

Механика и теория относительности

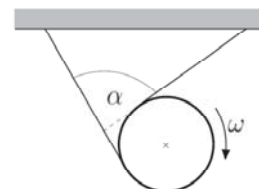
Задание 1: Нерелятивистская и релятивистская кинематика

(сдать до 15 октября или раньше).

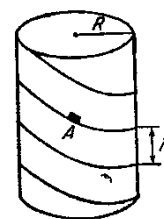
1. Ускорение тела при прямолинейном движении изменяется по закону $a = a_0(1 - t/\tau)$. Найти пройденный путь к моменту времени, когда скорость тела станет равной нулю. Начальная скорость тела равна нулю.

2. Баскетболист бросает мяч под углом α к горизонту со скоростью V . На расстоянии L от баскетболиста находится стена. Мяч упруго отскакивает от стены и падает к ногам баскетболиста. Найти рост этого спортсмена.

3. Тяжелый диск радиуса R опускается вниз, раскручивая две намотанные на него нити. Нити прикреплены к потолку и остаются натянутыми в процессе движения диска. Чему равна скорость центра диска, когда его угловая скорость равна ω , а угол между нитями равен α ?



4. Небольшое тело A соскальзывает без начальной скорости по гладкому винтовому желобу с шагом h и радиусом R в поле тяжести g . Найти ускорение тела в конце n -го витка и время соскальзывания.



5. Два космических корабля летят вдоль одной прямой в одном направлении со скоростями $V_1 > V_2$. Со второго корабля вдогонку первому посылаются два электромагнитных импульса с интервалом времени τ_1 относительно лабораторной системы отсчета. С каким интервалом времени τ_2 относительно той же системы отсчета они вернуться назад на второй корабль после отражения от первого?

6. В системе S стержень имеет длину L и движется со скоростью u вдоль оси x . Какую длину имеет стержень в системе S' , которая движется вдоль оси x со скоростью V ?

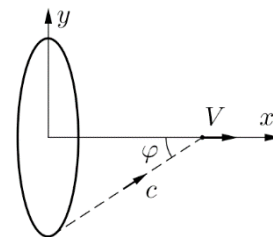
7. С космического корабля, удаляющегося от Земли с постоянной скоростью, через $\Delta t' = 7$ суток после старта (по часам на корабле) послан радиосигнал на Землю. Сигнал был принят на Земле через $\Delta t = 10$ суток после старта (по часам на Земле). Найти скорость корабля.

8. Над Москвой и Новосибирском одновременно в системе Земли навстречу друг другу пролетели два релятивистских самолета со скоростями V_1 и V_2 . Расстояние между городами в системе Земли равно L . Найдите время полета самолетов до встречи в системе Земли и в системе первого самолета.

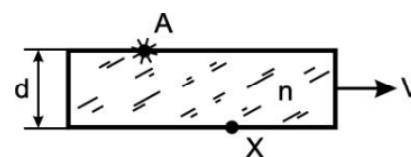
9. Ракета движется со скоростью V вдоль оси дисковой галактики. В системе галактики угол между ее осью и направлением от ракеты к краю галактики равен φ .

а) С какого направления приходит свет с края галактики для наблюдателя в ракете?

б) При каком значении угла φ излучение от любого участка галактики, приходящее к наблюдателю в ракете, будет иметь только красное смещение?



10. Стеклопластиковая пластинка движется параллельно своей плоскости с релятивистской скоростью V . Показатель преломления материала n , толщина d . В точке A , которая расположена снаружи от пластинки, произошла вспышка света. В какую точку x Л-системы отсчета, расположенную на другой стороне пластинки, свет дойдет раньше всего? Свет в пластинке распространяется со скоростью c/n .

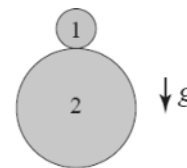


Механика и теория относительности

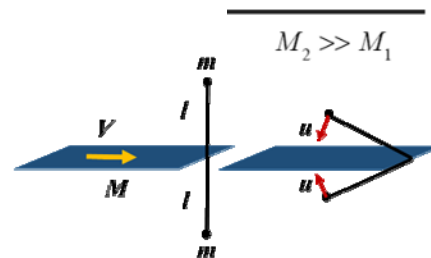
Задание 2: Нерелятивистская и релятивистская механика (сдать до 15 ноября или раньше).

