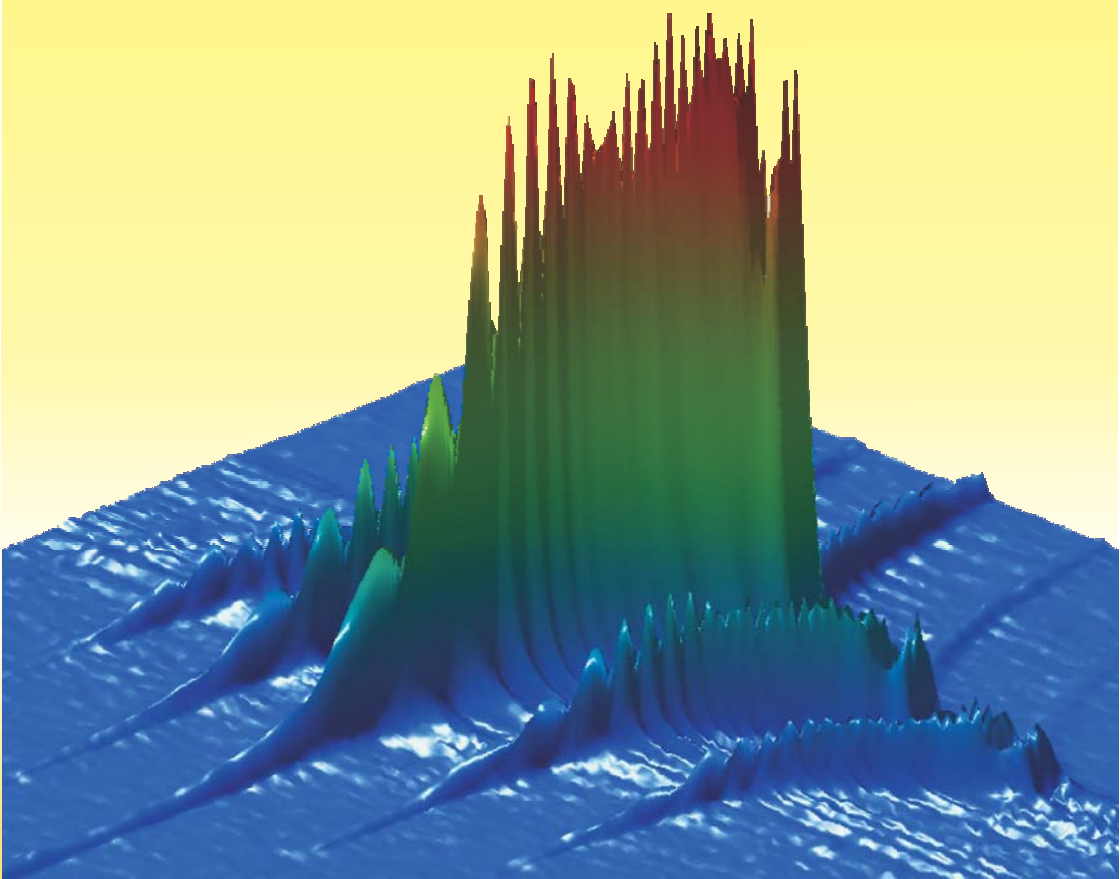


В.В. Смалюк

Диагностика пучков заряженных частиц в ускорителях



В. В. Смалюк

**Диагностика пучков
заряженных частиц
в ускорителях**

Ответственный редактор
чл.-корр. РАН Н. С. Диканский

Новосибирск
2009

ББК В381.1я73-1
УДК 539.1.076 + 621.384.6 + 621.3.038.616
С500



Издание осуществлено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту № 09-02-07002.

Смалюк В. В.

С500 Диагностика пучков заряженных частиц в ускорителях / Под ред. чл.-корр. РАН Н. С. Диканского. Новосибирск: Параллель, 2009. 294 с.

ISBN 978-5-98901-063-9

В книге дан обзор современных средств и методов диагностики пучков заряженных частиц в ускорителях. Описаны физические принципы работы пучковых датчиков различных типов — контактных, оптических и электромагнитных, а также методы расчета сигналов. Основы разработки и эксплуатации датчиков пучка рассмотрены на конкретных примерах. Подробно анализируются методы обработки данных, поставляемых системами диагностики. Изложены принципы использования обратных связей в ускорительной технике.

Книга предназначена для научных сотрудников и инженеров, занимающихся разработкой и эксплуатацией ускорительных установок, а также может быть полезной студентам и аспирантам соответствующих специальностей.

Рецензенты:

доктор физ.-мат. наук **Е. Б. Левичев**

доктор физ.-мат. наук **В. Н. Корчуганов**

ISBN 978-5-98901-063-9

© В. В. Смалюк, 2009

Оглавление

Предисловие	6
Глава 1. Диагностика пучка	7
1.1. Задачи диагностики	7
1.2. Измерение параметров пучка	9
Глава 2. Контактные датчики	12
2.1. Цилиндр Фарадея	13
2.2. Люминофорный экран	17
2.3. Переходное излучение	21
2.4. Вторично-эмиссионные датчики	25
2.4.1. Сеточный датчик	29
2.4.2. Датчик с движущейся проволокой	33
2.4.3. Нагрев электродов пучком	35
2.4.4. Возмущение эмиттанса	37
2.4.5. Микроканальный датчик	40
2.5. Ионизационные датчики	43
2.6. Пучковый датчик	46
2.7. Лазерные измерители профиля пучка	53
2.7.1. Лазерный сканер	55
2.7.2. Лазерный интерферометр	57
Глава 3. Оптические датчики	63
3.1. Синхротронное излучение	64
3.2. Фотоэлектронный умножитель	67
3.3. Многоанодный ФЭУ	69
3.4. Диссектор	76
3.5. ПЗС-матрица	83
3.6. Стрик-камера	89
3.7. Интерферометр	98
3.8. Рентгеновская камера-обскура	100

3.9. Принципы построения оптических систем	104
Глава 4. Электромагнитные датчики	108
4.1. Расчет полей, возбуждаемых пучком	109
4.2. Резонаторные датчики	113
4.2.1. Датчик положения пучка	114
4.2.2. Датчик интенсивности пучка	126
4.3. Резистивные датчики	129
4.3.1. Ток изображения	129
4.3.2. Растекание тока изображения	133
4.3.3. Датчик положения пучка	137
4.3.4. Широкополосный датчик тока пучка	139
4.4. Двухпроводная линия	140
4.4.1. Возбуждение пучком поперечной волны	140
4.4.2. Расчет сигналов двухпроводной линии	143
4.4.3. Возбуждение коротким релятивистским пучком	150
4.4.4. Полосковый датчик пучка	152
4.4.5. Квазистатические сигналы двухпроводной линии	155
4.5. Электростатические датчики	159
4.5.1. Расчет сигнала электростатического датчика	159
4.5.2. Потенциальная функция	160
4.5.3. Электростатический датчик положения пучка	164
4.6. Магнитоиндукционные датчики	173
4.6.1. Расчет сигнала магнитоиндукционного датчика	173
4.6.2. Вихревая функция	174
4.6.3. Магнитоиндукционный датчик положения пучка	177
4.6.4. Трансформаторы тока пучка	178
4.6.5. Защита от магнитных помех	184
4.7. Обратная задача диагностики	187
Глава 5. Методы диагностики пучка	194
5.1. Спектральный анализ колебаний пучка	194
5.1.1. Дискретное преобразование Фурье	194
5.1.2. Точность ДПФ	195
5.1.3. Алгоритмы уточнения ДПФ	199
5.1.4. Спектральные окна	204
5.2. Диагностика бетатронных колебаний	205
5.2.1. Измерение бетатронных частот	207
5.2.2. Контроль инжекции пучка	210
5.2.3. Измерение хроматизма	211
5.2.4. Измерение коэффициентов нелинейности	213

5.2.5. Фазовые траектории	214
5.3. Измерение и коррекция орбиты	217
5.4. Измерение структурных функций	219
5.4.1. Бета-функция	219
5.4.2. Дисперсионная функция	221
5.5. Измерение эмиттанса	223
5.6. Измерение импеданса связи	225
5.6.1. Wake-поля и импедансы связи	225
5.6.2. Продольный импеданс	228
5.6.3. Поперечный импеданс	231
5.6.4. Азимутальное распределение импеданса	234
5.7. Измерение энергии пучка	238
5.7.1. Метод резонансной деполяризации	239
5.7.2. Метод обратного комптоновского рассеяния	243
5.8. Измерение энергетического разброса	248
Глава 6. Обратные связи в ускорителях	254
6.1. Обратная связь	254
6.2. Стабилизация параметров пучка	256
6.2.1. Необходимость стабилизации пучка	256
6.2.2. Алгоритмы коррекции	259
6.2.3. Расчет передаточных функций	261
6.3. Стабилизация орбиты	266
6.4. Подавление неустойчивостей	274
6.4.1. Коллективные эффекты и неустойчивости	274
6.4.2. Системы быстрой обратной связи	279
Заключение	282
Список литературы	283

Предисловие

Ускорители заряженных частиц являются основным инструментом физики высоких энергий — науки о фундаментальных свойствах материи. Кроме того, в мире работает и строится большое число источников синхротронного излучения — специализированных электронных накопителей и лазеров на свободных электронах. Область применения синхротронного излучения весьма широка — это материаловедение, нанотехнологии, химия, биология и медицина, геология, археология и ряд других отраслей науки и техники. Ускорители заряженных частиц применяются также в промышленности и в медицинских целях.

К качеству пучков в современных ускорителях предъявляются очень высокие требования, поэтому эффективная эксплуатация ускорительных установок практически немыслима без точных и надежных систем диагностики пучка, обеспечивающих возможность регулярной настройки параметров ускорителя по результатам измерений.

В этой книге предпринята попытка дать как можно более широкий обзор современных средств и методов диагностики пучка. Рассмотрены физические принципы работы датчиков пучка различных типов, методы расчета сигналов и обработки данных, основы разработки и эксплуатации датчиков, а также принципы использования обратных связей в ускорительной технике.

В основе книги — курс лекций, читаемый автором для студентов магистратуры Новосибирского государственного университета. Часть изложенного в книге материала является результатом практического опыта автора и его коллег, работающих на ускорительных установках ВЭПП-4 (Институт ядерной физики им. Будкера СО РАН, Новосибирск) и Elettra (Sincrotrone Trieste, Триест, Италия). Остальной материал собран из множества журнальных статей и трудов конференций, ссылки на оригинальные работы приведены в списке литературы.

Глава 1

Диагностика пучка

1.1. Задачи диагностики

Все разнообразие современных ускорителей можно разделить на два класса — циклические и линейные ускорители. В циклических ускорителях пучок заряженных частиц движется по замкнутой траектории в течение длительного (по сравнению с периодом обращения) времени. В линейных — пучок однократно пролетает ускоряющую структуру и затем выводится из ускорителя.

В ускорителях разных типов пучки заряженных частиц подвергаются группировке, фокусировке, ускорению, охлаждению, транспортировке из одной части установки в другую и т. п. Эти операции над пучками частиц выполняются при помощи согласованной работы совокупности прецизионных электромагнитных устройств, таких как поворотные дипольные и фокусирующие квадрупольные магниты, электростатические отклоняющие устройства, ускоряющие высокочастотные резонаторы, импульсные кикеры и др. Компоненты современного ускорителя заряженных частиц являются высокотехнологичными устройствами, уровень которых близок к пределу технических и экономических возможностей производства.

Воздействие внешних возмущений и неидеальность самих ускорителей приводит к тому, что движение пучка частиц в реальном ускорителе в большей или меньшей степени отличается от расчетного, поэтому возникает необходимость постоянного контроля параметров пучка. Для обеспечения требуемого качества пучка производится коррекция параметров ускорителя по конечному эффекту — изменению измеряемых параметров пучка в нужную сторону. Такая коррекция может

производиться как вручную, оператором, так и в автоматическом режиме с помощью различных систем обратной связи.

Ниже приведен далеко не полный список типичных задач ускорительной физики, так или иначе связанных с измерениями параметров пучка, достаточно условно разбитый на три этапа.

1. Ввод в эксплуатацию нового или модернизированного ускорителя:

- проводка пучка по каналам транспортировки;
- измерение и согласование эмиттанса пучка и акцептанса ускорителя;
- наблюдение и коррекция траектории пучка на первом обороте;
- контроль пучка в процессе настройки инжекции и захвата ускоряющим ВЧ-полем.

2. Оперативное управление установкой в процессе регулярной работы. На данном этапе необходимо рутинное измерение и коррекция следующих параметров:

- равновесная орбита пучка;
- бетатронные и синхротронная частоты;
- хроматизм;
- поперечные и продольный размеры пучка;
- связь бетатронных колебаний;
- средняя энергия и энергетический разброс частиц пучка;
- светимость (в коллайдерах).

3. Задачи ускорительной физики, необходимые для оптимизации работы установки:

- измерение и коррекция структурных функций;
- изучение нелинейной динамики пучка;
- исследование коллективных эффектов и подавление неустойчивостей;
- анализ внешних возмущений движения пучка.

Как отдельная немаловажная задача может рассматриваться контроль работоспособности и калибровка самих систем диагностики пучка, а также их исследование в процессе работы с целью улучшения точности, долговременной стабильности, надежности и т. д.

1.2. Измерение параметров пучка

Заряженная частица, движущаяся в ускорителе со скоростью v , имеет энергию $E = \gamma mc^2$, где $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ — релятивистский фактор; mc^2 — энергия покоя; m — масса; c — скорость света. Координаты частицы описываются радиус-вектором \vec{r} (компоненты x, y, z), импульс — вектором \vec{p} (компоненты p_x, p_y, p_z). В ускорительной физике широко используется сопутствующая система координат, представляющих собой отклонения от координат равновесной частицы.

Сгруппированный пучок, состоящий из N частиц, можно рассматривать как статистический ансамбль, который описывается распределением частиц в шестимерном фазовом пространстве координат-импульсов. Среднее по ансамблю значение координат дает координаты центра масс пучка, дисперсия характеризует среднеквадратичный размер.

Поскольку N обычно велико ($10^6 - 10^{12}$), часто бывает удобнее описать пучок частиц непрерывными функциями плотности заряда $\rho(x, y, z)$ и плотности тока $\vec{j}(x, y, z, t)$, обусловленного движением зарядов:

$$\vec{j}(x, y, z, t) = \vec{v}\rho(x, y, z + vt). \quad (1.1)$$

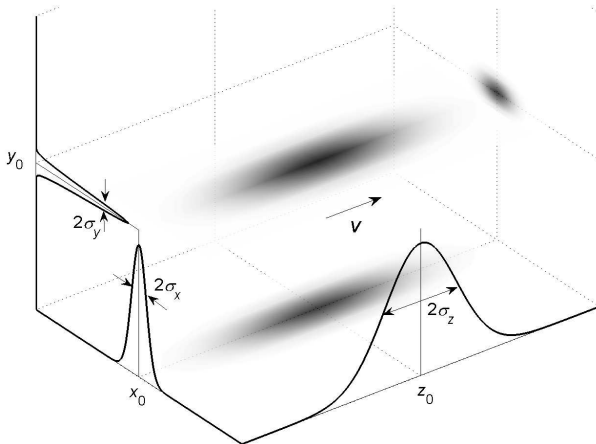


Рис. 1.1. Сгруппированный пучок частиц

Пучок с распределением $\rho(x, y, z)$, движущийся вдоль оси z (рис. 1.1), характеризуется положением центра масс (x_0, y_0, z_0) , поперечными размерами σ_x, σ_y и продольным размером σ_z . Интенсивность

(полный заряд q или средний ток I) такого пучка вычисляется как

$$q = \iiint \rho(x, y, z) dx dy dz, \quad I = \frac{q}{T_0}, \quad (1.2)$$

где T_0 — период обращения пучка в циклическом ускорителе.

В приближении линейной магнитной оптики преобразование поперечных координат-импульсов частицы ($x, x' \equiv \frac{dx}{dz}$) на участке магнитной структуры описывается матрицей перехода (см., например, [17] или любой учебник по ускорителям):

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix}_2 = \mathbf{R} \begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix}_1. \quad (1.3)$$

Здесь и далее, если не оговорено особо, выражения с x и x' справедливы как для вертикального, так и для горизонтального движения. Элементы матрицы перехода могут быть выражены через структурные функции (параметры Твисса):

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{\beta_2}{\beta_1}} (\cos \phi_{21} + \alpha_1 \sin \phi_{21}) & \sqrt{\beta_2 \beta_1} \sin \phi_{21} \\ -\frac{1 + \alpha_2 \alpha_1}{\sqrt{\beta_2 \beta_1}} \sin \phi_{21} + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\sqrt{\beta_2 \beta_1}} \cos \phi_{21} & \sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}} (\cos \phi_{21} - \alpha_2 \sin \phi_{21}) \end{bmatrix}, \quad (1.4)$$

где β — амплитудная функция бетатронных колебаний (бета-функция) в начале (β_1) и в конце (β_2) участка, $\alpha(z) = -\frac{1}{2} \frac{d\beta(z)}{dz}$, $\phi_{21} = \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{\beta(z)}$ — набег бетатронной фазы на участке.

Поперечный размер и угловой разброс пучка на данном азимуте описывается матрицей пучка

$$\mathbf{B} = \varepsilon \begin{bmatrix} \beta & -\alpha \\ -\alpha & \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 & \langle xx' \rangle - \langle x \rangle \langle x' \rangle \\ \langle x'x \rangle - \langle x' \rangle \langle x \rangle & \langle x'^2 \rangle - \langle x' \rangle^2 \end{bmatrix}, \quad (1.5)$$

которая также выражена через параметры Твисса α, β, γ . Определитель матрицы

$$\det \mathbf{B} = \varepsilon (\beta\gamma - \alpha^2) = \varepsilon \quad (1.6)$$

равен эмиттансу пучка, поскольку $\gamma \equiv (1 + \alpha^2) / \beta$. В выражении (1.5) $\langle x \rangle$ и $\langle x^2 \rangle$ — первый и второй моменты распределения плотности пучка,

1.2. Измерение параметров пучка

нормированные на его интенсивность

$$\langle x \rangle = \frac{\int x \rho(x) dx}{\int \rho(x) dx}, \quad \langle x^2 \rangle = \frac{\int x^2 \rho(x) dx}{\int \rho(x) dx}, \quad (1.7)$$

и характеризующие положение центра масс $x_0 = \langle x \rangle$ и размер пучка $\sigma_x = \sqrt{\langle x^2 \rangle}$ соответственно. Преобразование матрицы пучка на участке магнитной структуры также выражается через матрицу перехода (1.4):

$$\mathbf{B}_{x2} = \mathbf{R} \mathbf{B}_{x1} \mathbf{R}^T. \quad (1.8)$$

Моменты распределения $\langle x \rangle$ и $\langle x^2 \rangle$ (1.7) достаточно полно характеризуют пучок, в большинстве случаев их определение и составляет задачу диагностики. Тем не менее, иногда представляют интерес моменты распределения более высокого порядка.

Измерение параметров пучка частиц производится посредством датчиков — устройств, взаимодействующих с пучком. Влияние пучка на датчик может быть рассчитано аналитически или с помощью компьютерного моделирования, что позволяет по реакции датчика получать информацию о параметрах пучка. К датчикам пучка в современных ускорителях заряженных частиц предъявляются очень высокие требования. Во-первых, датчики должны быть по возможности прозрачными, то есть не разрушающими исследуемый пучок и не ухудшающими его качество, во-вторых, они должны работать в широком диапазоне интенсивности пучка, и, в-третьих, обеспечивать высокую точность измерений параметров пучка.

Все разнообразие датчиков пучка можно разделить на три типа по физическим принципам, лежащим в основе работы датчика:

- контактные датчики, непосредственно взаимодействующие с частицами пучка;
- оптические датчики, регистрирующие излучение пучка в видимом, ультрафиолетовом или рентгеновском диапазонах;
- электромагнитные датчики, сигналы которых формируются электромагнитными полями, индуцированными пучком.

В последующих главах будут подробно рассмотрены принципы работы, устройство и основные характеристики датчиков всех вышеупомянутых типов.

Глава 2

Контактные датчики

Работа контактных датчиков основана на непосредственном взаимодействии частиц пучка с рабочим материалом датчика. Контактные датчики обычно используются для однопролетной диагностики в каналах транспортировки пучков, так как они в той или иной мере оказывают разрушающее воздействие на пучок.

В современных ускорителях плотность мощности в пучке может достигать величины 10^{15} Вт/см², которую не может выдержать ни одно известное твердое тело. Контактные датчики для интенсивных пучков могут быть сконструированы на основе взаимодействия пучка частиц с атомами остаточного газа или атомарной струей, специально вводимой в вакуумную камеру. Чувствительность таких датчиков определяется количеством ионов, образованных в результате взаимодействия датчика с исследуемым пучком. Поскольку остаточный газ или газовый поток довольно трудно сконцентрировать должным образом в области взаимодействия, чувствительность ионизационных датчиков обычно не очень высока.

Для тех же целей может использоваться и луч мощного лазера. Существенной особенностью пробного лазерного пучка является его нечувствительность к относительно слабым макроскопическим электромагнитным полям исследуемого сгустка. В данном случае диагностика основана на детектировании комптоновских гамма-квантов, что фактически ограничивает применение этого метода только ультрарелятивистскими пучками электронов и позитронов.

2.1. Цилиндр Фарадея

В этой главе будут рассмотрены следующие датчики:

- цилиндр Фарадея — непрозрачный датчик, позволяющий измерять заряд пучка с высокой точностью;
- люминофорные экраны, широко используемые для визуального наблюдения пучка, несмотря на непрозрачность и низкую точность;
- датчики на переходном излучении — практически прозрачны, позволяют измерять угловой разброс с высоким разрешением;
- проволочные вторично-эмиссионные датчики, используемые для измерения поперечных размеров пучка в каналах транспортировки;
- микроканальный датчик, обладающий почти 100 %-й прозрачностью и довольно высокой чувствительностью;
- ионизационные датчики — практически прозрачны, чувствительность ограничена концентрацией ионов;
- пучковый датчик — обладает 100 %-й прозрачностью и хорошей чувствительностью, но требует модельно-зависимой обработки сигнала;
- лазерные измерители профиля пучка — сложные и дорогостоящие устройства, обеспечивающие 100 %-ю прозрачность и высокое пространственное разрешение.

2.1. Цилиндр Фарадея

Цилиндр Фарадея (Faraday cup) — один из старейших, но до сих пор используемых датчиков интенсивности пучка, основным достоинством которого является высокая точность измерения заряда. В простейшем виде цилиндр Фарадея представляет собой массивный, электрически изолированный электрод, стоящий на пути пучка заряженных частиц — электронов, протонов или ионов. Когда пучок частиц поглощается материалом электрода, цилиндр Фарадея оказывается электрически заряженным. К электроду с помощью подводящего провода подключается сопротивление, замыкающее цепь на землю. Таким образом, цилиндр Фарадея является частью замкнутой электрической цепи, состоящей из двух частей — вакуумной, в которой носителями заряда являются частицы пучка, и твердотельной, где носителями заряда являются электроны проводимости. При отсутствии потерь заряда электрический ток в проводнике эквивалентен току пучка в вакууме. Ток в проводнике измеряется прецизионным амперметром, включенным непосредственно

в цепь, или вольтметром, измеряющим падение напряжения на сопротивлении, замыкающем цепь на землю.

Конструкция цилиндра Фарадея определяется требованиями конкретной физической задачи и может быть достаточно сложной, особенно для измерения интенсивности коротких сгустков или пучков высокоэнергетических частиц. Расчет цилиндра Фарадея проводится с учетом требуемой точности измерения. Главным критерием является допустимая утечка заряда за счет проницаемости цилиндра Фарадея для частиц пучка. Для минимизации утечки в конструкции обычно используют комбинацию легкого (графит, алюминий) и тяжелого (медь, свинец) материалов.

Процент частиц, проникающих сквозь цилиндр Фарадея, состоящий из слоя графита толщиной x_C радиационных длин и слоя свинца толщиной x_{Pb} радиационных длин, приближенно можно определить по эмпирической формуле [18]:

$$\frac{\Delta N}{N} [\%] \simeq \frac{E}{42,5 \text{ МэВ}} \left(1 - \frac{D}{E} x_C \right) \exp \left[-\sigma_{Pb} \left(x_{Pb} - \ln \frac{E}{185 \text{ МэВ}} \right) \right], \quad (2.1)$$

где E — энергия частиц пучка; D — константа, зависящая от энергии частиц и материала поглотителя с низким атомным номером; $D = \left(10 \ln \frac{E}{1 \text{ МэВ}} + 53 \right) \text{ МэВ/рад. дл.}$ для графита; σ_{Pb} — константа, зависящая от материала поглотителя с высоким атомным номером, $1/\sigma_{Pb} = 4,25 \text{ рад. дл.}$ для свинца. Формула (2.1) справедлива при выполнении следующего соотношения между внешним R и внутренним r радиусами цилиндра (в радиационных длинах):

$$R \gtrsim r + 0,85 x_{Pb} - 2. \quad (2.2)$$

Формулы (2.1) и (2.2) позволяют определить требуемые геометрические размеры цилиндра Фарадея. На рис. 2.1 приведен пример графика проницаемости цилиндра Фарадея для электронов с энергией 1 ГэВ от толщины графитового x_C и свинцового x_{Pb} слоев.

В погрешность измерений вносит вклад утечка отраженных частиц пучка через входной канал. Коэффициент отражения δ_r частиц с энергией E МэВ для мишени толщиной x из материала с атомным номером Z можно определить с помощью эмпирической зависимости [1]:

$$\delta_r = \delta_\infty \left(1 - e^{-4x^2/x_{1/2}^2} \right), \quad (2.3)$$

2.1. Цилиндр Фарадея

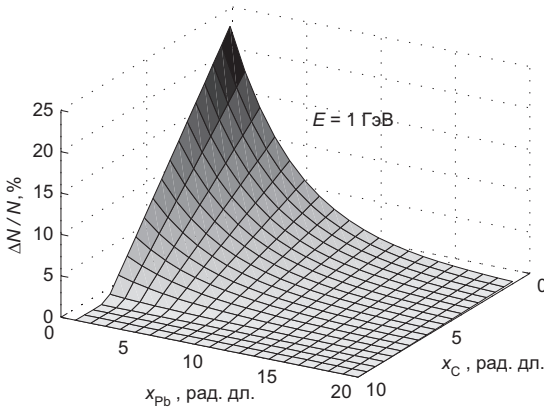


Рис. 2.1. Проницаемость цилиндра Фарадея

где δ_∞ — предельный коэффициент отражения для бесконечно толстого слоя

$$\delta_\infty = 0,0343 \left[(Z/E)^{\frac{3}{4}} - 1 \right],$$

$x_{1/2}$ — толщина материала, при которой коэффициент пропускания частиц пучка равен $1/2$. Для цилиндра Фарадея, изготовленного из слоя свинца толщиной x_{Pb} и слоя графита толщиной x_C , коэффициент отражения рассчитывается по формуле:

$$\delta_r = \delta_\infty^C \left(1 - e^{-4x_C^2/x_{1/2}^2} \right) + \delta_\infty^{Pb} \left[\delta_p^C(x_C) \right]^2, \quad (2.4)$$

где δ_p^C — коэффициент пропускания для графита. Для уменьшения отражения частиц пучка дно цилиндра изготавливают из материала с низким атомным номером (графит, алюминий, сталь), которые имеют малое сечение отражения, в передней части цилиндра делают входной канал, уменьшающий телесный угол отражения.

Как видно на рис. 2.1, поглощение частиц можно в принципе сделать почти 100 %-м, увеличивая размеры цилиндра. На практике обычно приходится находить компромисс так, чтобы утечка заряда оставалась в допустимых пределах при разумных размерах и массе цилиндра. Необходимо учитывать, что при низких энергиях пучка преобладают потери энергии на ионизацию, а при высоких — радиационные потери. Поэтому для низких энергий цилиндры Фарадея изготавливают из материала с низким атомным номером, а толщина цилиндра выбирается

из условия полного поглощения частиц с заданной энергией. Для высоких энергий цилиндр делается из материала с большим атомным номером, лишь дно цилиндра покрывают легким материалом для уменьшения отражения.

Другими факторами, влияющими на точность измерения, являются: утечка вторично-эмиссионных электронов через входной канал, ток ионов и электронов, появляющихся вблизи цилиндра при ионизации воздуха, а также паразитные утечки тока на землю. Для предотвращения утечки вторично-эмиссионных электронов обычно используется напряжение смещения, приложенное к цилиндру Фарадея или к отражательной сетке, помещенной перед ним, а также магнитное поле. Для уменьшения тока, обусловленного ионами или электронами, цилиндр Фарадея помещают в вакуумную камеру. Меры по уменьшению тока утечки на землю сводятся к обеспечению хорошей изоляции цилиндра и вывода, идущего к измерительной схеме, а также к поддержанию потенциала цилиндра близким к потенциалу земли.

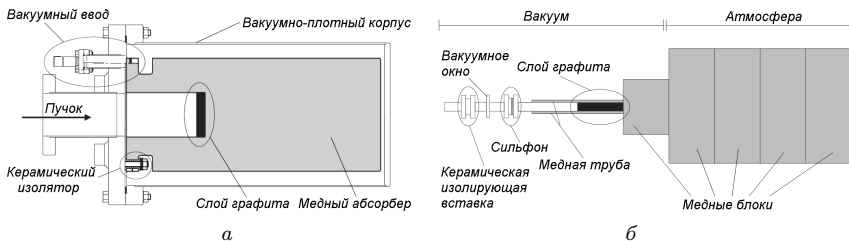


Рис. 2.2. Схемы цилиндров Фарадея для регистрации электронов с энергиями 100 МэВ (а) и 3 ГэВ (б)

Более точные расчеты, необходимые при разработке конструкции цилиндра Фарадея, проводятся с помощью компьютерного моделирования [19], использующего метод Монте-Карло, весьма эффективный в расчетах взаимодействия частиц с веществом. Цилиндр Фарадея может применяться для абсолютных измерений заряда пучка в довольно широком диапазоне энергии частиц. На рис. 2.2 представлены эскизы цилиндров Фарадея [19], рассчитанные в лаборатории Diamond Light Source (Великобритания) для регистрации электронов с энергией 100 МэВ (а) и 3 ГэВ (б). Расчетный коэффициент поглощения частиц пучка составляет 99 %, масса цилиндра на 100 МэВ — 85 кг, на 3 ГэВ — 957 кг.

Цилиндр Фарадея обычно используется в качестве первичного эталонного прибора для калибровки измерителей интенсивности, не разрушающих пучок, таких как датчики тока изображения (wall current monitor, WCM) [20]. С помощью цилиндра Фарадея также с достаточно высокой точностью измеряют большие импульсные токи пучка, при этом рассеиваемая мощность достигает сотни киловатт, и прибор должен быть оборудован системой водяного охлаждения [21].

2.2. Люминофорный экран

Наиболее простым и доступным средством визуального наблюдения пучка частиц является люминофорный экран (luminescent screen, phosphor screen), помещаемый на пути пучка. Люминофорный экран представляет собой пластину (обычно алюминиевую) с нанесенным на нее слоем люминофора — вещества, излучающего фотоны видимого света при попадании на него частиц пучка. Взаимодействуя с веществом люминофора, частицы пучка теряют часть своей энергии на ионизацию, в свою очередь часть ионизационных потерь преобразуется в оптическое излучение. Процесс излучения происходит в три этапа: 1) поглощение атомами вещества энергии частиц пучка; 2) передача части поглощенной энергии центрам люминесценции с их возбуждением в излучающее состояние; 3) возврат центров люминесценции в основное состояние с эмиссией фотонов. Механизмы люминесценции на молекулярном уровне в разных люминофорах различны и не для всех из них хорошо выяснены.

Фотография люминофорного экрана в вакуумной камере показана на рис. 2.3, *а*. Экран вводится в вакуумную камеру с помощью дистанционно управляемого привода, изображение пучка на экране регистрируется телевизионной камерой (рис. 2.3, *б*). Нанесенная на поверхность экрана координатная сетка позволяет определить положение центра масс пучка и его форму. Измерив для конкретного датчика и камеры экспериментальную зависимость высвечиваемого на экране размера пятна от величины тока пучка, можно по координатной сетке определить среднеквадратичные размеры пучка в вертикальной и горизонтальной плоскостях с удовлетворительной точностью.

Чувствительность такого датчика достаточно высока, достигает 10^7 частиц/см² даже при традиционном покрытии экрана слоем сернистого цинка ZnS, имеющего не самый большой световыход. Во многих

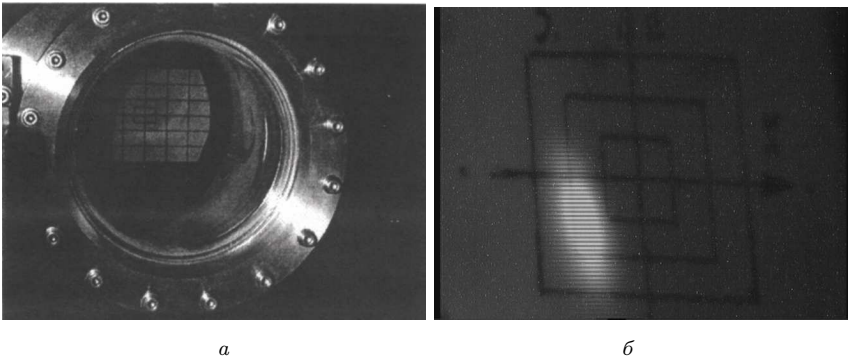


Рис. 2.3. Люминофорный экран в вакуумной камере (а), изображение пучка на люминофоре (б)

лабораториях ведутся интенсивные разработки материалов, обладающих большим световыходом, высокой линейностью световой характеристики, хорошим пространственным разрешением и радиационной стойкостью.

Самыми распространенными материалами, используемыми для изготовления люминофорных экранов, являются следующие:

1. *Порошковые люминофоры.* Люминофорный экран изготавливается путем напыления люминесцентного порошка на металлическую подложку. Излучаемый свет многократно отражается в веществе до выхода из зерна порошка, что приводит к свечению всего зерна. Разрешение такого люминофора ограничивается средним размером зерна и обычно составляет несколько десятков микрон. Такие экраны экономичны и универсальны благодаря простому технологическому процессу их изготовления. Для удовлетворения потребностей оптических систем диагностики производятся люминофоры, излучающие в различных областях спектра. Для измерений с высоким временным разрешением разработаны составы с временем излучения не больше 45 пс.
2. *Керамические люминофоры.* Керамические люминофорные экраны изготавливаются путем спекания люминесцентного порошка, обычно оксида алюминия Al_2O_3 , легированного хромом (Cr I^{III}). Этот материал имеет в 20–30 раз больший световыход по сравнению с сернистым цинком (300–400 фотонов на одну высокоэнергетичную частицу) и обладает хорошей линейностью

2.2. Люминофорный экран

до плотностей порядка 10^{14} частиц/ см^2 . Довольно часто используется также иттрий-алюминиевый гранат, легированный церием (YAG:Ce), нитрид бора BN, обладающий лучшей термостойкостью, и оксид циркония ZrO_2 [22]. Размеры и толщина экрана обычно выбираются с учетом эксплуатационных требований. Поскольку зерна люминофора сцеплены вместе, пространственное разрешение определяется размером нескольких зерен и составляет величину порядка 100 мкм.

3. *Полимерные люминофоры.* Люминофорные экраны, изготовленные из органических полимерных материалов, обладают высоким световыходом и коротким временем излучения, однако их использование для диагностики пучков высокоэнергетичных частиц ограничено низкой радиационной стойкостью полимеров, состоящих из длинных молекул в отличие от неорганических кристаллов, а также их непригодностью к эксплуатации в условиях высокого вакуума.
4. *Монокристаллические сцинтилляторы.* Светопрозрачные сцинтилляторы из монокристаллов иттрий-алюминиевого граната, легированного церием, были предложены для диагностики пучков около 30 лет назад, однако их использование было ограничено высокой стоимостью. В последнее время большое количество YAG-кристаллов изготавливается для лазерной промышленности, в связи с чем их стоимость значительно снизилась. Монокристаллические сцинтилляторы обладают рядом преимуществ по сравнению с порошковыми и керамическими люминофорами. Они эффективны в условиях высокого вакуума, обладают хорошим световыходом, радиационно устойчивы, излучают в узком спектральном диапазоне, что уменьшает хроматическую абберацию. Основным преимуществом монокристаллических сцинтилляторов является высокое пространственное разрешение. В случае YAG-кристаллов достигнуто разрешение 40 мкм для пучков высокой плотности и 10 мкм для пучков низкой плотности. Специально изготовленные YAG-кристаллы с тонким (несколько микрометров) поверхностным слоем, легированным церием, обеспечивают разрешение около 1 мкм. Пространственное разрешение монокристаллических сцинтилляторов ограничивается эффектом насыщения, возникающим при плотностях пучка, превышающих 10^{13} частиц/ см^2 , и приводящим к расплыванию светового пятна.

Люминофоры с хорошей линейностью открывают возможность диагностики пучков, имеющих поперечные размеры порядка 0,1 мм, используя линейную оптику с большим увеличением и проецируя увеличенное изображение пучка на вход цифровой телевизионной системы. Последующая обработка данных, с учетом нелинейностей в измерительной системе, позволяет получать распределение плотности частиц по любому сечению пучка с пространственным разрешением в десятки микрометров.

Основной недостаток люминофорных экранов — это прежде всего их непрозрачность для пучка. Количество вещества, помещаемое на пути пучка (люминесцентное покрытие и подложка), обычно составляет около 20 мг/см². Интенсивная эксплуатация люминофорных экранов для диагностики пучков, особенно протонных и ионных, приводит к довольно быстрому повреждению экранов из-за импульсных тепловых и электрических нагрузок. Поэтому выбор материала и конструкции современного люминофорного экрана является нетривиальной задачей [23].

Кроме того, радиационной нагрузке подвергаются телекамера, система линз и окно для вывода света из вакуумной камеры. Цифровые телекамеры, сконструированные на основе приборов с зарядовой связью (ПЗС-матрицы), при эксплуатации в радиоактивной зоне выходят из строя через несколько месяцев. Поэтому до сих пор широко используются телекамеры на основе вакуумных оптико-электронных преобразователей, надежно работающие вплоть до суммарной поглощенной дозы порядка 10⁸ рад. Стеклоянные линзы и окна для вывода света под воздействием радиации темнеют и после определенного времени эксплуатации должны быть заменены. Кварцевые окна более устойчивы, но они значительно дороже.

Для оцифровки сигнала аналоговой телекамеры применяются специальные электронные устройства — фрейм-грабберы (video frame grabber) [24]. Эти устройства подключаются к управляющему компьютеру и позволяют извлечь гораздо больше информации о пучке — поперечные координаты, размер, форму распределения (рис. 2.4). Однако использование фрейм-граббера лишает люминофорный экран его основных преимуществ — простоты и надежности, так как при этом требуется довольно сложная и дорогая электроника с системой точной синхронизации, а также компьютер и программное обеспечение.

Люминофорные экраны традиционно используются в каналах транспортировки пучков. Если магнитная структура канала транспортировки характеризуется значительным коэффициентом связи

2.3. Переходное излучение

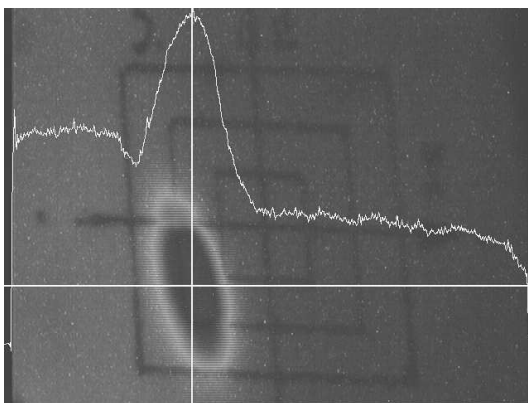


Рис. 2.4. Визуализация данных фрейм-граббера

бетатронных колебаний или наличием дисперсионных функций в сочетании с большим энергетическим разбросом пучка, то при транспортировке вдоль канала происходит разворот фазового эллипса в координатном пространстве x, y . В этом случае, наблюдая эволюцию изображения пучка на люминофорных экранах, установленных вдоль канала, можно получить информацию о магнитной структуре, необходимую для настройки инжекции.

2.3. Переходное излучение

В современных ускорителях наблюдается устойчивая тенденция к уменьшению поперечных размеров пучков. Малые размеры пучка при высокой интенсивности дают увеличение плотности частиц в пучке и, в результате, повышение светимости в коллайдерах и яркости в источниках синхротронного излучения. Несмотря на удобство люминофорных экранов, их применение для диагностики пучков с поперечными размерами менее 100 мкм практически невозможно из-за расплывания светового пятна. Для диагностики таких пучков разрабатываются датчики на основе переходного излучения [25, 26], пространственное разрешение которых ограничено только дифракционным пределом. Кроме того, угловое распределение переходного излучения зависит от энергии и эмиттанса пучка, что позволяет использовать его для измерения этих величин.

Заряженная частица, двигаясь сквозь неоднородную с точки зрения электромагнитных свойств среду, излучает фотоны, как было предсказано И. М. Франком и В. Л. Гинзбургом [27] еще в 1945 г. Переходное излучение генерируется при пролете частиц сквозь вещество, а также при движении в проводящей камере переменного сечения, например, сквозь отверстие в фольге или через коллиматор. Излучение направлено в верхнюю и нижнюю полусферы относительно границы двух сред и, для релятивистских частиц, сосредоточено в узких конусах с углом раскрытия $1/\gamma = mc^2/E$.

Используя формализм, разработанный в [28], распределение интенсивности переходного излучения релятивистского электрона ($\gamma \gg 1$, $\beta = \sqrt{1 - \gamma^{-2}} \simeq 1$) по горизонтальному θ_x и вертикальному θ_y углам может быть записано в виде:

$$\frac{d^2 W_x}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2 c} \frac{\beta^2 \sin^2 \theta_x}{(1 - \beta \cos \theta_x)^2} \frac{1}{(1 - \theta_x \operatorname{ctg} \theta_0)^2}, \quad (2.5)$$

$$\frac{d^2 W_y}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2 c} \frac{\beta^2 \sin^2 \theta_y}{(1 - \beta \cos \theta_y)^2}, \quad (2.6)$$

где θ_0 — угол между направлением движения частицы и плоскостью границы двух сред. Полагая распределение угловой расходимости $p_x = dx/dz$, $p_y = dy/dz$ частиц в пучке гауссовским,

$$D(p_{x,y}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma'_{x,y}} \exp\left(-\frac{p_{x,y}^2}{2\sigma'^2_{x,y}}\right), \quad (2.7)$$

угловое распределение интенсивности переходного излучения пучка с ненулевым эмиттансом описывается сверткой выражений (2.5) или (2.6) с гауссовским распределением (2.7):

$$\frac{d^2 W}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2 c \sigma'} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\theta - p)^2}{\left[(\theta - p)^2 + \gamma^{-2}\right]^2} \exp\left(-\frac{p^2}{2\sigma'^2}\right) dp. \quad (2.8)$$

На рис. 2.5, *a* приведен пример углового распределения переходного излучения пучка с различными значениями σ' в сравнении с распределением излучения одного электрона ($\sigma' = 0$). Как видно на графиках, отношение амплитуды пика ($\theta \simeq \pm 1/\gamma$) к минимуму ($\theta = 0$) определяется величиной угловой расходимости пучка. Эмиттанс пучка может быть определен как

$$\varepsilon = \beta \gamma \sigma_{x,y} \sigma'_{x,y}, \quad (2.9)$$

2.3. Переходное излучение

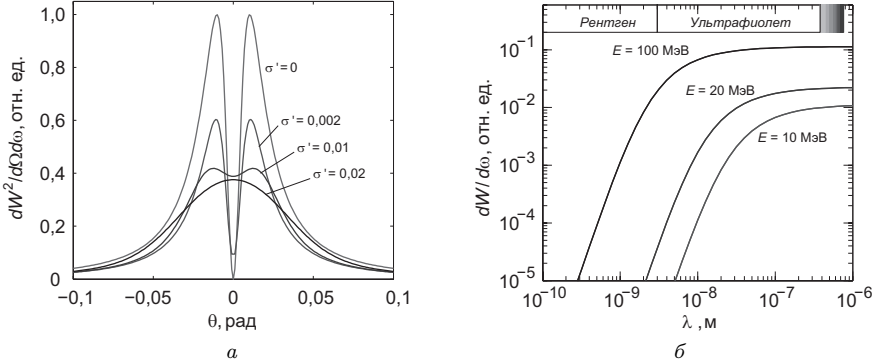


Рис. 2.5. Распределения переходного излучения: угловое (а) и спектральное (б)

где $\sigma_{x,y}$ — среднеквадратичный размер пучка, а $\sigma'_{x,y}$ — среднеквадратичное значение угловой расходимости (2.7).

Спектральное распределение интенсивности переходного излучения одного электрона может быть записано в виде:

$$\begin{aligned} \frac{dW}{d\omega} &= \frac{\alpha}{\pi^2} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\theta}{\gamma^{-2} + \theta^2 + \omega_p^2/\omega^2} - \frac{\theta}{\gamma^{-2} + \theta^2} \right)^2 d\theta = \\ &= \frac{\alpha}{2\pi^2\gamma} \left[-\frac{2\pi\gamma^3}{1 + 4\pi^2\gamma^2} - \frac{2\pi\gamma^3}{1 + \gamma^2(4\pi^2 + \omega_p^2/\omega^2)} + \right. \\ &\quad \left. + (\gamma^2 + 4\omega^2/\omega_p^2) \operatorname{arctg} 2\pi\gamma - \frac{(4 + 3\gamma^2\omega_p^2/\omega^2) \operatorname{arctg} \frac{2\pi\gamma}{\sqrt{1 + \gamma^2\omega_p^2/\omega^2}}}{(\omega_p^2/\omega^2) \sqrt{1 + \gamma^2\omega_p^2/\omega^2}} \right], \end{aligned} \quad (2.10)$$

где $\alpha \simeq 1/137$ — постоянная тонкой структуры; θ — угол между направлением движения частицы и волновым вектором излучения, $\omega_p = \sqrt{4\pi n_e e^2 / (m_e \epsilon)}$ — плазменная частота для данного материала (n_e — концентрация электронов, ϵ — диэлектрическая проницаемость). Плазменная частота — это частота продольных колебаний пространственного заряда (ленгмюровских колебаний) в плазме, т. е. частота, с которой электроны колеблются около положения равновесия, будучи смещенными относительно ионов. На рис. 2.5, б приведен пример спектрального распределения переходного излучения для различных значений энергии пучка.

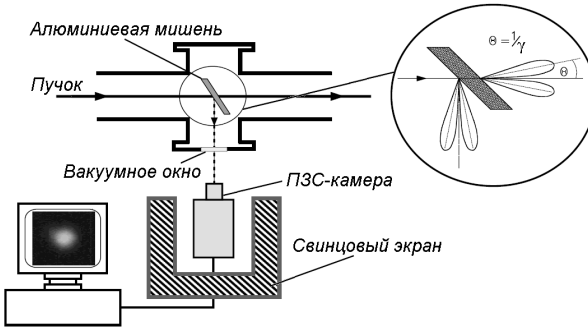


Рис. 2.6. Датчик пучка на переходном излучении

Схема датчика, регистрирующего переходное излучение пучка [25], изображена на рис. 2.6. Металлическая (обычно алюминиевая) фольга размещена в вакуумной камере под углом 45° к траектории пучка для того, чтобы излучение было направлено перпендикулярно оси камеры. Выведенное излучение регистрируется цифровой телекамерой и затем

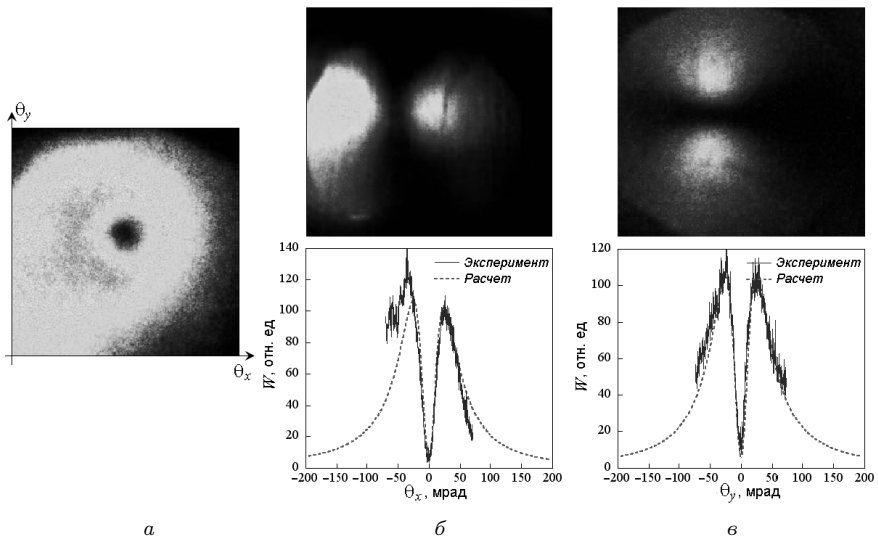


Рис. 2.7. Обработка изображения пучка: двумерное распределение (а), горизонтальное (б) и вертикальное (в) (с поляризационными фильтрами)

обрабатывается в управляющем компьютере по следующему алгоритму. Вначале определяется центр трехмерного углового распределения, затем вблизи центра выделяются двумерные сечения в горизонтальном и вертикальном направлениях. Подгонка экспериментальных данных расчетной кривой дает величину угловой расходимости и энергии пучка. Примеры изображений пучка и результаты подгонки приведены на рис. 2.7 [26].

2.4. Вторично-эмиссионные датчики

Начиная с самых первых ускорителей заряженных частиц, для измерения поперечного распределения плотности пучка использовались ионизационные камеры — простейшие газонаполненные детекторы частиц. Например, всем известный счетчик Гейгера является разновидностью ионизационной камеры. Ионизационная камера представляет собой воздушный или газовый электрический конденсатор, к электродам которого приложена разность потенциалов. При попадании ионизирующих частиц в пространство между электродами там образуются электроны и ионы газа, которые, перемещаясь в электрическом поле, собираются на электродах и фиксируются регистрирующей аппаратурой. Величина прикладываемого напряжения (обычно сотни вольт) подбирается так, чтобы образованные в камере при пролете заряженной частицы свободные заряды максимально быстро, не успев рекомбинировать, достигали электродов.

Для измерения как горизонтального, так и вертикального распределения плотности пучка сигнальные электроды ионизационной камеры изготавливаются в виде двух сеток из тонких проволочек, повернутых друг относительно друга на 90° и разнесенных по продольной координате. В центре между сигнальными электродами находится высоковольтный электрод, изготовленный из алюминиевой фольги. Камера размещается в вакуумно-плотном корпусе, который с помощью дистанционно управляемого привода может вводиться в вакуумную камеру. Главным достоинством ионизационных камер является высокая чувствительность. Камера, заполненная воздухом, при напряжении 500–1000 В позволяет измерять распределение плотности в пучке интенсивностью 10^5 – 10^6 частиц/см².

Основными недостатками ионизационных камер являются непрозрачность для частиц пучка и нелинейность зависимости выходного

сигнала от интенсивности пучка. Поэтому в настоящее время ионизационные камеры практически полностью вытеснены более современными датчиками, принцип работы которых основан на измерении заряда, уносимого вторично-эмиссионными электронами с поверхности металлической проволоочки или фольги при прохождении через них пучка заряженных частиц высокой энергии.

Вторичная электронная эмиссия представляет собой результат процессов, происходящих в твердом теле при проникновении в него высокоэнергетичных электронов, протонов или ионов. Частицы пучка передают часть своей энергии электронам вещества, которые могут, в свою очередь, выбивать вторичные электроны или терять энергию на возбуждение плазменных колебаний или на взаимодействие с кристаллической решеткой.

Вторичные электроны можно разделить на три группы:

- Медленные электроны с энергией до 50 эВ, выбитые из валентной зоны или зоны проводимости.
- Быстрые электроны, выбитые из внутренних оболочек атомов (δ -электроны). Вероятность выбивания быстрых электроны мала, однако потери энергии первичных частиц велики.
- Оже-электроны, обычно имеющие энергию до 10 эВ, выбиваются в два этапа из внутренних атомных оболочек.

Полная теория вторичной эмиссии должна подробно рассматривать взаимодействие частиц пучка как с электронами проводимости, так и со связанными электронами, а также путь вторичного электрона сквозь кристаллическую решетку вплоть до выхода из вещества. Разнообразие физических процессов, которые происходят в промежуток времени между попаданием первичной частицы в вещество и вылетом вторичного электрона, существенно затрудняет анализ. Подробное аналитическое описание процесса вторичной электронной эмиссии пучком тяжелых заряженных частиц — протонов и ионов — согласующееся с экспериментальными данными, изложено, например, в [29], там же можно найти ряд ссылок на оригинальные работы. В работе [30] описаны эксперименты по измерению коэффициентов вторичной эмиссии углерода, алюминия и никеля в зависимости от энергии электронов в диапазоне до 2 МэВ, а в [31] — экспериментально измеренные коэффициенты вторичной эмиссии алюминия и золота в зависимости от энергии ультрарелятивистских электронов и позитронов в диапазоне 1,5–18 ГэВ. Для исследования взаимодействия частиц высоких энергий с веществом, вклю-

2.4. Вторично-эмиссионные датчики

чая вторичную электронную эмиссию, широко применяется компьютерное моделирование, основанное на методе Монте-Карло.

Для практического применения в области разработки датчиков пучка возможно приближенное описание вторичной электронной эмиссии с приемлемой точностью. Такое описание базируется на следующих упрощениях:

- 1) выход вторично эмитированных электронов пропорционален удельной потере энергии dE/dx первичной частицы на единицу длины пробега в веществе;
- 2) вторичные электроны характеризуются средней длиной пробега в веществе.

Если принять эти допущения, то коэффициент вторичной эмиссии δ_{se} , определенный как число вторично эмитированных электронов на одну высокоэнергетичную частицу, может быть записан в виде [30]:

$$\delta_{se} = \left(\frac{dE}{dx} \right) \frac{\Delta x}{\epsilon \cos \theta}, \quad (2.11)$$

где ϵ — средняя энергия, необходимая для выбивания одного вторичного электрона; Δx — толщина поверхностного слоя, из которого вылетают вторичные электроны; θ — угол падения пучка первичных частиц (угол между нормалью к поверхности и направлением движения частицы). Поскольку энергия вторичных электронов очень мала (десятки электрон-вольт) по сравнению с энергией первичных частиц E , то ϵ и Δx можно считать независимыми от E . Как следует из (2.11), число вторичных электронов возрастает с увеличением угла θ .

Удельная потеря энергии dE/dx описывается формулой Бете–Блоха:

$$\frac{dE}{dx} = 4\pi E_e r_e^2 \frac{n_e Z_0^2}{\beta^2} \left(\frac{1}{2} \ln \frac{2E_e \gamma^2 \beta^2 E_{\max}}{I^2} - \beta^2 \right), \quad (2.12)$$

где $E_e = m_e c^2 \simeq 0,51$ МэВ — энергия покоя электрона; $n_e = \rho N_A Z/A$ — плотность электронов в веществе (N_A — число Авогадро, Z — атомный номер, A — атомная масса, ρ — плотность); Z_0 — заряд частиц пучка в единицах заряда протона; $r_e = 2,818 \cdot 10^{-15}$ м — классический радиус электрона; $\beta = v/c$ и $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$ — релятивистские параметры частиц пучка; $I \simeq 13,5 \cdot Z$ эВ — средний потенциал ионизации вещества.

E_{\max} — максимальная энергия, которую может передать частица пучка электрону вещества:

$$E_{\max} = \frac{2E_e \beta^2 E^2}{E_0^2 + E_e^2 + 2E_e E},$$

где E_0 — энергия покоя и $E = \gamma E_0$ — полная энергия частиц пучка. Для тяжелых частиц (протонов и ионов) $E_{\max} = 2E_e \beta^2 \gamma^2$, для ультрарелятивистских электронов и позитронов ($\gamma \gg 1, \beta = 1$) $E_{\max} = \gamma E_e = E$.

Формула Бете–Блоха была выведена для тяжелых частиц — протонов и ионов. Для легких частиц — электронов и позитронов — формула расчета удельной потери энергии на ионизацию, встречающаяся в литературе, содержит дополнительные члены:

$$\frac{dE}{dx} = 2\pi E_e r_e^2 \frac{n_e}{\beta^2} \left[\ln \frac{(\gamma - 1) E_e^2 \beta^2 \gamma^2}{2I^2} - \left(\frac{2}{\gamma} - 1 + \beta^2 \right) \ln 2 + \frac{1}{\gamma^2} + \frac{1}{8} \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right)^2 \right]. \quad (2.13)$$

Тем не менее, если кинетическая энергия электронов (позитронов) превышает 0,1 МэВ ($\gamma \approx 1,2$), то обе формулы (2.12) и (2.13) дают очень близкие результаты.

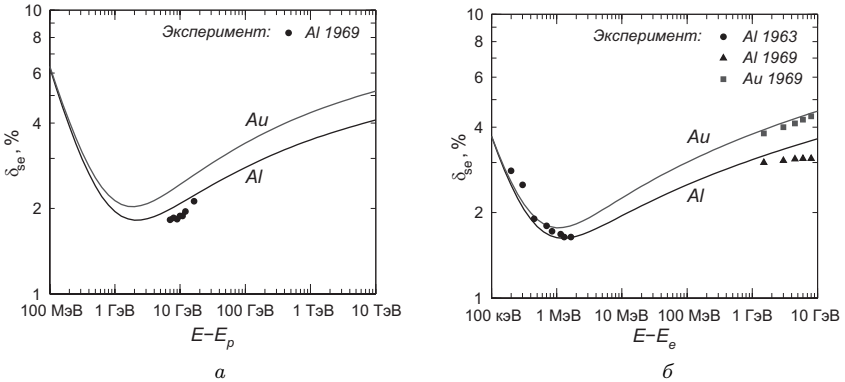


Рис. 2.8. Расчетный коэффициент вторичной эмиссии для протонов (а) и электронов (б)

На рис. 2.8 приведены графики коэффициентов вторичной эмиссии δ_{se} , рассчитанных по формулам (2.11), (2.12) для алюминия (Al) и золота (Au) в зависимости от энергии пучка E протонов (а) и электронов (б). Для алюминия $\epsilon/\Delta x = 90$ МэВ см²/г [30], для золота

2.4. Вторично-эмиссионные датчики

$\epsilon/\Delta x = 55 \text{ МэВ см}^2/\text{г}$. На рисунке также приведены значения коэффициентов вторичной эмиссии, измеренных экспериментально на различных ускорительных установках [30–32].

На очень низких энергиях частицы пучка практически полностью теряют энергию в поверхностном слое вещества и вероятность эмиссии возбужденных электронов велика, при увеличении энергии частицы проникают в глубину вещества, коэффициент вторичной эмиссии δ_{se} падает, пропорционально $1/\beta^2$. При дальнейшем увеличении энергии пучка в веществе происходят процессы многократного рассеяния, и δ_{se} медленно растет, для ультрарелятивистских частиц — пропорционально $\ln E$.

2.4.1. Сеточный датчик

Простой вторично-эмиссионный датчик (secondary emission grid, secondary emission monitor, SEM) представляет собой сетку из металлических полосок [33] или проволочек [34], помещенную на пути пучка. Так как вторичная электронная эмиссия — это поверхностный процесс, то в датчике можно использовать очень тонкую фольгу или проволочки (1–10 мкм) без потери чувствительности. В конструкции вторично-эмиссионного датчика предусматриваются высоковольтные электроды, создающие электрическое поле для отвода вторичных электронов.

Фотография датчика, сконструированного для каналов транспортировки частиц электрон-позитронного коллайдера ВЭПП-2000 [34] (ИЯФ им. Будкера СО РАН), показана на рис. 2.9. Для измерения



Рис. 2.9. Фотография сеточного вторично-эмиссионного датчика

распределения плотности пучка в вертикальной плоскости 15 позолоченных проволочек натянуты с шагом 0,5 мм, в горизонтальной плоскости — 12 проволочек с шагом 1,5 мм. Постоянное напряжение смещения подается на кольцевой электрод, расположенный между сигнальными сетками. Апертура датчика — 17,5 мм.

При взаимодействии пучка с датчиком на электродах появляется электрический заряд, измеряемый с помощью многоканальных регистраторов. Каждый сигнальный электрод подключается к интегратору, преобразующему заряд q в напряжение V :

$$V = \frac{q}{C},$$

где C — эквивалентная емкость, включающая в себя емкость электрода, соединительного кабеля и конденсатора в интегрирующей цепи.

Оценим величину сигнала с одного электрода вторично-эмиссионного датчика, наведенного пучком, имеющим гауссовское поперечное распределение плотности

$$n_x(x) = \frac{N}{\sqrt{2\pi}\sigma_\perp} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_\perp^2}}.$$

У такого пучка 99,7 % частиц попадает в интервал $\pm 3\sigma_\perp$. Число частиц N_1 , попадающих на один электрод, находящийся в центре распределения, равно:

$$N_1 = \int_{-d/2}^{d/2} n_x(x) dx = N \operatorname{erf}\left(\frac{d}{2\sqrt{2}\sigma}\right), \quad (2.14)$$

где d — ширина электрода, $N = \int_{-\infty}^{\infty} n_x(x) dx$ — полное число частиц, erf — функция ошибки

$$\operatorname{erf}(x) \equiv \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{n!(2n+1)}.$$

Для $d \leq \sigma_\perp$ доля частиц пучка, попадающих на электрод, с хорошей точностью линейно зависит от отношения d/σ_\perp

$$\frac{N_1}{N} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{d}{\sigma_\perp}. \quad (2.15)$$

2.4. Вторично-эмиссионные датчики

Отклонение (2.14) от линейной зависимости (2.15) при $d = \sigma_{\perp}$ составляет всего 4 %. Формула (2.15) выведена для электрода в виде полоски, для проволоочки круглого сечения d следует заменить на $d_{\text{эф}} = \pi d/4$.

Число вторичных электронов определяется умножением N_1 на коэффициент вторичной эмиссии (2.11), зависимость которого от энергии частиц пучка описывается формулой Бете—Блоха (2.12). Таким образом, напряжение на выходе интегратора, подключенного к электроду, может быть оценено с помощью формулы:

$$V = \frac{N e \delta_{\text{се}} d}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\perp} C}. \quad (2.16)$$

Например, если пучок из $N = 10^{10}$ электронов с энергией 100 МэВ ($\delta_{\text{се}} \simeq 3,5\%$), имеющий гауссовское поперечное распределение плотности с характерным размером $\sigma_{\perp} = 10$ мм, взаимодействует с позолоченной полоской шириной $d = 0,1$ мм, а заряд регистрируется интегратором с эквивалентной емкостью $C = 1$ нФ, то сигнал будет около 0,2 мВ. Формула (2.16) применима к датчику из полосок, перпендикулярных к траектории пучка, $\theta = 0$ в (2.11). Если угол падения пучка θ отличается от нуля, то полученную величину следует умножить на коэффициент $1/\cos \theta$.

Размеры электродов сеточного датчика обычно выбираются в результате компромисса между чувствительностью и прозрачностью. Если требования к прозрачности высоки (много датчиков в длинном канале), то электронный измерительный блок должен иметь высокую разрешающую способность, позволяющую скомпенсировать низкую чувствительность датчиков.

Рассмотрим процесс регистрации сигналов вторично-эмиссионных датчиков (или других датчиков, выходным сигналом которых является заряд) на примере многоканального преобразователя ИПП-32, разработанного в Институте ядерной физики им. Будкера СО РАН (Новосибирск). На рис. 2.10 изображена схема одного канала ИПП-32, а на рис. 2.11 — временная диаграмма работы регистратора.

Схема работает следующим образом. Заряд q через резистор $R2$ поступает на вход интегратора и заряжает конденсатор $C1$. Напряжение на выходе интегратора $U1-C1-R1$ становится равным $V = q/C1$, после чего конденсатор $C1$ разряжается через резистор $R1$. Постоянная времени разряда должна быть в несколько раз меньше периода запускающих импульсов, чтобы к следующему запуску емкость интегратора

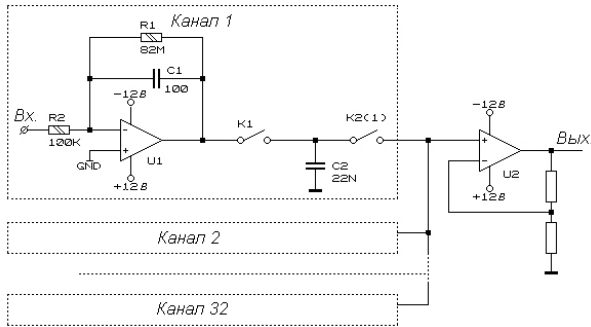


Рис. 2.10. Многоканальный преобразователь ИПП-32

разрядилась до пренебрежимо малого напряжения. Посредством ключа $K1$ напряжение V запоминается на конденсаторе $C2$, а с помощью ключей $K2(k)$ (k — номер измерительного канала) производится последовательное подключение каждого канала к основному усилителю $U2$, выходной сигнал которого оцифровывается с помощью АЦП и записывается в оперативное запоминающее устройство прибора для последующей цифровой обработки. Емкость $C1$ выбирается такой, чтобы избавиться от шумов коммутации ключей $K1$ и $K2$. Чтобы флуктуации напряжения, вызванные шумами коммутации, были менее 5 мкВ , емкость должна быть более $0,1 \text{ мкФ}$. Соответственно выбирается и время запоминания сигнала (когда ключ $K1$ замкнут) — около 100 мкс .

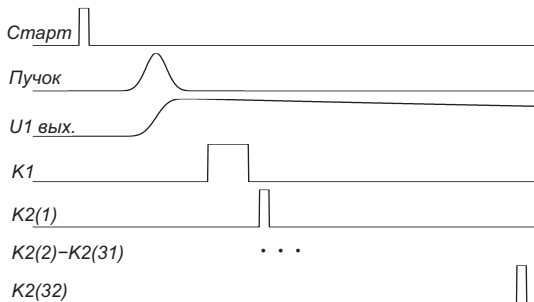


Рис. 2.11. Временная диаграмма работы ИПП-32

2.4. Вторично-эмиссионные датчики

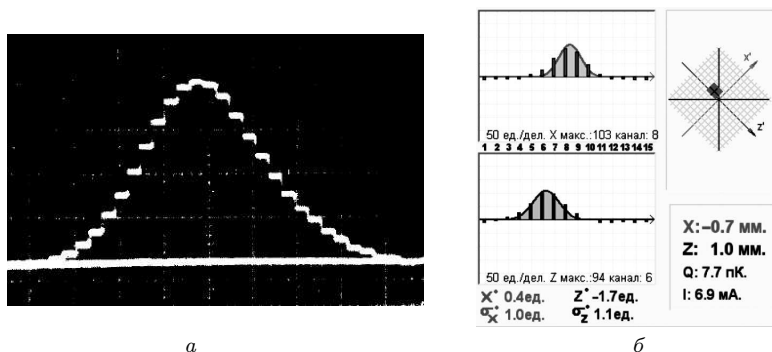


Рис. 2.12. Сигналы сеточного вторично-эмиссионного датчика

Выходной сигнал усилителя U_2 , представляющий собой временную развертку поперечного распределения интенсивности пучка, можно наблюдать на осциллографе. На рис. 2.12, *а* приведен пример осциллограммы сигнала сеточного вторично-эмиссионного датчика, а на рис. 2.12, *б* — графический вывод программы обработки выходных данных ИПП-32, используемых для диагностики пучка в канале транспортировки на ускорительном комплексе ВЭПП-2000.

Сеточные вторично-эмиссионные датчики обычно используются в каналах транспортировки частиц. Поскольку потери частиц пучка на таких датчиках малы по сравнению с люминофорными экранами, то за один пролет пучка по каналу можно измерить эволюцию его поперечного распределения вдоль траектории, используя одновременно несколько датчиков.

2.4.2. Датчик с движущейся проволокой

Для измерения поперечного распределения плотности пучка в циклических протонных и ионных ускорителях используются вторично-эмиссионные датчики с движущейся проволокой (scanning wire monitor, wire scanner) [35, 36]. В таком датчике тонкий проволочный электрод движется в поперечном направлении, пересекая траекторию пучка. Вторичная эмиссия электронов приводит к возникновению заряда на проволоке при каждом пролете пучка. Поскольку скорость движения электрода мала по сравнению с частотой обращения пучка, ток электрода

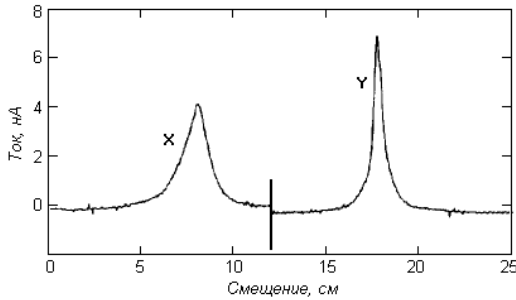


Рис. 2.13. Сигнал датчика с движущейся проволокой

пропорционален плотности пучка в зависимости от положения проволоки (рис. 2.13) [36].

Конструкция датчика показана на рис. 2.14. Два электрода движутся по горизонтали и по вертикали, позволяя одновременно проводить измерения плотности пучка в обеих плоскостях. Вращательное движение ротора электродвигателя преобразуется в возвратно-поступательное движение электрода с помощью кулачкового привода. Форма кулачка выбирается такой, чтобы, во-первых, часть периода, на котором происходит взаимодействие с пучком, электрод двигался с постоянной скоростью, и во-вторых, чтобы движение было достаточно плавным, без больших ускорений, создающих нагрузки на привод.

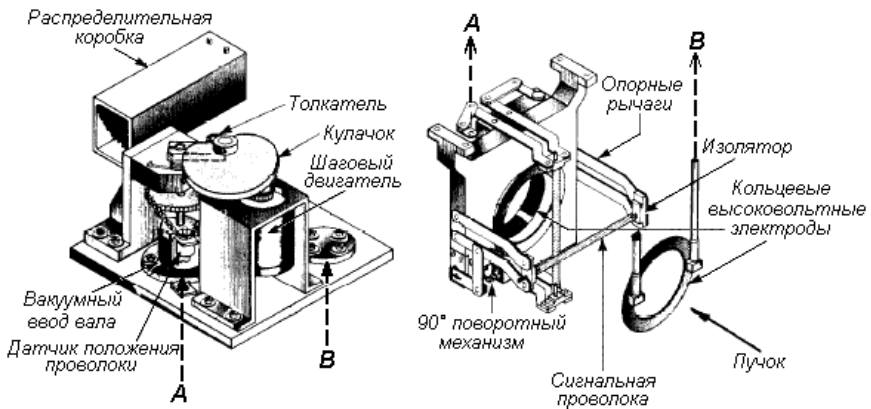


Рис. 2.14. Вторично-эмиссионный датчик с движущейся проволокой

2.4. Вторично-эмиссионные датчики



Рис. 2.15. Зависимость положения электрода от угла поворота кулачка

На рис. 2.15 показан график зависимости положения электрода от угла поворота кулачка. Скорость сканирования ограничена мертвым ходом и инерцией движущихся частей привода. Электродвигатель привода работает в атмосфере, механизм привода — в вакууме. Самым сложным элементом таких датчиков является механизм привода, так как к нему предъявляются очень высокие требования как с точки зрения линейности перемещения электрода, определяющей точность, так и с точки зрения надежности при работе в вакууме.

2.4.3. Нагрев электродов пучком

Как для датчиков с движущейся проволокой, так и для сеточных датчиков актуальна проблема нагрева электродов при долговременной работе с повторяющимся импульсным пучком. Энергия E_p , передаваемая частицами пучка веществу, преобразуется в тепло. В вакууме тепло рассеивается за счет излучения E_r и теплопроводности проволоки E_c . При долговременной работе устанавливается тепловой баланс:

$$\Delta E_p = \Delta E_r + \Delta E_c . \quad (2.17)$$

Энергия, передаваемая пучком веществу в единицу времени, описывается следующим выражением:

$$\frac{\Delta E_p}{\Delta t} = f_0 N_1 \frac{dE}{dx} h , \quad (2.18)$$

где f_0 — частота следования сгустков; N_1 — число частиц пучка, взаимодействующих с веществом; dE/dx — удельная потеря энергии (2.12);

h — толщина электрода. Потери тепла на излучение можно рассчитать, используя закон Стефана–Больцмана:

$$\frac{\Delta E_r}{\Delta t} = \epsilon S_{\text{rad}} \sigma_b (T^4 - T_0^4), \quad (2.19)$$

где ϵ — коэффициент излучения материала (коэффициент черноты), зависящий от материала и состояния поверхности ($\epsilon = 0,02-0,04$ у полированного алюминия, $\epsilon = 0,05-0,07$ у золота); S_{rad} — площадь излучающей поверхности; $S_{\text{rad}} = \pi hl$ для электрода круглого сечения, $S_{\text{rad}} = 2(h+d)l$ — для прямоугольного; l — длина электрода; $\sigma_b = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²К⁴) — постоянная Стефана–Больцмана; T — установившаяся температура электрода; $T_0 = 300$ К — температура окружающей среды. Потери тепла из-за теплопроводности проволоки рассчитываются по формуле:

$$\frac{\Delta E_c}{\Delta t} = k_T \frac{\pi d^2}{4l} (T - T_0), \quad (2.20)$$

где k_T — коэффициент теплопроводности.

На рис. 2.16 приведены графики зависимости равновесной температуры проволоочки (золотой или алюминиевой) длиной 1 см, имеющей круглое поперечное сечение диаметром $d = 10$ мкм, от числа электронов с энергией 1 ГэВ, попадающих на проволоочку с частотой 50 Гц. Видно, что при работе с пучками большой интенсивности происходит существенный нагрев электродов и для диагностики интенсивных пучков следует применять вторично-эмиссионные датчики с электродами, изготовленными из достаточно тугоплавких материалов.

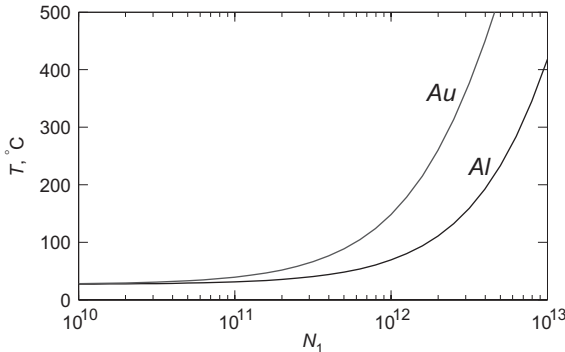


Рис. 2.16. Зависимость температуры от числа частиц

2.4.4. Возмущение эмиттанса

Взаимодействуя с веществом вторично-эмиссионных датчиков, частицы пучка рассеиваются на ядрах вещества, приобретая дополнительный поперечный импульс, что приводит к увеличению эмиттанса. Величина эффекта зависит от энергии частиц, геометрических размеров и материала электродов, а также амплитудной бетатронной функции в месте расположения датчика.

Процесс многократного кулоновского рассеяния описывается теорией Мольера [37], позволяющей оценить угловое распределение рассеянных частиц. Это распределение для малых углов является в первом приближении гауссовским с длинными негауссовскими хвостами ниже 5 %-го уровня. Теория Мольера была развита многими авторами, получившими формулы углового разброса рассеянных частиц как аналитически, так и численным моделированием с использованием метода Монте-Карло.

Частица, проходя сквозь слой вещества, отклоняется на некоторый угол θ . Распределение частиц по углу θ имеет среднеквадратичную ширину θ_0 . Ряд формул для расчета θ_0 , весьма похожих друг на друга и различающихся только численными коэффициентами, приведен в [38]. В этой же работе аналитические оценки сравниваются с экспериментальными данными, полученными на установке SPS в ЦЕРНе. Для оценки роста эмиттанса при пролете пучком вторично-эмиссионного датчика воспользуемся следующей формулой, описывающей среднеквадратичный угловой разброс θ_0 релятивистских рассеянных частиц с точностью не хуже 10 % в диапазоне толщины материала от 0,001 до 100 радиационных длин:

$$\theta_0 = \frac{19,2 \text{ МэВ}}{\beta^2 E} Z_0 \sqrt{\frac{h}{l_{\text{rad}}}} \left(1 + 0,038 \ln \frac{h}{l_{\text{rad}}} \right), \quad (2.21)$$

где E — полная энергия частиц пучка; $\beta = v/c$; Z_0 — заряд частиц пучка в единицах заряда протона; h — толщина слоя вещества; l_{rad} — радиационная длина. Среднеквадратичная величина проекции $\theta_{x,y}$ угла рассеяния на горизонтальную (x) или вертикальную (y) ось, перпендикулярную движению пучка, равна:

$$\langle \theta_x \rangle = \sqrt{\langle \theta_x^2 \rangle} = \frac{\theta_0}{\sqrt{2}}. \quad (2.22)$$

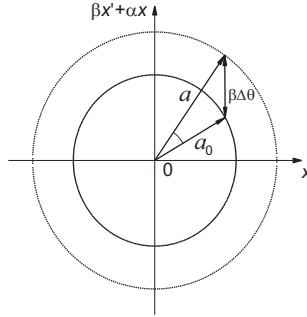


Рис. 2.17. Изменение амплитуды бетатронных колебаний частицы

В результате рассеяния амплитуда бетатронных колебаний частицы изменяется с a_{x0} на a_x согласно

$$a_x^2 = a_{x0}^2 + \theta_x^2 \beta_x^2 - 2\theta_x \beta_x a_{x0} \cos \phi, \quad (2.23)$$

где β_x — величина амплитудной функции бетатронных колебаний (бета-функции); ϕ — фаза бетатронных колебаний данной частицы (рис. 2.17). Усредняя по всем рассеянным частицам с учетом того, что $\langle 2\beta_x \theta_x a_{x0} \cos \phi \rangle = 0$, получаем среднеквадратичный прирост амплитуды бетатронных колебаний за счет рассеяния:

$$\langle a_x^2 \rangle - \langle a_{x0}^2 \rangle = \frac{N_1}{N} \beta_x^2 \langle \theta_x^2 \rangle, \quad (2.24)$$

где N_1/N — отношение числа рассеянных частиц к полному числу частиц в пучке. В результате среднеквадратичный размер пучка $\sigma_x = \sqrt{\langle x^2 \rangle} = \sqrt{\langle a_x^2/2 \rangle}$ увеличивается на величину

$$\Delta \sigma_x^2 = \frac{1}{2} \frac{N_1}{N} \beta_x^2 \langle \theta_x^2 \rangle = \frac{1}{4} \frac{N_1}{N} \beta_x^2 \theta_0^2, \quad (2.25)$$

а приращение поперечного эмиттанса составляет величину:

$$\Delta \epsilon_x = \frac{\Delta \sigma_x^2}{\beta_x} = \frac{1}{4} \frac{N_1}{N} \beta_x \theta_0^2. \quad (2.26)$$

При пролете пучка сквозь фольгу рассеиваются все частицы, $N_1/N = 1$. На рис. 2.18, a приведена зависимость приращения эмиттанса от энергии при пролете пучка сквозь алюминиевую или золотую фольгу толщиной $h = 10$ мкм, а на рис. 2.18, b — зависимость

2.4. Вторично-эмиссионные датчики

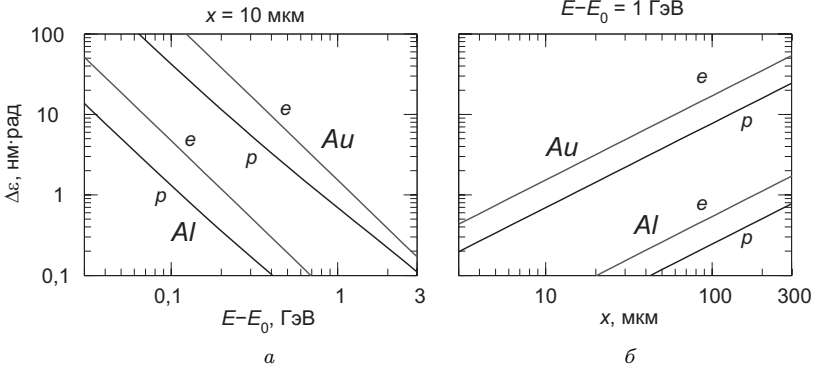


Рис. 2.18. Приращение эмиттанса: фольга

приращения эмиттанса от толщины фольги для пучка с энергией $E - E_0 = 1 \text{ ГэВ}$.

При пролете пучка сквозь проволочный электрод круглого сечения отношение N_1/N определяется размером пучка и диаметром электрода (2.14), (2.15). На рис. 2.19, а приведена зависимость относительного приращения эмиттанса от энергии при пролете пучка с поперечным размером 3 мм сквозь алюминиевую или золотую проволочку диаметром $d = 10 \text{ мкм}$, а на рис. 2.19, б — зависимость приращения эмиттанса от диаметра проволочки для пучка с энергией $E - E_0 = 1 \text{ ГэВ}$.

