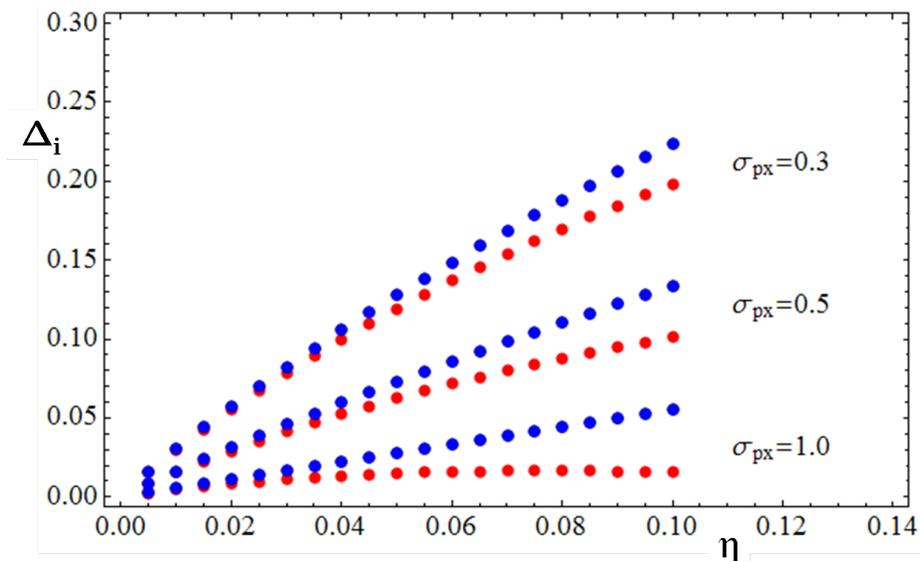


Рис. С.9: Относительный вклад поляризаций в ЭВР (круглый пучок).

Поперечный импульс для каждого данного накопителя растет $\propto \gamma$ и, как видно из Рис.6.1 и Рис.??, чувствительность к поляризации обсуждаемого метода заметно падает. Более того, скорость счета событий ЭВР имеет сильную зависимость от энергии $\dot{N} \sim \gamma^{13/2}$. Оба этих эффекта ограничивают применимость этого метода областью энергий не выше 2 ГэВ. Как показывают расчеты, разница значений Δ_i для данного импульса примерно на порядок меньше $\bar{\Delta}$.

С.2.2 Измерение поляризации встречных пучков.

При работе накопителя в режиме встречных пучков, кроме измерения поляризации каждого пучка, можно определять произведение поляризаций непосредственно в основных экспериментах по взаимодействию частиц высоких энергий, поскольку процессы рождения вторичных частиц при электрон-позитронной аннигиляции зависят от спиновых состояний начальных частиц. Необходимо отметить, что для встречных пучков система центра масс совпадает с лабораторной.

Самый простой процесс упругого рассеяния электронов и позитронов друг на друге имеет азимутальную асимметрию. [3] Дифференциальное сечение в этом случае отличается от электрон-электронного рассеяния С.11 только дополнительным множителем

$$d\sigma_{e^+e^-} = \cos^4 \frac{\theta}{2} \cdot d\sigma_{e^-e^-}, \quad (\text{C.16})$$

в то время как, коэффициенты асимметрии имеют тот же вид С.10. Максимальный вклад поляризации наблюдается при угле рассеяния $\theta = \pi/2$ и составляет для продольных поляризаций $\mathcal{A}_{\parallel}(e^+e^-) = -8/9$, а для поперечных $\mathcal{A}_{\perp}(e^+e^-) = -1/9$.

Более высокую чувствительность к поперечной поляризации имеет процесс рождения мюонов $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$, которая дается выражением: [182]

$$\mathcal{A}_{\perp}(2\mu) = \frac{v_{\mu}^2 \sin^2 \theta (1 - 2 \sin^2 \phi)}{2 - v_{\mu}^2 \sin^2 \theta}, \quad (\text{C.17})$$

где v_{μ} - скорость μ -мезона, а ϕ - угол между плоскостью рассеяния и плоскостью, перпендикулярной $\vec{\zeta}_{\perp}$. Для 100% поляризации обоих пучков:

$$\mathcal{A}_{\perp}(2\mu) = -1 \text{ при } \theta = \pi/2; \quad \phi = \pi/2;$$

$$\mathcal{A}_{\perp}(2\mu) = +1 \text{ при } \theta = \pi/2; \quad \phi = 0.$$

Особенно сильно рождение мюонов зависит от продольной поляризации: $\mathcal{A}_{\parallel}(2\mu) = 1$.