1. Найти положение центра масс каната, плотность которого возрастает квадратично с расстоянием от его конца.

2. Рассмотрим два шара, расположенные друг на друге. Масса верхнего шара M_1 много меньше массы нижнего M_2 . Шары вместе падают на пол с высоты H_0 . Рассматривая все процессы соударения абсолютно упругими, найти, на какую высоту после отскока поднимется меньший шар.



3. Пластина массы M движется со скоростью V перпендикулярно нити длиной $2l$, к концам которой прикреплены точечные массы m , и налетает на середину нити. Определить скорости тел в момент соударения с пластиной. Нить невесома и нерастяжима.

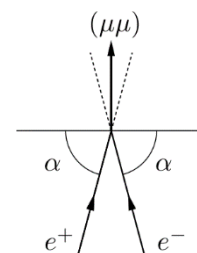


4. Ракета с начальной массой M_0 , половину которой составляет топливо, стартует из состояния покоя вдоль горизонтального стола в поле тяжести g . Коэффициент трения между ракетой и столом μ . Расход топлива $\dot{\gamma} = -dM/dt$. Скорость истечения газа относительно ракеты u . Найти зависимость скорости ракеты от времени от ее старта до остановки. Какой максимальной скорости достигнет ракета? Через какое время она остановится?

5. Одной из вероятных (но пока не наблюдаемых) мод распада протона является $p \rightarrow e^+ + \pi^0$. Вычислить кинетическую энергию позитрона, считая, что распадающийся протон покоится. Массы протона, позитрона и пи-мезона равны соответственно $m_p = 936 \text{ МэВ}/c^2$, $m_e = 0.51 \text{ МэВ}/c^2$, $m_\pi = 135 \text{ МэВ}/c^2$.

6. Если пучок протонов с высокой энергией сталкивается с протонами, покоящимися в лабораторной системе отсчета (например, в емкости с водой или жидким водородом), то в результате реакции $p + p \rightarrow p + p + \pi^0$ рождаются нейтральные пионы π^0 . Вычислите минимальную энергию протонов в пучке, при которой начинается эта реакция. Массы протона и пиона равны соответственно $m_p = 936 \text{ МэВ}/c^2$, $m_\pi = 135 \text{ МэВ}/c^2$.

7. В ИЯФ был предложен проект $\mu\mu$ -трон («мюютрон») по поиску и изучению экзотического атома – мюония ($\mu^+\mu^-$). Для наблюдения мюония пучки электронов и позитронов сталкиваются под углом $(\pi - 2\alpha)$, где $\alpha = 75^\circ$. Масса мюона $105.7 \text{ МэВ}/c^2$, время жизни мюония $1.8 \cdot 10^{-12}$ сек. Найти необходимую энергию электронов и позитронов, а также скорость и среднее расстояние пролёта родившихся мюониев.



8. В область однородного магнитного поля, занимающего полупространство, влетает пучок заряженных каонов. Пучок направлен перпендикулярно плоскости, ограничивающей область магнитного поля. Направление магнитного поля поперечно пучку. При какой величине поля из области поля выйдет половина частиц, если их время жизни τ ?

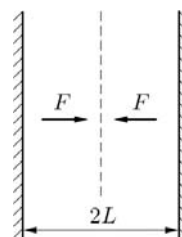
9. В область поперечного электрического поля E влетает по нормали заряженная частица. Скорость частицы v_0 , заряд q , масса m . Ширина области поля равна L . Какую величину электрического поля следует задать, чтобы частица вылетела из него под углом α к нормали?

10. Находящийся в покое ϕ -мезон распадается по схеме $\phi \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$. Нейтральный пион впоследствии распадается на два γ -кванта. Найти минимальный угол их разлета. Массы ϕ -мезона, заряженных и нейтрального пиона равны соответственно m_ϕ , m_{π^+} и m_{π^0} .