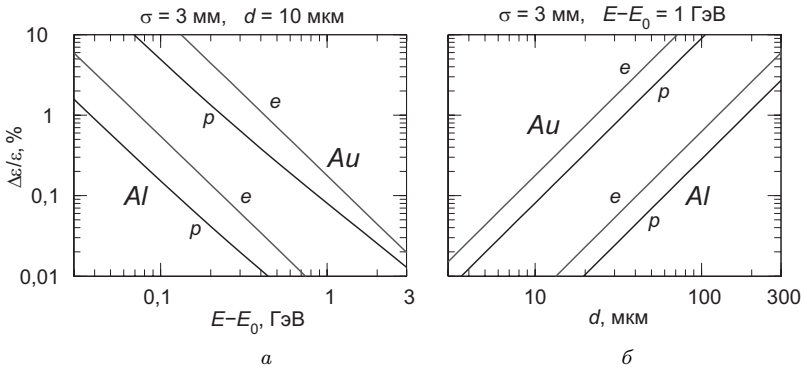


Рис. 2.19. Приращение эмиттанса: проволочка

2.4.5. Микроканальный датчик

Для стабилизации траектории пучка заряженных частиц в электронно-оптическом канале требуется одновременное измерение положения пучка в нескольких точках вдоль канала. Для однопролетной индикации импульсных пучков интенсивностью $10^7 - 10^8 \text{ см}^{-2}$ необходим высокочувствительный датчик, оказывающий минимальное воздействие на пролетающий пучок. Разработка сеточных вторично-эмиссионных датчиков с прозрачностью не хуже 99 % потребовала бы использования очень тонких проволочек, что привело бы, согласно (2.16), к существенному снижению сигнала датчика, до $10^{-6} - 10^{-7} \text{ В}$ при входной емкости 0,1 нФ, в то время как реально достижимая чувствительность электроники, определяемая тепловыми шумами, составляет около 10^{-5} В .

Задача однопролетного измерения траектории пучка в электронно-оптическом канале может быть решена с помощью датчика положения пучка [2], в котором усиление потока вторично-эмиссионных электронов, формирующих изображение пучка, осуществляется микроканальной пластиной (МКП).

Микроканальная пластина — это вторично-эмиссионный усилитель, разработанный в США в 1970-е гг. на основе технологии производства волоконно-оптических пластин, состоящих из миллионов коротких световодов. Технология базируется на многократных процессах вытягивания и спекания разнородного по химическому составу оптического волокна. После получения стержня сердцевины волокон растворяются в химических реактивах, и стержень разрезается на пластинки требуемой

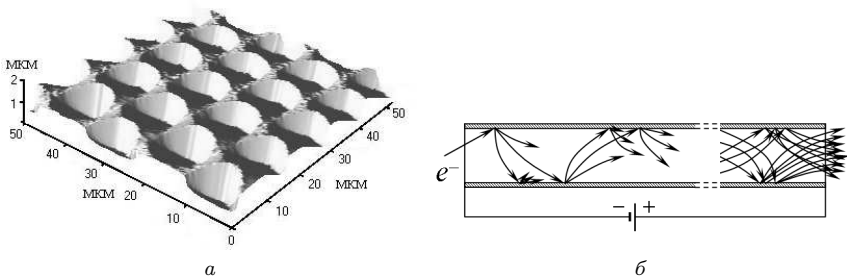


Рис. 2.20. Микроканальная пластина: а — фотография поверхности; б — принцип работы

2.4. Вторично-эмиссионные датчики

толщины. Таким образом, получается пластина с регулярно расположенными каналами диаметром около 10 мкм.

На рис. 2.20, *a* показана фотография поверхности микроканальной пластины, сделанная под микроскопом. Обе поверхности МКП полируются и металлизуются, между ними прикладывается напряжение в несколько сотен вольт. Принцип действия МКП иллюстрирует рис. 2.20, *б*. Попадая в канал, электрон испытывает соударения со стенкой и выбивает вторичные электроны. В тянущем электрическом поле этот процесс многократно повторяется, позволяя получить коэффициент усиления до 10^4 .

Эскиз датчика представлен на рис. 2.21. Расположенная на пути пучка алюминиевая фольга *1* толщиной 2 мкм является прозрачной для пучка с энергией $E \geq 400$ МэВ, суммарное увеличение эмиттанса пучка на пяти датчиках, размещенных в канале транспортировки пучков Б-4 — ВЭПП-3 ускорительного комплекса ВЭПП-4, не превышает 10 %. Поток вторично-эмиссионных электронов, представляющий собой изображение пучка, переносится с помощью ускоряющего напряжения на микроканальную пластину *2*, расположенную за пределами апертуры. При толщине фольги $0,5 \text{ мг/см}^2$ основную часть спектра (99 %)

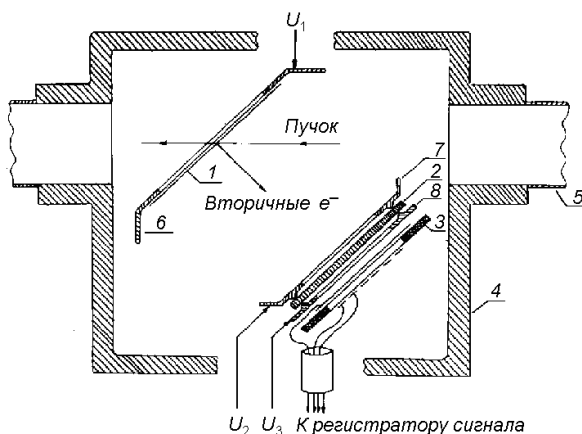


Рис. 2.21. Схематический рисунок микроканального датчика:

- 1 — фольга; 2 — микроканальная пластина;
- 3 — сигнальные электроды; 4 — корпус датчика;
- 5 — вакуумная камера; 6, 7, 8 — формирующие электроды

вторичных электронов составляют частицы с энергией 3 – 9 эВ, поэтому для перенесения изображения пучка с фольги на микроканальную пластину, расположенную на расстоянии 50 мм, достаточно приложить напряжение U_1 около 15 кВ. Расплывание изображения при этом не превышает 0,5 мм. Форма электродов 6 и 7, формирующих ускоряющее поле, выбирается с помощью численного моделирования. Допускается неоднородность поля до 3 % при смещении центра пучка в пределах 15 мм.

Для усиления тока вторично-эмиссионных электронов в датчике применена микроканальная пластина размером 43×63 мм, толщиной 0,5 мм, с диаметром каналов 14 мкм. Каналы расположены под углом 6° к плоскости пластины. Особенностью использования МКП в этом датчике является импульсный режим ее работы. Плотность выходного тока МКП, работающих в канале транспортировки пучков Б-4 — ВЭПП-3, достигает 50 мА/см^2 при длительности импульса около 1 нс, что на несколько порядков превосходит значение, допустимое при работе МКП в режиме усиления постоянного тока. Частота следования импульсов в импульсном режиме не должна превышать определенной величины, задаваемой временем рассасывания накопленного на стенках каналов положительного заряда, равного суммарному заряду электронной лавины. Мертвое время, когда канал теряет свойства электронного умножителя, составляет для используемых пластин около 20 мс. Коэффициент усиления пластины плавно регулируется изменением напряжения U_2 , приложенного к МКП, в пределах от 800 до 1500 В.

Усиленное с помощью МКП изображение пучка, состоящее из электронов с энергией 5–18 эВ, с помощью напряжения $U_3 \simeq 600$ В переносится на сетку сигнальных электродов 3, расположенную на расстоянии 3 мм от МКП. Сигнальные электроды представляют собой медные полоски толщиной 100 мкм и шириной 1 мм, натянутые с шагом 2 мм в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, по 15 полосок в каждой. Так как эмиттерная фольга располагается под углом 45° к оси x или y , в зависимости от ориентации корпуса датчика, то шаг между полосками в этом направлении выбирается равным $2\sqrt{2}$ мм для выравнивания масштабных множителей. Сигнальные электроды подключены ко входу рядом расположенного многоканального преобразователя.

Корпус датчика 4 составляет единый объем с вакуумной камерой 5 и выполняет функцию электромагнитного экрана от внешних импульсных полей, а также защищает МКП от фоновых потоков частиц.

2.5. Ионизационные датчики

Реализованная в микроканальном датчике идея выноса измерителя за пределы апертуры так, что пучок взаимодействует лишь с очень тонкой фольгой, может быть использована и без применения микроканальной пластины. Особенно перспективной она представляется при использовании в качестве фольги рыхлых эмиттеров, имеющих малую плотность (около $0,03 \text{ г/см}^3$) и большой коэффициент вторичной эмиссии. Такой датчик по чувствительности сравним с ионизационной камерой при практически 100 %-й прозрачности.

Предел применимости подобных датчиков для измерения непрерывных пучков или больших импульсных токов определяется нагревом эмиттерной фольги пучком (см. параграф 2.4.3.).

2.5. Ионизационные датчики

Практически свободны от перечисленных выше ограничений прозрачности ионизационные датчики. На рис. 2.22, *а* приведена схема, иллюстрирующая работу датчика, а на рис. 2.22, *б* — фотография датчика, разработанного в GSI (Германия) [39]. В таком датчике изображение пучка формируется электронами, образующимися при ионизации частицами пучка атомов остаточного газа. Как и в датчике, описанном

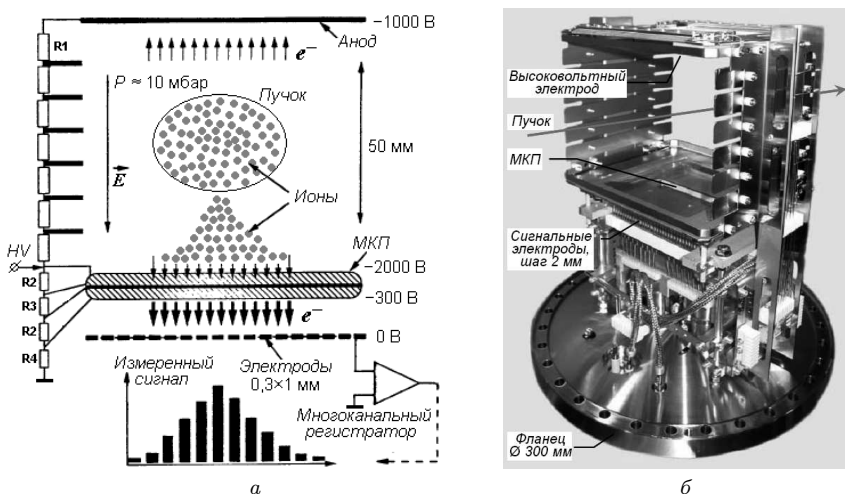


Рис. 2.22. Схема (*а*) и фотография (*б*) ионизационного датчика

выше, это изображение высоковольтным потенциалом переносится за пределы вакуумной камеры, усиливается на МКП и регистрируется.

Оценим чувствительность ионизационного датчика. Число N_{\pm} образующихся ионно-электронных пар пропорционально числу частиц в пучке N :

$$N_{\pm} = N \frac{P}{kT} l \sigma_{\text{эфф}} , \quad (2.27)$$

где P — давление остаточного газа; T — абсолютная температура; $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана; l — продольный размер датчика; $\sigma_{\text{эфф}} \simeq (0,5-1) \cdot 10^{-19}$ м² — эффективное сечение ионизации, зависящее от состава газа. При давлении газа $P = 10^{-6}$ Па и длине датчика $l = 10$ см получаем: $N_{\pm} \simeq 2 \cdot 10^{-6} N$. Напомним, что для вторично-эмиссионного датчика отношение числа вторичных электронов к числу частиц в пучке составляет несколько процентов. Таким образом, полная прозрачность ионизационного датчика достигается за счет существенного снижения чувствительности. Проблема усиления сигнала решается с помощью микроканальных пластин. Применение специальных двойных микроканальных пластин позволяет достигать коэффициента умножения электронов до 10^6 . Для повышения чувствительности ионизационного датчика может использоваться струя газобразного гелия очень низкого давления, инжектируемая в вакуумную камеру синхронно с пролетом пучка частиц.

На различных установках применяется два способа регистрации сигнала. Первый способ — с помощью сетки сигнальных электродов, установленных за МКП, как показано на рис. 2.22. Пространственное разрешение определяется шагом сетки и составляет 1–0,1 мм. Временное разрешение может быть сделано не хуже 10 нс с помощью широкополосных усилителей. Второй способ — с помощью люминофорного экрана, расположенного за МКП. Свет регистрируется с помощью цифровой телекамеры. Пространственное разрешение ограничено размером канала МКП и может достигать 50 мкм. Временное разрешение в этом случае определяется телекамерой и составляет обычно величину порядка 10 мс.

К одной из разновидностей ионизационных датчиков можно отнести и датчики на основе атомарной струи металла (обычно магния), используемые в протонных и ионных ускорителях [14, 40, 41]. В таком датчике струя атомов с плотностью до 10^{16} см⁻³ эмитируется из испарителя с температурой 400 – 600 °С и попадает на щель. Сформированная ленточная струя вводится в вакуумную камеру и пересекает

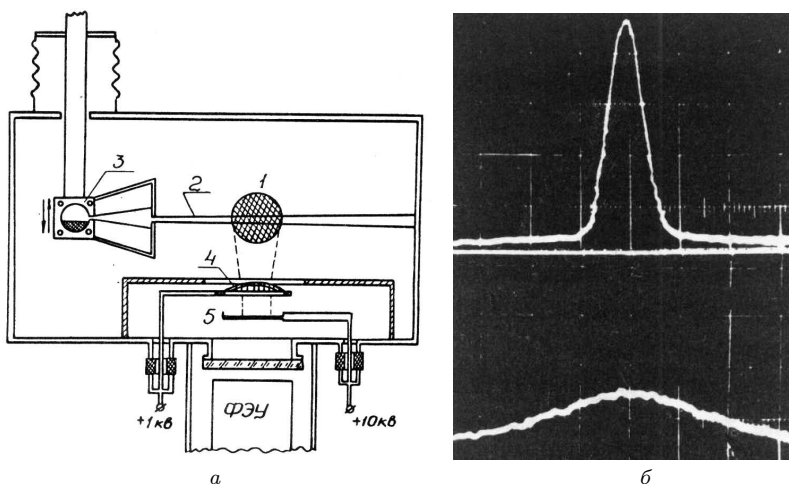


Рис. 2.23. Схема датчика (а) и измеренный профиль пучка (б):
 1 — протонный пучок; 2 — струя магния; 3 — испаритель;
 4 — собирающий электрод; 5 — люминесцентный экран

пучок под определенным углом. Пучок частиц ионизирует атомы струи и свободные электроны, формирующие изображение пучка, регистрируются электронно-оптическим преобразователем. При необходимости электронный поток может быть усилен с помощью микроканальной пластины. Датчики на основе атомарных струй имеют более высокую чувствительность, чем ионизационные датчики на остаточном газе.

Выбор магния в качестве рабочего материала определяется необходимостью обеспечения хорошего вакуума в камере ускорителя при довольно высокой плотности струи. Конденсация паров металла на стенках вакуумной камеры существенно облегчает эту задачу. Относительно невысокая температура испарения магния, его низкая химическая активность при рабочей температуре, а также отсутствие необходимости в специальных мерах предосторожности в обращении с ним делают магний предпочтительным в сравнении с другими металлами (литий, бериллий).

Схема датчика на основе магниевой струи, разработанного для диагностики протонного пучка на установке электронного охлаждения (ИЯФ им. Будкера СО РАН) [14], приведена на рис. 2.23, а. Изображение протонного пучка формируется электронами, производимы-

ми ионизацией атомов магния высокоэнергетичным протонным пучком. Поток электронов переносится электрическим полем на люминесцентный экран, световое излучение которого регистрируется с помощью фотоэлектронного умножителя (ФЭУ). Выходной сигнал ФЭУ пропорционален количеству протонов, взаимодействующих с магниевой струей. Сканирование протонного пучка осуществляется путем поперечного перемещения магниевой струи. На рис. 2.23, б приведены примеры измененного распределения поперечной плотности протонного пучка.

2.6. Пучковый датчик

Для однопролетной неразрушающей диагностики пучков частиц высоких энергий разработан датчик, использующий низкоэнергетичный (20–100 кэВ) электронный пучок [42, 43]. Принцип работы датчика — сканирование тонким электронным пучком с низкой энергией электромагнитного поля интенсивного релятивистского пучка. Этот датчик пригоден к использованию как в линейных, так и в циклических ускорителях. Полная реализация возможностей метода подразумевает измерение как продольного, так и поперечного распределения заряда в исследуемом сгустке, если его продольный размер превышает максимальный поперечный.

Рассмотрим подробнее принцип работы пучкового датчика. Пробный пучок инжектируется в камеру ускорителя вдоль оси x с вертикальным смещением ρ , перпендикулярно исследуемому пучку, движущемуся вдоль оси z , как показано на рис. 2.24. После взаимодействия

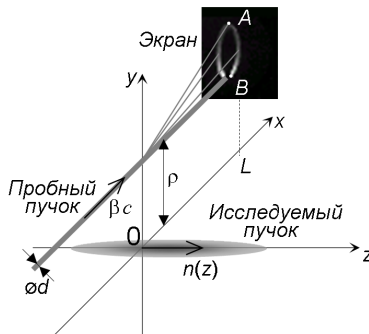


Рис. 2.24. Расположение пробного и исследуемого пучков

2.6. Пучковый датчик

с исследуемым пучком пробный пучок попадает на люминофорный экран, расположенный параллельно плоскости $y-z$ на расстоянии L от оси z . Пусть центр исследуемого пучка находится в начале координат в момент времени $t = 0$, в то время как пробный пучок равномерно распределен вдоль оси x и имеет диаметр $d \ll \rho$. Положим также, что прицельный параметр ρ превышает характерный поперечный размер исследуемого пучка.

В момент времени $t = 0$ каждая частица пробного пучка имеет определенную координату по оси x (используется классическая модель электрона). Угол в направлении y , на который отклоняется частица электрическим полем исследуемого релятивистского пучка, описывается выражением:

$$\theta_y(x) = \frac{2\rho r_e}{\beta} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{n_z(z)}{\rho^2 + (x + \beta z)^2} dz, \quad (2.28)$$

где x — координата частицы пробного пучка в момент времени $t = 0$; r_e — классический радиус электрона; $\beta = v/c$ — релятивистский параметр пробного пучка; $n_z(z)$ — линейная плотность исследуемого пучка вдоль оси z . Выражение для угла отклонения частицы в направлении z магнитным полем пучка выглядит как:

$$\theta_z(x) = 2r_e \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x + \beta z) n_z(z)}{\rho^2 + (x + \beta z)^2} dz. \quad (2.29)$$

В результате пробный пучок описывает на экране замкнутую кривую, определяемую в параметрическом виде выражениями (2.28) и (2.29).

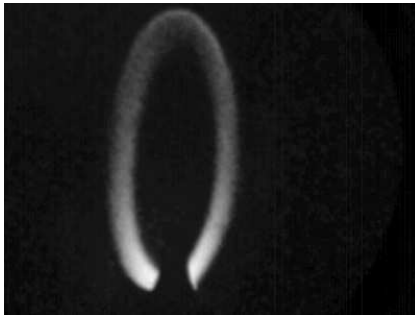


Рис. 2.25. Кривая, описываемая пробным пучком на экране

Характерный пример изображения, производимого одиночным интенсивным сгустком на экране пучкового датчика, приведен на рис. 2.25. Разрыв в нижней части петли связан с тем, что невозмущенный пучок принимается металлической пластинкой для уменьшения фоновой засветки.

Если ток пробного пучка не изменяется во времени ($I = \text{const}$), то можно вывести простое соотношение между x -координатой и распределением плотности заряда $q(l)$ вдоль кривой, описываемой пробным пучком на экране между точками A и B (см. рис. 2.24):

$$x = \frac{\beta c}{I} \int_A^B q(l) dl . \quad (2.30)$$

Поскольку зависимости углов $\theta_y(x)$ и $\theta_z(x)$ от линейной плотности исследуемого пучка $n_z(z)$ описываются выражениями (2.28) и (2.29), то любое из этих выражений может быть использовано для вычисления $n_z(z)$:

$$n_z(z) = \frac{\beta^2}{4\pi^2 r_e} \int_{-\infty}^{+\infty} \theta_y(k) e^{i(kz\beta + |k|\rho)} dk , \quad (2.31)$$

где

$$\theta_y(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} \theta_y(x) e^{-ikx} dx .$$

Таким образом, интегрируя распределение заряда $q(l)$ вдоль траектории луча на экране, можно восстановить координату x , используя соотношение (2.30). Измеряя соответствующие углы отклонения θ_y и θ_z , можно определить зависимости $\theta_y(x)$ и $\theta_z(x)$, подставляя которые в выражение (2.31) можно восстановить распределение линейной плотности заряда вдоль продольной координаты $n_z(z)$ в исследуемом релятивистском сгустке.

Следует подчеркнуть, что выражения (2.28), (2.29) и (2.30) справедливы только для ультрарелятивистского сгустка ($\gamma \gg 1$), при этом дополнительно должно выполняться условие $\theta_y^{\max} \ll 1$. Последнее условие означает малость возмущения продольного импульса пробного пучка, производимого электрическим полем исследуемого релятивистского пучка. Другими словами, максимальный поперечный угол θ_y^{\max} должен быть достаточно малым, чтобы выполнялось предположение о неизменности скорости пробного пучка в направлении x при пролете области

2.6. Пучковый датчик

взаимодействия. В противном случае решение интегральных уравнений типа (2.28), (2.29) наталкивается на серьезные математические трудности. Например, в проекте международного линейного коллайдера ЛС поля исследуемого пучка слишком сильны даже для пробного пучка с энергией 200 кэВ, и величина θ_y^{\max} достигает одного радиана. Формально даже в этом случае соответствующие нелинейные интегральные уравнения могут решаться численно, однако при этом необходимо учитывать следующее очень важное ограничение:

$$\beta \sigma_z \gg \max(\sigma_x, \sigma_y) .$$

Практически данное ограничение означает, что при больших по сравнению с длиной исследуемого пучка прицельных параметрах ρ для достоверного восстановления распределения $n_z(z)$ требуется очень высокая точность измерения зависимости $\theta_y(x)$, которая может оказаться недостижимой в реальном эксперименте.

Конкретная конструкция пучкового датчика зависит от специфики его применения, однако все варианты конструкции имеют много общего. Ниже представлено описание базовой модели, которая в настоящее время успешно работает в составе линейного радиочастотного ускорителя электронов на инжекционном комплексе Института ядерной физики им. Будкера СО РАН [3, 43]. Датчик состоит из электронной пушки; отклоняющей, фокусирующей и детектирующей систем; системы управления и синхронизации; системы питания (рис. 2.26).

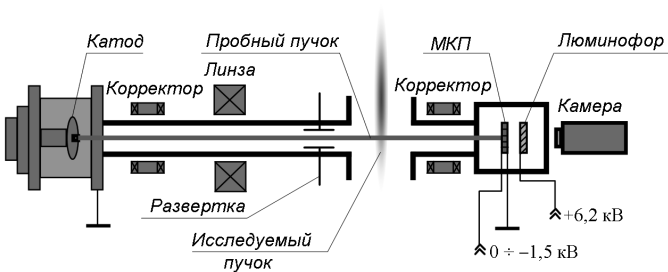


Рис. 2.26. Схема пучкового датчика

Источником пробного пучка является диод с плоским катодом, имеющим диаметр 4 мм. Напряжение на диоде регулируется в пределах 30–100 кВ. Эмиссионная способность катода должна обеспечивать максимальную плотность тока на уровне 3 А/см². Тип и материал катода

могут меняться в зависимости от задачи и вакуумных условий в конкретной системе. Напротив катода в плоском аноде выполнено отверстие диаметром 1,5 мм, которое формирует пробный пучок. Поскольку это отверстие в аноде работает как дефокусирующая иммерсионная линза со значительными aberrациями на краях, то за основным анодным отверстием, в области нулевого электрического поля, располагается вырезающая диафрагма диаметром 0,2 мм. Диафрагма значительно уменьшает фазовый объем пробного пучка, что позволяет иметь минимальный размер пучка на экране не более 0,5 мм во всем диапазоне ускоряющих напряжений.

Для фокусировки пучка с минимальным уровнем aberrаций используется магнитная линза, расположенная приблизительно посередине между пушкой и детектором, чтобы обеспечить минимальный размер пучка на детекторе. Между пушкой и линзой расположен двухкоординатный магнитный корректор, который позволяет компенсировать как неточности выставки электродов пушки, так и внешние магнитные поля. Непосредственно за фокусирующей магнитной линзой располагаются пластины горизонтальной развертки, затем следует область взаимодействия пучков и пролетный промежуток, на протяжении которого угловые отклонения, полученные электронами пробного пучка в области взаимодействия, преобразуются в координаты поперечного смещения на экране детектора. В начале этого участка, сразу за областью взаимодействия, удобно разместить второй двухкоординатный магнитный корректор, аналогичный по конструкции первому, для корректировки положения изображения на экране детектора. В конце пролетного промежутка располагается детектирующая система. В ее состав последовательно по направлению движения тестирующего пучка входят следующие элементы: одна или две микроканальные пластины, люминофорный экран, оптическое вакуумное окно, объектив и цифровая телекамера.

Существенной особенностью прибора является импульсное срабатывание всех систем, кроме магнитной, в строго определенные моменты времени. Временная диаграмма работы систем датчика определяется конкретным приложением и (для представленной выше конфигурации) выглядит следующим образом. Наиболее длительным из всех процессов является существование самого пробного пучка. Диодная пушка питается от импульсного высоковольтного источника питания, который формирует импульс, близкий к прямоугольному, с длительностью от одной до нескольких микросекунд. В момент времени, когда напряжение

и ток пушки устанавливаются на номинальных значениях, происходит пролет исследуемого пучка через область взаимодействия. К этому моменту времени все напряжения в детекторе также должны выйти на номинальный уровень. Пробный электронный пучок попадает на входную поверхность микроканальной пластины (МКП), напряжение на которой в этот момент времени принимает максимальное отрицательное значение (до $-2,5$ кВ). Следует отметить, что максимальное постоянное рабочее напряжение на МКП обычно не должно превышать 900 В, однако в импульсном режиме это напряжение может быть увеличено более чем вдвое. Длительность импульса питания МКП должна, во-первых, существенно превышать длительность исследуемого пучка и время его пролета области взаимодействия, и, во-вторых, должна быть минимально возможной, чтобы минимизировать фоновую засветку МКП электронами и фотонами, не имеющими отношения к пробному пучку. Импульс питания МКП является самым коротким из всех и играет роль быстрого электронного затвора в детектирующей системе. Как следует из сказанного выше, МКП играет одновременно и роль быстрого затвора, и роль усилителя изображения.

Усиленный электронный поток на выходе МКП попадает в ускоряющий зазор между МКП и люминофорным экраном, где ускоряется до энергии около 6 кэВ, необходимой для прохождения электронами тонкого (несколько микрометров) алюминиевого покрытия на входной поверхности люминофора. Такое покрытие обычно наносится на люминофоры высокого разрешения, чтобы предотвратить размытие изображения за счет вторичных электронов, выбитых из люминофора падающим на него пучком. Высвечивание люминофора происходит в течение очень долгого по сравнению с остальными процессами времени — за несколько миллисекунд, что существенно отражается на конструкции прибора для ряда приложений.

Если длительность пробного пучка значительно превышает длительность процесса взаимодействия пучков, то на вход МКП может поступать очень большой заряд за то время, когда нет исследуемого пучка, что приводит к деградации МКП и уменьшению ее коэффициента усиления в том месте, куда попадает пучок. Для предотвращения этого нежелательного явления перед МКП располагается цилиндр Фарадея специальной формы, принимающий на себя пробный пучок в то время, когда исследуемый сгусток в области взаимодействия отсутствует. Этот же цилиндр Фарадея используется для измерения импульсного

значения тока пробного пучка, необходимого для определения продольного распределения заряда в исследуемом сгустке.

Для восстановления продольного распределения заряда в исследуемом пучке необходимо знать поверхностную плотность заряда, попавшего на поверхность детектора, для вычисления которой, в свою очередь, необходимо знать аппаратную функцию этой системы, т. е. зависимость поверхностной плотности падающего на вход заряда от значения яркости изображения в соответствующей области экрана. Калибровка детектора проводится с помощью создания на поверхности МКП контролируемого заряда с поверхностной плотностью, сравнимой с той, которая получается при взаимодействии пробного пучка с электромагнитными полями исследуемого пучка. Если измерить зависимость напряжения от времени на пластинах развертки, то можно достаточно точно рассчитать скорость движения пробного электронного пучка по входной поверхности МКП, которая вместе с измеренным током пробного пучка используется для расчета плотности заряда, падающего на поверхность МКП. Сопоставляя затем эту плотность с соответствующим значением яркости изображения на экране, можно провести калибровку детектора.

Возможной областью применения пучкового датчика являются циклические ускорители и накопители электронов и позитронов. Впервые этот метод диагностики ультрарелятивистских пучков был опробован на ускорительном комплексе ВЭПП-4 в Институте ядерной физики им. Будкера СО РАН [43]. Основной особенностью пучкового датчика в циклическом ускорителе является регистрация изображений одного и того же сгустка на различных оборотах. Поскольку время свечения люминофора (несколько миллисекунд) значительно превышает период обращения пучка (от единиц до десятков микросекунд), то несколько пооборотных изображений приходится размещать на одном экране. При этом используется горизонтальная развертка, и, соответственно, горизонтальный размер регистрирующей системы ограничивает количество размещаемых на экране изображений. Возможность создания последовательной серии измерений была продемонстрирована на электрон-позитронном коллайдере ВЭПП-4М.

Размеры и устройство пучкового датчика для циклических ускорителей мало отличается от соответствующего прибора для линейных ускорителей, лишь несколько увеличивается горизонтальный размер экрана. На рис. 2.27 представлена фотография пучкового датчика, установленного на электрон-позитронном коллайдере ВЭПП-4М.

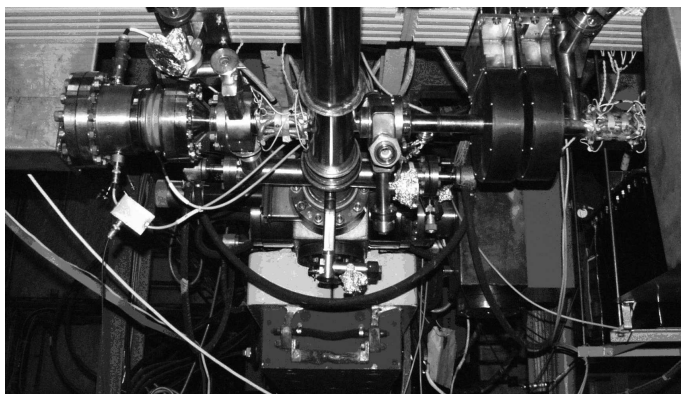


Рис. 2.27. Фотография пучкового датчика ВЭПП-4М

Интересной особенностью данного метода является то, что изображение на экране может быть очень чувствительно к форме сгустка, и опытный оператор, опираясь на результаты численного моделирования, может четко представлять, что происходит с конкретным сгустком в ускорителе.

Другой перспективной областью применения пучкового датчика может стать диагностика интенсивных и достаточно длинных (сотни наносекунд) протонных пучков на энергиях около 1 ГэВ и со средней мощностью в несколько мегаватт. В данном случае пучковый датчик позволяет неразрушающим образом контролировать состояние протонного пучка во время работы установки.

Пробный пучок также чувствителен к полям излучения, производимым интенсивными сгустками в ускоряющих структурах и распространяющимся по вакуумной камере ускорителя. Поля излучения модулируют скорость электронов в пробном пучке, что приводит к модуляции яркости изображения пучка на экране. Таким образом, пучковый датчик в принципе может быть использован для регистрации полей излучения.

2.7. Лазерные измерители профиля пучка

Для измерения поперечного размера пучка в будущих линейных коллайдерах предложена концепция прибора, основанного на использовании комптоновского рассеяния (laser wire technique) [44, 45]. Линейные

электрон-позитронные коллайдеры с энергией пучков до нескольких тераэлектрон-вольт и с рекордно высокой светимостью будут, по-видимому, первыми ускорителями, требующими неразрушающих измерений микронных и субмикронных размеров пучка в режиме *on-line*. Эти измерения необходимы для непрерывной подстройки фазового объема пучков с целью повышения светимости. Типичные плотности пучков в линейных коллайдерах существенно превышают значения, достаточные для плавления и испарения любого материала за один пролет пучка, что делает невозможным использование традиционных вторично-эмиссионных датчиков.

Использование остро сфокусированного луча мощного лазера с дифракционной расходимостью позволяет разработать измеритель поперечного размера пучка (*laser wire*), функционально похожий на вторично-эмиссионный датчик с движущейся проволокой (*wire scanner*). Основная идея датчика — замена металлической проволоки тонким лучом лазера. Используемый физический процесс — эффект Комптона, рассеяние фотонов на пучке частиц. Подробная теория релятивистского эффекта Комптона изложена, например, в [15].

Следуя [46], запишем основные формулы, касающиеся использования эффекта Комптона для диагностики пучка. Если луч лазера пересекает пучок электронов под прямым углом и мощность лазерного излучения равномерно распределена вдоль траектории взаимодействия с пучком, среднее число комптоновских гамма-квантов описывается выражением:

$$\langle N_\gamma \rangle = \sigma_c \langle n_0 \rangle N_e d = \frac{\sigma_c}{c\hbar\omega_0} \rho_L N_e d, \quad (2.32)$$

где N_e — число частиц в пучке; d — длина взаимодействия; $\langle n_0 \rangle = \frac{\rho_L}{c\hbar\omega_0}$ — средняя плотность фотонов; ρ_L — плотность мощности и ω_0 — частота лазерного излучения. Сечение комптоновского рассеяния σ_c связано с сечением томсоновского рассеяния $\sigma_e = \frac{8\pi}{3} r_e^2$ соотношением

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_e} = \frac{3}{4} \left\{ \frac{1 + \epsilon}{\epsilon^3} \left[\frac{2\epsilon(1 + \epsilon)}{1 + 2\epsilon} - \ln(1 + 2\epsilon) \right] + \frac{1}{2\epsilon} \ln(1 + 2\epsilon) - \frac{1 + 3\epsilon}{(1 + 2\epsilon)^2} \right\}, \quad (2.33)$$

где $\epsilon = \frac{\gamma\hbar\omega_0}{m_e c^2}$; r_e — классический радиус электрона; $\gamma = \frac{E}{m_e c^2}$ — релятивистский фактор, E — энергия электронного пучка.

2.7. Лазерные измерители профиля пучка

Спектр комптоновских гамма-квантов имеет вид:

$$\frac{d\sigma}{dw} = \frac{3\sigma_e}{8\epsilon} \left\{ \frac{1}{1-w} + 1 - w + \left[\frac{w}{\epsilon(1-w)} \right]^2 - \frac{2w}{\epsilon(1-w)} \right\}, \quad (2.34)$$

где $w \equiv \hbar\omega_\gamma/E$ — энергия гамма-квантов, нормализованная на энергию электронов. Максимальная энергия фотонов равна

$$\hbar\omega_{\max} = \frac{2E\epsilon}{1+2\epsilon}.$$

Поток комптоновских гамма-квантов сосредоточен в конусе, угол раскрытия которого составляет величину порядка критического угла

$$\theta_c = \frac{\sqrt{1+2\epsilon}}{\gamma}.$$

Измеряя скорость счета рассеянных гамма-квантов (или электронов) как функцию положения луча лазера относительно пучка, можно вычислить поперечное распределение частиц в пучке.

С помощью комптоновского рассеяния, применяя различные оптические схемы, возможно измерение как поперечного, так и продольного профиля релятивистского электронного или позитронного пучка.

2.7.1. Лазерный сканер

В схеме измерителя поперечного профиля пучка луч лазера сфокусирован в маленькое пятно с гауссовским распределением мощности. Для остро сфокусированного луча лазера с дифракционной расходимостью минимально достижимый среднеквадратичный размер пятна σ_r дается формулой:

$$\sigma_r = \frac{\lambda}{\pi\theta},$$

где λ — длина волны лазера; θ — половина угла расходимости лазерного луча в перетяжке (рис. 2.28).

Расстояние, на котором луч лазера расходится в $\sqrt{2}$ раз от минимального размера, называется рэлеевской длиной $x_R = 4\pi\sigma_r^2/\lambda$ и определяет границы используемого участка луча. В оптике с дифракционной расходимостью минимально достижимый размер светового пятна составляет величину порядка длины волны λ . Лазер

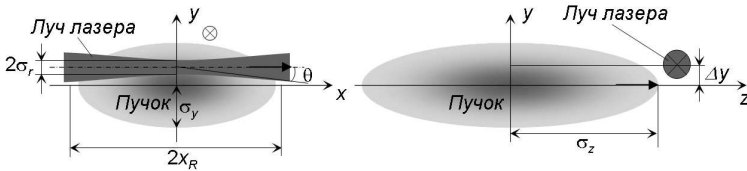


Рис. 2.28. Схема сканирования пучка лучом лазера

на иттрий-алюминиевом гранате (YAG) или неодим-иттрий-литий-фториде (Nd:YLF), работающий на высших гармониках, позволяет проводить прецизионное сканирование электронных пучков с поперечными размерами от 350 нм. Разрешение такого датчика может быть улучшено примерно вдвое с помощью генерации поперечной дипольной моды на полуволновой пластинке, установленной на пути лазерного луча.

Луч мощного лазера с помощью системы зеркал разделяется на два направления для измерения как горизонтального, так и вертикального распределения интенсивности пучка (рис. 2.29). Сканирование осуществляется посредством акусто-оптических сканеров или зеркал, управляемых пьезокристаллическими приводами. Лазерный луч фокусируется перед взаимодействием с электронным пучком. После взаимодействия электронный пучок движется по криволинейной траектории в поле поворотного магнита, а комптоновские гамма-кванты летят по прямой и попадают на детектор. Рассеянные электроны отклоняются поворотным магнитом сильнее, чем электроны с номинальной энергией, и также могут регистрироваться детектором частиц.

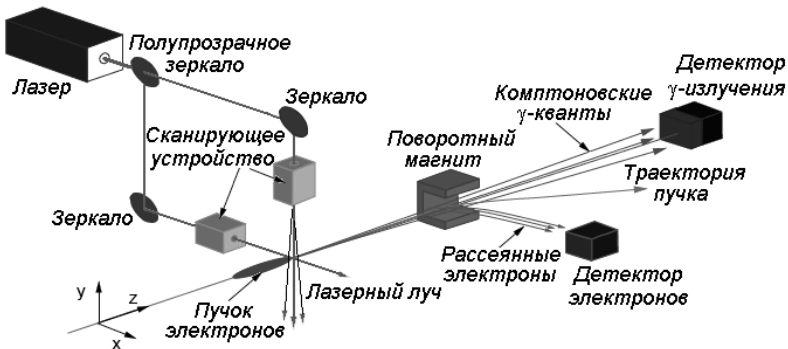


Рис. 2.29. Схема лазерного сканера

2.7. Лазерные измерители профиля пучка

Полагая, что частицы пучка и мощность лазерного луча имеют гауссовское поперечное распределение со среднеквадратичной шириной σ_y и σ_r соответственно, можно оценить среднее число комптоновских гамма-квантов в зависимости от смещения вдоль оси y (см. рис. 2.28):

$$\langle N_\gamma \rangle = \frac{P_L \sigma_c}{c \hbar \omega_0} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_s} e^{-\frac{y^2}{2\sigma_s^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_r} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{z^2}{2\sigma_r^2}} dz, \quad (2.35)$$

где P_L — мощность лазера; σ_s — размер области взаимодействия; $\sigma_s^2 = \sigma_y^2 + \sigma_r^2$. Импульсная мощность лазерного луча должна быть порядка нескольких мегаватт для того, чтобы получить несколько тысяч комптоновских гамма-квантов за одно сканирование [46].

2.7.2. Лазерный интерферометр

Идея использования интерференционной картины, производимой двумя скрещенными лазерными лучами, для измерения размеров пучков в нанометровом диапазоне была впервые предложена и успешно проверена в эксперименте FFTB (Final Focus Test Beam) в Stanford Linear Accelerator Center, США [47]. Шаг интерференционной картины, пример которой приведен на рис. 2.30, зависит от длины волны лазера и угла пересечения лучей.

Движение электронного пучка поперек полос интерференционной картины приводит к модуляции интенсивности потока комптоновских гамма-квантов, рожденных высокоэнергетичными электронами в электромагнитном поле лазерного излучения. Если размер пучка велик по сравнению с периодом интерференционных полос, то пучок всегда

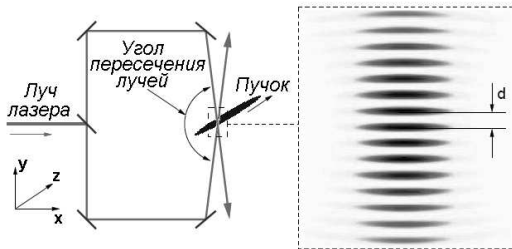


Рис. 2.30. Интерференционная картина

пересекает несколько максимумов и минимумов интерференционной картины и число комптоновских гамма-квантов слабо зависит от положения пучка. Если же размер пучка много меньше периода интерференционных полос, то число гамма-квантов пропорционально яркости интерференционной картины в данной точке. Зависимость числа комптоновских гамма-квантов N_γ от поперечного положения пучка y может быть представлена в виде

$$N_\gamma = A + B \cos(2\pi ky + \text{const}),$$

где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число лазерного излучения. Отношение $B/A = 0$, если поперечный размер пучка много больше области взаимодействия, и $B/A = 1$, для бесконечно тонкого пучка. Таким образом, размер пучка может быть вычислен из измеренной величины B/A .

Схема лазерного интерферометра показана на рис. 2.31. Лазерный луч делится на два, которые направляются в плоскости $x-y$ с разных сторон к траектории электронного пучка и фокусируются в одну точку на траектории. Вокруг этой точки формируется интерференционная картина. Электронный пучок, движущийся вдоль оси z , взаимодействуя с полями лазерных лучей, производит комптоновские гамма-кванты, после чего отклоняется от прямолинейной траектории поворотным магнитом. Интенсивность потока комптоновских фотонов регистрируется детектором. Магнит-корректор, расположенный перед

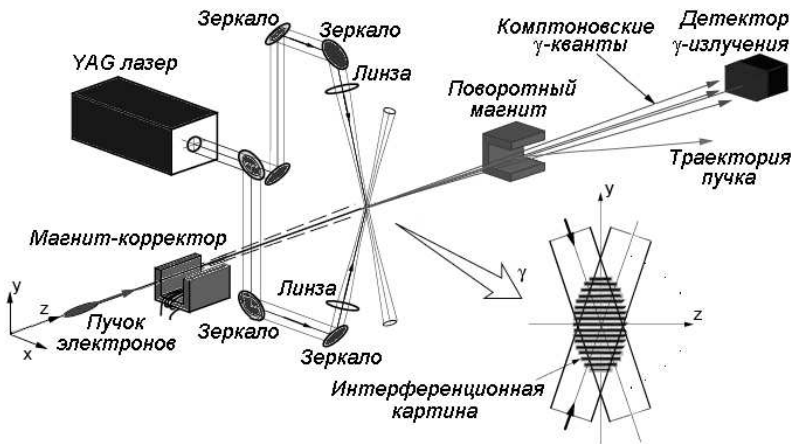


Рис. 2.31. Схема лазерного интерферометра

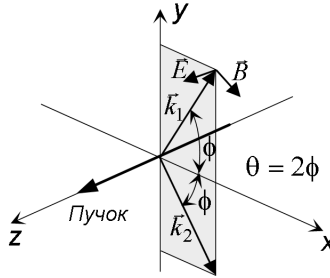


Рис. 2.32. Расположение лазерных лучей и пучка

областью взаимодействия пучка с лазерным излучением, обеспечивает сканирование пучком, производимое поперек интерференционных полос.

Следуя [46], оценим интенсивность комптоновского излучения, производимого электронами пучка в электромагнитном поле лазерных лучей в области интерференции. Компоненты волновых векторов \vec{k}_1 и \vec{k}_2 , характеризующих два лазерных луча, выражаются следующим образом:

$$\vec{k}_1 = \begin{pmatrix} k_{1x} \\ k_{1y} \\ k_{1z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \cos \phi \\ k \sin \phi \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{k}_2 = \begin{pmatrix} k_{2x} \\ k_{2y} \\ k_{2z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \cos \phi \\ -k \sin \phi \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.36)$$

где $\theta = 2\phi$ — угол пересечения лучей (рис. 2.32); $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число лазерных фотонов.

Если поляризация лазерного излучения такова, что электрическое поле параллельно траектории электронов (вдоль оси z), а магнитное поле ориентировано в плоскости $x-y$, то компоненты магнитного поля имеют вид:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 2B_0 \begin{pmatrix} \sin \phi \sin k_y y \sin(\omega t - k_x x) \\ \cos \phi \cos k_y y \cos(\omega t - k_x x) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.37)$$

где $k_x = k \cos \phi$; $k_y = k \sin \phi$. Как видно из (2.37), интерференция двух лазерных лучей образует стоячую волну в вертикальном направлении и бегущую волну в горизонтальном. Изменяя угол пересечения лучей

$\theta = 2\phi$, можно регулировать период интерференционной картины

$$d = \frac{\pi}{k_y} = \frac{\lambda}{2 \sin \phi}$$

в соответствии с измеряемым размером пучка.

В области взаимодействия на электроны будет действовать сила Лоренца. Поперечное ускорение \vec{a}_\perp релятивистского электрона ($v \simeq c$) описывается выражением

$$\vec{a}_\perp = e \left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right)_\perp \simeq e c \begin{pmatrix} -B_y \\ B_x \end{pmatrix}, \quad (2.38)$$

где B_x , B_y — компоненты магнитного поля (2.37). Число генерируемых комптоновских фотонов N_γ пропорционально квадрату поперечного ускорения \vec{a}_\perp , усредненному по времени:

$$\begin{aligned} N_\gamma &\propto \langle a_\perp^2 \rangle \propto \langle B_x^2 + B_y^2 \rangle = \\ &= 2B_0^2 (\sin^2 \phi \sin^2 k_y y + \cos^2 \phi \cos^2 k_y y) = \\ &= 2B_0^2 (1 + \cos \theta \cos 2k_y y). \end{aligned} \quad (2.39)$$

Для электронного пучка с гауссовским распределением плотности частиц модуляция потока комптоновских гамма-квантов может быть записана следующим образом:

$$N_\gamma \propto \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_y} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[-\frac{(y - y_0)^2}{2\sigma_y^2} \right] (1 + \cos \theta \cos 2k_y y) dy, \quad (2.40)$$

где σ_y — среднеквадратичный вертикальный размер электронного пучка; y_0 — вертикальное положение центра масс пучка; $k_y = \frac{2\pi \sin \phi}{\lambda}$. Интегрируя (2.40), получим зависимость числа комптоновских гамма-квантов от положения пучка:

$$N_\gamma(y_0) = \frac{\langle N_\gamma \rangle}{2} \left[1 + \cos 2k_y y_0 \cos \theta e^{-2(k_y \sigma_y)^2} \right]. \quad (2.41)$$

Глубина модуляции потока комптоновских гамма-квантов, определенная как $M = \frac{N_{\gamma\max} - N_{\gamma\min}}{N_{\gamma\max} + N_{\gamma\min}}$, описывается выражением:

$$M = |\cos \theta| e^{-2(k_y \sigma_y)^2}. \quad (2.42)$$

2.7. Лазерные измерители профиля пучка

Таким образом, используя (2.42), мы можем вычислить размер пучка σ_y по измеренной глубине модуляции M интерференционной картины:

$$\sigma_y = \frac{d}{2\pi} \sqrt{2 \ln \frac{|\cos \theta|}{M}}. \quad (2.43)$$

При практическом рассмотрении должны учитываться следующие корректирующие факторы. Во-первых, интенсивность лазерного излучения не однородна в поперечном профиле, $I(r) = I_0 \exp(-r^2/2\sigma_z^2)$. Во-вторых, мощность двух пересекающихся лазерных лучей не одинакова, хотя к счастью, зависимость контрастности интерференционной картины от дисбаланса мощности является слабой. В-третьих, размер электронного пучка изменяется вдоль оси z : $\sigma_y = \sigma_y^* \sqrt{1 + (z/\beta_y^*)^2}$, где σ_y^* и β_y^* — вертикальный размер пучка и бета-функция в центре области взаимодействия. С учетом всех вышеизложенных факторов глубина модуляции потока комптоновских гамма-квантов имеет вид:

$$M = \frac{2\sqrt{P_2/P_1}}{1 + P_2/P_1} \frac{1}{\sqrt{1 + (2k_y\sigma_y^*)^2(\sigma_z/\beta_y^*)^2}} |\cos \theta| e^{-2(k_y\sigma_y)^2}. \quad (2.44)$$

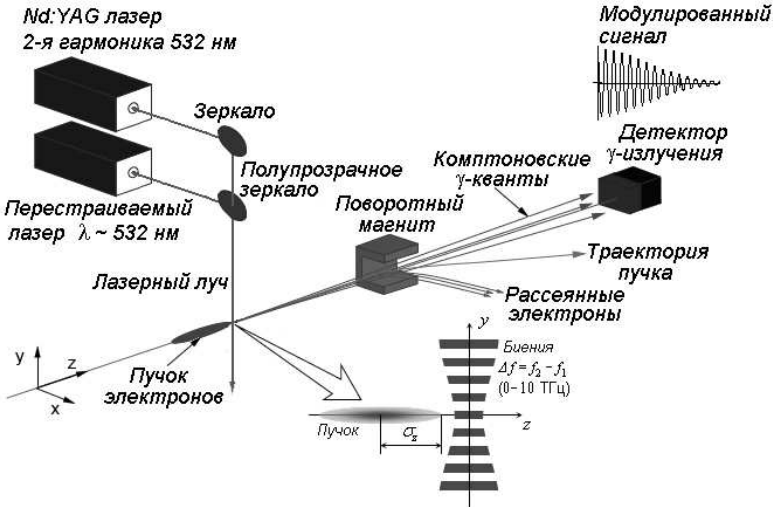


Рис. 2.33. Схема измерения длины сгустка

В эксперименте ФФТВ [47] при $\beta_y^* = 100$ мкм и $\sigma_z = 50$ мкм величина поправки составила 6 %. Использовался Nd:YAG-лазер с длиной волны 1064 нм ($\hbar\omega = 1,17$ эВ). Длительность лазерного импульса 10 нс, энергосодержание 100 мДж, плотность мощности лазерного луча в фокусе $\rho_L = 1,3 \cdot 10^{15}$ Вт/м², плотность фотонов в одном луче $\langle n_0 \rangle = 2,3 \cdot 10^{19}$ см⁻². Среднее число гамма-квантов, генерируемых при комптоновском рассеянии электронов на фотонах одного лазерного луча, рассчитанное по формуле (2.32), составляет $N_\gamma = 1000$ при $E = 50$ ГэВ; $N_e = 10^{10}$; $\epsilon = \frac{\gamma \hbar \omega_0}{m_e c^2} = 0,22$; $\sigma_c = 0,72 \sigma_0$.

Лазерный интерферометр позволяет также проводить измерения длины электронного сгустка по гетеродинной схеме, используя интерференцию двух лазерных лучей, имеющих немного разные частоты световых колебаний. Таким образом создается модуляция интерференционной картины во времени с частотой, равной разности оптических частот пересекающихся лучей (рис. 2.33). Число комптоновских гамма-квантов, производимых электронным пучком, пересекающим область интерференции, зависит от фазы пролета сгустка. В результате, измеряя распределение вероятности регистрации комптоновских фотонов, можно получить информацию о длине сгустка.

Глава 3

Оптические датчики

Датчики, использующие синхротронное излучение (СИ), широко применяются как для визуального наблюдения (телевизионная камера), так и для измерения продольных и поперечных размеров пучка частиц (диссектор, стрик-камера, ПЗС-матрицы). Синхротронное излучение генерируется релятивистским пучком в поле поворотных магнитов или специализированных устройств для генерации СИ — вигглеров и ондуляторов. Оптические датчики не влияют на исследуемый пучок частиц, имеют хорошую чувствительность, а также высокое пространственное и временное разрешение. Однако для размещения оптических датчиков необходимо иметь в вакуумной камере ускорителя специальный участок с окном для вывода излучения. Это условие налагает некоторые ограничения на возможность использования оптических датчиков.

Ниже перечислены типичные оптические датчики, применяющиеся на современных ускорительных установках:

- **телевизионные камеры** — широко используются для визуального наблюдения пучка;
- **фотоэлектронные умножители (ФЭУ)** — имеют очень высокую чувствительность, близкую к предельно возможной;
- **диссектор** — используется для измерения продольного размера пучка стробоскопическим методом;
- **стрик-камера** — обладает высоким временным разрешением, используется для визуализации быстропротекающих процессов;
- **ПЗС-матрицы** — благодаря широкому динамическому диапазону и хорошему пространственному разрешению, практически повсеместно применяются для измерения поперечного распределения плотности пучка;
- **интерферометры** — обеспечивают рекордно высокое пространственное разрешение.

3.1. Синхротронное излучение и параметры пучка

Синхротронное излучение (СИ, магнитотормозное излучение) возникает при движении релятивистских заряженных частиц в магнитном поле. Свойства СИ определяются энергией частиц E и радиусом поворота R в дипольном магнитном поле B

$$R = \frac{\beta E}{eBc}, \quad (3.1)$$

где $\beta = v/c = \sqrt{1 - \gamma^{-2}}$, $\gamma = E/m_e c^2$.

Синхротронное излучение имеет широкий спектр фотонов, экспоненциально спадающий выше критической энергии

$$\varepsilon_c = \frac{3}{2} \hbar \frac{c}{R} \gamma^3 \equiv \hbar \omega_c, \quad (3.2)$$

где $\hbar \equiv h/2\pi \simeq 1,054 \cdot 10^{-34}$ Дж·с — постоянная Планка. Половина всей мощности СИ излучается в диапазоне энергий выше критической, половина — ниже критической. Максимум спектрального распределения приходится на частоту $\omega_m = 2,38 \omega_c$.

Спектр СИ, состоящий из тесно лежащих высоких гармоник частоты обращения, практически непрерывен. Спектральное и угловое распределение фотонов описывается формулой

$$\frac{dN}{d\Omega} = \frac{3\alpha\gamma^6}{4\pi^2} \frac{\Delta\omega}{\omega} \frac{I_b}{e} \frac{\omega^2}{\omega_c^2} (\gamma^{-2} + \psi^2)^2 \left[K_{2/3}^2(\xi) + \frac{\psi^2}{\gamma^{-2} + \psi^2} K_{1/3}^2(\xi) \right], \quad (3.3)$$

где $dN/d\Omega$ — число фотонов в секунду на 1 стерадиан телесного угла; ψ — угол в плоскости, перпендикулярной плоскости поворота; $\alpha = 1/137$ — постоянная тонкой структуры; $\Delta\omega/\omega$ — относительный диапазон частот; I_b — ток пучка; $K_{2/3}$ и $K_{1/3}$ — модифицированные функции Бесселя порядка $2/3$ и $1/3$, соответственно; $\xi = \frac{\omega}{2\omega_c} (1 + \gamma^2 \psi^2)^{3/2}$. В формуле (3.3) первый член в квадратных скобках соответствует излучению, поляризованному в плоскости поворота (σ -mode), второй — излучению, поляризованному в перпендикулярной плоскости (π -mode).

Проинтегрировав (3.3) по углу ψ , перпендикулярному плоскости поворота, получим спектральное распределение потока фотонов на

3.1. Синхротронное излучение

единицу угла поворота

$$\frac{dN}{d\theta} = \frac{\sqrt{3}\alpha\gamma}{2\pi} \frac{\Delta\omega}{\omega} \frac{I_b}{e} \frac{\omega}{\omega_c} \int_{\omega/\omega_c}^{\infty} K_{5/3}(x) dx, \quad (3.4)$$

где $K_{5/3}$ — модифицированная функция Бесселя порядка 5/3. На рис. 3.1 приведены примеры расчетных спектров синхротронного излучения для установок Сибирь-1 (Россия, $E = 450$ МэВ), Elettra (Италия, $E = 2$ ГэВ) и ESRF (Франция, $E = 6$ ГэВ). Максимум мощности излучения с увеличением энергии электронов смещается в сторону все более коротких длин волн. При энергии электронов в несколько десятков МэВ максимум излучения попадает в область видимого спектра, при энергии в несколько ГэВ максимум находится в области рентгеновского излучения.

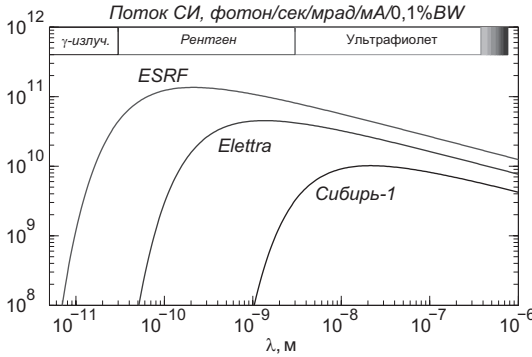


Рис. 3.1. Спектры синхротронного излучения

Полная мощность синхротронного излучения пучка, циркулирующего в циклическом ускорителе, рассчитывается по формуле:

$$P = \frac{4\pi}{3} \frac{m_e c^2}{e} \frac{r_e}{R} I_b \gamma^4, \quad (3.5)$$

где $r_e = 2,818 \cdot 10^{-15}$ м — классический радиус электрона. На рис. 3.2 показана зависимость мощности СИ от энергии пучка для трех значений магнитного поля: 0,1 Тл, 1 Тл и 10 Тл. Также отмечена расчетная мощность СИ из поворотных магнитов для установок Сибирь-1, Elettra и ESRF.

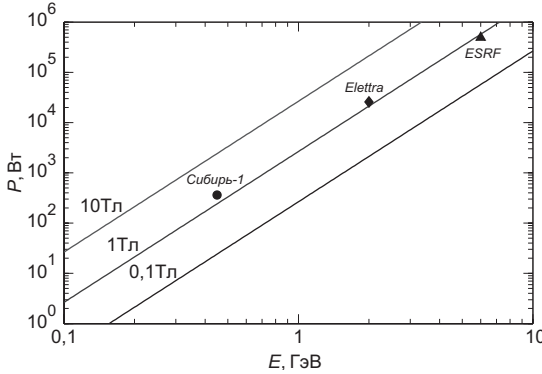


Рис. 3.2. Мощность синхротронного излучения

По измеренной мощности излучения в узком интервале длин волн $\Delta\lambda$ можно рассчитать интенсивность пучка частиц. Интервал $\Delta\lambda$ вырезается в области максимальной чувствительности регистрирующего прибора с помощью либо призмических монохроматоров, либо интерференционных светофильтров, интенсивность СИ обычно измеряется фотоэлектронным умножителем.

Одним из основных факторов, обуславливающих широкое использование синхротронного излучения для диагностики пучка, является короткое время излучения, позволяющее получать информацию о длине сгустка и продольной динамике пучка. Длительность светового импульса, излученного одним электроном, составляет величину порядка $R/(c\gamma^3)$, обычно не превышающую 10^{-15} с.

При движении электрона с ультрарелятивистской скоростью ($\beta \simeq 1$) синхротронное излучение характеризуется острой диаграммой направленности. Практически все излучение сосредоточено в узком конусе с осью, направленной вдоль вектора скорости электрона, и с характерным углом раствора

$$\psi_m = \begin{cases} \frac{1}{\gamma} \sqrt{\frac{\omega_c}{\omega}} & \omega \ll \omega_c \\ \frac{1}{\gamma} & \omega \sim \omega_c \\ \frac{1}{\gamma} \sqrt{\frac{\omega_c}{\omega}} & \omega \gg \omega_c \end{cases} \quad (3.6)$$

Так как угловая расходимость СИ мала, поперечное распределение интенсивности пучка СИ с хорошей точностью повторяет поперечное

3.2. Фотоэлектронный умножитель

распределение интенсивности пучка частиц, что позволяет использовать синхротронное излучение для измерения поперечных размеров пучка.

Для большинства существующих циклических ускорителей длина волны видимой области СИ превышает критическую длину волны

$$\lambda_c = \frac{4\pi R}{3\gamma^3}, \quad (3.7)$$

и видимое излучение сосредоточено в конусе с углом раствора

$$\psi_m = \sqrt[3]{\frac{3\lambda}{4\pi R}}. \quad (3.8)$$

В широком диапазоне энергий пучка этот угол не превышает нескольких миллирадиан. Отсюда можно вывести дифракционный предел пространственного разрешения:

$$\delta_d = \frac{\lambda}{4\pi\psi_m} = \sqrt[3]{\frac{R}{3} \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2}. \quad (3.9)$$

Для видимого диапазона величина δ_d составляет несколько десятков микрон. В некоторых современных ускорителях поперечные размеры пучка сравнимы с дифракционным пределом, поэтому достижение требуемого разрешения является непростой инженерной задачей.

3.2. Фотоэлектронный умножитель

Фотоэлектронный умножитель (Photomultiplier tube, PMT) является в высшей степени чувствительным прибором для измерения интенсивности света в видимом, инфракрасном и ультрафиолетовом диапазонах [48] (рис. 3.3). Фотоэлектронные умножители преобразуют падающий световой поток в электрический ток и усиливают сигнал до 10^8 раз, что позволяет регистрировать единичные фотоны. Таким образом, чувствительность ФЭУ близка к предельно возможной.

Сочетание высокой чувствительности, низких собственных шумов и широкополосной частотной характеристики обуславливает широкое использование ФЭУ в физике элементарных частиц, ускорительной физике, астрономии и других областях. В последнее время разработаны полупроводниковые приборы, такие как лавинный фотодиод, способные

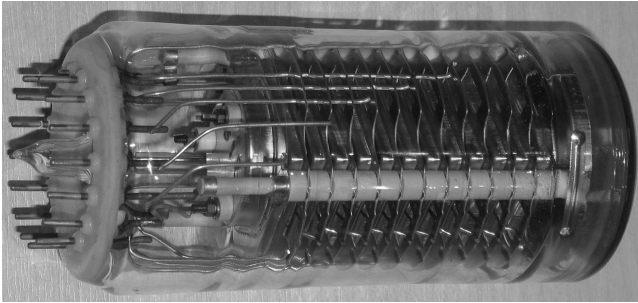


Рис. 3.3. Фотография фотоэлектронного умножителя

в некоторых случаях заменить ФЭУ, однако фотоэлектронный умножитель по-прежнему является одним из самых востребованных приборов.

Конструктивно ФЭУ представляет собой вакуумный объем, в котором расположены фотокатод, фокусирующий электрод, система динодов и анод (рис. 3.4). Фотоны, падающие на фотокатод, обычно напыленный на входное окно прибора, выбивают электроны, которые с помощью высоковольтного фокусирующего электрода направляются на электронный умножитель, состоящий из последовательно размещенных динодов. На каждом диноде поддерживается положительный потенциал, больший, чем на предыдущем. Энергия фотоэлектронов,

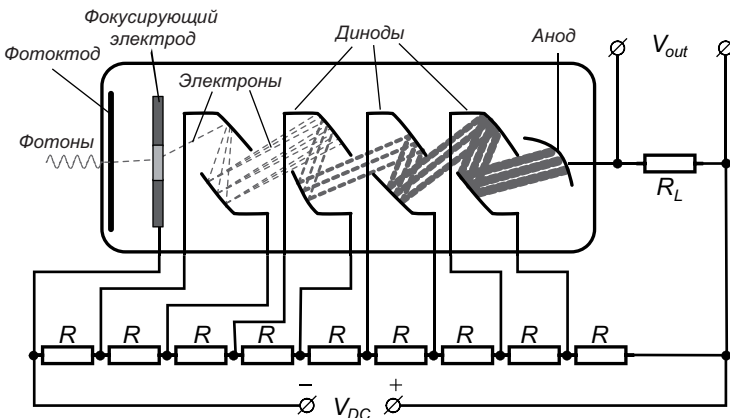


Рис. 3.4. Принцип работы ФЭУ

покидающих катод, равна энергии фотонов за вычетом работы выхода, определяемой материалом фотокатода. Эти электроны ускоряются и фокусируются электрическим полем, после чего попадают на первый диод с существенно большей энергией, что приводит к выбиванию из диода вторично-эмиссионных электронов, которые в свою очередь ускоряются и попадают на следующий диод, и т.д. Геометрия диодов выбирается таким образом, чтобы добиться максимального увеличения количества электронов на каждом каскаде, за счет чего достигается большой коэффициент усиления тока электронов. Усиленный электронный поток попадает на анод и генерирует в цепи анода импульс тока, пропорциональный количеству фотонов, попавших на фотокатод.

Для работы ФЭУ требуется высоковольтное питание 1–2 кВ. Потенциалы диодов обычно распределяются от одного высоковольтного источника с помощью резистивного делителя напряжения, хотя иногда используются независимые активные источники на транзисторах или диодах. Характеристики делителя напряжения влияют на ширину полосы и время нарастания сигнала прибора, поэтому в некоторых случаях к делителю предъявляются довольно высокие требования.

Благодаря высокой чувствительности в диагностике пучка ФЭУ обычно используются для регистрации пучков малой интенсивности, в частности при проводке первого оборота и настройке захвата пучка в режим циркуляции ускоряющим ВЧ-напряжением.

3.3. Многоанодный ФЭУ

Ряд интересных задач физики пучков, таких как исследования неустойчивостей, эффектов встречи в коллайдерах, нелинейной динамики пучка и т. д., требуют измерения на каждом обороте как положения центра масс пучка, так и его поперечных размеров. Некоторые эксперименты, например измерение энергетического разброса электронного пучка в циклическом ускорителе, необходимо проводить с пучками малой интенсивности (несколько микроампер) для уменьшения паразитных коллективных эффектов.

Для решения подобных задач в Институте ядерной физики им. Будкера СО РАН разработан новый прибор для пооборотного измерения поперечного распределения интенсивности пучка [49]. В основе прибора — многоанодный фотоэлектронный умножитель (Multi-anode photomultiplier tube, MAPMT). Внешний вид и схема устройства

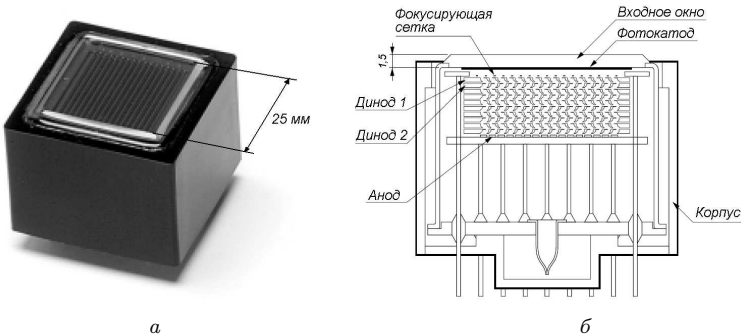


Рис. 3.5. 16-анодный ФЭУ Hamamatsu R5900U-00-L16: а — фотография, б — схема

16-анодного ФЭУ Hamamatsu R5900U-00-L16 [50] показаны на рис. 3.5, основные технические характеристики приведены ниже.

Спектральная чувствительность	300 ÷ 650 нм
Длина волны максимальной чувствительности	450 нм
Размер входного окна ФЭУ	30 × 30 мм ²
Число каналов	16
Ширина канала	1 мм
Минимальная рабочая поверхность одного канала	0,8 × 16 мм ²
Время нарастания сигнала	0,6 нс
Число каскадов усиления динодной системы	10
Напряжение питания анод–катод	600–900 В
Темновой ток анода, типичный/максимальный	0,2/2 нА
Средний ток анода	0,01 мА
Максимальный импульсный ток анода	0,5 мА
Согласованность анодов	не хуже 1 : 0,7

Кроме ФЭУ, в состав прибора входит 12-разрядный аналого-цифровой преобразователь (АЦП), встроенная память размером 4 Мб, контроллер и 100-Мбит интерфейс Ethernet. Объем памяти позволяет сохранять до 2^{17} измеренных поперечных сечений пучка в одной плоскости, по 16 точек каждое. Период измерений можно варьировать в диапазоне $(1-2^8)T_0$, где T_0 — период обращения пучка ($T_0 = 1220$ нс для электрон-позитронного коллайдера ВЭПП-4М). Таким образом, прибор позволяет получить информацию о поперечном движении пучка в полосе частот шириной 10 Гц–1 МГц в течение 20–0,16 с соответственно.

3.3. Многоанодный ФЭУ

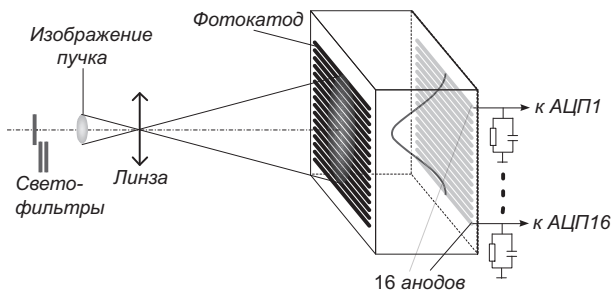


Рис. 3.6. Оптическая схема поворотного профилометра

Для достижения оптимального пространственного разрешения используется оптическая система увеличения изображения пучка, проецируемого на фотокатод многоанодного ФЭУ (рис. 3.6). Высокая чувствительность ФЭУ в сочетании с дистанционно управляемыми

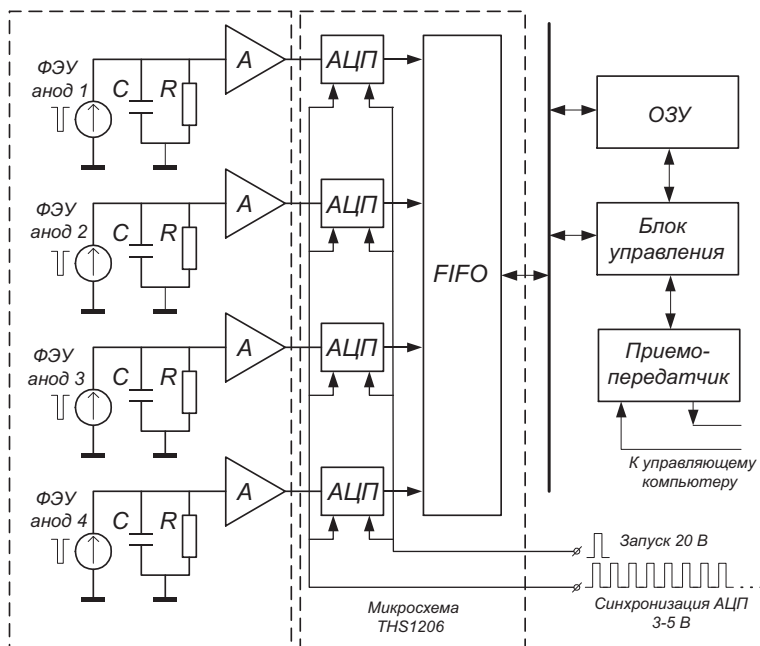


Рис. 3.7. Структурная схема обрабатывающей электроники

светофильтрами обеспечивает широкий динамический диапазон прибора — до 10^3 , что соответствует рабочему диапазону тока пучка ВЭПП-4М от 10 мкА до 10 мА.

Структурная схема электроники для обработки сигнала ФЭУ приведена на рис. 3.7. Многоанодный ФЭУ обозначен на ней как источник тока, генерирующий импульсы с частотой обращения пучка. После интегрирующей RC -цепочки импульсы усиливаются и подаются на входы аналого-цифровых преобразователей. Длительность переднего фронта импульса, определяемая временным разрешением ФЭУ и усилителя, составляет около 10 нс. Постоянная времени спада импульса $\tau = RC$ обычно выбирается в пределах нескольких сот наносекунд. Момент времени измерения амплитуды сигнала определяется с учетом следующих простых соображений: с одной стороны, желательно увеличить амплитуду сигнала для наиболее эффективного использования разрядов АЦП и увеличения точности измерений; с другой стороны, необходимо обеспечить хорошую повторяемость сигнала от оборота к обороту, чего можно добиться на более пологом участке кривой (рис. 3.8).

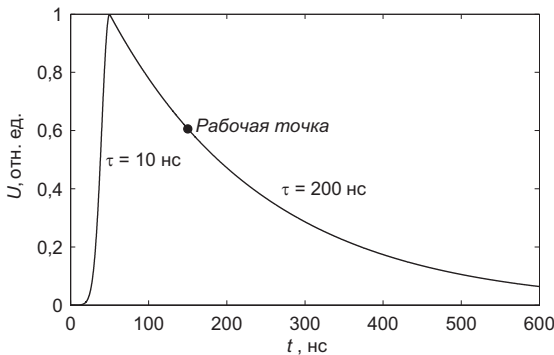


Рис. 3.8. Вид сигнала на входе АЦП

На практике этот выбор осуществляется экспериментально, измерением величины сигнал/шум при различных значениях времени задержки импульсов синхронизации АЦП относительно времени пролета пучка. В принципе, улучшения точности можно достичь, измеряя не амплитуду сигнала в некоторый момент времени, а интеграл кривой, показанной на рис. 3.8.

Схема синхронизации работает следующим образом: все 16 АЦП запускаются одиночным импульсом, моменты оцифровки входного

3.3. Многоанодный ФЭУ

сигнала задаются последовательностью импульсов, синхронизованных с частотой обращения пучка. Сигналы с анодов ФЭУ оцифровываются и записываются во встроенную память прибора.

Согласно паспортным данным, чувствительность анодов может отличаться на величину до 30 %, что вносит систематическую ошибку в результаты измерений. Для учета этой ошибки необходима калибровка относительной чувствительности анодов ФЭУ. В процессе калибровки фотокатод однородно засвечивается рассеянным светом, и измеренные сигналы со всех анодов усредняются по 2^{17} выборкам при различных значениях высокого напряжения. В экспериментах с пучком сигналы с анодов ФЭУ нормируются в процессе измерений в соответствии с результатами калибровки.

Важнейшим преимуществом многоанодного ФЭУ по сравнению с другими средствами диагностики пучка является возможность пооборотного измерения поперечного распределения пучка в течение многих оборотов. В диагностике пучка используется ряд устройств для прецизионного измерения усредненного по времени распределения интенсивности пучка, таких как, например, диссектор или камеры на основе приборов с зарядовой связью. Такой сложный и дорогой прибор, как стрик-камера позволяет регистрировать только несколько пооборотных изображений пучка. С другой стороны, для пооборотного измерения положения пучка широко используются электростатические пикап-электроды. Стандартный электростатический датчик положения пучка из четырех электродов позволяет регистрировать движение пучка как целого. Для получения информации о колебаниях размера пучка датчик должен иметь не менее 8 электродов, такие датчики применяются крайне редко. Таким образом, многоанодный ФЭУ в настоящее время является практически единственным прибором, позволяющим регистрировать эволюцию поперечного размера пучка в течение большого числа последовательных оборотов.

Вторым принципиальным преимуществом такого прибора является исключительно высокая чувствительность, обеспечиваемая фотоэлектронным множителем и позволяющая проводить измерения пучков интенсивностью от 10^7 частиц. Высокая чувствительность ФЭУ в сочетании с дистанционно управляемыми светофильтрами обеспечивает широкий динамический диапазон прибора.

На установке ВЭПП-4М проведены измерения чувствительности многоанодного ФЭУ в сравнении со стандартным электростатическим датчиком положения пучка [74]. Измерялось отношение сигнал/шум

в зависимости от тока пучка в диапазоне от 3 мкА до 3 мА. Когерентные бетатронные колебания возбуждались с помощью импульсного кикера, поворотные измерения поперечного положения пучка производились обоими приборами одновременно. Отношение сигнал/шум в полосе частот с верхней границей, равной частоте обращения, определено как

$$K_{s/n} = 20 \lg \frac{a_s}{\langle a_n \rangle \sqrt{N}} \text{ дБ} , \quad (3.10)$$

где a_s — амплитуда бетатронных колебаний (полезный сигнал) и $\langle a_n \rangle$ — средняя амплитуда шумовых гармоник, полученные путем спектрального анализа измеренных данных; N — число поворотных выборок колебаний. Примеры спектров колебаний пучка, измеренных многоанодным ФЭУ (МАРМТ) и электростатическим датчиком положения пучка (ВРМ) приведены на рис. 3.9, *а*. Ток пучка 0,3 мА, амплитуда колебаний — около 1 мм, $N = 1024$. На рис. 3.9, *б* показано измеренное отношение сигнал/шум для многоанодного ФЭУ и электростатического пикапа в зависимости от тока пучка ВЭПП-4М. Видно, что многоанодный ФЭУ является существенно более чувствительным прибором для регистрации колебаний пучка, чем электростатический пикап.

Измеритель поперечного профиля пучка с поворотным временным разрешением, обладающий к тому же высокой чувствительностью, которую обеспечивает многоанодный ФЭУ, является мощным инструментом для регистрации быстрых процессов в циклических ускорителях.

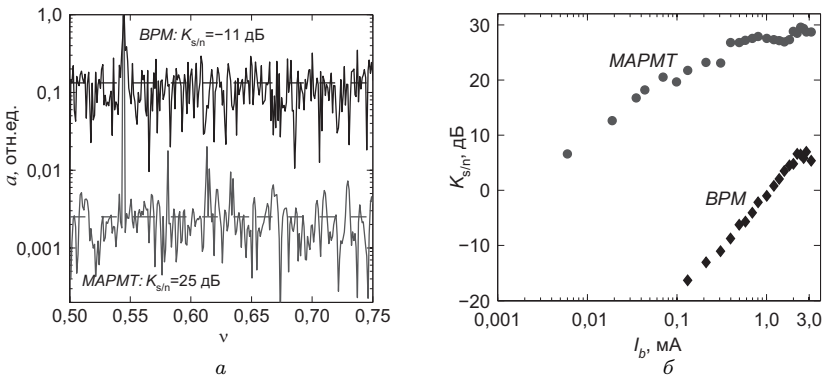


Рис. 3.9. Спектры колебаний пучка (*а*), измеренные многоанодным ФЭУ (МАРМТ) и электростатическим пикапом (ВРМ); соответствующее отношение сигнал/шум (*б*)

3.3. Многоанодный ФЭУ

С помощью такого прибора на ускорительном комплексе ВЭПП-4 было проведено систематическое изучение динамики пучка при пересечении нелинейного бетатронного резонанса. Экспериментально демонстрировался процесс создания резонансных островков устойчивости и захвата частиц как функция времени. Пример измеренных данных приведен на рис. 3.10. На верхнем графике показана временная эволюция вертикального профиля пучка, измеренного в течение 4096 оборотов, ось абсцисс соответствует времени, ось ординат — вертикальной координате. В это же время вертикальная бетатронная частота Q_y (дробная часть) адиабатически перестраивалась от 0,679 до 0,658, пересекая нелинейный резонанс $Q_y = 2/3$. На графике виден момент создания резонансного островка устойчивости и его последующее перемещение. Пооборотные выборки вертикального распределения плотности пучка, измеренные в моменты времени А, В, С и D, как отмечено на верхнем графике, показаны на соответствующих графиках внизу, ось абсцисс соответствует вертикальной координате, ось ординат — плотности пучка.

Ряд других примеров использования многоанодного ФЭУ в экспериментах по физике пучков можно найти в [49].

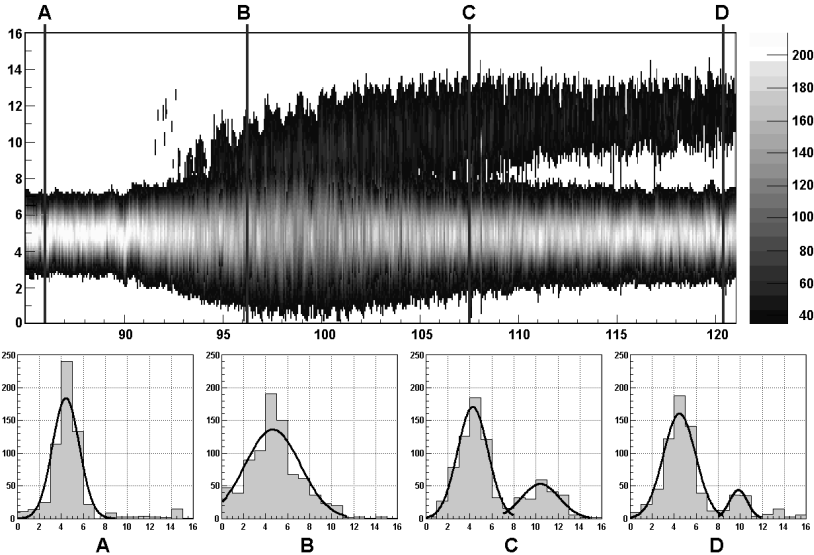


Рис. 3.10. Измерение поперечного профиля пучка в процессе пересечения нелинейного бетатронного резонанса.

3.4. Диссектор

Характерная длина сгустка в современных электрон-позитронных ускорителях составляет величину порядка нескольких сантиметров, так что регистрирующая аппаратура должна обладать временным разрешением не хуже $3 \cdot 10^{-11}$ с в сочетании с чувствительностью, достаточной для измерения размеров пучков малой интенсивности. Кроме того, система измерения должна обеспечить наблюдение динамики пучка.