Реакции образования пар псевдоскалярных частиц ($\pi^+\pi^-$; K^+K^- и т.д.) также весьма чувствительны к ориентации спинов электронов и позитронов. [106], [182] Для 100% поляризации:

$$\mathcal{A}_{\perp}(2\pi) = 1 - 2 \sin^2 \phi.$$

Сечения этих процессов резко возрастают в областях соответствующих резонансов, достигая величины $\sigma \sim 10^{-30} \text{ cm}^2$, что при светимости современных e^+e^- коллайдеров делает доступным применение этих процессов для измерения поляризационных характеристик первичных пучков.

Литература

- [1] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, "Квантовая механика Москва (1963).
- [2] "Particle Data Group Phys. Rev.D, v.54 (1996).
- [3] В.Б.Берестецкий, Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский, "Квантовая электродинамика Москва, т.IV (2001).
- [4] L.H.Thomas, Nature, 117, (1926) 514.
- [5] V.Bargman, L.Michel, V.L.Telegdi, Phys.Rev.Lett., 2, (1959) 435.
- [6] Y.B.Bolkhovityanov et al., Proc. of 12-th Int. Symposium on High Energy Spin Physics, (1996) 730.
- [7] S.A.Nikitin, E.L.Saldin, M.V.Yurkov, Proc. of the Int.Symposium on Polarization Phenomena in High Energy Physics, Dubna (1984) 291.
- [8] J.Bailey et al., Nuclear Physics B 150, (1979) 1.
- [9] V.Hughes et al., Proc. of 10-th Int. Symposium on High Energy Spin Physics, (1992) 717.
- [10] Ya.K.Semertzidis, Proc. of Workshop on Nuclear Electric Dipole Moment (1999).
- [11] А.А.Коломенский, А.Н.Лебедев, "Теория циклических ускорителей Москва (1962).
- [12] L.M.Kurdadze et al., Proc.of 5-th Int.Symposium on High Energy Physics, (1975) 148.
- [13] Ya.S.Derbenev et al., Part.Acc., 10 (1980) 177.
- [14] А.Н.Скринский, Ю.М.Шатунов, УФН 32(6)(1989) 548.
- [15] Я.С.Дербенев, А.М.Кондратенко, А.Н.Скринский, ДАН СССР192, (1970) 1255.

- [16] Я.С.Дербенев, А.М.Кондратенко, А.Н.Скринский, ЖТЭФ 60, (1971) 1216.
- [17] И.С.Градштейн, И.М.Рыжик, "Таблицы интегралов, сумм и рядов Физматгиз (1962).
- [18] Ya.S.Derbenev, A.M.Kondratenko, Part.Acc. 8 (1978) 115.
- [19] Я.С.Дербенев, А.М.Кондратенко, А.Н.Скринский, Препринт ИЯФ 77-60, Новосибирск (1977).
- [20] K.Yukoа, Particle Accelerators 13 (1983) 85.
- [21] M.Froissart, R.Stora, Nucl. Instr. and Meth. A7 (1960) 297.
- [22] E.A.Perevedentsev, V.I.Ptitsin, Yu.M.Shatunov, Proc. of 5-th Workshop on Spin Phenomena in High Energy Physics, Protvino (1993) 281.
- [23] E.A.Perevedentsev, V.I.Ptitsin, Yu.M.Shatunov, Proc. of 15-th Int.Symposium on High Energy Spin Physics, (2002) 761.
- [24] V.I.Ptitsin, Yu.M.Shatunov, S.R.Mane, NIM A608 (2009) 225.
- [25] A.M.Kondratenko, M.A.Kondratenko, Yu.N.Filatov, Proc.of 17-th Int. Spin Phys. Symposium, (2006) 874.
- [26] Ya.S.Derbenev et al., Proc. of 10-th Int. Conference on High Energy Accelerators, v.2 (1977) 272.
- [27] T.Khoe et al., Part.Acc. 6 213 (1975).
- [28] T.Aniel et al., Colloq.Phys., (France), C-2, 499 (1985).
- [29] N.Horikawa et al., Proc. of 9-th Int. Symposium on High Energy Spin Physics (1990) 171.
- [30] A.Lehrach, Ph.D. thesis, (Germany) (1997).
- [31] Ya.S.Derbenev, A.M.Kondratenko, Proc. of 10-th Int. Conference on High Energy Accelerators, v.2 (1977) 70.
- [32] H.Huang et al., Proc. of 12-th Int. Symposium on High Energy Spin Physics, (1996) 528.
- [33] A.N.Zelensky, Proc. of 13-th Int. Symposium on High Energy Spin Physics, (1998) 618 .
- [34] L.G.Ratner at al., IEEE Trans.on Nucl. Sci., NS-32, (1985) 1656 .