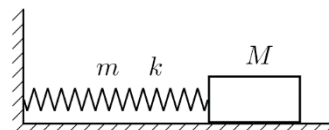
Механика и теория относительности

Задание 3: Колебания. Тяготение. Движение твердого тела. Неинерциальные системы (сдать до 22 декабря или раньше).

1. Пространство между двумя упругими стенками $2L$ разделено пополам на две области, в которых имеются силовые поля F и $-F$, направленные навстречу друг другу. Найти зависимость периода движения частицы массы m в этой области от максимальной скорости. Траектория частицы перпендикулярна стенкам. Как изменится решение, если направление сил поменять на противоположное? Изобразить движение на фазовой плоскости.



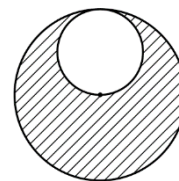
2. Тело массы M скользит без трения по горизонтальной поверхности и прикреплено к стенке пружиной жесткостью k и массой m , равномерно распределенной по длине пружины. Найти период малых колебаний системы.



3. Частица массы m движется в центральном поле под действием силы $F = -Ar^3$, где A – константа, по круговой орбите радиусом R . Найти частоту малых радиальных колебаний орбиты и сравнить ее с угловой частотой орбитального движения.

4. По круговой земной орбите на небольшом расстоянии L друг от друга ($L \ll R_3$) в одном направлении движутся два спутника. С первого спутника на второй нужно перебросить контейнер. В каком случае контейнер быстрее достигнет второго спутника: если его бросить по движению первого спутника или против движения? С какой скоростью u требуется его бросить? Скорость выброса контейнера u много меньше скорости спутника V .

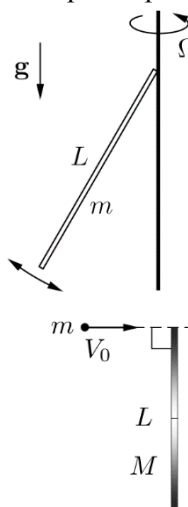
5. Найти минимальную вторую космическую скорость для сферической планеты радиуса R и плотности ρ , в которой есть сферическая полость радиуса $R/2$, касающаяся поверхности планеты.



6. Горизонтальный диск массы M и радиуса R может свободно вращаться относительно вертикальной оси, проходящей через его центр. На диске нарисована окружность радиуса r с осью, совпадающей с осью диска. Человек массы m проходит по нарисованной окружности, возвращаясь в исходную точку диска. На какой угол повернется при этом диск?

7. Однородный шар массой m и радиусом r опирается в положении неустойчивого равновесия на поверхность жестко закрепленного шара радиусом $R > r$. Линия, соединяющая центры шаров, вертикальна. Потеряв равновесие, верхний шар начинает скатываться без скольжения по поверхности шара радиусом R . При каком значении угла θ между вертикалью и линией, соединяющей центры шаров, давление в точке соприкосновения шаров исчезает?

8. На вертикальной оси при помощи цилиндрического шарнира закреплен однородный стержень массы m и длины L . Ось приведена во вращение с постоянной угловой скоростью Ω . Найти частоту малых колебаний стержня вблизи положения равновесия.



9. На гладком столе лежит тонкий неоднородный стержень массы M и длины L . Плотность стержня линейно нарастает от нулевого значения в середине стержня к его краям. Точечная масса m движется перпендикулярно стержню со скоростью V_0 и прилипает к его концу. Найти поступательную и угловую скорость образовавшегося тела.

10. Положим, что в Сиднее для просветительских целей установили маятник Фуко. Длина нити подвеса $L = 10$ м. Груз маятника отклонили на юг от вертикали на $a = 50$ см. С какой скоростью его следует толкнуть на восток, чтобы нить подвеса маятника описывала круговой конус? А какой скоростью должна быть, чтобы тот же конус обходился нитью подвеса в обратную сторону? Для удобства считать, что Сидней находится на 30-й параллели южной широты, а ускорение свободного падения положить равным $g \approx 10$ м/с².

к задаче 9