Электронно-оптическая хронография относится к числу основных методов прямого измерения параметров быстропротекающих процессов в субнаносекундном временном диапазоне. Стробоскопический вариант метода используется для определения продольного размера пучка в циклических ускорителях. В качестве электронно-оптического преобразователя применяется диссектор (dissector tube) [4]. Внешний вид диссектора представлен на рис. 3.11, схема устройства прибора — на рис. 3.12.

Рассмотрим принцип работы прибора. Пусть на фотокатод диссектора спроецировано точечное изображение источника импульсного излучения с временным распределением $I(t)$. Если импульсы излучения и синусоидальное напряжение развертки жестко синхронизованы, то в плоскости разделительной диафрагмы с частотой ВЧ-развертки будет появляться пространственное электронное распределение $q(x)$. Это распределение воспроизводит временную структуру наблюдаемого импульса $I(t)$. В отверстие разделительной диафрагмы при каждом появлении распределения $q(x)$ проходит заряд, пропорциональный яркости наблюдаемого процесса в данный момент времени. Средний ток

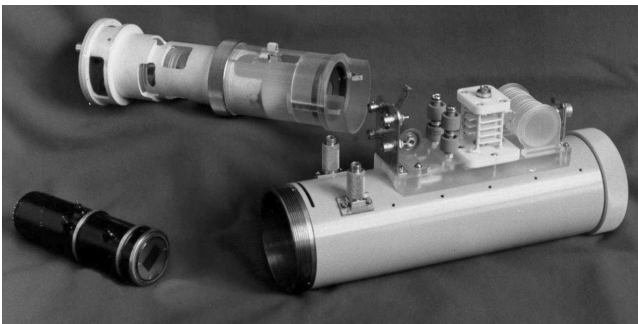


Рис. 3.11. Фотография диссектора

3.4. Диссектор

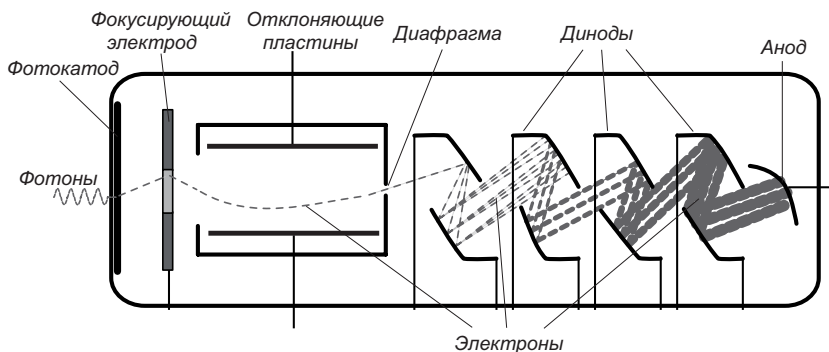


Рис. 3.12. Устройство диссектора

анода $I_a(t)$ вторично-электронного умножителя пропорционален величине этого заряда. Изменяя фазу напряжения на отклоняющих пластинах диссектора, можно осуществить сканирование всего распределения $q(x)$. Таким образом, при стабильных параметрах импульса сигнал $I_a(t)$ на аноде вторично-электронного умножителя повторит форму исследуемого сигнала $I(t)$ с коэффициентом трансформации $M = T/\tau$, где τ — длительность исследуемого сигнала, T — время, затраченное на соответствующее изменение фазы развертки.

Динодная система диссектора выполняет функцию усиления сигнала постоянного тока, не определяя временного разрешения прибора, и может быть оптимизирована по усилению и стабильности. В отличие от обычного электронно-оптического преобразователя вместо люминесцентного экрана устанавливается диафрагма с малым отверстием. Для распределения $q(x)$ справедливы все предельные временные характеристики электронно-оптической хронографии, однако система на основе диссектора имеет следующие особенности:

- информация о параметрах изучаемого процесса представлена в виде электрического сигнала;
- электронное изображение наиболее точно воспроизводит временную структуру светового импульса, так как отсутствует структурный шум люминофора и микроканальной пластины;
- при заданном предельном разрешении расширяется рабочий временной диапазон, не ограничиваемый размером люминофора;
- динамический диапазон $10^4 - 10^5$;

- появляется возможность наблюдения быстрых изменений формы и длительности исследуемого сигнала, так как нет ограничений, вносимых длительностью свечения люминофора;
- поскольку сканирование распределения происходит на оптической оси диссектора, рабочая область развертки изображения может составлять доли миллиметра, что облегчает задачу конструирования отклоняющей системы;
- при заданном разрешении и прочих равных условиях время измерения пропорционально длительности исследуемого сигнала.

Последнее свойство является недостатком метода, но его отрицательная роль проявляется только при работе с сигналами предельно малой интенсивности.

Как правило, длительность сгустка электронов составляет незначительную часть периода повторения, поэтому сканирование распределения $q(x)$ осуществляется низкочастотным напряжением развертки, подаваемым на отклоняющие пластины диссектора одновременно с напряжением ВЧ-развертки. На рис. 3.13 представлены графики, поясняющие процесс сканирования линейным пилообразным напряжением. Не останавливаясь на очевидных причинах нелинейности временной шкалы при таком способе сканирования, рассмотрим методы определения разрешающей способности системы и калибровки временной шкалы.

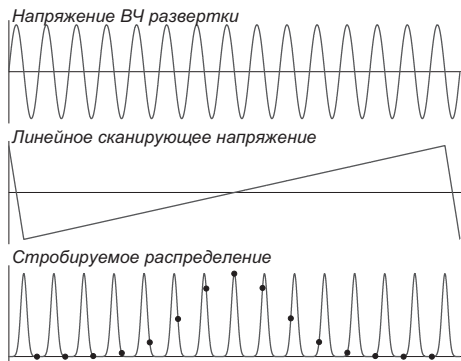


Рис. 3.13. Схема развертки диссектора

Применение в электронно-оптических преобразователях сетки для повышения напряженности электрического поля до 60 кВ/см обеспечивает физическое разрешение лучше 1 пс в широкой области спектра.

3.4. Диссектор

Поэтому для устройств с временным разрешением порядка нескольких пикосекунд важно обеспечить необходимое техническое разрешение, определяемое временем δt , которое необходимо для смещения изображения на один разрешаемый элемент δx

$$\delta t = \frac{\delta x}{v_{\text{изобр}}}, \quad (3.11)$$

где $v_{\text{изобр}}$ — скорость движения развернутого изображения по экрану электронно-оптического преобразователя (ЭОПа.) Для диссектора величина δx обусловлена конечной величиной пространственного разрешения всех электронно-оптических и оптических элементов системы. Сюда входят: размер изображения импульсного источника излучения на фотокатод диссектора, пространственное разрешение электронно-оптической системы, размер считывающей диафрагмы. Кроме того, необходимо учитывать и геометрический эквивалент искажений выходного электрического сигнала. Поскольку непосредственное определение геометрической величины δx для диссектора затруднительно, выражение, определяющее техническое разрешение, можно записать в виде

$$\delta t = \frac{\delta x/v_{\text{скан}}}{v_{\text{изобр}}/v_{\text{скан}}} = \frac{\tau_0}{M}, \quad (3.12)$$

где $v_{\text{скан}}$ — скорость сканирования; τ_0 — так называемый нулевой размер; т. е. длительность выходного сигнала от точечного источника света, обусловленная суммарной величиной перечисленных выше факторов; M — коэффициент трансформации времени при стробоскопическом преобразовании.

Величина τ_0 определяется экспериментально, как длительность выходного сигнала диссектора, на фотокатод которого спроецировано изображение исследуемого импульсного источника (или вспомогательного непрерывного источника с эквивалентным геометрическим размером, излучающего в близкой области спектра), а на отклоняющие пластины подано только напряжение медленной сканирующей развертки.

Если на отклоняющие пластины диссектора подано как сканирующее низкочастотное напряжение, так и напряжение ВЧ-развертки, а на фотокатод спроецировано изображение точечного непрерывно излучающего источника, сигнал диссектора будет иметь форму, изображенную на рис. 3.14. При заданной скорости сканирования расстоянию T между максимумами распределения в выходном сигнале диссектора

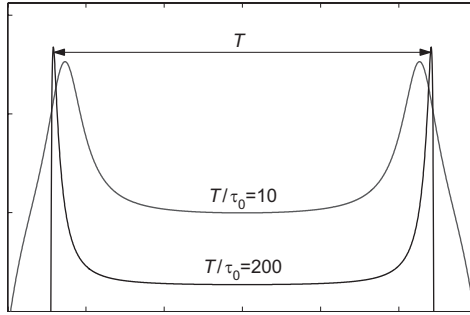


Рис. 3.14. Сигнал диссектора, производимый точечным, непрерывно излучающим источником

соответствует время $2\omega_{\text{вч}}^{-1}$, где $\omega_{\text{вч}}$ — угловая частота ВЧ-развертки. Для центральной (линейной) части развертки коэффициент временной трансформации равен

$$M = \frac{T\omega_{\text{вч}}}{2}, \quad (3.13)$$

и техническое разрешение системы может быть выражено через экспериментально измеренные τ_0 и T в виде:

$$\delta t = \frac{2}{\omega_{\text{вч}}} \frac{\tau_0}{T}. \quad (3.14)$$

Если значение технического разрешения оказывается недостаточным, его можно уменьшить, увеличив напряжение ВЧ-развертки в соответствующее количество раз n :

$$\delta t = \frac{2}{\omega_{\text{вч}}} \frac{\tau_0}{nT}. \quad (3.15)$$

Таким образом, метод сканирования позволяет определять и контролировать важнейшие параметры системы без применения импульсного источника излучения. Важно также, что величина этих параметров определяется из относительных измерений длительности низкочастотных импульсов.

Как показывает численный расчет формы сигнала диссектора от точечного источника, при конечной величине геометрического разрешения δx наблюдается неэквивалентность расстояния между максимумами распределения и временем T . Величина этой ошибки при

3.4. Диссектор

гауссовском распределении интенсивности входного сигнала составляет примерно $0,07\tau_0/T$. Более точное соответствие этих величин в широком диапазоне отношения τ_0/T получается, если время T определить как интервал между точками, лежащими на внешних склонах распределения на уровне 84 % от максимумов.

При синусоидальной форме напряжения ВЧ-развертки временная шкала линейна только в центральной части развертки. Однако при учете всех факторов, влияющих на формирование выходного сигнала, оказывается, что для некоторых видов распределения входного сигнала линейная область значительно шире. Так, снижение скорости развертки при удалении от центра вызывает сжатие сканируемого распределения $q(x)$, но в то же время более низкая скорость развертки приводит к эффективному увеличению плотности тока в распределении $q(x)$, что в какой-то мере компенсирует сжатие $q(x)$.

На рис. 3.15 приведен расчетный график ошибки измерения длительности светового импульса с гауссовским распределением интенсивности в зависимости от отношения длительности сигнала τ к времени развертки T при условии, что центр распределения совпадает с центром развертки.

Полагая диссектор линейной преобразующей системой, можно считать, что зависимость от времени анодного тока $I_a(t)$, являющегося выходным сигналом диссектора, определяется интегралом свертки формы входного сигнала $I(t)$ с аппаратной функцией $F(t)$:

$$I_a(t) = \int I(t')F(t - t') dt' . \quad (3.16)$$

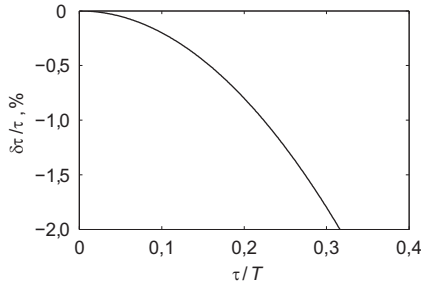


Рис. 3.15. Ошибка измерения длительности гауссовского импульса

В случае гауссовской формы входного сигнала и гауссовской аппаратной функции длительность τ входного сигнала определяется из соотношения:

$$\tau = \frac{2}{\omega_{вч} n T} \sqrt{\tau_a^2 - \tau_0^2}, \quad (3.17)$$

где τ_a — измеренная длительность выходного сигнала (анодного тока), τ_0 — нулевой размер. Точность определения длительности ограничивается техническим разрешением системы.

При включенном низкочастотном сканирующем напряжении с помощью диссектора можно наблюдать сравнительно медленные изменения в распределении продольной плотности частиц, например увеличение длины пучка в процессе накопления. Для наблюдения более быстрых изменений (вплоть до частот порядка нескольких МГц) диссектор используется при выключенном пилообразном напряжении. В этом случае он измеряет плотность частиц только в определенной фазе, что позволяет измерять частоты и амплитуды фазовых колебаний пучка, время затухания фазовых колебаний и т. д.

Пример использования диссектора для диагностики продольной многосгустковой неустойчивости пучка, возбуждаемой взаимодействием сгустков с паразитными высшими модами ускоряющих резонаторов, приведен на рис. 3.16, где представлены осциллограммы выходных сигналов диссекторов, входящих в систему оптической диагностики

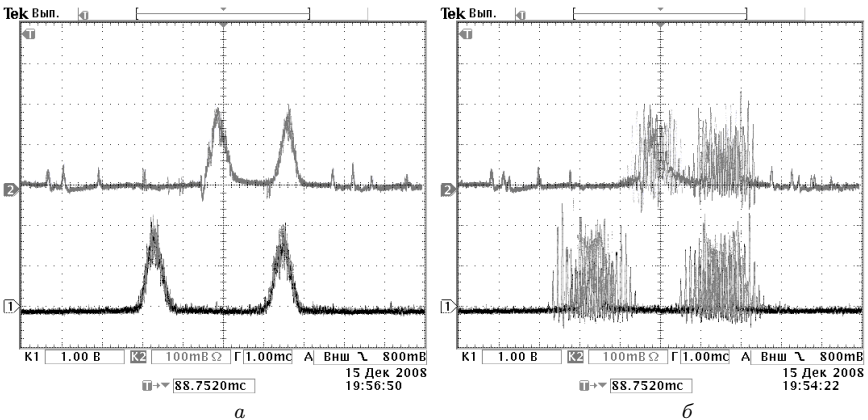


Рис. 3.16. Продольное распределение плотности пучка, измеренное диссектором: *а* — равновесное, *б* — с фазовыми колебаниями

коллайдера ВЭПП-4М и используемых для измерения продольного распределения плотности пучков электронов и позитронов. Рис. 3.16, *а* отображает равновесное распределение плотности двух электронных (нижние осциллограммы) и двух позитронных (верхние осциллограммы) сгустков, а рис. 3.16, *б* — фазовые колебания, возбужденные высшими модами резонаторов.

В принципе диссектор может использоваться и для измерений поперечного движения пучка. Для этого перед фотокатодом должен быть установлен непрозрачный экран с узкой щелью, преобразующий пространственное движение пучка во временную модуляцию интенсивности. Однако в настоящее время для этих целей обычно применяются другие приборы.

3.5. ПЗС-матрица

ПЗС-матрица — это оптико-электронный преобразователь на основе прибора с зарядовой связью (charge-coupled device, CCD), используемый в диагностике пучков частиц для получения двумерного изображения поперечного распределения плотности пучка. Прибор с зарядовой связью — это аналоговый регистр сдвига, позволяющий осуществить перенос аналоговых сигналов (электрических зарядов) по цепочке емкостей, управляемый сигналом синхронизации. В настоящее время приборы с зарядовой связью наиболее широко используются в цифровой фотографии как параллельно-последовательные преобразователи массива сигналов фоточувствительных элементов.

ПЗС-матрица представляет собой двумерный массив полупроводниковых ячеек размером от 5 до 20 мкм, отделенный слоем диэлектрика от подложки из поликристаллического кремния. К ячейкам с помощью электродов приложено напряжение от внешнего источника, формирующее электрическое поле. Положительное напряжение на электродах создает потенциальную яму, куда устремляются возбужденные фотонами электроны из валентной зоны. В этой потенциальной яме заряд хранится до момента считывания. Чем интенсивнее световой поток в течение экспозиции, тем больше скапливается электронов в потенциальной яме и тем выше заряд данной ячейки. Для считывания накопленного заряда поликремниевые затворы, помимо функции электродов, должны выполнить еще и роль сдвиговых регистров таким образом, чтобы они образовали конвейерную цепочку вдоль одной оси. При этом поочередная

подача на них высокого либо низкого напряжения позволит накопленному заряду перетекать по выбранной оси не изменяя своей величины (рис. 3.17, *а*). Это становится возможным благодаря тому, что при изменении конфигурации потенциального барьера потенциальная яма сдвигается вместе с накопленным в ней зарядом. Описанный цикл повторяется до тех пор, пока весь заряд выбранных осей не перетечет к управляющему логическому устройству, преобразующему поступивший заряд в определенный уровень напряжения. Собственно, такой способ передачи заряда и дал название ПЗС-фотосенсорам (матрицам) данного типа. Далее напряжение усиливается и подается на аналого-цифровой преобразователь. Оцифрованный сигнал записывается в оперативную память (буфер), затем обрабатывается сигнальным процессором камеры и поступает в устройство постоянного хранения.

Конструктивно ПЗС-матрица представляет собой микросхему с прозрачным окном для доступа света к светочувствительным элементам и контактами для ввода питания, синхронизации и съема сигнала (рис. 3.17, *б*).

При использовании ПЗС-матриц промышленного производства в целях диагностики пучка необходимо точно знать их технические характеристики. Паспортных данных обычно недостаточно, так как

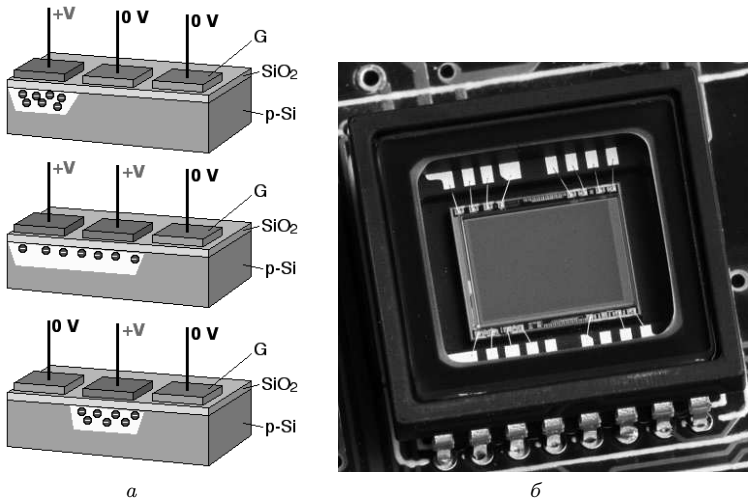


Рис. 3.17. ПЗС-матрица: *а* — принцип работы; *б* — внешний вид

3.5. ПЗС-матрица

требования, предъявляемые к матрицам, используемым для прецизионных измерений, гораздо выше, чем в обычной области применения ПЗС-матриц — производстве фото- и видеотехники.

Для количественного измерения параметров пучка с помощью ПЗС-матрицы должны быть экспериментально определены следующие величины: чувствительность, уровень насыщения, динамический и линейный диапазоны.

Для измерения чувствительности поверхность матрицы равномерно засвечивается, чтобы величина накопленного заряда была одинаковой для всех ячеек. При таких условиях распределение амплитуды сигнала по ячейкам матрицы подчиняется статистике Пуассона (в предположении одинаковой чувствительности ячеек).

Цифровой код АЦП, представляющий собой дискретную последовательность значений, пропорциональных зарядам ячеек матрицы, определяется следующими параметрами:

- I_0 — постоянное смещение нулевого уровня сигнала (регулируемый параметр);
- I_{bg} — темновой сигнал, т. е. шум ячеек в отсутствие внешней засветки, основной причиной которого является термоэлектронная эмиссия;
- I_s — полезный световой сигнал.

Когда заряд, накопленный в ячейках ПЗС, выводится из матрицы, преобразуется в напряжение и усиливается, в каждой ячейке появляется дополнительный шум, называемый шумом считывания, его можно представить как некоторый базовый уровень сигнала, который присутствует даже при отсутствии экспозиции. Этот шум и определяет чувствительность камеры.

Применяя статистику Пуассона, можно записать следующие соотношения для средней амплитуды I и среднеквадратичного разброса σ сигналов:

$$\begin{aligned} I &= I_0 + \alpha t (N_{bg} + N_s), \\ \sigma^2 &= \sigma_0^2 + \alpha^2 t (N_{bg} + N_s), \end{aligned} \quad (3.18)$$

где N_{bg} и N_s — среднее число фотоэлектронов за единицу времени, попавших в ячейку матрицы от темнового и полезного сигналов соответственно; α — коэффициент, связывающий амплитуду сигнала с количеством фотоэлектронов; t — время накопления заряда; σ_0 — шум считывания.

При достаточно интенсивном освещении величиной $N_{bg} \ll N_s$ можно пренебречь, тогда, переписав формулы (3.18) в виде

$$\begin{aligned} I &= I_0 + \alpha t N_s, \\ \sigma^2 &= \sigma_0^2 + \alpha^2 t N_s \end{aligned} \quad (3.19)$$

и решая систему (3.19), можно найти коэффициент α :

$$\alpha = \frac{\sigma^2 - \sigma_0^2}{I - I_0}. \quad (3.20)$$

При полной изоляции матрицы от света и минимальном времени накопления заряда распределение сигналов будет практически полностью определяться смещением I_0 и шумом считывания σ_0 . На рис. 3.18 представлено экспериментально измеренное распределение вероятности амплитуд сигнала ПЗС-матрицы SONY ICX084AL [51], используемой в системе оптической диагностики пучка на ускорительном комплексе ВЭПП-4 Института ядерной физики им. Будкера СО РАН [54]. Основные паспортные параметры ПЗС-матрицы SONY ICX084AL приведены ниже.

Размер матрицы	$5,84 \times 4,94 \text{ мм}^2$
Размер ячейки	$7,4 \times 7,4 \text{ мкм}^2$
Число ячеек	700×500
Чувствительность	около 25 фотонов на ячейку
Насыщение	около 10^5 фотонов на ячейку
Время накопления заряда	от 100 мкс до 20 с
Режимы работы	непрерывный / одиночный кадр
Время считывания кадра	около 80 мс

Средняя амплитуда сигнала и среднеквадратичное отклонение вычислялись по центральной области матрицы размером 200×200 ячеек. В результате измерений, проведенных при различном освещении, было определено, что зависимость квадрата среднеквадратичного отклонения от средней величины накопленного заряда во времени остается линейной независимо от освещения. Отсюда можно сделать вывод, что все измерения проводились в линейной области и применение в расчетах статистики Пуассона правомерно. Таким образом, используя данные измерений, можно по формуле (3.20) вычислить коэффициент α для данного диапазона освещенности. При постоянном режиме работы

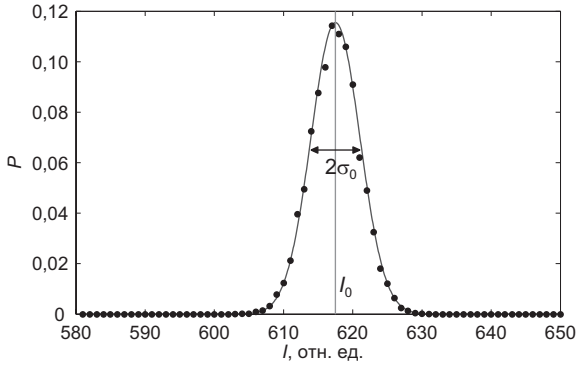


Рис. 3.18. Распределение амплитуд, измеренное в темноте при минимальном времени накопления заряда

матрицы (т. е. когда параметры матрицы, такие как смещение и коэффициент усиления, постоянны) коэффициент α не зависит от времени накопления заряда.

Зная величины α и σ_0 , можно оценить чувствительность матрицы в фотоэлектронах $N_{\min} = \sigma_0/\alpha$. Для матрицы, используемой на комплексе ВЭПП-4, чувствительность составляет около 15 фотоэлектронов на ячейку. Минимальный ток пучка в накопителе ВЭПП-3, при котором возможно производить анализ полученных данных, составляет величину порядка 10^{-9} А (около 1000 электронов).

Электрическая емкость ячейки матрицы не безгранична, существует предельная величина накопленного заряда. С уровнем насыщения связаны величины динамического диапазона и диапазона линейности. Динамический диапазон — это отношение максимально возможного сигнала, сформированного светочувствительным элементом, к его собственному шуму. Для приборов с зарядовой связью этот параметр определяется как отношение максимального заряда, который может быть накоплен в ячейке, к шуму считывания. Чем больше размер ячейки ПЗС, тем больше электронов может удерживаться в ней. Диапазон линейности — это такой диапазон, при котором число электронов, собираемых в ячейке, прямо пропорционально числу фотонов, попавших на светочувствительный элемент.

Для определения динамического диапазона и диапазона линейности матрица равномерно засвечивается с интенсивностью, достаточной для того, чтобы процесс накопления заряда вышел на насыщение. Пример

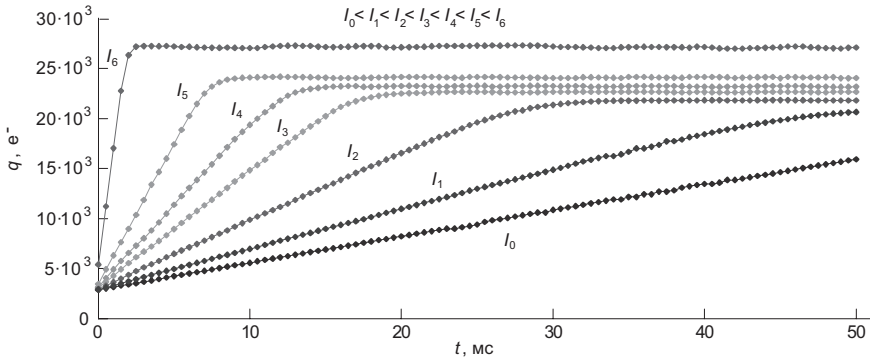


Рис. 3.19. Зависимость величины заряда от времени накопления

измеренной зависимости величины накопленного заряда от времени накопления при различном освещении приведен на рис. 3.19. На графиках видно, что уровни насыщения зависят от интенсивности света. Это можно объяснить следующим образом: время жизни фотоэлектронов в ячейке матрицы ограничено, соответственно, существует конечная скорость утечки фотоэлектронов из ячейки. Эта скорость растет с увеличением числа накопленных в ячейке фотоэлектронов. В свою очередь, чем выше будет интенсивность света, тем лучше будет компенсироваться утечка фотоэлектронов, следовательно, тем выше будет и уровень насыщения. По измеренным данным, подобным представленным на рис. 3.19, можно определить как линейную область, так и границу насыщения, определяющую динамический диапазон. Для данной матрицы уровень насыщения соответствует $2,7 \cdot 10^4$ электронов, при этом динамический диапазон составляет 1700 : 1, а линейный 1200 : 1.

Кроме вышеописанных измерений, имеет смысл также проверить линейность амплитуды выходного сигнала при изменении коэффициента усиления, а также оценить величину темнового сигнала, основной составляющей которого является термоэлектронная эмиссия, в зависимости от времени накопления заряда.

В диагностике пучка ПЗС-матрицы используются для определения поперечного положения и размера пучков по синхротронному или оптическому переходному излучению. В каналах транспортировки пучков ПЗС-матрицы применяются в режиме «одиночный кадр» для регистрации света люминофорных экранов. На рис. 3.20 приведен пример

3.6. Стрик-камера

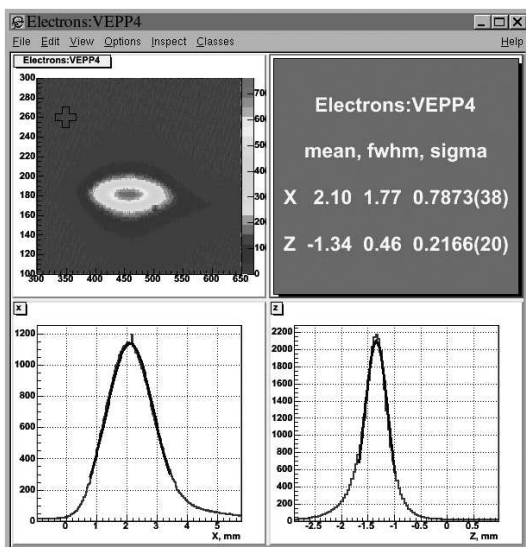


Рис. 3.20. Поперечное распределение плотности пучка, измеренное ПЗС-матрицей

вывода программы обработки данных, измеренных ПЗС-матрицей, установленной на электрон-позитронном коллайдере ВЭПП-4М.

3.6. Стрик-камера

В последние годы все более востребованным инструментом для оптической диагностики пучков является электронно-оптическая камера со скоростной разверткой — стрик-камера (streak camera, от англ. *streak* — штрих, полоска). Основными преимуществами стрик-камер являются: пикосекундное временное разрешение, высокая частота сканирования, достаточно высокая чувствительность [52]. Широкому применению стрик-камер в ускорительной технике способствует также развитие и совершенствование оптических систем и систем синхронизации. Основным сдерживающим фактором использования стрик-камер является их высокая стоимость, однако в последнее время наблюдается тенденция к удешевлению.

Входным сигналом стрик-камеры является короткий (порядка пикосекунды) световой импульс. В ускорителях это может быть синхротронное излучение, излучение лазеров на свободных электронах, оптическое переходное излучение. Спектр излучения может простирается от инфракрасного до жесткого рентгена. На выходе стрик-камера дает двумерное изображение пучка, анализ которого позволяет получить информацию о распределении интенсивности и временной структуре входного светового импульса.

Принцип работы

Основной принцип работы стрик-камеры — преобразование временного распределения световых импульсов в пространственное. Рассмотрим устройство стрик-камеры на примере прибора, используемого на источнике СИ ESRF (Франция) [53] (рис. 3.21).

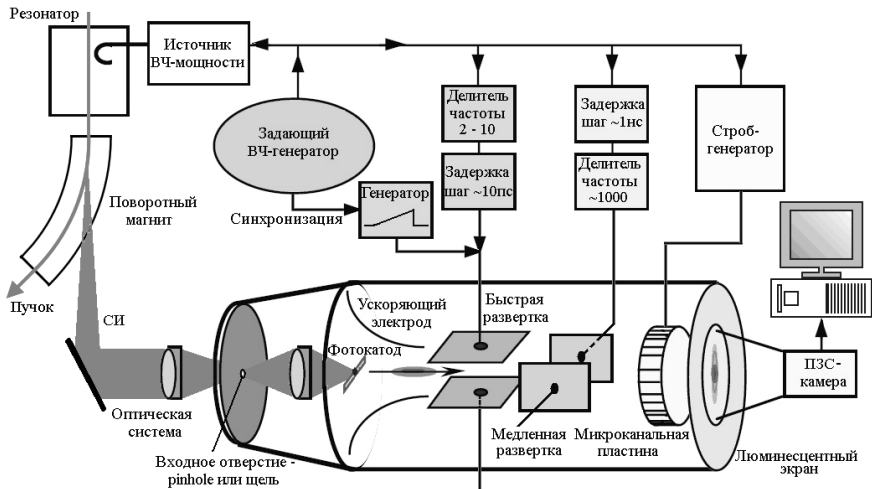


Рис. 3.21. Схема стрик-камеры

Короткий (от 10 пс до 1 нс) импульс синхротронного излучения из поворотного магнита проходит оптическую систему и попадает на фотокатод. Фотокатод преобразует падающий свет в пучок электронов, повторяющий временное распределение светового импульса. Электронный пучок после ускорения высоковольтным напряжением проходит через систему отклоняющих электродов. Время нарастания пилообразного

импульса развертки — порядка длины электронного пучка, что приводит к отклонению частиц пучка по вертикали, пропорциональному продольной координате. Таким образом продольное распределение частиц трансформируется в поперечное.

Затем электронный пучок падает на микроканальную пластину (МКП), в которой происходит значительное (в тысячи раз) усиление интенсивности. После усиления на МКП электронный пучок попадает на люминесцентный экран. Интенсивность светового пятна на экране пропорциональна интенсивности электронного пучка. Вертикальное распределение интенсивности изображения пропорционально временному распределению интенсивности исходного импульса синхротронного излучения, падающего на фотокатод. Горизонтальное распределение интенсивности изображения повторяет пространственное распределение импульса СИ. Свет, испускаемый люминесцентным экраном, фокусируется на ПЗС-камере. Оцифрованный сигнал ПЗС-камеры передается в управляющий компьютер для последующей обработки.

Система двойной развертки

Очень важным для ускорительной физики расширением возможностей стрик-камеры является система двойной развертки (dual sweep), реализуемая с помощью дополнительной пары отклоняющих пластин, ориентированных перпендикулярно пластинам, осуществляющим преобразование временного распределения сигнала в пространственное. Таким образом, в дополнение к быстрой (порядка 500 пс) развертке добавляется медленная — от 100 нс до 10 мс. В двумерном изображении пучка, регистрируемом ПЗС-камерой с характерным временем интегрирования 10–100 мс, двойная развертка позволяет в удобном для обработки виде представить как быстрое (по горизонтали), так и медленное (по вертикали) движение пучка.

Система двойной развертки дает возможность регистрировать несколько изображений пучка на одном выходном изображении, регистрируемом ПЗС-камерой, если входной световой импульс повторяется, как, например, синхротронное излучение из поворотного магнита в циклическом ускорителе. Если время медленной развертки соответствует частоте обращения пучка, то последовательные изображения пучка на каждом обороте располагаются один за другим на выходном изображении. Таким образом осуществляется визуализация сравнительно медленной временной эволюции характеристик короткого

светового сигнала, таких как длительность, распределение интенсивности и фазовая стабильность (jitter).

Для более полного использования возможностей двойной развертки важно, чтобы высоковольтное напряжение быстрой развертки было синхронизовано с частотой повторения световых импульсов и было стабильным по фазе. Стрик-камеры могут использоваться в двух режимах работы — однократной развертки (single sweep) или синхронной развертки (synchroscan).

В режиме “single sweep” развертка сигнала осуществляется высоковольтным пилообразным напряжением. В этом режиме достигается наивысшее временное разрешение — порядка пикосекунды. Однако из-за широкой полосы пилообразного импульса частота повторения ограничена несколькими килогерцами, а фазовая стабильность составляет величину около 10 пс.

В режиме “synchroscan” высоковольтное отклоняющее напряжение формируется синусоидальным сигналом в диапазоне 50 — 250 МГц. В этом режиме благодаря узкополосному отклоняющему сигналу гораздо проще обеспечить линейность высоковольтного усилителя, чем в случае широкополосного сигнала пилообразной развертки. В циклических ускорителях синусоидальный сигнал, синхронизованный с пучком, берется от задающего генератора ускоряющей ВЧ-системы. В режиме “synchroscan” достигается наилучшая фазовая стабильность — 2 пс и менее. При необходимости фазовая стабильность может быть еще улучшена с помощью встроенных систем фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ). Диапазон частот и линейность развертки обычно достаточны для прецизионных измерений.

Конфигурация оптики

В случаях, когда представляет интерес только временное (продольное) распределение интенсивности, входной световой пучок обычно ограничивается в поперечном направлении с помощью точечного (pinhole) или щелевого коллиматора. Тем не менее с помощью соответствующей входной оптической системы двумерная информация об источнике света, которыми с случае СИ является пучок частиц, может быть сохранена в изображении, сфокусированном на фотокатоде стрик-камеры. Для соответствия размеров изображения размерам фотокатода (обычно порядка $2 \times 10 \text{ мм}^2$) требуется увеличение и, возможно, поворот исходного изображения. Дальнейшие преобразования, такие как

3.6. Стрик-камера

удвоение и поворот изображения с помощью зеркал, а также введение временных задержек в комбинации с двойной разверткой, позволяют проводить диагностику в трех измерениях (продольном, горизонтальном и вертикальном) нескольких последовательных сгустков частиц, регистрируемых на одном выходном изображении.

Каждое изображение пучка может использоваться для получения информации о быстрых изменениях в продольном и поперечном положении и размерах пучка в течение нескольких последовательных оборотов. В такой конфигурации пространственное разрешение системы ограничено дифракцией. Это ограничение весьма существенно для видимого света, так как поперечные размеры пучка малы у большинства современных ускорителей. Использование рентгеновского излучения практически свободно от дифракционных ограничений, однако в этом случае оптическая система значительно усложняется.

Эксплуатационные характеристики

Временное разрешение основного элемента стрик-камеры — электронно-оптического преобразователя ограничено главным образом двумя факторами: конструктивным исполнением (пространственное разрешение формируемого изображения, скорость развертки) и энергетическим разбросом фотоэлектронов, приводящим к наличию временной дисперсии. Энергетический разброс в основном определяется материалом фотокатода и величиной ускоряющего напряжения.

Взаимное отталкивание фотоэлектронов также вызывает заметную временную дисперсию (эффект пространственного заряда). Для уменьшения этого эффекта число фотонов в световом импульсе должно быть ниже определенного уровня. Однако при работе с сигналами малой интенсивности ухудшается качество измерений за счет уменьшения отношения сигнал/шум. Световой поток уменьшается экспоненциально с уменьшением длительности входного сигнала, это значит, что качество измерений значительно падает в случае измерения коротких световых импульсов в режиме однократной развертки (*single sweep*). Если источник света повторяющийся и стабильный по фазе, то исходно низкое качество данных может быть в принципе улучшено с помощью накопления, однако при отклонениях фазовой синхронизации пучка и развертки стрик-камеры от идеальной (*jitter*) результат измерений будет неправильным.

Фазовая стабильность современных стрик-камер в режиме с синхронной разверткой (synchroscan) сравнима с собственным временным разрешением камеры (1–2 пс) и пренебрежимо мала по сравнению с длительностью импульса СИ в большинстве современных ускорителей (30–200 пс). Однако для сверхбыстрых стрик-камер (< 1 пс) это ограничение весьма существенно. Из-за низкого качества данных в режиме однократной развертки измерения возможны только в режиме накопления. Достигнута фазовая стабильность синхронизации в режиме накопления 500 фс, что лучше, чем собственное временное разрешение. В самых быстрых стрик-камерах собственное разрешение удалось улучшить за счет сверхвысоких ускоряющих полей (более 50 кВ/см), часто импульсных для уменьшения вероятности электрического пробоя. Однако в циклическом режиме работы стрик-камер небольшие флуктуации высокого ускоряющего напряжения приводят к большой временной дисперсии и не позволяют работать в режиме накопления без потери временного разрешения.

Таким образом, современные технологии изготовления стрик-камер не позволяют измерять процессы с характерными временами меньше 500 фс ($0,5 \cdot 10^{-12}$ с).

Чувствительность стрик-камеры в значительной степени определяется квантовым выходом фотокатода для данной энергии фотонов. В диапазоне видимого света эта величина составляет около 10 % для типичных щелочных материалов фотокатода. Для рентгеновских лучей квантовый выход гораздо ниже, что часто является причиной существенного снижения отношения сигнал/шум. В отличие от герметично запаянных стрик-камер, работающих в видимом диапазоне, рентгеновские стрик-камеры представляют собой структуру с открытым входом и независимой вакуумной системой, что позволяет заменять фотокатоды в соответствии с требованиями эксперимента и энергией фотонов.

Другими факторами, влияющими на чувствительность стрик-камер, являются: коэффициент прохождения электронов; световыход люминофора; прохождение фотонов, излученных люминофором, к ПЗС-камере; чувствительность ПЗС-матрицы; а также шум аналоговой и цифровой считывающей электроники. В большинстве стрик-камер, работающих в видимом диапазоне, устанавливаются электронные умножители на микроканальных пластинах с регулируемым коэффициентом усиления, позволяющие довести чувствительность стрик-камеры до уровня регистрации единичных фотоэлектронов.

Важной особенностью современных стрик-камер является возможность электронного стробирования. Это позволяет визуализировать входной световой поток в течение выбранного интервала времени. Быстрое стробирование обычно осуществляется путем управления умножителем на микроканальной пластине, более медленное — с помощью фотокатода.

Использование стрик-камер в диагностике пучка [52]

Как на электрон-позитронных коллайдерах, так и на источниках СИ стрик-камеры используются для измерения длины сгустка частиц. В режиме микроволновой неустойчивости (см., например, [17]) пороговый ток пучка может быть оценен по началу быстрых флуктуаций длины пучка при стабильной фазе ВЧ, измеренных стрик-камерой с системой двойной развертки. Пример таких флуктуаций длины, измеренных на источнике СИ ESRF (Франция), приведен на рис. 3.22, *а*.

Стрик-камеры с системой двойной развертки в режиме “synchroscan” широко используются для измерения продольной фазы сгустков относительно фазы ускоряющего ВЧ-напряжения. Такие измерения применяются для контроля многосгустковой устойчивости пучка. Высшие моды ускоряющих резонаторов, приводящие к развитию многосгустковой неустойчивости, могут быть легко обнаружены с помощью стрик-камеры (рис. 3.22, *б*). Система двойной развертки позволяет работать в широком диапазоне значений времени развертки, подбирая параметры стрик-камеры, оптимальные для исследуемого явления.

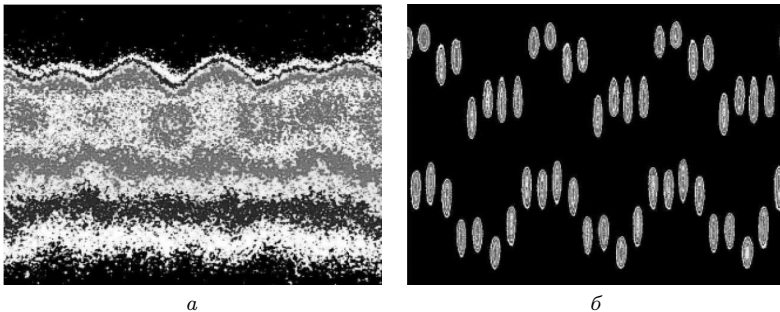


Рис. 3.22. Флуктуации длины пучка (*а*) и многосгустковая неустойчивость (*б*), измеренные стрик-камерой (ESRF)

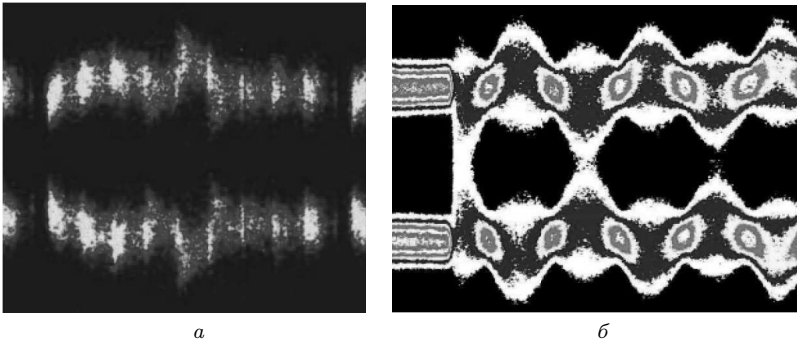


Рис. 3.23. Скачки фазы в центре 1658-сгусткового пучка PEP-2 (а) и продольные колебания пучка при инжекции в накопитель ESRF (б)

Стрик-камера использовалась на установке PEP-2 (США) для исследования быстрых переходных процессов в многосгустковом пучке, связанных с изменениями режима работы ускоряющих резонаторов (рис. 3.23, а). На источнике СИ ESRF с помощью стрик-камеры исследовались синхротронные колебания, возникающие при инжекции пучка (рис. 3.23, б). Последующая оптимизация энергии и фазы инжектируемого пучка позволила снизить потери частиц и радиационный фон в процессе инжекции.

Продольная многосгустковая неустойчивость, возникающая в результате взаимодействия пучка с высшими модами ускоряющих резонаторов, изучалось с помощью стрик-камер на установках SPEAR

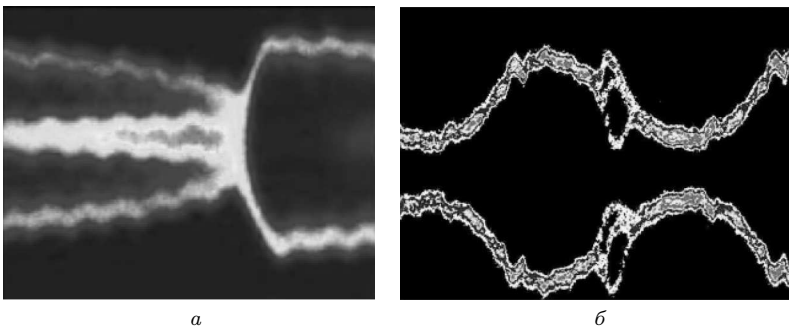


Рис. 3.24. Неустойчивость Робинсона, наблюдаемая на установке SPEAR (а), и скачок фазы пучка в накопителе ESRF при модуляции напряжения ВЧ (б)

3.6. Стрик-камера

(рис. 3.24, *a*) и ESRF (рис. 3.24, *б*). В результате исследований удалось увеличить время жизни пучка и подавить неустойчивость. Исследование природы высших мод резонаторов позволило развить аналитическую модель, описывающую механизм возникновения неустойчивости.

На установках ESRF (рис. 3.25, *a*) и LEP (ЦЕРН) (рис. 3.25, *б*) стрик-камеры использовались для диагностики поперечного движения пучка в процессе развития неустойчивости связанных мод (transverse mode coupling или fast head-tail instability). Несколько последовательных «снимков» пучка на каждом обороте накапливались на одном выходном изображении, что позволило изучать влияние быстрого поперечного движения на размеры пучка в трех проекциях.

В последнее время активно ведутся исследования по применению линейных ускорителей S-диапазона (длина волны 15,77–19,35 см) с лазерными фотокатодами для создания рентгеновских лазеров на свободных электронах. В этих работах стрик-камеры используются для измерения продольных параметров электронного пучка. В качестве светового сигнала используют оптическое переходное или черенковское излучение, помещая на пути пучка металлическую фольгу или ионизационную камеру. Такие измерения могут помочь в настройке группирующих секций, мониторинговании последовательности микросгустков, оценке длины и формы сгустка, а также в контроле синхронизации лазера и электронного пучка.

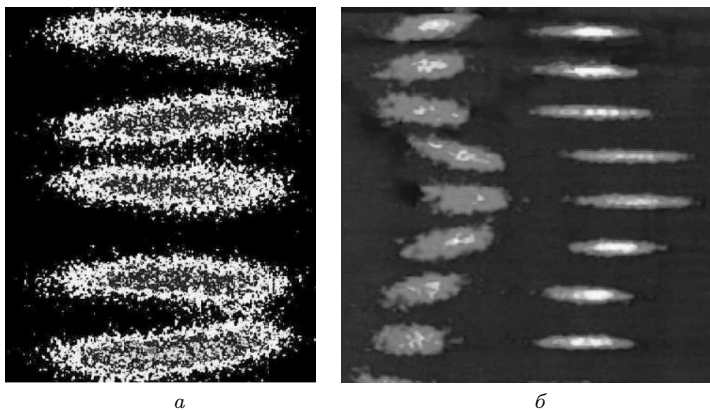


Рис. 3.25. Неустойчивость связанных мод — ESRF (*a*) и LEP (*б*)

3.7. Интерферометр

В оптике интерферометрия является общепринятым методом измерения малых угловых размеров (например, угловых размеров звезд). Принцип измерений, основанных на использовании пространственной когерентности света, известен как теорема Ван Циттерта–Цернике. Поскольку синхротронное излучение электронного пучка малых размеров имеет хорошую пространственную когерентность, метод интерферометрии оказывается пригодным для диагностики пучка. Для измерения поперечного распределения интенсивности электронного пучка размером порядка 10 мкм на установке КЕК Photon Factory (Япония) был разработан интерферометр, работающий на видимом синхротронном излучении [55]. Прибор позволяет измерять поперечные размеры пучка до 5 мкм с разрешением не хуже 1 мкм, измерение размера требует несколько секунд, измерение распределения интенсивности — несколько десятков секунд.

Для диагностики пучков используются интерферометры с делением волнового фронта, работающие с поляризованным квазимонохроматическим синхротронным излучением в видимом диапазоне. Поток фотонов СИ образует интерферограмму после прохождения двойной щели, фильтрующих и фокусирующих систем.

Согласно теореме Ван Циттерта–Цернике, преобразование Фурье распределения интенсивности $f(y)$ источника излучения дает комплексную степень пространственной когерентности γ , модулю которой соответствует функция видности интерферограммы.

$$\gamma(\nu) = \int f(y) e^{-i2\pi\nu y} dy . \quad (3.21)$$

Пространственная частота ν определяется как

$$\nu = \frac{D}{\lambda L} , \quad (3.22)$$

где λ — длина волны; L — расстояние от источника света до плоскости двойной щели; D — промежуток между щелями (рис. 3.26).

Интенсивность интерферограммы I как функция положения на экране Y может быть записана в виде:

$$I(Y) = I_0 \operatorname{sinc}\left(\frac{2\pi a}{\lambda R} Y\right) \left[1 + |\gamma| \cos\left(\frac{2\pi D}{\lambda R} Y + \phi\right) \right] , \quad (3.23)$$

3.7. Интерферометр

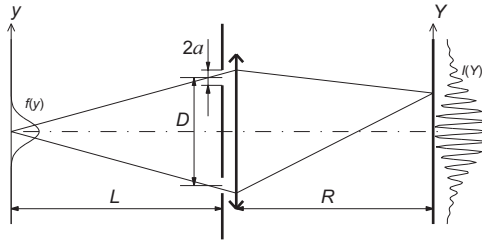


Рис. 3.26. Интерференция на двойной щели

где $\text{sinc}(x) \equiv \frac{\sin x}{x}$; a — полуширина щели; ϕ — фаза интерферограммы; R — расстояние от интерферограммы до задней главной точки объектива интерферометра (главные точки оптической системы — это точки пересечения с оптической осью главных плоскостей, взаимное изображение которых оптическая система дает в натуральную величину, см. рис. 3.26).

Если источник излучения имеет гауссовское распределение интенсивности, то γ также описывается распределением Гаусса. В случае измерения вертикального размера пучка по синхротронному излучению из горизонтального поворотного магнита измеренная зависимость γ от ширины промежутка между щелями с хорошей точностью совпадает с распределением Гаусса. При измерении горизонтального размера следует учитывать глубину резкости и дисбаланс интенсивности лучей, проходящих сквозь ту или другую щель.

Среднеквадратичный размер пучка σ_y выражается через среднеквадратичную ширину σ_γ степени пространственной когерентности γ :

$$\sigma_y = \frac{\lambda L}{2\pi\sigma_\gamma}. \quad (3.24)$$

При фиксированной ширине D промежутка между щелями

$$\gamma = \exp\left(-\frac{D^2}{2\sigma_\gamma^2}\right). \quad (3.25)$$

Подставляя (3.25) в (3.24), получаем формулу для вычисления размера пучка σ_y через степень пространственной когерентности γ :

$$\sigma_y = \frac{\lambda L}{\pi D} \sqrt{\frac{1}{2} \ln \frac{1}{\gamma}}. \quad (3.26)$$

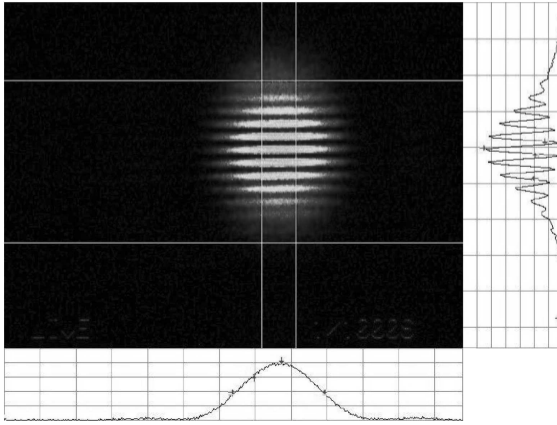


Рис. 3.27. Интерферограмма СИ

Пространственное разрешение $\delta\sigma_y$ интерферометра определяется погрешностью $\delta\gamma$ измерения пространственной когерентности (видности):

$$\delta\sigma_y \propto \frac{1}{\gamma \sqrt{\ln \frac{1}{\gamma}}} \delta\gamma. \quad (3.27)$$

При измерении видности самый большой вклад в погрешность вносит дисперсия света в оптической системе, особенно на краях апертуры объектива. Дисперсия приводит к разности оптических путей, и, как следствие, к изменению фазы интерферограммы для разных длин волн. В результате интерферограмма становится размытой, и функция видности значительно снижается. Для улучшения качества интерферограммы используются узкополосные оптические фильтры. Также для уменьшения влияния дисперсии используется зеркальная оптика [56]. На рис. 3.27 приведен пример интерферограммы синхротронного излучения, измеренной на установке КЕК (Япония).

3.8. Рентгеновская камера-обскура

Традиционным методом измерения поперечного распределения интенсивности пучка является регистрация синхротронного излучения в видимом диапазоне с помощью приборов, описанных выше. Для видимого света дифракционный предел пространственного разрешения

3.8. Рентгеновская камера-обскура

составляет несколько десятков микрон. В последние годы усилия, направленные на снижение эмиттанса пучков, привели к тому, что на современных ускорителях достигнуты поперечные размеры пучка меньше дифракционного предела. Проводить точные количественные измерения поперечного распределения пучков столь малых размеров по СИ видимого диапазона практически невозможно.

Очевидный путь улучшения разрешения оптических датчиков пучка — использование более коротковолнового излучения, т. е. работа в ультрафиолетовом и рентгеновском диапазонах. Использование брэгг-френелевской оптики в ультрафиолетовом диапазоне обеспечивает разрешение 4–5 мкм [57].

Для жесткого рентгеновского излучения существует простой способ получения изображения с помощью камеры-обскуры (pinhole camera). Этот способ обычно используется для тестирования рентгеновских трубок. Рентгеновская камера-обскура обладает такими же геометрическими свойствами, как и обычная камера-обскура для видимого света. Свет, проходя через достаточно малое отверстие, формирует перевернутое изображение источника. Оптическая схема прибора, установленного на французском источнике СИ SOLEIL [58], изображена на рис. 3.28.

Рентгеновское синхротронное излучение, выведенное из вакуумной камеры ускорителя через алюминиевое окно, проходит через отверстие и формирует изображение пучка частиц на люминофоре, регистрируемое ПЗС-камерой. Рассматривая схему, изображенную на рис. 3.28, в рамках геометрической оптики, оценим разрешение прибора. Точечный

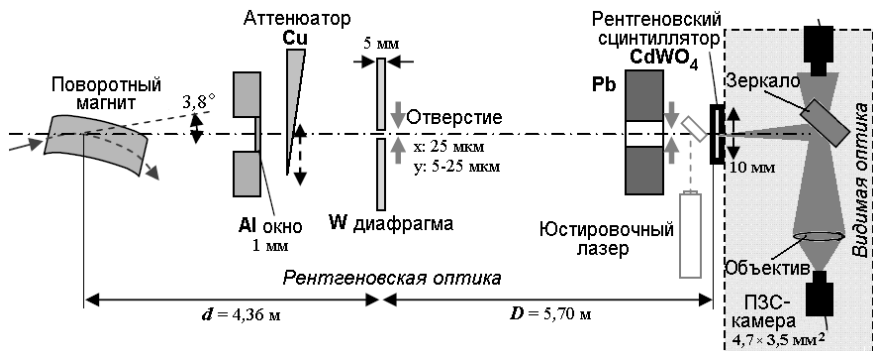


Рис. 3.28. Оптическая схема рентгеновской камеры-обскуры

источник рентгеновских лучей, расположенный на расстоянии d от непрозрачного экрана с прямоугольным отверстием, образует прямоугольное пятно на люминофоре, помещенном на расстоянии D за экраном. Геометрическое увеличение камеры-обскуры равно D/d , а ее аппаратная функция (ширина на полувысоте, FWHM), определяющая разрешение, имеет вид:

$$W_{\text{геом}} = a \left(1 + \frac{d}{D} \right), \quad (3.28)$$

где a — размер отверстия. Как видно из формулы, разрешение тем лучше, чем меньше размер отверстия a . Это верно до тех пор, пока можно пренебречь дифракцией, т. е. при соблюдении условия

$$a \gg 2\sqrt{\lambda d}, \quad (3.29)$$

где λ — длина волны рентгеновского излучения. При дальнейшем уменьшении размеров отверстия разрешение в основном определяется дифракцией, и аппаратная функция (FWHM) может быть записана в виде:

$$W_{\text{диф}} = \frac{1,1 \cdot 10^{-6} \text{ эВ}}{E_X} \cdot \frac{d}{a}, \quad (3.30)$$

где $E_X = \hbar\omega$ — энергия рентгеновских фотонов в электрон-вольтах.

Дистанционно управляемый медный аттенюатор, установленный напротив отверстия, позволяет регулировать поток излучения для предотвращения насыщения ПЗС-камеры. Цифровая обработка изображения выдает двумерное распределение поперечной плотности пучка. Математическая модель рентгеновской камеры-обскуры, позволяющая рассчитывать эмиттанс пучка по его изображению, описана в работе [59].

Для получения необходимой контрастности изображения толщина экрана, в котором проделано отверстие камеры-обскуры, должна быть как можно меньше. Если глубина отверстия много больше поперечных размеров, то внутренними отражениями уже нельзя пренебречь и отверстие ведет себя как световод. Этот эффект является одной из основных проблем, возникающих при использовании рентгеновской камеры-обскуры.

Если в металлическом экране сделать несколько отверстий, расположенных в линию на расстоянии около $3\sigma_{\perp}$ друг от друга (σ_{\perp} — поперечный размер пучка), то получим прибор, позволяющий одновременно измерять как поперечное положение, так и угол наклона пучка в точке излучения (repper-pot monitor, от англ. «перечница»). Расстояние

3.8. Рентгеновская камера-обскура

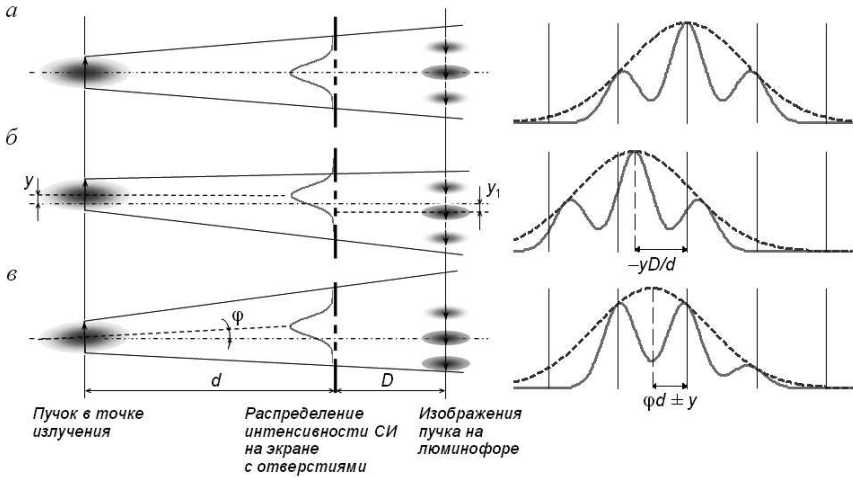


Рис. 3.29. Принцип измерения поперечной координаты и угла наклона пучка

между крайними отверстиями должно быть около $3d\psi$, где ψ — угловая расходимость синхротронного излучения; d — расстояние от точки излучения до экрана.

Принцип работы прибора иллюстрирует рис. 3.29. Если поперечное смещение и угол наклона пучка равны нулю, рентгеновское синхротронное излучение создает на металлическом экране изображение пучка, центр которого находится точно посередине между крайними отверстиями, и суперпозиция изображений, сформированных отверстиями, образует на люминофоре симметричную фигуру, как это показано на рис. 3.29, *a*. Поперечное смещение пучка частиц без отклонения по углу приводит к сдвигу всех изображений на люминофоре, и, соответственно, их огибающей на $y_1 = -yD/d$, см. рис. 3.29, *б*. При наклоне пучка на угол φ без смещения в поперечной плоскости сдвигается только огибающая изображений пучка на $y_2 = \varphi d$, поскольку сами изображения остаются на своих местах, а изменяется только их интенсивность (рис. 3.29, *в*).

Итак, для определения как поперечного смещения, так и угла наклона пучка можно сформулировать следующий алгоритм:

1. измерение поперечного смещения y_1 изображений пучка на люминофоре;
2. измерение смещения y_2 их огибающей;

3. вычисление поперечного смещения пучка в точке излучения $y = -y_1 d/D$;
4. вычисление угла наклона $\varphi = (y_2 \pm y)/d$, знак «+» соответствует случаю $y_2 < y$, знак «-» — случаю $y_2 > y$.

На рис. 3.30, *a* приведен пример изображений пучка, сформированных камерой-обскурой типа репер-пот с шестью отверстиями, установленной на электрон-позитронном коллайдере ВЭПП-4М, а на рис. 3.30, *б* — распределение интенсивности изображения, используемое для измерения поперечной координаты и угла наклона пучка.

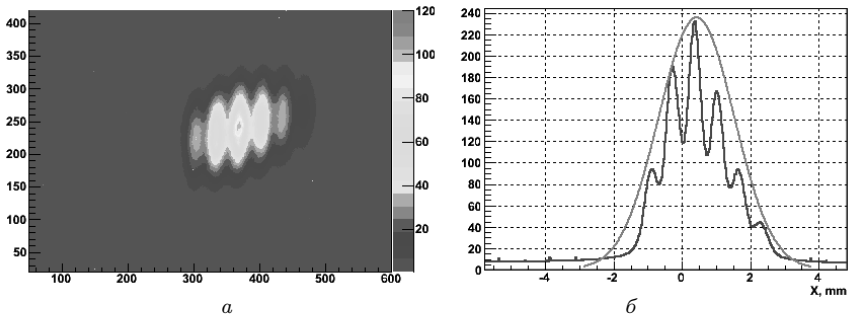


Рис. 3.30. Репер-пот камера: *a* — изображение пучка; *б* — распределение интенсивности

3.9. Принципы построения оптических систем диагностики пучка

Оптические системы визуализации пучков заряженных частиц используются практически с момента появления первых ускорителей. Развитие техники, позволяющей измерять количественные характеристики пучка, в частности, распространение качественных и доступных ПЗС-приборов и аналого-цифровых преобразователей, сделало оптические приборы одними из наиболее востребованных в диагностике пучка.

Целью современной системы оптической диагностики является передача информации о параметрах пучка в обрабатывающий компьютер с минимальными искажениями.

Рис. 3.31 иллюстрирует принцип устройства системы оптической диагностики [60]. Процесс передачи информации осуществляется

3.9. Принципы построения оптических систем

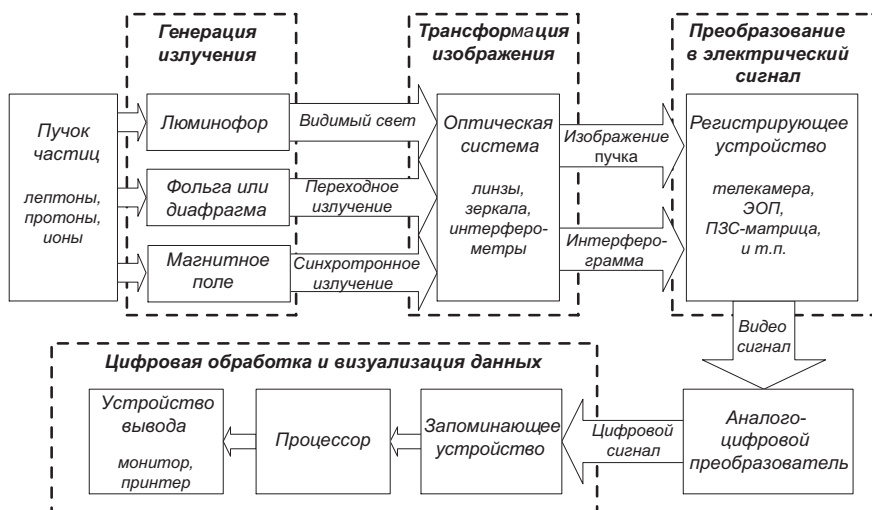


Рис. 3.31. Схема оптической диагностики

в несколько этапов. Первый этап — генерация излучения пучком путем взаимодействия со светоизлучающим веществом (люминесценция), металлической фольгой (оптическое переходное излучение) или магнитным полем (синхротронное излучение). На втором этапе происходит трансформация изображения пучка в удобный для регистрации вид с помощью оптических систем. Оптические системы могут быть условно разделены на два типа по виду пространственного распределения интенсивности излучения, сформированного точечным источником. Если это распределение представляет собой единственный пик, то оптическое изображение непосредственно отображает распределение интенсивности пучка. Если же излучение точечного источника преобразуется в изображение с множеством пиков (интерференционная картина), то для получения параметров пучка частиц требуется дополнительная математическая обработка данных. Следующий этап передачи информации — преобразование изображения пучка в электрический сигнал — осуществляется с помощью различных регистрирующих устройств, таких как телекамеры, ФЭУ, ПЗС-матрицы и т. п. Полученный видеосигнал может как непосредственно передаваться на отображающее устройство (телевизор, осциллограф), так и, после оцифровки, подвергаться

различным преобразованиям для получения наиболее удобной для визуализации формы.

Любое цифровое изображение состоит из конечного числа элементов (пикселей), что накладывает определенные ограничения на размер поля зрения при заданном пространственном разрешении. Чтобы преодолеть это ограничение, необходимо использовать телескопические объективы или ПЗС-матрицы с большим количеством пикселей.

Кроме этого, приходится решать ряд дополнительных проблем:

- *Вывод СИ из вакуумной камеры ускорителя.* Для максимального возможного разрешения поперечный акцептанс оптической системы должен быть не меньше $6\psi_m$ (3.6), достигая величины 10–30 мрад. Такой большой зазор в вакуумной камере вносит существенный вклад в импеданс связи.
- *Угловое разрешение.* В современных ускорителях угловой разброс пучка часто не превышает 10 мкрад. Чтобы обеспечить требуемое угловое разрешение, механическое крепление оптических элементов должно быть очень жестким.
- *Воздушные потоки.* В результате преломления воздушными потоками или флуктуациями плотности световой луч может отклоняться на несколько микроградан. Поэтому оптический путь луча должен проходить в закрытой (или даже откачанной) трубе.
- *Нагрев зеркал.* Мощность синхротронного излучения может составлять от нескольких ватт до десятков киловатт. Из-за нагрева зеркало может деформироваться и вносить искажения в изображение пучка. Зеркала, устанавливаемые в вакуумную камеру, обычно делают с водяным охлаждением.

Конфигурация действующей системы оптической диагностики, установленной на электрон-позитронном коллайдере ВЭПП-4М Института ядерной физики им. Будкера СО РАН [61] схематически изображена на рис. 3.32. Синхротронное излучение пучка из поворотного магнита, отраженное охлаждаемым металлическим зеркалом, через кварцевое окно выводится из вакуумной камеры, затем с помощью полупрозрачных зеркал разветвляется на несколько каналов и регистрируется набором датчиков, расположенных на оптической скамье. Геометрические преобразования изображения пучка осуществляются с помощью объективов, регулировка интенсивности — с помощью дистанционно управляемых светофильтров. Для калибровки оптических приборов в системе установлены источники света.

3.9. Принципы построения оптических систем

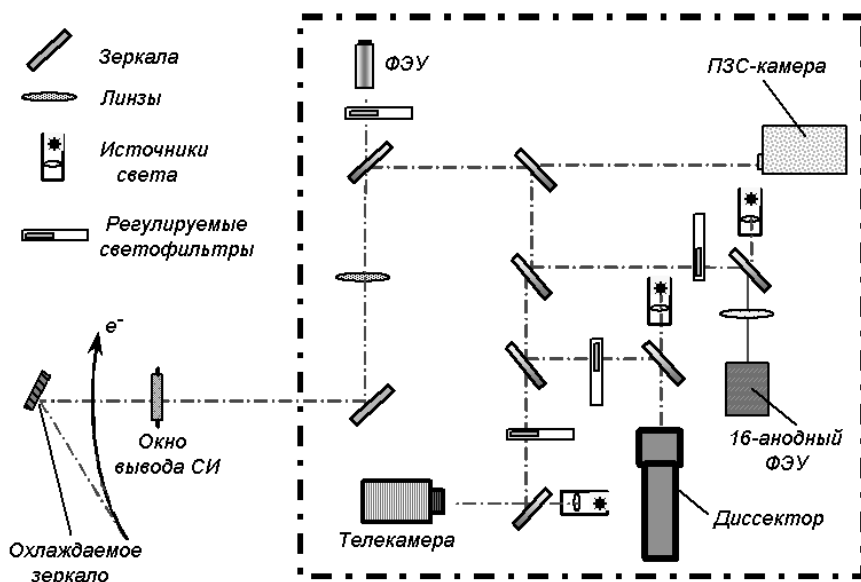


Рис. 3.32. Система оптической диагностики ВЭПП-4М

Для поворотной регистрации пучков малой интенсивности используется ФЭУ, для измерения поперечных размеров пучка — ПЗС-камера, продольного размера — диссектор. Визуальное наблюдение пучка осуществляется с помощью телекамеры. С использованием многоанодного ФЭУ налажено поворотное измерение положения центра масс и поперечных размеров пучка, а также анализ частот колебаний пучка в диапазоне от нескольких герц до сотен килогерц.

Глава 4

Электромагнитные датчики

Электромагнитный датчик пучка заряженных частиц представляет собой систему проводников, в которых пролетающий пучок, отдавая часть своей энергии, возбуждает электромагнитное поле, являющееся сигналом. Величина и временная зависимость поля несут информацию об интенсивности пучка и его геометрических характеристиках, которая может быть извлечена путем детектирования сигнала. Возбуждаемое поле, в зависимости от устройства системы, может иметь характер поля излучения, стоячих или бегущих волн.

Электромагнитные датчики полностью прозрачны, могут иметь малые размеры и достаточно простую конструкцию. Немаловажно и то, что сигналом электромагнитного датчика является напряжение или ток, которые можно регистрировать измерительными приборами без дополнительных преобразований. Датчики, перечисленные ниже, можно найти практически на всех ускорителях заряженных частиц:

- **резонаторные** — обеспечивают очень высокое пространственное разрешение при измерении поперечных координат пучка;
- **резистивные** — используются для однопролетных измерений интенсивности и поперечного положения пучков;
- **полосковые** — обладают свойством направленности и могут быть использованы для одновременного измерения поперечного положения пучков частиц разной полярности (например, e^+ и e^-);
- **электростатические** — благодаря малым размерам, простоте конструкции, надежности и малому импедансу связи повсеместно

используются в системах измерения орбиты, а также для поперечной диагностики колебаний пучка;

- магнитоиндукционные — в режиме трансформатора тока являются стандартными приборами для измерения тока циркулирующего пучка.

4.1. Расчет электромагнитных полей, возбуждаемых пучком

Параметры пучка заряженных частиц можно определить, измеряя силу, с которой электромагнитное поле, индуцируемое движущимися частицами пучка, действует на некий пробный заряд. В качестве пробных зарядов используются электроны проводимости вещества — проводника. В основе взаимодействия заряженной частицы и проводника лежат явления электростатической и электромагнитной индукции, которые проявляются в разделении положительных и отрицательных зарядов, имеющих в проводнике в равном количестве. Разделение происходит под действием потенциального электрического поля частицы и вихревого электрического поля, возникающего вследствие изменения во времени магнитного поля, обусловленного ее движением. Распределение индуцированных зарядов и токов устанавливается таким, чтобы внутри проводника результирующее электромагнитное поле было равно нулю. Это распределение зависит от формы и расположения проводников, а также от величины и направления скорости частицы. В случае совокупности частиц электромагнитное поле определяется суперпозицией полей от каждой частицы, распределение индуцированных зарядов и токов зависит от числа частиц и их положения в пространстве.

Для расчета электромагнитных датчиков часто используют модель бесконечно тонкого пучка:

$$\vec{j}(x, y, z, t) = \vec{v} \rho_z(z + vt) \delta(x - x_0) \delta(y - y_0), \quad (4.1)$$

где δ — дельта-функция Дирака. Такой пучок характеризуется поперечными координатами x_0, y_0 и линейной плотностью заряда $\rho_z(z)$ с характерным продольным размером σ_z . В процессе расчета сигналов датчика пучок с произвольным поперечным распределением частиц можно представить как совокупность бесконечно тонких пучков.

Процессы электростатической и электромагнитной индукции в вакууме описываются уравнениями Максвелла

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, & \operatorname{div} \vec{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0}, \\ \operatorname{rot} \vec{H} &= \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{j}, & \operatorname{div} \vec{H} &= 0, \end{aligned} \quad (4.2)$$

которые связывают электрическое \vec{E} и магнитное \vec{H} поля с плотностью зарядов ρ и плотностью тока \vec{j} пучка. В системе СИ ϵ_0 и μ_0 — соответственно диэлектрическая и магнитная проницаемость вакуума, связанные соотношением $\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = 1/c$, где c — скорость света в вакууме. Эти уравнения дополняются краевыми условиями, связывающими заряды, токи и поля на поверхности проводников, а также начальными условиями.

Расчет электромагнитного датчика пучка заключается в вычислении зависимости выходных сигналов датчика, таких как напряжения, токи, заряды, от параметров пучка. В расчетах электромагнитных полей, возбуждаемых движущимся пучком, существенную роль играет окружающая структура, определяющая граничные условия. Кроме того, область взаимодействия пучка с электромагнитным датчиком представляет собой сравнительно малую окрестность равновесной орбиты. Поэтому в данном случае для вычисления полей, индуцированных пучком, удобен математический аппарат функций Грина [5].

В математике функция Грина используется для решения неоднородных дифференциальных уравнений

$$\hat{L}u(x) = f(x), \quad (4.3)$$

где \hat{L} — линейный дифференциальный оператор. Функция Грина оператора \hat{L} , действующего на обобщенные функции в некоторой точке x' , является решением уравнения

$$\hat{L}G(x, x') = \delta(x - x'). \quad (4.4)$$

Если ядро оператора \hat{L} нетривиально, тогда функция Грина не единственна. Однако на практике граничные условия, симметрия и разного рода дополнительные критерии часто позволяют выделить единственную функцию Грина.

Умножая уравнение (4.4) на $f(x')$ и интегрируя по x' , получаем выражение для правой части $f(x)$ уравнения (4.3)

$$\int \hat{L}G(x, x')f(x') dx' = \int \delta(x - x')f(x') dx' = f(x), \quad (4.5)$$

4.1. Расчет полей, возбуждаемых пучком

которое можно считать разложением $f(x)$ по базису из дельта-функций Дирака. Подставив выражение (4.5) в уравнение (4.3)

$$\hat{L}u(x) = \int \hat{L}G(x, x')f(x') dx' \quad (4.6)$$

и учитывая, что линейный оператор \hat{L} действует только на члены, зависящие от x , а не от переменной интегрирования x' , мы можем вынести оператор \hat{L} за интеграл:

$$\hat{L}u(x) = \hat{L} \left(\int G(x, x')f(x') dx' \right) \quad (4.7)$$

и получить таким образом решение

$$u(x) = \int G(x, x')f(x') dx' \quad (4.8)$$

исходного уравнения (4.3). Другими словами, решение неоднородного дифференциального уравнения может быть найдено в виде свертки (4.8) функции Грина и правой части. Следует помнить, что в общем случае функция Грина — не обычная, а обобщенная функция, ее можно представить как оператор, обратный по отношению к \hat{L} . Это значит, что функция Грина может быть найдена не для всех операторов. Помимо сложности подбора функции Грина для конкретного оператора, сам интеграл (4.8) может оказаться непростым. Тем не менее, метод функций Грина теоретически дает точное решение.

В теории сигналов для анализа динамических систем широко используется аналог функции Грина — импульсная переходная функция, представляющая собой реакцию (выходной сигнал) системы на входной сигнал в виде дельта-функции Дирака.

Чтобы рассчитать электромагнитное поле, индуцированное однократно пролетающим пучком, подвергнем уравнения Максвелла (4.2) преобразованию Лапласа во времени

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt, \quad (4.9)$$

полагая поля равными нулю в начальный момент:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\mu_0 p \vec{H}, & \operatorname{div} \vec{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0}, \\ \operatorname{rot} \vec{H} &= \epsilon_0 p \vec{E} + \vec{j}, & \operatorname{div} \vec{H} &= 0, \end{aligned} \quad (4.10)$$

где $p = \sigma + i\omega$ — комплексная частота, а ρ и \vec{j} определяются пучком.

Из уравнений Максвелла с учетом граничных условий можно получить выражения для электрического и магнитного полей через функции Грина. Вычисляя \vec{E} из второго уравнения системы (4.10) и подставляя в первое уравнение, получаем уравнение для магнитного поля \vec{H} (неоднородное уравнение Гельмгольца):

$$\nabla^2 \vec{H} - p^2 \mu_0 \epsilon_0 \vec{H} = -\text{rot} \vec{j}. \quad (4.11)$$

Вместе с условием $\text{div} \vec{H} = 0$ и заданными граничными условиями это уравнение определяет магнитное поле:

$$\vec{H}(\vec{r}, p) = - \iiint_V G_h(\vec{r}, \vec{r}', p) \text{rot} \vec{j}(\vec{r}', p) dx' dy' dz'. \quad (4.12)$$

Интеграл берется по всей области, где $\vec{j} \neq 0$, $G_h(\vec{r}, \vec{r}', p)$ — тензорная функция Грина точки наблюдения $\vec{r} = (x, y, z)$ и точки истока $\vec{r}' = (x', y', z')$, определяемая уравнением

$$\nabla_r^2 G_h - p^2 \mu_0 \epsilon_0 G_h = I \delta(\vec{r} - \vec{r}'), \quad (4.13)$$

где I — единичный тензор. Функция Грина $G_h(\vec{r}, \vec{r}', p)$ должна удовлетворять уравнению $\text{div} G_h = 0$ и заданным граничным условиям.

Подставляя \vec{H} (4.12) в преобразованные по Лапласу уравнения Максвелла (4.10) и вводя электрическую вихревую функцию Грина

$$G_e(\vec{r}, \vec{r}', p) = -\frac{1}{p\epsilon_0} \text{rot}_r \text{rot}_{r'} G_h(\vec{r}, \vec{r}', p), \quad (4.14)$$

получим выражение для электрического поля:

$$\vec{E}(\vec{r}, p) = - \iiint_V G_e(\vec{r}, \vec{r}', p) \text{rot} \vec{j}(\vec{r}', p) dx' dy' dz' - \frac{1}{p\epsilon_0} \vec{j}(\vec{r}', p). \quad (4.15)$$

Последний член в выражении (4.15) обусловлен объемным зарядом пучка и не зависит от граничных условий, поэтому при исследовании когерентного взаимодействия пучка с окружающей структурой он может быть опущен.

Уравнения (4.12) и (4.15) представляют собой решение прямой задачи диагностики, т. е. определение электромагнитных полей в датчике

заданной конфигурации, индуцированных пучком с известными параметрами. В ряде простейших случаев эти уравнения могут быть решены аналитически, но для реальных датчиков пучка, представляющих собой устройства довольно сложной конфигурации, возможно только численное решение. В расчетах полей, возбуждаемых пучком, функция Грина, учитывающая граничные условия, может быть разложена в ряд по малым отклонениям в окрестности равновесной орбиты и выражена через импедансы системы, приведенные к области взаимодействия. Также считается, что заряды, токи и поля в системе проводников не оказывают влияния на пучок. Для релятивистских пучков это условие является естественным следствием принципа причинности.

Электромагнитный датчик пучка обычно представляет собой электродинамическую систему, относящуюся к одному из следующих основных типов:

1. Резонаторы — системы, в которых рассеяние электромагнитной энергии за один период колебаний мало по сравнению с запасенной в них энергией. В таких датчиках пучком могут возбуждаться стоячие волны.
2. Волноводы — системы, в которых могут существовать бегущие волны. Если датчик представляет собой двух- или многосвязный волновод и его поперечные размеры малы по сравнению с длиной сгустка, то пучок может возбуждать распространяющиеся волны только поперечного (ТЕМ) типа.
3. Квазистатические системы, в которых поля близки к статическим. К таким системам можно отнести всевозможные электродные устройства, размеры которых малы по сравнению с длиной волны, возбуждаемой пучком, а также волноводы на частоте ниже критической.

Перечисленные системы не исчерпывают всех возможных типов, но являются наиболее распространенными.