- [35] L.Ahrens, Proc. of 8-th Int. Symposium on High Energy Spin Physics, (1988) 1069.
- [36] T.Roser, Proc. of 13-th Int. Symposium on High Energy Spin Physics (1998) 182 .
- [37] H.Huang et al., Proc. of 12-th Int. Symposium on High Energy Spin Physics (1996) 529.
- [38] H.Huang et al., Proc. of 13-th Int. Symposium on High Energy Spin Physics, (1998) 492 .
- [39] E.A.Perevedentsev, V.I.Ptisin, Yu.M.Shatunov, Proc. of 15-th Int. Conf. on High Energy Acc., (1992) 170.
- [40] E.F.Parker et al, IEEE Trans.Nucl.Sci. NS-26 3 (1979) 3200.
- [41] E.D. Courant, M.S. Livingston, H.S. Snyder, Phys. Rev. 88 (1952) 1190.
- [42] O.F.Nemez, A.M.Yasnogodsky, "Naukova Dumka Kiev (1980).
- [43] E.Groud et al., LNS 70 (1982).
- [44] A.M.Kondratenko, Proc.of Int.Seminar on Spin in High Energy Physics, Protvino, (1984) 140.
- [45] H.Kato et al., Nucl. Instr. and Meth. A 385 (1997) 391.
- [46] A.A.Belushkina et al., Proc. of the Int.Symp.on high Energy Physics with Polarized Beams and Targets, Lausanne (1980) 429.
- [47] V.V.Avdeichikov et al., Proc. Of the 5-th Int. Symp. on high Energy Physics, Brookhaven (1982), AIP Con. Proc. 96 (1983) 445.
- [48] V.P. Ershov et al.,the Proc. of 17-th International Conference On High-Energy Accelerators (HEACC 98) (1998) 279.
- [49] V.G.Ableev et al., Nucl. Instr. and Meth. A308 (1991) 73.
- [50] J.Arviex et al., Phys.Rev.Lett. 50 (1983) 19.
- [51] V.P.Ladygin et al., Proc.of 19-th int.Spin Symp., Yulich, Germany, (2010), J.Physics Conf.Series 295 (2011) 012131.
- [52] A.Zholents and V.Livinenko, Препринт ИЯФ 81-80 (1980).
- [53] "Hand book of accelerator Physics and Ingenering World Scientific (2002) 59.

- [54] I.A. Koop, et al., Proc. of 12-th Int.Symposium on High Energy Spin Physics (2006) 948 .
- [55] J.E.Goodwin et al.,Phys.Rev.Lett. 64 (1990) 2279.
- [56] A.D.Krisch, Proc. of 9-th Int. Symposium on High Energy Spin Physics, (1990) 57.
- [57] G.Luijckx et al., Proc. of Int.Con. on High Energy Acc., (1995) 330 .
- [58] V.V.Danilov et al., Proc. of the 10-th Int.Symposium on High Energy Spin Physics, (1992) 445 .
- [59] C.W.de Jager et al., Proc. of 7-th Int.Workshop on Polarized Gas Targets and Beams, (1998) 483.
- [60] P.W.M.Ferro-Luzzi et al., Proc. of the 13-th Int.Symposium on High Energy Spin Physics, (1998) 489.
- [61] I.Koop et al., Nucl. Instr. and Meth. A427, (1999) 3649.
- [62] S.Kovalsky et al., Proc. of 11-th Int. High Energy Spin Physics Symposium (1994) 294.
- [63] I.A.Koop,A.V,Bogomyakov, A.V.Otbojev, Proc. of 19-th Int. High Energy Spin Symposium, J.Phys.Conf.Ser. 295 (2011) 012160.
- [64] J.Buon, K.Steffen, Nucl. Instr. and Meth., A245, (1986) 248.
- [65] K.Steffen, DESY report, DESY 83-124 (1983).
Int.Symposium on High Energy Spin Physics, (2000) 775.
- [66] А.Н.Дубровин, MERMAID User Guide, Препринт ИЯФ (1994).
- [67] "Mathematics"www.wolfram.com.
- [68] V.I.Ptitsyn, Yu.M.Shatunov, Proc. of 5-th Int.Workshop on High Energy Spin Physics, (1993) 292.
- [69] V.I.Ptitsyn, Yu.M.Shatunov, NIM A398 (1997) 126.
- [70] E.Courant et al., Proc. of 12-th Int.Symposium on High Energy Spin Physics, 579 (1996).
- [71] V.Ptitsyn, RHIC-AP Note, 47 (1994).
- [72] I.A. Koop at al., Published in Conf.Proc. C030512 (2003) 2898.