4.2. Резонаторные датчики

Электромагнитный резонатор представляет собой замкнутый объем с проводящими стенками, внутри которого могут существовать стоячие волны, возбуждаемые пролетающим пучком. Резонатор без потерь имеет систему собственных ортогональных векторных функций $\vec{E}_k(\vec{r})$,

$\vec{H}_k(\vec{r})$, описывающих моды колебаний (стоячие волны) и связанных парой уравнений Максвелла

$$\operatorname{rot} \vec{E}_k = -\mu_0 p_k \vec{H}_k, \quad \operatorname{rot} \vec{H}_k = \epsilon_0 p_k \vec{E}_k, \quad (4.16)$$

где p_k — собственные числа волнового уравнения

$$\nabla^2 \vec{H} - p^2 \mu_0 \epsilon_0 \vec{H} = 0. \quad (4.17)$$

Функция Грина $G_h(\vec{r}, \vec{r}', p)$ выражается через эти собственные функции, а электрическое поле (Лаплас-изображение) имеет вид:

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, p) &= \sum_k \frac{p}{p_k^2 - p^2} \frac{\vec{E}_k(\vec{r})}{\epsilon_0 \iiint_V E_k^2 dx dy dz} \iiint_V \vec{E}_k(\vec{r}') \vec{j}(\vec{r}', p) dx' dy' dz' + \\ &+ \frac{1}{p} \sum_k \frac{\vec{E}_k(\vec{r})}{\epsilon_0 \iiint_V E_k^2 dx dy dz} \iiint_V \vec{E}_k(\vec{r}') \vec{j}(\vec{r}', p) dx' dy' dz' - \\ &- \frac{1}{p \epsilon_0} \vec{j}(\vec{r}, p). \end{aligned} \quad (4.18)$$

В этом выражении первый член представляет собой сумму резонансных мод, остальные — квазистатические нерезонансные поля. Второй член описывает разложение квазистатического поля по резонансным модам колебаний.

4.2.1. Датчик положения пучка

Простейший резонаторный датчик положения пучка — это цилиндрический резонатор, схематически изображенный на рис. 4.1, *a*. На рис. 4.1, *b* приведена фотография резонаторного датчика, разработанного на установке TESLA Test Facility Linac (DESY, Германия) [62].

Пучок, пролетающий вдоль оси резонатора с поперечным смещением, возбуждает дипольную моду колебаний TM_{110} . Амплитуда этой моды пропорциональна интенсивности пучка и его поперечному смещению от оси. Сигнал такого датчика имеет хорошую линейность, а его амплитуда гораздо больше, чем у других электромагнитных датчиков, что позволяет измерять положение пучка с субмикронной точностью [63, 64].

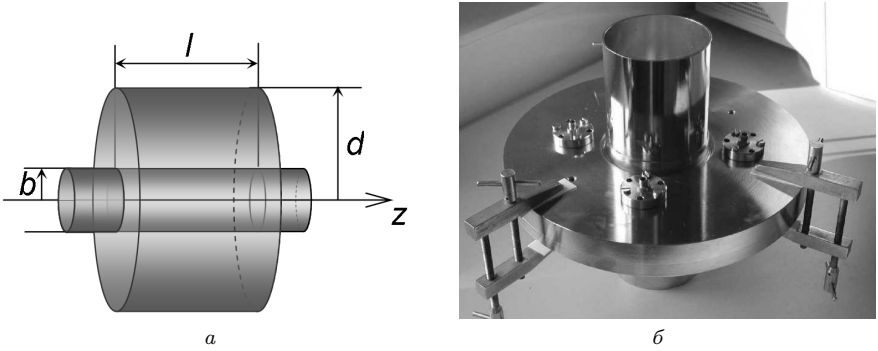


Рис. 4.1. Цилиндрический резонатор — датчик положения пучка:
 а — схема, б — фотография

Расчет сигнала

Следуя [62], рассмотрим возбуждение пучком цилиндрического резонатора, считая возмущение конфигурации полей пучком и устройствами вывода сигнала пренебрежимо малым. Если пучок движется вдоль оси резонатора, то в резонаторе возбуждаются только ТМ-моды колебаний, имеющие ненулевую продольную компоненту электрического поля $E_z \neq 0$. Электрическое E и магнитное H поля моды TM_{mnj} описываются следующими выражениями в цилиндрической системе координат (r, θ, z) :

$$\begin{aligned}
 E_r &= -C_{mnj} \frac{k_z}{k_r} J'_m(k_r r) \cos m\theta \sin k_z z e^{i\omega t}, \\
 E_\theta &= C_{mnj} \frac{k_z m}{k_r^2} \frac{J_m(k_r r)}{r} \sin m\theta \sin k_z z e^{i\omega t}, \\
 E_z &= C_{mnj} J_m(k_r r) \cos m\theta \cos k_z z e^{i\omega t}, \\
 H_r &= -iC_{mnj} \frac{\omega \epsilon_0 m}{k_c^2} \frac{J_m(k_c r)}{r} \sin m\theta \cos k_z z e^{i\omega t}, \\
 H_\theta &= -iC_{mnj} \frac{\omega \epsilon_0}{k_c} J'_m(k_c r) \cos m\theta \cos k_z z e^{i\omega t}, \\
 H_z &= 0,
 \end{aligned} \tag{4.19}$$

где C_{mnj} — амплитуда моды; $k_c = \alpha_{mn}/d$ — критическое волновое число; $k_z = j\pi/l$; α_{mn} — n -й корень функции Бесселя первого рода J_m ; d — радиус резонатора; l — длина; m, n, j — число вариаций по угловой θ ,

радиальной r и продольной z координатам, соответственно; ω — собственная частота моды ТМ $_{mnj}$, равная

$$\omega_{mnj} = c \sqrt{\left(\frac{\alpha_{mn}}{d}\right)^2 + \left(\frac{\pi j}{l}\right)^2}. \quad (4.20)$$

Электромагнитная энергия в резонаторе переходит из электрического поля в магнитное и наоборот, полная энергия, накопленная в резонаторе, равна:

$$W = \langle W_E \rangle + \langle W_H \rangle = 2 \langle W_E \rangle. \quad (4.21)$$

Для каждой моды колебаний резонатор можно представить в виде эквивалентного колебательного контура, включающего в себя емкость и индуктивность, а в резонаторе с потерями — еще и активное сопротивление. Эквивалентная электрическая цепь резонатора представляет собой параллельное соединение эквивалентных колебательных контуров для всех мод. Эквивалентные параметры n -й моды R_n , L_n и C_n связаны с параметрами резонатора, не зависящими от интенсивности электромагнитного поля, такими как резонансная частота данной моды

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{L_n C_n}}, \quad (4.22)$$

шунтовое сопротивление

$$R_n = \frac{\left| \int_0^l E_z e^{i\omega_n t} dz \right|^2}{2P_n} = \frac{V_n^2}{2P_n}, \quad (4.23)$$

и добротность

$$Q_n = \frac{\omega_n W_n}{P_n}, \quad (4.24)$$

где W_n — полная накопленная энергия данной моды; P_n — мощность потеря, рассеиваемая на сопротивлении стенок. В резонаторе с потерями накопленная энергия уменьшается экспоненциально со временем:

$$W_n = W_{n0} \exp\left(-\frac{\omega_n}{Q_n} t\right). \quad (4.25)$$

4.2. Резонаторные датчики

Резонансная частота и добротность определяют время затухания амплитуды свободных колебаний в резонаторе

$$\tau_n = \frac{2Q_n}{\omega_n} . \quad (4.26)$$

Для вывода сигналов из резонатора используются устройства связи, такие как петля, взаимодействующая с магнитным полем, штыревая антенна, взаимодействующая с электрическим полем, или отверстие в стенке, через которое электромагнитная волна проникает в выводной волновод. Геометрические размеры и положение в резонаторе устройств связи определяют величину коэффициента связи, равного отношению выводимой мощности к мощности потерь:

$$\beta = \frac{P_{\text{out}}}{P_n} = \frac{Q_n}{Q_{\text{load}}} - 1 , \quad (4.27)$$

где Q_{load} — нагруженная добротность, равная

$$Q_{\text{load}} = \frac{Q_n Q_{\text{ext}}}{Q_n + Q_{\text{ext}}} = \frac{Q_n}{1 + \beta} , \quad (4.28)$$

а Q_{ext} — внешняя добротность, определенная как отношение запасенной энергии к энергии, расходуемой на внешней нагрузке.

В ускорительной технике резонаторы широко используются как источники энергии для ускорения частиц. Интеграл электрического поля в резонаторе, взятый вдоль траектории пучка, дает ускоряющее напряжение, воздействующее на пучок:

$$V_a = \int \vec{E} \cdot \vec{v}_b dt , \quad (4.29)$$

где v_b — скорость пучка. Если электрическое поле параллельно скорости пучка, то ускоряющее напряжение можно записать как

$$V_a = \int_{-\infty}^{\infty} E_z e^{i\omega t} v_b dt = \int_{-\infty}^{\infty} E_z e^{ikz} dz . \quad (4.30)$$

Это напряжение зависит от интенсивности поля и эффективной длины резонатора, представляющей собой произведение геометрической длины на пролетный фактор T_{tr} , учитывающий изменение поля за время

пролета пучка. Для релятивистского пучка ($v_b = c$) пролетный фактор равен

$$T_{\text{tr}} = \frac{\int_0^l E_z e^{ikz} dz}{\int_0^l E_z dz} = \frac{\sin \eta}{\eta}, \quad \text{где } \eta = \frac{\pi l}{\lambda_{mn0}}, \quad (4.31)$$

λ_{mn0} — длина волны моды ТМ $_{mn0}$. Полагая поле постоянным вдоль оси z , получаем $V_a = E_z T_{\text{tr}} l$.

Энергия, потерянная пучком на возбуждение n -й моды резонатора, может быть выражена через эквивалентный замедляющий потенциал, пропорциональный напряжению возбужденной моды. Согласно основной теореме о нагрузке резонатора, обусловленной пучком, полное напряжение моды V_n , наведенное пучком в резонаторе, равно удвоенному напряжению V_a , действующему на пучок (доказательство теоремы см., например, в [65]). Используя определения шунтового сопротивления R_n (4.23) и добротности Q_n (4.24) n -й моды, наведенное пучком напряжение в резонаторе можно выразить через параметры эквивалентного колебательного контура

$$V_n = q_b \frac{\omega_n}{2} \left(\frac{R}{Q} \right)_n, \quad (4.32)$$

где q_b — заряд пучка; ω_n — собственная частота, а $(R/Q)_n$ — нормализованное шунтовое сопротивление моды.

Пучок, движущийся по оси резонатора ($r = 0$), возбуждает моду ТМ $_{010}$ с наибольшей критической длиной волны, $m = 0$ означает, что электрическое поле не зависит от угла θ . При смещении пучка по r возбуждение этой моды происходит слабее, зато начинает возбуждаться следующая по частоте мода ТМ $_{110}$, у которой продольное электрическое поле на оси резонатора равно нулю (рис. 4.2).

Дипольная мода ТМ $_{110}$ имеет максимальную амплитуду среди всех мод, зависящих от положения пучка (дипольных, квадрупольных и т. д.). Продольное электрическое поле моды ТМ $_{110}$, возбуждаемое пучком с координатами $r = x_0$, $\theta = 0$, описывается выражением:

$$E_z = C_{110} J_1 \left(\alpha_{11} \frac{x_0}{d} \right) \cos \theta e^{i \omega_{110} t}, \quad \omega_{110} = c \frac{\alpha_{11}}{d}, \quad (4.33)$$

где $\alpha_{11} = 3,832$ — первый корень функции Бесселя J_1 . Как видно из (4.33), продольное электрическое поле моды ТМ $_{110}$ пропорционально

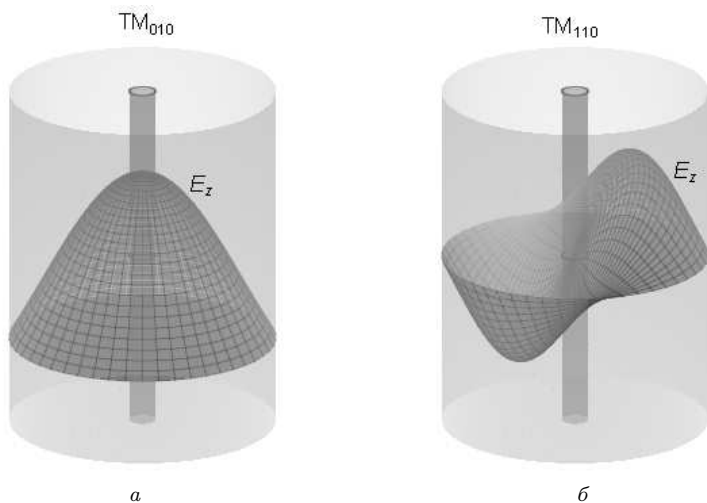


Рис. 4.2. Продольное электрическое поле моды TM_{010} (а) и TM_{110} (б)

функции Бесселя J_1 от радиального смещения пучка, нормированного на радиус резонатора. Графики функций Бесселя J_0 и J_1 представлены на рис. 4.3.

Добротность моды TM_{110} может быть выражена как

$$Q_{110} = \frac{\lambda_{110}}{2\pi\delta_s} \frac{\alpha_{11}}{1 + d/l}, \quad (4.34)$$

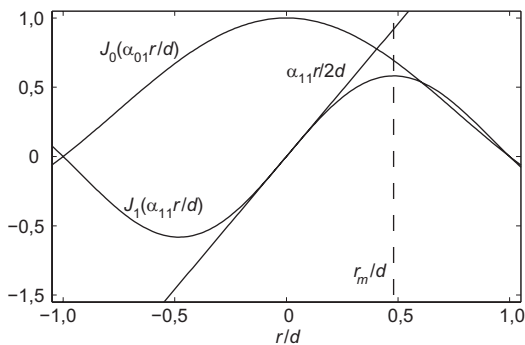


Рис. 4.3. Функции Бесселя J_0 и J_1

где $\lambda_{110} = 2\pi c/\omega_{110}$ — длина волны; δ_s — толщина скин-слоя материала стенок резонатора с удельным сопротивлением ρ и магнитной проницаемостью μ :

$$\delta_s = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu\omega}}. \quad (4.35)$$

Поскольку нормализованное шунтовое сопротивление $(R/Q)_n$ пропорционально квадрату радиальной координаты, в расчетах обычно используется величина $(R/Q)_n$ для определенного смещения, которая может быть соответствующим образом масштабирована. Значение $(R/Q)_n$ на радиусе $r_m \simeq 0,481d$, соответствующем максимальному значению продольного электрического поля моды (см. рис. 4.3), вычисляется как

$$\left(\frac{R}{Q}\right)_{110} = \frac{V_{110}^2(r_m)}{2\omega_{110}W_{110}} = \frac{2Z_0 l J_{1\max}^2 T_{\text{tr}}^2}{\pi\alpha_{11} d J_0^2(\alpha_{11})}, \quad (4.36)$$

где $Z_0 \simeq 377\Omega$ — импеданс свободного пространства; $J_{1\max} \simeq 0,582$ — значение функции Бесселя в максимуме.

Напряжение моды TM_{110} , возбужденной пучком, пролетающим вдоль оси резонатора с поперечным смещением по оси x ($\theta = 0$), равным x_0 , может быть выражено через заряд пучка q_b и нормализованное шунтовое сопротивление $(R/Q)_{110}$. Как следует из (4.33),

$$\frac{V_{110}(x_0)}{V_{110}(r_m)} = \frac{J_1\left(\alpha_{11} \frac{x_0}{d}\right)}{J_{1\max}}, \quad (4.37)$$

и, используя (4.32), получаем:

$$V_{110}(x_0) = \frac{q_b \omega_{110}}{2} \frac{J_1\left(\alpha_{11} \frac{x_0}{d}\right)}{J_{1\max}} \left(\frac{R}{Q}\right)_{110}. \quad (4.38)$$

Для малых аргументов функция Бесселя $J_1(x)$ может быть заменена на $x/2$, таким образом, зависимость напряжения V_{110} от поперечного смещения пучка x_0 линейна в области, ограниченной радиусом $b \ll d$ входного и выходного отверстий:

$$V_{110}(x_0) = \frac{q_b \omega_{110}}{4} \frac{\alpha_{11}}{J_{1\max}} \frac{x_0}{d} \left(\frac{R}{Q}\right)_{110} = q_b x_0 \frac{l T_{\text{tr}}^2}{d^3} \frac{Z_0 c \alpha_{11} J_{1\max}}{2\pi J_0^2(\alpha_{11})}. \quad (4.39)$$

Выражение

$$M_b = \frac{\alpha_{11}}{2J_{1\max}} \frac{x_0}{d} \quad (4.40)$$

4.2. Резонаторные датчики

называют коэффициентом связи резонатора с пучком. Сравнивая величину сигнала (4.39) со среднеквадратичной амплитудой тепловых шумов $V_{\text{noise}} = \sqrt{4kR\Delta f T}$ (k — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура) в полосе сигнала Δf , можно оценить предельное шумовое разрешение датчика.

Применяя для вывода сигнала два одинаковых устройства связи (петля или штырь), расположенные на оси x ($\theta = 0, \pi$) или y ($\theta = \pm\pi/2$), можно зарегистрировать два независимых колебания одной и той же моды, возбуждаемые пучком, смещенным от оси резонатора на $r_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$.

Если резонатор возбуждается периодическим импульсным пучком (циклический ускоритель или многосгустковый режим в линейном ускорителе), то в резонаторе устанавливается стационарный режим колебаний. В этом случае мощность, выводимая через устройство связи с внешней добротностью Q_{ext} , может быть выражена через средний ток пучка I_b :

$$P_{\text{out}} = I_b^2 M_b^2 \frac{Q_{\text{load}} \beta}{1 + \beta} \left(\frac{R}{Q} \right)_{110}, \quad (4.41)$$

где Q_{load} — нагруженная добротность (4.28). Напряжение сигнала на нагрузке с сопротивлением R_{load} равно $V_{\text{out}} = \sqrt{P_{\text{out}} R_{\text{load}}}$. При возбуждении однократно пролетевшим пучком в резонаторе возникают свободные колебания, затухающие с характерным временем τ_{110} (4.26). Соответствующая нагруженная добротность Q_{load} определяется из условия полного затухания колебаний к моменту прилета следующего пучка.

Пространственное разрешение

Поскольку максимум продольного электрического поля синфазной моды TM_{010} находится на оси резонатора, эта мода при малых поперечных смещениях пучка возбуждается гораздо сильнее, чем полезная мода TM_{110} . Возбуждение моды TM_{010} на ее собственной частоте ω_{010} может быть рассчитано из (4.19) аналогично расчету, проведенному для моды TM_{110} . Отношение амплитуд мод TM_{110} и TM_{010} оценим с помощью выражения

$$S_1 = \frac{V_{110}(\omega_{110})}{V_{010}(\omega_{010})} = \frac{\alpha_{11}}{2J_{1\text{max}}} \frac{x_0}{d} \frac{\omega_{110}}{\omega_{010}} \frac{\left(\frac{R}{Q}\right)_{110}}{\left(\frac{R}{Q}\right)_{010}} = \frac{\alpha_{11}^2}{2\alpha_{01} J_{1\text{max}}} \frac{x_0}{d} \frac{\left(\frac{R}{Q}\right)_{110}}{\left(\frac{R}{Q}\right)_{010}}. \quad (4.42)$$

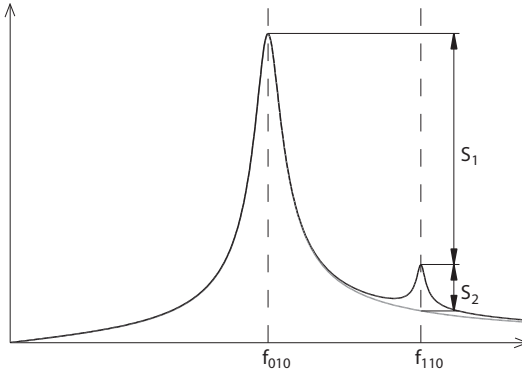


Рис. 4.4. Спектр сигнала резонаторного датчика

Благодаря тому что собственные частоты мод различны, основным способом подавления синфазной моды TM_{010} является полосовая фильтрация сигнала. Тем не менее, из-за конечной добротности, мода TM_{010} имеет ненулевую амплитуду на собственной частоте моды TM_{110} , как показано на рис. 4.4.

Отношение напряжений мод TM_{110} и TM_{010} на частоте ω_{110} можно оценить по формуле

$$S_2 \simeq S_1 Q_{\text{load}} \left(1 - \frac{\omega_{010}}{\omega_{110}} \right). \quad (4.43)$$

Сигналы мод TM_{110} и TM_{010} сравниваются на некотором расстоянии δx_{\min} от центра, определяющем пространственное разрешение резонаторного датчика:

$$\delta x_{\min} \simeq \frac{d}{2Q_{\text{load}}} \frac{\omega_{010} \left(\frac{R}{Q} \right)_{010}}{\omega_{110} \left(\frac{R}{Q} \right)_{110}}. \quad (4.44)$$

Дополнительная ошибка в измеренной координате возникает, если пучок пролетает резонатор под углом x' . В этом случае дополнительный коэффициент связи резонатора с пучком, обусловленный непараллельностью траектории пучка и оси резонатора, выглядит как

$$M'_b = \frac{\alpha_{11}^2 l^2 x'}{12 J_1(\alpha_{01}) d^2} \quad (4.45)$$

и приводит к погрешности в координате, равной [62]

$$\frac{\delta x}{x'} = \frac{\alpha_{11}^2}{12J_1(\alpha_{01}) \sin \pi \frac{l}{\lambda_{110}}} \frac{l^3}{d^2 \lambda_{110}} \frac{\text{мм}}{\text{мрад}}. \quad (4.46)$$

Таким образом, выходной сигнал резонатора на частоте ω_{110} кроме полезного сигнала моды TM_{110} содержит: паразитные сигналы синфазных мод; сигнал, обусловленный пролетным углом x' ; а также шум электроники. При использовании диаметрально противоположных устройств связи сигналы TM_{010} и TM_{110} сдвинуты по фазе друг относительно друга на 180° , в этом случае синфазные моды могут быть подавлены с помощью суммо-разностных схем. Паразитный сигнал от ненулевого угла пролета имеет фазовый сдвиг 90° и его можно отфильтровать с помощью синхронного детектирования. Если остаточная фазовая погрешность системы мала, то разрешение определяется в основном тепловыми шумами электроники.

Обработка сигнала

В большинстве случаев резонансная частота датчика составляет величину порядка нескольких гигагерц, поэтому обработка сигнала осуществляется высокочастотной электроникой. Сигнал, выводимый из резонатора с помощью устройств связи, представляет собой синусоиду с частотой моды TM_{110} , экспоненциально затухающую с постоянной времени (4.26). Поэтому для детектирования сигнала обычно используется супергетеродинная схема: сигнал переносится из высокочастотной области в более удобный для обработки диапазон. Перенос осуществляется с помощью смесителя, в котором формируется сигнал на промежуточной частоте, равной разности частот исходного сигнала и гетеродина.

Частным случаем супергетеродинной схемы с нулевой промежуточной частотой является синхронный детектор, дающий на выходе огибающую TM_{110} сигнала. Фаза гетеродина должна стабильно удерживаться равной фазе сигнала. Синфазность гетеродина необходима для нормализации разностного сигнала и определения начальной фазы колебаний в резонаторе, позволяющей определить знак смещения пучка. На рис. 4.5 приведена блок-схема синхронного детектора, разработанного для TESLA Test Facility [62].

Энергия электромагнитного поля выводится из резонатора с помощью пары диаметрально расположенных штыревых антенн и подается на высокочастотное суммо-разностное устройство. Из разностного

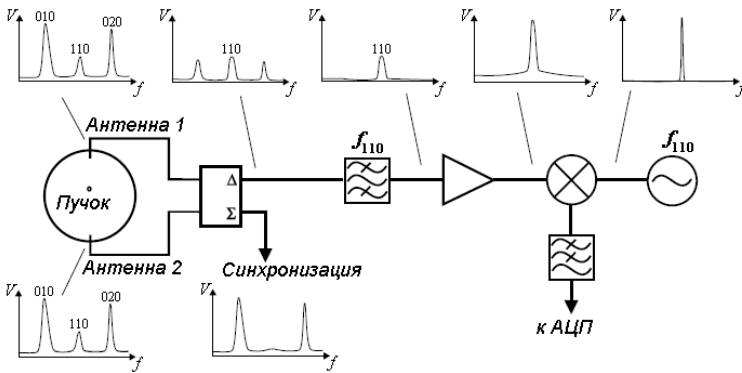


Рис. 4.5. Синхронный детектор резонаторного датчика

сигнала полосовой фильтр выделяет часть спектра в окрестности частоты моды TM_{110} . Полученный узкополосный сигнал усиливается и подается на один из входов смесителя, на второй вход которого приходит сигнал гетеродина. Низкочастотная гармоника сигнала с выхода смесителя пропускается через фильтр нижних частот и оцифровывается аналого-цифровым преобразователем. В качестве сигнала гетеродина может использоваться как внешний генератор, синхронизованный с ускоряющей ВЧ-системой, так и сигнал с суммового выхода суммарно-разностного устройства, пропорциональный интенсивности пучка.

Особенности конструирования резонаторных датчиков

Резонаторный датчик — это узкополосное устройство, собственная частота которого определяется геометрией резонатора. Выбор рабочей частоты определяется конкретными условиями работы датчика. Существует общее правило: частота ω_{110} должна быть достаточно удалена от частоты ускоряющего напряжения во избежание наводок на датчик от мощных ВЧ-устройств ускоряющей системы. В то же время частота ω_{110} должна быть значительно ниже верхней границы частотного спектра пучка, иначе придется учитывать параметр группировки. Этот параметр примерно равен единице для гауссовских пучков с $\sigma_z \leq 1$ мм и частот ниже 40 ГГц. Кроме того, частота ω_{110} не должна быть гармоникой частоты следования сгустков в многосгустковом режиме.

Для оптимального подавления синфазных мод собственная частота резонатора должна быть высокой, как это следует из (4.42). Радиус

4.2. Резонаторные датчики

резонатора ограничен снизу искажением поля в местах соединения резонатора с вакуумной камерой, в резонаторах с малым радиусом продольное поле не является постоянным вдоль оси и нарушается линейная зависимость от поперечного смещения пучка. На основе практического опыта, радиус резонатора должен быть как минимум в три раза больше радиуса камеры. Это значит, что практически невозможно сделать собственную частоту моды TM_{020} выше критической без внесения возмущений в геометрию резонатора.

Таким образом, в пользу высокой рабочей частоты существуют следующие аргументы: лучшее подавление синфазных мод и высокий уровень сигнала, а в пользу низкой — умеренная стоимость электроники и вакуумных компонентов и более высокая надежность и фазовая стабильность синхронного детектора.

Для работы в однопролетном режиме напряжение, наведенное пучком в резонаторе, должно быть высоким. Поскольку пролетный фактор (4.31) зависит от отношения $\xi = l/d$, функция $\frac{\sin^2 \xi}{\xi}$ должна быть оптимизирована к величине $\xi_{\text{opt}} = 0,6086$ для невозмущенного резонатора, без учета входного/выходного отверстий для пучка. В многосуступочном режиме шунтовое сопротивление должно быть оптимизировано, согласно (4.41). Поскольку собственная добротность моды теперь не входит в задачу, а все определяется коэффициентом связи, то задача сводится к оптимизации пролетного фактора, в этом случае оптимальная величина отношения $\xi = l/d$ равна $\xi_{\text{opt}} = 0,742$.

В качестве устройств вывода на частотах ниже 10 ГГц используются штыревые антенны, главным образом из-за размеров волноводов на такие частоты. На более высоких частотах проще использовать волноводы, которые к тому же обеспечивают лучшую точность, поскольку антенны на таких частотах имеют столь малые размеры, что проблематично обеспечить требуемые допуски на размеры, углы и т. п.

Сильная связь обеспечивает большую величину сигнала и хорошую стабильность резонатора, но уменьшает нагруженную добротность, что приводит к худшему подавлению синфазных мод и ведет к искажению поля в резонаторе. При разработке резонатора важно определить коэффициент связи для каждого устройства вывода и оценить сдвиг частот, в расчетах обычно используют теорию возмущений или численные методы. Существует ряд программ для расчета резонаторов сложной формы: двумерные — SUPERFISH, URMEL и трехмерные — MAFIA, GdfidL.

4.2.2. Датчик интенсивности пучка

Задача точного измерения интенсивности одиночного короткого сгустка, пролетающего по каналу транспортировки пучка, сопряжена с известными трудностями широкополосной передачи, усиления и детектирования сигналов, так как спектр сигнала, наведенного пучком длительностью σ_t , имеет ширину порядка $1/\sigma_t$. Эти трудности можно обойти, если проинтегрировать сигнал непосредственно в датчике, в результате чего высокочастотная часть спектра исчезает. Другим преимуществом интегрирования в датчике является то, что выходной сигнал в этом случае пропорционален заряду пучка и не зависит от его длительности и формы импульса.

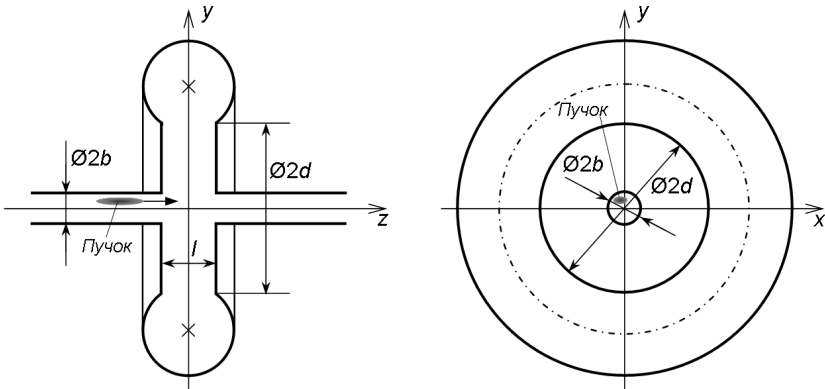


Рис. 4.6. Квазистационарный резонатор

Интегрирование сигнала можно осуществить с помощью емкости квазистационарного резонатора, который может быть образован трансформацией формы обычного цилиндрического резонатора с целью уменьшения области, где сосредоточено электрическое поле, и увеличения области, где сосредоточено магнитное поле. В результате получается резонатор, составленный из емкости, образованной сближенными доньшками (на расстоянии $l \ll d$), и индуктивности в виде полости, подключенной к зазору емкости (рис. 4.6). В полость может быть помещен магнетик для увеличения индуктивности. Квазистационарная модель будет тем более справедлива, чем меньше ток смещения в полости по сравнению с током в стенках, т. е. чем меньше зазор емкости по сравнению с продольным размером полости. Характерной особенностью

4.2. Резонаторные датчики

квазистационарного резонатора является то, что собственная длина волны колебаний много больше его размеров.

Следуя [5], рассчитаем сигнал, наводимый в квазистационарном резонаторе без потерь пучком в виде прямоугольного импульса длительностью σ_t , пролетающим со скоростью v_b по оси резонатора через два малых отверстия радиусом $b \ll l$. Ток пучка можно записать в виде

$$I(z, t) = I_0 [\varepsilon(t - z/v_b) - \varepsilon(t - z/v_b - \sigma_t)]. \quad (4.47)$$

Применив преобразование Лапласа (4.9), получим:

$$I(z, p) = \frac{I_0}{p} [e^{-pz/v_b} - e^{-p(z/v_b + \sigma_t)}]. \quad (4.48)$$

Преобразованное по Лапласу электрическое поле, наведенное в резонаторе, представляет собой суперпозицию собственных резонансных мод \vec{E}_k (первое слагаемое в (4.18)). Пренебрегая краевыми полями и считая, что электрическое поле основной моды E_0 сосредоточено в емкости и имеет только продольную компоненту, получаем величину напряжения на емкости

$$V(p) = Z_0(p)I(z, p),$$

где $Z_0(p)$ — импеданс основной моды, который может быть выражен через эквивалентную емкость резонатора $C = \varepsilon_0 \pi d^2 / l$ как

$$Z_0(p) = \frac{1}{\omega_0 C} \frac{p \omega_0}{p^2 + \omega_0^2}. \quad (4.49)$$

Считая продольное электрическое поле на оси резонатора постоянным, а за пределами резонатора равным нулю, запишем

$$\begin{aligned} E_{0z}(z, p) &= \frac{\varepsilon(z) - \varepsilon(z - l)}{l} V(p) = \\ &= -\frac{\varepsilon(z) - \varepsilon(z - l)}{l} \frac{I_0}{C} \frac{v_b}{l} \frac{(1 - e^{-p \sigma_t})(1 - e^{-pl/v_b})}{p(p^2 + \omega_0^2)}. \end{aligned} \quad (4.50)$$

Полагая время пролета пучка через резонатор малым по сравнению с периодом T следования сгустков, $l/v_b \ll T$, получаем условие $pl/v_b \ll 1$, при выполнении которого можем разложить e^{-pl/v_b} в ряд. Сохраняя члены, линейные по малому параметру, вычислим преобразованное

по Лапласу напряжение на емкости резонатора, т. е. в зазоре между дисками:

$$V(p) = -\frac{I_0}{C} \frac{1 - e^{-p\sigma t}}{p^2 + \omega_0^2}. \quad (4.51)$$

Включим в эквивалентный контур сопротивление нагрузки R последовательно с индуктивностью. Сигнал на нагрузке равен

$$V_R(p) = V(p) \frac{R}{R + pL} = -\frac{I_0 R}{RC + pLC} \frac{1 - e^{-p\sigma t}}{p^2 + \omega_0^2}. \quad (4.52)$$

На рис. 4.7 представлены спектры напряжения $V(p)$ (4.51) в резонаторе без потерь и напряжения на нагрузке $V_R(p)$ (4.52), рассчитанные для действительных частот $p = i\omega$.

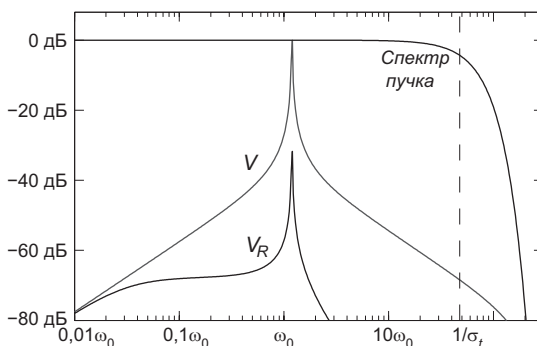


Рис. 4.7. Спектры сигналов квазистационарного резонатора

Зависимость сигнала от времени рассчитанная с помощью обратного преобразования Лапласа, имеет вид:

$$V_R(t) = \frac{q\omega_r R}{1 - \frac{1}{4Q^2}} e^{-t/\tau} \sin \omega_r t, \quad (4.53)$$

где ω_r — частота резонатора с потерями ($\omega_r^2 = \omega_0^2 - \tau^{-2}$), ω_0 — собственная частота резонатора без потерь, $\tau = 2L/R$ — время затухания, $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$ — добротность. Спектр сигнала является существенно более низкочастотным по сравнению со спектром пучка, простирающимся до частот порядка $1/\sigma t$ (см. рис. 4.7). В выражение сигнала входят известные значения сопротивления нагрузки и резонансная частота, которая

может быть измерена с хорошей точностью. Поправка, зависящая от добротности, также может быть рассчитана. Таким образом, чувствительность датчика этого типа может быть определена довольно точно.

Типичная конструкция датчика заряда на основе квазистационарного резонатора отличается от рассмотренной выше модели тем, что полость заполняется ферромагнетиком для увеличения индуктивности и охватывает емкостную часть датчика для защиты от помех. Примеры конструктивных решений реальных датчиков пучка, а также некоторые особенности электронных схем обработки сигнала приведены в [5].

4.3. Резистивные датчики

Бегущие волны могут распространяться как в односвязных структурах (волны типов ТЕ, ТМ в волноводах), так и в многосвязных (ТЕ, ТМ в волноводах, ТЕМ в линиях). Волна типа ТЕ или ТМ имеет критическую длину λ_c : при $\lambda > \lambda_c$ волна не распространяется, при этом структура полей в волноводе близка к структуре статических полей. Волна типа ТЕМ не имеет ограничений в распространении, поэтому наиболее эффективно пучком возбуждаются поперечные (ТЕМ) волны, имеющие нулевую критическую частоту. Условием возможности существования таких волн является наличие в вакуумной камере однородных в продольном направлении металлических проводников, образующих с камерой двух- или многопроводную линию передачи. Бегущие волны волноводных типов (ТЕ и ТМ) эффективно возбуждаются короткими пучками, если критические длины волн порядка длин сгустков пучка.

4.3.1. Ток изображения

Электромагнитное поле, возбуждаемое пучком в волноводе, сопровождается током в стенках, который называют током изображения. Пространственное распределение тока изображения зависит от поперечного положения пучка в волноводе.

Расчет азимутального распределения тока изображения в стенках идеально проводящей цилиндрической камеры подробно изложен в [6]. Ток изображения, наводимый пучком в стенках камеры, определяется векторным потенциалом \vec{A} , создаваемым током \vec{j} пучка, пролетающего в вакууме ($\epsilon = 1$, $\mu = 1$):

$$\nabla^2 \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{A} = -\mu_0 \vec{j}. \quad (4.54)$$

Запишем уравнение для вектор-потенциала в цилиндрических координатах (r, θ, z) , где радиальная координата r нормирована на радиус камеры ($0 \leq r \leq 1$):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \vec{A}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \vec{A} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{A} = -\mu_0 \vec{j}. \quad (4.55)$$

Если пучок движется параллельно оси, ток \vec{j} имеет только продольную z -компоненту:

$$j_z = j(r, \theta) e^{ikz - i\omega t}, \quad (4.56)$$

где $k = \omega/v_b$; v_b — скорость пучка.

Граничные условия ($\vec{A} = 0$ при $r = 1$) однородны по z , поэтому вынужденное решение уравнения (4.55) имеет только z -компоненту векторного потенциала. Зависимость вынужденного решения $A_z = A(r, \theta) e^{ikz - i\omega t}$ от поперечных координат может быть разложена в ряд Фурье по азимутальному углу θ :

$$A(r, \theta) = \sum_{m=0}^{\infty} A_m(r) e^{im\theta}. \quad (4.57)$$

Амплитуды A_m Фурье-гармоник вектор-потенциала удовлетворяют уравнению:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d}{dr} A_m(r) \right) - \left(\frac{m^2}{r^2} + k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right) A_m(r) = -\mu_0 j_m(r), \quad (4.58)$$

где $j_m(r)$ — коэффициенты разложения $j(r, \theta)$ в ряд Фурье по углу θ (азимутальные гармоники поперечной плотности тока пучка).

Уравнение (4.58) сводится к неоднородному уравнению Бесселя:

$$\frac{d^2}{dr^2} A_m(r) + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} A_m(r) + \left(\kappa^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) A_m(r) = -\mu_0 j_m(r), \quad (4.59)$$

где

$$\kappa^2 = -\frac{k^2}{\gamma^2} = -k^2 \left(1 - \frac{v_b^2}{c^2} \right) = -\omega^2 \left(\frac{1}{v_b^2} - \frac{1}{c^2} \right);$$

γ — релятивистский фактор; c — скорость света. Известно частное решение неоднородного уравнения Бесселя с однородными граничными условиями:

$$A_m(r) = \mu_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_m(\alpha_{mn} r)}{\kappa^2 - \alpha_{mn}^2} c_{mn}, \quad (4.60)$$

4.3. Резистивные датчики

где α_{mn} — n -й нуль функции Бесселя J_m ; c_{mn} — коэффициенты разложения j_m в ряд Фурье–Бесселя:

$$c_{mn} = \frac{2}{J_{m+1}^2(\alpha_{mn})} \int_0^1 J_m(\alpha_{mn}x) j_m(x) x dx . \quad (4.61)$$

Подстановка c_{mn} с использованием известных соотношений для функций Бесселя дает

$$A_m(r) = -\mu_0 \frac{\pi}{2} \left[J_m(\kappa) N_m(\kappa r) - J_m(\kappa r) N_m(\kappa) \right] \int_0^1 \frac{J_m(\kappa r)}{J_m(\kappa)} j_m(r) r dr , \quad (4.62)$$

где J_m и N_m — функции Бесселя и Неймана соответственно.

Магнитное поле $\vec{B} = \text{rot} \vec{A}$ вблизи стенок камеры имеет только азимутальную компоненту $B_\theta = \frac{\partial A_z}{\partial r}$, $A_r = A_\theta = 0$. Дифференцируя (4.62) по r с учетом известного соотношения для функций Бесселя $J(x)N'(x) - J'(x)N(x) = \frac{2}{\pi x}$, получаем выражение для m -й азимутальной гармоники плотности тока изображения j_{wm} :

$$j_{wm} = \frac{1}{\mu_0} B_\theta \Big|_{r=1} = - \int_0^1 \frac{J_m(\kappa r)}{J_m(\kappa)} j_m(r) r dr . \quad (4.63)$$

Окончательно полное и точное выражение для азимутального распределения плотности тока изображения, наведенного пучком с поперечным распределением плотности тока $j(r, \theta)$, имеет вид [6]:

$$j_w(\theta) = -\frac{1}{2\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} \left[\sum_{m=0}^{\infty} (2 - \delta_{m0}) \frac{J_m(\kappa r)}{J_m(\kappa)} \cos m(\theta - \theta') \right] j(r, \theta') r dr d\theta' , \quad (4.64)$$

где δ_{m0} — символ Кронекера.

В случае бесконечно тонкого пучка с координатами (r_0, θ_0) , где радиальное смещение r_0 нормировано на радиус камеры, распределение плотности тока можно записать в виде

$$j(r, \theta) = I_b \delta(r - r_0) \delta(\theta - \theta_0) , \quad (4.65)$$

и ток изображения равен

$$j_w(\theta) = -\frac{I_b}{2\pi} \sum_{m=0}^{\infty} (2 - \delta_{m0}) \frac{J_m(\kappa r_0)}{J_m(\kappa)} \cos m(\theta - \theta_0) . \quad (4.66)$$

В диагностике пучка особый интерес представляет асимптотика выражения (4.64) при условии $k/\gamma \ll 1$, которое удовлетворяется либо в случае длинного пучка, имеющего низкочастотный спектр ($k \ll 1$), либо, если продольный размер мал, это условие удовлетворяется в случае релятивистского пучка ($\gamma \gg 1$). Принимая во внимание соответствующую асимптотику функций Бесселя, получаем

$$j_w(\theta) = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{12\pi} \int_0^\infty \left[1 + 2 \sum_{m=1}^\infty r^m \cos m(\theta - \theta') \right] j(r, \theta') r dr d\theta' \quad (4.67)$$

для пучка с произвольным поперечным распределением плотности тока $j(r, \theta)$. Для тонкого пучка (4.65) выражение (4.67) приобретает простой вид:

$$j_w(\theta) = -\frac{I_b}{2\pi} \left[1 + 2 \sum_{m=1}^\infty r_0^m \cos m(\theta - \theta_0) \right]. \quad (4.68)$$

Суммируя ряд в (4.68), получаем:

$$j_w(\theta) = -\frac{I_b}{2\pi} \frac{1 - r_0^2}{1 - 2r_0 \cos(\theta - \theta_0) + r_0^2}. \quad (4.69)$$

Помещая в разрыв волновода резистивный слой и измеряя азимутальное распределение напряжения, обусловленного протеканием тока изображения в слое, можно определить ток пучка и его поперечное смещение от оси. Снаружи к волноводу обычно присоединяют полость с проводящими стенками, которая охватывает резистивный слой

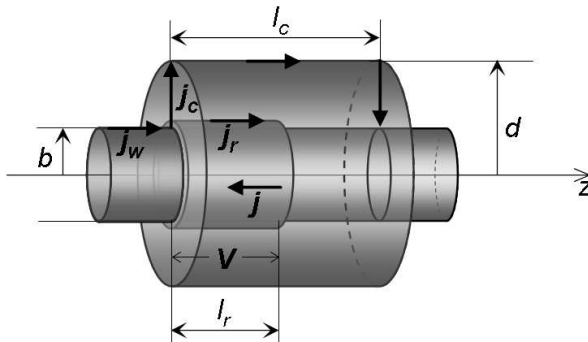


Рис. 4.8. Резистивный датчик пучка

и защищает его от паразитных токов. Такое устройство называется резистивным датчиком (wall current monitor, WCM). Резистивный датчик схематически изображен на рис. 4.8.

Резистивный слой может быть заменен совокупностью дискретных резисторов, равномерно расставленных по азимуту. Другой вариант резистивного датчика содержит вместо резисторов трансформаторы, первичная обмотка которых — линейный проводник, включенный в разрыв волновода, а вторичная — несколько витков w , намотанных на кольцевой магнитный сердечник, надетый на проводник. Сопротивление нагрузки R , присоединенной к вторичной обмотке, трансформируется в сопротивление $r = R/w^2$, включенное последовательно с проводником.

4.3.2. Растекание тока изображения

Когда ток изображения протекает через резистивный участок, на концах возникает разность потенциалов, исчезающая через некоторое время после пролета пучка из-за растекания тока изображения. Время растекания определяется сопротивлением резистора и индуктивностью параллельных ему цепей.

Точное решение задачи о растекании тока изображения в рамках модели длинного датчика изложено в [6]. Датчик представляет собой тонкостенную цилиндрическую вакуумную камеру с радиусом b и проводимостью σ , окруженную идеально проводящим экраном с радиусом d , пространство между камерой и экраном ничем не заполнено ($\epsilon = 1$, $\mu = 1$).

Пучок движется вдоль продольной оси z с радиальным смещением $r_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$, граничные условия однородны вдоль z , однако неоднородны по радиусу r , поэтому задача о растекании тока изображения описывается системой неоднородных уравнений Бесселя (4.59) с неоднородными граничными условиями. Амплитуда m -й азимутальной гармоники вектор-потенциала A_m представляется суммой общего решения соответствующего однородного уравнения Бесселя с неоднородными граничными условиями (свободное решение) и частного решения неоднородного уравнения с однородными граничными условиями (вынужденное решение \tilde{A}_m):

$$\begin{aligned} A_m^{(1)} &= C_1 J_m(\kappa r) + \tilde{A}_m(\kappa r), & \text{если } 0 \leq r < b, \\ A_m^{(2)} &= C_2 N_m(\kappa r) + C_3 J_m(\kappa r), & \text{если } b \leq r < d, \end{aligned} \quad (4.70)$$

где $\kappa = ik/\gamma$; $k = \omega/v_b$; J_m и N_m — функции Бесселя и Неймана, соответственно (решения однородного уравнения Бесселя). Значения коэффициентов C_1, C_2, C_3 определяются граничными условиями:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{A}_m &= 0 \\ A_m^{(2)} - A_m^{(1)} &= 0 \\ \frac{1}{\mu_0} \frac{d}{dr} (A_m^{(2)} - A_m^{(1)}) - i\omega\sigma A_m^{(1)} &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad \text{при } r = b, \quad (4.71)$$

$$A_m^{(2)} = 0, \quad \text{при } r = d.$$

Решение соответствующей системы уравнений для коэффициентов C_1, C_2, C_3 дает выражение для m -й азимутальной гармоники плотности тока изображения j_{w_m} :

$$\begin{aligned} j_{w_m} &= -\sigma \frac{\partial}{\partial t} A_m \Big|_{r=b} = \\ &= \frac{\kappa}{\mu_0} \frac{\tilde{A}'}{1 + \frac{k}{\gamma\mu_0\sigma\omega} \left[\frac{J'_m(\kappa b)}{J_m(\kappa b)} - \frac{J'_m(\kappa b)N_m(\kappa d) - N'_m(\kappa b)J_m(\kappa d)}{J_m(\kappa b)N_m(\kappa d) - N_m(\kappa b)J_m(\kappa d)} \right]}. \end{aligned} \quad (4.72)$$

С точки зрения задачи о растекании тока изображения, интерес представляет вклад конечной проводимости стенок камеры в распределение j_w . Определив «коэффициент передачи» K_m m -й азимутальной гармоники как отношение тока изображения в резистивном слое к току изображения в идеально проводящей камере, выразим его через постоянные времени растекания τ_m , имеющие действительные значения при $k/\gamma < 1$:

$$K_m = \frac{j_{w_m}(\sigma)}{j_{w_m}(\sigma = \infty)} = \frac{1}{1 + (i\omega\tau_m)^{-1}}, \quad (4.73)$$

$$\tau_0 = \mu_0 b \delta_s \sigma \ln \frac{d}{b}, \quad \tau_m = \frac{1}{m} \mu_0 b \delta_s \sigma \left(1 + \frac{(d/b)^{2m} + 1}{(d/b)^{2m} - 1} \right)^{-1}, \quad (4.74)$$

где δ_s — толщина скин-слоя, в котором сосредоточен ток изображения:

$$\delta_s = \sqrt{\frac{2}{\mu_0\omega\sigma}}, \quad (4.75)$$

4.3. Резистивные датчики

σ — удельная проводимость материала. Полное сопротивление цилиндрического скин-слоя радиусом b и длиной l вычисляется по формуле:

$$R_s = \frac{l}{2\pi b \delta_s \sigma}. \quad (4.76)$$

Растекание m -й азимутальной гармоники тока изображения имеет индуктивный характер с постоянной времени $\tau_m = L_m/R_s$, причем полная индуктивность L_m эквивалентна параллельному соединению «внутренней» индуктивности $L^{(1)}$ камеры ($0 \leq r < b$) и «внешней» индуктивности $L^{(2)}$ коаксиальной линии, образованной камерой и экранирующей полостью ($b \leq r < d$):

$$\begin{aligned} L_0^{(1)} &= \infty, & L_m^{(1)} &= \frac{\mu_0 l}{2\pi m} \\ L_0^{(2)} &= \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln \frac{d}{b}, & L_m^{(2)} &= \frac{\mu_0 l}{2\pi m} \frac{(d/b)^{2m} - 1}{(d/b)^{2m} + 1}. \end{aligned} \quad (4.77)$$

Влияние на величину постоянной времени растекания «внешней» индуктивности растекания можно сделать достаточно малым, заполнив коаксиальную линию ферромагнетиком с магнитной проницаемостью $\mu \gg 1$.

При включении нагрузок в линии распространения тока изображения индуктивная составляющая импеданса нагрузок приводит к некоторому увеличению постоянных времени растекания. При этом эффективный электрический радиус b_e резистивного датчика также увеличивается по сравнению с его геометрическим радиусом b :

$$b_e = b \exp\left(\frac{2\pi L_n}{\mu_0 l n}\right), \quad (4.78)$$

где L_n — индуктивность одной из нагрузок n линий распространения тока изображения. Как показали измерения, проведенные с реальными датчиками, электрический радиус датчика рассчитывается по формуле (4.78) с точностью лучше 1 %.

Вид «коэффициента передачи» (4.73) указывает на экспоненциальную зависимость от времени $\exp(-t/\tau_m)$ амплитуды m -й азимутальной гармоники тока изображения при некотором фиксированном значении продольной координаты z . Соответственно, выражение для азимутальной плотности тока изображения в случае тонкого пучка с продольным

распределением плотности тока в виде ступеньки

$$j(r, \theta, z, t) = I_b \delta(r - r_0) \delta(\theta - \theta_0) \varepsilon(t - z/v_b)$$

приобретает вид:

$$j_w(\theta, t) = -\frac{I_b}{2\pi b} \left[e^{-t/\tau_0} + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{r_0}{b} \right)^m e^{-t/\tau_m} \cos m(\theta - \theta_0) \right] \varepsilon(t - z/v_b). \quad (4.79)$$

Как видно, затухание сигнала тока изображения имеет неэкспоненциальный характер, обусловленный тем, что сигнал представляет собой сумму всех азимутальных гармоник, каждая из которых имеет свою постоянную времени растекания.

Если $\tau_0 \gg \tau_m$, то можно пренебречь отличием e^{-t/τ_0} от единицы. Если при этом $d \gg b$, то $\tau_m = \frac{1}{m} \frac{\mu_0 l}{4\pi R_s}$, а если «внешняя» индуктивность растекания много больше «внутренней», $L^{(2)} \gg L^{(1)}$, то $\tau_m = \frac{1}{m} \frac{\mu_0 l}{2\pi R_s}$. В этом случае ряд (4.79) суммируется и зависимость тока изображения от времени имеет вид:

$$j_w(\theta, t) = -\frac{I_b}{2\pi b} \frac{1 - \left(\frac{r_0}{b} \right)^2 e^{-2t/\tau}}{1 - 2 \frac{r_0}{b} e^{-t/\tau} \cos(\theta - \theta_0) + \left(\frac{r_0}{b} \right)^2 e^{-2t/\tau}} \varepsilon(t - z/v_b), \quad (4.80)$$

где $\tau = \frac{\mu_0 l}{2\pi R_s}$. Таким образом, имеет место подобие: азимутальное распределение тока изображения, зарегистрированное спустя некоторое время t после прохождения фронта ступенчатого пучка с радиальным смещением r_0 , имеет тот же вид, что и распределение на фронте пучка ($t = 0$) с радиальным смещением $r_0 e^{-t/\tau}$. В этом случае при вычислении поперечных координат пучка растекание тока изображения может быть учтено заменой значения электрического радиуса датчика b_e на $b_e e^{t/\tau}$.

На рис. 4.9, *a* показана временная зависимость тока изображения, рассчитанная по формуле (4.80) для ряда значений r_0/b на азимуте $\theta = 0$, а на рис. 4.9, *b* — осциллограммы сигналов с одного из выходов датчика тока изображения при различных смещениях ступенчатого «пучка» [6]. Пучок в измерениях имитировался импульсом тока в проводе, натянутом внутри датчика вдоль его оси. Видно, что растекание

4.3. Резистивные датчики

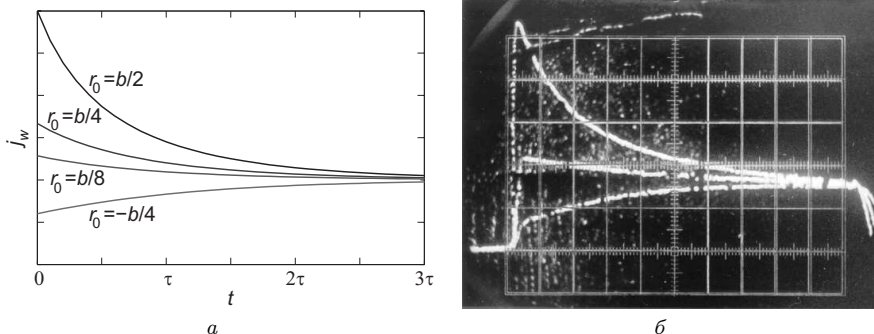


Рис. 4.9. Временная зависимость тока изображения

имеет неэкспоненциальный характер, а величина постоянной времени растекания зависит от смещения пучка.

4.3.3. Датчик положения пучка

На рис. 4.10 показано азимутальное распределение тока изображения $j_w(r, \theta)$ в декартовых (а) и полярных (б) координатах для ряда значений горизонтального смещения пучка x . Измеряя это распределение, можно получить информацию о поперечном положении пучка. Чтобы измерять ток изображения, следует тем или иным способом включить

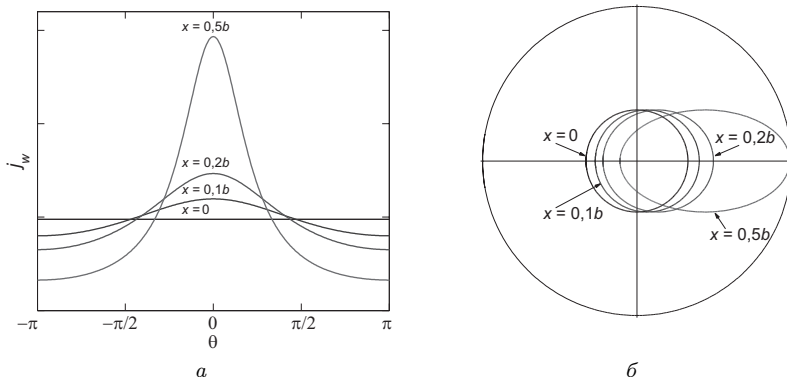


Рис. 4.10. Азимутальное распределение тока изображения

активное сопротивление в разрыв вакуумной камеры. Потери энергии на сопротивлении приводят к растеканию тока изображения. Спустя некоторое время после пролета импульсного пучка ток изображения распределяется равномерно по азимуту камеры и информация о положении пучка пропадает. В резистивном датчике можно увеличить постоянные времени продольного и поперечного растекания. Увеличения первой можно достичь помещением в коаксиал кольцевого магнитного сердечника с большой индуктивностью. Вторую можно увеличить, сделав во внутренней трубе между дискретными резисторами продольные щели, удлиняющие путь токов растекания.

На рис. 4.11а представлен эскиз конструкции, а на рис. 4.11б — фотография датчика тока изображения, разработанного в Институте ядерной физики им. Будкера [34,67]. Датчик имеет 4 линии распространения тока изображения, расположенных равномерно по азимуту в разрыве вакуумной камеры с изолирующей керамической вставкой. Нагрузками линий являются первичные обмотки трансформаторов на ферритовых кольцах. К вторичным обмоткам трансформаторов подключены согласованные для высоких частот коаксиальные кабели с волновым сопротивлением 50 Ом, передающие сигнал на вход блока первичной обработки сигналов, расположенного вблизи датчика. Операции суммирования/вычитания, необходимые для вычисления положения пучка, выполняются после оцифровки сигналов.

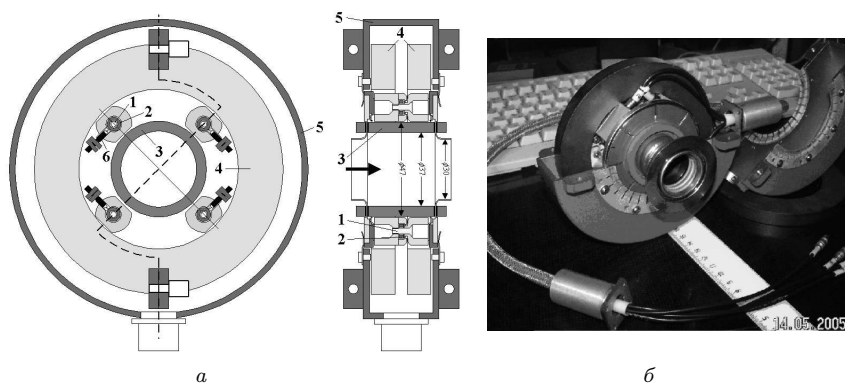


Рис. 4.11. Датчик тока изображения для измерения положения пучка:
 1 — линии распространения тока изображения; 2 — трансформаторы на ферритовых кольцах; 3 — керамика; 4 — феррит; 5 — экран для защиты от внешних полей; 6 — сигнальные кабели

4.3.4. Широкополосный датчик тока пучка

Резистивные датчики традиционно применяются для измерения величины тока пучка и его временной структуры. Для исключения влияния поперечного смещения пучка сигнал тока изображения измеряется несколькими резисторами, расположенными симметрично по азимуту, и суммируется.

Эквивалентная схема такого датчика представляет собой параллельное соединение источника тока, паразитной емкости C резистивного участка, сопротивления нагрузки R и индуктивности экрана L . Выходное напряжение можно оценить по формуле:

$$V(\omega) = \frac{I_b}{\frac{1}{R} - i \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right)}, \quad (4.81)$$

где I_b — ток пучка. График амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) резистивного датчика, рассчитанный по формуле (4.81), приведен на рис. 4.12.

Резистивный датчик тока может быть сделан широкополосным, что позволяет регистрировать продольное распределение интенсивности коротких сгустков. Верхняя граничная частота датчика определяется емкостью непроводящего зазора в камере и сопротивлением резистивного участка. При фиксированном диаметре емкость пропорциональна величине диэлектрической проницаемости изолятора, поэтому у широкополосных датчиков зазор делается без керамической вставки. Нижняя

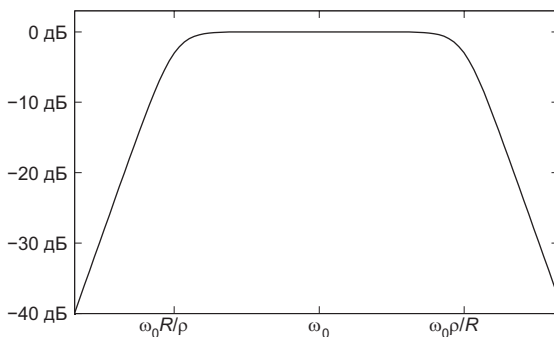


Рис. 4.12. АЧХ резистивного датчика тока пучка

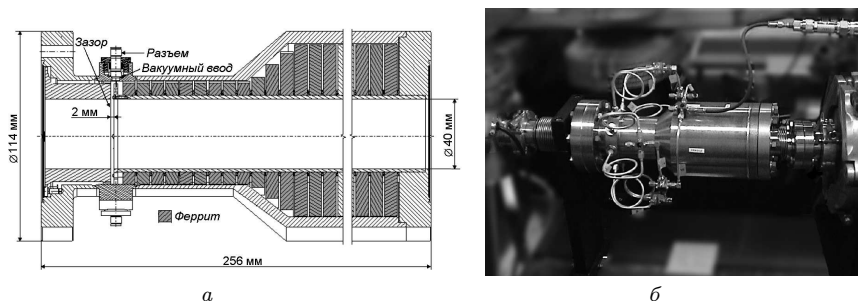


Рис. 4.13. Резистивный датчик импульсного тока пучка

граничная частота зависит от сопротивления резистивного участка и индуктивности экрана, которая может быть сделана достаточно большой путем заполнения ферромагнитным материалом.

На рис. 4.13 показаны конструкция (а) и фотография (б) резистивного датчика тока [66], разработанного для экспериментальной установки СТГЗ в рамках проекта линейного коллайдера (CERN, Швейцария). У этого датчика верхняя граничная частота составляет 10 ГГц, в то время как нижняя — 10 кГц, что позволяет измерять временную структуру макроимпульса длительностью 1,5 мкс, состоящего из отдельных сгустков, следующих с частотой 3 ГГц.

4.4. Двухпроводная линия

4.4.1. Возбуждение пучком поперечной волны

Рассмотрим возбуждение пролетающим пучком поперечной (ТЕМ) волны в системе, состоящей из проводящей вакуумной камеры и расположенных в ней линейных проводников [5]. Простейшей системой является двухпроводная линия, образованная единственным проводником и стенкой камеры (рис. 4.14).

Возбуждение поперечных волн конвекционным током описывается неоднородной системой телеграфных уравнений. Исходные уравнения Максвелла имеют вид:

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \vec{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{j}, \quad (4.82)$$

4.4. Двухпроводная линия

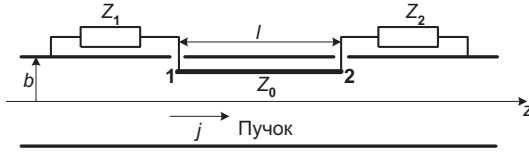


Рис. 4.14. Двухпроводная линия

где \vec{E}, \vec{H} — электромагнитное поле поперечной волны; \vec{j} — плотность конвекционного тока пучка.

Как известно, электрическое и магнитное поля поперечной волны в данном сечении линии совпадают в каждый момент времени со статическими потенциальными полями. Это позволяет ввести разность потенциалов V между проводниками и ток I в линии, а поля представить в виде

$$\vec{E} = V(z, t) \vec{e}(x, y), \quad \vec{H} = I(z, t) \vec{h}(x, y). \quad (4.83)$$

Векторные функции $\vec{e}(x, y)$ и $\vec{h}(x, y)$ имеют только поперечные компоненты и нормированы так, чтобы поток мощности в линии выражался через напряжение и ток правильным образом:

$$\iint_S (\vec{e} \times \vec{h}) \cdot \vec{z}_0 \, dx dy = 1, \quad (4.84)$$

\vec{z}_0 — единичный вектор в продольном направлении, интеграл берется по поперечному сечению S линии.

Подставляя \vec{E} и \vec{H} из (4.83) в уравнения Максвелла (4.82), умножая скалярно первое уравнение на \vec{h} , а второе на \vec{e} , и интегрируя обе части по поперечному сечению камеры с тем, чтобы осталась зависимость только от продольной координаты, получим систему телеграфных уравнений. При интегрировании появляются погонная индуктивность L_0 и погонная емкость C_0 линии:

$$L_0 = \iint_S \mu_0 h^2 \, dx dy, \quad C_0 = \iint_S \epsilon_0 e^2 \, dx dy. \quad (4.85)$$

Телеграфные уравнения, преобразованные по Лапласу во времени, имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dz} + p L_0 I &= 0, \\ \frac{dI}{dz} + p C_0 V &= - \iint_S \vec{j} \cdot \vec{e} \, dx dy. \end{aligned} \quad (4.86)$$

Для решения системы телеграфных уравнений ее нужно дополнить граничными условиями. Они задаются импедансами нагрузок Z_1 и Z_2 , подключенных к концам линии, и могут быть определены с помощью теоремы Пойнтинга. Электрическое $\vec{E}_{1,2}$ и магнитное $\vec{H}_{1,2}$ поля на концах 1 и 2 линии представляются в виде, аналогичном (4.83):

$$\vec{E}_{1,2} = V(z_{1,2}, p) \vec{e}_{1,2}(x, y, z), \quad \vec{H}_{1,2} = I(z_{1,2}, p) \vec{h}_{1,2}(x, y, z), \quad (4.87)$$

где z_1 и z_2 — продольные координаты концов линии. Векторные функции \vec{e}_1 и \vec{e}_2 имеют, кроме поперечной составляющей, плавно переходящей в поперечную функцию $\vec{e}(x, y)$, также и продольную составляющую, убывающую при удалении от конца в обе стороны, как показано на рис. 4.15.

Граничные условия имеют вид:

$$I_1 = -\frac{V_1}{Z_1} - \iiint_V \vec{j} \cdot \vec{e}_1 dx dy dz, \quad I_2 = \frac{V_2}{Z_2} + \iiint_V \vec{j} \cdot \vec{e}_2 dx dy dz. \quad (4.88)$$

Систему телеграфных уравнений (4.86) можно преобразовать в уравнение второго порядка

$$\frac{d^2 V}{dz^2} - p^2 L_0 C_0 V = p L_0 \iint_S \vec{j} \cdot \vec{e} dx dy \quad (4.89)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} \left(\frac{V}{Z_1} - \frac{1}{p L_0} \frac{dV}{dz} \right)_1 &= - \iint_V \vec{j} \cdot \vec{e}_1 dx dy dz, \\ \left(\frac{V}{Z_2} + \frac{1}{p L_0} \frac{dV}{dz} \right)_2 &= - \iint_V \vec{j} \cdot \vec{e}_2 dx dy dz. \end{aligned} \quad (4.90)$$

Первое слагаемое в левых частях (4.90) — это ток на концах линии, второе — ток в середине линии. Как видно из правых частей уравнения (4.89) и граничных условий (4.90), возбуждение волны в регулярной части линии происходит при поперечном относительно линии движении пучка, когда $\vec{j} \cdot \vec{e} \neq 0$, а возбуждение при продольном движении осуществляется только на концах, где векторные функции имеют продольную составляющую.

При выводе уравнения (4.89) и граничных условий (4.90) предполагалось, что поля в линии имеют квазистатический характер. Концевое поле будет квазистатическим, если характерное время изменения

4.4. Двухпроводная линия

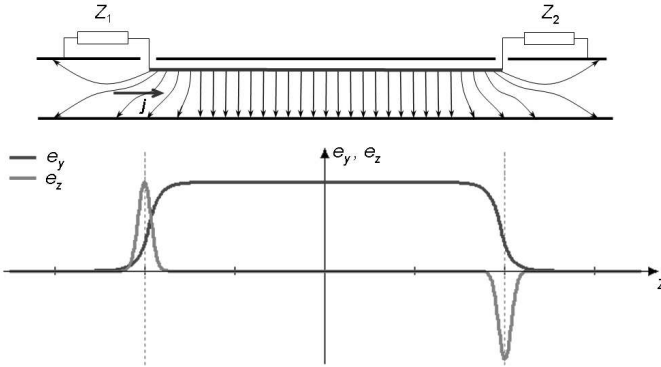


Рис. 4.15. Потенциальные функции

этого поля много больше, чем время установления статического поля b/c , где b — характерный размер области концевго поля, в качестве которого можно взять поперечный размер камеры. Соответственно характеру полей, свойства пучка также должны удовлетворять условию квазистатического приближения. Это означает, что характерное время изменения плотности тока пучка должно быть много больше b/c . Вводя характерную длину пучка σ_z , условие квазистатичности можно переформулировать в виде:

$$\sigma_z \gg b \frac{v}{c}, \quad (4.91)$$

где v — скорость пучка. При выполнении условия квазистатического приближения в линии отсутствуют продольные волны, которые могут возбудиться пучком непосредственно либо появиться при прохождении поперечной волной неоднородности соединения линии и нагрузки. Отсутствие продольных волн объясняется тем, что поперечный размер b определяет также низшую критическую частоту продольных волн.

4.4.2. Расчет сигналов двухпроводной линии

Решение уравнения (4.89) находится, согласно принципу суперпозиции, сложением решения неоднородного уравнения с однородными граничными условиями и решения однородного уравнения с неоднородными граничными условиями. Оба решения выражаются через

продольную функцию Грина $G(z, z', p)$. Первое имеет вид:

$$V_0(z, p) = \iiint_V \vec{j}(x', y', z', p) \cdot \vec{e}(x', y') G(z, z', p) dx' dy' dz', \quad (4.92)$$

где интеграл берется по всему объему линии, исключая концевые области. Второе представляет собой сумму решений V_1 и V_2 соответственно для встречного ($z = z_1$) и попутного ($z = z_2$) концов линии

$$V_{1,2}(z, p) = G(z, z_{1,2}, p) \iiint_V \vec{j}(x', y', z', p) \cdot \vec{e}_{1,2}(x', y', z') dx' dy' dz'. \quad (4.93)$$

Используя эти решения, можно записать выражение для электрического поля, возбуждаемого пучком в линии:

$$\begin{aligned} \vec{E}(x, y, z, p) &= [V_0(z_1, p) + V_1(z_1, p) + V_2(z_1, p)] \vec{e}_1(x, y, z) + \\ &+ [V_0(z_2, p) + V_1(z_2, p) + V_2(z_2, p)] \vec{e}_2(x, y, z) + \\ &+ [V_0(z, p) + V_1(z, p) + V_2(z, p)] \vec{e}(x, y). \end{aligned} \quad (4.94)$$

Продольная функция Грина, учитывающая граничные условия, равна

$$\begin{aligned} G(z, z', p) &= -\frac{Z_0}{2(e^{\gamma l} - \Gamma_1 \Gamma_2 e^{-\gamma l})} \left\{ \Gamma_1 e^{-\gamma(z+z')} + \Gamma_2 e^{\gamma(z+z')} + \right. \\ &+ \varepsilon(z - z') [e^{\gamma l} e^{-\gamma(z-z')} + \Gamma_1 \Gamma_2 e^{-\gamma l} e^{\gamma(z-z')}] + \\ &\left. + \varepsilon(z' - z) [e^{\gamma l} e^{-\gamma(z-z')} + \Gamma_1 \Gamma_2 e^{-\gamma l} e^{\gamma(z-z')}] \right\}, \end{aligned} \quad (4.95)$$

где $Z_0 = \sqrt{L_0/C_0}$ — волновое сопротивление линии; $\gamma = p/v_w$ — постоянная распространения волны в линии; v_w — фазовая скорость волны; l — длина линии; $\Gamma_1 = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0}$ и $\Gamma_2 = \frac{Z_2 - Z_0}{Z_2 + Z_0}$ — коэффициенты отражения волны от концов линии; ε — ступенчатая функция Хевисайда. Для согласованной линии $Z_1 = Z_2 = Z_0$, $\Gamma_1 = \Gamma_2 = 0$, и функция Грина имеет более простой вид:

$$G(z, z', p) = -\frac{Z_0}{2} \left[\varepsilon(z - z') e^{-\gamma(z-z')} + \varepsilon(z' - z) e^{-\gamma(z'-z)} \right]. \quad (4.96)$$

Два слагаемых с ε -функциями соответствуют двум волнам, распространяющимся в противоположные стороны от точки истока z' .

4.4. Двухпроводная линия

Рассчитаем сигнал в линии, возбуждаемой длинным тонким пучком, движущимся вдоль продольной оси z со скоростью v_b . Плотность тока пучка запишем в виде:

$$j(x, y, z, t) = qv_b n(z, t) \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) , \quad (4.97)$$

где q — заряд одной частицы; $n(z, t) = n\left(t - \frac{z+z_0+l/2}{v_b}\right)$ — линейная плотность пучка с нормировкой $\int_{-\infty}^{\infty} n(t) dt = N$ (N — число частиц в пучке), а z_0 — некоторое расстояние, такое, что при $t = 0$ пучок находится за пределами линии. Для пучка с гауссовским распределением плотности можно положить $z_0 = 3\sigma_z$. Лаплас-изображение линейной плотности тока тонкого пучка имеет вид

$$j(z, p) = qv_b n(p) e^{-p \frac{z+z_0+l/2}{v_b}} . \quad (4.98)$$

Из решения однородного уравнения с неоднородными граничными условиями (4.93) можно выразить напряжение на встречном конце линии:

$$\begin{aligned} V_1(p) = & G(z_1, z_1, p) \iiint_V \vec{j}(x, y, z, p) \cdot \vec{e}_1(x, y, z) dx dy dz + \\ & + G(z_1, z_2, p) \iiint_V \vec{j}(x, y, z, p) \cdot \vec{e}_2(x, y, z) dx dy dz . \end{aligned} \quad (4.99)$$

Продольная функция Грина в этом случае равна

$$\begin{aligned} G(z_1, z_1, p) = & -\frac{Z_0(1 + \Gamma_1)}{2} \frac{1 + \Gamma_2 e^{-2pT_w}}{1 - \Gamma_1 \Gamma_2 e^{-2pT_w}} , \\ G(z_1, z_2, p) = & -\frac{Z_0(1 + \Gamma_2)}{2} \frac{(1 + \Gamma_1) e^{-pT_w}}{1 - \Gamma_1 \Gamma_2 e^{-2pT_w}} , \end{aligned} \quad (4.100)$$

где $T_w = l/v_w$ — время распространения волны по длине линии l .

Подставляя (4.100) и (4.98) в (4.99), получаем общее выражение для расчета сигнала на встречном конце линии:

$$\begin{aligned} V_1(p) = & -\frac{qv_b Z_0}{2} n(p) e^{-p \frac{z_0+l/2}{v_b}} \frac{e^{2pT_w}}{e^{2pT_w} - \Gamma_1 \Gamma_2} \times \\ & \times \left\{ (1 + \Gamma_1) (1 + \Gamma_2 e^{-2pT_w}) \int e^{-p \frac{z}{v_b}} e_{1z}(x_0, y_0, z) dz + \right. \\ & \left. + (1 + \Gamma_1) (1 + \Gamma_2) e^{-pT_w} \int e^{-p \frac{z}{v_b}} e_{2z}(x_0, y_0, z) dz \right\} , \end{aligned} \quad (4.101)$$

где e_{1z} и e_{2z} — продольные компоненты концевых полей.

В качестве примера рассчитаем сигнал для длинного импульсного пучка, продольный размер которого значительно превышает характерную длину области концевого поля, $\sigma_z \gg b$. В данном случае экспоненты в (4.102) можно вывести из-под интегралов, положив аргумент z равным продольной координате соответствующего конца линии. Введем безразмерную потенциальную функцию $e_0(x, y)$, представляющую собой разность потенциалов, возникающую при пролете пучка через область концевого поля, при единичном напряжении в линии $V(z_{1,2}, p) = 1$:

$$e_0(x, y) = \int e_{1z}(x, y, z) dz = - \int e_{2z}(x, y, z) dz . \quad (4.102)$$

Лаплас-изображение сигнала, наведенного длинным тонким пучком (4.97) на встречный конец линии, выраженное через $e_0(x, y)$, имеет вид:

$$V_1(p) = \frac{qv_b Z_0}{2} e_0(x_0, y_0) e^{-p \frac{z_0}{v_b}} e^{2pT_w} \frac{n(p)}{e^{2pT_w} - \Gamma_1 \Gamma_2} \times \quad (4.103)$$

$$\times \left[(1 + \Gamma_1) (1 + \Gamma_2 e^{-2pT_w}) - (1 + \Gamma_1) (1 + \Gamma_2) e^{-p(T_b + T_w)} \right] ,$$

где $T_b = l/v_b$ — время пролета пучка по длине линии l .

Для обратного преобразования воспользуемся формулой для свертки оригиналов. В выражении

$$\frac{n(p)}{e^{2pT_w} - \Gamma_1 \Gamma_2} = p n(p) \frac{1}{p (e^{2pT_w} - \Gamma_1 \Gamma_2)} ,$$

входящем в (4.104), первый множитель $p n(p)$ имеет оригиналом функцию $\frac{dn(t)}{dt}$, а второй — функцию

$$f(t) = \sum_{k=1}^{\infty} (\Gamma_1 \Gamma_2)^{k-1} \varepsilon(t - 2kT_w) . \quad (4.104)$$

Функции ступеньки $\varepsilon(t - 2kT_w)$ под знаком суммы в $f(t)$ фактически определяют верхний предел интегрирования в свертке:

$$\int_0^t \frac{dn}{dt}(t') \varepsilon(t - 2kT_w - t') dt' = \int_0^{t-2kT_w} \frac{dn}{dt}(t') dt' = \varepsilon(t - 2kT_w) n(t - 2kT_w) ,$$

4.4. Двухпроводная линия

а $n(0) = 0$ благодаря введенной выше общей задержке z_0/v_b .

Устранив эту, теперь уже несущественную, задержку с помощью замены переменной $t \rightarrow t - z_0/v_b$, получаем окончательное выражение для сигнала на встречном конце линии:

$$\begin{aligned}
 V_1(t) = & \frac{qv_b Z_0 (1 + \Gamma_1)}{2} e_0(x_0, y_0) \left\{ \varepsilon(t)n(t) + \right. \\
 & + \Gamma_2 (1 + \Gamma_1) \sum_{k=1}^{\infty} (\Gamma_1 \Gamma_2)^{k-1} \varepsilon(t - 2kT_w) n(t - 2kT_w) - \\
 & \left. - (1 + \Gamma_2) \sum_{k=1}^{\infty} (\Gamma_1 \Gamma_2)^{k-1} \varepsilon[t - T_b - (2k-1)T_w] n[t - T_b - (2k-1)T_w] \right\}.
 \end{aligned} \tag{4.105}$$

В этом выражении первый член в фигурных скобках описывает сигнал, наведенный пучком на встречный конец линии, первая сумма — многократные отражения этого сигнала от обоих концов линии, вторая сумма — многократные отражения сигнала, наведенного пучком на попутный конец линии. На рис. 4.16 приведен пример расчета сигнала, наведенного гауссовским пучком на встречный конец линии с несогласованными нагрузками, $Z_1 = 10Z_0$, $Z_2 = Z_0/4$, $v_b < v_w$.

При несогласованных резистивных нагрузках $|\Gamma_1 \Gamma_2| < 1$, и амплитуда отражений сигнала от концов линии экспоненциально падает с ростом числа отражений k . В пределе можно перейти к непрерывной

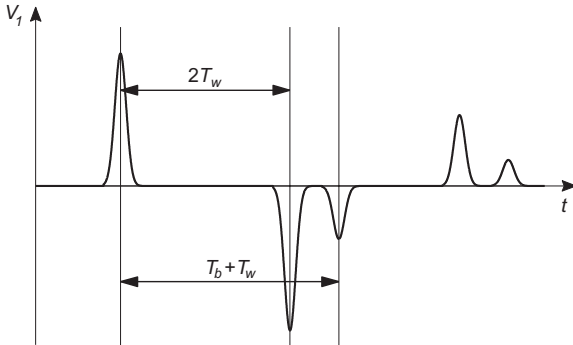


Рис. 4.16. Сигнал несогласованной двухпроводной линии

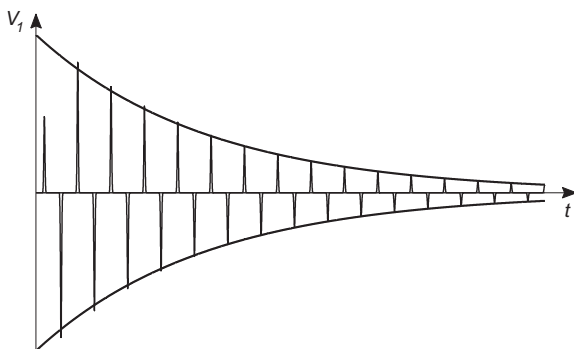


Рис. 4.17. Огибающая сигнала двухпроводной линии

переменной t , тогда огибающая сигнала пропорциональна множителю $\exp\left[-(1 - |\Gamma_1\Gamma_2|) \frac{v_w t}{2l}\right]$, как показано на рис. 4.17.

При подключении к концам линии согласованных нагрузок $Z_1 = Z_2 = Z_0$ отражения отсутствуют ($\Gamma_1 = \Gamma_2 = 0$) и сигналы, наведенные пучком на встречный (V_1) и попутный (V_2) конец, описываются следующими выражениями:

$$V_1(t) = \frac{qv_b Z_0}{2} e_0(x_0, y_0) \left\{ \varepsilon(t)n(t) - \varepsilon(t-T_b-T_w)n(t-T_b-T_w) \right\},$$

$$V_2(t) = \frac{qv_b Z_0}{2} e_0(x_0, y_0) \left\{ \varepsilon(t-T_b)n(t-T_b) - \varepsilon(t-T_w)n(t-T_w) \right\}. \quad (4.106)$$

Сигналы с обоих концов согласованной линии приведены на рис. 4.18. Форма импульсов повторяет продольное распределение плотности пучка $n(t)$. Сигнал, наведенный пучком на встречный конец согласованной линии, представляет собой сумму двух разнополярных импульсов, разделенных во времени интервалом $T_b + T_w$. Первый из импульсов является результатом взаимодействия пучка с встречным концом линии, а второй — с попутным.

Сигнал на попутном конце линии также представляет собой сумму двух разнополярных импульсов, но временной интервал между ними равен $|T_b - T_w|$. При равенстве скоростей пучка и волны $v_b = v_w$ эти импульсы полностью компенсируют друг друга, и сигнал равен нулю. Таким образом, двухпроводная линия обладает свойством направленности. Это свойство позволяет использовать линию для одновременного

4.4. Двухпроводная линия

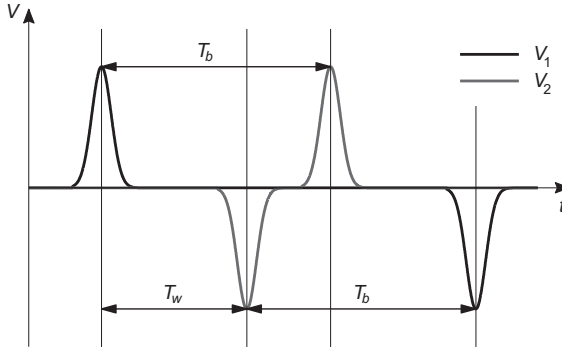


Рис. 4.18. Сигналы согласованной двухпроводной линии

измерения сигналов двух пучков (например, электронов и позитронов), движущихся в противоположных направлениях.

Зависимость сигнала от поперечных координат пучка определяется потенциальной функцией $e_0(x, y)$. Вычислим e_0 для коаксиальной линии, образованной цилиндрическим проводником радиусом r_1 , помещенным в центре трубы радиусом r_2 . Длина линии $l \gg r_2$. В такой линии поперечные векторные функции $\vec{e}(r, \theta)$ и $\vec{h}(r, \theta)$ не равны нулю только в пространстве между проводниками

$$\vec{e} = (e_r, 0), \quad e_r = \frac{1}{r \ln \frac{r_2}{r_1}}, \quad \vec{h} = (0, h_\theta), \quad h_\theta = \frac{1}{2\pi r}. \quad (4.107)$$

Разность потенциалов между проводниками

$$\Delta\varphi = \int_{r_1}^{r_2} \vec{e}(r, \theta) dr = 1.$$

Во внутреннем проводнике поперечные векторные функции равны нулю, поэтому в области движения пучка электрическое поле линии представляется только через концевые поля $\vec{e}_{1,2}(r, \theta, z)$. Интеграл

$$\int_P \vec{e}_1(r, \theta, z) dl = e_0(r, \theta)$$

вдоль пути P , начинающегося при $z \gg l$ на стенке внешней трубы, проходящего по траектории пучка и заканчивающегося при $z = 0$ на стенке

внутреннего проводника, равен $\Delta\varphi$ и не зависит от пути. Отсюда заключаем, что потенциальная функция e_0 равна единице, и сигнал в длинной коаксиальной линии не зависит от поперечных координат пучка.

4.4.3. Возбуждение линии коротким релятивистским пучком

Вышеприведенные расчеты сигналов двухпроводной линии основаны на допущении, что плотность пучка изменится пренебрежимо мало за время порядка b/c , т. е. должно выполняться условие квазистатичности

$$\sigma_z \gg b \frac{v_b}{c},$$

где b — характерная длина области концевого поля, определяемая обычно поперечным размером камеры; σ_z — продольный размер пучка.

Точный расчет возбуждения линии коротким релятивистским пучком весьма сложен, так как требует учета запаздывания собственных полей пучка. Однако, используя факт релятивистского сжатия электромагнитного поля частицы, можно феноменологически рассчитать сигнал в линии, индуцированный коротким релятивистским пучком.

При движении заряженной частицы со скоростью $v_b \ll c$ конфигурация полей и распределение индуцированных зарядов близки к статическим, электрическое поле имеет как продольную, так и поперечную компоненты и занимает объем с продольным размером порядка b . При скоростях, близких к световой, компонента электрического поля, направленная вдоль скорости, уменьшается в γ^2 раз, а поперечная увеличивается в γ раз (γ — релятивистский фактор). Трансформируется также и магнитное поле. В результате для релятивистской точечной частицы собственное электромагнитное поле сосредоточено в объеме между двумя конусами, оси которых направлены вдоль скорости частицы, а вершины соприкасаются в точке, где в данный момент находится частица. Угол между образующими конусов составляет величину порядка $1/\gamma$. Заряды, индуцированные релятивистским пучком, группируются в узкой полосе поверхности проводников размером порядка b/γ , «вырезаемой» конусами (рис. 4.19).

Вследствие сжатия электромагнитное поле, индуцированное ультрарелятивистским ($\gamma \gg 1$) пучком в линии, оказывается чисто поперечным. Это означает, что часть пучка, заключенная между двумя плоскостями со сколь угодно малым расстоянием между ними, индуцирует

4.4. Двухпроводная линия

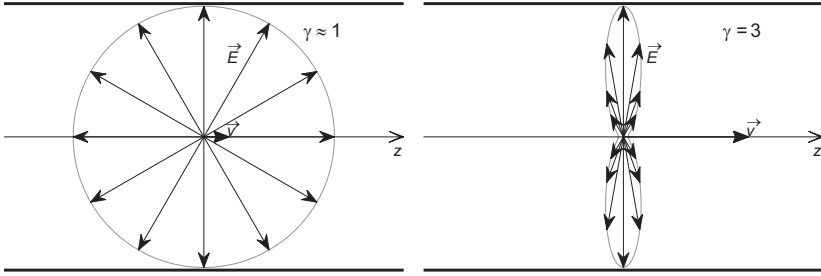


Рис. 4.19. Релятивистское сжатие полей пучка

заряды на поверхности проводника, ограниченной этими плоскостями, т. е. пока передняя плоскость не пересечет данное сечение проводника, индукции зарядов не происходит, а после того как задняя плоскость пересечет данное сечение, индуцированный заряд не изменяется. Таким образом, распределение зарядов, индуцированных ультрарелятивистским пучком, аналогично квазистатическому распределению зарядов, индуцированных длинным пучком с продольным размером $\sigma_z \gg b$.

На основании вышеизложенного введем вместо собственного статического поля линии некоторое фиктивное концевое поле с характерным продольным размером $b' \simeq b/\gamma$. Тогда при $\sigma_z \gg b/\gamma$ формально будет выполняться условие квазистатического приближения, и для описания процесса возбуждения линии коротким ультрарелятивистским пучком можно применять уравнение (4.89) с граничными условиями (4.90). Фиктивное электрическое \vec{E}' и магнитное \vec{H}' поля линии представляются в виде, аналогичном (4.87):

$$\vec{E}' = V(z, p) \vec{e}'(x, y, z), \quad \vec{H}' = I(z, p) \vec{h}'(x, y, z). \quad (4.108)$$

Запишем продольную компоненту векторной функции \vec{e}' фиктивного поля в виде:

$$\vec{e}'_z(x, y, z) = \vec{e}'_{1z}(x, y, z) + \vec{e}'_{2z}(x, y, z) = -e_0(x, y) [\delta(z-z_1) - \delta(z-z_2)], \quad (4.109)$$

где z_1 и z_2 — продольные координаты концов линии; $e_0(x, y)$ — потенциальная функция, которая должна иметь тот же вид, что и (4.102) для статического поля. Подставляя (4.109) в (4.102) и производя обратное преобразование Лапласа, можно получить общее выражение для сигнала, наведенного коротким ультрарелятивистским пучком на встречный

конец линии

$$V_1(t) = \frac{qcZ_0(1 + \Gamma_1)}{2} e_0(x_0, y_0) \left\{ \varepsilon(t)n(t) + (\Gamma_1\Gamma_2 - 1) \sum_{k=1}^{\infty} (\Gamma_1\Gamma_2)^{k-1} \varepsilon\left(t - k\frac{2l}{c}\right) n\left(t - k\frac{2l}{c}\right) \right\}, \quad (4.110)$$

совпадающее с (4.106), если положить $v_b = v_w = c$ и $T_b = T_w = l/c$. Таким образом, формулы для расчета сигналов линии, выведенные для длинного пучка, справедливы и для короткого ультрарелятивистского пучка.

Рассмотренная феноменологическая модель проверялась как экспериментами, проведенными с релятивистским электронным пучком, так и лабораторными исследованиями, в которых поле пучка моделировалось с помощью поперечной электромагнитной волны [5]. Результаты экспериментов подтвердили справедливость модели для длин пучка $\sigma_z \geq b/2$. По-видимому, модель применима и для меньших длин, однако при этом необходимо учитывать, что более короткий пучок возбуждает также и продольные волны.

4.4.4. Полосковый датчик пучка

Датчики с бегущей ТЕМ-волной широко применяются в ускорительных установках для диагностики коротких пучков, движущихся в противоположных направлениях. Датчики имеют вид несимметричной линии, образованной проводником и внутренней поверхностью вакуумной камеры. Чаще всего проводник имеет вид полосы, из-за чего линии и называют полосковыми (strip-line). Обычно такие датчики используются для измерения поперечных координат пучка, поэтому они состоят из четырех полосковых линий (рис. 4.20).

Волновое сопротивление линий обычно выбирается равным волновому сопротивлению стандартного кабеля — 50 Ом. Для определения геометрических размеров линий, имеющих требуемое волновое сопротивление, используются как аналитические решения, так и эмпирические формулы и численные расчеты. Для расчета среднего тока \bar{I} , индуцированного пучком с поперечными координатами (r, θ) в полосковой линии, расположенной в цилиндрической камере радиуса b , может быть использована формула

$$\bar{I} = -I_b \frac{\phi}{4\pi} \left[1 + \frac{8}{\phi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{r}{b}\right)^n \sin \frac{n\phi}{4} \cos n\theta \right], \quad (4.111)$$



Рис. 4.20. Полосковый датчик пучка

где I_b — средний ток пучка; ϕ — угловой размер полоски, при $d \ll b$ $\phi \simeq d/b$ (d — ширина полоски). Величину сигнала полоскового датчика, наведенного пучком, пролетающим в центре цилиндрической камеры, можно оценить по формуле

$$V = I_b Z_0 \frac{d}{4\pi b}, \quad (4.112)$$

где Z_0 — волновое сопротивление линии.

Как было показано выше, при равенстве скоростей пучка и волны $v_b = v_w$ сигнал на попутном конце полоскового датчика равен нулю и датчик может использоваться для измерения параметров двух встречных пучков, одновременно пролетающих мимо него, например, в установках со встречными пучками. Для этого используются сигналы с обоих концов согласованной линии, каждый из которых генерируется своим пучком, для которого этот конец является встречным. На попутном для каждого пучка конце генерируемые им сигналы полностью подавляются. В реальных датчиках подавление сигнала на попутном конце обычно составляет 20–30 дБ, а остаточный сигнал имеет вид производной сигнала на встречном конце. Возможно, что остаточный сигнал обусловлен возникновением на конце линии высших мод, а также полей излучения. Вывод сигналов с концов линии осуществляется с помощью коаксиальных вакуумных переходов, которые в идеале должны иметь волновое сопротивление, равное волновому сопротивлению

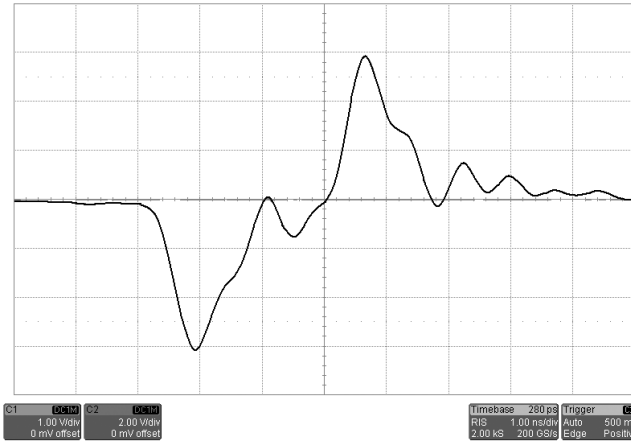


Рис. 4.21. Сигнал полосковой линии, наведенный пучком

подключаемого к ним кабеля. На рис. 4.21 приведен пример осциллограммы сигнала согласованной полосковой линии, наведенного пучком.

Импеданс, который линия представляет собой для пучка, является широкополосным. Продольный импеданс двухпроводной линии можно оценить с помощью формулы [17]:

$$Z_{\parallel}(\omega) = 2Z_0 \left(\frac{d}{2\pi b} \right)^2 \left(2 \sin^2 \omega \frac{l}{c} - i \sin 2\omega \frac{l}{c} \right). \quad (4.113)$$

Соответственно, сигнал полосковой линии, возбуждаемый коротким пучком, имеет весьма широкий спектр, простирающийся до частот порядка c/σ_z . В системах диагностики предельная ширина полосы частот, которую имеет датчик, чаще всего не требуется. Обычно используется низкочастотная часть спектра или какая-либо гармоника, остальная часть спектра отсекается фильтрами, так как она может оказать отрицательное влияние на электронные схемы, применяемые для обработки сигналов. Первичную фильтрацию обычно обеспечивает затухание высоких частот в кабеле. Восприимчивость же линии к верхним частотам спектра пучка с длиной волны порядка или меньше длины сгустка оказывается вредной в установках с интенсивным коротким сгустком, где устойчивая динамика пучка требует ограничения сверху широкополосного продольного импеданса вакуумной камеры, содержащей датчики, как раз в этой области длин волн. Кроме того, неоднородности тракта,

соединяющего линию с сигнальным кабелем через вакуумный переход, проявляются как раз на высоких частотах и приводят к появлению резонансных свойств импеданса, также являющихся вредными. Эти обстоятельства являются особенно важными в случае систем, использующих большое количество таких датчиков, распределенных по кольцу, например, системы измерения орбиты.

4.4.5. Квазистатические сигналы двухпроводной линии

В общем случае электромагнитный датчик пучка представляет собой некоторую систему проводников, в которой пролетающий пучок возбуждает электромагнитное поле, величина и временная зависимость которого несут информацию об интенсивности пучка и его геометрических характеристиках. Возбуждаемое поле, в зависимости от устройства системы, может иметь характер поля излучения, стоячих или бегущих волн. В системе с бегущими ТЕМ-волнами, возбуждение которых пучком не имеет ограничений в области больших длин волн, можно усреднить волновые поля и перейти к квазистатическому (\vec{E}) или квазистационарному (\vec{H}) полям. Интервал усреднения должен быть взят много больше, чем время распространения волны в системе. Расчет сигналов датчика при этом существенно упрощается.

Рассмотрим характерные режимы работы двухпроводной линии в качестве датчика пучка.

Разомкнутая линия

У разомкнутой двухпроводной линии $Z_1 = Z_2 = \infty$ и $\Gamma_1 = \Gamma_2 = 1$. Из (4.106) получаем выражение для сигнала на встречном конце линии:

$$V_1(t) = \frac{qv_b}{C_0 v_w} e_0(x_0, y_0) \left\{ \varepsilon(t)n(t) + \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon(t-2kT_w) n(t-2kT_w) - \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon[t-T_b-(2k-1)T_w] n[t-T_b-(2k-1)T_w] \right\}, \quad (4.114)$$

где $C_0 = \frac{1}{v_w Z_0}$ — погонная емкость линии (сосредоточенные емкости конечных цепей, имеющиеся в реальных линиях, считаются пренебрежимо малыми); $n(t)$ — продольное распределение плотности бесконечно

тонкого пучка (4.97); x_0, y_0 — его поперечные координаты; $e_0(x, y)$ — потенциальная функция (4.102).

При $v_b = v_w$ выражение, описывающее сигнал, имеет простой вид:

$$V(t) = \frac{q}{C_0} e_0(x_0, y_0) \varepsilon(t)n(t). \quad (4.115)$$

Очевидно, в любой точке линии сигнал будет иметь такой же вид, так как после однократного прохождения линии сигналом, наведенным пучком на встречный конец, его отражение на попутном конце компенсируется сигналом, наведенным на попутный конец и имеющим противоположную полярность.

Если характерное время изменения плотности пучка $n(t)$ много больше времени распространения волны в линии $T_w = l/v_w$, то среднее напряжение в линии при любом соотношении v_b и v_w равно

$$\bar{V}(t) = \frac{q}{C_0} e_0(x_0, y_0) n(t). \quad (4.116)$$

Таким образом, разомкнутую линию можно рассматривать как *электростатический датчик*. Если встречный конец линии нагружен на активное сопротивление $R \gg Z_0$, то сигнал в линии затухает, при $v_b = v_w$ и $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \frac{R - Z_0}{R + Z_0}$ — пропорционально $\exp\left(-\frac{t}{RC_0l}\right)$.

Линия, согласованная на встречном конце и короткозамкнутая на попутном

У линии, согласованной на встречном конце и короткозамкнутой на попутном, $Z_1 = Z_0, Z_2 = 0, \Gamma_1 = 0, \Gamma_2 = -1$. Выражение для сигнала на встречном конце имеет вид:

$$V_1(t) = \frac{qv_b}{2T_w} L_0 l e_0(x_0, y_0) \left\{ \varepsilon(t)n(t) - \varepsilon(t-2T_w)n(t-2T_w) \right\}, \quad (4.117)$$

где L_0 — погонная индуктивность линии (соответственно L_0l — полная индуктивность).

Вычислить среднее напряжение в линии при условии, что время усреднения много больше удвоенного времени распространения волны в линии $2T_w = 2l/v_w$, можно с помощью предельного перехода

$$\frac{qv_b \varepsilon(t)n(t) - qv_b \varepsilon(t-2T_w)n(t-2T_w)}{2T_w} \rightarrow \frac{dI(t)}{dt}, \quad (4.118)$$

4.4. Двухпроводная линия

где $I(t)$ — ток пучка. Тогда среднее напряжение в линии равно

$$\bar{V}(t) = L_0 l e_0(x_0, y_0) \frac{dI(t)}{dt}. \quad (4.119)$$

Выражение (4.119) можно интерпретировать как индуктивную связь тока пучка с контуром проводников линии, а линию, согласованную на встречном конце и короткозамкнутую на попутном, — как *магнитоиндукционный датчик*. В случае коаксиальной линии взаимдуктивность пучка и линии оказывается равной полной индуктивности линии, $L_0 l e_0(x_0, y_0) = L_0 l$, что означает максимальную связь пучка и линии, согласно закону полного тока. Выражение (4.119) получено в предположении, что сосредоточенная индуктивность концевых цепей, имеющаяся в реальных линиях, пренебрежимо мала, что справедливо при $l \gg b$.

Линия, закороченная на концах

При точном равенстве нулю импедансов нагрузок на концах линии $Z_1 = Z_2 = 0$ коэффициенты отражения $\Gamma_1 = \Gamma_2 = -1$ и напряжение на конце линии (4.106) обращается в нуль. Пусть импедансы нагрузок малы, но отличны от нуля: $0 < Z_1 = Z_2 = R \ll Z_0$. Тогда

$$\frac{Z_0(1 + \Gamma_1)}{2} = \frac{RZ_0}{R + Z_0}.$$

Пренебрегая членами, пропорциональными R/Z_0 в степени выше первой, получаем из (4.106):

$$\begin{aligned} V_1(t) = & qv_b R e_0(x_0, y_0) \left\{ \varepsilon(t)n(t) - \frac{2R}{Z_0} \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon(t - 2kT_w) n(t - 2kT_w) + \right. \\ & \left. + \frac{2R}{Z_0} \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon[t - T_b - (2k - 1)T_w] n[t - T_b - (2k - 1)T_w] \right\}. \quad (4.120) \end{aligned}$$

Из (4.120) видно, что отраженные сигналы и сигнал, наведенный на попутный конец, дают вклад в сигнал на встречном конце порядка $R/Z_0 \ll 1$. Пренебрегая и этими членами, имеем простое выражение для среднего по времени сигнала в линии:

$$\bar{V}(t) = qv_b R e_0(x_0, y_0) \varepsilon(t)n(t) = I(t)R e_0(x_0, y_0). \quad (4.121)$$

Таким образом, можно сказать, что линия, замкнутая на сопротивление $R \ll Z_0$, является магнитоиндукционным датчиком, включенным в режиме *трансформатора тока*. Для коаксиальной линии $\bar{V}(t) = RI(t)$, согласно закону полного тока.

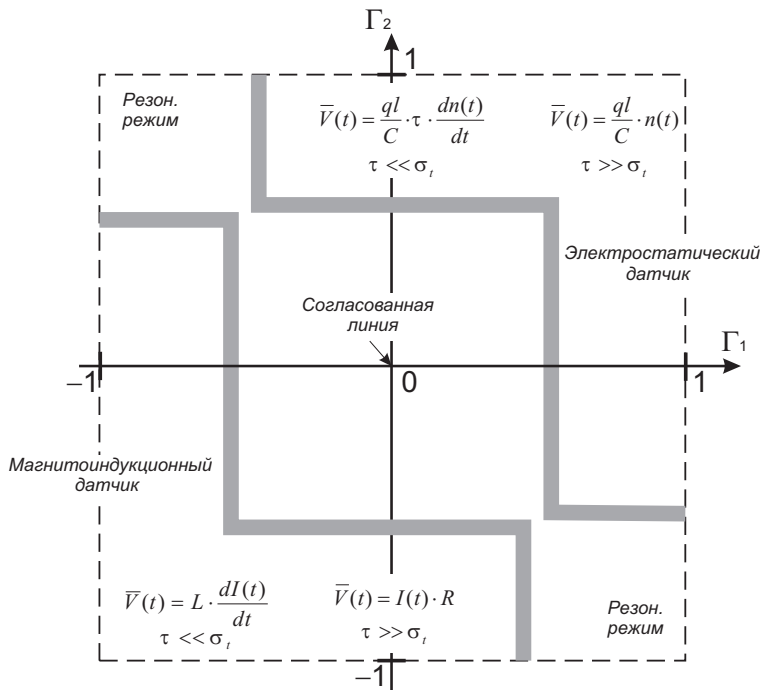


Рис. 4.22. Квазистатические режимы двухпроводной линии

Квазистатические режимы двухпроводной линии

Итак, электростатический и магнитоиндукционный датчики являются частными случаями двухпроводной линии. Области, соответствующие разным режимам работы линии, условно показаны на диаграмме, приведенной на рис. 4.22. Выражения для среднего сигнала $\bar{V}(t)$ на диаграмме приведены без потенциальной функции $e_0(x_0, y_0)$, σ_t — характерное время изменения продольной плотности пучка $n(t)$, $\tau = C_0 l R$ для электростатического и $\tau = L_0 l / R$ для магнитоиндукционного датчиков

соответственно, R — сопротивление нагрузки линии. Значения $\Gamma_1 = 1$, $\Gamma_2 = -1$ и $\Gamma_1 = -1$, $\Gamma_2 = 1$ соответствуют резонансному режиму работы линии. В резонансном режиме при $n(t) = \varepsilon(t)$ на разомкнутом конце линии присутствует знакопеременное напряжение с периодом $4T_w$, среднее значение которого равно нулю.

4.5. Электростатические датчики

В общем случае электростатический датчик, или пикап-электрод (pickup-electrode), представляет собой систему двух проводников, один из которых является сигнальным, а другой (камера) заземлен. Движущиеся заряды пучка индуцируют ток в цепи сигнального проводника, содержащей сопротивление нагрузки, на котором возникает напряжение, являющееся выходным сигналом датчика.

4.5.1. Расчет сигнала электростатического датчика

Расчет сигнала базируется на теореме Шокли–Рамо [68, 69], которая была выведена для вычисления мгновенных токов, индуцированных в близлежащих проводниках движущимися зарядами с заданным распределением. Обобщение теоремы Шокли–Рамо гласит, что ток I_k , наведенный движущимися заряженными частицами в k -м электроде, принадлежащем к произвольной системе электродов, может быть выражен как

$$I_k = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^N q_i \vec{v}_i \vec{E}_k(r_i), \quad (4.122)$$

где q_i , v_i и r_i — заряд, скорость и положение i -й частицы; N — полное число частиц в системе; $\vec{E}_k(r_i)$ — электрическое поле в точке r_i , при этом потенциал k -го электрода равен V , а все остальные электроды заземлены.

Вычислим сигнал электростатического датчика, представляющего собой единственный протяженный электрод длиной l , расположенный в заземленной камере, параллельно оси которой движется пучок. Лаплас-изображение сигнала, наведенного длинным бесконечно тонким пучком, рассчитывается с помощью теоремы Шокли–Рамо и имеет вид [5]

$$V(p) = -qp n(p) l Z(p) e_0(x_0, y_0), \quad (4.123)$$

где $n(p)$ — Лаплас-изображение линейной плотности пучка $n(t)$; x_0, y_0 — поперечные координаты пучка; $Z(p)$ — комплексный импеданс электростатического датчика, включающий в себя полную емкость электрода, а также входную емкость и активное сопротивление внешней измерительной цепи. Импеданс датчика можно представить в виде параллельного соединения суммарной емкости C и активного сопротивления R :

$$Z(p) = \frac{1}{C} \frac{1}{p + 1/\tau}, \quad (4.124)$$

где $\tau = RC$. Подставляя $Z(p)$ в (4.123) и пользуясь сверткой оригиналов для произведения Лаплас-изображений $p n(p)$ и $\frac{1}{p + 1/\tau}$, получаем:

$$V(t) = \frac{ql}{C} e_0(x_0, y_0) \int_0^t \frac{dn(t')}{dt'} e^{-\frac{t-t'}{\tau}} dt'. \quad (4.125)$$

Если постоянная времени датчика $\tau = RC$ много больше характерного времени изменения плотности пучка σ_t , то экспоненту в (4.125) можно положить равной единице, и сигнал датчика пропорционален линейной плотности пучка:

$$V(t) = \frac{ql}{C} n(t) e_0(x_0, y_0), \quad \tau \gg \sigma_t. \quad (4.126)$$

При обратном соотношении времен производную можно вынести из-под интеграла, тогда сигнал датчика пропорционален производной по времени от линейной плотности пучка:

$$V(t) = \tau \frac{ql}{C} \frac{dn(t)}{dt} e_0(x_0, y_0), \quad \tau \ll \sigma_t. \quad (4.127)$$

4.5.2. Потенциальная функция

Выражение (4.125) описывает зависимость сигнала электростатического датчика от времени, а зависимость сигнала от взаимного расположения траектории пучка и электрода определяется геометрией датчика и описывается потенциальной функцией $e_0(x_0, y_0)$. Эта функция может быть найдена решением двумерной задачи [5].

В окрестности заряженного электрода для некоторого набора финитных траекторий заряженной частицы существует пересекающая их

4.5. Электростатические датчики

поверхность (для линейного электрода — плоскость), к которой собственное электрическое поле электрода является касательным. В точках этой поверхности компонента поля, направленная вдоль траектории частицы, проходит через нуль, изменяя знак. Интеграл собственного электрического поля электрода вдоль некоторой кривой \vec{s} , начинающейся на стенке заземленной полости, в которой расположен электрод, и заканчивающийся на электроде, равен потенциалу электрода. Поскольку потенциал определен с точностью до произвольной постоянной, положим потенциал электрода равным единице. Тогда интеграл равен

$$\int_{\text{Стенка}}^A \vec{e}(x, y, z) d\vec{s} + \int_A^B \vec{e}(x, y, z) d\vec{s} + \int_B^{\text{Электрод}} \vec{e}(x, y, z) d\vec{s} = 1. \quad (4.128)$$

Первый интеграл в (4.128) берется вдоль пути, соединяющего некоторую точку полости с ближайшей точкой A траектории пучка частиц, второй — вдоль траектории пучка от точки A до точки B пересечения траектории пучка и плоскости P , в которой собственное поле линейного электрода имеет только поперечные компоненты, третий — вдоль пути, проходящего по плоскости от точки B до электрода (рис. 4.23).

Удалив точку A достаточно далеко от электрода, положим первый интеграл равным нулю и перепишем (4.128) следующим образом:

$$\int_{-\infty}^B \vec{e}(x, y, z) d\vec{s} = 1 - \int_B^{\text{Электрод}} \vec{e}(x, y, z) d\vec{s}. \quad (4.129)$$

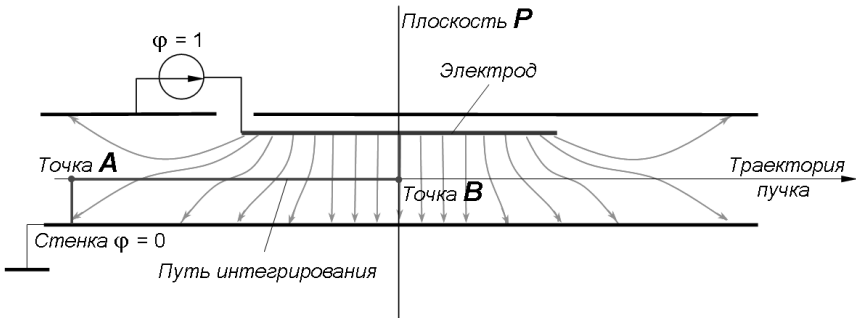


Рис. 4.23. Путь интегрирования

Интеграл в правой части последнего уравнения есть разность потенциалов между точкой B и электродом. Потенциал $\varphi(x, y)$ в любой точке плоскости P зависит только от поперечных координат. При заданном единичном потенциале электрода и нулевом потенциале стенки полости, разность потенциалов между электродом и точкой B , принадлежащей плоскости P , равна $1 - \varphi(x, y)$. Подставляя последнее выражение в (4.129), получаем:

$$\int_{-\infty}^B \vec{e}(x, y, z) d\vec{s} = e_0(x, y) = \varphi(x, y) . \quad (4.130)$$

Таким образом, задача определения потенциальной функции сведена к нахождению потенциала электрода на плоскости, где его собственное поле имеет только поперечную к траектории пучка компоненту.

Для длинных электродов произвольного сечения потенциал может быть найден решением двумерного уравнения Лапласа с граничными условиями, задаваемыми контурами поперечного сечения электрода и стенок. Для короткого электрода, длина которого одного порядка с поперечным размером полости, задача нахождения потенциала остается трехмерной. Тем не менее, для коротких электродов, образованных участками стенки полости при условии, что зазор между краями электрода и стенки мал по сравнению с соответствующим размером электрода, потенциал также может быть найден решением двумерной задачи. Это следует из того, что при длине пучка σ_z , много большей, чем поперечный размер полости b , концевое поле пучка является поперечным и длина электрода не влияет на продольное распределение индуцированных пучком зарядов, которое будет совпадать с продольным распределением заряда в пучке. Как было показано выше, для релятивистского пучка условие $\sigma_z \gg b$ заменяется на $\sigma_z \gg b/\gamma$, где $\gamma \gg 1$.

Определим потенциальную функцию электростатического датчика. Известно выражение для комплексного потенциала ξ длинного проводника кругового сечения [7]:

$$\xi = -C_0 \arg v + C_1 + i(C_0 \ln |v| + C_2) , \quad (4.131)$$

где $v = re^{i\theta}$ — координата точки на комплексной плоскости. Действительная часть $\text{Re}\xi$ представляет собой функцию потока, а мнимая $\text{Im}\xi$ — собственно потенциал.

Заменяя проводник пучком заряженных частиц, запишем функцию потока длинного бесконечно тонкого пучка, находящегося в центре

4.5. Электростатические датчики

цилиндрической полости:

$$\operatorname{Re}\xi = -C_0 \arg v + C_1 . \quad (4.132)$$

Постоянную C_1 положим равной нулю, что соответствует $\operatorname{Re}\xi = 0$ для линии напряженности поля, направленной вдоль оси $\theta = 0$. Постоянная C_0 определяется на основании того, что при обходе по замкнутому контуру $\arg v$ получает приращение 2π , а функция $\operatorname{Re}\xi$ — приращение, равное потоку электрического поля сквозь цилиндрическую поверхность, охватывающую пучок

$$C_0 = -\frac{qn_0}{2\pi\epsilon_0} , \quad (4.133)$$

где q — заряд одной частицы; n_0 — погонная плотность частиц в пучке. Зная $\operatorname{Re}\xi$, можно определить заряд dq_w , индуцируемый пучком на единице длины участка стенки полости, имеющей бесконечно малый угловой размер $d\theta$:

$$dq_w = \epsilon_0 \frac{d}{d\theta} (\operatorname{Re}\xi \, d\theta) = -\frac{qn_0}{2\pi} \frac{d}{d\theta} (\arg v \, d\theta) . \quad (4.134)$$

Для участка с конечным угловым размером $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ индуцируемый заряд равен

$$q_w = \int dq_w = -\frac{qn_0}{2\pi} (\theta_2 - \theta_1) . \quad (4.135)$$

Функцию потока пучка, смещенного относительно центра в точку w_0 , получим с помощью конформного преобразования

$$w = \frac{v + w_0}{1 + w_0^* v} , \quad (4.136)$$

в результате которого сечение полости, имеющее вид круга единичного радиуса, переходит в круг таким образом, чтобы центр $v = 0$ перешел в точку w_0 (w_0^* — точка, комплексно сопряженная с w_0). Функция потока смещенного пучка на внутренней границе полости ($w = e^{i\theta}$) равна

$$\operatorname{Re}\xi = \frac{qn_0}{2\pi\epsilon_0} \arg \left(\frac{e^{i\theta} - w_0}{1 - e^{i\theta} w_0^*} \right) = \frac{qn_0}{2\pi\epsilon_0} \left(-\theta + 2 \arctan \frac{\sin \theta}{\cos \theta - r} \right) , \quad (4.137)$$

где смещение пучка равно $w_0 = w_0^* = r$. Выражение для заряда на единицу длины принимает вид:

$$dq_w = -\frac{qn_0}{2\pi} \left(-1 + 2 \frac{1 - r \cos \theta}{1 - 2r \cos \theta + r^2} \right) d\theta . \quad (4.138)$$

Заменим участок стенки полости $(-\Delta\theta, \Delta\theta)$ электродом датчика, имеющим такую же форму. Полагая емкость электрода равной C , пренебрегая краевыми эффектами и вводя зависимость от времени (4.126), можно рассчитать сигнал электростатического датчика в зависимости от времени t и поперечных координат пучка (r, θ) :

$$V(r, \theta, t) = -\frac{ql}{C} n(t) \frac{1}{\pi} \left[-\Delta\theta + \arctan \frac{\sin(\theta + \Delta\theta)}{\cos(\theta + \Delta\theta) - r} - \arctan \frac{\sin(\theta - \Delta\theta)}{\cos(\theta - \Delta\theta) - r} \right], \quad (4.139)$$

где радиальная координата r нормирована на радиус полости. На рис. 4.24, б изображена зависимость амплитуды сигнала электрода A электростатического датчика, сечение которого изображено на рис. 4.24, а, от поперечного смещения пучка (r, θ) .

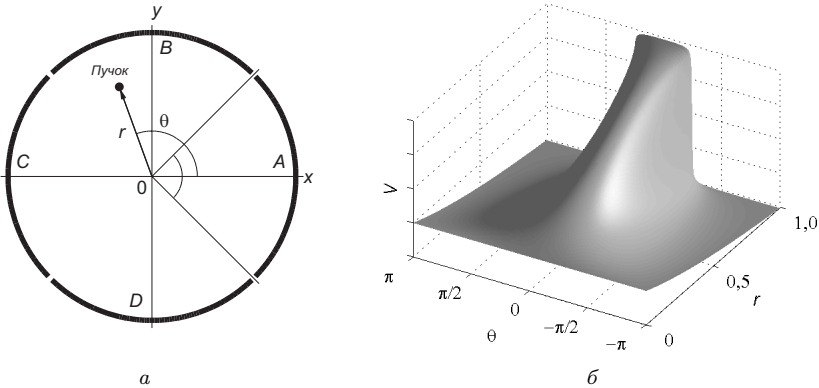


Рис. 4.24. Сечение (а) и сигнал (б) электростатического датчика

4.5.3. Электростатический датчик положения пучка

Определение координат пучка

На рис. 4.25, а приведен пример сигналов электродов A, B, C и D цилиндрического электростатического датчика (см. рис. 4.24, а) в зависимости от радиального смещения тонкого пучка под углом $\theta = 30^\circ$

4.5. Электростатические датчики

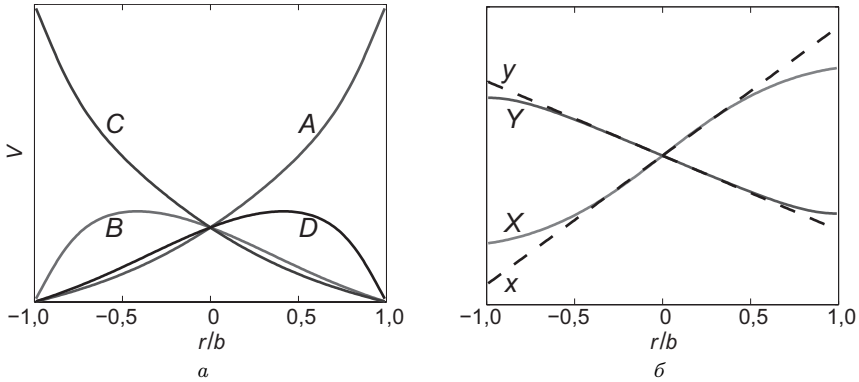


Рис. 4.25. Сигналы электростатического датчика положения пучка

к горизонтальной оси, а на рис. 4.25, б — графики комбинаций сигналов

$$X = M_x \frac{V_A - V_C}{V_A + V_C}, \quad Y = M_y \frac{V_B - V_D}{V_B + V_D} \quad (4.140)$$

с сравнении с горизонтальной $x = \frac{r}{b} \cos \theta$ и вертикальной $y = \frac{r}{b} \sin \theta$ координатами пучка (b — радиус цилиндра). Видно, что при $r \lesssim \frac{b}{2}$ комбинации сигналов X и Y пропорциональны координатам x и y соответственно, с масштабными коэффициентами M_x, M_y . Таким образом, четырехэлектродный электростатический датчик может использоваться в качестве датчика положения пучка.

Электроды датчика, или пикап-электроды (pickup electrodes) представляют собой части вакуумной камеры, отделенные от остальной камеры и друг от друга небольшими разрезами. Ширина разрезов между электродами должна быть мала настолько, чтобы можно было пренебречь краевыми искажениями электрического поля пучка, но в то же время достаточно велика для того, чтобы межэлектродные емкости были много меньше емкостей электродов на камеру, которые должны быть одинаковыми для всех электродов. Последнее требование важно, поскольку непосредственно измеряется не заряд на электродах, а напряжение $V = q/C$.

Как следует из графиков, представленных на рис. 4.25, б, при больших смещениях пучка от центра камеры линейные комбинации

сигналов (4.140) дают координаты пучка со значительной ошибкой из-за нелинейности потенциальной функции.

Если электроды датчика имеют треугольную форму при виде сверху, то разность зарядов, наведенных на электроды длинным пучком, будет линейно зависеть от смещения пучка на всей апертуре. На рис. 4.26, а в качестве примера приведена фотография линейного электростатического датчика положения пучка.

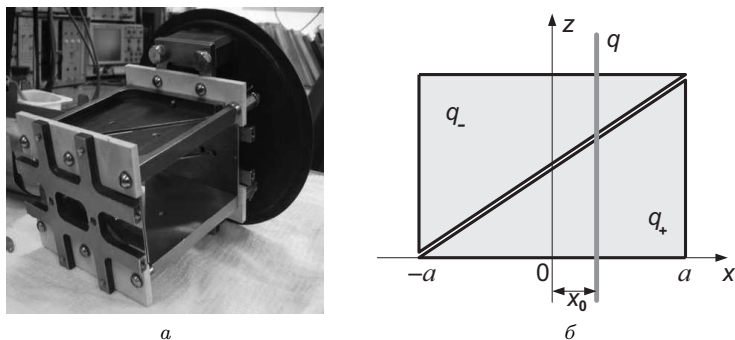


Рис. 4.26. Линейные пикап-электроды

Простое доказательство линейности такого датчика приводится в [6]. Пусть сечение идеально проводящей камеры имеет произвольную форму. Так как поле за пределами камеры отсутствует, значения всех мультипольных моментов пучка совпадают с точностью до знака со значениями всех соответствующих мультипольных моментов распределенного по азимуту камеры заряда изображения. В частности, это означает, что дипольный момент d_x заряда изображения (интегрирование производится по азимуту камеры) равен произведению смещения x_0 тонкого пучка, породившего изображение, на его заряд q (рис. 4.26, б):

$$d_x = \oint x dq = x_0 q . \quad (4.141)$$

Поместив начало x -координаты в центре пикап-электродов, вычислим заряды на левом q_- и правом q_+ электродах:

$$\begin{aligned} q_- &= \frac{1}{2} \oint \left(1 - \frac{x}{a}\right) dq = \frac{q}{2} \left(1 - \frac{x_0}{a}\right), \\ q_+ &= \frac{1}{2} \oint \left(1 + \frac{x}{a}\right) dq = \frac{q}{2} \left(1 + \frac{x_0}{a}\right), \end{aligned} \quad (4.142)$$

4.5. Электростатические датчики

где $2a$ — апертура датчика. Разность и сумма зарядов на правом и левом электродах равны:

$$q_+ - q_- = q \frac{x_0}{a}, \quad q_+ + q_- = q. \quad (4.143)$$

Таким образом, сумма зарядов на электродах дает величину заряда пучка q , а отношение разности к сумме — поперечное смещение x_0 :

$$x_0 = a \frac{q_+ - q_-}{q_+ + q_-}. \quad (4.144)$$

Следует отметить, что доказательство линейности датчика с треугольными пикап-электродами получено здесь без нахождения явного вида распределения заряда изображения (что весьма непросто даже для камеры прямоугольного сечения).

Электроды линейного электростатического датчика положения пучка должны иметь довольно большую длину, порядка апертуры камеры. Кроме того, линии электродов принципиально не согласованы. Поэтому типичный датчик положения пучка, который должен работать с короткими сгустками, т. е. на достаточно высоких частотах, имеет четыре электрода в виде небольших дисков (button-electrodes), смонтированных заподлицо с вакуумной камерой кругового, эллиптического или прямоугольного сечения (рис. 4.27). Каждый электрод подключен к внешней цепи через свой вакуумный ввод с согласованным импедансом 50 Ом. Очевидно, что зависимость амплитуд сигналов такого датчика от смещения пучка в принципе нелинейна.

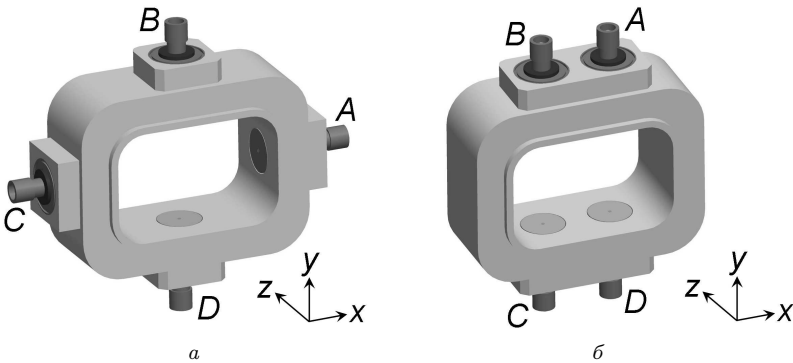


Рис. 4.27. Широкополосные пикап-электроды

При небольших смещениях пучка от центра датчика для вычисления координат пучка могут быть применены линейные комбинации сигналов. Для датчика, центры электродов которого расположены на осях x и y , как на рис. 4.27, *а*, используются формулы (4.140)

$$X = M_x \frac{V_A - V_C}{V_A + V_C}, \quad Y = M_y \frac{V_B - V_D}{V_B + V_D},$$

а для датчика, изображенного на рис. 4.27, *б*, — следующие формулы:

$$X = M_x \frac{V_A - V_B - V_C + V_D}{V_A + V_B + V_C + V_D}, \quad Y = M_y \frac{V_A + V_B - V_C - V_D}{V_A + V_B + V_C + V_D}. \quad (4.145)$$

Следует отметить, что коэффициенты M_x и M_y в формулах (4.140) и (4.145) различны.

Аналитический расчет масштабных коэффициентов с учетом нелинейности для датчиков положения пучка прямоугольного и круглого сечения, основанный на применении теоремы Грина о взаимности, изложен в [70]. В случаях, когда предполагаются значительные смещения пучка, характеристики датчиков рассчитываются численно или измеряются на стенде, а истинное положение пучка вычисляют по приближенным (например, полиномами) нелинейным формулам [71].

Схемы обработки сигнала

Благодаря компактности, надежности, простоте изготовления, а также довольно малому импедансу связи, четырехэлектродные электростатические датчики положения пучка используются в системах измерения орбиты практически на всех ускорительных установках.

Как следует из (4.125), сигнал каждого пикап-электрода пропорционален как интенсивности, так и поперечному положению центра масс пучка. Для определения положения пучка с измеренными сигналами необходимо проделать математические операции сложения/вычитания и нормировки. Эти операции могут осуществляться как аналоговым образом с помощью нормализующего сигнального процессора, так и цифровым образом с помощью программы обработки данных в управляющем компьютере. Существенная трудность обработки сигнала состоит в том, что зависимость сигнала от положения пучка гораздо слабее, чем от его интенсивности. Чтобы обеспечить требуемое пространственное разрешение в заданном диапазоне тока пучка, динамический диапазон обрабатывающей электроники, определяемый как отношение максимального сигнала к разрешению, должен быть очень большим, и его

4.5. Электростатические датчики

часто приходится разбивать на части с помощью регулируемых усилителей.

Наиболее распространена супергетеродинная схема обработки сигналов пикап-электродов, дающая на выходе аналоговые сигналы, пропорциональные координатам и току пучка. Рассмотрим аналоговый сигнальный процессор МХ-ВРМ компании Bergoz Instrumentation, оптимизированный для измерения орбиты пучков в накопителях электронов [72]. Согласно паспортным данным, аналоговый сигнальный процессор МХ-ВРМ обеспечивает пространственное разрешение 1 мкм в диапазоне интенсивности пучка более 75 дБ.

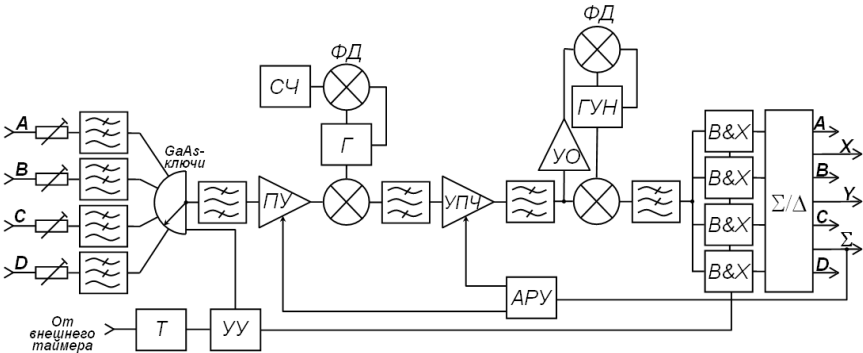


Рис. 4.28. Блок-схема МХ-ВРМ: Т — таймер; УУ — управляющее устройство; ПУ — предварительный усилитель; СЧ — синтезатор частоты; ФД — фазовый детектор; Г — гетеродин; УПЧ — усилитель промежуточной частоты; АРУ — схема автоматической регулировки усиления; УО — усилитель-ограничитель; ГУН — генератор, управляемый напряжением; В&Х схема выборки-хранения

Блок-схема устройства приведена на рис. 4.28. Вся электроника для обработки сигнала размещена на одной печатной плате. На входы подаются сигналы четырех пикап-электродов, неодинаковость электродов компенсируется с помощью четырех регулируемых аттенуаторов, а паразитные высокие гармоники пучкового сигнала подавляются фильтрами нижних частот, реализованными на микрополосковых линиях. Дальнейшая обработка сигналов производится одним измерительным каналом, переключение осуществляется коммутатором, состоящим из четырех GaAs-ключей, управляемых внутренним или внешним таймером. Ключи замыкаются по очереди, обеспечивая подключение каждого пикап-электрода. Частота внутреннего таймера — 2 кГц, использование

внешнего таймирования позволяет увеличить частоту переключения до 10 кГц. С выхода коммутатора сигнал, представляющий собой последовательность импульсов, наведенных пучком на каждый из четырех пикап-электродов, поступает на перестраиваемый полосовой фильтр. Этот фильтр обеспечивает простой выбор гармоники пучка, на частоте которой производится обработка сигнала.

Малощумящий предусилитель усиливает сигнал с использованием автоматической регулировки усиления (АРУ), после чего сигнал поступает на супергетеродинный приемник. Гетеродин реализован на базе управляемого синтезатора частоты. Выделенный сигнал промежуточной частоты поступает на усилитель промежуточной частоты со схемой АРУ, обеспечивающий нормировку суммы сигналов всех четырех электродов. Синхронный детектор со схемой фазовой автоподстройки частоты обеспечивает хорошую линейность. Демодулированный сигнал пропускается через фильтр нижних частот и запоминается четырьмя устройствами выборки-хранения. Строб-импульсы, управляющие устройствами выборки-хранения, генерируются тем же таймером, который используется для управления коммутатором пикап-электродов. X и Y координаты получаются с помощью сложения и вычитания сигналов, так как сумма сигналов четырех электродов нормирована к постоянной величине.

Для однопролетных измерений положения короткого пучка в линейных ускорителях и каналах транспортировки пучков предназначен логарифмический сигнальный процессор LR-BPM [73]. В отличие от схем с коммутацией, в LR-BPM сигналы пикап-электродов обрабатываются четырьмя параллельными каналами, что обеспечивает измерение положения пучка за один пролет. Принцип работы прибора основан на аналоговом вычислении разности логарифмов сигналов, наведенных пучком на пикап-электроды. Эта разность эквивалентна логарифму отношения сигналов, пропорциональному координате пучка. Такой метод измерения обеспечивает хорошую линейность в широком динамическом диапазоне. Прибор обеспечивает измерение положения пучка в диапазоне интенсивности более $1 : 500$ при частоте следования сгустков до 500 МГц.

Блок-схема сигнального процессора LR-BPM приведена на рис. 4.29. Короткие импульсы, наведенные пучком на пикап-электроды, растягиваются с помощью фильтров и подаются на логарифмические усилители, выходные сигналы которых обрабатываются суммо-разностной схемой, реализованной на дифференциальных усилителях. Если оси

4.5. Электростатические датчики

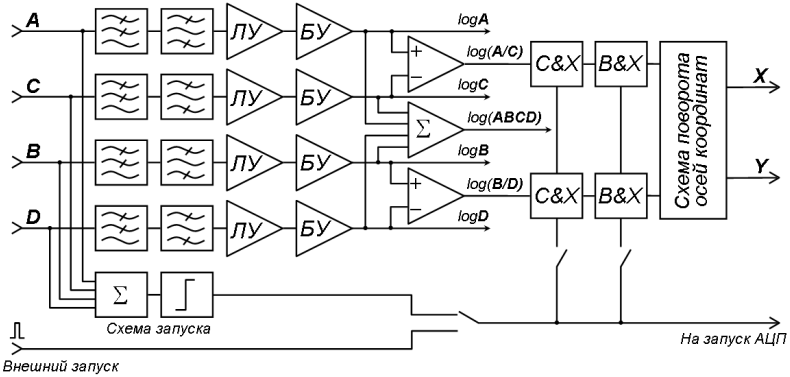


Рис. 4.29. Блок-схема LR-BPM: ЛУ — логарифмический усилитель; БУ — буферный усилитель; C&X — схема слежения-хранения; B&X — схема выборки-хранения

пикапа повернуты относительно осей координат $x-y$, разворот осей осуществляется с помощью широкополосной аналоговой схемы. Для преобразования сигналов в удобный для оцифровки вид используется схема слежения-хранения или выборки-хранения.

Типичная система с цифровой обработкой сигналов описана в [74]. В такой системе в качестве оконечного устройства измерительного канала используется схема выборки-хранения, выходной сигнал которой пропорционален пиковому напряжению импульсов, наведенных пучком на пикап-электроды.

Структурная схема базового комплекта аппаратуры, используемого на ускорительном комплексе ВЭПП-4 (ИЯФ им. Будкера СО РАН), изображена на рис. 4.30. Первичная обработка сигналов пикап-электродов производится электроникой пикап-станций, расположенных в ускорительном зале, в непосредственной близости от пикапа. Для получения сигнала, форма и длительность которого пригодна для работы схемы выборки-хранения, короткий импульс, наведенный пучком на пикап-электрод, проходит последовательность фильтров нижних частот и RC-цепочек, которые удлиняют импульс. На выходе пикап-станции имеется буферный усилитель, передающий этот сигнал в кабель. В пикап-станцию встроены также формирователь тестового сигнала, имитирующего пучок интенсивностью примерно 10^{10} частиц. Выходной сигнал пикап-станции имеет вид колоколообразного импульса

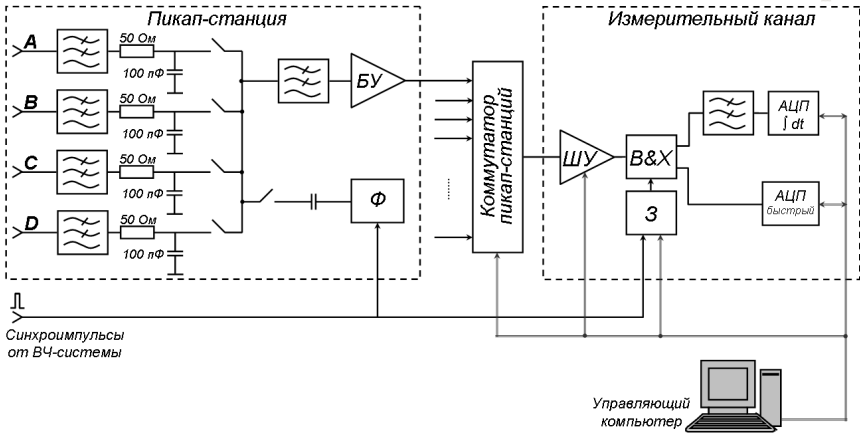


Рис. 4.30. Блок-схема системы с цифровой обработкой сигналов: БУ — буферный усилитель; ШУ — широкополосный усилитель; Ф — формирователь тестового сигнала; В&X — схема выборки-хранения; З — блок задержки

длительностью 40 нс на полувысоте с последующим выбросом обратной полярности, экспоненциально затухающим с постоянной времени около 200 нс.

Сигнал от пикап-станции передается по кабелю на измерительный канал, аппаратура которого располагается вне ускорительного зала. На входе измерительного канала находится основной широкополосный усилитель. Для обеспечения оптимального уровня выходного сигнала в широком диапазоне интенсивности пучка используется алгоритм автоматической установки усиления, реализованный в управляющих программах. Усиленный сигнал поступает на схему выборки-хранения (длительность выборки 10 нс), которая в момент прихода строб-импульса преобразует входной сигнал в квазипостоянное напряжение, присутствующее на выходе до следующего строб-импульса. Совмещение по времени строб-импульса с пиком сигнала каждой пикап-станции производится с помощью блока задержки опорного сигнала, поступающего от ВЧ-системы. Опорный сигнал представляет собой импульсы, следующие с частотой обращения пучка и привязанные к нулевой фазе ускоряющего ВЧ-напряжения.

Принципиальной особенностью данной системы является использование управляющего компьютера как неотъемлемой составной части.

Переключение пикап-станций, задание требуемых значений коэффициента усиления и времени задержки строб-импульсов, а также управление АЦП и передача данных осуществляется управляющей программой, работающей в компьютере. Сочетание аппаратуры, регистрирующей сигналы пикап-электродов на каждом обороте пучка, с эффективными алгоритмами обработки данных позволяет решать широкий ряд задач диагностики пучка [75].

4.6. Магнитоиндукционные датчики

В магнитоиндукционном датчике проводник образует виток, в котором возникает электродвижущая сила благодаря изменению потока магнитного поля, создаваемого движущимися зарядами пучка. В виток включено сопротивление нагрузки, с которого снимается сигнал датчика. Достоинством магнитоиндукционного датчика является нечувствительность к частицам пучка, попадающим в датчик, а также к вторичным электронам, выбиваемым частицами пучка из вакуумной камеры и тоже попадающим в датчик. Это преимущество магнитоиндукционного датчика проявляется при дифференциальном съеме сигнала с катушки датчика. Тогда частицы, попадающие в катушку и заряжающие ее собственную емкость относительно земли, дают на обоих концах катушки синфазный сигнал, который подавляется при дифференциальном подключении. Вторым преимуществом является возможность экранирования магнитоиндукционного датчика от посторонних электрических и магнитных полей. Защита от электрического поля, которая в принципе нереализуема в случае электростатического датчика, здесь достигается применением проводящего заземленного экрана, пропускающего магнитное поле пучка. Защиту от магнитного поля помехи можно обеспечить также с помощью экранирования.

4.6.1. Расчет сигнала магнитоиндукционного датчика

Вычислим сигнал магнитоиндукционного датчика, имеющего вид витка, образованного линейным проводником длиной l и стенкой камеры, на которую закорочен один конец проводника. Другой конец проводника нагружен на активное сопротивление R , с которого снимается сигнал. Лаплас-изображение сигнала, наведенного длинным бесконечно

тонким пучком, рассчитывается с помощью теоремы о наведенном потоке, аналогичной теореме Шокли–Рамо, и имеет вид [5]:

$$V(p) = qv_b p n(p) \frac{R}{p + 1/\tau} e_{r0}(x_0, y_0) , \quad (4.146)$$

где $\tau = L/R$ — постоянная времени датчика; L — полная индуктивность витка. Емкость проводника считается пренебрежимо малой и не учитывается. Вихревая функция магнитоиндукционного датчика $e_{r0}(x_0, y_0)$, описывающая зависимость сигнала от поперечных координат пучка, вычисляется аналогично потенциальной функции $e_0(x_0, y_0)$ (4.102):

$$e_{r0}(x_0, y_0) = \int e_{rz}(x, y, z) dz , \quad (4.147)$$

где $e_{rz}(x, y, z)$ — продольная компонента вихревого электрического поля витка, индуцированного магнитным полем тока пучка.

Пользуясь сверткой оригиналов для произведения Лаплас-изображений, получаем:

$$V(t) = qv_b R e_0(x_0, y_0) \int_0^t \frac{dn(t')}{dt'} e^{-\frac{t-t'}{\tau}} dt' . \quad (4.148)$$

Если постоянная времени датчика $\tau = L/R$ много больше характерного времени изменения плотности пучка σ_t , то сигнал датчика пропорционален току пучка $I(t) = qv_b n(t)$:

$$V(t) = RI(t) e_{r0}(x_0, y_0) , \quad \tau \gg \sigma_t . \quad (4.149)$$

Если $\tau \ll \sigma_t$, то сигнал датчика пропорционален производной по времени от тока пучка:

$$V(t) = L \frac{dI(t)}{dt} e_{r0}(x_0, y_0) , \quad \tau \ll \sigma_t . \quad (4.150)$$

4.6.2. Вихревая функция

Выражение (4.148) описывает временную зависимость сигнала магнитоиндукционного датчика, а зависимость сигнала от взаимного расположения траектории пучка и витка датчика описывается вихревой функцией $e_{r0}(x_0, y_0)$.

Возникает естественный вопрос о соотношении потенциальной функции $e_0(x, y)$ и вихревой функции $e_{r0}(x, y)$ для одной и той же системы проводников, рассматриваемой как датчик того или другого типа. Вихревое электрическое поле $\vec{E}_r(x, y, z)$ и потенциальное электрическое поле $\vec{E}(x, y, z)$ существенно различаются. В случае когда проводники электростатического и магнитоиндукционного датчиков имеют одинаковую конфигурацию, продольная компонента потенциального поля меняет знак в некоторой точке траектории, компонента же вихревого поля в этой точке имеет максимум (рис. 4.31).

В рамках приближения квазистатических полей соотношение между функциями $e_0(x, y)$ и $e_{r0}(x, y)$ в общем виде установить невозможно, так как система уравнений Максвелла при переходе к квазистатике распадается на независимые уравнения электростатики и магнитостатики, дополненные уравнением электромагнитной индукции. Для установления связи между этими функциями необходимо рассматривать электромагнитные волны, возбуждаемые пучком в системе проводников, используя представления о собственных полях проводников. Волновые процессы описываются полной системой уравнений, поэтому, совершая предельный переход от электромагнитных волн к квазистатическим полям, можно найти связь потенциальной и вихревой функций. Сравним выражение (4.121) для среднего по времени сигнала в закороченной на концах линии, которое как раз и получено в результате предельного перехода, и выражение (4.149) для сигнала магнитоиндукционного датчика, полученное с помощью теоремы о наведенном токе. Полагая, что конфигурация проводников в обоих случаях одна и та же, заключаем, что потенциальная и вихревая функции равны. Физически это означает,

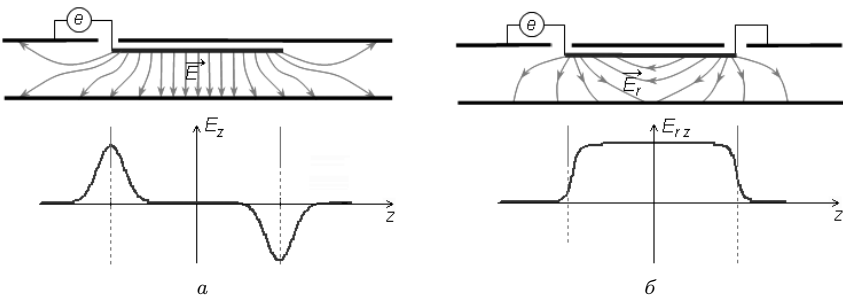


Рис. 4.31. Электрические поля: а — потенциальное; б — вихревое

что разность потенциалов, набираемая заряженной частицей при прохождении концевое поля проводника, и действующая на частицу интегральная электродвижущая сила, возникающая благодаря переменному магнитному полю проводника, равны, если потенциал проводника и электродвижущая сила, включенная в его цепь, равны.

Рассчитаем вихревую функцию $e_{r0}(x, y)$ для магнитоиндукционного датчика, представляющего собой виток, образованный двумя тонкими длинными проводниками, расположенными в цилиндрической полости единичного радиуса. Выражение для комплексного потенциала магнитного поля тонкого пучка с током $I(t)$, траектория которого проходит через точку на комплексной плоскости $w_0 = re^{i\theta}$, имеет вид [5]:

$$\xi = -\frac{\mu_0 I(t)}{2\pi} \left[\ln \left| \frac{w - w_0}{1 - w_0^* w} \right| + i \arg \left(\frac{w - w_0}{1 - w_0^* w} \right) \right]. \quad (4.151)$$

Второе слагаемое в скобках является скалярным магнитным потенциалом. Вектор-потенциал имеет только продольную компоненту, равную:

$$A_z = \text{Re} \xi = -\frac{\mu_0 I(t)}{2\pi} \ln \left| \frac{w - w_0}{1 - w_0^* w} \right|. \quad (4.152)$$

Записав поток магнитного поля через сечение витка магнитоиндукционного датчика как

$$\Phi = \oint \vec{A} d\vec{q}$$

и полагая, что поперечные координаты проводников, образующих виток, равны $w_1 = r_1 e^{i\theta}$ и $w_2 = r_2 e^{i\theta}$, можно получить выражение для электродвижущей силы, наведенной переменным током в датчике [5]:

$$\begin{aligned} V(r, \theta, t) = & -\frac{dI(t)}{dt} \frac{\mu_0 l}{4\pi} \left[2 \ln \frac{r_1}{r_2} + \ln \frac{1 - 2r_2 r \cos \theta + r_2^2 r^2}{1 - 2r_1 r \cos \theta + r_1^2 r^2} \right. \\ & \left. + \ln \frac{1 - 2(r/r_1) \cos \theta + r^2/r_1^2}{1 - 2(r/r_2) \cos \theta + r^2/r_2^2} \right] \end{aligned} \quad (4.153)$$

где (r, θ) — поперечные координаты пучка (r нормирован на радиус камеры).

На рис. 4.32, б показана зависимость амплитуды сигнала витка A магнитоиндукционного датчика, сечение которого изображено на рис. 4.32, а, от поперечного смещения пучка (r, θ) . Виток образован двумя длинными тонкими проводниками с поперечными координатами $r_1 = 0,9$ и $r_2 = 1$, $\theta = 0$ для обоих проводников.

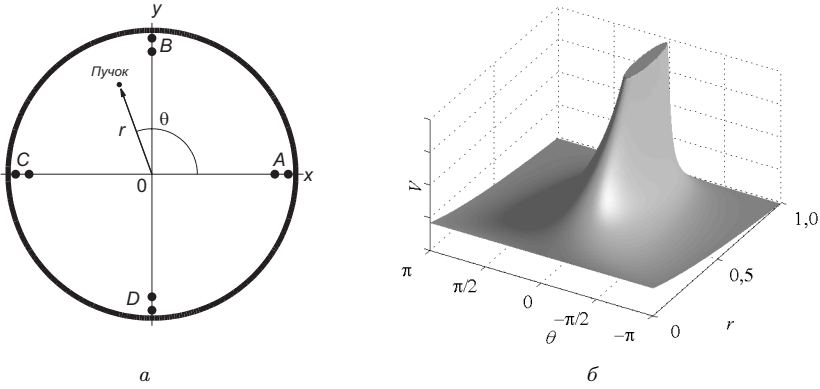


Рис. 4.32. Сечение (а) и сигнал (б) магнитоиндукционного датчика

4.6.3. Магнитоиндукционный датчик положения пучка

Магнитоиндукционный датчик для измерения поперечных координат пучка может состоять, например, из нескольких коротких катушек, расставленных по азимуту с определенным шагом. В датчике положения пучка удобно использовать катушки в режиме холостого хода ($\tau \ll \sigma_t$), когда сигнал пропорционален производной тока пучка (4.150). В этом случае отсутствует связь между катушками, и сигналы датчика проще рассчитываются. На рис. 4.33, а приведен пример сигналов четырех витков *A*, *B*, *C* и *D* датчика положения пучка в зависимости от радиального смещения тонкого пучка под углом $\theta = 30^\circ$ к горизонтальной оси, а на рис. 4.33, б — графики комбинаций сигналов (4.140)

$$X = M_x \frac{V_A - V_C}{V_A + V_C}, \quad Y = M_y \frac{V_B - V_D}{V_B + V_D}$$

в сравнении с горизонтальной $x = \frac{r}{b} \cos \theta$ и вертикальной $y = \frac{r}{b} \sin \theta$ координатами пучка (*b* — радиус камеры).

Как видно на рис. 4.33, б, магнитоиндукционный датчик положения пучка, как и электростатический датчик, становится нелинейным при больших смещениях пучка от центра камеры, однако характер нелинейности здесь другой, так как вихревая функция отличается от потенциальной функции электростатического датчика.

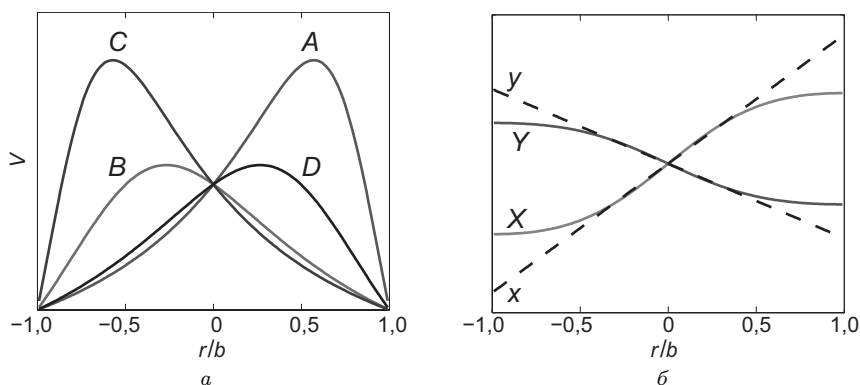


Рис. 4.33. Сигналы магнитоиндукционного датчика положения пучка

Благодаря тому что магнитоиндукционные датчики положения пучка могут быть сделаны малочувствительными к заряженным частицам, попадающим в датчик, они используются для диагностики пучков в каналах транспортировки. Дополнительным преимуществом магнитоиндукционных датчиков является возможность согласования с передающим кабелем без применения электронных схем, что немаловажно в условиях высокого радиационного фона, вызванного потерями высокоэнергетичных частиц пучка.

Для обработки сигналов магнитоиндукционных датчиков положения пучка используются системы, аналогичные применяемым для электростатических пикапов. Функциональная схема системы диагностики пучка в канале транспортировки, конструкция магнитоиндукционных датчиков, электронная схема обработки сигнала, а также процедура калибровки описаны в [5]. В последнее время для проектируемых линейных коллайдеров разрабатываются магнитоиндукционные датчики положения пучка с субмикронным пространственным разрешением [76].

4.6.4. Трансформаторы тока пучка

Магнитоиндукционный датчик для измерения интенсивности имеет вид обмотки с распределенными по азимуту витками, охватывающими пучок. Для измерения интенсивности выгодно использовать датчик в режиме трансформатора тока, когда сигнал пропорционален току пучка (4.121), а не его производной.

4.6. Магнитоиндукционные датчики

Прототипом всех магнитоиндукционных датчиков тока является пояс Роговского (AC Current Transformer, АССТ), представляющий собой трансформатор, вторичная обмотка которого намотана на кольцевой сердечник из ферромагнетика, а первичной «обмоткой» является траектория тока пучка, пролетающего сквозь кольцо (рис. 4.34, а). Сигнал в измерительной цепи генерируется переменным магнитным потоком, создаваемым током пучка, и представляет собой переменное напряжение, частота которого равна частоте следования импульсов тока пучка. Частотная характеристика

$$Z(p) = \frac{pL}{1 + p\tau}$$

такого прибора приведена на рис. 4.34, б и, как видно, ограничена снизу постоянной времени $\tau = L/R$, определяемой индуктивностью катушки L и сопротивлением нагрузки R . В практически реализуемых схемах нижняя граница полосы частот составляет несколько килогерц. Уменьшение импеданса нагрузки и применение обратной связи позволяет снизить эту границу до нескольких герц, но не до постоянного тока.

Для прецизионного измерения тока пучка в широком динамическом диапазоне используют трансформаторный датчик, выходным сигналом которого является постоянное напряжение, пропорциональное току пучка [77]. Такой датчик называют трансформатором постоянного тока (DC Current Transformer, DCCT) [78, 79]. Снижение до нуля нижней границы полосы частот трансформаторного датчика тока достигается с помощью магнитного модулятора, работа которого базируется на нелинейности кривой намагничивания ферромагнитных

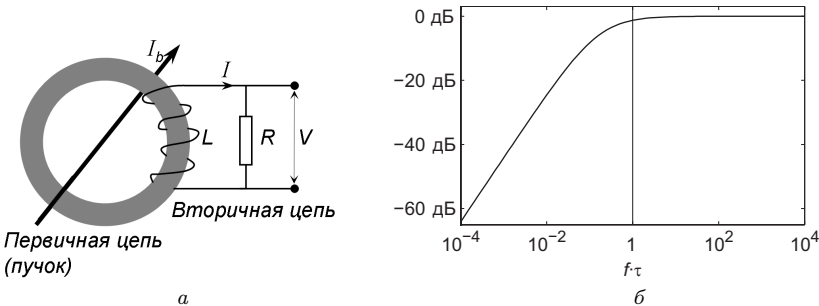


Рис. 4.34. Пояс Роговского: а — схема; б — частотная характеристика

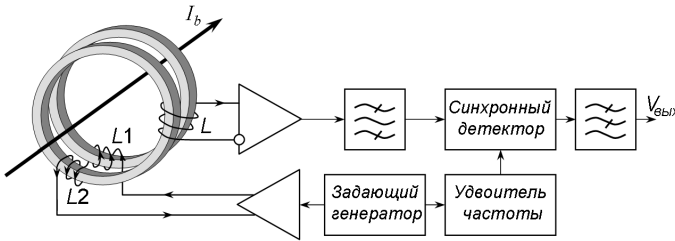


Рис. 4.35. Датчик тока с магнитным модулятором

материалов. Блок-схема датчика тока с магнитным модулятором показана на рис. 4.35.

Две последовательно соединенные катушки возбуждения $L1$ и $L2$, намотанные во взаимно противоположных направлениях на двух одинаковых кольцах из ферромагнетика, запитаны от генератора переменного тока. Частота возбуждающего генератора выбирается в зависимости от частотной характеристики магнитной проницаемости ферромагнетика и может быть от нескольких сотен герц для кристаллических материалов до нескольких килогерц для аморфных ферромагнетиков. Генератор должен обеспечивать величину тока, достаточную для насыщения кольцевого сердечника. Ток возбуждения может быть синусоидальной, прямоугольной или треугольной формы, в его спектре не должно быть паразитных четных гармоник.

Принцип работы датчика тока с магнитным модулятором иллюстрирует рис. 4.36. Если ток пучка равен нулю, то, в силу симметрии кривой намагничения относительно осей B и H , ток измерительной катушки L , намотанной вокруг обоих кольцевых сердечников, будет нулевым. Кольцевые сердечники с намотанными на них катушками должны быть тщательно согласованы по параметрам для минимизации остаточного сигнала. Ненулевой ток пучка вносит асимметрию в кривую намагничения и в результате приводит к появлению в спектре тока измерительной катушки L четных гармоник частоты модуляции. Амплитуда второй гармоники (максимальной из четных) пропорциональна току пучка.

С радиотехнической точки зрения, магнитный модулятор представляет собой смеситель, сдвигающий частотный спектр сигнала пучка на удвоенную частоту модуляции. Детектирование второй гармоники, амплитуда которой является полезным сигналом, можно рассматривать

4.6. Магнитоиндукционные датчики

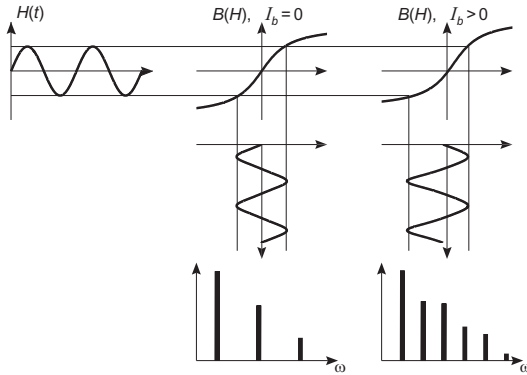


Рис. 4.36. Принцип работы магнитного модулятора

как процесс, обратный к сдвигу частоты модулятором. Детектор может быть реализован по одной из следующих схем:

- синхронный детектор;
- узкополосный резонансный фильтр + детектор или схема выборки-хранения;
- фазовый детектор, измеряющий сдвиг фазы в процессе магнитного насыщения.

Сигнал на выходе синхронного детектора представляет собой произведение модулированного сигнала на сигнал с удвоенной частотой модуляции и соответствующей фазой. Пропуская этот сигнал через фильтр нижних частот, получаем квазипостоянное напряжение, пропорциональное току пучка.

Для расширения линейного диапазона (до 10^6) и сокращения времени восстановления характеристик датчика в схему вводят цепь обратной связи. Трансформатор постоянного тока с обратной связью называют датчиком тока пучка с нулевым магнитным потоком, так как поток, индуцированный током обратной связи, компенсирует поток, индуцированный током пучка. Для полной компенсации магнитного потока пучка ток в цепи обратной связи должен быть всегда равен току пучка. Схема датчика тока пучка с нулевым магнитным потоком [77] представлена на рис. 4.37.

Задающий генератор работает на удвоенной частоте возбуждения. Сигнал задающего генератора поступает на делитель частоты и затем,

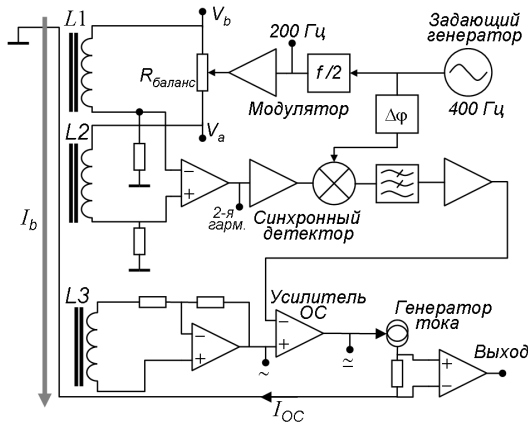


Рис. 4.37. Датчик тока пучка с нулевым магнитным потоком

после усиления, на катушки возбуждения $L1$ и $L2$, включенные в противофазе. Предусмотрена возможность балансировки токов в катушках возбуждения для компенсации неодинаковости кольцевых магнитных сердечников и самих катушек. Катушки возбуждения нагружены на одинаковые сопротивления. Разностный сигнал формируется дифференциальным усилителем, на входы которого подается напряжение с обоих нагрузочных сопротивлений. Этот сигнал преобразуется синхронным детектором в постоянное напряжение, пропорциональное току пучка. Фаза несущей, подаваемой от задающего генератора на смеситель синхронного детектора, регулируется фазовращателем.

Дополнительный трансформатор обратной связи с операционным усилителем образует активный L/R интегратор. Сигнал с выхода интегратора добавляется к постоянному сигналу с выхода синхронного детектора, и таким образом генерируется суммарный ток обратной связи, противоположный току пучка. Цепь обратной связи замыкается через обмотки трансформаторов $L1$, $L2$ и $L3$. В результате получается стабилизированный усилитель постоянного тока с модуляцией и демодуляцией сигнала. Комбинация L/R интегратора с модулятором/демодулятором позволяет реализовать преимущества обеих схем, одновременно компенсирующих недостатки друг друга. Обратная связь расширяет полосу частот до нескольких сот килогерц. Широкая полоса частот обеспечивает малое время восстановления характеристика датчика, что вместе с широким диапазоном линейности позволяет

4.6. Магнитоиндукционные датчики

измерять пучок малой интенсивности после пролета более интенсивного пучка.

Обработка сигнала трансформаторного датчика тока пучка, реализуемая электронным или программным образом, обычно включает в себя подавление пульсаций, ослабление высших гармоник частоты модуляции и компенсацию сдвига нуля, измеренного в отсутствие пучка.

Высокая чувствительность трансформаторного датчика тока пучка во многом определяется магнитным материалом, используемым для изготовления кольцевых сердечников трансформатора. Поэтому к материалу предъявляются довольно высокие требования:

- большая величина магнитной проницаемости, $\mu > 50\,000$;
- малые потери на гистерезис;
- малая коэрцитивная сила (порядка 1 А/м);
- невысокие потери за счет вихревых токов, высокое электрическое сопротивление (ленточный сердечник);
- низкая магнитострикция (изменение размера в магнитном поле — дополнительный источник шумов);
- низкий уровень шумов Баркгаузена, связанных с размером и структурой магнитных доменов;
- высокая температурная стабильность.

Обычно используются кристаллические или аморфные железоникелевые сплавы — ферриты и пермаллои. Для предотвращения систематической ошибки из-за остаточного намагничивания желательнее

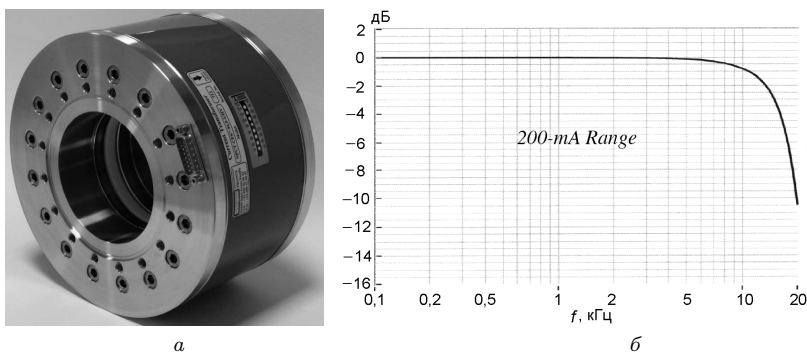


Рис. 4.38. Датчик тока Bergoz NPCT: а — внешний вид; б — частотная характеристика

проводить регулярное размагничивание сердечника, обеспечивающее симметрию кривой намагничивания.

Трансформаторные датчики тока пучка являются точными и надежными приборами, они используются практически на всех ускорительных установках. В качестве примера на рис. 4.38 приведена фотография (*a*) и частотная характеристика (*b*) трансформаторного датчика тока, производимого компанией Vergoz Instrumentation. Основные паспортные параметры датчика приведены ниже.

Диапазон измеряемого тока	$\pm 20 \text{ мА}, \pm 200 \text{ мА}, \pm 2 \text{ А}, \pm 20 \text{ А}$
Выходной сигнал	$\pm 10 \text{ В DC}$
Ширина полосы выходного сигнала (-3 дБ)	$8-10 \text{ кГц}$
Время срабатывания	$< 50 \text{ мкс}$
Выходное сопротивление	100 Ом
Разрешение	$0,5-5 \text{ мкА/Гц}^{1/2}$ (разные модели)
Нелинейность	$< 0,1 \%$
Температурный дрейф	$< 0,1 \text{ мкА/}^\circ\text{C}$
Абсолютная погрешность	$\pm 0,1 \%$ \pm сдвиг нуля (может быть вычтен) \pm температурный дрейф

4.6.5. Защита магнитоиндукционных датчиков от магнитных помех

Магнитоиндукционные датчики пучка чувствительны к магнитным помехам, источниками которых могут быть системы высокочастотного питания ускоряющих резонаторов, сильноточные импульсные устройства в системах впуска-выпуска пучков, импульсные магниты в каналах транспортировки и т. д. Способы защиты магнитоиндукционных датчиков от внешних магнитных полей подробно описаны в [5].