- [73] H.Huang et al., Proc. of Particle Accelerator Conference, Knoxville, (2005) 1404.
- [74] I.A. Koop et al., Proc. of 12-th Int.Symposium on High Energy Spin Physics, (2006) 153.
- [75] H.Huang et al., Proc. of the Proc. of 17-th Int.Symposium on High Energy Spin Physics, Kyoto (2006) 904.
- [76] T.Roser, the Proc. of 20-th Int.Symposium on High Energy Spin Physics, Dubna (2012).
- [77] V.Ptitsyn, A.U.Luccio, Ranjbar, the Proc. of 15-th Int.Symposium on High Energy Spin Physics, New York (2002) 746.
- [78] V.Ranjbar et al., Phys.Rev.Lett. 91, (2003) 034801.
- [79] A.Bravar et al., the Proc. of 16-th Int.Symposium on High Energy Spin Physics, Trieste (2004) 830.
- [80] H.Akada et al, the Proc. of 16-th Int.Symposium on High Energy Spin Physics, Trieste (2004) 507.
- [81] I.Alekseev et al., Nucl. Instr. and Meth. 499 (2003) 392.
- [82] S.Y.Lee, S.Tepikian, Phys.Rev.Lett. 56 1625 (1985). 145, (1985) 61.
- [83] S.R.Mane, Nucl. Instr. and Meth. A480, 328 (2002).
- [84] V.I.Ptitsyn, Yu.M.Shatunov, Proc. of 12-th Int.Symposium on High Energy Spin Physics, Amsterdam (1996) 516.
- [85] W.W.MacKay et al, the Proc. of 16-th Int.Symposium on High Energy Spin Physics, Trieste (2004) 163.
- [86] V.Ptitsyn et al, the Proc. of 16-th Int.Symposium on High Energy Spin Physics, Trieste (2004) 675.
- [87] M.Bay et al, the Proc. of 16-th Int.Symposium on High Energy Spin Physics, Trieste (2004) 163.
- [88] H.Huang et al., Phys.Rev.Lett. 99, (2007) 154801.
- [89] V.Ptitsyn et al., the Proc. of 17-th Int.Symposium on High Energy Spin Physics, Kyoto (2006) 896.
- [90] H.Huang et al., the Proc. of 2011 Part.Acc.Conf., NY, 41.

- [91] Zeitschrift fuer Physik 9, (1922) 353-355.
- [92] A.Belov, A.Zelensky, the Proc. of 18-th Int.Symposium on High Energy Spin Physics, New Port, USA (2008) 108.
- [93] "Worshop on Polarized Electron Sources" in the Proc. of 18-th Int.Symposium on High Energy Spin Physics, New Port, USA (2008) 983.
- [94] Я.С.Дербенев, А.М.Кондратенко,, ЖЭТФ 62, (1972) 430.
- [95] В.Н.Байер, Ю.Ф.Орлов, ДАН 165 (1965) 783.
- [96] M.Hoffmann et al., Proc.of 14-th Int.Spin Symp., Kioto, Japan, (2000) 756.
- [97] Я.С.Дербенев, А.М.Кондратенко, ЖЭТФ 37 (1973) 968.
- [98] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, "Теория поля Москва (1962).
- [99] А.А.Соколов, И.М.Тернов, ДАН СССР 153 (1963) 1503.
- [100] А.А.Соколов, И.М.Тернов, "Синхротронное излучение Наука, Москва, (1966).
- [101] J.Schwinger, Phys.Rev. 7 (1949) 1912.
- [102] K.W.Robinson 111 (1958) 573.
- [103] J.Le Duff et al., Труды III-го Всесоюзного совещания по ускорителям (1972) т.1, 371.
- [104] G.I.Budker et al., Proc. of 5-th Int. Conf. on High Energy Accelerators, (1965) 389.
- [105] В.Л.Ауслендер и др., Ядерная физика т.9, вып.4 (1969) 114.
- [106] В.Н.Байер, УФН 105(3), (1971) 441.
- [107] Г.И.Будкер и др., труды III Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, т.1 (1972) 318.
- [108] Yu.M.Shatunov, Proc. of 8-th Int.Conf. Stori-11, Frascati (2011) 305.
- [109] А.А.Полунин, Yu.m.Shatunov, Preprint BINP 82-16 (1982).
- [110] U.Camerini et al., Phys.Rev.D 12 v.12, (1975) 1885.
- [111] D.V.Gustavson et al., NIM 165 (1979) 177.
- [112] J.R.Johnson et al., NIM, 204 (1983) 261.