В случае датчика тока с кольцевой обмоткой первичное ослабление помехи происходит благодаря симметрии обмотки, так как в паре витков, симметричных относительно линии однородного магнитного поля, наводятся электродвижущие силы противоположных знаков, которые при соединении витков в обмотку вычитаются. Остаточная электродвижущая сила зависит от однородности поля, количества витков и их неодинаковости. При наличии кольцевого магнитного сердечника помеха ослабляется также из-за того, что результирующее магнитное поле в сердечнике уменьшается благодаря появлению размагничивающего

поля вследствие поляризации магнетика, в отличие от замкнутого магнитного поля пучка, для которого эффект размагничивания не имеет места. Если степень ослабления помехи, полученная благодаря симметрии обмотки и эффекту размагничивания, недостаточна, то магнитное поле помехи может быть уменьшено до приемлемого уровня с помощью экранирования.

В случае же магнитоиндукционного датчика положения пучка, состоящего из коротких катушек, где нет описанного выше ослабления, экранирование является единственным средством защиты датчика от помехи.

Экраны для уменьшения постоянного магнитного поля делают из магнитных материалов с большой магнитной проницаемостью. При наличии такого экрана линии магнитной индукции проходят в основном по стенкам экрана, которые обладают малым магнитным сопротивлением по сравнению с объемом внутри экрана, электрическая проводимость материала при этом не играет роли. В случае импульсных магнитных полей более эффективным является экран из проводящего материала, где ослабление поля происходит за счет наведенных токов, текущих в скин-слое. Оптимальным для экрана будет материал с минимально возможной толщиной скин-слоя $\delta_s = \sqrt{\frac{2}{\mu\sigma\omega}}$, т. е. с максимальным значением произведения $\sigma\mu$ электрической проводимости и магнитной проницаемости. Подходящими материалами являются пермаллои ($\sigma\mu = 10^{10} - 10^{11} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$), мягкая сталь ($2 \cdot 10^9$), медь ($6 \cdot 10^7$), алюминий ($3 \cdot 10^7$).

Пусть магнитное поле H_d помехи на поверхности экрана представляет собой полусинусоидальный импульс

$$H_d = H_0 \sin(2\pi t/T) \left[\varepsilon(t) - \varepsilon(t - T/2) \right],$$

где T — период синусоиды; ε — ступенчатая функция Хевисайда. Такая форма импульса типична для магнитных помех, производимых высокоточными генераторами, питающими импульсные магниты и устройства выпуска-выпуска пучков.

Если экран представляет собой металлический лист без отверстий, толщина которого много больше толщины скин-слоя δ_s , то поле в проводящей стенке экрана на глубине x можно рассчитать по формуле

$$H_s(x, \phi) = \frac{x}{\sqrt{2\pi}\delta_s} \int_0^\phi H_d(\phi - \psi) \exp\left(-\frac{x^2}{2\delta_s^2\psi}\right) \psi^{-3/2} d\psi, \quad (4.154)$$

где $\phi = 2\pi t/T$ — фаза синусоиды. На рис. 4.39 представлены графики зависимости от времени магнитного поля в проводящем экране на глубине $x = 1\delta_s$, $x = 2\delta_s$ и $x = 4\delta_s$. Для сравнения приведен также график поля помехи H_d .

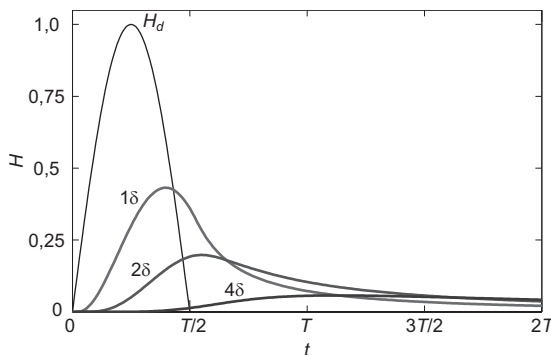


Рис. 4.39. Проникновение магнитного поля в проводящий экран

Качественная картина распределения поля в стенке состоит в расплывании импульса по мере распространения с сохранением площади, что приводит к уменьшению его амплитуды. При расплывании происходит удлинение начальной части импульса и образование длинного «хвоста». Удлинение начальной части при небольших значениях x/δ_s можно рассматривать как запаздывание переднего фронта импульса, а действие экрана в течение времени запаздывания — как задержку помехи. При определенном соотношении длительности пучка и помехи задержка может быть использована как основное средство уменьшения поля в области датчика.

В экране необходимы отверстия для прохождения пучка через экранируемый объем или проникновения магнитного поля пучка в этот объем. Экранирование отверстий основывается на том, что квазистатическое магнитное поле при определенных условиях ослабляется в протяженном канале с проводящими стенками. Приставляя к отверстию канал и выбирая его длину, можно обеспечить допустимый уровень поля помехи в отверстии при заданной величине поля на входе в канал. Канал можно рассматривать как запределный волновод, в котором поля имеют квазистатический характер. В таком волноводе поле волны TE_{mn} экспоненциально затухает вдоль продольной координаты. Для длин волн, много больших критической, постоянная распространения

4.7. Обратная задача диагностики

не зависит от частоты и равна $2\pi/\lambda_{mn}$, где λ_{mn} — критическая длина волны TE_{mn} . Длина, на которой происходит ослабление магнитного поля волны TE_{mn} , определяется выражением

$$z_{mn} = -\frac{\lambda_{mn}}{2\pi} \ln \frac{H_{mn}(z)}{H_{mn}(0)}.$$

Силовая линия квазистатического магнитного поля, замыкаясь вокруг создающего его тока, расположенного вне канала, должна приобрести в канале вид локальной незамкнутой петли, имеющей продольную компоненту. Выбирая из волноводных волн TE -волны, также имеющие продольную компоненту магнитного поля, и отыскивая среди них такие, что их магнитные поля в сумме приблизительно соответствуют конфигурации магнитного поля на входе канала, можно определить поле на выходе тоже как сумму с учетом ослабления поля в каждой TE -волне. Чаще всего достаточно учитывать TE -волну с наибольшей критической длиной λ_c , так как остальные затухают сильнее. Поле внутри экрана представляет собой сумму поля, проникающего через стенки и поля, прошедшего через канал и отверстие. Сказанное выше является справедливым при условии, что толщина скин-слоя в стенках канала меньше, чем толщина стенок. Данной качественной картины ослабления поля чаще всего бывает достаточно для разработки конкретных экранов, так как величина поля помехи и его конфигурация обычно известны довольно приближенно. Вследствие этого экраны делают с некоторым запасом по ослаблению.

4.7. Обратная задача диагностики

До сих пор мы рассчитывали сигналы электромагнитных датчиков в предположении, что распределение плотности заряда или тока в пучке известно. Ниже, следуя [5], будет в общем виде решена обратная задача — определение характеристик пучка по известным сигналам датчиков. Практическое решение этой задачи с использованием измеренных сигналов и является целью диагностики пучка.

Информацию об интенсивности пучка и его временной структуре можно получить с помощью электромагнитного датчика, имеющего вид цилиндрической трубы, охватывающей пучок, так как сигнал такого датчика не зависит от геометрических характеристик пучка. Информацию о положении и форме пучка можно получить путем нормировки

сигнала, зависящего от геометрических характеристик, на сигнал, пропорциональный интенсивности пучка.

В случае тонкого пучка единственной такой характеристикой является положение пучка на поперечной плоскости. Для определения поперечных координат пучка необходимо использовать сигналы минимум трех электромагнитных датчиков, так как любые эквипотенциальные контуры двух датчиков пересекаются в общем случае в двух точках. Если поперечное положение пучка совпадает с любой из этих точек, то потенциальная функция, а значит, и сигнал каждого датчика имеют одно и то же значение. Для устранения неоднозначности необходимо использовать сигнал третьего датчика, эквипотенциальный контур которого со своим значением потенциальной функции проходит через точку с поперечными координатами пучка. В случае пучка, поперечное сечение которого имеет конечные размеры, можно предположить, что для получения информации о распределении плотности по сечению необходимо большее чем три количество датчиков.

Определение пространственного распределения зарядов или токов по известным значениям полей или потенциалов проводников является в электродинамике обратной задачей, которая имеет решением лишь некоторые интегральные характеристики распределения.

Расположим в цилиндрической полости с идеально проводящими стенками $2M$ одинаковых датчиков равномерно по окружности, пронумеровав их $m = 0, 1, \dots, 2M-1$ (рис. 4.40). Будем считать, что наличие остальных датчиков не влияет на сигнал m -го датчика V_m .

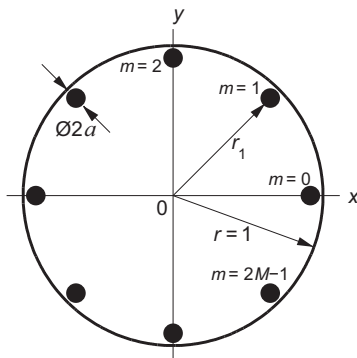


Рис. 4.40. Поперечное сечение пикапа

4.7. Обратная задача диагностики

Сигналы датчиков можно представить как совокупность дискретных выборок некоторой непрерывной функции азимута $v(\theta)$. Подвергнем функцию $v(\theta)$ дискретному преобразованию Фурье на интервале $(0, 2\pi)$ угловой переменной θ :

$$v(\theta) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cos k\theta + B_k \sin k\theta . \quad (4.155)$$

Коэффициенты тригонометрического полинома, интерполирующего функцию $v(\theta)$ по выборкам V_m , имеют вид:

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{2M} \sum_{m=0}^{2M-1} V_m , & B_0 &= 0 ; \\ A_k &= \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{2M-1} V_m \cos k \frac{m}{M} \pi , & B_k &= \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{2M-1} V_m \sin k \frac{m}{M} \pi ; \\ A_M &= \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{2M-1} (-1)^m V_m , & B_M &= 0 . \end{aligned} \quad (4.156)$$

С помощью уравнений (4.156) коэффициенты A_k, B_k можно рассчитать аналитически, подставляя вместо V_m формулы для сигнала, в которые входят параметры пучка. Приравняв полученные таким образом выражения правым частям уравнений (4.156), мы получим соотношения для определения параметров пучка по измеренным сигналам V_m , решающие задачу диагностики.

Выведем обобщенное выражение для сигнала квазистатического датчика, имеющего вид линейного проводника в цилиндрической полости. Введем дифференциальную плотность пучка $n(r, \theta, t)$ таким образом, что

$$\iint n(r, \theta, t) dr d\theta = n(t) , \quad (4.157)$$

где $n(t)$ — линейная плотность пучка. Тогда, обращаясь к выражениям сигналов квазистатических датчиков (4.125)–(4.127) или (4.148)–(4.150), в которые входит линейная плотность тонкого пучка либо ее производная по времени, мы можем написать общее выражение для сигнала пучка с произвольным поперечным сечением в виде суперпозиции сигналов от тонких «шнуров» сечением $dr d\theta$. Обозначив через

K постоянный множитель, характеризующий электрическую цепь датчика, и избавившись от производной $dn(t)/dt$ путем интегрирования, сигнал m -го датчика можно записать как

$$V_m(t) = K \iint n(r, \theta, t) e_{0m}(r, \theta) drd\theta, \quad (4.158)$$

где потенциальная функция $e_{0m}(r, \theta)$ получается из потенциальной функции $e_0(r, \theta)$ путем замены аргумента θ на $\theta - \pi m/M$.

Рассчитаем коэффициенты A_k, B_k . Для этого разложим потенциальную функцию $e_{0m}(r, \theta)$ в ряд Фурье по азимутальным гармоникам в круге, не касающемся проводников датчиков. Так как потенциальная функция является четной функцией азимута, разложение будет содержать только косинусные члены:

$$e_{0m}(r, \theta) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k(r) \cos k\left(\theta - \pi \frac{m}{M}\right). \quad (4.159)$$

Постоянная составляющая $a_0/2$ не зависит от координат и равна значению потенциальной функции в центре круга. Кроме того, в центре круга коэффициенты a_k равны нулю. Подставляя (4.159) в выражение сигнала m -го датчика $V_m(t)$ (4.158), а $V_m(t)$ в свою очередь — в уравнения для коэффициентов тригонометрического полинома (4.156), имеем, согласно определению среднего значения функции для непрерывного распределения значения аргумента:

$$\begin{aligned} A_0 &= a_0 K \iint n(r, \theta, t) drd\theta = a_0 K n(t); \\ A_k &= K \iint n(r, \theta, t) a_k(r) \cos k\theta drd\theta = \langle a_k(r) \cos k\theta \rangle n(t), \quad 1 \leq k < M; \\ B_k &= K \iint n(r, \theta, t) a_k(r) \sin k\theta drd\theta = \langle a_k(r) \sin k\theta \rangle n(t), \quad 1 \leq k < M; \\ A_M &= 0, \quad B_M = 0, \end{aligned} \quad (4.160)$$

где угловыми скобками обозначено среднее значение по распределению. Выражение (4.160) получено при условии, что разложение потенциальной функции в ряд Фурье состоит из ненулевых гармоник.

Заменяя в формулах (4.160) коэффициенты A_k и B_k их значениями (4.156), выраженными через сигналы датчиков, находим общее решение задачи диагностики пучка по сигналам $2M$ датчиков:

$$n(t) = \frac{1}{a_0 K} \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{2M-1} V_m ;$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle a_k(r) \cos k\theta \rangle \\ \langle a_k(r) \sin k\theta \rangle \end{array} \right\} = \frac{\sum_{m=0}^{2M-1} V_m \begin{Bmatrix} \cos k \frac{m}{M} \pi \\ \sin k \frac{m}{M} \pi \end{Bmatrix}}{\frac{1}{a_0} \sum_{m=0}^{2M-1} V_m}, \quad 1 \leq k < M ;$$

$$\frac{1}{M} \sum_{m=0}^{2M-1} (-1)^m V_m = 0 . \quad (4.161)$$

Первое выражение позволяет вычислить интенсивность пучка, второе — его геометрические характеристики, которые представлены в левой части через результат усреднения по распределению пучка произведения известных функций координат $a_k(r)$ и $\cos k\theta$, $\sin k\theta$. Тот факт, что обратная задача диагностики имеет решением лишь интегральные характеристики пучка, как раз и проявляется в таком усредненном представлении. Последнее из полученных выражений указывает на простой способ практической проверки одинаковости датчиков.

Для того чтобы аналитически решить обратную задачу диагностики для пучка с произвольным распределением плотности, необходимо знать потенциальную функцию $e_0(r, \theta)$ в явном виде. Для датчика в виде линейного проводника круглого сечения с радиусом $a \ll 1$, расположенным в трубе единичного радиуса на расстоянии r_1 от центра (см. рис. 4.40), потенциальная функция равна [5]:

$$e_0(r, \theta) = \frac{1}{\ln a} \left(\ln R + \frac{1}{2} \ln \frac{1 - 2(r/R) \cos \theta + r^2/R^2}{1 - 2rR \cos \theta + r^2 R^2} \right), \quad (4.162)$$

где

$$R = \frac{r_1}{1 - a(a + r_1)},$$

a и r_1 — безразмерные величины, полученные нормировкой соответствующих размеров на радиус трубы. Коэффициенты разложения $e_0(r, \theta)$ по азимутальным гармоникам имеют вид:

$$\frac{a_0}{2} = \frac{\ln R}{\ln a}, \quad a_k(r) = -\frac{1}{2 \ln a} \frac{r^k}{k} \left(\frac{1}{R^k} - R^k \right), \quad k = 1, 2, \dots, \infty . \quad (4.163)$$

Спектр содержит бесконечное число гармоник, амплитуда которых уменьшается с ростом номера k , причем уменьшение происходит тем быстрее, чем меньше значение r . Ограничивая диапазон изменения координаты r , мы можем сделать высшие гармоники достаточно малыми, что дает возможность обрезать спектр, оставив гармоники с $k = 1, 2, \dots, M-1$ для того, чтобы можно было использовать разложение потенциальной функции в ряд. Если же диапазон изменения координаты r , которая по смыслу является радиальным смещением пучка от оси, задан, то количество гармоник будет задавать минимальное число датчиков.

Подставляя коэффициенты разложения (4.163) в интегралы (4.160) и переходя к декартовым координатам, получим решение обратной задачи диагностики для пучка с произвольным распределением плотности:

$$\begin{aligned}
 k = 0 \quad n(t) &= \frac{1}{K_0} \frac{1}{2M} \sum_{m=0}^{2M-1} V_m, \\
 k = 1 \quad \begin{Bmatrix} \langle x \rangle \\ \langle y \rangle \end{Bmatrix} &= \frac{1}{K_1} \frac{\sum_{m=0}^{2M-1} V_m \begin{Bmatrix} \cos \pi \frac{m}{M} \\ \sin \pi \frac{m}{M} \end{Bmatrix}}{\frac{1}{2} \sum_{m=0}^{2M-1} V_m}, \\
 k = 2 \quad \begin{Bmatrix} \langle x^2 \rangle - \langle y^2 \rangle \\ 2 \langle xy \rangle \end{Bmatrix} &= \frac{1}{K_2} \frac{\sum_{m=0}^{2M-1} V_m \begin{Bmatrix} \cos 2\pi \frac{m}{M} \\ \sin 2\pi \frac{m}{M} \end{Bmatrix}}{\frac{1}{2} \sum_{m=0}^{2M-1} V_m}, \quad (4.164) \\
 k = 3 \quad \begin{Bmatrix} \langle x^3 \rangle - 3 \langle xy^2 \rangle \\ 3 \langle x^2y \rangle - \langle y^3 \rangle \end{Bmatrix} &= \dots, \\
 \dots &
 \end{aligned}$$

где K_0, K_1, K_2, \dots — масштабные коэффициенты, имеющие смысл чувствительности датчиков к параметрам пучка:

$$\frac{1}{K_0} = \frac{1}{K} \frac{\ln a}{\ln R}, \quad \frac{1}{K_k} = -2 \ln R \frac{k}{R^{-k} - R^k}.$$

4.7. Обратная задача диагностики

Произвольное распределение поперечной плотности пучка можно характеризовать такими интегральными характеристиками, как центральные моменты k -го порядка

$$\langle x^k \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x^k \rho(x) dx , \quad (4.165)$$

определяемые относительно центра масс, координаты которого есть компоненты момента первого порядка. Моменты второго порядка характеризуют среднеквадратичные размеры пучка. В левых частях уравнений (4.164) находятся комбинации центральных моментов, нормированные на его интенсивность. Вычислить порознь моменты, начиная со второго, с помощью полученных выше систем уравнений нельзя, так как уравнений в системах меньше, чем неизвестных. Однако иногда можно из априорных сведений о пучке ввести модельное распределение и определить его характеристики. Так, для полного описания нормального (гауссовского) распределения достаточно знать центральные моменты первого и второго порядков (1.7), характеризующие положение центра масс $x_0 = \langle x \rangle$ и размер пучка $\sigma_x = \sqrt{\langle x^2 \rangle}$ соответственно.

Глава 5

Методы диагностики пучка

5.1. Спектральный анализ колебаний пучка

Прецизионное измерение параметров колебаний пучка важно для ряда задач ускорительной физики, таких как исследование нелинейного движения, неустойчивостей, эффектов встречи пучков в коллайдерах и других. Выходные данные системы диагностики обычно представляют собой последовательность мгновенных выборок положения центра масс пучка на азимуте датчика, измеренных с фиксированным временным интервалом, в циклических ускорителях — на каждом обороте. Общепринятым методом обработки данных является дискретное преобразование Фурье (ДПФ, DFT) и его модификация, позволяющая сэкономить компьютерные ресурсы — быстрое преобразование Фурье (БПФ, FFT).

Задача точного определения параметров колебаний по измеренным данным часто является нетривиальной из-за быстрого затухания или потери когерентности колебаний. В случае малого количества выборок точность ДПФ оказывается недостаточной для анализа движения пучка, особенно если частота и амплитуда колебаний зависят от времени. Для решения этой проблемы необходимы алгоритмы обработки данных, обеспечивающие точность, намного превосходящую ДПФ [80].

5.1.1. Дискретное преобразование Фурье

Спектр сигнала, представляющего собой последовательность мгновенных выборок некоторой непрерывной функции, вычисляется с помощью дискретного преобразования Фурье. Математически строго ДПФ выводится из известных формул Фурье-анализа непрерывных периодических функций [8, 9].

5.1. Спектральный анализ колебаний пучка

Пусть $s(t)$ — непрерывная функция, определенная на некотором временном интервале $[0, T)$. Функция времени $s(t)$ может быть представлена в виде

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} S(n\Omega) e^{in\Omega t}, \quad \Omega = \frac{2\pi}{T}, \quad (5.1)$$

где $S(n\Omega)$ — комплексный частотный спектр

$$S(n\Omega) = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) e^{-in\Omega t} dt. \quad (5.2)$$

Определим дискретную функцию s_k , представляющую собой последовательность выборок функции $s(t)$, как

$$s_k = T_0 \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(t) \delta(t - kT_0), \quad (5.3)$$

где $\delta(t - kT_0)$ — дельта-функция Дирака; T_0 — период дискретизации. Первая выборка $k = 0$ соответствует $t = 0$, размер массива выборок $N = T/T_0$. Комплексный дискретный спектр S_n связан с функцией s_k парой соотношений

$$S_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} s_k e^{-i2\pi \frac{n}{N} k}, \quad n = 0, 1, \dots, N-1, \quad (5.4)$$

$$s_k = \sum_{n=0}^{N-1} S_n e^{i2\pi \frac{n}{N} k}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1, \quad (5.5)$$

представляющих собой прямое (5.4) и обратное (5.5) дискретные преобразования Фурье.

5.1.2. Точность ДПФ

Оценим погрешности ДПФ с помощью периодической тестовой функции. Непрерывная гармоническая функция

$$x(t) = a \cos(2\pi f t + \phi), \quad 0 \leq t < T \quad (5.6)$$

в случае, когда $f = m/T$ ($m > 0$ — целое число), имеет монохроматический спектр (5.2)

$$\pm m\Omega = \pm 2\pi f, \quad |S(\pm 2\pi f)| = a, \quad \arg S(\pm 2\pi f) = \pm \phi.$$

Все остальные гармоники $n\Omega$ с номерами $n \neq \pm m$ имеют нулевую амплитуду.

Определим дискретную гармоническую функцию, представляющую собой выборку функции $x(t)$ (5.6):

$$x_k = a \cos(2\pi\nu k - \phi), \quad k = 0, 1, \dots, N-1, \quad (5.7)$$

где $\nu = f/f_0$ — нормализованная частота колебаний; $f_0 = N/T$ — частота дискретизации. В случае бетатронных (синхротронных) колебаний пучка, измеренных пикапом, ν является бетатронной частотой, если f_0 — частота обращения. Если $\nu = m/N$, где m — целое число, $0 < m \leq N/2$, дискретный спектр (5.4) функции (5.7) также является монохроматическим:

$$\begin{aligned} m &= \nu N, \quad m = (1 - \nu)N, \\ |S_{\nu N}| &= |S_{(1-\nu)N}| = a, \\ \arg S_{\nu N} &= -\arg S_{(1-\nu)N} = \phi. \end{aligned}$$

Таким образом, (5.6) и (5.7) являются подходящими тестовыми функциями для оценки погрешности определения частоты, амплитуды и фазы колебаний с помощью ДПФ.

Комплексный спектр непрерывной гармонической функции (5.6) описывается выражением:

$$X(n\Omega) = \frac{a}{2} \left(\frac{\sin \pi f_{n+T}}{\pi f_{n+T}} e^{-i\phi} + \frac{\sin \pi f_{n-T}}{\pi f_{n-T}} e^{+i\phi} \right), \quad n = 0, 1, \dots, \infty, \quad (5.8)$$

а амплитудный спектр — выражением:

$$\begin{aligned} |X(n\Omega)| &= \frac{a}{2} \left[\left(\frac{\sin \pi f_{n+T}}{\pi f_{n+T}} \right)^2 + \left(\frac{\sin \pi f_{n-T}}{\pi f_{n-T}} \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. + 2 \cos 2\phi \frac{\sin \pi f_{n+T}}{\pi f_{n+T}} \frac{\sin \pi f_{n-T}}{\pi f_{n-T}} \right]^{1/2}, \quad (5.9) \end{aligned}$$

5.1. Спектральный анализ колебаний пучка

где $f_{n+} = f + \frac{n\Omega}{2\pi}$ и $f_{n-} = f - \frac{n\Omega}{2\pi}$. В случае дискретной гармонической функции комплексный X_n , амплитудный $|X_n|$ и фазовый ϕ_n спектры имеют вид:

$$X_n = \frac{a}{2} \left[\frac{\sin \pi \nu_{n+} N}{N \sin \pi \nu_{n+}} e^{-i[\pi(N-1)\nu_{n+} - \phi]} + \frac{\sin \pi \nu_{n-} N}{N \sin \pi \nu_{n-}} e^{i[\pi(N-1)\nu_{n-} - \phi]} \right],$$

$$n = 0, 1, \dots, N - 1, \quad (5.10)$$

$$|X_n| = \frac{a}{2} \left[\left(\frac{\sin \pi \nu_{n+} N}{N \sin \pi \nu_{n+}} \right)^2 + \left(\frac{\sin \pi \nu_{n-} N}{N \sin \pi \nu_{n-}} \right)^2 + 2 \cos [2\pi(N-1)\nu - 2\phi] \frac{\sin \pi \nu_{n+} N}{N \sin \pi \nu_{n+}} \frac{\sin \pi \nu_{n-} N}{N \sin \pi \nu_{n-}} \right]^{1/2}, \quad (5.11)$$

$$\phi_n = \arctan \frac{\text{Im} X_n}{\text{Re} X_n}, \quad (5.12)$$

где $\nu_{n+} = \nu + n/N$ и $\nu_{n-} = \nu - n/N$.

На рис. 5.1 приведен пример дискретного амплитудного спектра $|X_n|$ (5.11), вычисленного при $N = 16$, $a = 1$, $\phi = 0$ и при нецелом νN , в сравнении с непрерывным амплитудным спектром $|X(n\Omega)|$ (5.9), вычисленным при $f = \nu N/T$. На рисунке показан только один период $|X_n|$

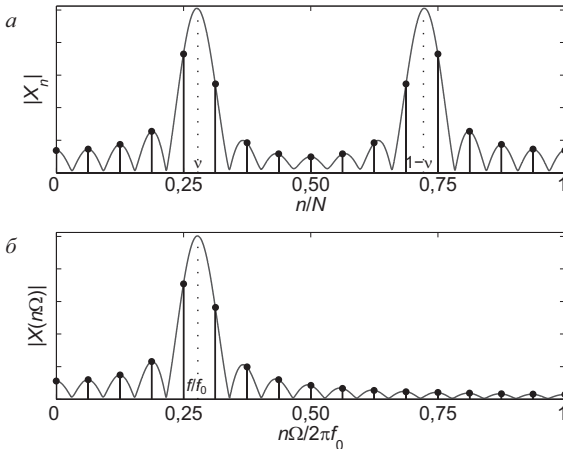


Рис. 5.1. Амплитудные спектры дискретной (а) и непрерывной (б) гармонических функций

в области положительных частот. Огибающие спектров будут обсуждаться позже.

В дискретном амплитудном спектре (5.11) есть две пары соседних гармоник, максимальных по амплитуде. Если $0 < \nu < \frac{1}{2}$, то левая пара гармоник имеет номера m и $m + 1$ такие, что $\frac{m}{N} < \nu < \frac{m+1}{N}$, а правая пара — номера m' и $m' - 1$ такие, что $\frac{m'-1}{N} < 1 - \nu < \frac{m'}{N}$. Если $\frac{1}{2} < \nu < 1$, то пары меняются номерами, но гармоники остаются теми же. В рамках дискретного преобразования Фурье нет возможности разрешить эту неопределенность и отличить m от m' . В случае целого νN спектр (5.11) на интервале $[0, \frac{N}{2}]$ имеет единственную гармонику $m = \nu N$. Если $m < \nu N < m + \frac{1}{2}$ или $m - \frac{1}{2} < \nu N < m$, то возникают соседние гармоники $m + 1$ или $m - 1$ соответственно, а также другие гармоники с меньшими амплитудами. При приближении νN к $m \pm \frac{1}{2}$ амплитуды соседних гармоник m и $m \pm 1$ стремятся к уравниванию.

Таким образом, применяя ДПФ к последовательности выборок колебаний, можно определить частоту колебаний путем поиска максимальной гармоники в спектре. Из вышеприведенных рассуждений можно сделать вывод, что погрешность определения частоты с помощью ДПФ

$$\epsilon_\nu = \frac{m}{N} - \nu, \quad (5.13)$$

где m — номер максимальной гармоники, должна лежать в интервале $[-\frac{1}{2N}, +\frac{1}{2N}]$. В случае двух соседних гармоник с одинаковыми амплитудами погрешность максимальна: $\epsilon_\nu = \pm \frac{1}{2N}$. График погрешности $|\epsilon_\nu|$, рассчитанной при $N = 16$ в диапазоне частот $0 \leq \nu \leq 1$ и фаз $-\frac{\pi}{2} \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}$, показан на рис. 5.2. Как видно, $|\epsilon_\nu|$ может выходить за рамки интервала $[-\frac{1}{2N}, +\frac{1}{2N}]$, но всегда остается в пределах $\pm \frac{1}{N}$. Причина этого эффекта — интерференция двух членов выражения (5.10).

Итак, можно с уверенностью сказать, что погрешность определения частоты с помощью ДПФ не превосходит $\pm \frac{1}{N}$ во всем диапазоне частот.

Зная частоту, из спектра можно определить амплитуду и фазу колебаний. Однако, в отличие от ϵ_ν , которая может быть снижена путем увеличения числа выборок N , ошибки определения амплитуды и фазы колебаний с помощью ДПФ не зависят от N . Графики относительной погрешности определения амплитуды ϵ_a/a и абсолютной погрешности определения частоты $\epsilon_\phi = \phi_m - \phi$ в зависимости от $|\epsilon_\nu|$ представлены на рис. 5.3. Как видно, амплитудная и фазовая ошибки достигают довольно больших значений — около 36 % и $\pm \frac{\pi}{2}$, соответственно.

5.1. Спектральный анализ колебаний пучка

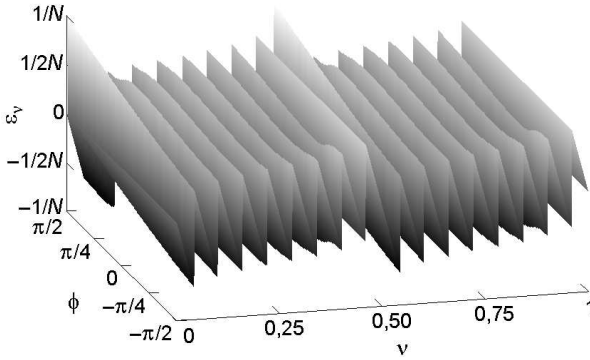


Рис. 5.2. Погрешность определения частоты с помощью ДПФ

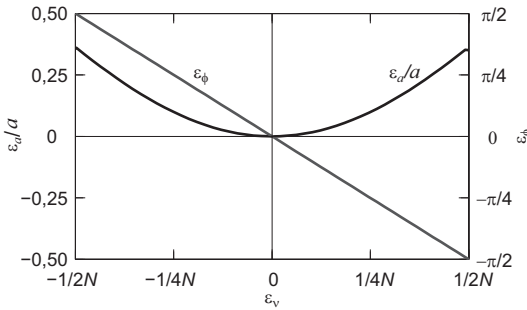


Рис. 5.3. Погрешность определения амплитуды и фазы

Единственный способ уменьшить эти ошибки — точнее измерять частоту, как это следует из графиков ϵ_a/a и ϵ_ϕ .

5.1.3. Алгоритмы уточнения ДПФ

Как было выяснено, дискретное преобразование Фурье имеет собственную погрешность определения частоты колебаний, не превышающую $\pm 1/N$, где N — число выборок, и не зависящие от N погрешности определения амплитуды и фазы. Очевидный способ улучшения точности путем увеличения N может оказаться непригодным, если исследуемые колебания быстро затухают. Кроме того, увеличение размера

массива N приводит к квадратичному росту затраченного процессорного времени.

Таким образом, можно в общем сформулировать задачу уточнения ДПФ: при заданном N необходимо найти частоту колебаний с точностью лучшей, чем $\pm \frac{1}{N}$, в интервале $[\frac{m}{N}, \frac{m+1}{N}]$ где m и $m+1$ — номера максимальных по амплитуде гармоник ДПФ. Можно надеяться, что улучшение точности определения частоты позволит также точнее определить амплитуду и фазу.

Простым методом уточнения ДПФ является интерполяция амплитудного спектра [81, 82]. Искомая частота колебаний ν может быть выражена из амплитудного спектра дискретной гармонической функции $|X_n|$ (5.11):

$$\nu = \frac{m}{N} + \frac{1}{\pi} \arctan \frac{|X_{m+1}| \sin \frac{\pi}{N}}{|X_m| + |X_{m+1}| \cos \frac{\pi}{N}} . \quad (5.14)$$

Для больших N может быть использована простейшая линейная интерполяция:

$$\nu = \frac{m}{N} + \frac{1}{N} \frac{|X_{m+1}|}{|X_m| + |X_{m+1}|} . \quad (5.15)$$

Следует отметить, что точность интерполяции значительно ухудшается, если колебания быстро затухают или имеют сложную огибающую, так как в этих случаях амплитудный спектр отличается от (5.11).

Классический способ уточнения ДПФ — это увеличение длины массива путем дополнения нулями [9]. Рассмотрим дискретную функцию

$$\begin{aligned} \tilde{s}_k &= s_k , & k &= 0, 1, \dots, N-1 , \\ \tilde{s}_k &= 0 , & k &= N, N+1, \dots, rN-1 , \end{aligned} \quad (5.16)$$

где $r > 1$ — целое число. Эта функция определена на интервале rT и содержит N значений s_k дискретной функции (5.5), определенной на интервале T , а также последовательность нулевых значений до $L = rN$. Интервал дискретизации $T_d = \frac{rT}{rN} = \frac{T}{N}$ тот же, что и для функции (5.5). Запишем дискретный спектр функции (5.16):

$$S_l = \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{L-1} \tilde{s}_k e^{-i2\pi \frac{l}{L} k} , \quad l = 0, 1, \dots, L-1 . \quad (5.17)$$

Поскольку все \tilde{s}_k для $k \geq N$ равны нулю, сумма может быть переписана в виде:

$$S_l = \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{N-1} s_k e^{-i2\pi \frac{l}{L} k}, \quad l = 0, 1, \dots, L-1. \quad (5.18)$$

Формула для вычисления \tilde{s}_k из (5.18) имеет вид:

$$\tilde{s}_k = \sum_{l=0}^{L-1} S_l e^{i2\pi \frac{l}{L} k}, \quad k = 0, 1, \dots, L-1, \quad (5.19)$$

что может быть доказано тем же способом, что и (5.5).

Каждая l -я гармоника (5.18), где l удовлетворяет условию $l/r = n$ ($n = 0, 1, \dots, N-1$), в точности совпадает с n -й гармоникой (5.4). В то же время спектр (5.18) содержит гармоники, расположенные между гармониками ДПФ (5.4).

Спектр (5.18) тестовой гармонической функции (5.7) может быть выражен из (5.10) путем замены n на l и N на L . На рис. 5.4 в окрестности частоты колебаний ν представлены графики спектра $|X_n|$ функции (5.7), вычисленный дискретным преобразованием Фурье, уточненного спектра $|X_l|$, вычисленного для $L = 4N$, и непрерывной огибающей спектра $|X_l|$, вычисленной для $L \rightarrow \infty$.

Видно, что максимум огибающей спектра расположен между максимальными m -й и $m+1$ -й гармониками $|X_n|$, т. е. в интервале, где находится частота колебаний ν . Ошибка частоты, определенной путем поиска максимальной гармоники из набора $|X_l|$, не превышает $\frac{1}{2L}$, что в

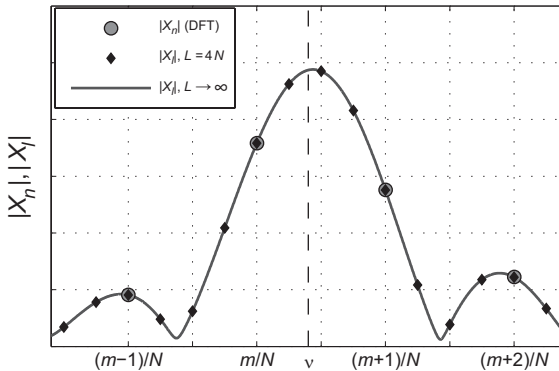


Рис. 5.4. Уточнение ДПФ методом добавления нулей

$\frac{L}{N}$ раз меньше, чем ошибка ДПФ $\frac{1}{2N}$. Следует отметить, что для любой функции, если максимум спектра (5.18) находится внутри интервала $[\frac{m}{N}, \frac{m+1}{N}]$, то этот максимум — единственный на этом интервале.

Недостатком метода добавления нулей является увеличение объема вычислений. Для экономии компьютерных ресурсов и ускорения работы программ обработки данных максимум спектра между m -й и $m+1$ -й гармониками ДПФ может быть найден с помощью быстрого и надежного метода промежуточных гармоник [80]. Идея метода состоит в последовательном вычислении промежуточных гармоник из набора (5.18) в интервале $[\frac{m}{N}, \frac{m+1}{N}]$ до тех пор, пока не будет найдена гармоника, наиболее близкая к максимуму огибающей спектра. Метод промежуточных гармоник обеспечивает точность не хуже, чем $\pm \frac{1}{rN}$. При $r \gg 1$, ошибка определения частоты может быть значительно уменьшена по сравнению с ДПФ. Дополнительно сократить объем вычислений позволяет применение алгоритма дихотомии для поиска максимума в интервале $[\frac{m}{N}, \frac{m+1}{N}]$. Для определения частоты с использованием дихотомии необходимо вычислять только $\log_2 r$ гармоник.

Итак, максимум амплитудного спектра может быть найден с погрешностью $\pm \frac{1}{rN} \ll \pm \frac{1}{2N}$ путем вычисления сначала N гармоник ДПФ (5.4), затем $\log_2 r$ промежуточных гармоник (5.18) с применением дихотомии, начиная с $l = r(m + \frac{1}{2})$, если $m < \nu N < m + \frac{1}{2}$, или с $l = r(m - \frac{1}{2})$, если $m - \frac{1}{2} < \nu N < m$.

Тем не менее, несмотря на возможность найти максимум амплитудного спектра с высокой точностью, задача уточнения ДПФ не может считаться полностью решенной, так как может оказаться, что положение этого максимума не совпадает с частотой колебаний.

Сдвиг максимума спектра рассмотрим на примере тестовой гармонической функции (5.7). Ее комплексный спектр (5.10) состоит из двух слагаемых, зависящих от $\nu_{n+} = \nu + \frac{n}{N}$ и $\nu_{n-} = \nu - \frac{n}{N}$ соответственно. Причиной сдвига максимума спектра является интерференция этих слагаемых, хотя максимум каждого из них точно совпадает с частотой ν_- или ν_+ . В амплитудном спектре (5.11) происходит наложение ν_- -члена, ν_+ -члена и третьего слагаемого ν_{\pm} , зависящего как от ν_- , так и от ν_+ , а также от фазы колебаний ϕ .

Пример огибающих амплитудного спектра $|X_n|$ и его составляющих ν_- , ν_+ и ν_{\pm} , рассчитанных для $L \rightarrow \infty$, $N = 8$, $\nu = \frac{1}{N} = 0,125$, $\phi = 0$, приведен на рис. 5.5. Как видно, форма $|X_n|$ вблизи главных пиков несимметрична, их максимумы сдвинуты от частоты колебаний ν (а также $1 - \nu$) на 0,0138 в основном по причине наклона огибающей

5.1. Спектральный анализ колебаний пучка

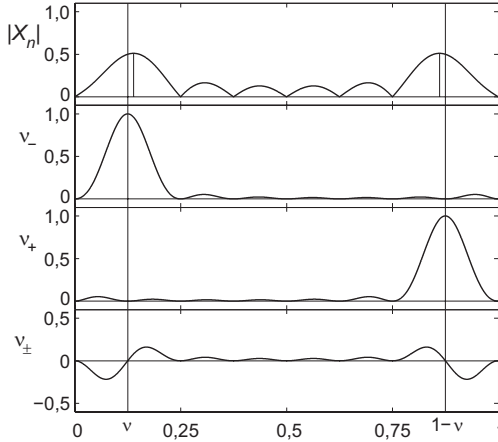


Рис. 5.5. Сдвиг максимума амплитудного спектра

ν_{\pm} -члена в точках перехода через нуль в окрестности главных максимумов амплитудного спектра. Этот сдвиг объясняет возрастание погрешности ДПФ вблизи 0, 0,5 и 1 (рис. 5.2). Причина интерференции ν_- - и ν_+ -членов — периодичность спектра ДПФ, на рис. 5.5 изображен только один период $[0, 1]$. На графике ν_- -члена (второй сверху) между $1 - \nu$ и 1 виден первый левый боковой лепесток, относящийся к максимуму $1 + \nu$ в следующем периоде $[1, 2]$. Аналогично на графике ν_+ -члена (третий сверху) между 0 и ν виден боковой лепесток, относящийся к периоду $[-1, 0]$. Перекрестный ν_{\pm} -член (нижний график) также появляется из-за периодичности.

Таким образом, можно сделать вывод, что для колебательных функций максимум дискретного амплитудного спектра не совпадает с частотой колебаний когда при $L \rightarrow \infty$ огибающая спектра ДПФ становится несимметричной вблизи максимума. При увеличении числа выборок в исходном массиве колебаний увеличивается число и уменьшается амплитуда боковых лепестков между главными пиками, что приводит к уменьшению интерференции.

Итак, никакой алгоритм уточнения ДПФ не может обеспечить абсолютно точного вычисления частоты колебаний, представленных в виде дискретной последовательности выборок, так как сдвиг максимума амплитудного спектра вносит принципиально неустранимую погрешность. Следует отметить, что этот эффект не влияет на точность самого ДПФ,

поскольку величина сдвига не может превышать $\pm \frac{1}{N}$ — погрешность ДПФ. Применение спектральных окон в принципе эффективно в случае монохроматического сигнала, однако проблема усугубляется, если спектр колебаний содержит несколько близких гармоник, так как интерференция пиков в амплитудном спектре приводит к сдвигу их максимумов в любом диапазоне. В практических задачах диагностики пучка улучшить точность ДПФ с помощью методов уточнения и спектральных окон, по-видимому, возможно на 1–2 порядка, в зависимости от специфики задачи и уровня шумов.

5.1.4. Спектральные окна

В принципе погрешность уточнения ДПФ, возникающая из-за сдвига максимума амплитудного спектра, может быть уменьшена с помощью специальных узкополосных цифровых фильтров, иначе называемых спектральными окнами. Множество таких фильтров основано на тригонометрических функциях, наиболее популярными являются окна Хэнна (Hann), Блэкмана–Харриса (Blackman-Harris), полусинусоидальное (half-sine) окно и окно с плоской вершиной (flat-top). Иногда используются функции, не относящиеся к тригонометрическим, например в окнах Уэлша (Welch), гауссовском или треугольном.

Окна подавляют боковые лепестки в амплитудном спектре и таким образом уменьшают погрешность, вносимую их интерференцией с главными пиками. На рис. 5.6 показаны амплитудные спектры дискретной гармонической функции (5.7), вычисленные

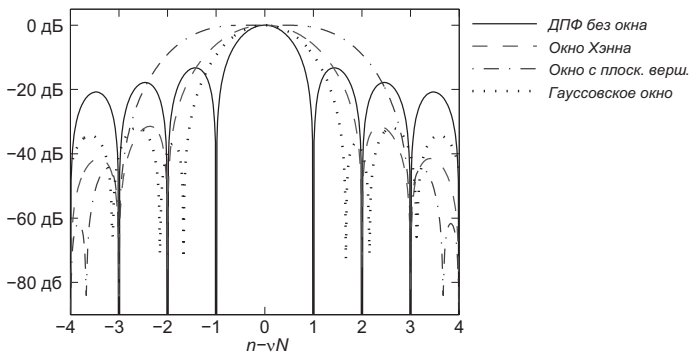


Рис. 5.6. Влияние окон на спектр

5.2. Диагностика бетатронных колебаний

с применением окна Хэнна $(0,5 - 0,5 \cos 2\pi \frac{k}{N})$, окна с плоской вершиной $(0,281 - 0,521 \cos 2\pi \frac{k}{N} + 0,198 \cos 4\pi \frac{k}{N})$ и гауссовского окна $(e^{-\frac{(k-N/2)^2}{2\sigma^2}}, \sigma = N/4)$. Для сравнения также приведен график спектра, вычисленного без применения окон.

Спектральные окна расширяют главный пик, что приводит к некоторому подавлению интерференции с боковыми лепестками. Таким образом может быть уменьшена ошибка определения частоты колебаний.

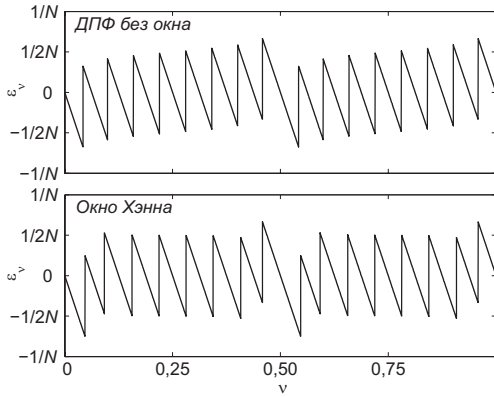


Рис. 5.7. Влияние окна Хэнна на погрешность ДПФ

На рис. 5.7 приведен пример расчета погрешности ДПФ для тестовой функции (5.7) ($N = 16$, $\phi = 0$) в полном частотном диапазоне $[0, 1]$. Верхний график соответствует расчету без спектральных окон, нижний — с окном Хэнна. Как следует из графиков, окно Хэнна подавляет наклон частотной зависимости погрешности, тем самым уменьшая погрешность в некотором диапазоне.

5.2. Диагностика бетатронных колебаний

При движении частицы в магнитной структуре ускорителя отклонение поперечной координаты или импульса от равновесной орбиты приводит к возникновению бетатронных колебаний. Линейные бетатронные колебания частицы в циклическом ускорителе описываются уравнением Хилла в сопутствующей системе координат:

$$x'' + K_x(z)x = 0, \quad y'' + K_y(z)y = 0, \quad (5.20)$$

где $x' \equiv \frac{dx}{dz}$, $y' \equiv \frac{dy}{dz}$, $K_x = \frac{1}{B\rho} \frac{\partial B_y}{\partial x} + \frac{1}{\rho^2}$, $K_y = -\frac{1}{B\rho} \frac{\partial B_y}{\partial x}$, B — магнитное поле, ρ — радиус кривизны траектории. Здесь x соответствует горизонтальной плоскости, y — вертикальной.

Для описания движения частицы в магнитной структуре с нелинейными элементами можно использовать следующее уравнение колебаний:

$$\begin{aligned} x'' + K_x(z)x &= -K_2(z)\frac{x^2 - y^2}{2} - K_3(z)\frac{x^3 - 3xy^2}{6} + \dots, \\ y'' + K_y(z)y &= K_2(z)xy - K_3(z)\frac{y^3 - 3x^2y}{6} + \dots, \end{aligned} \quad (5.21)$$

где $K_2 = \frac{1}{B\rho} \frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2}$ и $K_3 = \frac{1}{B\rho} \frac{\partial^3 B_y}{\partial x^3}$ — фокусирующие силы секступольной и октупольной компонент магнитного поля. Точное решение уравнений (5.21) для произвольного азимутального распределения нелинейных полей не существует, для расчета нелинейного движения обычно используются приближенные решения, полученные на основе теории возмущений, а также численное моделирование.

Представим себе непрерывный пучок частиц, равномерно распределенных вдоль азимута циклического ускорителя. Если в таком пучке возбудить стационарные когерентные бетатронные колебания, то зависимость от времени поперечных (как горизонтальных, так и вертикальных) координаты x и импульса x' центра масс пучка на некотором азимуте z будет иметь вид:

$$\begin{aligned} x(t) &= a\sqrt{\beta(z)} \cos(2\pi Q f_0 t + \Phi) \\ x'(t) &= -\frac{a}{\sqrt{\beta(z)}} \left[\alpha(z) \cos(2\pi Q f_0 t + \Phi) + \sin(2\pi Q f_0 t + \Phi) \right], \end{aligned} \quad (5.22)$$

где Q — бетатронная частота (горизонтальная или вертикальная); α и β — соответствующие параметры Гвисса; f_0 — частота обращения; a и Φ — константы, определяемые начальными условиями. Как следует из (5.22), координата пучка, совершающего линейные бетатронные колебания, на некотором фиксированном азимуте зависит от времени по синусоидальному закону, спектр колебаний содержит единственный пик.

В случае нелинейных колебаний зависимость от времени координаты и импульса на некотором азимуте может быть также записана в

виде (5.22), однако амплитуда и фаза будут явно зависеть от времени, $a = a(t)$, и $\phi = \phi(t)$, в отличие от линейных колебаний, когда a и ϕ являются константами. Временная зависимость поперечной координаты и импульса является периодической, но несинусоидальной, спектр колебаний будет сложным, содержащим гармоники бетатронной частоты.

5.2.1. Измерение бетатронных частот

Горизонтальная Q_x или вертикальная Q_y бетатронная частота в циклическом ускорителе определяется как число периодов бетатронных колебаний, укладывающихся на одном обороте:

$$Q = \frac{\phi(z+C) - \phi(z)}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \int_z^{z+C} \frac{dz}{\beta(z)}, \quad (5.23)$$

где ϕ — набег горизонтальной (ϕ_x) или вертикальной (ϕ_y) бетатронной фазы; β — соответствующая бета-функция; C — периметр ускорителя.

Бетатронные частоты — важнейшие параметры ускорителя, от которых во многом зависит его эффективная работа. Устойчивость движения пучка, светимость в коллайдерах и яркость источников СИ во многом определяется положением рабочей точки бетатронных частот на плоскости бетатронных резонансов. Поэтому практически на всех ускорительных установках работают системы измерения бетатронных частот. Коррекция магнитной структуры с целью оптимизации рабочей точки может осуществляться как оператором, так и системами обратной связи [83].

Целая часть бетатронной частоты легко находится по количеству периодов волнообразного искажения орбиты локальным возмущением магнитного поля.

Дробная часть бетатронной частоты может быть измерена путем спектрального анализа массива выборок когерентных бетатронных колебаний, измеренных датчиком положения пучка на каждом обороте. В случае короткого сгустка зависимость от времени сигнала датчика положения пучка представляет собой последовательность импульсов, следующих с частотой обращения и пропорциональных пооборотным значениям координаты пучка. Если бетатронные колебания линейны, то пооборотные значения координаты x_k и импульса x'_k на азимуте датчика z будут представлять собой дискретные выборки непрерывных

функций (5.22):

$$x_k = a\sqrt{\beta(z)} \cos(2\pi Qk + \varphi)$$

$$x'_k = -\frac{a}{\sqrt{\beta(z)}} \left[\alpha(z) \cos(2\pi Qk + \varphi) + \sin(2\pi Qk + \varphi) \right], \quad (5.24)$$

где Q — дробная часть бетатронной частоты; $k = 0, 1, \dots$ — номер оборота.

Таким образом, производя спектральный анализ измеренной последовательности выборок координаты пучка x_k , можно найти частоту Q , амплитуду $a\sqrt{\beta(z)}$ и фазу φ линейных бетатронных колебаний [80].

Другой способ определения бетатронных частот — измерение амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) пучка методом резонансной раскачки. Блок-схема системы резонансной раскачки приведена на рис. 5.8. Генератор переменной частоты (свип-генератор) выдает синусоидальный сигнал, частота которого линейно изменяется в диапазоне, включающем в себя частоты бетатронных колебаний $Q_x f_0$ и $Q_y f_0$. В качестве свип-генераторов в настоящее время используются стабилизированные синтезаторы частоты с шагом 1 Гц и менее. С выхода усилителя мощности (УМ) сигнал подается на кикер, представляющий собой согласованную полосковую линию либо магнитную катушку. Поле в кикере должно быть направлено под углом 45° к осям координат для раскачки как горизонтальных, так и вертикальных колебаний.

Колебания пучка регистрируются полосковым пикапом, высокая чувствительность которого позволяет возбуждать колебания пучка с

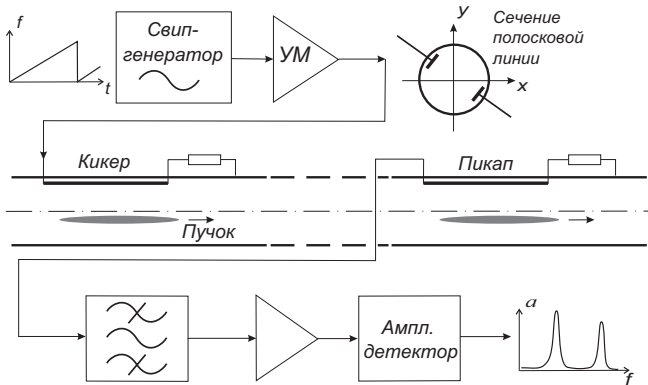


Рис. 5.8. Система резонансной раскачки пучка

5.2. Диагностика бетатронных колебаний

малой амплитудой. Сигнал датчика, проходя полосовой фильтр, настроенный на дробную часть бетатронной частоты, регистрируется амплитудным детектором. Зависимость амплитуды сигнала от частоты раскачки фактически представляет собой АЧХ пучка, положение резонансных пиков соответствует бетатронным частотам. Рис. 5.9 иллюстрирует работу системы автоматической стабилизации бетатронных частот накопителя ВЭПП-3 в Институте ядерной физики им. Будкера СО РАН. Левый верхний график представляет собой измеренную АЧХ пучка, правый верхний график — измеренные бетатронные частоты в зависимости от времени, нижний график — положение рабочей точки в сетке бетатронных резонансов.

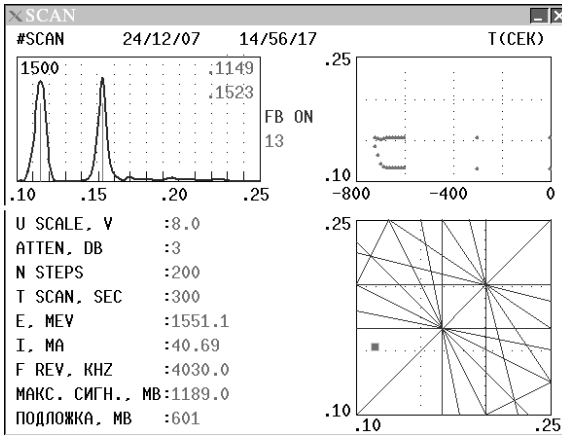


Рис. 5.9. Стабилизация бетатронных частот

В протонных и ионных ускорителях бетатронные частоты могут быть измерены с помощью спектрального анализа дробового шума пучка (Schottky noise) [84, 85]. Преимуществом такого метода измерения является то, что детектор является пассивным устройством и не оказывает влияния на пучок.

Спектр шумового сигнала является широкополосным, в случае непрерывного пучка средний квадрат флуктуаций тока пучка на n -й гармонике частоты обращения f_0 описывается выражением [86]:

$$\langle I_n \rangle^2 = 2eI_b f_0, \quad (5.25)$$

где I_b — средний ток пучка.

Для регистрации поперечного движения пучка необходимо использовать разностный сигнал с двух датчиков. В случае пучка из N частиц, равномерно распределенных по азимуту и по бетатронным фазам, среднеквадратичный разностный сигнал имеет вид

$$\langle \Delta i^2 \rangle = S_{\Delta}^2 \sigma_{\perp}^2 e f_0 I_b / 2, \quad (5.26)$$

где S_{Δ} — поперечная чувствительность пикапа; σ_{\perp} — среднеквадратичный поперечный размер пучка. Бетатронные сателлиты возникают в шумовом спектре вокруг каждой гармоники частоты обращения $n f_0$, их частоты равны $(n \pm Q) f_0$, здесь Q — дробная часть бетатронной частоты. В случае сгруппированного пучка каждая линия в поперечном спектре расщепляется на бесконечное количество синхробетатронных гармоник, отстоящих друг от друга на синхротронную частоту f_s .

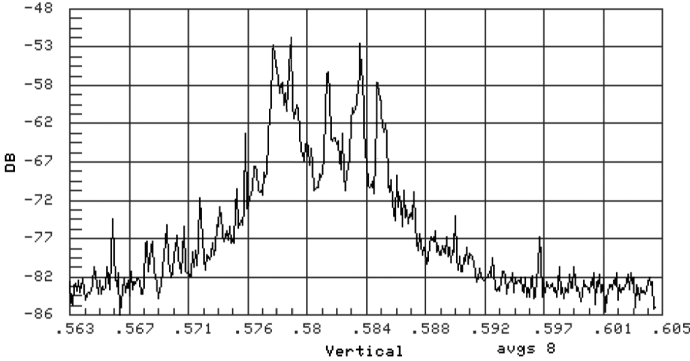


Рис. 5.10. Измеренный спектр дробового шума

На рис. 5.10 приведен пример спектра дробового шума, измеренного на протон-антипротонном коллайдере Tevatron (США) [84]. В спектре видны пики, соответствующие частотам бетатронных колебаний.

5.2.2. Контроль инъекции пучка

При инъекции пучка с отклонением координаты или импульса от равновесных значений возникают свободные когерентные колебания, анализ которых позволяет определить ошибки нацеливания пучка. Определив частоту, амплитуду и фазу колебаний с помощью спектрального анализа, можно по формулам (5.24) рассчитать координату x_0 и

5.2. Диагностика бетатронных колебаний

импульс x'_0 пучка на первом пролете датчика положения пучка:

$$x_0 = A_{\text{BPM}} \cos \varphi, \quad x'_0 = -\frac{A_{\text{BPM}}}{\beta_{\text{BPM}}} (\alpha_{\text{BPM}} \cos \varphi + \sin \varphi),$$

где α_{BPM} и β_{BPM} — параметры Твисса на азимуте датчика. Начальные условия инжекции рассчитываются путем преобразования матрицей перехода (1.4) значений координаты и импульса на датчике.

На рис. 5.11 приведен пример пооборотных измерений интенсивности (верхний график), вертикальных (средний график) и горизонтальных (нижний график) колебаний инжектируемого пучка. На рисунке также представлены спектры колебаний и рассчитанные отклонения начальных условий инжекции от оптимальных значений, представленные на «циферблатах» в правой части рисунка.

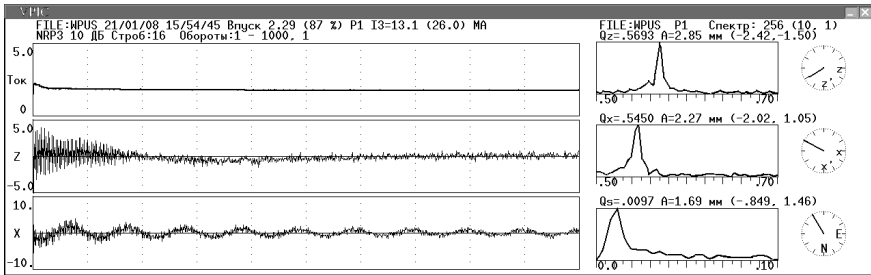


Рис. 5.11. Диагностика инжектируемого пучка

Следует отметить, что в случае инжекции с неравновесной энергией или продольной фазой в горизонтальном движении присутствуют также синхротронные колебания, спектральный анализ которых дает возможность определить синхротронную частоту (нижний спектр на рисунке).

5.2.3. Измерение хроматизма

Зависимость фокусировки пучка магнитной структурой ускорителя от продольного импульса p характеризуется хроматизмом ξ . Ненулевой хроматизм приводит к сдвигу бетатронной частоты неравновесной частицы ($p = p_0 + \Delta p$). В первом приближении зависимость $\Delta Q(\Delta p)$ может считаться линейной:

$$\Delta Q = \xi \frac{\Delta p}{p}. \quad (5.27)$$

Задавая малое приращение частоты задающего генератора ускоряющей ВЧ-системы и тем самым изменяя частоту обращения пучка f_0 на Δf , получаем относительное изменение продольного импульса на величину

$$\frac{\Delta p}{p} = -\frac{1}{\eta} \frac{\Delta f}{f_0}, \quad (5.28)$$

где $\eta = \alpha - 1/\gamma^2$; α — коэффициент расширения орбит; γ — релятивистский фактор.

Таким образом, линейный хроматизм может быть определен путем измерения сдвига бетатронной частоты ΔQ в зависимости от заданного приращения частоты обращения пучка Δf :

$$\xi = -\frac{\eta \Delta Q f_0}{\Delta f}. \quad (5.29)$$

В случае линейной магнитной оптики натуральный хроматизм определяется фокусирующей силой квадрупольных линз:

$$\xi = -\frac{1}{4\pi} \int_z^{z+C} K(z) \beta(z) dz, \quad (5.30)$$

где $K(z)$ — соответствующий параметр фокусировки (см. уравнение (5.20)); $\beta(z)$ — бета-функция. Натуральный хроматизм обычно компенсируется секступольными магнитами, один секступоль длиной l изменяет хроматизм на величину

$$\Delta \xi = \pm \frac{1}{4\pi} D \beta K_2 l, \quad (5.31)$$

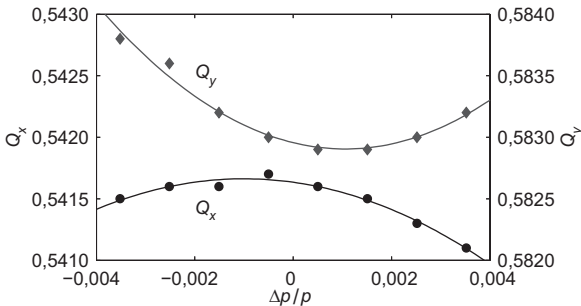


Рис. 5.12. Измеренный нелинейный хроматизм

где D — дисперсионная функция в месте расположения секступоля; $K_2 = \frac{1}{B\rho} \frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2}$. Знак «+» соответствует плоскости поворота пучка.

Мультипольные компоненты элементов магнитной структуры вносят нелинейный сдвиг бетатронной частоты неравновесной частицы. Для определения нелинейной составляющей хроматизма недостаточно двух измерений бетатронной частоты с различными значениями частоты обращения, необходимо экспериментально найти форму зависимости $\Delta Q(\Delta p)$, что требует прецизионных измерений бетатронных частот. На рис. 5.12 приведен пример измерения нелинейного хроматизма электрон-позитронного коллайдера ВЭПП-4М. Бетатронные частоты измерялись с помощью спектрального анализа когерентных бетатронных колебаний, возбуждаемых импульсным ударом инфлектора, точность измерения — не хуже 10^{-4} .

5.2.4. Измерение коэффициентов нелинейности

Секступольная и октупольная компоненты магнитного поля приводят к тому, что бетатронные колебания становятся нелинейными. Нелинейные эффекты проявляются в амплитудно-зависимом сдвиге частот бетатронных колебаний. Нелинейный сдвиг частоты может быть приближенно рассчитан аналитически с помощью теории возмущений, примененной к гамильтониану, описывающему нелинейное движение частицы в переменных действие-фаза.

В случае квадратичной зависимости бетатронной частоты от амплитуды колебаний, причиной которой может быть как секступольное, так и октупольное возмущения, сдвиг частот в двумерном случае описывается выражениями:

$$\begin{aligned}\Delta Q_x &= C_{11} \cdot 2J_x + C_{12} \cdot 2J_y \\ \Delta Q_y &= C_{12} \cdot 2J_x + C_{22} \cdot 2J_y ,\end{aligned}\tag{5.32}$$

где индексы x и y относятся к горизонтальному и вертикальному движению, соответственно; $\Delta Q_{x,y}$ — нелинейный сдвиг бетатронной частоты; $J = A^2/2\beta$ — возмущенные переменные действия; A — амплитуда колебаний; β — бета-функция; C_{11} , C_{12} , C_{22} — коэффициенты кубической нелинейности, зависящие от силы секступолей и октуполей, бета-функции в местах их расположения и набега бетатронной фазы между ними.

Коэффициенты C_{ij} могут быть определены непосредственным измерением зависимости частоты бетатронных колебаний от их амплитуды. Когерентные бетатронные колебания возбуждаются импульсным кикером с регулируемой амплитудой удара. Для ряда значений амплитуды удара измеряется частота и амплитуда бетатронных колебаний путем спектрального анализа массива пооборотных выборок координат, измеренных датчиком положения пучка. В связи с довольно быстрой потерей когерентности колебаний для достижения требуемой точности необходимо применять алгоритмы уточнения дискретного преобразования Фурье [10, 80]. Пример измерения зависимости $\Delta Q_y/A_y^2$ в разных режимах электрон-позитронного коллайдера ВЭПП-4М приведен на рис. 5.13.

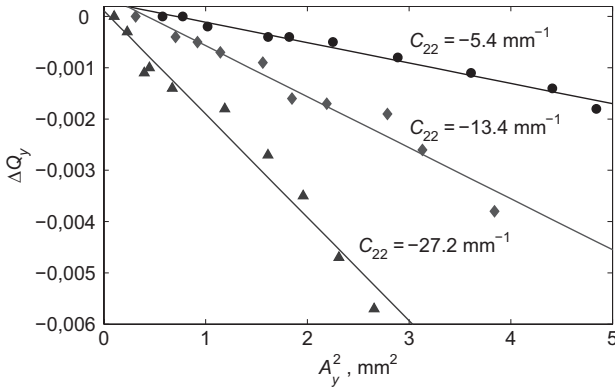


Рис. 5.13. Измеренная зависимость $\Delta Q_y/A_y^2$

5.2.5. Фазовые траектории

Представление нелинейных колебаний пучка на фазовой плоскости существенно расширяет возможности их анализа. Фазовые траектории нелинейных бетатронных колебаний предоставляют значительный объем наглядной информации о характере нелинейности, резонансах, динамической апертуре и т. д. Весьма информативным является также сравнение фазовых траекторий реального движения с фазовыми траекториями, полученными численным моделированием.

Путем несложных преобразований выражений (5.22) получается уравнение фазовых траекторий бетатронных колебаний, связывающее

5.2. Диагностика бетатронных колебаний

поперечные координату x и импульс x' на некотором азимуте:

$$x^2 + (\alpha x + \beta x')^2 = \beta a^2. \quad (5.33)$$

Фазовая траектория линейных бетатронных колебаний представляет собой эллипс, параметры Твисса β и α определяют эксцентриситет и угол наклона фазового эллипса. Анализ бетатронных колебаний на фазовой плоскости удобно проводить в нормализованной системе координат $(x, p_x = \alpha x + \beta x')$. В этих координатах форма фазовой траектории не зависит от азимута, и фазовая траектория линейных колебаний представляет собой окружность

$$x^2 + p_x^2 = \beta a^2. \quad (5.34)$$

В случае нелинейных колебаний амплитуда a не является константой, а связана с фазой нелинейным образом. Фазовая траектория нелинейных бетатронных колебаний в нормализованных координатах отличается от окружности, форма траектории зависит от вида и величины нелинейной силы, от близости бетатронной частоты к нелинейным резонансам, а также от амплитуды колебаний.

Основной проблемой построения экспериментальной фазовой траектории колебаний пучка является невозможность прямого пооборотного измерения поперечного импульса существующими средствами диагностики. Информация о колебаниях, поставляемая системой диагностики, содержится в последовательности выборок поперечных координат пучка, измеренных датчиком положения пучка (пикапом), расположенным на каком-либо азимуте ускорителя.

Известен метод построения фазовых траекторий нелинейных бетатронных колебаний, основанный на одновременном измерении пооборотных выборок координаты пучка двумя пикапами [87]. Используя (1.3)–(1.4), запишем в нормализованной системе координат преобразование координаты линейным участком магнитной структуры:

$$x_2 = \sqrt{\frac{\beta_2}{\beta_1}} \left(x_1 \cos \Delta\phi_{21} + p_{x1} \sin \Delta\phi_{21} \right). \quad (5.35)$$

Пусть x_1 — координата, измеряемая на каждом обороте пикапом, расположенным в начале участка, а x_2 — пикапом, расположенным в конце участка. Тогда, если известны значения бета-функции β_1 и β_2 на азимутах обоих пикапов и набег бетатронной фазы $\Delta\phi_{21}$ между пикапами,

из (5.35) получаем уравнение фазовой траектории бетатронных колебаний на азимуте первого пикапа:

$$p_{x1} = \frac{x_2 \sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}} - x_1 \cos \Delta\Phi_{21}}{\sin \Delta\Phi_{21}} . \quad (5.36)$$

При равенстве значений бета-функции на обоих пикапах и набеге бетатронной фазы, кратном $\pi/2$, уравнение фазовой траектории в нормализованных координатах приобретает простой вид:

$$p_{x1} = x_2 .$$

На ускорительном комплексе ВЭПП-4 в ИЯФ им. Будкера СО РАН предложен и реализован метод построения фазовых траекторий нелинейных колебаний из массива выборок координаты, измеренных единственным пикапом [10,88]. Суть метода состоит в использовании соотношений между поперечной координатой и импульсом на данном азимуте циклического ускорителя, не зависящих от амплитуды колебаний. Существование таких соотношений следует из выражения (5.36), разделив которое на x_1 , получаем отношение p_{x1}/x_1 , независимое от амплитуды колебаний:

$$\frac{p_{x1}}{x_1} = \frac{x_2}{x_1} \sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}} \operatorname{cosec} \Delta\Phi_{21} - \operatorname{ctg} \Delta\Phi_{21} . \quad (5.37)$$

Из пооборотных соотношений следует существование амплитудно-фазовых соотношений между дискретными спектрами координаты и импульса. Для двух предельных случаев — магнитной структуры с единственным, бесконечно коротким нелинейным элементом и структуры с равномерно распределенной нелинейностью — получены аналитические выражения пооборотных и спектральных соотношений [10]. Для реальных ускорителей получить аналитические выражения обычно не представляется возможным, тем не менее эти соотношения могут быть рассчитаны численно.

Метод одного пикапа был успешно применен для исследования нелинейной динамики пучка в электрон-позитронном коллайдере ВЭПП-4М [89]. На рис. 5.14 представлены фазовые траектории горизонтальных бетатронных колебаний различной амплитуды, измеренные вблизи нелинейных резонансов $3Q_x = 26$ (а) и $4Q_x = 35$ (б). Для уменьшения шумов измерения фазовые траектории, изображенные на рис. 5.14а, построены с применением дискретного гребенчатого фильтра [10].

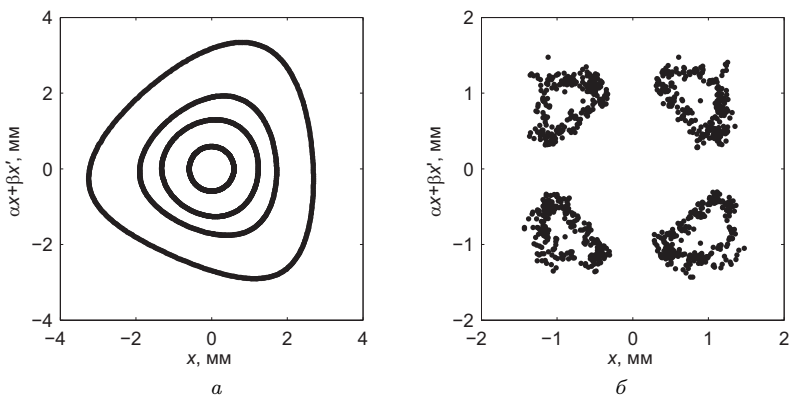


Рис. 5.14. Фазовые траектории бетатронных колебаний

5.3. Измерение и коррекция орбиты

В идеальной магнитной структуре циклического ускорителя равновесная частица с нулевыми начальными значениями поперечных координат и импульсов будет двигаться по замкнутой орбите без поперечного смещения. Орбита пучка в реальном ускорителе всегда более или менее отличается от расчетной из-за неизбежных погрешностей в конфигурации магнитных полей. Как следует из (1.3)–(1.4), локальное возмущение поля на некотором азимуте z_0 , изменяющее величину поперечного импульса частицы на величину $\Delta x'$, приводит к возмущению орбиты Δx на азимуте z :

$$\Delta x(z) = \Delta x' \frac{\sqrt{\beta(z_0)\beta(z)}}{2 \sin \pi Q} \cos (|\phi(z) - \phi(z_0)| - \pi Q) , \quad (5.38)$$

где β и ϕ — амплитудная и фазовая функции бетатронных колебаний соответственно; Q — бетатронная частота.

Для измерения орбиты в большинстве ускорительных установок используются электростатические датчики положения пучка, распределенные по азимуту ускорителя. Из (5.38) следует простое правило, полезное при проектировании систем измерения орбиты: количество датчиков положения пучка должно быть не меньше четырех на один период бетатронных колебаний.

В процессе экспериментов как в коллайдерах, так и в источниках синхротронного излучения обычно требуется, чтобы орбита пучка была

как можно более стабильной. Поэтому весьма актуальной является задача коррекции орбиты, решаемая с помощью магнитных корректоров. Корректор орбиты может быть реализован как в виде отдельно стоящего короткого дипольного магнита, так и в виде дополнительных обмоток в основных элементах магнитной структуры.

Если имеется n датчиков положения пучка и m корректоров, то отклонение орбиты на i -м датчике x_i , производимое j -м корректором, изменяющим поперечный импульс частицы на $\Delta x'_j$, определяется по формуле (5.38):

$$x_i = \Delta x'_j \frac{\sqrt{\beta_i \beta_j}}{2 \sin \pi Q} \cos(|\Phi_i - \Phi_j| - \pi Q), \quad (5.39)$$

где структурные функции с индексами i и j соответствуют значениям на азимутах датчика и корректора. Поскольку приращение импульса частицы $\Delta x'_j$ пропорционально магнитному полю корректора, и, следовательно, току в обмотке I_j , можно записать линейное уравнение, связывающее отклонение орбиты пучка x_i , измеренное i -м датчиком, и ток I_j j -го корректора:

$$x_i = R_{ij} I_j, \quad (5.40)$$

где R_{ij} — элемент матрицы откликов \mathbf{R} , расчетной или измеренной. Таким образом, задача глобальной коррекции орбиты к заданной сводится к решению линейной системы, составленной из уравнений (5.40):

$$I_j = R_{ij}^{-1} x_i \quad i = 1, \dots, n \quad j = 1, \dots, m. \quad (5.41)$$

Однако в реальной магнитной структуре взаимное расположение датчиков положения пучка и корректоров может быть таким, что некоторые собственные значения λ_k матрицы \mathbf{R} могут быть нулевыми или очень малыми, в этом случае соответствующие элементы матрицы \mathbf{R}^{-1} будут большими и токи корректоров, вычисленные из (5.41), могут превышать допустимые значения. Таким образом, на практике матрица \mathbf{R} системы (5.40) часто оказывается вырожденной, поэтому для решения задачи коррекции орбиты используется разложение по собственным числам (singular value decomposition, SVD) [90]. Как известно из линейной алгебры, матрица \mathbf{R} размерностью $m \times n$ ($m > n$) может быть представлена в виде

$$\mathbf{R} = \mathbf{U} \boldsymbol{\lambda} \mathbf{V}^T, \quad (5.42)$$

где \mathbf{U} — унитарная матрица размерностью $m \times m$ ($\mathbf{U}^T \mathbf{U} = \mathbf{U} \mathbf{U}^T = 1$); $\boldsymbol{\lambda}$ — диагональная матрица, состоящая из собственных значений

5.4. Измерение структурных функций

матрицы \mathbf{R} (положительных или нулевых), а \mathbf{V} — унитарная матрица размерностью $n \times n$ ($\mathbf{V}^T \mathbf{V} = \mathbf{V} \mathbf{V}^T = 1$), столбцы которой являются собственными векторами матрицы \mathbf{R} .

Обратная матрица может быть записана в виде

$$\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{V} \boldsymbol{\lambda}^{-1} \mathbf{U}^T. \quad (5.43)$$

Для исключения сингулярностей при вычислении \mathbf{R}^{-1} по формуле (5.43) необходимо обнулять значения λ_k^{-1} , соответствующие малым собственным числам λ_k . Минимальный порог λ_k выбирается с учетом требуемой величины коррекции орбиты, шумовой погрешности измеренной орбиты и допустимых токов в обмотках корректоров.

Другим эффективным методом глобальной коррекции орбиты малым числом корректоров является алгоритм MICADO [91]. Суть алгоритма — минимизация евклидовой нормы искажения орбиты методом наименьших квадратов. На первом шаге поочередно рассчитывается возмущение орбиты, вызванное некоторым фиксированным изменением силы каждого корректора. Затем выбирается корректор, воздействие которого приводит к минимальному значению среднеквадратичного отклонения орбиты от требуемой. На втором шаге расчет возмущения орбиты производится для всех пар корректоров, одним из которых в каждой паре является корректор, найденный на первом шаге, и выбирается оптимальная пара. Операция повторяется с наборами из трех, четырех и т. д. корректоров до тех пор, пока не будет достигнута требуемая точность коррекции или заданное число корректоров.

5.4. Измерение структурных функций

5.4.1. Бета-функция

Линейные бетатронные колебания частицы в периодической магнитной структуре описываются следующими выражениями [17]:

$$\begin{aligned} x(z) &= a \sqrt{\beta(z)} \cos \phi(z) \\ x'(z) &= -\frac{a}{\sqrt{\beta(z)}} [\alpha(z) \cos \phi(z) + \sin \phi(z)], \end{aligned} \quad (5.44)$$

где $\beta(z)$ — амплитудная функция бетатронных колебаний (бета-функция), являющаяся решением уравнения

$$2\beta\beta'' - \beta'^2 + 4\beta^2 K = 4; \quad (5.45)$$

$\alpha(z) = -\frac{1}{2} \frac{d\beta(z)}{dz}$; $\phi(z) = \int_0^z \frac{dz}{\beta(z)} + \phi_0$ — набег бетатронной фазы. Константы a и ϕ_0 определяются начальными условиями. Амплитуда колебаний модулирована пропорционально корню из бета-функции, а фаза изменяется с переменным темпом, обратно пропорциональным бета-функции. Таким образом, бета-функция полностью характеризует линейные бетатронные колебания.

Известен метод измерения бета-функции в квадрупольных линзах, основанный на измерении сдвига бетатронной частоты ΔQ от малой расстройки линзы:

$$\Delta Q = \frac{1}{4\pi} \frac{\Delta G}{E/c} \int_0^l \beta(z) dz, \quad (5.46)$$

где ΔG — изменение градиента магнитного поля линзы; l — ее длина; E — энергия пучка. Наряду с простотой и надежностью данный метод обладает рядом недостатков. Во-первых, измеряется усредненное по длине линзы значение бета-функции. Во-вторых, магнитная структура циклических ускорителей часто устроена так, что квадрупольные линзы объединены в несколько семейств, каждое из которых запитано от одного источника. В таком случае асимметрию или локальные биения бета-функции возможно измерить, только если в каждой линзе предусмотрены дополнительные обмотки коррекции градиента с независимым питанием. В-третьих, если орбита пучка сильно отклоняется от нулевой, проходящей по центрам линз, то секступольная компонента магнитного поля дает значительный паразитный сдвиг бетатронной частоты, вносящий погрешность в измерение.

Метод измерения бета-функции с помощью датчиков, регистрирующих положение пучка на каждом обороте, был предложен в работе [11]. Используя пооборотные измерения когерентных бетатронных колебаний датчиками положения пучка, распределенными по азимуту ускорителя, можно определить бета-функцию в местах расположения датчиков. Как следует из (5.44), квадрат амплитуды колебаний пропорционален бета-функции, а фаза колебаний связана с набегом бетатронной фазы. Когерентные бетатронные колебания возбуждаются импульсным электромагнитным полем кикера и регистрируются датчиками положения пучка, входящими в систему измерения орбиты. Амплитуда колебаний определяется путем дискретного спектрального анализа массива измеренных выборок.

5.4. Измерение структурных функций

Практическая реализация метода [11] осложнялась недостаточным однооборотным разрешением датчиков положения пучка и довольно быстрой потерей когерентности колебаний. Применение алгоритмов уточнения дискретного преобразования Фурье [10, 80] позволило существенно повысить точность измерения амплитуды и фазы колебаний, и, как следствие, бета-функции [12]. Достигнутая точность измерений сделала возможной глобальную коррекцию бета-функции. Задача коррекции бета-функции, в отличие от коррекции орбиты, является принципиально нелинейной. Однако, разбивая процедуру коррекции на ряд последовательных приближений, возможно применение линейных методов, разработанных для коррекции орбиты.