- [113] G.Hanson et al., Phys.Rev.Letters, v.35 24 (1975) 1609.
- [114] S.R.Mane, Phys.Rev.A 36 (1987) 120.
- [115] В.И.Птитцын, Кандидатская диссертация, ИЯФ СО РАН (2005)
- [116] I.Passchier, PhD thesis , Free University Amstrdam (2000).
- [117] M.Korostelev and Yu.Shatunov, Proc. of the 14-th
- [118] I.A.Koop et al., Proc. of 19-th Int.Symposium on High Energy Spin Physics, (2010);
Journal of Physics: Conference Series 285 (2011)012160
- [119] D.P.Barber at al., Phys.Lett. B343 (1995) 436.
- [120] I.A.Koop et al., Proc. of 8-th Int.Symposium on High Energy Spin Physics, (1988)
1023.
- [121] I.B.Vasserman et al., Phys.Lett. B198 (1987) 302.
- [122] А.И.Ахиезер, В.Б.Берестецкий, "Квантовая электродинамика Физматгиз
(1959).
- [123] В.Н.Байер, В.А.Хозе, АЭ 25 (1968) 440.
- [124] A.W. Chao, Nucl. Instr. and Meth. 180 (1981) 29.
- [125] A.C.Artamonov et al., Phys.Lett. B118 (1982) 225.
- [126] R.Rossmannith, R Schmidt, Nucl. Instr. and Meth. A236 (1985) 231.
- [127] K.Nakajima et al., Phys.Rev.Lett. 66 (1991) 1697.
- [128] M.Boege, R.Brinkmann, Proc. of 17-th Int.Symposium on High Energy Spin
Physics, (2006) 509.
- [129] F.Zetsche, Proc. of 17-th Int.Symposium on High Energy Spin Physics, (2006) 255.
- [130] M.Diefenthaler, Proc. of 11-th Int.Symposium on High Energy Spin Physics, (1994)
287.
- [131] B.W.Montague, Physics Report, v.113 (1984) 90.
- [132] J-P.Koutchouk, Proc. of 8-th Int.Symposium on High Energy Spin Physics, (1988)
1004.
- [133] J.Badier et al., Proc. of the Int. Acc.Conf. (1991) 1213.

- [134] L.Arnaudon et al., Phys.Lett. B284 (1992) 431.
- [135] R.Assmann et al., Proc. of 11-th Int.Symposium on High Energy Spin Physics, (1994) 219.
- [136] ABREU et al., Phys.Lett. B298 (1993) 236.
- [137] R.Assmann, Proc. of 14-th Int.Symposium on High Energy Spin Physics, (2000) 174.
- [138] Я.С.Дербенев, А.М.Кондратенко, А.Н.Сриньский, Particle Accelerators 9 (1979) 247. ЖЭТФ 62, (1972) 430.
- [139] LEP-SLC, Phys. Reports 427 (2006) 257 .
- [140] "Particle Data Group Phys. Rev. D (2006).
- [141] A.Chao, M.Tigner, "Handbook of Accelerators Physics World Scientific (1998) 134.
- [142] А.М.Кондратенко, Препринт ИЯФ 65-73, (1973).
- [143] А.Р.Лысенко et al., Part.Accelerators, (1986) V.18, p.435.
- [144] Б.А.Баклаков и др., Труды VII Всесоюзного Совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна (1980) т.1, стр.338.
- [145] L.M.Barkov et al., Nuclear Physics B148 (1979) 53.
- [146] Л.М.Барков и другие, ЯФ 204 (1983) 379.
- [147] R.R.Akhmetshin et al., Phys.Lett. B364 (1995) 199.
- [148] V.V.Anashin et al., Nucl. Instr. and Meth., A478 (2002) 420.
- [149] А.А.Жоленц и др., ЯФ т.34 (1981) 1471.
- [150] S.I.Serednyakov et al., Phys.Lett.B 66 (1977) 102.
- [151] I.B.Vasserman et al., Phys.Lett.B 187 (1987) 172.
- [152] I.B.Vasserman et al., Phys.Lett.B 198 (1987) 302.
- [153] R.Van Dyck et al., Atomic Physics 9, World Scientific (1986).
- [154] П.В.Воробьев и другие, Труды VIII Всесоюзного совещания по ускорителям, Дубна, (1982) т.2, 272.