В качестве примера на рис. 5.15 показан результат измерений бета-функции электрон-позитронного коллайдера ВЭПП-4М.

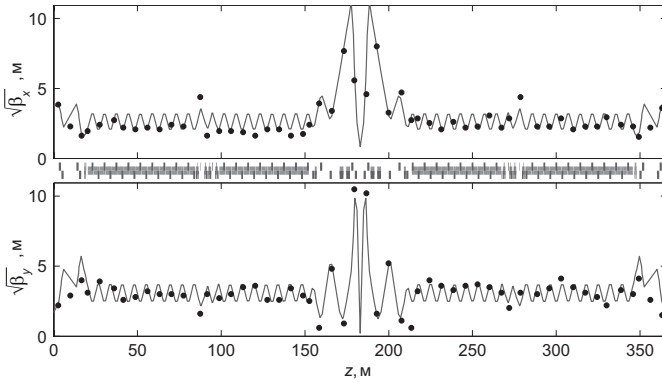


Рис. 5.15. Графики величины $\sqrt{\beta}$, которой пропорциональна амплитуда бетатронных колебаний: измерения (точки) и расчет (линия)

5.4.2. Дисперсионная функция

Связь поперечного и продольного движений заряженной частицы в магнитной структуре описывается дисперсионной функцией $D(z)$, которая является решением неоднородного уравнения Хилла

$$D'' + \left(K \frac{p_0}{p} - \frac{1}{\rho^2} \frac{\Delta p}{p} \right) D = \frac{1}{\rho} \frac{p_0}{p}, \quad (5.47)$$

где $p = p_0 + \Delta p$; ρ — радиус кривизны траектории; K — параметр фокусировки (см. уравнение (5.20)). Отклонение Δp продольного импульса

частицы от равновесного значения p_0 вызывает искажение равновесной орбиты, величина которого $\Delta x(z)$, в линейном приближении по Δp , равна:

$$\Delta x(z) = D(z) \frac{\Delta p}{p_0}. \quad (5.48)$$

Из выражения (5.48) следует прямой способ измерения дисперсионной функции, изменяя частоту обращения пучка f_0 на заданную величину Δf и, соответственно, продольный импульс на Δp (5.28). Измеряя с помощью датчиков положения пучка разность орбит с равновесной и смещенной частотой обращения, можно вычислить значение дисперсионной функции в местах расположения датчиков:

$$D(z) = - \frac{\eta \Delta x(z)}{\Delta f / f_0}, \quad (5.49)$$

где $\eta = \alpha - 1/\gamma^2$; α — коэффициент расширения орбит; γ — релятивистский фактор.

Поскольку частота обращения обычно известна с высокой точностью, погрешность измерения дисперсионной функции определяется разрешением датчиков положения пучка. Пример измеренной дисперсионной функции электрон-позитронного коллайдера ВЭПП-4М приведен на рис. 5.16. Видно, что кроме горизонтальной дисперсии (верхний график), которая близка к расчетной, в магнитной структуре присутствует паразитная вертикальная дисперсия (нижний график), максимальные значения которой достигают 10 % от горизонтальной.

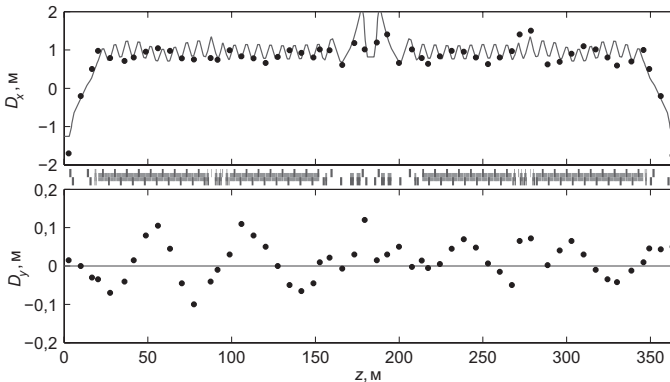


Рис. 5.16. Измеренная (точки) и расчетная (линия) дисперсионная функция

5.5. Измерение эмиттанса

Поперечный эмиттанс сгруппированного пучка может быть измерен с помощью контролируемой расстройки квадрупольной линзы [92]. Матрица перехода \mathbf{R} участка магнитной структуры от линзы (включая саму линзу) до датчика размера пучка имеет вид:

$$\mathbf{R} = \mathbf{S}\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} S_{11} + KS_{12} & S_{12} \\ S_{21} + KS_{22} & S_{22} \end{bmatrix}, \quad (5.50)$$

где $\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ K & 1 \end{bmatrix}$ — матрица перехода бесконечно тонкой линзы; K — оптическая сила линзы (величина, обратная фокусному расстоянию); \mathbf{S} — известная матрица перехода участка от линзы до датчика, в случае пустого промежутка длиной l имеющая простую форму $\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Если пучок проходит в центре линзы $\langle x \rangle = 0$ с нулевым углом $\langle x' \rangle = 0$, то его матрица имеет вид:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \langle x^2 \rangle & \langle xx' \rangle \\ \langle xx' \rangle & \langle x'^2 \rangle \end{bmatrix}, \quad (5.51)$$

и квадрат поперечного размера $\sigma^2 = \langle x^2 \rangle$, измеряемого датчиком, является элементом B_{11} матрицы пучка $\mathbf{B} = \mathbf{R}\mathbf{B}_0\mathbf{R}^T$, преобразованной участком магнитной структуры \mathbf{R} . Запишем выражение для матричного элемента B_{11} как функцию оптической силы K линзы:

$$B_{11} = \langle x^2 \rangle = S_{12}^2 \langle x_0^2 \rangle K^2 + \left(2S_{11}S_{12} \langle x_0^2 \rangle + 2S_{12}^2 \langle x_0 x'_0 \rangle \right) K + \left(S_{11}^2 \langle x_0^2 \rangle + 2S_{11}S_{12} \langle x_0 x'_0 \rangle + S_{12}^2 \langle x_0'^2 \rangle \right), \quad (5.52)$$

где x_0, x'_0 — параметры пучка на входе в линзу. Как видно, $B_{11}(K)$ является квадратичной функцией. Таким образом, варьируя силу линзы и измеряя соответствующий размер пучка, можно построить измеренную зависимость $\sigma^2(K)$ и аппроксимировать ее квадратичной функцией

$$B_{11}(K) = a(K - b)^2 + c = aK^2 - 2abK + (c - ab^2) \quad (5.53)$$

с параметрами подгонки

$$\begin{aligned} a &= S_{12}^2 \langle x_0^2 \rangle, \\ -2ab &= 2S_{11}S_{12} \langle x_0^2 \rangle + 2S_{12}^2 \langle x_0 x'_0 \rangle, \\ c + ab^2 &= S_{11}^2 \langle x_0^2 \rangle + 2S_{11}S_{12} \langle x_0 x'_0 \rangle + S_{12}^2 \langle x_0'^2 \rangle. \end{aligned} \quad (5.54)$$

Решая систему уравнений (5.55), можно найти элементы матрицы пучка на входе в линзу:

$$\begin{aligned} \langle x_0^2 \rangle &= \frac{a}{S_{12}^2}, \\ \langle x_0 x'_0 \rangle &= -\frac{a}{S_{12}^2} \left(b + \frac{S_{11}}{S_{12}} \right), \\ \langle x_0'^2 \rangle &= \frac{1}{S_{12}^2} \left[ab^2 + c + 2ab \left(\frac{S_{11}}{S_{12}} \right) + a \left(\frac{S_{11}}{S_{12}} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (5.55)$$

при условии, что матрица перехода \mathbf{S} известна. Эмиттанс пучка равен:

$$\varepsilon = \sqrt{\langle x_0^2 \rangle \langle x_0'^2 \rangle - \langle x_0 x'_0 \rangle^2} = \frac{\sqrt{ac}}{S_{12}^2}. \quad (5.56)$$

Структурные функции α , β и γ также могут быть определены с использованием параметров подгонки a , b , c и матрицы перехода \mathbf{S} :

$$\begin{aligned} \beta &= \sqrt{\frac{a}{c}}, \quad \alpha = \sqrt{\frac{a}{c}} \left(b + \frac{S_{11}}{S_{12}} \right), \\ \gamma &= \frac{S_{12}^2}{\sqrt{ac}} \left[ab^2 + c + 2ab \left(\frac{S_{11}}{S_{12}} \right) + a \left(\frac{S_{11}}{S_{12}} \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (5.57)$$

Другой метод измерения эмиттанса основан на регистрации поперечного размера пучка несколькими (минимум тремя) датчиками, расположенными на разных азимутах ускорителя или канала транспортировки пучка [92]. Параметры Твисса β , α и γ в начале z_0 и в конце z любого участка магнитной структуры связаны между собой соотношением

$$\begin{bmatrix} \beta(z) \\ \alpha(z) \\ \gamma(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11}^2 & -2R_{11}R_{12} & R_{12}^2 \\ -R_{11}R_{21} & 1 + 2R_{12}R_{21} & -R_{12}R_{22} \\ R_{21}^2 & -2R_{21}R_{22} & R_{22}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta(z_0) \\ \alpha(z_0) \\ \gamma(z_0) \end{bmatrix}, \quad (5.58)$$

где $R_{ij}(z_0|z)$ — элементы матрицы перехода. Измеряя размер пучка σ на различных азимутах z_1, z_2, \dots, z_n , можно составить систему уравнений

$$\begin{bmatrix} \sigma^2(z_1) \\ \sigma^2(z_2) \\ \dots \\ \sigma^2(z_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11}^2(z_0|z_1) & -2R_{11}(z_0|z_1)R_{12}(z_0|z_1) & R_{12}^2(z_0|z_1) \\ R_{11}^2(z_0|z_2) & -2R_{11}(z_0|z_2)R_{12}(z_0|z_2) & R_{12}^2(z_0|z_2) \\ \dots & \dots & \dots \\ R_{11}^2(z_0|z_n) & -2R_{11}(z_0|z_n)R_{12}(z_0|z_n) & R_{12}^2(z_0|z_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta(z_0)\varepsilon \\ \alpha(z_0)\varepsilon \\ \gamma(z_0)\varepsilon \end{bmatrix}. \quad (5.59)$$

5.6. Измерение импеданса связи

Решение системы — вектор $\mathbf{p} = [\beta(z_0)\mathbf{e}, \alpha(z_0)\mathbf{e}, \gamma(z_0)\mathbf{e}]$, компоненты которого дают эмиттанс пучка ϵ и параметры Твисса на азимуте z_0 :

$$\epsilon = \sqrt{p_1 p_3 - p_2^2}, \quad \beta = p_1/\epsilon, \quad \alpha = p_2/\epsilon. \quad (5.60)$$

5.6. Измерение импеданса связи

5.6.1. Wake-поля и импедансы связи

Электромагнитные поля, наведенные пучком в окружающей структуре, в ускорительной физике называют wake-полями. Эти поля могут быть рассчитаны путем решения уравнений Максвелла с соответствующими граничными условиями. Число аналитически разрешимых случаев невелико, аналитическое решение возможно только для простейших структур. Для расчета полей в практически важных структурах существуют компьютерные программы, основанные на численном интегрировании уравнений Максвелла методом конечных разностей.

Для описания взаимодействия заряженных частиц с wake-полями используется понятие wake-функции, определенной как нормированный интеграл силы Лоренца $\vec{F} = e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$, действующей на пробный заряд e , который движется на расстоянии s за точечным зарядом q , возбуждающим wake-поля [97]. Wake-функция — это функция отклика структуры на возбуждение точечным зарядом, она определяется только формой и электромагнитными свойствами структуры и не зависит от распределения зарядов в пучке. В случае пучка с произвольным распределением плотности взаимодействие с wake-полями определяется wake-потенциалом V , представляющим собой свертку wake-функции W с нормированной линейной плотностью пучка λ :

$$V(s) = \int_0^{\infty} W(z)\lambda(s-z)dz, \quad (5.61)$$

где ось z направлена по движению пучка. Wake-потенциал зависит только от расстояния s между частицами.

В большинстве практических случаев для анализа устойчивости движения пучка достаточно рассмотреть только монополярную продольную W_{\parallel} и дипольную поперечную \vec{W}_{\perp} wake-функции, соотношение между которыми задается теоремой Пановского–Венцеля:

$$r \frac{\partial \vec{W}_{\perp}}{\partial s} = \nabla_{\perp} W_{\parallel}. \quad (5.62)$$

Поскольку магнитное поле перпендикулярно траектории частицы и не влияет на продольное движение, продольная wake-функция получается интегрированием компоненты E_z электрического поля:

$$W_{\parallel}(s) = -\frac{1}{q} \int_{-\infty}^{\infty} E_z dz . \quad (5.63)$$

Дипольная поперечная wake-функция определена аналогично продольной как интеграл поперечных электромагнитных сил с нормировкой на поперечное смещение r и представляет собой вектор, имеющий горизонтальную и вертикальную компоненты:

$$\vec{W}_{\perp}(s) = -\frac{1}{qr} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right)_{\perp} dz . \quad (5.64)$$

Часто представляется удобным описывать взаимодействие пучка с wake-полями в частотной области, представляя компоненты вакуумной камеры в виде частотно-зависимых импедансов связи. Продольный Z_{\parallel} и поперечный Z_{\perp} импедансы являются Фурье-образами соответствующих wake-функций:

$$Z_{\parallel}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} W_{\parallel}(s) e^{-i\omega s/c} \frac{ds}{c} , \quad Z_{\perp}(\omega) = i \int_{-\infty}^{\infty} W_{\perp}(s) e^{-i\omega s/c} \frac{ds}{c} . \quad (5.65)$$

Практически для любого участка вакуумной камеры импеданс может быть представлен в виде эквивалентной RLC-цепи для каждой моды колебаний:

$$Z_{\parallel}(\omega) = \frac{R_{\parallel}}{1 + iQ \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega} \right)} , \quad Z_{\perp}(\omega) = \frac{\omega_r}{\omega} \frac{R_{\perp}}{1 + iQ \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega} \right)} , \quad (5.66)$$

где R — шунтовое сопротивление продольной (Ом) или поперечной (Ом/м) моды, ω_r — резонансная частота и Q — добротность. Поскольку время затухания (и нарастания) резонансной моды равно $\tau = 2Q/\omega_r$, высокодобротная (узкополосная) мода является более долгоживущей чем низкодобротная (широкополосная). Пример широкополосного и узкополосного импедансов и соответствующих wake-потенциалов показан на рис. 5.17, графики построены на основании расчетов, сделанных программой трехмерного моделирования полей.

5.6. Измерение импеданса связи

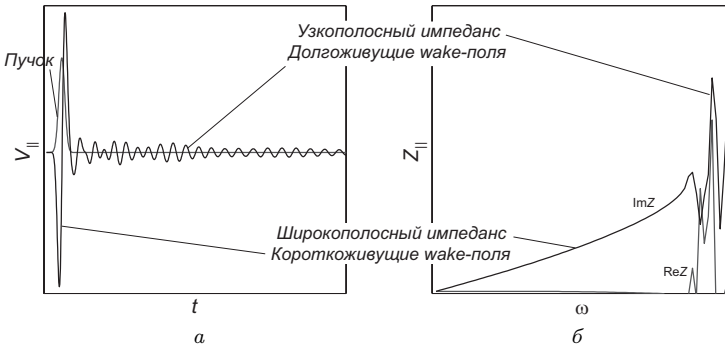


Рис. 5.17. Wake-потенциал (а) и импеданс связи (б)

Узкополосный импеданс приводит к взаимодействию нескольких сгустков между собой, в то время как широкополосный импеданс вносит взаимодействие частиц внутри сгустка. Вакуумная камера ускорителя в целом обычно может быть представлена как широкополосный импеданс, состоящий из суммы широкополосных импедансов всех компонентов камеры. Величина суммарного широкополосного импеданса представляет собой глобальный критерий устойчивости и характеризует степень когерентности, вносимой окружением в движение частиц внутри сгустка (а также является мерой качества проектирования и изготовления вакуумной камеры).

Так как для большинства компонентов вакуумной камеры, вносящих вклад в широкополосный импеданс, таких как изменения поперечного сечения, сильфоны, фланцы, пикапы и т. п., импеданс представляет собой индуктивность на низких частотах, то для оценок устойчивости удобно использовать нормализованный продольный импеданс Z_{\parallel}/n , где n — номер гармоники частоты обращения $n = \omega/\omega_0$.

Знание импедансов позволяет сделать оценки условий устойчивости движения пучка, оценить пороговую интенсивность пучка, а также характерное время развития неустойчивости. В настоящее время обязательным условием проектирования вакуумной камеры ускорителей является минимизация импедансов связи. Вычисление импедансов ускорителей, вакуумная камера которых имеет большое число неоднородностей, является весьма сложной и трудоемкой задачей. Однако в таких случаях импедансы могут исследоваться экспериментально путем анализа движения пучка. Действительная (резистивная) и мнимая

(реактивная) части импеданса проявляются в различных физических эффектах, что позволяет определить их величины, используя результаты пучковых измерений [93–95].

5.6.2. Продольный импеданс

Резистивная часть продольного импеданса приводит к когерентным потерям энергии, квадратично зависящим от заряда пучка q [97]:

$$\Delta E = -k_{\parallel} q^2. \quad (5.67)$$

Коэффициент пропорциональности k_{\parallel} называют продольным фактором когерентных потерь (longitudinal loss factor). Он зависит как от свойств вакуумной камеры, так и от продольного распределения плотности пучка λ :

$$k_{\parallel} = \int_{-\infty}^{\infty} W_{\parallel}(t) \lambda(t) dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \operatorname{Re} Z_{\parallel}(\omega) |\lambda(\omega)|^2 d\omega, \quad (5.68)$$

где W_{\parallel} — wake-потенциал; $Z_{\parallel}(\omega)$ — суммарный широкополосный продольный импеданс камеры; а $\lambda(\omega)$ — Фурье-образ распределения плотности пучка $\lambda(t)$.

Так же, как и потери на синхротронное излучение, когерентные потери энергии компенсируются в ускоряющих резонаторах на каждом обороте пучка. Если потери энергии пучка компенсируются локально (один резонатор или несколько, расположенных рядом), то когерентные потери энергии приводят к искажению орбиты в местах с ненулевой дисперсионной функцией $D(z)$ в зависимости от тока пучка. Мгновенное отклонение энергии пучка от равновесной изменяется вдоль траектории, искажение орбиты пучка, вызванное потерями энергии описывается следующим выражением [96]:

$$\begin{aligned} x(z) = D(z)\delta(z) - \frac{\sqrt{\beta(z)}}{2 \sin \pi Q_{\beta}} \int_z^{z+C} \sqrt{\beta(\zeta)} \left[2D'(\zeta)\delta'(\zeta) + \right. \\ \left. + D\delta''(\zeta) \right] \cos(|\phi(\zeta) - \phi(z)| - \pi Q_{\beta}) d\zeta, \end{aligned} \quad (5.69)$$

где $\delta = \Delta E/E$ — относительное отклонение энергии; Q_{β} — бетатронная частота; β — бета-функция; ϕ — бетатронная фаза; C — периметр накопителя.

5.6. Измерение импеданса связи

Если дисперсионная функция и ее производная равны нулю в местах расположения резонаторов, то интегралом в (5.69) можно пренебречь, и искажение орбиты описывается формулой

$$x(z) \approx D(z)\delta(z) . \quad (5.70)$$

Относительные потери энергии пучка за счет взаимодействия с продольным импедансом можно записать как

$$\delta(z) = \frac{q}{E/e} \int_{z_0}^z k'_{\parallel}(\zeta) d\zeta , \quad (5.71)$$

а искажение орбиты при изменении тока пучка $I_b = qf_0$ на величину ΔI_b — как

$$\Delta x(z) \approx D(z) \frac{\Delta I_b}{f_0(E/e)} \int_{z_0}^z k'_{\parallel}(\zeta) d\zeta , \quad (5.72)$$

где k'_{\parallel} — удельный фактор когерентных потерь на единицу длины орбиты; z_0 — положение ускоряющего резонатора. Если в кольце несколько удаленных друг от друга резонаторов, то таким способом может быть измерен фактор потерь участка между резонаторами [95].

Метод измерения фактора когерентных потерь по искажению орбиты был использован для измерения loss-фактора источника СИ Elettra [94]. На рис. 5.18 показано измеренное искажение горизонтальной и вертикальной орбиты в зависимости от тока пучка.

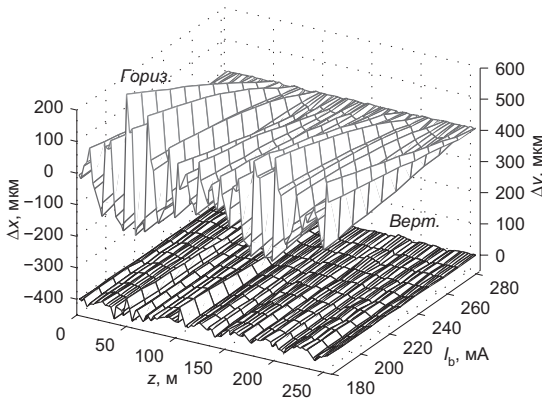


Рис. 5.18. Измеренная зависимость орбиты от тока пучка

Продольный фактор когерентных потерь может быть также определен по измерениям зависимости равновесной фазы Φ_{rf} ускоряющего напряжения от тока пучка [93]:

$$k_{\parallel} = f_0 V_{\text{rf}} \cos \Phi_{\text{rf}} \frac{\Delta \Phi_{\text{rf}}}{\Delta I_b}. \quad (5.73)$$

где V_{rf} — амплитуда ускоряющего напряжения; f_0 — частота обращения.

Если широкополосный импеданс имеет индуктивный характер, абсолютное значение нормализованного продольного импеданса $|Z_{\parallel}/n|$ может быть определено по измеренной зависимости длины сгустка от тока. Для релятивистского электронного или позитронного пучка с гауссовским распределением линейной плотности удлинение сгустка в зависимости от тока ниже порога микроволновой неустойчивости

$$I_{\text{th}} = \frac{\sqrt{2\pi} (E/e) Q_s^2}{\alpha |Z_{\parallel}/n|_{\text{eff}}} \left(\frac{\sigma_{z0}}{R} \right)^3 \quad (5.74)$$

описывается кубическим уравнением:

$$\left(\frac{\sigma_z}{\sigma_{z0}} \right)^3 - \frac{\sigma_z}{\sigma_{z0}} = \frac{\alpha I_b}{\sqrt{2\pi} (E/e) Q_s^2} \left| \frac{Z_{\parallel}}{n} \right| \left(\frac{R}{\sigma_{z0}} \right)^3, \quad (5.75)$$

где $\sigma_{z0} = \frac{\alpha R \sigma_E}{Q_s E}$ — длина сгустка при нулевом токе пучка; σ_E/E — энергетический разброс; R — средний радиус ускорителя; α — коэффициент расширения орбит; Q_s — синхротронная частота (в единицах частоты обращения). Выше порога удлинение сгустка с учетом искажения потенциальной ямы и микроволновой неустойчивости можно описать следующим выражением:

$$\left(\frac{\sigma_z}{R} \right)^3 = \frac{\alpha I_b}{\sqrt{2\pi} (E/e) Q_s^2} \left[\left(\frac{Z_{\parallel}}{n} \right) - \text{Im} \left(\frac{Z_{\parallel}}{n} \right)_{\text{eff}} \right]. \quad (5.76)$$

Эффективный импеданс $(Z_{\parallel}/n)_{\text{eff}}$, часто используемый в оценках неустойчивостей, является взвешенным импедансом, усредненным по спектру частот пучка.

Следует отметить, что формулы (5.75), (5.76) неприменимы в случае очень коротких сгустков ($\sigma_z \ll b$, b — поперечный размер вакуумной камеры), когда вклад высокочастотных резонансных составляющих импеданса становится преобладающим.

5.6. Измерение импеданса связи

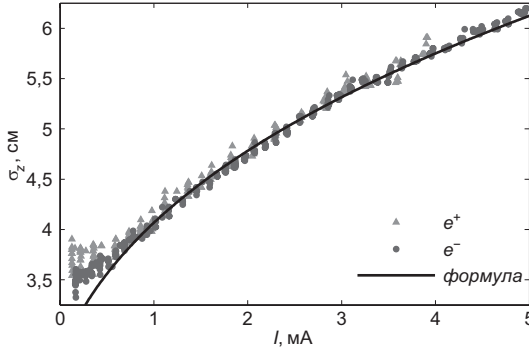


Рис. 5.19. Измеренное удлинение сгустка

Таким образом, аппроксимируя измеренную зависимость $\sigma_z(I_b)$ соответствующей формулой, можно найти величину продольного импеданса. На рис. 5.19 приведен пример измерений, сделанных на электрон-позитронном накопителе ВЭПП-4М. На графике изображены значения длины электронного и позитронного сгустков, измеренные с помощью диссектора, а также расчетная кривая, описываемая уравнением (5.76).

В случае протонных пучков, когда можно пренебречь потерями энергии на синхротронное излучение, продольный эмиттанс сохраняется, и удлинение сгустка в зависимости от тока пучка описывается уравнением четвертой степени:

$$\left(\frac{\sigma_z}{\sigma_{z0}}\right)^4 + \frac{12\alpha I_b}{(E/e)Q_s^2} \left(\left|\frac{Z_{\parallel}}{n}\right| - Z_{sc}\right) \left(\frac{R}{\sigma_{z0}}\right)^3 \frac{\sigma_z}{\sigma_{z0}} = 1, \quad (5.77)$$

где $Z_{sc} = \frac{Z_0}{2\beta\gamma^2} \left(1 + 2 \ln \frac{b}{\sigma_{\perp}}\right)$ — эквивалентный импеданс пространственного заряда; b — радиус вакуумной камеры; σ_{\perp} — средний радиус пучка. Следует отметить, что для релятивистских пучков ($\beta = 1$, $\gamma \gg 1$) эффекты пространственного заряда пренебрежимо малы.

5.6.3. Поперечный импеданс

В результате взаимодействия пучка с резистивным поперечным импедансом $\text{Re}Z_{\perp}$ возникает хорошо изученный хроматический head-tail-эффект [16, 98], характеризуемый head-tail-фазой

$$\chi = \frac{\xi \sigma_z}{\alpha R}, \quad (5.78)$$

где $\xi = \frac{\Delta Q_\beta}{\Delta p/p}$ — хроматизм; Q_β — бетатронная частота (в единицах частоты обращения); σ_z — продольный размер пучка.

Если величина χ много меньше единицы, то инкремент/декремент бетатронных колебаний может быть оценен по приближенной формуле, полученной в рамках двухчастичной модели [98]:

$$\tau_{\pm}^{-1} = \mp I_b \frac{c \xi}{2\pi (E/e) \alpha Q_\beta} Z_{\perp 0}, \quad (5.79)$$

где I_b — ток пучка; $Z_{\perp 0}$ — низкочастотный поперечный импеданс. Когерентные колебания (центр масс сгустка) характеризуются τ_+ , некогерентные (размер) — τ_- . Когерентная мода затухает, если $\xi/\alpha > 0$, и становится неустойчивой, если $\xi/\alpha < 0$, в то время как некогерентная мода — наоборот.

Двухчастичная модель дает завышенную оценку, применение методов теории возмущений к уравнению Власова [16, 98] дает более точную формулу для инкремента/декремента n -й моды колебаний

$$\tau_n^{-1} = -I_b \frac{c}{4\pi (E/e) Q_\beta \omega_0} \int_{-\infty}^{\infty} \text{Re} Z_{\perp \text{ВВ}}(\omega) J_n^2 \left(\frac{\omega}{\omega_c} - \chi \right) d\omega, \quad (5.80)$$

где J_n — функция Бесселя порядка n ; ω_c — частота эквивалентного резонатора широкополосного импеданса $Z_{\perp \text{ВВ}}$.

Таким образом, когда хроматизм положителен, резистивный поперечный импеданс может быть определен с помощью формул (5.79) или (5.80) по измеренным значениям времени быстрого затухания когерентных бетатронных колебаний, возбуждаемых ударом кикера. На рис. 5.20

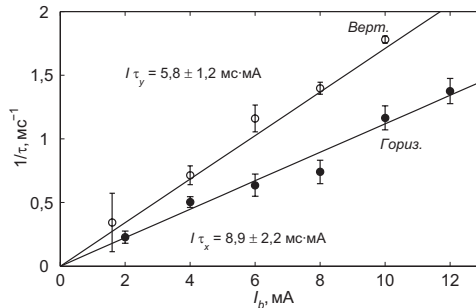


Рис. 5.20. Результаты измерений времени быстрого затухания

5.6. Измерение импеданса связи

приведен пример измерений величины времени затухания горизонтальных и вертикальных бетатронных колебаний [94].

Реактивная часть поперечного импеданса $\text{Im}Z_{\perp}$ приводит к когерентному сдвигу бетатронной частоты в зависимости от тока сгустка [98]:

$$\Delta Q = -\frac{I_p}{8\pi(E/e)} \sum_k \beta_k \text{Im}Z_{\perp k}, \quad (5.81)$$

где I_p — амплитудное значение тока; β_k — бета-функция на участке камеры с импедансом $Z_{\perp k}$.

Для сгустка с гауссовским распределением плотности и среднеквадратичной длиной σ_z амплитудное значение тока I_p (peak current) связано со средним током I_b следующим соотношением:

$$I_p = \frac{\sqrt{2\pi}R}{\sigma_z} I_b, \quad (5.82)$$

где R — средний радиус ускорителя.

На рис. 5.21 представлены результаты измерений когерентного сдвига вертикальной бетатронной частоты накопителя электронов Elettra (Италия) [94]. Графики отражают увеличение поперечного импеданса при установке участков камер с малой вертикальной апертурой, предназначенных для вигглеров и ондуляторов.

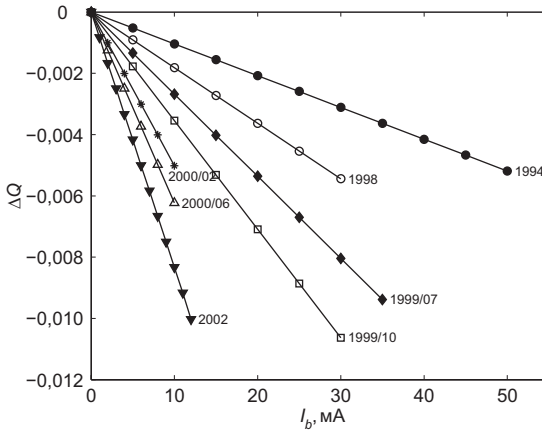


Рис. 5.21. Измеренный когерентный сдвиг бетатронной частоты

5.6.4. Азимутальное распределение импеданса

Измерение набега бетатронной фазы вдоль азимута ускорителя в принципе позволяет определить вклад различных участков кольца в когерентный сдвиг бетатронной частоты (5.81) и таким образом получить распределение реактивной части поперечного импеданса. Такой способ измерений был продемонстрирован на электрон-позитронном коллайдере LEP (CERN, Швейцария) [95]. Импеданс накопителя LEP определяется в основном высшими модами ускоряющих резонаторов, которые расположены в двух относительно коротких прямолинейных промежутках. Измеренная величина когерентного сдвига бетатронной фазы $\Delta\mu(z)$ вдоль кольца LEP, нормализованная на приращение тока пучка ΔI_b , приведена на рис. 5.22. Видны резкие скачки бетатронной фазы в местах расположения ускоряющих резонаторов IP2 и IP6.

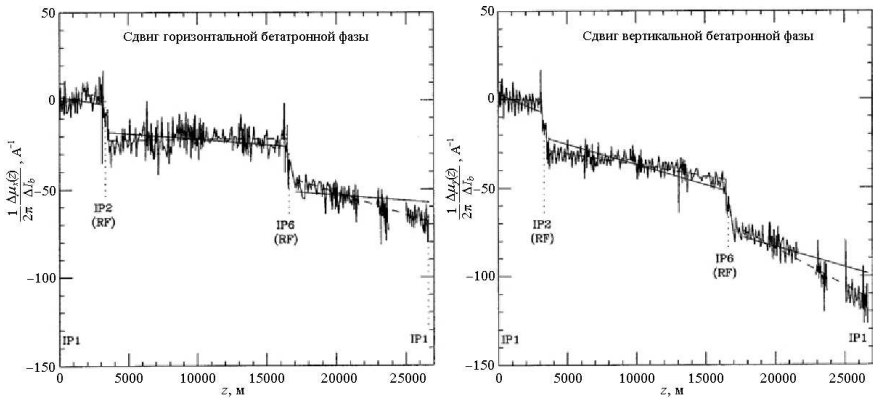


Рис. 5.22. Зависимость набега бетатронной фазы от тока пучка

Точность данного метода определяется пооборотным разрешением датчиков положения пучка, по сигналам которых вычисляется бетатронная фаза. Как видно на рис. 5.21, когерентный сдвиг бетатронной частоты, представляющий собой изменение фазы на полном обороте, составляет величину порядка 0,001 на миллиампер тока сгустка. Изменение фазы за счет локального импеданса, естественно, еще меньше и для измерения распределения импеданса фазовое разрешение измерительной системы должно быть очень высоким.

На ускорительном комплексе ВЭПП-4 в ИЯФ им. Будкера СО РАН был разработан более чувствительный метод [99, 100] измерения

5.6. Измерение импеданса связи

азимутального распределения импеданса. Предложенный метод базируется на измерении искажения равновесной орбиты пучка локальным поперечным импедансом. Поскольку шумовая погрешность датчиков положения пучка пропорциональна квадратному корню из полосы частот, этот метод дает лучшее разрешение по сравнению с методом [95], основанным на измерении набега бетатронной фазы, так как датчики положения пучка используются в узкополосном режиме (измерение орбиты), а не в широкополосном (пооборотные измерения колебаний).

Если пучок смещен от равновесной орбиты, взаимодействие с локальным поперечным импедансом дает приращение поперечного импульса, пропорциональное смещению x [98]:

$$\Delta x' = \frac{q}{E/e} k_{\perp} x . \quad (5.83)$$

Коэффициент пропорциональности, называемый kick-фактором, зависит как от поперечного импеданса $Z_{\perp}(\omega)$, так и от продольного распределения плотности пучка λ :

$$k_{\perp} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \text{Im} Z_{\perp}(\omega) |\lambda(\omega)|^2 d\omega , \quad (5.84)$$

где $\lambda(\omega)$ — Фурье-образ распределения плотности пучка $\lambda(t)$. С точностью до постоянного множителя kick-фактор эквивалентен эффективному поперечному импедансу.

Для пучка с гауссовским продольным распределением плотности приращение поперечного импульса можно записать в виде:

$$\Delta x' = \frac{I_p}{\sqrt{2} E/e} \text{Im} Z_{\perp} x , \quad (5.85)$$

где I_p — амплитудное значение тока сгустка, связанное со средним током I_b соотношением (5.82); x — поперечное смещение пучка на азимуте локализации импеданса.

Локальное изменение поперечного импульса на величину $\Delta x'$ приводит к возмущению орбиты $\Delta x(z)$, имеющему вид волны (5.38). Подставляя (5.85) в (5.38), получим выражение, описывающее искажение орбиты на азимуте z поперечным импедансом $\text{Im} Z_{\perp}$, локализованным на азимуте z_0 :

$$\Delta x(z) = \frac{\Delta I_p}{\sqrt{2} E/e} \text{Im} Z_{\perp} x_0 \frac{\sqrt{\beta(z_0)\beta(z)}}{2 \sin \pi Q_{\beta}} \cos(\Delta\phi - \pi Q_{\beta}) , \quad (5.86)$$

Таким образом, если на предполагаемом участке локализации импеданса создать П-образное искажение орбиты (бамп) и сравнить орбиту, измеренную при малом токе пучка (импеданс «выключен») с орбитой, измеренной при большом токе (импеданс «включен»), то разность этих орбит будет представлять собой бетатронную волну (5.86), распространяющуюся от места локализации импеданса.

При измерениях в горизонтальном направлении необходимо учитывать вклад дисперсионной функции $D(z)$ в искажение орбиты

$$\Delta x_D(z) = \frac{\Delta x' D(z_0)}{\alpha C} D(z), \quad (5.87)$$

где C — периметр ускорителя. Этот вклад должен быть прибавлен к правой части уравнения (5.86) (а также (5.89), см. ниже).

Оценка величины эффекта может быть сделана по величине когерентного сдвига бетатронной частоты ΔQ . Если весь поперечный импеданс локализован в одном месте, то амплитуда бетатронной волны Δx_{\max} оценивается с помощью формул (5.86) и (5.81):

$$\Delta x_{\max} \approx 4\pi x_0 \Delta Q, \quad (5.88)$$

где x_0 — величина бампа. Так, для накопителя ВЭПП-4М измеренный когерентный сдвиг на энергии 1,8 ГэВ составляет $-1,5 \text{ A}^{-1}$. Тогда при изменении среднего тока пучка на 10 мА ($\Delta I_p = 36,5 \text{ A}$ при длине сгустка $\sigma_z = 4 \text{ см}$) и величине бампа $x_0 = 5 \text{ мм}$ искажение орбиты за счет импеданса будет порядка $\Delta x_{\max} \approx 1 \text{ мм}$. Таким образом, даже с учетом распределенного импеданса, эффект достаточно велик для измерения с приемлемой точностью современными системами датчиков положения пучка.

Следует отметить, что формула (5.86) выведена в предположении бампа, короткого по сравнению с периметром ускорителя. На практике создать короткий бамп не всегда возможно из-за ограниченного количества корректоров орбиты или их неудобного расположения. Для бампа длиной Δz выражение, описывающее искажение орбиты, имеет вид:

$$\Delta x(z) = \frac{\Delta I_p}{\sqrt{2} E/e} \frac{\sqrt{\beta(z)}}{2 \sin \pi Q_\beta} \frac{1}{\Delta z} \int_{z_0}^{z_0 + \Delta z} \text{Im} Z_\perp(z') x(z') \sqrt{\beta(z')} \cos(\Delta\phi - \pi Q_\beta) dz', \quad (5.89)$$

где $\Delta\phi = |\phi(z) - \phi(z')|$. Если на длине участка импеданс Z_\perp и бета-функция β не являются постоянными, то амплитуда волны (5.89) содержит информацию о величине импеданса, усредненного с весом β

5.6. Измерение импеданса связи

на длине Δz . В случаях, когда бамп имеет значительную длину, представляется удобным ввести понятие удельного взвешенного импеданса $\frac{\Delta(\text{Im}Z_{\perp}\beta)}{\Delta z}$.

Как оказалось в экспериментах на ВЭПП-4М, датчики положения пучка имеют систематическую погрешность, зависящую от тока пучка. Чтобы минимизировать эту погрешность, для определения локального импеданса использовалась следующая комбинация четырех орбит:

$$\Delta x = (x_2 - x_1) - (x_{02} - x_{01}), \quad (5.90)$$

где орбиты x_{01} и x_{02} измерены соответственно с большим и малым током пучка, но без бампа, а орбиты x_1 и x_2 измерены с теми же значениями тока, а также с бампом в месте локализации импеданса.

В качестве примера рассмотрим измерение локального импеданса участка ВЭПП-4М, включающего в себя 3 из 5 ускоряющих резонаторов, 3 пары пластин электростатического разведения пучков и 5 резких изменений вертикального сечения камеры. На рис. 5.23 вверху показан вертикальный бамп, созданный на участке, а внизу — измеренные значения вертикальной комбинации орбит (5.90) в сравнении с расчетной бетатронной волной (5.86) (сплошная линия). Разность амплитудных значений тока пучка составляла $\Delta I_p = 25$ А. Как видно, измеренная разность вертикальных орбит согласуется с расчетной кривой (5.86) в пределах статистической погрешности измерения. По результатам измерений, импеданс этого участка составляет около 10 % от суммарного импеданса ВЭПП-4М.

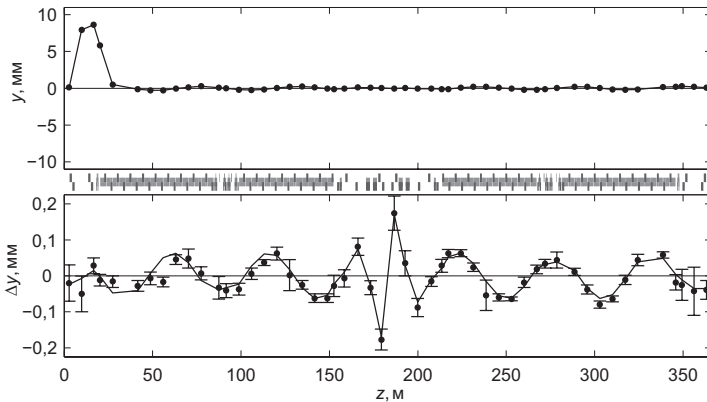


Рис. 5.23. Измерение локального импеданса

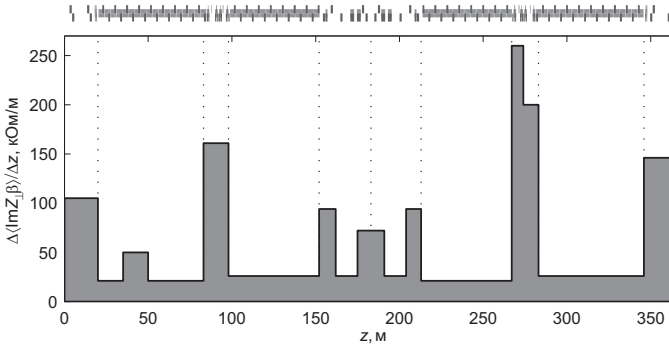


Рис. 5.24. Измеренное распределение импеданса ВЭПП-4М

Описанный метод был успешно применен для измерения азимутального распределения импеданса электрон-позитронного коллайдера ВЭПП-4М [93], а также для измерения локального импеданса управляемого пробника на источнике СИ Elettra (Италия) [94]. На рис. 5.24 приведено измеренное распределение удельного взвешенного импеданса $\frac{\Delta \langle \text{Im} Z_{\perp} \beta \rangle}{\Delta z}$.

Метод измерения локального импеданса по искажению орбиты пучка достаточно универсален, в принципе обеспечивая измерение двумерной топологии электромагнитного поля, наведенного пучком в окружающей структуре. Точность метода может быть сделана весьма высокой, она определяется шумовым разрешением системы диагностики и возможностью создания короткого локального искажения орбиты. Метод может быть использован для исследования гармонического состава поперечного импеданса. Частотная зависимость импеданса связи также может быть измерена путем варьирования длины сгустка.

5.7. Измерение энергии пучка

Энергия пучка в циклическом ускорителе в первом приближении пропорциональна интегралу дипольного магнитного поля вдоль равновесной орбиты пучка:

$$\frac{E}{e} = \frac{c}{2\pi} \oint B(z) dz . \quad (5.91)$$

Основной вклад в интеграл поля вносят дипольные поворотные магниты, и для оценки энергии пучка может использоваться следующая

простая формула :

$$\frac{E}{e} = cBR , \quad (5.92)$$

где B — поле в дипольных магнитах; R — средний радиус ускорителя. Тем не менее, поля корректоров орбиты, геодезические смещения квадруполей, внешние магнитные поля и т.д. также вносят значительный вклад в интеграл (5.91). Так, для ряда экспериментов по физике высоких энергий в коллайдерах точность оценки энергии с помощью формулы (5.92) является неприемлемо низкой.

5.7.1. Метод резонансной деполаризации

Прецессия спина

Наиболее точным современным методом абсолютной калибровки энергии пучка является метод резонансной деполаризации, впервые предложенный и реализованный в ИЯФ им. Будкера СО РАН [101].

Поляризованный пучок представляет собой поток заряженных частиц, у которых магнитные моменты (спины) ориентированы в одном из возможных направлений. Различают пучки с поперечной поляризацией, когда спин ортогонален вектору скорости частиц, и пучки с продольной поляризацией, когда векторы скорости и спина параллельны. Поляризованные электрон-позитронные пучки в накопителях получают благодаря действию магнито-дипольного излучения. При движении частицы в ускорителе с плоской орбитой (когда отсутствуют радиальные и продольные магнитные поля, а также электрические поля) ее спин прецессирует вокруг направления вектора магнитного поля \vec{B} , и составляющая магнитного момента, ортогональная полю \vec{B} , уменьшается за счет магнито-дипольного излучения. В результате за характерное время излучения спин ориентируется вдоль магнитного поля (эффект Соколова–Тернова).

Время поляризации $\tau_{\text{пол}}$ может быть рассчитано в приближении круговой орбиты в однородном магнитном поле \vec{B} по формуле:

$$\tau_{\text{пол}} = \left(\frac{m_e c^2}{eB} \right)^3 \frac{1}{\gamma^2 \lambda_e c^4 r_e} \simeq \frac{1.4 \cdot 10^{13}}{\gamma^2 B^3 [\text{кГс}]} \text{ сек} , \quad (5.93)$$

где $\lambda = \hbar/(m_e c) \simeq 3,86 \cdot 10^{-13}$ м — комптоновская длина волны; $r_e = 2,818 \cdot 10^{-15}$ м — классический радиус электрона; γ — релятивистский фактор; c — скорость света.

Движение вектора спина \vec{s} частицы во внешних электромагнитных полях \vec{E} , \vec{B} описывается уравнением Thomas–Bargmann–Michel–Telegdi:

$$\frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{\omega}_s \times \vec{s}$$

$$\vec{\omega}_s = - \left(\frac{\mu_0}{\gamma} + \mu' \right) \vec{B}_\perp - \frac{\mu}{\gamma} \vec{B}_\parallel - \left(\frac{\mu_0}{\gamma + 1} + \mu' \right) \frac{\vec{E} \times \vec{v}}{c^2}, \quad (5.94)$$

где t — время в лабораторной системе; $\vec{\omega}_s$ — вектор частоты прецессии спина; \vec{B}_\parallel — составляющая магнитного поля; параллельная скорости частицы \vec{v} , $\vec{B} = \vec{B}_\parallel + \vec{B}_\perp$; μ_0 и μ' — соответственно нормальная и аномальная части гиромагнитного отношения

$$\mu = \mu_0 + \mu' = g \frac{q}{2m}; \quad (5.95)$$

q — заряд и m — масса покоя частицы; g — безразмерный магнитный момент (g-фактор). g-Фактор электрона g_e измерен с точностью до 12-го знака:

$$g_e = 2,0023193043617(15).$$

Приведем для сравнения формулу частоты обращения частицы $\vec{\omega}_L$ (ларморовская частота) во внешнем электромагнитном поле:

$$\vec{\omega}_L = - \frac{\mu_0}{\gamma} \vec{B}_\perp - \frac{\mu_0 \gamma}{\gamma^2 - 1} \frac{\vec{E} \times \vec{v}}{c}. \quad (5.96)$$

Как видно из формул (5.94) и (5.96), в отсутствии электрических и продольных магнитных полей, отличие частоты прецессии спина от ларморовской частоты связано с наличием аномальной части гиромагнитного отношения μ' .

Резонансная деполяризация

Частота прецессии спина ω_s может быть измерена с высокой точностью путем резонансной деполяризации пучка. Деполяризация происходит при введении внешнего электромагнитного поля с частотой ω_d , удовлетворяющей резонансному условию

$$\omega_s \pm \omega_d = n\omega_0, \quad (5.97)$$

где ω_0 — циклическая частота обращения; n — целое число. Таким образом, частота прецессии спина однозначно связана с известной частотой

5.7. Измерение энергии пучка

электромагнитного поля в момент деполяризации, для фиксации этого момента может быть использован процесс, сечение которого зависит от степени поляризации.

На различных ускорительных установках используются поляриметры, основанные на спиновой зависимости комптоновского рассеяния [102, 103], рассеяния электронов или позитронов на поляризованной газовой мишени [104, 105], а также синхротронного излучения [106].

На электрон-позитронном коллайдере ВЭПП-4М в ИЯФ им. Будкера СО РАН отлажена методика измерения частоты прецессии спина [107] с рекордной точностью. Деполяризация пучка осуществляется с помощью кикера, представляющего собой пару согласованных полосковых линий, находящихся внутри вакуумной камеры. В линии создается бегущая ТЕМ волна, распространяющаяся по движению пучка, частота которой линейно изменяется в диапазоне, заведомо перекрывающем значение ожидаемой частоты прецессии спина. Синусоидальный сигнал раскачки генерируется прецизионным синтезатором, позволяющим перестраивать частоту с шагом менее 10^{-6} Гц (около $10^{-12} f_0$).

Для регистрации факта деполяризации пучка используется эффект внутрисгусткового рассеяния частиц (эффект Тушека). Скорость счета рассеянных частиц измеряется двумя парами сцинтилляционных счетчиков, установленных на участке вакуумной камеры цилиндрического сечения. Счетчики каждой пары вводятся внутрь апертуры в горизонтальной плоскости с обеих сторон и регистрируют Тушек-электроны, рассеянные по всему периметру кольца. Двух- или четырехкратная схема совпадения используется для подавления некоррелированного шума.

Выражение для скорости счета рассеянных частиц \dot{N} можно записать в виде

$$\dot{N} = \frac{\sqrt{\pi} r_e^2 c N_b^2}{\gamma^5 V_b} \left(\frac{\sigma_E}{E} \right)^{-3} (a + P^2 b), \quad (5.98)$$

где P — степень поляризации пучка; N_b — число частиц в пучке; V_b — объем пучка в лабораторной системе отсчета; σ_E — среднеквадратичный энергетический разброс; a и b — некие функции, зависящие от передачи импульса и от апертуры ускорителя, причем $b < 0$. Из формулы (5.98) следует, что в момент деполяризации происходит изменение скорости счета рассеянных электронов. В частности, на накопителе ВЭПП-4М скорость счета изменяется на величину порядка 1–3 %. Регистрация такого малого изменения скорости счета затруднена временными нестабильностями пучка, влияние которых примерно совпадает

по величине эффекта. Поэтому регистрируются рассеянные частицы от двух сгустков, отстоящих друг от друга на половину периода обращения, один из которых поляризованный, а другой нет. Измеряется отношение скоростей счета рассеянных электронов от обоих сгустков

$$\Delta = \frac{\dot{N}_p - \dot{N}_0}{\dot{N}_0}, \quad (5.99)$$

где \dot{N}_p и \dot{N}_0 — скорости счета рассеянных электронов от поляризованного и неполяризованного сгустков соответственно. В момент деполаризации происходит скачок в наблюдаемом отношении (рис. 5.25). Зная частоту деполаризатора в момент времени скачка в отношении скоростей счета, можно по формуле (5.97) найти частоту прецессии спина.

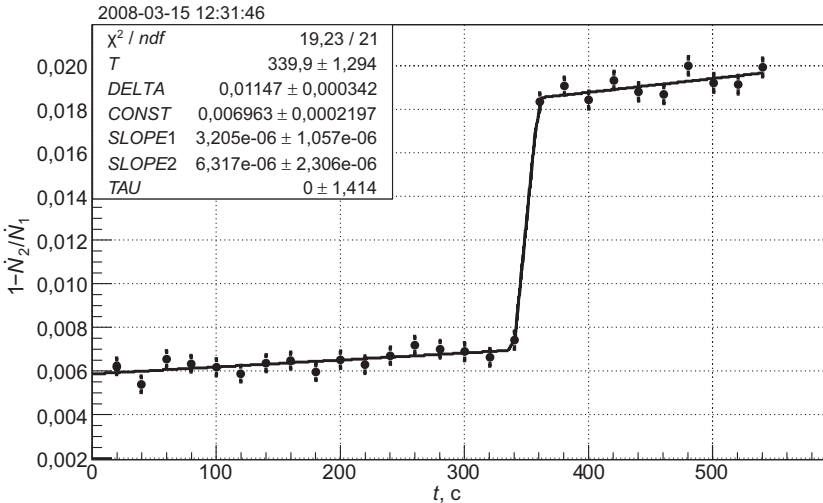


Рис. 5.25. Регистрация процесса резонансной деполаризации

Определение средней энергии частиц

В ускорителе с плоской орбитой (когда отсутствуют радиальные и продольные магнитные и электрические поля) спин прецессирует вокруг направления ведущего магнитного поля $\vec{B} = (0, B_y, 0)$. Вычисляя набег спиновой фазы за период обращения частицы в ускорителе, получим выражение для средней частоты прецессии спина:

5.7. Измерение энергии пучка

$$\omega_s = \left(\frac{\mu_0}{\gamma} + \mu' \right) \frac{1}{2\pi} \oint B_y d\vartheta = \omega_0 \left(1 + \gamma \frac{\mu'}{\mu_0} \right), \quad (5.100)$$

где ϑ — азимут вдоль замкнутой орбиты; ω_0 — циклическая частота обращения. Вводя нормализованную спиновую частоту ν_s

$$\omega_s/\omega_0 = 1 + \gamma \frac{\mu'}{\mu_0} = 1 + \nu_s, \quad (5.101)$$

получаем выражение для средней энергии пучка:

$$E = \nu_s \frac{m_e c^2}{\mu'/\mu_0}. \quad (5.102)$$

Входящие в это выражение константы известны с высокой точностью, в частности, для электронов

$$\begin{aligned} \frac{\mu'}{\mu_0} &= 1,1596521859 \cdot 10^{-3} \pm 3,8 \cdot 10^{-12}, \\ m_e c^2 &= 0,51099892 \pm 4 \cdot 10^{-8} \text{ МэВ}, \end{aligned}$$

что дает возможность найти среднюю энергию электронного пучка по измеренной частоте спиновой прецессии

$$E[\text{МэВ}] = 440,64843(3) \cdot \nu_s \quad (5.103)$$

с относительной точностью $7,8 \cdot 10^{-8}$.

На ускорительном комплексе ВЭПП-4 в ИЯФ им. Будкера СО РАН реализована методика калибровки средней энергии пучков электронов и позитронов методом резонансной деполяризации с рекордной относительной точностью 10^{-6} [108]. Такая методика дает возможность измерять массу элементарных частиц с чрезвычайно высокой точностью [109, 110]. Массы J/ψ и $\psi(2s)$ мезонов, измеренные на ВЭПП-4М, входят в десятку наиболее точно известных масс элементарных частиц, измеренных за всю историю физики.

5.7.2. Метод обратного комптоновского рассеяния

Физические основы метода

В процессе взаимодействия электромагнитного излучения с электронами происходит изменение энергии квантов излучения (эффект Комптона). Теория релятивистского эффекта Комптона подробно изложена

в [15]. Кинематика комптоновского рассеяния описывается законом сохранения четырехмерных векторов энергии-импульса:

$$p + k_0 = p' + k, \quad (5.104)$$

где $p = (E, \vec{p})$ и $k_0 = (\hbar\omega_0, \vec{k}_0)$ — соответственно энергия-импульс электрона и фотона до взаимодействия; $p' = (E', \vec{p}')$ и $k = (\hbar\omega, \vec{k})$ — после взаимодействия. В релятивистском случае, когда $E \gg m_e c^2 \gg \hbar\omega_0$ ($m_e c^2 \simeq 0,511$ МэВ — энергия покоя электрона), рассеянные фотоны сосредоточены в узком конусе, ось которого направлена вдоль вектора невозмущенного импульса электрона \vec{p} . Этот частный случай называют обратным комптоновским рассеянием. Диаграмма, иллюстрирующая процесс обратного комптоновского рассеяния, показана на рис. 5.26.

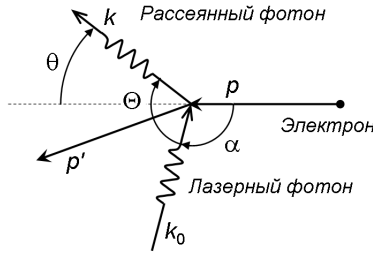


Рис. 5.26. Диаграмма обратного комптоновского рассеяния

Метод измерения энергии электронного пучка с помощью ОКР основан на том, что максимальная энергия комптоновских γ -квантов однозначно связана с энергией частиц пучка. Спектр обратного комптоновского излучения описывается формулой:

$$\hbar\omega = \hbar\omega_0 \frac{1 - \beta \cos \alpha}{1 - \beta \cos \theta + \frac{\hbar\omega_0}{E} (1 - \cos \Theta)}, \quad (5.105)$$

где $\hbar\omega$ — энергия комптоновских γ -квантов; $\hbar\omega_0$ — энергия фотонов лазерного излучения; E — энергия пучка; $\beta = v/c = \sqrt{1 - (m_e c^2/E)^2}$. Углы α , θ , Θ , Φ показаны на рис. 5.26, $\cos \Theta = \cos \alpha \cos \theta + \sin \alpha \sin \theta \cos \Phi$.

Максимальной энергией $\hbar\omega_{\max}$ обладают комптоновские γ -кванты, рассеянные по направлению начального импульса электрона ($\theta = 0$,

5.7. Измерение энергии пучка

$\Theta = \alpha$). В случае ультрарелятивистского пучка ($\beta = 1$) $\hbar\omega_{\max}$ описывается выражением:

$$\hbar\omega_{\max} = \frac{E^2}{E + \frac{m_e^2 c^4}{4 \hbar\omega_0 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}}. \quad (5.106)$$

Если $\alpha = \pi$ (лобовое столкновение), то энергия рассеянного γ -кванта достигает максимально возможного значения.

Таким образом, измеряя спектр обратного комптоновского рассеяния, по его краю можно определить энергию электронного пучка:

$$E = \frac{\hbar\omega_{\max}}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{m_e^2 c^4}{\hbar^2 \omega_{\max} \omega_0 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}} \right). \quad (5.107)$$

Если угол α близок к π , то энергия может быть вычислена по простой приближенной формуле:

$$E = \frac{m_e c^2}{2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\omega_{\max}}{\omega_0}}. \quad (5.108)$$

Резкий край спектра комптоновского излучения позволяет довольно точно определять среднюю энергию пучка. По ширине края также может измеряться и энергетический разброс пучка.

Методика измерения

На электрон-позитронном коллайдере ВЭПП-4М ИЯФ им. Будкера СО РАН работает система измерения энергии пучка с помощью ОКР [111], предназначенная для рутинного измерения энергии пучка в экспериментах по физике высоких энергий. Точность измерения энергии пучка — около 60 кэВ или $3 \cdot 10^{-5}$ в диапазоне 1,5–2 ГэВ.

Для генерации излучения используется CO₂ лазер с длиной волны $\lambda_0 = 10,591$ мкм, чему соответствует энергия фотонов $\hbar\omega_0 = 0,117$ эВ. Такая длина волны была выбрана, чтобы максимум энергии комптоновских γ -квантов (5.106) находился в диапазоне 4–7 МэВ, что соответствует диапазону измеряемой энергии пучка 0,5–2 ГэВ. Ширина спектра лазерного излучения не превышает $3,5 \cdot 10^{-6}$, среднюю энергию фотонов лазерного пучка можно считать постоянной с точностью 10^{-8} . Максимальная мощность непрерывного излучения лазера составляет

около 50 Вт. Излучение лазера с помощью системы зеркал и линз фокусируется и вводится через прозрачное окно (ZnSe) в вакуумную камеру накопителя, где взаимодействует с электронным пучком под нулевым углом и, рассеиваясь обратно, регистрируется детектором.

Для измерения спектра комптоновских γ -квантов используется детектор из особо чистого германия (HPGe). По сути HPGe детектор является большим германиевым диодом p - n или p - i - n типа, работающим в режиме с обратным смещением. При рабочей температуре (около 90 K) проводимость особо чистого германия достаточно мала, что позволяет использовать детектор при больших запирающих напряжениях (1,5–3,5 кВ) и обеспечить высокую эффективность сбора заряда, освобожденного ионизирующим излучением в объеме детектора. Средняя энергия, необходимая для создания одной электрон-дырочной пары в германии равна 2,95 эВ (при $T = 90$ K), что определяет его превосходные спектрометрические качества. На ВЭПП-4М используется HPGe детектор коаксиального типа с активным объемом около 120 см^3 и эффективностью полного поглощения около 5 % для фотонов с энергиями 5–6 МэВ.

Для абсолютной калибровки системы используются радиоактивные изотопы — источники γ -излучения ^{60}Co , ^{137}Cs , ^{24}Na , ^{228}Ac , размещенные вблизи детектора. Изотопы излучают γ -кванты, энергия которых известна с высокой точностью. Средняя скорость счета γ -квантов,

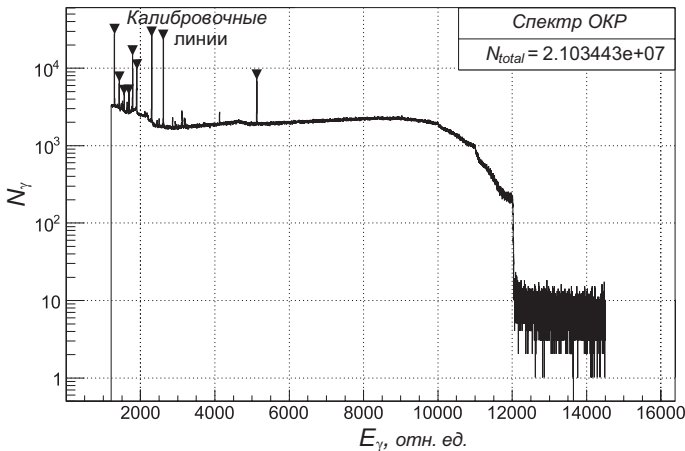


Рис. 5.27. Измеренный спектр ОКР с калибровочными линиями

5.7. Измерение энергии пучка

излучаемых калибровочными изотопами — около 1 кГц. Скорость счета комптоновских γ -квантов зависит от интенсивности электронного пучка ВЭПП-4М и в среднем составляет 10 кГц. Для измерения энергии пучка с требуемой точностью необходима регистрация около 5 млн событий, на это требуется от 5 до 30 мин в зависимости от интенсивности потока γ -квантов. На рис. 5.27 приведен пример комптоновского спектра, измеренного на электрон-позитронном коллайдере ВЭПП-4М. Энергетическая шкала и разрешение детектора контролируется по положению и ширине калибровочных пиков.

Край комптоновского спектра аппроксимируется функцией с шестью параметрами:

$$g(x, p_0, 1, \dots, 5) = \frac{1}{2} [p_4 (x - p_0) + p_2] \operatorname{erfc} \left(\frac{x - p_0}{\sqrt{2} p_1} \right) - \frac{p_1 p_4}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(x - p_0)^2}{2p_1^2} \right] + p_5 (x - p_0) + p_3, \quad (5.109)$$

где p_0 — положение края, соответствующее средней энергии пучка; p_1 — ширина края, пропорциональная энергетическому разбросу; p_2 — высота ступеньки; p_3 — подложка; p_4 — наклон слева; p_5 — наклон справа. Пример края измеренного комптоновского спектра с аппроксимирующей кривой и параметрами подгонки приведен на рис. 5.28.

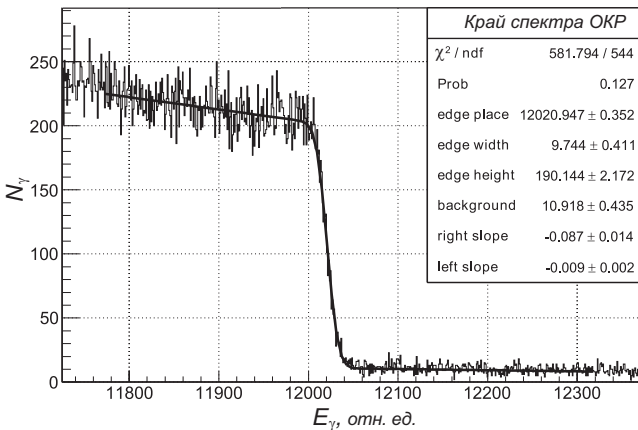


Рис. 5.28. Фрагмент спектра ОКР вблизи ω_{\max}

Видимая ширина края спектра обусловлена наличием энергетического разброса в электронном пучке и энергетическим разрешением НРGe детектора, вклад которого вычисляется по калибровочной кривой. Таким образом, одновременно со средней энергией электронов в пучке измеряется и энергетический разброс частиц.

Источниками систематической ошибки данного метода измерения энергии являются следующие эффекты: влияние температуры электроники и интенсивности потока излучения на шкалу детектора (линейная часть); нелинейность шкалы детектора; ненулевая дисперсионная функция на участке взаимодействия лазерного излучения с пучком; изменение интенсивности пучка γ -квантов в процессе измерения энергии.

5.8. Измерение энергетического разброса

Эксперименты по физике высоких энергий предъявляют высокие требования к стабильности параметров пучков в коллайдере, включая энергетический разброс пучка. В экспериментах по прецизионному измерению масс частиц [109, 110] величина энергетического разброса определяет энергетическое разрешение. С точки зрения детектора лучшим способом измерения энергетического разброса является сканирование по энергии узких резонансов, таких как $\psi(2s)$ -мезон, однако, эта процедура требует существенных затрат времени и не может проводиться часто. Таким образом, задача измерения энергетического разброса ускорительными методами весьма актуальна в установках со встречными пучками.

Один из способов оперативного измерения энергетического разброса — аппроксимация края комптоновского спектра функцией (5.109). В последних экспериментах по прецизионному измерению масс частиц, проводящихся на электрон-позитронном коллайдере ВЭПП-4М, точность измерения энергетического разброса данным методом составляет 10–15 %.

В предположении пренебрежимо малого влияния коллективных эффектов продольный размер пучка σ_z пропорционален энергетическому разбросу:

$$\sigma_z = \frac{\alpha}{\omega_s} \frac{\sigma_E}{E},$$

где α — коэффициент расширения орбит; $\omega_s = Q_s \omega_0$ — циклическая частота синхротронных колебаний. Коллективные эффекты приводят

5.8. Измерение энергетического разброса

к зависимости продольного размера от тока пучка (5.76), см. рис. 5.19. Таким образом, измерение продольного размера необходимо проводить при очень малых токах пучка, что, конечно же, ухудшает их точность.

В принципе энергетический разброс может быть определен по измерениям поперечного (обычно горизонтального) размера пучка σ_{\perp} в местах с большой дисперсией, где вклад энергетического разброса в размер является преобладающим. При выполнении условия

$$\left[D(z) \frac{\sigma_E}{E} \right]^2 \gg \varepsilon \beta(z),$$

где D — дисперсия и β — бета-функция на данном азимуте, а ε — эмиттанс, можно приближенно оценить σ_E/E по простой формуле

$$\frac{\sigma_E}{E} \simeq \frac{\sigma_{\perp}}{D},$$

однако точность измерений также может оказаться недостаточной.

Спектральный анализ синхробетатронных мод

Существуют и другие методы определения энергетического разброса по измеренным параметрам пучка [112]. В основе одного из таких методов лежит спектральный анализ хроматических синхробетатронных мод колебаний пучка. Из-за хроматизма в спектре бетатронных колебаний пучка рядом с основным пиком появляются спутники на частотах, кратных синхротронной частоте, их относительная амплитуда определяется выражением [113]:

$$R_m(y) = \frac{1}{y^2} \int_0^{\infty} J_m^2(x) e^{-\frac{x^2}{2y^2}} x dx, \quad (5.110)$$

где

$$y = \frac{\xi}{Q_s} \frac{\sigma_E}{E},$$

J_m — функция Бесселя; m — номер синхробетатронной гармоники; σ_E/E — относительный энергетический разброс; Q_s — бетатронная частота в единицах частоты обращения; $\xi = \frac{\Delta Q_{\beta}}{\Delta p/p}$ — хроматизм.

Чтобы исключить влияние коллективных эффектов на динамику пучка, измерения необходимо проводить при малых токах пучка.

На электрон-позитронном коллайдере ВЭПП-4М использовался многоанодный ФЭУ [49], обеспечивающий измерения поперечного профиля пучка с однооборотным временным разрешением. Чувствительность ФЭУ позволяет проводить измерения при токах пучка порядка 10 мкА, что дает возможность практически полностью избавиться от влияния коллективных эффектов.

Колебания пучка возбуждались коротким импульсом электромагнитного поля в кикере, амплитуда удара подбиралась таким образом, чтобы размах колебаний пучка заметно превышал вертикальный размер сгустка. Спектр колебаний вычислялся путем дискретного преобразования Фурье измеренного массива координат пучка. Частоты и амплитуды синхробетатронных гармоник определялись с помощью уточнения ДПФ методом промежуточных гармоник [80]. Пример спектра приведен на рис. 5.29, хорошо видны три пары синхробетатронных сателлитов.

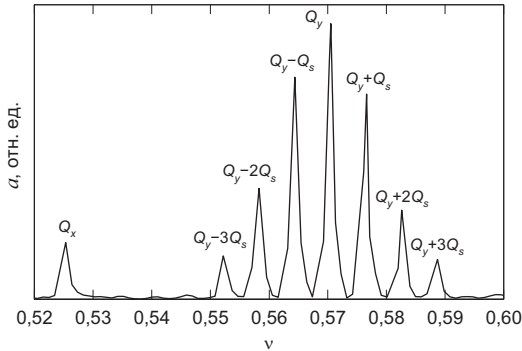


Рис. 5.29. Спектр синхробетатронных колебаний

Измерения были проведены для ряда значений вертикального хроматизма в диапазоне $\xi_y = 5 - 20$. Измеренная зависимость $R_1/R_0(\xi_y)$ амплитуды первого синхробетатронного сателлита, нормированной на амплитуду бетатронного пика, показана на рис. 5.30 для двух режимов работы ВЭПП-4М с разными значениями энергии: 1550 МэВ и 1850 МэВ. На графиках приведены экспериментальные точки с соответствующей погрешностью измерения и теоретические кривые (5.110). Аппроксимация измеренных данных функцией (5.110) дает величину энергетического разброса.

5.8. Измерение энергетического разброса

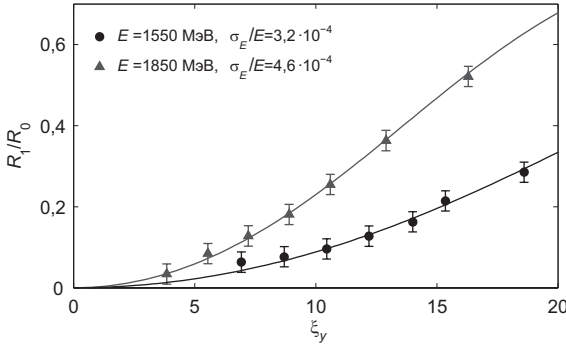


Рис. 5.30. Измеренная зависимость R_1/R_0

Анализ огибающей бетатронных колебаний

Альтернативный метод основан на анализе огибающей бетатронных колебаний. Как было показано в [13], огибающая $A(t)$ свободных бетатронных колебаний, возбужденных коротким ударом с амплитудой δa (σ_{\perp} — поперечный размер пучка), имеет вид:

$$A(t) \propto \exp\left[-\frac{t^2}{2\tau^2}\right] \exp\left[-\left(\frac{\partial\omega_{\beta}}{\partial E} \frac{\sigma_E}{\omega_s}\right)^2 (1 - \cos \omega_s t)\right], \quad (5.111)$$

где

$$\tau^{-1} = 2 \frac{\partial\omega_{\beta}}{\partial a^2} \delta a \sigma_{\perp}.$$

При ненулевом хроматизме огибающая модулирована по амплитуде с частотой синхротронных колебаний, глубина модуляции зависит от хроматизма и энергетического разброса.

Энергетический разброс может быть определен как параметр аппроксимации измеренной огибающей бетатронных колебаний расчетной функцией (5.111). Однако форма огибающей отклоняется от (5.111) из-за быстрого затухания, обусловленного взаимодействием пучка с поперечным импедансом вакуумной камеры. Декремент быстрого затухания пропорционален току пучка (5.80). Проблема может быть решена двумя способами: измерением декремента (5.80) и включением затухания в функцию аппроксимации или проведением измерений огибающей с пучком малой интенсивности, когда затуханием можно пренебречь. В экспериментах на ВЭПП-4М измерения проводились с помощью

многоанодного ФЭУ, имеющего достаточное пространственное разрешение при токе пучка 10–30 мкА.

Чтобы дополнительно повысить точность измерений, был применен алгоритм дискретного гребенчатого фильтра [10]. Координатное разрешение системы диагностики определяется шумом в полосе выходного сигнала. Шумовая погрешность, будучи обратно пропорциональной интенсивности пучка, зависит от полосы частотной характеристики датчика. Для уменьшения влияния шума и улучшения координатного разрешения в системах диагностики используются различные аналоговые и дискретные фильтры. Примером такого фильтра является дискретное преобразование Фурье, повышающее разрешение в \sqrt{N} раз, где N — размер массива измеренных данных. Если в задачу входит определение формы колебаний со сложной огибающей, то оптимальное подавление шума дает применение узкополосного дискретного гребенчатого фильтра. Суть фильтра состоит в Фурье-синтезе массива выборок из малого количества Фурье-гармоник, определяющих полезный сигнал. При такой операции разложение/синтез шумовые гармоники, содержащиеся в полном Фурье-спектре исходного сигнала, отбрасываются, что и улучшает отношение сигнал/шум в новом массиве выборок.

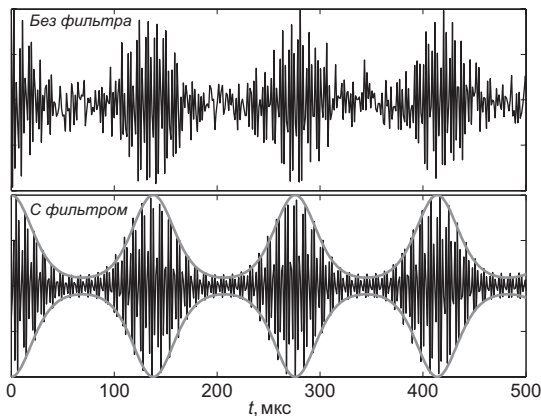


Рис. 5.31. Применение дискретного гребенчатого фильтра

Эффективность дискретного гребенчатого фильтра иллюстрирует рис. 5.31. Верхний график отображает исходные измеренные данные, нижний — результат фильтрации, колебания синтезированы из набора гармоник $Q_\beta \pm mQ_s$, где Q_β — бетатронная и Q_s — синхротронная

5.8. Измерение энергетического разброса

частоты, $m = 0, 1, 2, 3$. Частоты и амплитуды гармоник вычислялись с высокой точностью с помощью ДПФ с уточнением методом промежуточных гармоник [80]. На нижнем графике также приведена огибающая колебаний.

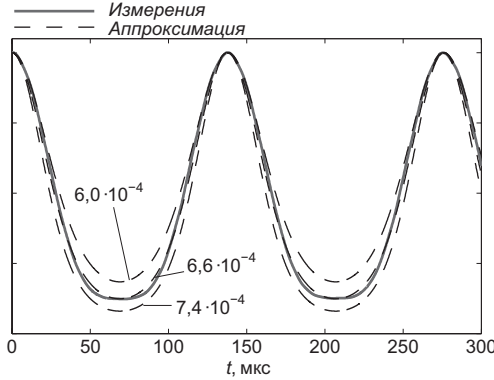


Рис. 5.32. Аппроксимация огибающей

Пример аппроксимации измеренной огибающей бетатронных колебаний расчетной функцией (5.111) приведен на рис. 5.32. Сплошной линией показана измеренная огибающая, пунктирными — аппроксимирующая функция (5.111) с тремя близкими значениями энергетического разброса как параметра аппроксимации. Можно полагать, что оптимальная аппроксимация позволяет определить энергетический разброс с точностью не хуже 5 %.

Глава 6

Обратные связи в ускорителях

6.1. Обратная связь

Понятие обратной связи (ОС) широко используется в радиотехнике, теории управления, биологии, экономике и других областях науки и техники. В общем смысле обратной связью называется эффект влияния выходного сигнала какой-либо динамической системы на процесс функционирования этой системы. Основные принципы обратной связи были разработаны в 1930-х годах, применение обратной связи в радиотехнике позволило резко улучшить важнейшие параметры активных цепей, таких как усилители, генераторы и т. п. В электронных схемах обратная связь реализуется путем подачи на вход активного четырехполюсника дополнительного сигнала, являющегося функцией выходного сигнала. Так образуется замкнутый контур, называемый петлей обратной связи. Как активный элемент схемы, так и цепь обратной связи могут быть частотно-зависимыми, тогда и коэффициент усиления также будет иметь определенную частотную характеристику.

В общем виде структурная схема усилителя с линейной обратной связью приведена на рис. 6.1. Напряжение с выхода усилителя, имеющего коэффициент усиления K , подается на вход звена обратной связи с коэффициентом передачи β . Выходное напряжение звена обратной связи, равное

$$U_{OC} = \beta U_{\text{ВЫХ}} , \quad (6.1)$$

подается на вход усилителя, где алгебраически суммируется со входным напряжением. В результате напряжение на входе усилителя составляет

6.1. Обратная связь

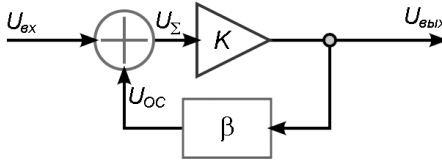


Рис. 6.1. Усилитель с обратной связью

величину:

$$U_{\Sigma} = U_{\text{вх}} + U_{\text{ОС}} , \quad (6.2)$$

а выходное напряжение можно записать в виде:

$$U_{\text{вых}} = K U_{\Sigma} . \quad (6.3)$$

Подставляя в данное выражение U_{Σ} (6.2) и $U_{\text{ОС}}$ (6.1), получаем:

$$U_{\text{вых}} = K (U_{\text{вх}} + \beta U_{\text{вых}}) ,$$

откуда коэффициент усиления $K_{\text{ОС}}$ цепи с замкнутой обратной связью определяется следующим образом:

$$K_{\text{ОС}} = \frac{K}{1 - K\beta} . \quad (6.4)$$

Простая формула (6.4) позволяет сделать некоторые важные выводы о свойствах цепей с обратной связью. Выражение в знаменателе $1 - K\beta$ называется глубиной обратной связи и показывает, во сколько раз изменяется коэффициент усиления под влиянием ОС. Входящее в формулу произведение $K\beta$ обычно называют петлевым усилением. Отрицательное петлевое усиление $K\beta < 0$ соответствует отрицательной обратной связи, которая уменьшает коэффициент усиления. Особенностью отрицательной обратной связи является то, что при больших K петлевое усиление $K\beta \gg 1$ и коэффициент усиления цепи, охваченной отрицательной обратной связью, определяется только свойствами звена ОС: $K_{\text{ОС}} \approx 1/\beta$. Это свойство обратной связи часто используется в схемах аналоговой электроники. Положительное петлевое усиление $K\beta > 0$ указывает на наличие положительной обратной связи. Нетрудно увидеть, что при этом происходит увеличение коэффициента усиления. В случае положительной обратной связи, при $K\beta \rightarrow 1$ $K_{\text{ОС}} \rightarrow \infty$,

возникают регенеративные процессы и цепь становится неустойчивой. В зависимости от свойств цепей, а также от вида входного воздействия возможны различного вида автоколебания или релаксационные переходы в устойчивые нелинейные состояния.

В применении к ускорительной физике «усилителем» являются физические эффекты, приводящие к отклонению частиц пучка от равновесия в продольном или поперечном направлениях. В ускорителе может возникнуть положительная обратная связь за счет электромагнитных полей, наведенных пучком, и, в свою очередь, воздействующих на сам пучок. Такая положительная ОС может приводить к неустойчивости продольного или поперечного движения пучка. Стабилизировать движение пучка и подавлять неустойчивости можно с помощью систем отрицательной обратной связи, в последнее время довольно широко использующихся в ускорительных установках.

6.2. Стабилизация параметров пучка

6.2.1. Необходимость стабилизации пучка

Для обеспечения эффективной работы лептонных коллайдеров и источников синхротронного излучения традиционно предъявлялись высокие требования к стабильности параметров пучков. В настоящее время стабильность пучка становится важнейшим условием работы существующих и проектируемых адронных и ионных ускорителей, причем не только для достижения оптимальных рабочих характеристик, но также и для защиты самих установок от повреждений, поскольку постоянное совершенствование ускорительной техники привело к значительному увеличению энергии, запасенной в пучке.

Возмущающими факторами, влияние которых может приводить к снижению эффективности работы ускорителя, являются: отклонение полей в магнитах от расчетных значений, погрешности юстировки элементов магнитной системы, сейсмические вибрации, тепловое расширение магнитов и ускоряющих резонаторов, температурный дрейф параметров, а также другие динамические эффекты. Полностью автоматизированное управление ключевыми параметрами пучка, такими как орбита, бетатронные частоты, связь колебаний, хроматизм, энергия и др., с непрерывной коррекцией возмущений, вносимых

6.2. Стабилизация параметров пучка

вышеперечисленными факторами, становится практически неотъемлемой частью системы управления современным ускорителем.

Разнообразие современных систем обратной связи определяется различными требованиями к параметрам ОС в ускорителях разных типов. Следуя [114], рассмотрим основные принципы построения систем стабилизации параметров пучка для источников синхротронного излучения, лептонных и адронных коллайдеров.

Требования к стабильности электронного пучка в источниках синхротронного излучения определяются свойствами и качеством фотонных пучков, используемых в экспериментах. В зависимости от соотношения времени интегрирования экспериментальных данных и характерной частоты возмущения, колебания пучка как целого приводят либо к расплыванию эффективного эмиттанса, ухудшающему качество фотонного пучка, либо к увеличению погрешности измерений. С целью минимизации эффективного эмиттанса практически на всех источниках СИ используются системы обратной связи для стабилизации орбиты и энергии пучка. С помощью таких систем минимизируются поперечные отклонения пучка от равновесной орбиты в квадрупольных линзах, тем самым подавляется паразитная дисперсия и поддерживается стабильная вертикальная орбита в секстиполях для уменьшения связи вертикального и горизонтального эмиттанса [115].