- [155] V.E.Blinov et al., Nucl. Instr. and Meth. A494 (2002) 81.
- [156] А.В.Богомяков, Кандидатская диссертация, Новосибирск (2007).
- [157] V.M.Aulchenko et al., Physics Letter B 573 (2003) 63.
- [158] V.V.Anashin et al., Physics Letter B 711 (2012) 280.
- [159] V.V.Anashin et al., Physics Letter B 711 (2012) 292.
- [160] N.Muchnoi et al., Proc. of IPAC-2006, Edinburg (2006) 1181.
- [161] V.V.Anashin et al., Physics Letter B 686 (2010) 84.
- [162] V.V.Anashin et al., Physics Letter B 711 (2012) 292.
- [163] S.E.Baru et al., Physics Report v.267 (1996) 71.
- [164] A.C.Artamonov et al., Phys.Lett. B118 (1982) 225.
- [165] A.C.Artamonov et al., Phys.Lett. B137 (1982) 272.
- [166] S.E.Baru et al., Z.Phys. C32 (1986) 551.
- [167] W.W.MacKay et al., Phys.Rev D29 (1984) 2403.
- [168] D.P.Barber et al., Phys.Lett. B, v.135 (1984) 498.
- [169] F.E.Bondar, E.L.Saldin, Preprint BINP 81-41 (1981).
- [170] S.A.Belomestnykh et al., Nucl. Instr. and Meth. A227 (1981) 173.
- [171] A.E.Bondar, A.N.Skrinsky, Preprint BINP 82-14 (1982)
- [172] T.Kinoshita, Rep.Prog.Phys. 59 (1996) 1459.
- [173] R.Van Dyck, "Quantum Electrodynamics (World Scientific, Singapor) (1990) 322.
- [174] G.Charpack et al., Phys.Lett. 1 (1962) 16.
- [175] J.Bailey et al., Nuovo Chimento A9 (1972) 369.
- [176] F.E.V.Farley and E.Picasso, Quantum Electrodynamics (World Scientific, Singapor) (1990) 479.
- [177] G.W.Bennet et al., Phys.Rev. D73 (2006) 072003.
- [178] R.R.Akhmetshin et al., Phys.Lett. B578 (2004) 285.

- [179] A.Aloisi et al., Phys.Lett. B606 (2005) 12.
- [180] V.P.Gruzhinin et al., Rev.Mod.Phys. 83 (2011) 1547.
- [181] J.G.Learned et al., Phys.Rev.Lett 35 v.25, (1975) 1688.
- [182] В.Н.Байер. В.С.Фадин, ДАН СССР 161, (1965) 71.
- [183] Е.Л.Салдин, Ю.М.Шатунов. Труды VI-го Всесоюзного совещания по ускорителям, (1978) т.2, 124.
- [184] Д.Ф.Алферов. Ю.А.Башмаков, В.Г.Бессонов, ЖЭТФ 46 (1976) т.2, 2392.
- [185] G.Ya.Kezerashvili et al., NIM A314 (1992) 15.
- [186] Х.А.Тольхук, УФН 63 (1957) 761.
- [187] Я.С.Дербенев, Препринт ИЯФ 76-112, (1978) 115.
- [188] G.W.Ford, C.J.Mullin, Phys.Rev. 110 (1958) 1485.
- [189] С.И.Середняков и др., ЖЭТФ 71 (1971) 2025.
- [190] В.Н.Байер и др., ДАН СССР 241 (1978) 797.