Стабильность пучка в лептонных и адронных коллайдерах является необходимым условием для оптимизации светимости в экспериментах по физике высоких энергий. Так же, как и в источниках СИ, стабилизация орбиты требуется для того, чтобы минимизировать эмиттанс и обеспечить устойчивое сведение пучков в местах встречи. Кроме орбиты, с помощью систем обратной связи стабилизируются бетатронные частоты так, чтобы во время ускорения предотвратить пересечение бетатронных резонансов, которые могут вызвать потери частиц пучка.

В современных адронных коллайдерах из-за большой энергии, запасенной в пучке, необходим идеально работающий механизм предотвращения потерь частиц в сверхпроводящих элементах. Так, энергия пучка, циркулирующего в Большом адронном коллайдере (Large Hadron Collider, LHC), достаточна для того, чтобы при потере пучка вызвать срыв сверхпроводимости во всех магнитах и привести к серьезным повреждениям. Таким образом, экстремальные требования к стабильности параметров пучка в сверхпроводящих адронных коллайдерах определяются необходимостью максимально быстро контролировать и предотвращать потери частиц. Например, во время регулярной работы

коллайдера ЛНС должна обеспечиваться стабильность орбиты пучка в местах расположения коллиматоров не хуже, чем 25 мкм.

В отличие от лептонных машин, требующих стабилизации бетатронных частот с точностью, достаточной для того, чтобы предотвратить пересечение бетатронных резонансов до 4-го порядка, в адронных коллайдерах для обеспечения соответствующего времени жизни пучка, из-за пренебрежимо малого радиационного затухания колебаний, во время перестройки энергии рабочая точка на плоскости бетатронных частот не должна пересекать резонансы вплоть до 12-го порядка. Так, в ЛНС стабильность бетатронных частот должна быть лучше чем 10^{-3} , а коррекция хроматизма во время ускорения должна удерживать его в пределах 2 ± 1 , в то время как без коррекции предполагаемое изменение хроматизма превышает 100 единиц в течение нескольких сотен секунд после начала подъема энергии.

Разнообразные возмущения, влияющие на орбиту пучка, бетатронные частоты, связь бетатронных колебаний, хроматизм и энергию, могут быть условно разделены на три группы в соответствии с источниками:

1. *Внешние возмущения*: изменения температуры окружающей среды и атмосферного давления; механическое движение грунта, вызванное сейсмической активностью, приливными волнами и человеческой деятельностью (промышленность, транспорт). Эти возмущения передаются в пучок частиц главным образом через квадруполи, фокусировка пучка в которых зависит от поперечных смещений.
2. *Собственные возмущения ускорителя*: вариации полей в элементах магнитной структуры; шумы, вызванные течением охлаждающих жидкостей; вибрация вентиляционных насосов; вихревые токи.
3. *Отказы отдельных элементов*, которые важны для больших машин типа ЛНС, где выход из строя одного из более чем 1300 корректирующих магнитов оказывает значительное влияние на работу ускорителя.

Характерный временной масштаб возмущений может быть долгосрочным (от нескольких месяцев до нескольких дней), среднесрочным (дни или часы) или краткосрочным (от часов до миллисекунд). Пределы применимости обратных связей, корректирующих медленные возмущения пучка, в конечном счете ограничены тепловым дрейфом, шумами

и систематическими погрешностями измерительных и корректирующих цепей. Из-за чувствительности пучка к тепловому дрейфу в источниках СИ 3-го поколения необходимо стабилизировать не только орбиту, но также и температуру экспериментального зала, туннеля ускорителя, вакуумной камеры и охлаждающей воды на уровне около $\pm 0,1$ °С. Весьма распространенный в настоящее время “top-up” режим эксплуатации источников СИ, когда с помощью регулярной инжекции из бустерного ускорителя поддерживается постоянный ток пучка и, как следствие, постоянное тепловыделение, также способствует температурной стабильности.

Внешние возмущения, параметры пучка и силы корректоров являются функциями времени. Поэтому при проектировании систем обратной связи часто отдельно анализируются схема коррекции отклонений параметра пучка от требуемого значения при заданном постоянном возмущении (space domain) и зависящие от времени (time domain) процессы, описывающие работу системы в режиме реального времени. Такое разделение позволяет сделать работу системы более гибкой, особенно при возможных отказах отдельных элементов, когда требуется быстрая подстройка параметров обратной связи.

6.2.2. Алгоритмы коррекции

Для большинства ускорителей воздействие корректирующих элементов на такие параметры как орбита, бетатронные частоты, связь бетатронных колебаний, хроматизм и энергия, может считаться линейным, и для расчета коррекции может использоваться матричный формализм. Связь между измеренными параметрами пучка и корректирующими воздействиями в линейном приближении описывается матричным уравнением:

$$\vec{x} = \mathbf{R}\vec{f}, \quad (6.5)$$

где $\vec{x} = (x_1, \dots, x_N)$ — вектор значений параметра пучка, измеренный N датчиками; $\vec{f} = (f_1, \dots, f_M)$ — вектор из M корректирующих воздействий; \mathbf{R} — матрица отклика, элементы R_{ij} которой описывают реакцию i -го датчика на изменение силы j -го корректора. Так, в случае коррекции замкнутой орбиты пучка \vec{x} — это совокупность отклонений орбиты, измеренных датчиками положения пучка, а \vec{f} — токи дипольных корректирующих магнитов.

Пространственный (space domain) алгоритм коррекции разрабатывается для вычисления сил корректоров $\vec{f}_s = \lim_{t \rightarrow \infty} [f_1(t), \dots, f_M(t)]$, при заданном постоянном возмущении минимизирующих отклонение r параметра пучка

$$r = \|\vec{x} - \vec{x}_0\| = \|\mathbf{R}\vec{f}_s\| < \varepsilon, \quad (6.6)$$

где \mathbf{R} — матрица отклика; \vec{x} — вектор текущих измеренных значений; \vec{x}_0 — вектор цели, к которому производится коррекция. Норма вектора определена как

$$\|\vec{x}\| = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^N x_i^2}. \quad (6.7)$$

Как следует из (6.5), алгоритм коррекции по существу состоит в обращении матрицы отклика \mathbf{R} . Однако на практике матрица \mathbf{R} часто оказывается вырожденной или почти вырожденной, поэтому одним из самых широко используемых алгоритмов обращения \mathbf{R} является разложение по собственным числам (singular value decomposition, SVD). Матрица отклика записывается в виде (5.42)

$$\mathbf{R} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^T,$$

а обратная матрица — в виде (5.43)

$$\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{V}\mathbf{\Lambda}^{-1}\mathbf{U}^T,$$

где \mathbf{U} — плотная унитарная матрица размерностью $m \times n$; $\mathbf{\Lambda}$ — диагональная матрица, состоящая из собственных значений матрицы \mathbf{R} , а \mathbf{V} — ортогональная матрица, столбцы которой являются собственными векторами матрицы \mathbf{R} . Для исключения сингулярностей при вычислении \mathbf{R}^{-1} значения λ_k^{-1} , соответствующие малым собственным числам λ_k , приравняются к нулю. Количество собственных значений, используемых для расчета обратной матрицы \mathbf{R}^{-1} выбирается в результате компромисса между точностью коррекции и надежностью алгоритма: большее число собственных значений обеспечивает лучшую сходимость, но в то же время процесс коррекции становится более чувствительным к ошибкам измерения и шуму электроники. Кроме того, матрица отклика, используемая для коррекции, может расходиться с реальной матрицей магнитной структуры, поэтому процесс коррекции может состоять из нескольких последовательных итераций.

6.2.3. Расчет передаточных функций

Анализ зависящих от времени (time domain) процессов, происходящих в системе стабилизации параметров пучка, позволяет оптимизировать работу системы в реальном времени. Типичная схема замкнутой системы автоматического регулирования с одним входом и одним выходом (single-input-single-output, SISO) изображена на рис. 6.2. Объект регулирования характеризуется частотно-зависимой передаточной функцией $G(p)$, устройство управления (регулятор) — функцией $D(p)$, p — комплексная частота Лапласа. Стабильность системы и ее чувствительность к возмущениям и шуму определяются следующими функциями:

$$T(p) \equiv \frac{\mathbf{y}}{\mathbf{r}} = \frac{D(p)G(p)}{1 + D(p)G(p)}, \quad (6.8)$$

$$S_d(p) \equiv \frac{\mathbf{y}}{\delta_d} = \frac{1}{1 + D(p)G(p)}, \quad (6.9)$$

$$S_i(p) \equiv \frac{\mathbf{y}}{\delta_i} = \frac{G(p)}{1 + D(p)G(p)}, \quad (6.10)$$

$$S_u(p) \equiv \frac{\mathbf{u}}{\delta_d} = \frac{D(p)}{1 + D(p)G(p)}, \quad (6.11)$$

где $T(p)$ — полная (номинальная) передаточная функция; $S_d(p)$ — номинальная чувствительность, определяющая подавление возмущений схемой ОС; $S_i(p)$ — чувствительность к входным возмущениям и $S_u(p)$ — чувствительность системы управления. Переменные состояния также обозначены на рис. 6.2: \mathbf{r} — задающее воздействие (цель коррекции); \mathbf{y} — регулируемая величина; \mathbf{x} — сигнал ошибки; \mathbf{u} — корректирующее воздействие; δ_m — шум измерения; δ_i и δ_d — возмущения на входе и выходе объекта регулирования.

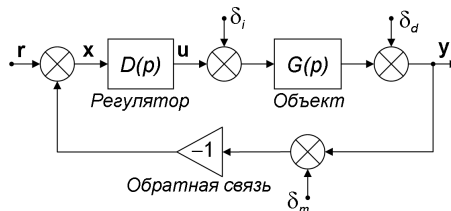


Рис. 6.2. Система автоматического регулирования первого порядка

Классический расчет обратной связи основан на исследовании нулей знаменателя в уравнениях (6.8) и (6.9) с использованием, например, критерия устойчивости Найквиста, сформулированного следующим образом: замкнутая система устойчива, если годограф передаточной функции $D(p)G(p)$ разомкнутой системы не охватывает на комплексной плоскости точку с координатами $(-1, 0i)$. Если разомкнутая система неустойчива, то для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы годограф передаточной функции $D(p)G(p)$ неустойчивой разомкнутой системы $n/2$ раз охватывал точку с координатами $(-1, 0i)$, где n — число корней характеристического уравнения разомкнутой системы, имеющих положительную действительную часть. При этом должен выполняться ряд условий, таких как обеспечение необходимой ширины полосы частот, минимизация случайных выбросов в процессе регулирования, обеспечение широкого динамического диапазона корректирующих воздействий, а также достижение максимальной надежности по отношению к ошибкам измерений и неточности модели. Для идеализированных процессов такой метод расчета дает адекватную модель регулятора, однако при наличии погрешностей, нелинейностей и шумов часто становится непригодным для оценки и регулирования чувствительности системы.

В работе [114] описан метод аффинной параметризации для оптимальных регуляторов, в основе которого лежит аналитическое обращение процесса. Для объекта $G(p)$, устойчивого с разомкнутой обратной связью, номинальная передаточная функция с замкнутой петлей обратной связи устойчива только тогда, когда передаточная функция устройства управления $D(p)$ параметризуется в виде

$$D(p) = \frac{Q(p)}{1 - Q(p)G(p)} , \quad (6.12)$$

где $Q(p)$ — произвольно взятая устойчивая передаточная функция. Устойчивость системы с замкнутой обратной связью непосредственно следует из определения (6.12), подставленного в уравнения (6.8)–(6.11). Функции чувствительности, выраженные через $Q(p)$, имеют вид:

$$T(p) = Q(p)G(p) , \quad (6.13)$$

$$S_d(p) = 1 - Q(p)G(p) , \quad (6.14)$$

$$S_i(p) = (1 - Q(p)G(p)) G(p) , \quad (6.15)$$

$$S_u(p) = Q(p) . \quad (6.16)$$

6.2. Стабилизация параметров пучка

Полагая передаточную функцию объекта $G(p)$ устойчивой, единственным условием устойчивости системы с замкнутой обратной связью является требование устойчивости функции $Q(p)$.

Преимуществом этого метода является прямой расчет регулятора с целью достижения требуемых рабочих параметров системы с замкнутой обратной связью и обеспечения необходимой устойчивости. Уравнения (6.13) и (6.14) дополняют друг друга и иллюстрируют присущее обратным связям ограничение: улучшение подавления возмущений может быть достигнуто за счет ослабления устойчивости к шумам, и наоборот. Таким образом, эффективность системы определяется в большей мере шириной полосы и шумовой характеристикой измерительной и корректирующей цепей, чем выбранной схемой обратной связи. Для достижения оптимальной стабилизации параметров пучка необходим систематический и полный анализ цепей датчиков пучка и корректоров, используемых в системе обратной связи.

Применим описанный метод для расчета простой системы первого порядка

$$G_0(p) = \frac{K_0}{1 + p\tau},$$

где K_0 — коэффициент передачи системы с разомкнутой обратной связью; τ — постоянная времени. Согласно общепринятому методу расчета регулятора, определим функцию $Q(p)$

$$Q(p) = F_Q(p)\tilde{G}_0^{-1}(p) \quad (6.17)$$

в виде произведения функции выбора компромиссного решения F_Q и псевдообратной передаточной функции объекта \tilde{G}_0^{-1} . Поскольку функция G_0 не имеет неустойчивых нулей, псевдообратная функция \tilde{G}_0^{-1} совпадает с обратной

$$G_0^{-1}(p) = \frac{1 + p\tau}{K_0}.$$

Функция $F_Q(p)$ должна быть первого порядка, запишем ее в виде

$$F_Q(p) = \frac{1}{1 + \alpha p}. \quad (6.18)$$

Подставляя выражение (6.17) в уравнение параметризации (6.12), получим передаточную функцию регулятора:

$$D(p) = \frac{\tau}{K_0 \alpha} + \frac{1}{K_0 \alpha p} = K_{\text{п}} + K_{\text{и}} \frac{1}{p}, \quad (6.19)$$

описывающую простой пропорционально-интегральный регулятор с пропорциональным коэффициентом передачи K_p и с интегральным K_i . Подстановка соотношения (6.17) в уравнение (6.13) дает равенство

$$T(p) = F_Q(p) , \quad (6.20)$$

означающее то, что передаточная функция системы с замкнутой обратной связью по существу определяется выбором функции $F_Q(p)$, а ширина полосы частот пропорциональна параметру $1/\alpha$. Это свойство может использоваться для настройки параметров системы с учетом эксплуатационных требований и следующих ограничений: сильное подавление входных возмущений сопровождается высокой чувствительностью к измерительным шумам (малая величина α), а снижение чувствительности к шумам приводит к ослаблению подавления возмущений (большая величина α).

Как следует из уравнения (6.16), максимально возможная ширина полосы частот системы с замкнутой обратной связью ограничена величиной корректирующего воздействия. Например, в случае силовых преобразователей ограничение определяется максимально возможным напряжением.

В реальных системах обратной связи могут быть значительные задержки λ , вносимые, например, конечным временем передачи и обработки данных, а также нелинейности $G_{NL}(p)$, возникающие из-за насыщения источников питания в корректирующих цепях и ограниченного времени нарастания тока в них же. С учетом этих эффектов передаточная функция объекта может быть записана, например, как:

$$G(p) = G_0(p) e^{-\lambda s} G_{NL}(p) . \quad (6.21)$$

Используя ту же самую псевдообратную функцию \tilde{G}_0^{-1} , что и в предыдущем примере, и подставляя $Q(p)$ (6.17) в уравнение (6.12), получим параметризацию регулятора $D_{NL}(p)$, включающую классический предиктор Смита, который представляет собой модель объекта управления, состоящую из двух частей: модели задержки и динамической модели объекта без задержки. С помощью предиктора Смита можно предсказать выходную переменную, решая уравнения модели, т. е. не дожидаясь реакции объекта на управляющее воздействие.

Подстановка (6.17), включая задержки и нелинейности, в уравнение (6.13) дает выражение передаточной функции системы с замкнутой обратной связью:

$$T(p) = F_Q(p) e^{-\lambda p} G_{NL}(p) . \quad (6.22)$$

6.2. Стабилизация параметров пучка

Так же как и в линейном случае, система с замкнутой обратной связью характеризуется функцией $F_Q(p)$, которая может быть выбрана в результате компромисса между подавлением возмущений устойчивости к шумам.

Описанный метод может также применяться для расчета систем, неустойчивых с разомкнутой обратной связью, а также систем со многими входами и многими выходами (multi-input multi-output, МИМО). Разработан ряд методик преобразования МИМО системы в конечное число невзаимодействующих друг с другом контуров обратной связи с одним входом и одним выходом (SISO).

Как правило, системы обратной связи для стабилизации параметров пучка в ускорителях разрабатываются и вводятся в эксплуатацию независимо друг от друга, а исследованию их взаимозависимости и уменьшению паразитных связей часто не уделяется должного внимания. Тем не менее, для устойчивой и надежной работы систем необходимо учитывать возможные перекрестные связи между несколькими параллельными, а возможно и вложенными петлями обратной связи уже на стадии проектирования.

Типичная перекрестная зависимость свойственна, например, системам стабилизации орбиты и бетатронных частот: хотя стабилизация орбиты пучка на микронном уровне подавляет нежелательные эффекты, связанные со смещением орбиты в магнитных элементах, и положительно влияет на время жизни пучка, она также налагает существенные ограничения на другие системы, в частности, предназначенные для стабилизации бетатронных частот и хроматизма, измерение которых требует возбуждения колебаний пучка, а в случае хроматизма — еще и изменения продольного импульса.

В качестве примера сложной взаимозависимости систем обратной связи можно привести ЛНС [114], где планируется одновременная стабилизация орбиты, бетатронных частот, связи бетатронных колебаний, хроматизма и энергии с помощью вложенных контуров обратной связи. Система ФАПЧ, используемая для измерения бетатронных частот и параметра связи, является самым внутренним контуром, вложенным в контур системы измерения и стабилизации хроматизма, в свою очередь охваченный петлей обратной связи, предназначенной для глобальной стабилизации бетатронных частот и параметра связи. Паразитные перекрестные зависимости удалось подавить, разделяя полосы частот разных систем: около 8 Гц для системы ФАПЧ, около 1 Гц для системы стабилизации хроматизма и менее 1 Гц для системы стабилизации

бетатронных частот и параметра связи. Такая иерархическая структура в особенности обусловлена необходимостью устранить перекрестную связь между системами обратной связи, управляющими бетатронными частотами и хроматизмом, иначе система стабилизации бетатронных частот минимизировала бы их отклонения, вызванные изменениями продольного импульса пучка, тем самым делая невозможным измерение хроматизма.

6.3. Стабилизация орбиты

Стабильность траектории пучка является существенным условием эффективной работы ускорителей заряженных частиц. Определение и минимизация источников шумов еще на стадии проектирования ускорителя может значительно улучшить ситуацию. Однако во многих случаях требуемый уровень стабильности траектории может быть достигнут только с помощью систем обратной связи. В частности без быстрых обратных связей нельзя обойтись в тех случаях, когда самые жесткие условия накладываются на краткосрочную (миллисекунды — секунды) и среднесрочную (минуты — дни) стабильность пучка [116].

Постоянное совершенствование накопителей электронов, предназначенных для генерации синхротронного излучения, с целью повышения яркости пучков СИ, согласно возрастающим требованиям пользователей привело к уменьшению эмиттанса в современных машинах до уровня нескольких нм·рад. Оптимизация структурных функций накопителя и минимизация связи бетатронных колебаний до десятых долей процента позволяют уменьшить вертикальный размер пучка и угловую расходимость в излучателях СИ (вигглерах и ондуляторах) до величин, гораздо меньших 10 мкм и 10 мкрад соответственно. В большинстве современных электронных накопителей — источников СИ система стабилизации орбиты должна поддерживать поперечное положение и угол наклона пучка в точке излучения в пределах нескольких процентов (не более 10%) от соответствующих значений поперечного размера и углового разброса пучка во временном диапазоне от миллисекунд до нескольких дней. Таким образом, система стабилизации должна обеспечивать субмикронную точность в заданном временном диапазоне [117].

Из-за беспрецедентной величины энергии, запасенной в пучке, Большой адронный коллайдер (ЛНС) стал первым адронным ускорителем, требующим непрерывного контроля и стабилизации орбиты, главным

6.3. Стабилизация орбиты

образом для обеспечения защиты сверхпроводящих магнитов от потерь пучка. Самые жесткие требования стабильности — не хуже $1/6$ средне-квадратичного размера пучка, что соответствует 25 мкм — в коллиматорах, предназначенных для предотвращения попадания частиц пучка на магниты и срыва сверхпроводимости. Система глобальной коррекции орбиты должна удерживать среднее по кольцу отклонение орбиты в пределах 0,5 мм во всех режимах работы машины [118].

Линейные ускорители электронов и позитронов планируется использовать в следующем поколении коллайдеров и источников синхротронного излучения, таких как однопролетные лазеры на свободных электронах (free electron laser, FEL). Для достижения проектной светимости в линейных коллайдерах интенсивные импульсные пучки, состоящие из множества сгустков, должны ускоряться с сохранением малого эмиттанса. Сохранение эмиттанса требует прецизионной стабилизации оптимальной траектории пучка, позволяющей минимизировать нежелательные эффекты wake-полей, наведенных пучком в ускоряющей структуре, и паразитной дисперсии, вызванной отклонением пучка в квадруполях. Прецизионное измерение траектории пучка обеспечивается однопролетными датчиками положения пучка высокого разрешения. В однопролетном лазере на свободных электронах импульсный пучок, состоящий из одного или многих сгустков, ускоряется линейным ускорителем. Так же, как и в линейном коллайдере, при ускорении надо избегать роста эмиттанса инжектированного пучка, типичный нормализованный эмиттанс которого не превышает $1-2$ мм·мрад для современных инжекторов. В ондуляторной секции точный синхронизм электронного пучка и лазерного излучения должен сохраняться на расстоянии до некоторых сот метров. При энергии ускоренного пучка в несколько гигаэлектрон-вольт типичный диаметр пучка в ондуляторах составляет несколько десятков микрон. Таким образом, траектория пучка в ондуляторах должна быть стабилизирована в пределах нескольких микрон (≤ 10 % поперечного размера) [119].

Основной причиной искажения траектории пучка в краткосрочном и среднесрочном временных диапазонах обычно является механическое смещение магнитов, особенно квадруполей, вызванное вибрациями грунта, тепловыми эффектами, движением охлаждающей жидкости и т. д. Другие источники нестабильности траектории — колебания тока источников питания, содержащие гармоники частоты сети, а также паразитные электрические и магнитные поля. В электронных накопителях — источниках СИ изменение зазоров и фаз источников излучения

(вигглеров и ондуляторов) может существенно искажать орбиту пучка. Динамические эффекты в сверхпроводящих магнитах ЛНС, такие как скачки поля в процессе ускорения, также могут вносить возмущения в орбиту. В отличие от циклических ускорителей траектория пучка частиц в линейном ускорителе не замкнута, и многооборотные эффекты, подавляющие поперечные колебания, отсутствуют. Высокочастотные компоненты шумов вызывают колебания поперечного положения пучка от импульса к импульсу (jitter). Основные источники возмущений — отклонения инжектируемого пучка и динамическое смещение квадруполь и ускоряющих структур, причем идентификация первичного источника возмущений часто бывает затруднена из-за наличия эффектов связи колебаний разных типов.

В типичной схеме обратной связи, предназначенной для стабилизации траектории пучка, входные сигналы поставляются совокупностью датчиков положения пучка (пикапов), корректирующее воздействие осуществляется с помощью дипольных магнитных корректоров или электромагнитных кикеров. В качестве регуляторов обычно используются программируемые сигнальные процессоры различных типов. Для расчета систем обратной связи широко применяются методы анализа в пространстве состояний (state-space formalism).

За последние двадцать пять лет системы обратной связи для стабилизации орбиты пучка в накопителях электронов развивались от локальных схем коррекции к глобальным. Параллельно происходил переход от аналоговых систем к цифровым, обусловленный стремительным прогрессом в области телекоммуникаций и электроники для цифровой обработки сигнала.

В локальной схеме три или четыре магнитных корректора используются для создания локального скомпенсированного воздействия, стабилизирующего положение и угол электронного пучка в нужной точке, не затрагивая остальную часть орбиты. Глобальная схема обратной связи, включающая все имеющиеся датчики положения пучка и корректирующие дипольные магниты, чаще всего используется для минимизации среднеквадратичного отклонения орбиты от некоторой оптимальной (англ. “golden orbit”), хотя возможны и другие стратегии коррекции.

Алгоритм коррекции обычно основывается на обращении матрицы откликов, связывающей положение пучка в местах расположения пикапов с токами магнитных корректоров, для обращения используется метод разложения матрицы по собственным значениям. Этот метод позволяет отображать систему, включающую произвольное число пикапов

6.3. Стабилизация орбиты

и корректоров, связанных между собой матрицей отклика, в преобразованном пространстве, где каждый пикап связан с одним виртуальным корректором через единственный коэффициент. Эти коэффициенты соответствуют собственным значениям диагональной матрицы отклика в преобразованном пространстве, что позволяет перейти от исходной ММО системы к набору независимых SISO контуров обратной связи для каждого преобразованного канала коррекции. Динамика каждого канала определяется низкочастотной характеристикой корректора, главным образом вихревыми токами в ярме магнита и стенках вакуумной камеры. Другим важным параметром является полное время задержки системы, определяемое временем измерения, обработки и передачи данных. Типичное время задержки современных систем ОС — порядка нескольких сот наносекунд. Таким образом, каждый канал коррекции может быть довольно точно описан моделью, состоящей из фильтра низких частот первого порядка и задержки. В качестве элемента управления чаще всего используется пропорционально-интегрально-дифференциальный регулятор (ПИД-регулятор). При рабочей частоте ОС до 10 кГц оптимальный выбор параметров ПИД-регулятора позволяет эффективно стабилизировать орбиту пучка в полосе частот 100–150 Гц, что соответствует требованиям пользователей СИ. Для расширения полосы частот в локальных контурах быстрой ОС могут использоваться корректоры без магнитных сердечников, в то время как в более медленную глобальную ОС обычно включаются все имеющиеся стандартные корректоры орбиты.

Стабильные компоненты спектра возмущений, такие как частота сети и ее гармоники, могут быть эффективно подавлены специальными узкополосными контурами обратной связи, каждый из которых состоит из селективного цифрового фильтра с регулируемым коэффициентом, настроенного на частоту соответствующей гармонике возмущения, и программируемой задержки, величина которой подбирается таким образом, чтобы обеспечить на выбранной частоте поворот фазы системы с разомкнутой ОС на 360° . В этом случае замкнутый контур ОС ведет себя как регулируемый узкополосный режекторный фильтр. Так как фильтры, настроенные на разные частоты, не связаны друг с другом, они могут работать параллельно. Более того, поскольку возмущения, вносимые гармониками частоты сети, обычно мало изменяются во времени, их возможно подавлять даже если частота возмущения превышает граничную частоту системы с разомкнутой ОС.

В современных системах обратной связи, предназначенных для глобальной стабилизации орбиты, обычно используется распределенная вычислительная среда, система состоит из множества локальных рабочих станций, каждая из которых работает со своим отдельным набором корректоров [120]. Локальные станции объединены в сеть с кольцевой топологией, которая обеспечивает общий доступ к данным, измеренным всеми пикапами. Каждая локальная станция управляет своим набором корректоров, используя данные со всех пикапов и свой блок преобразованной обратной матрицы отклика. Обычно в сеть включается дополнительная рабочая станция для выполнения задач глобальной коррекции, например исправление искажения орбиты, возникшего из-за дисперсии, путем подстройки задающего генератора ускоряющей ВЧ системы. Синхронизация всех компонентов системы осуществляется с помощью общего таймера.

Для обработки данных в системах быстрой стабилизации орбиты используются различные вычислительные платформы, такие как программируемые логические матрицы (field-programmable gate array, FPGA), цифровые сигнальные процессоры (digital signal processor, DSP), а также компьютеры общего назначения с операционной системой реального времени, встроенные в систему управления ускорительным комплексом. В сетях быстрой передачи данных часто используется Ethernet с модифицированными драйверами низкого уровня.

В линейных ускорителях применяются системы обратной связи двух типов. При типичной частоте повторения импульсов пучка от нескольких герц до 100 Гц система стабилизации траектории пучка от импульса к импульсу может успешно подавлять низкочастотные возмущения и медленный дрейф в полосе до нескольких герц. Для установок, где относительно длинный импульсный пучок состоит из множества коротких сгустков, разработаны быстрые системы обратной связи, действующие индивидуально на каждый сгусток для подавления более высокочастотных возмущений.

Пример расчета системы обратной связи, предназначенной для быстрой стабилизации орбиты пучка в источнике синхротронного излучения ALBA (Испания), приведен в [121]. Проект предусматривает стабилизацию орбиты с субмикронной точностью в полосе частот как минимум 100 Гц, компенсацию механических вибраций, электромагнитных помех, изменение рабочего зазора и фазы вигглеров и ондуляторов и т. п.

6.3. Стабилизация орбиты

Концептуально система разделена на две части — быстрая и медленная ОС, однако обе части работают с одним и тем же оборудованием и, в принципе, могут быть объединены. Медленная ОС предназначена для коррекции «больших» статических возмущений, вносимых, например, ошибками геодезической выставки магнитов. Эта система должна корректировать отклонения орбиты до нескольких миллиметров, при этом корректирующие воздействия могут достигать 100 мрад, сюда же входит подстройка частоты обращения для глобальной центровки горизонтальной орбиты. Быстрая ОС предназначена для коррекции возмущений в полосе до 100 Гц, вносимых механическими вибрациями, электромагнитными помехами на частоте сети и ее гармониках, изменением параметров вигглеров и ондуляторов. Типичная величина корректирующего воздействия — около 50 мкрад на частоте 50 Гц.

Основными компонентами, частотные характеристики которых определяют производительность системы в целом, являются: датчики положения пучка, электроника обработки сигналов, магнитные корректоры орбиты и их источники питания, вакуумная камера, ускоряющая ВЧ система, а также сеть вычислительных устройств, предназначенных для обработки информации, поставляемой пикапами, вычисления корректирующих воздействий и управления источниками питания корректоров. Модель процесса с замкнутой петлей обратной связи изображена на рис. 6.3.

В качестве датчиков положения пучка используются электростатические пикап-электроды, передаточная функция которых может быть



Рис. 6.3. Модель процесса с замкнутой ОС

записана в виде:

$$H_{PE}(p) = \frac{1}{1 + pRC}, \quad (6.23)$$

где $R = 50$ Ом, $C = 2,7$ пФ. Сигналы пикап-электродов обрабатываются автономными сигнальными процессорами, включающими в себя входную высокочастотную аналоговую часть, 4 аналого-цифровых преобразователя, программируемую матрицу логических элементов и встроенный компьютер. Процесс обработки данных представляет собой динамическую систему второго порядка со слабым затуханием, описываемую передаточной функцией:

$$H_{BPM}(p) = e^{-pT_{BPM}} \frac{\omega_c^2}{p^2 + 2\zeta\omega_c p + \omega_c^2}, \quad (6.24)$$

где $\omega_c \simeq 2\pi \cdot 1,9$ кГц — собственная частота и $\zeta \simeq 0,47$ — декремент затухания, определенные по измеренной переходной характеристике, а $T_{BPM} \simeq 350$ мкс — полная задержка, включающая время вычислений.

В магнитной структуре ALBA корректоры орбиты совмещены с секстиполями. Вакуумная камера изготовлена из нержавеющей стали толщиной 3 мм, вихревые токи в камере уменьшают амплитуду магнитного поля корректоров на высоких частотах. Для ослабления вредного воздействия вихревых токов толщина вакуумной камеры в местах размещения корректоров уменьшена до 2 мм. Ядро магнита сделано из шихтованного железа толщиной 0,5 мм для уменьшения магнитных потерь. По результатам компьютерного моделирования вертикальные корректоры орбиты, включая вакуумную камеру, описываются приближенной передаточной функцией фильтра второго порядка:

$$H_{iron}(p) = \left(1 + \frac{p}{2\pi f_{iron}}\right)^{-2}, \quad (6.25)$$

где $f_{iron} = 2,3$ кГц.

Параметры источников питания магнитных корректоров выбирались достаточными для обеспечения требуемой силы корректоров в полосе частот до 100 Гц. Так, величина постоянного корректирующего воздействия должна регулироваться в диапазоне ± 1 мрад, что соответствует току 10 А, а переменного — ± 80 мкрад (амплитуда тока 0,8 А) на частоте 50 Гц для вертикальных корректоров и ± 80 мкрад (1,16 А)

6.3. Стабилизация орбиты

для горизонтальных. В модели источники питания описываются передаточной функцией фильтра первого порядка:

$$H_{\text{PS}}(p) = \left(1 + \frac{p}{2\pi f_{\text{PS}}}\right)^{-1}, \quad (6.26)$$

где $f_{\text{PS}} = 2$ кГц.

В качестве управляющего элемента выбран ПИД-регулятор

$$H_{\text{PID}}(p) = K_p \left(\frac{T_i p + 1}{p}\right). \quad (6.27)$$

Кроме того, в модель включены задержки $H_{\text{meas}} = e^{-p T_{\text{meas}}}$ и $H_{\text{corr}} = e^{-p T_{\text{corr}}}$, необходимые для передачи измеренных данных и корректирующих воздействий соответственно.

С замкнутой петлей обратной связи система работает следующим образом: орбита пучка, измеренная пикапами, сравнивается с заданной орбитой цели, разность подается на вход ПИД-регулятора, который рассчитывает необходимые корректирующие воздействия и выдает управляющие сигналы источникам питания корректоров. Численное моделирование чувствительности системы, определенной как

$$S_d(p) = \frac{y}{\delta} = \frac{1}{1 + H(p)}, \quad (6.28)$$

где $H(p)$ — произведение передаточных функций всех элементов замкнутой петли обратной связи, дает представление об эффективности ОС в полосе подавления. Оптимизация системы сводится к выбору параметров ПИД-регулятора, обеспечивающих максимальное подавление возмущений в заданной полосе частот. На рис. 6.4 приведен график амплитудно-частотной характеристики чувствительности системы, рассчитанной со следующими параметрами ПИД-регулятора: $K_p = 0,2$ и

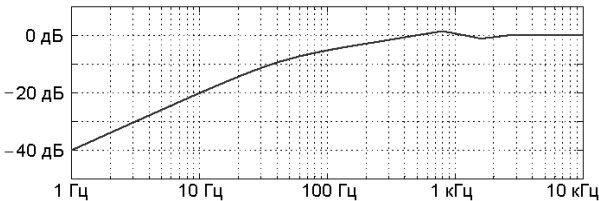


Рис. 6.4. АЧХ системы с замкнутой ОС

$T_i = 1/(2\pi \cdot 50 \text{ Гц})$. Как видно на графике, частота единичного ослабления (0 дБ) находится около 500 Гц, что позволяет надеяться на эффективное подавление возмущений в требуемой полосе 0–100 Гц.

6.4. Подавление неустойчивостей

6.4.1. Коллективные эффекты и неустойчивости

Интенсивный пучок частиц, движущийся в вакуумной камере ускорителя, наводит довольно сильные электромагнитные поля (wake-поля), в свою очередь воздействующие на сам пучок. Вследствие этого движение частиц в сгруппированном пучке отличается от движения единственной частицы, определяемого только полями элементов магнитной структуры ускорителя. Возможны ситуации, когда малые отклонения положения или энергии частиц приводят к тому, что взаимодействие пучка и наведенных им электромагнитных полей увеличивает эти отклонения. Такая положительная обратная связь приводит к нарастанию амплитуды колебаний и, как следствие, к потере пучка или снижению его качества.

В частотной области взаимодействие пучка с компонентами вакуумной камеры посредством wake-полей описывается частотно-зависимыми импедансами связи. Наличие в ускорителе участков с узкополосным импедансом (например, паразитные высшие моды ускоряющих резонаторов) может приводить к возникновению многосгустковой неустойчивости, а широкополосный импеданс может вызвать внутрисгустковую неустойчивость пучка.

Поскольку коллективные эффекты оказывают существенное влияние на эффективность работы ускорителей, во многих ускорительных лабораториях проводятся интенсивные исследования по этой теме. Основы теории коллективных эффектов, неустойчивостей и импедансов связи подробно изложены в книгах [16, 97, 98].

Микроволновая неустойчивость

При малых токах энергетический разброс релятивистского электронного пучка не зависит от его интенсивности. Взаимодействие пучка с широкополосным продольным импедансом приводит к удлинению сгустка из-за искажения потенциальной ямы. Если ток пучка превышает некоторую пороговую величину, то возникает микроволновая

6.4. Подавление неустойчивостей

неустойчивость продольного движения. Амплитудное значение (peak current) порогового тока сгустка $I_{p\text{MWI}}$ для релятивистского пучка может быть оценено по формуле [17, 122]:

$$I_{p\text{MWI}} = \frac{\alpha}{|Z_{\parallel}/n|} \frac{E}{e} \left(\frac{\Delta p}{p} \right)_{\text{FWHM}}^2, \quad (6.29)$$

где $|Z_{\parallel}/n|$ — нормализованный продольный импеданс; α — коэффициент расширения орбит; E — средняя энергия пучка; $\frac{\Delta p}{p} = \frac{\gamma^2}{\gamma^2 - 1} \frac{\Delta E}{E}$ — ширина распределения частиц по продольному импульсу, для ультрарелятивистских пучков ($\gamma \gg 1$) равная энергетическому разбросу $\Delta E/E$.

Амплитуда продольных колебаний частиц пучка обычно ограничивается нелинейными эффектами и микроволновая неустойчивость не приводит к потерям частиц, однако может ухудшить качество пучка.

Неустойчивость поперечных связанных мод

Резонанное взаимодействие пучка и короткоживущих поперечных wake-полей, характеризуемых поперечным широкополосным импедансом, является причиной неустойчивости поперечных связанных мод (transverse coupling modes, ТМС или fast head-tail). Короткоживущие wake-поля, наведенные головной частью сгруппированного пучка, воздействуют на частицы его хвостовой части (head-tail-эффект). Из-за продольных синхротронных колебаний голова и хвост пучка периодически меняются местами, при выполнении резонансных условий происходит неограниченное нарастание амплитуды бетатронных колебаний, приводящее к потерям частиц пучка. На рис. 6.5, *a* приведен пример пооборотных измерений тока (верхний график) и вертикальной координаты (нижний график) пучка, инжектированного в электрон-позитронный коллайдер ВЭПП-4М Института ядерной физики им. Будкера. Видно, как с развитием неустойчивости происходит сброс тока пучка до величины ниже пороговой. В частотной области взаимодействие пучка с широкополосным импедансом приводит к сдвигу частот бетатронных колебаний, в основном 0-й (когерентной) моды. На рис. 6.5, *б* показаны расчетные кривые сдвига частот для 0-й, 1-й и -1-й head-tail мод в зависимости от тока пучка, точками нанесены результаты измерений.

Пороговый пиковый ток неустойчивости поперечных связанных мод определен как ток пучка, при котором когерентный сдвиг бетатронной

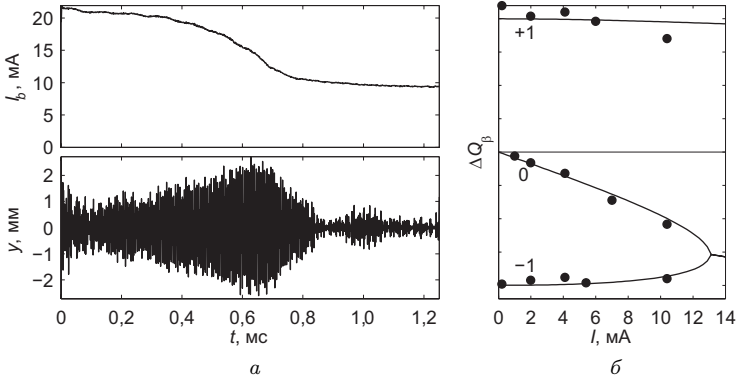


Рис. 6.5. Развитие ТМС-неустойчивости (а) и связь head-tail мод (б)

частоты ΔQ_β (5.81) достигает величины, равной половине синхротронной частоты Q_s [98]:

$$I_{p\text{ТМСИ}} = \frac{4\pi Q_s E/e}{\sum_k \beta_k \text{Im} Z_{\perp k}}. \quad (6.30)$$

Поскольку ТМС-неустойчивость является существенным фактором, ограничивающим интенсивность пучка в циклических ускорителях, в ряде ускорительных лабораторий проводились довольно интенсивные экспериментальные и теоретические исследования с использованием как аналитических (двухчастичная модель, модель полого пучка, уравнение Власова и теория возмущений) так и численных методов.

Многосгустковые неустойчивости

Взаимодействие пучка с высшими модами ускоряющих резонаторов (узкополосный импеданс) приводит к возбуждению долгоживущих wake-полей, которые могут воздействовать на следующие сгустки. Эти wake-поля могут вызвать продольную неустойчивость в многосгустковом режиме. Если k сгустков равномерно распределены по периметру ускорителя, то n -я мода колебаний возбуждается при выполнении резонансного условия:

$$\omega_i^{\text{HOM}} = (mk + n + Q_s) \omega_0, \quad (6.31)$$

6.4. Подавление неустойчивостей

где m — целое число. Поскольку импеданс каждой из высших мод характеризуется своими значениями резонансной частоты ω_n^{HOM} , шунтового сопротивления R_n^{HOM} и добротности, время нарастания неустойчивости надо оценивать отдельно для каждой моды [123]:

$$\frac{1}{\tau_{\parallel \text{mb } n}} = \frac{\alpha k I_b}{4\pi Q_s E/e} R_n^{\text{HOM}} \omega_n^{\text{HOM}}. \quad (6.32)$$

Здесь I_b — ток одного сгустка.

Для устойчивого движения необходимо, чтобы характерное время радиационного затухания продольных колебаний было меньше, чем время нарастания (6.32) любой моды в рабочем диапазоне тока пучка. Эффективный способ борьбы с продольной многосгустковой неустойчивостью — неравномерное заполнение сепаратрис, когда в последовательности сгустков делается 5–10%-й зазор и тем самым разрушаются условия резонансного возбуждения.

Поперечный узкополосный импеданс высших мод резонаторов может быть причиной возбуждения поперечной многосгустковой неустойчивости, время нарастания которой можно оценить с помощью формулы, аналогичной (6.32):

$$\frac{1}{\tau_{\perp \text{mb } n}} = \frac{\beta(z_{\text{RFC}}) k I_b \omega_0}{4\pi E/e} R_{\perp n}^{\text{HOM}}, \quad (6.33)$$

где z_{RFC} — бета-функция в месте расположения резонатора; $R_{\perp n}^{\text{HOM}}$ — шунтовое сопротивление n -й поперечной высшей моды.

Кроме высших мод резонаторов, поперечная многосгустковая неустойчивость может возбуждаться при взаимодействии пучка с резистивным импедансом стенок вакуумной камеры (resistive wall) на частотах:

$$\omega_m = (mk + Q_\beta + 1) \omega_0, \quad (6.34)$$

где Q_β — бетатронная частота; m — целое число. Формула для оценки времени нарастания этой неустойчивости имеет вид:

$$\frac{1}{\tau_{\perp \text{rw}}} = \frac{k I_b \omega_0}{4\pi E/e} \sum_{m=0}^{\infty} \text{Re} Z_{\perp \text{rw}}(\omega_m). \quad (6.35)$$

Частотная зависимость импеданса стенок цилиндрической вакуумной камеры радиуса b и длиной L описывается выражением:

$$Z_{\perp \text{rw}}(\omega) = (1 + i) \frac{L}{2\pi} \frac{Z_0 \delta_s}{b^3}, \quad (6.36)$$

где $Z_0 = 120\pi$ Ом — импеданс вакуума; $\delta_s = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu\omega}}$ — толщина скин-слоя.

На рис. 6.6 приведен пример развития многосгустковой неустойчивости горизонтального движения электронного пучка в специализированном накопителе — источнике СИ Elettra (Италия) [124]. На графике показаны значения горизонтальной координаты центра масс пучка, измеренные датчиком положения пучка на каждом обороте.

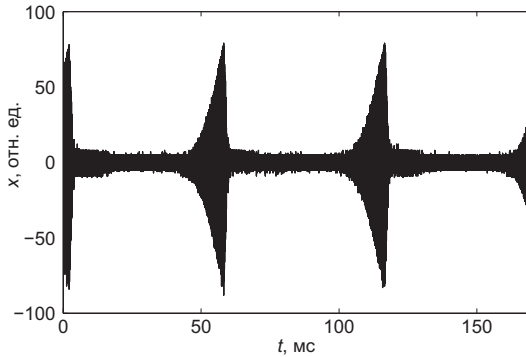


Рис. 6.6. Горизонтальная многосгустковая неустойчивость

В электронных накопителях с интенсивными пучками многосгустковые неустойчивости могут возбуждаться при взаимодействии частиц пучка с ионами остаточного газа. Для анализа этих неустойчивостей используется понятие эффективного импеданса ионного осциллятора:

$$Z_i(\omega) = \frac{\lambda_i}{\lambda_e} \frac{1}{c(\sigma_x + \sigma_y)\sigma_y} \frac{\omega_i}{\omega} \frac{Q_i}{1 + iQ_i \left(\frac{\omega_i}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_i} \right)}, \quad (6.37)$$

где λ_e — линейная плотность электронного пучка; λ_i — линейная плотность ионов; $\omega_i = \sqrt{\frac{\lambda_e r_p c^2}{N(\sigma_x + \sigma_y)\sigma_y}}$ — частота колебаний ионов в потенциальной яме электронного пучка; Q_i — добротность ионного осциллятора; σ_x и σ_y — горизонтальный и вертикальный размеры пучка соответственно. Таким образом, ионы рассматриваются как источник wake-полей с характерной частотой ω_i . Ионы могут быть причиной только многосгустковых неустойчивостей, поскольку величина c/ω_i в большинстве установок превышает 10 м. С учетом нелинейности взаимодействия добротность в большинстве случаев невелика, $Q_i < 10$.

6.4. Подавление неустойчивостей

Образование и накопление электронных облаков в позитронных и протонных машинах может приводить к возбуждению как многосгустковых, так и односгустковых неустойчивостей, так как частота электронного осциллятора $\omega_e = \sqrt{\frac{\lambda_+ r_e c^2}{(\sigma_x + \sigma_y)\sigma_y}}$ больше частоты ионного в $\omega_e/\omega_i = \sqrt{m_i/m_e} > 100$ раз и длина волны wake-полей $2\pi c/\omega_e$ сравнима с длиной сгустка. Эффективный импеданс электронного осциллятора может быть записан в виде:

$$Z_e(\omega) = \frac{\lambda_+}{\lambda_i} \frac{1}{c(\sigma_x + \sigma_y)\sigma_y} \frac{\omega_e}{\omega} \frac{Q_e}{1 + iQ_e \left(\frac{\omega_e}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_e} \right)}, \quad (6.38)$$

где λ_+ — линейная плотность пучка; λ_i — линейная плотность электронов в облаке.

6.4.2. Системы быстрой обратной связи

В настоящее время большинство ускорительных установок оснащаются быстрыми системами обратной связи для пооборотного (turn-by-turn) подавления поперечных и продольных неустойчивостей движения пучка.

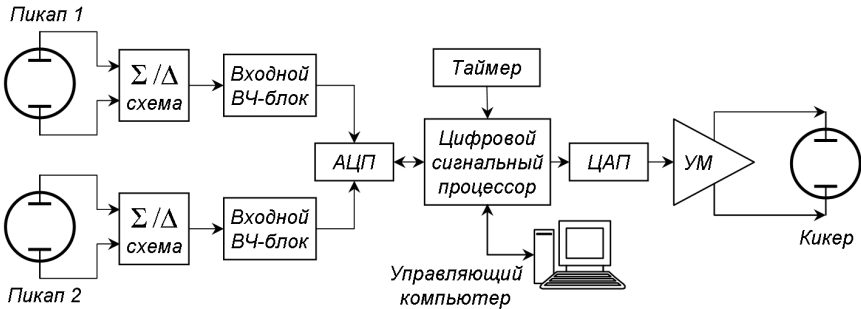


Рис. 6.7. Схема цифровой системы обратной связи

Развитие цифровой техники позволяет создавать системы обратной связи, управляющие движением каждого сгустка в многосгустковом режиме (bunch-by-bunch) [125–127]. По своему устройству все цифровые системы обратной связи похожи друг на друга. Блок-схема многосгустковой системы обратной связи изображена на рис. 6.7. В качестве датчика положения пучка используются электростатические или полосковые

пикапы, сигналы которых обрабатываются аналоговыми гибридными схемами, дающими на выходе сигналы, пропорциональные вертикальной и горизонтальной координатам пучка и его интенсивности. Затем эти сигналы детектируются и оцифровываются. Цифровые данные обрабатываются либо программируемой матрицей логических элементов (FPGA), либо цифровым сигнальным процессором (DSP), который вычисляет силу удара по пучку импульсным кикером. Для обработки сигналов широко применяются фильтры с конечной импульсной характеристикой (FIR-фильтры).

Следует отметить, что использование полосковых пикапов и кикеров, обладающих свойством направленности, позволяет одновременно стабилизировать движение электронных и позитронных сгустков, циркулирующих в противоположных направлениях, используя одни и те же полосковые линии для обоих типов частиц [128].

Использование двух пикапов позволяет вычислять поперечное положение и импульс пучка на каждом обороте. Обозначим отклонение пучка от положения равновесия, измеренное первым пикапом, как x_1 , а вторым пикапом — как x_2 . В линейном приближении преобразование координаты участком магнитной структуры между пикапами имеет вид:

$$x_2 = x_1 \sqrt{\beta_2/\beta_1} (\cos \Delta\phi_{12} + \alpha_1 \sin \Delta\phi_{12}) + x'_1 \sqrt{\beta_2\beta_1} \sin \Delta\phi_{12}, \quad (6.39)$$

где $x_{1,2}, x'_{1,2}, \beta_{1,2}, \alpha_{1,2}$ — значения координаты, импульса и структурных функций на первом и втором пикапах соответственно, ϕ_{12} — набег бетатронной фазы на участке. Преобразование (6.39) позволяет выразить поперечный импульс центра масс пучка на азимуте первого пикапа через измеренные обоими пикапами значения координат x_1 и x_2 . Применив аналогичное преобразование, вычислим координату x_K и импульс x'_K пучка в кикере:

$$x_K = x_1 C_{1K} + \frac{x_2 - x_1 C_{12}}{S_{12}} S_{1K}$$

$$x'_K = \frac{1}{\beta_K} \left[-x_1 (\alpha_K C_{1K} + S_{1K}) + \frac{x_2 - x_1 C_{12}}{S_{12}} (C_{1K} - \alpha_K S_{1K}) \right]. \quad (6.40)$$

Здесь

$$C_{1K} = \sqrt{\beta_K/\beta_1} \cos \Delta\phi_{1K}, \quad S_{1K} = \sqrt{\beta_K/\beta_1} \sin \Delta\phi_{1K},$$

$$C_{12} = \sqrt{\beta_2/\beta_1} \cos \Delta\phi_{12}, \quad S_{12} = \sin \Delta\phi_{12}; \quad (6.41)$$

6.4. Подавление неустойчивостей

ϕ_{1K} — набег бетатронной фазы на участке между первым пикапом и кикером; β_K и α_K — структурные функции на азимуте кикера.

Расчетное напряжение на кикере вычисляется как

$$V = \frac{E}{e} \frac{d}{L} \left(\operatorname{Re}K_{\text{FB}} x'_K + \operatorname{Im}K_{\text{FB}} \frac{x_K}{\beta_K} \right), \quad (6.42)$$

где $\operatorname{Re}K_{\text{FB}}$ и $\operatorname{Im}K_{\text{FB}}$ — коэффициенты резистивной и реактивной обратной связи соответственно; E — энергия пучка; L — длина кикера и d — расстояние между пластинами.

Итак, обработка сигнала должна состоять из следующих операций:

- задание коэффициентов обратной связи $\operatorname{Re}K_{\text{FB}}$ и $\operatorname{Im}K_{\text{FB}}$;
- измерение отклонения пучка в пикапах x_1 и x_2 ;
- расчет координаты x_K и импульса x'_K пучка в кикере по формулам (6.40);
- расчет удара по формуле (6.42).

Следует отметить, что все величины, входящие в формулы, кроме x_1 и x_2 , рассчитываются заранее, а сигнальный процессор используется для быстрого вычисления выражений вида $ax + by$.

В системах продольной обратной связи входным сигналом является отклонение фазы пучка от равновесной, а в качестве кикеров используются широкополосные резонаторы [129, 130].

В последнее время развивается техника прямой оцифровки высокочастотного сигнала датчиков положения пучка [131]. Прямая оцифровка позволяет избавиться от сложной аналоговой электроники для переноса сигнала в низкочастотную область и его детектирования и таким образом упростить и удешевить систему, а также сделать ее настройку более удобной.

Заключение

Цель этой книги — дать читателю возможность сформировать общее представление о современных средствах и методах диагностики пучков заряженных частиц в ускорителях. Автор надеется, что представленный обзор датчиков пучка различных типов, методов расчета сигналов и обработки данных окажется полезным как студентам и аспирантам, так и специалистам, занимающимся разработкой новых или модернизацией действующих систем диагностики пучка.

Конечно, в рамках одной книги невозможно детальное освещение всех вопросов, касающихся данной темы. Более подробную информацию по конкретным вопросам читатель может найти в работах, ссылки на которые приведены в списке литературы.

Диагностика пучка является одной из самых динамично развивающихся областей ускорительной физики. Самая свежая информация о проблемах, достижениях и тенденциях дальнейшего развития диагностики пучка публикуется в материалах специализированных международных конференций — Beam Instrumentation Workshop (BIW) и Beam Diagnostics and Instrumentation for Particle Accelerators (DIPAC), а также в материалах ускорительных конференций — Европейской (EPAC), Американской (PAC), Азиатской (APAC) и Российской (RuPAC). Труды вышеперечисленных конференций представлены на web-портале JACoW (<http://www.jacow.org>).

Список литературы

1. *Москалев В.А., Сергеев Г.И.* Измерение параметров пучков заряженных частиц. М.: Энергоатомиздат, 1991.
2. *Киселев В.А.* Разработка и создание систем транспортировки пучков ускорительно-накопительного комплекса ВЭПП-4М: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Новосибирск, 1997.
3. *Старостенко А.А.* Применение электронного пучка низкой энергии как средства неразрушающей диагностики интенсивных пучков заряженных частиц: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Новосибирск, 2006.
4. *Зинин Э.И.* Стробоскопический метод электронно-оптической хронографии с пикосекундным разрешением на основе диссектора с электростатической фокусировкой и отклонением: Препр. ИЯФ СО АН СССР 81-84. Новосибирск, 1981.
5. *Калинин А.С.* Диагностика пучков заряженных частиц с помощью электромагнитных датчиков в ускорительно-накопительных установках и электронно-оптических каналах: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Новосибирск, 1985.
6. *Черепанов В.П.* Диагностика пучка заряженных частиц: Курс лекций. Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т, 2007.
7. *Нейман Л.Р., Демирчан К.С.* Теоретические основы электротехники. В 2 т. Л.: Энергия, 1967. Т. 2.
8. *Корн Г.А., Корн Т.М.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. 2-е изд. М.: Наука, 1973.

9. Трахтман А.М., Трахтман В.А. Основы теории дискретных сигналов на конечных интервалах. М.: Советское радио, 1975.
10. Смалюк В.В. Диагностика поперечного движения пучка в накопителе: разработка и развитие методов, их практическая реализация на комплексе ВЭПП-4М: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Новосибирск, 1999.
11. Батраков А.М., Калинин А.С., Протопопов И.Я., Хильченко А.Д. Диагностика впускаемого и циркулирующего пучков с помощью пикап-электродов в накопителе ВЭПП-4: Препр. ИЯФ СО АН СССР 80-167. Новосибирск, 1980.
12. Дубровин А.Н., Калинин А.С., Симонов Е.А., Смалюк В.В., Шатилов Д.Н. Измерение и коррекция бета-функции на накопителе ВЭПП-4М // Труды 14 Совещания по ускорителям заряженных частиц. Протвино, 1994.
13. Винокуров Н.А., Корчуганов В.Н., Кулипанов Г.Н., Переведенцев Е.А. Влияние хроматичности и кубической нелинейности на кинематику бетатронных колебаний: Препр. ИЯФ СО АН СССР 76-87. Новосибирск, 1976.
14. Буджер Г.И., Диканский Н.С., Куделайнен В.И. и др. Экспериментальное исследование электронного охлаждения: Препр. ИЯФ СО АН СССР 76-33. Новосибирск, 1976.
15. Гинзбург И.Ф., Коткин Г.Л., Сербо В.Г., Тельнов В.И. // Ядерная физика. 1983. Т. 38. С. 372–377.
16. Диканский Н.С., Пестриков Д.В. Физика интенсивных пучков в накопителях. Новосибирск: Наука. Сибирское отделение, 1989.
17. Chao A.W., Tigner M. Handbook of Accelerator Physics and Engineering. Singapore: World Scientific, 1999.
18. Brown K.L., Tautfest G.W. Faraday-Cup Monitors for High-Energy Electron Beams // Rev. Sci. Instrum. 1956. V. 27, No. 9.
19. Morgan A.F.D. Design of the Faraday Cups in Diamond // Proc. of DIPAC 2005. Lyon, France, 2005.
20. Suwada T., Ohsawa S., Furukawa K. et al. Recalibration of a Wall-Current Monitor Using a Faraday Cup for the KEKB Injector Linac // Proc. of PAC 1999. New York, USA, 1999.

21. *Shaw J., Averill R., Kowalski S. et al.* A High Power Faraday Cup to Measure Extracted Beam Current from the Bates South Hall Ring // Proc. of PAC 1997. Vancouver, Canada, 1997.
22. *Bal C., Bravin E., Lefevre T. et al.* Scintillating Screens Study for LEIR-LHC Heavy Ion Beams // Proc. of DIPAC 2005. Lyon, France, 2005.
23. *Brown K.A., Gassner D.M.* Crystalline Chromium Doped Aluminium Oxide (Ruby) Use as a Luminescent Screen for Proton Beams // Proc. of PAC 1999. New York, USA, 1999.
24. *Nantista C., Adolphsen C., Brown R.L. et al.* Beam Profile Monitors in the NLCTA // Proc. of PAC 1997. Vancouver, Canada, 1997.
25. *Dobert S., Eichhorn R., Genz H. et al.* Transverse and Longitudinal Beam Diagnostics using Transition Radiation // Proc. of EPAC 1996. Barcelona, Spain, 1996.
26. *Sakamoto F., Iijima H., Ueda T. et al.* Development of the High Resolution Electron Beam Profile Monitor for Medical X-band Linac // Proc. of APAC 2004. Gyeongju, Korea, 2004.
27. *Frank I.M., Ginzburg V.L.* // J. Phys. 1945. No. 9. P. 353–359.
28. *Ginzburg V.L., Tsytovich V.N.* Transition Radiation and Transition Scattering. New York: Adam Higler, 1990.
29. *Sternglass E.J.* Theory of Secondary Electron Emission by High-Speed Ions // Phys. Rev. 1957. V. 108, No. 1.
30. *Schultz A.A., Pomerantz M.A.* Secondary Electron Emission Produced by Relativistic Primary Electrons // Phys. Rev. 1963. V. 130, No. 6.
31. *Dell G.F., Fotino M.* Secondary Emission Yield by Extreme Relativistic Particles // Physics Letters B. 1969. V. 29, No. 5.
32. *De Parri T., Ratner L.G.* Evaluation of High Stability Secondary Emission Monitors // Proc. of PAC 1969. Washington, USA, 1969.
33. *Kopp S., Baller B., Childress S. et al.* Segmented Foil SEM Grids for High-intensity Proton Beams at Fermilab // Proc. of DIPAC 2007. Venice, Italy, 2007.

34. *Berkaev D., Ostanin I., Kozak V. et al.* Beam Measurement System of VEPP-2000 Injection Channels // Proc. of RuPAC 2008. Zvenigorod, Russia, 2008.
35. *Steinbach C., Rooij M. van* A Scanning Wire Beam Profile Monitor // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1985. V. NS-32, No. 5.
36. *Rawnsley W.R., Ries T.C., Mackenzie G.H.* A Scanning Secondary Emission Profile Monitor // Proc. of PAC 1987. Washington, USA, 1987.
37. *Moliere G.* // Zeitschrift fur Naturforschung. 1947. V. 2a. P. 133–145.
38. *Roncarolo F., Dehning B.* Transverse Emittance Blow-up due to the Operation of Wire Scanners, Analytical Predictions and Measurements // Proc. of PAC 2005. Knoxville, USA, 2005.
39. *Forck P., Bank A., Giacomini T., Peters A.* Profile Monitors Based on Residual Gas Interaction // Proc. of DIPAC 2005. Lyon, France, 2005.
40. *Cline D.B., Curtis C.D., Gray E.R. et al.* Proton Beam Diagnostics in the Fermilab Electron Cooling Experiment // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1979. V. NS-26, No. 3.
41. *Bublei A.V., Kudelainen V.I., Parkhomchuk V.V. et al.* Magnesium Jet Profile Monitor // Proc. of HEACC 1998. Dubna, Russia, 1998.
42. *Pasour J.A., Ngo M.T.* Nonperturbing Electron Beam Probe to Diagnose Charged-Particle Beams // Rev. Sci. Instrum. 1992. V. 63, No. 5.
43. *Logatchov P.V., Bak P.A., Starostenko A.A. et al.* Non-destructive Single-pass Monitor of Longitudinal Charge Distribution in an Ultra-relativistic Electron Bunch // Proc. of PAC 1999. New York, USA, 1999.
44. *Shintake T.* Proposal of Nanometer Beam Size Monitor for e⁺/e⁻ Linear Colliders // Nucl. Instr. and Meth. A. 1992. V. 311, No. 3. P. 453–464.
45. *Blair G.A., Frisch J., Honkavaara K. et al.* Proposing a Laser Based Beam Size Monitor for the Future Linear Collider // Proc. of PAC 2001. Chicago, USA, 2001.

46. *Tenenbaum P., Shintake T.* Measurement of Small Electron Beam Spots // SLAC-PUB-8057. Stanford, USA, 1999.
47. *Shintake T., Oide K., Yamamoto N.* Experiments of Nanometer Spot Size Monitor at FFTB Using Laser Interferometry // Proc. of PAC 1995. Dallas, USA, 1995.
48. *Flyckt S.O., Marmonier C.* Photomultiplier Tubes: Principles and Applications. Brive: Photonis, 2002.
49. *Bogomyagkov A.V., Gurko V.F., Zhuravlev A.N. et al.* New fast beam profile monitor for electron-positron colliders // Rev. Sci. Instrum. 2007. V. 78, No. 4. P. 043305.
50. *Hamamatsu Photonics.* Linear Array Multianode PMT and Assembly R5900U-L16 Series, H7260 Series // Hamamatsu Datasheet TPMH1285E01, Japan (2003).
51. *SONY Corporation.* ICX084AL Diagonal 6 mm (Type 1/3) Progressive Scan CCD Image Sensor with Square Pixel for B/W Cameras // SONY Datasheet.
52. *Scheidt K.* Review of Streak Cameras for Accelerators : Features, Applications and Results // Proc. of EPAC 2000. Vienna, Austria, 2000.
53. *Scheidt K.* Dual Streak Camera at the ESRF // Proc. of EPAC 1996. Barcelona, Spain, 1996.
54. *Selivanov A.N., Fedotov M.G.* Digital television camera for real-time image recording // Proc. of IASTED Int. Conf.: Automation, Control and Information Technology. Novosibirsk, 2002.
55. *Mitsuhashi T.* Beam Profile and Size Measurement by SR Interferometers // Beam Measurement: Proc. of the Joint US-CERN-Japan-Russia School on Particle Accelerators. Singapore: World Scientific, 1999.
56. *Naito T., Mitsuhashi T.* Very small beam-size measurement by a reflective synchrotron radiation interferometer // Phys. Rev. ST Accel. Beams. 2006. V. 9, No. 12. P. 122802.
57. *Tarazona E., Elleaume P., Chavanne J. et al.* // 2D Imaging of an Undulator Source by phase circular Bragg-Fresnel Lens, Rev. Sci. Instrum. 1994. V. 65, No. 6. P. 1959.

58. *Tordeux M.-A., Cassinari L., Chubar O. et al.* Ultimate Resolution of SOLEIL X-ray Pinhole Camera // Proc. of DIPAC 2007. Venice, Italy, 2007.
59. *Elleaume P., Fortgang C., Penel C., Tarazona E.* Measuring Beam Sizes and Ultra-Small Electron Emittances Using an X-ray Pinhole Camera // J. Sync. Rad. 1995. No. 2. P. 209–214.
60. *Yang B.X.* Optical system design for high-energy particle beam diagnostics // ANL/AOD/CP-107164. Argonne, USA, 2002.
61. *Meshkov O.I., Gurko V.F., Zhuravlev A.N. et al.* The Upgraded Optical Diagnostic of the VEPP-4M Collider // Proc. of EPAC 2002. Paris, France, 2002.
62. *Lorenz R.* Cavity Beam Position Monitors // Proc. of 8 Beam Instrumentation Workshop. Stanford, USA, 1998.
63. *Balakin V., Bazhan A., Lunev P. et al.* Beam Position Monitor with nanometer resolution for Linear Collider // Proc. of EPAC 1994. London, UK, 1994.
64. *Ross M., Frisch J., Hendrickson L. et al.* Very High Resolution RF Cavity BPM // Proc. of PAC 2003. Portland, USA, 2003.
65. *Boussard D.* Beam Loading // Proc. of CERN Accelerator School. CERN 87-03. Geneva, Switzerland, 1987.
66. *Odier P.* A New Wide Band Wall Current Monitor // Proc. of DIPAC 2003. Mainz, Germany, 2003.
67. *Cherepanov V.P.* Image Current Monitor for Bunched Beam Parameters Measurements // Proc. of DIPAC 1995. Travemunde, Germany, 1995.
68. *Shockley W.* // J. Appl. Phys. 1938. V. 9. P. 635–641.
69. *Ramo S.* Currents induced by electron motion // Proc. IRE. 1939. V. 27. P. 584–585.
70. *Kim S.H.* Calculating BPM Coefficients with Green's Reciprocity Theorem // Proc. of PAC 2001. Chicago, USA, 2001.
71. *Shinoe K., Nakamura N., Katsura T., Kamiya Y.* Design and Calibration of Pickup-Electrodes for Beam Position Monitoring at SOR-RING // Proc. of PAC 1993. Washington, USA, 1993.

72. *Hinkson J., Unser K.* Precision Analog Signal Processor for Beam Position Measurements in Electron Storage Rings // Proc. of DIPAC 1995. Travemunde, Germany, 1995.
73. *Kalinin A.* The Log-Ratio Beam Position Monitor // AIP Conference Proceedings 648. New York, USA, 2002.
74. *Kalinin A.S., Shatilov D.N., Simonov E.A., Smaluk V.V.* A Beam Diagnostic System for Storage Rings // Proc. of EPAC 1996. Barcelona, Spain, 1996.
75. *Kalinin A.S., Dubrovin A.N., Shatilov D.N., Simonov E.A., Smaluk V.V.* Application of Beam Diagnostic System at the VEPP-4 // Proc. of EPAC 1996. Barcelona, Spain, 1996.
76. *Podadera I., Soby L.* Precision Beam Position Monitor for EUROTeV // Proc. of DIPAC 2007. Venice, Italy, 2007.
77. *Odier P.* DCCT Technology Review // Proc. of 2 CARE-N3-HHH-ABI Workshop. Lyon, France, 2004.
78. *Unser K.* Beam current transformer with DC to 200 MHz range // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1969. V. 16, No. 3. P. 934–938.
79. *Unser K.* The parametric current transformer, a beam current monitor developed for LEP // CERN SL/91-42. Geneva, Switzerland, 1991.
80. *Smaluk V.* Discrete spectral analysis of beam oscillation // Nucl. Instr. and Meth. A. 2007. V. 578, No. 1. P. 306–314.
81. *Asseo E., Bengtsson J., Chanel M.* Absolute and High Precision Measurements of Particle Beam Parameters at CERN Antiproton Storage Ring LEAR Using Spectral Analysis with Correction Algorithms // Proc. of 4 European Signal Processing Conference. Amsterdam, Netherlands, 1988.
82. *Bartolini R., Bazzani A., Giovannozzi M. et al.* Tune Evaluation in Simulations and Experiments // CERN SL/95-84 (AP). Geneva, Switzerland, 1989.
83. *Steinhagen R.J.* Feedbacks on Tune and Chromaticity // Proc. of DIPAC 2007. Venice, Italy, 2007.
84. *Tan C.Y.* Novel Tune Diagnostics for the Tevatron // Proc. of PAC-2005. Knoxville, USA, 2005.

85. *Caspers F., Jimenez J.M., Jones O.R. et al.* The 4.8 GHz LHC Schottky Pick-up System // Proc. of PAC-2007. Albuquerque, USA, 2007.
86. *Caspers F.* Schottky Signals for Longitudinal and Transverse Bunched-beam Diagnostics // CERN Accelerator School: Course on Beam Diagnostics. Dourdan, France, 2008.
87. *Morton P.L., Pellegrin J.-L., Raubenheimer T. et al.* A Diagnostic for Dynamic Aperture // Proc. of PAC 1985. Vancouver, Canada, 1985.
88. *Kalinin A., Smaluk V.* Turn-by-turn Phase Space Diagram Construction for Nonlinear Betatron Oscillations // Proc. of DIPAC 1999. Chester, UK, 1999.
89. *Kiselev V., Levichev E., Sajaev V., Smaluk V.* Experimental Study of Nonlinear Beam Dynamics at VEPP-4M // Nucl. Instr. and Meth. A. 1998. V. 406, No. 3. P. 356–370.
90. *Chung Y., Decker G., Evans K.* Closed Orbit Correction Using Singular Value Decomposition of the Response Matrix // Proc. of PAC-1993. Washington, USA, 1993.
91. *Autin B., Marti Y.* Closed Orbit Correction of A.G. Machines Using a Small Number of Magnets // CERN ISRMA 73-17. Geneva, Switzerland, 1973.
92. *Minty M.G., Zimmermann F.* Measurement and Control of Charged Particle Beams. Berlin: Springer, 2003.
93. *Kiselev V., Smaluk V.* Experimental Study of Impedances and Instabilities at the VEPP-4M Storage Ring // Proc. of EPAC 1998. Stockholm, Sweden, 1998.
94. *Karantzoulis E., Smaluk V., Tosi L.* Broad Band Impedance Measurements on the Electron Storage Ring ELETTRA // Phys. Rev. ST Accel. Beams. 2003. V. 6, No. 3. P. 030703.
95. *Brandt D. et al.* Measurement of Impedance Distribution and Instability Threshold in LEP // Proc. of PAC-1995. Dallas, USA, 1995.
96. *Koutchouk J.P.* Trajectory and closed orbit correction // CERN LEP-TH/89-2. Geneva, Switzerland, 1989.

97. *Zotter B.W., Kheifets S.A.* Impedances and Wakes in High-Energy Particle Accelerators. Singapore: World Scientific, 1998.
98. *Chao A.* Physics of Collective Beam Instabilities. New York: Wiley, 1993.
99. *Kiselev V., Smaluk V.* A Method for Measurement of Transverse Impedance Distribution along a Storage Ring // Proc. of DIPAC-1999. Chester, UK, 1999.
100. *Kiselev V., Smaluk V.* Measurement of local impedance by an orbit bump method // Nucl. Instr. and Meth. A. 2004. V. 525, No. 3. P. 433–438.
101. *Bukin A.D., Derbenev Ya.S., Kondratenko A.M. et al.* Absolute calibration of beam energy in the storage ring Φ -meson mass measurement // Budker INP 75-64. Novosibirsk, 1975.
102. *Placidi H.* The Transverse Polarimeter for LEP // Proc. of EPAC-1998. Rome, Italy, 1988.
103. *Barber D.P., Bremer H.-D., Boege M. et al.* The HERA Polarimeter and the First Observation of Electron Spin Polarization at HERA // Nucl. Instrum. and Meth. A. 1993. V. 329, No. 1-2. P. 79–111.
104. *Dyug M.V., Grigoriev A.V., Kiselev V.A. et al.* Moeller polarimeter for VEPP-3 storage ring based on internal polarized gas jet target // Nucl. Instr. and Meth. A. 2005. V. 536, No. 3. P. 338–343.
105. *Band H.R.* Moller polarimetry at SLAC // Proc. of 11 Int. symp. on high energy spin physics. Bloomington, USA, 1995.
106. *Belomestnykh S.A., Bondar A.E., Yegorychev M.N. et al.* An observation of the spin dependence of synchrotron radiation intensity // Nucl. Instr. and Meth. A. 1984. V. 227, No. 1. P. 173–181.
107. *Nikitin S.A., Anchugov O.V., Polunin A.A. et al.* Record-high Resolution Experiments on Comparison of Spin Precession Frequencies of Electron Bunches Using the Resonant Depolarization Technique in the Storage Ring // Proc. of EPAC 2006. Edinburgh, UK, 2006.
108. *Blinov V.E., Bogomyagkov A.V., Muchnoi N.Yu. et al.* Review of beam energy measurements at VEPP-4M collider // Nucl. Instr. and Meth. A. 2009. V. 598, No. 1. P. 23-30.

109. *Shamov A.G., Anashin V.V., Aulchenko V.M. et al.* Tau mass measurement at KEDR // Nucl. Phys. Proc. Suppl. 2008. V. 181-182. P. 311–313.
110. *Shamov A.G., Anashin V.V., Aulchenko V.M. et al.* Results on J/psi, psi(2S), psi(3770) from KEDR // Nucl. Phys. Proc. Suppl. 2008. V. 181-182. P. 353–357.
111. *Muchnoi N.Yu., Nikitin S.A., Zhilich V.N.* Fast and Precise Beam Energy Monitor Based on the Compton Backscattering at the VEPP-4M Collider // Proc. of EPAC 2006. Edinburgh, UK, 2006.
112. *Kiselev V.A., Muchnoi N.Yu., Meshkov O.I. et al.* Beam Energy Spread Measurement at the VEPP-4M Electron-Positron Collider // Journal of Instrumentation. 2007. V. 2. P. 06001.
113. *Nakamura T., Soutome K., Takao M. et al.* Chromaticity for energy spread measurement and for cure of transverse multi-bunch instability in the SPRING-8 storage ring // Proc. of PAC 2001. Chicago, USA, 2001.
114. *Steinhagen R.J.* Real Time Feedback on Beam Parameters // Proc. of APAC 2007. Indore, India, 2007.
115. *Boege M.* Achieving Sub-micron Stability in Light Sources // Proc. of EPAC 2004. Lucerne, Switzerland, 2004.
116. *Bulfone D.* Overview of Fast Beam Position Feedback Systems // Proc. of EPAC 2008. Genoa, Italy, 2008.
117. *Hettel R.O.* Beam Stability Issues at Light Sources // Proc. of 25 ICFA Advanced Beam Dynamics Workshop. Shanghai, China, 2001.
118. *Steinhagen R.J.* LHC BEAM Stability and Feedback Control – Orbit and Energy // CERN-AB-2007-049 BI. Geneva, Switzerland, 2007.
119. *Shintake T.* Overview of Single Pass FEL Designs Technical Suggestions for Stability Improvement // Proc. of FEL 2004. Trieste, Italy, 2004.
120. *Abbott M.G.* Performance and Future Developments of the Diamond Fast Orbit Feedback System // Proc. of EPAC 2008. Genoa, Italy, 2008.

121. *Beltran D., Munoz M.* Initial Design of a Global Fast Orbit Feedback System for the ALBA Synchrotron // Proc. of ICALEPS 2007. Knoxville, USA, 2007.
122. *Keil E., Schnell W.* CERN ISR-TH-RF 69/48. Geneva, Switzerland, 1969.
123. *Wiedemann H.* Particle Accelerator Physics II. Berlin: Springer, 1995.
124. *Tosi L., Smaluk V., Karantzoulis E.* Landau damping via the harmonic sextupole // Phys. Rev. ST Accel. Beams. 2003. V. 6, No. 5. P 054401.
125. *Yao C.-Y., Norum E., Di Monte N.* An FPGA-Based Bunch-to-Bunch Feedback System at the Advanced Photon Source // Proc. of PAC 2007. Albuquerque, USA, 2007.
126. *Plouviez E., Arnoux P., Epaud F. et al.* Bunch by bunch Transverse Feedback Development at ESRF // Proc. of EPAC 2008. Genoa, Italy, 2008.
127. *Dehler M., Marinkovic G., Kramert R. et al.* State of the SLS Multi-bunch Feedback // Proc. of APAC 2007. Indore, India, 2007.
128. *Cherepanov V., Dementev E., Levichev E. et al.* Transverse Bunch-by-bunch Feedback for the VEPP-4M Electron-positron Collider // Proc. of DIPAC-2007. Venice, Italy, 2007.
129. *Arbuzov V.S., Gorniker E.I., Kenjebulatov E.K. et al.* Feedback System for Damping of Longitudinal Bunch Oscillations in VEPP-4M Collider // Proc. of RuPAC 2006. Novosibirsk, Russia, 2006.
130. *Yujong Kim, Busch W., Wang M. et al.* New Generation Digital Longitudinal Feedback System for Duke FEL and HIGS Facilities // Proc. of PAC 2007. Albuquerque, USA, 2007.
131. *Nakamura T., Kobayashi K., Zhou Z.* Bunch by Bunch Feedback by RF Direct Sampling // Proc. of EPAC 2008. Genoa, Italy, 2008.

Научное издание

Смалюк Виктор Васильевич

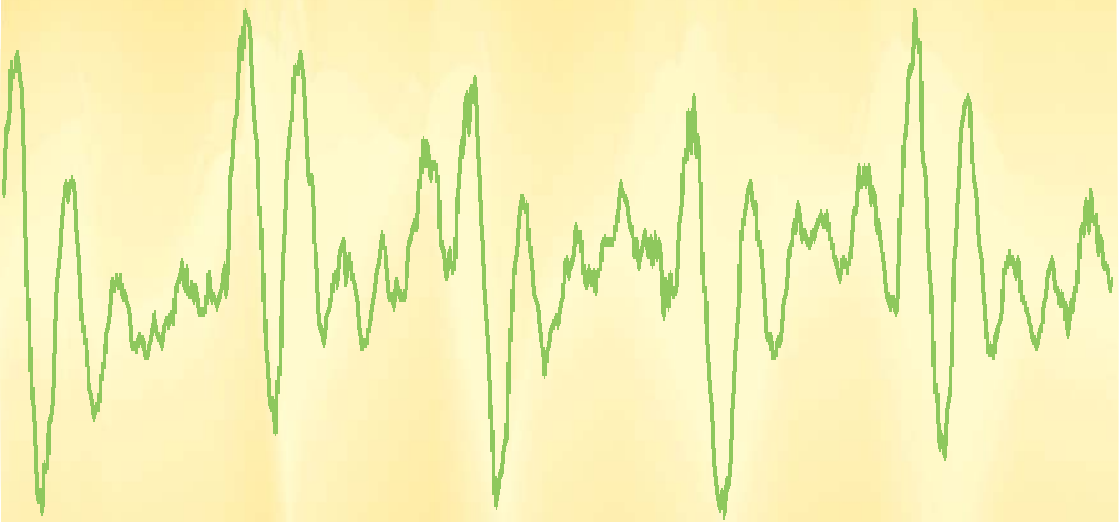
**Диагностика пучков заряженных частиц
в ускорителях**

Ответственный редактор
чл.-корр. РАН Н. С. Диканский

Редактор Л. Я. Климина
Верстка В. В. Смалюка

Подписано к печати 12.12.2009. Формат 60×90 ¹/₁₆.
Офсетная печать. Гарнитура Times. Усл. печ. л. 18,4. Уч.-изд. л. 17,0.
Тираж 300 экз. Заказ №1212.

Издательство «Параллель».
630090, Новосибирск, ул. Институтская, 4/1.



В.В. Смалюк

Диагностика пучков заряженных частиц в ускорителях

В книге дан обзор современных средств и методов диагностики пучков заряженных частиц в ускорителях. Описаны физические принципы работы пучковых датчиков различных типов — контактных, оптических и электромагнитных, а также методы расчета сигналов. Основы разработки и эксплуатации датчиков пучка рассмотрены на конкретных примерах. Подробно анализируются методы обработки данных, поставляемых системами диагностики. Изложены принципы использования обратных связей в ускорительной технике.

Книга предназначена для научных сотрудников и инженеров, занимающихся разработкой и эксплуатацией ускорительных установок, а также может быть полезной студентам и аспирантам соответствующих специальностей.